İLKÖĞRETİM 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİLERİNİN SOLO TAKSONOMİSİ İLE İNCELENMESİ

OSMAN BAĞDAT

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİLERİNİN SOLO TAKSONOMİSİ İLE İNCELENMESİ

OSMAN BAĞDAT

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ESKİŞEHİR, 2013

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Osman BAĞDAT tarafından hazırlanan "İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Becerilerinin SOLO Taksonomisi ile İncelenmesi" başlıklı bu çalışma, 11/01/2013 tarihinde *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği*'nin ilgili maddesi uyarınca yapılan **Tez Savunma Sınavı** sonucunda ***başarılı*** bulunarak, jürimiz tarafından İlköğretim Matematik Öğretmenliği bilim dalında yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Başkanı :	Doç. Dr. Kürşat YENİLMEZ	
Danışman:	Doç. Dr. Pınar ANAPA	P. Anapa
Üye:	Yard. Doç. Dr. Aytaç KURTULUŞ	
Üye:	Yard. Doç. Dr. Melih TURĞUT	
Üye:	Yard. Doç. Dr. Fatih KARABACAK	

Prof.Dr. Ahmet AYPAY
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Önsöz

Tez çalışmamı tamamlamamda değerli hocalarımın, sevgili arkadaşlarımın ve ailemin büyük katkıları bulunmaktadır.

Bu süreçte;

Yüksek lisans eğitimine başladığım andan itibaren ihtiyacım olduğu her anda sabır ve anlayış ile yardımlarını esirgemeyen, tez çalışmamı tamamlamada bana her konuda destek veren Doç. Dr. Pınar ANAPA'ya öncelikle teşekkür ederim.

Lisansüstü eğitimim sürecinde ders almış olduğum Saygıdeğer Hocalarım Prof. Dr. Bahaddin ACAT, Prof. Dr. Zeki YILDIZ ve Doç. Dr. Kürşat YENİLMEZ'e vermiş oldukları emeklerinden ötürü teşekkür ederim.

Tez çalışmam boyunca fikirleriyle bana yol gösteren Dilek GİRİT'e ve fikirleriyle araştırmama katkı sağlayan matematik öğretmeni Fatime ALKIŞ'a çok teşekkür ederim. Ayrıca araştırmamı gerçekleştirmem için bana sabır gösteren Huzur İlköğretim Okulu öğrencilerine teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek Lisans öğrenimim boyunca maddi destek sağlayan TÜBİTAK'a ve Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı'na şükranlarımı sunarım.

Değerlerini her geçen gün daha çok fark ettiğim babam Ramis BAĞDAT, annem Nuran BAĞDAT, kardeşlerim Tuğrul BAĞDAT ve Sevilay BAĞDAT'a teşekkürü bir borç bilirim.

Ve nihayet bu yüksek lisans çalışmasını kalbimin tek sahibi, gün ışığım, biricik eşim Ayşe BAĞDAT'a ithaf ediyorum.

İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Becerilerinin Solo Taksonomisi ile İncelenmesi

Özet

Bu çalışmanın amacı; 8. sınıf öğrencilerinin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma şeklinde sıralanan cebirsel düşünme becerilerini SOLO Taksonomisi ile incelemektir.

Nitel araştırma yönteminin kullanıldığı bu çalışma 2011-2012 Eğitim- Öğretim yılı ikinci döneminde Bursa ili İnegöl ilçesindeki ilköğretim okullarından birinde 15 tane 8. sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar 8. sınıf öğrencileri arasından maksimum çeşitlilik örneklemesine uygun olacak şekilde seçilmiştir.

Veri toplama aracı olarak 8 problem hazırlanmış ve öğrencilerle bu problemler üzerinde klinik mülakatlar yürütülmüştür. Yazıya dökülen mülakat verileri, video kayıtlarından elde edilen veriler ve araştırmacı notları çalışmanın bulgularını oluşturmaktadır. Veri analizinde Miles ve Huberman (1994) tarafından tanımlanan çift-kodlama yöntemi kullanılmıştır.

Araştırma sonucunda öğrencilerin çoğunluğunun SOLO Taksonomisine göre İY seviyesinin altında yer aldığı görülmüştür. Öğrencilerin en çok zorlandıkları beceri sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisi olmuştur. Öğrencilerin akademik başarılarına göre yapılan analizde ders notu yüksek öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin diğer öğrencilere göre daha yüksek olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Cebirsel Düşünme, SOLO Taksonomisi, İlköğretim Matematik Eğitimi

Investigation of the 8th Grade Students' Algebraic Thinking Skills with SOLO Taxonomy

Abstract

The purpose of this study was to investigate 8th grade students' algebraic thinking skills listed in the form of formulizing generalizations, using symbols and algebraic relations and utilizing multiple representations with SOLO Taxonomy.

Following the qualitative research methods, this study was carried out during the spring semester of 2011-2012 academic year on 15 students at eighth grade whom are chosen from a school in İnegöl the town of Bursa. Participants were chosen from 8th grade students according to maximum diversity sampling.

8 problems were prepared for data collection and clinical interviews were performed with students on this problems. Interview data expressed in writing, results from video records and researcher notes constituted this study's data source. Collected data were analyzed using double-coding procedure characterized by Miles and Huberman (1994).

At the end of the research, it is determined that most students have a part below to the relational thinking level. Using symbols and algebraic relations occured the most compelling skill for students. According to the analysis about students' academic achievement, successful students' algebraic thinking skills found higher than the others.

Key Words: Algebraic Thinking, SOLO Taxonomy, Elementary Mathematics Education

İçindekiler

Tablolar ve Şekiller Dizini

I Giriş

Yaklaşık 4000 yıllık bir geçmişle matematiğin en eski çalışma alanlarından biri olan cebir, denklemleri çözmek için genel metotlar bulma çabalarının bir sonucu olarak doğmuştur (Göker, 1997'den akt. Çelik, 2007). İlk olarak eski Mısır papirüslerinde günümüzdeki yapısından çok daha ilkel bir yapıda gördüğümüz cebir, zaman içerisinde farklı uygarlıkların katkılarıyla matematiğin en önemli konularından biri haline gelmiştir. Cebir, ismini Harizmi tarafından 825 yılında yazılan ve tarihte cebir üzerine yazılan ilk kitap olarak da kabul edilen “"El'Kitab'ül-Muhtasar fi Hısab'il Cebri ve'l-Mukabele” (Cebir ve Denklem Hesabı Üzerine Özet Kitap)” den almıştır. 17. yy'da Descartes'in yapmış olduğu çalışmalarla birlikte geometriye uygulanmaya çalışılan cebir bugün çağdaş matematik ve onun fizik, kimya, istatistik vb. gibi uygulama alanlarında önemli bir bileşendir.

Cebir bilim adamları tarafından farklı şekillerde tanımlanmaktadır. Kieran'a (1992) göre cebir bir araçtır ve bu araç harfleri kullanarak nicelikleri ve sayıları temsil etmek için kullanılır. Sfard'a (1995) göre cebir hesaplamalarla uğraşan bir bilim dalıdır. Lacampagne (1995) ve Driscoll'un (1999) bakış açısına göre ise cebir matematiğin dilidir.

Cebirsel düşünme, cebir ile ilintili olmakla birlikte cebirden çok daha geniş bir anlama sahiptir.

1.1 Cebirsel Düşünme

Kaf'a (2007) göre cebirsel düşünme içerisinde akıl yürütme, gösterimleri kullanma, değişkenleri anlama, sembolik gösterimlerin anlamını açıklama, matematiksel fikirlerin gelişimi için modellerle çalışma, gösterimler arasında dönüşüm yapma gibi matematik için olmazsa olmaz becerileri barındıran bir düşünme şeklidir. Hawker ve Cowley'e (1997) göre bu düşünme şekli örüntü ve düzenliliklerin gösterimini, yapılanmasını, genelleştirmelerle düşünmeyi gerektiren bir kestirim içerir. Greenes ve Findell'e (1998) göre ise cebirsel düşünme önemli fikirleri, gösterimleri, orantısal akıl yürütmeyi, dengeyi, değişkenlerin anlamını, örüntüleri ve fonksiyonları, tümevarımlı ve tümdengelimli akıl yürütmeyi içerir.

Kriegler'e (2006) göre cebirsel düşünmenin içerdiği bileşenler Tablo 1.1'de gösterilmiştir.

Tablo 1.1

Cebirsel Düşünmenin Bileşenleri (Kriegler, 2006)

MATEMATİKSEL DÜŞÜNME ARAÇLARI	İNFORMAL CEBİRSEL İLİŞKİLER
Problem Çözme Becerileri - Problem çözme stratejilerini kullanma - Çoklu yaklaşımları ve çoklu çözümleri araştırma **Gösterimsel Beceriler** - İlişkileri görsel, sembolik, sayısal, sözel olarak gösterme - Farklı gösterimleri dönüştürme - Gösterimsel bilgiyi yorumlama **Akıl Yürütme Becerileri** - Tümevarımlı akıl yürütme	**Soyut Aritmetik Olarak Cebir** - Kavramsal Tabanlı işlemsel beceriler - Oran orantı **Matematiğin Dili Olarak Cebir** - Değişkenleri ve değişken ifadelerini anlama - Çözümleri anlama - Sayı sistemlerinin özelliklerini kullanma ve anlama - Cebirsel kuralları kullanarak okuma ve yazma, sayıları ve sembolleri kullanma - Denk sembolik gösterimleri kullanarak, formülleri, açıklamaları, eşitlikleri ve eşitsizlikleri kullanma **Fonksiyonlar ve Matematiksel Modelleme Çalışmak İçin Bir Araç Olarak Cebir**

- Tümdengelimli akıl yürütme	- Gerçek hayat durumlarındaki kuralları ve örüntüleri araştırma, açıklama, genelleştirme - Matematiksel fikirleri eşitlikleri, tabloları, grafikleri veya kelimeleri kullanarak gösterme - Girdi/çıktı örüntüleriyle çalışma - Grafiksel becerileri düzenlemeyi geliştirme

Gülpek'in (2006) yürütmüş olduğu çalışmada yukarıdaki açıklamalara paralel olarak cebirsel düşünme kavramının içerisinde birçok beceriyi barındırdığı belirtilmiştir ancak araştırmacılar tarafından kabul gören çekirdek becerilerin genelleştirme, formülleştirme ve sembolleştirme olduğu ifade edilmiştir.

Wogyai ve Kamol (2004) tarafından cebirsel düşünme becerileri üzerine yürütülen çalışmada cebirsel düşünmenin temel göstergelerinin gösterim, model(örüntü) ve değişken olmak üzere üç temel beceriden oluştuğu belirtilmiştir. Bu üç beceri için, *"Gösterim, problemde verilen tablo, grafik, sembol vb. ifadeleri kullanma becerilerini içerir. Model, örüntüleri genelleştirme ve formülleştirme becerilerinden oluşur. Değişken ise genelleştirilmiş sayılarda değişkenin rolünü kavrama becerilerinden oluşur."* şeklinde ifadelere yer verilmiştir. Bu üç kavramın içerikleri incelendiğinde Gülpek'in (2006) bahsetmiş olduğu çekirdek becerilerle örtüştüğü görülmektedir.

Çelik (2007) de yukarıda bahsedilen çalışmalara paralel olarak cebirsel düşünmenin üç temel beceriden oluştuğunu belirtmiştir. Bu beceriler genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu gösterimlerden yararlanma(sembolik, grafik, tablo vb.) şeklinde sıralanmıştır.

Özetle cebirsel düşünme aşağıdaki üç temel beceriden oluşmaktadır. Bu beceriler:

1. Genellemeleri Formüle Etme

2. Sembolleri ve Cebirsel İlişkileri Kullanma

3. Çoklu Gösterimlerden Yararlanma.

Şimdi bu becerileri inceleyelim:

1.1.1 Genellemeleri Formüle Etme

Polya (1957) genellemeyi matematiksel etkinliklerin merkezi ve matematiksel bilgi gelişiminin temeli olarak ifade etmektedir (akt. Amit ve Neria, 2008). Dörfler'e (1991) göre genelleme düşünmenin bir aracı ve iletişimidir (akt. Zaskis ve Liljedahl, 2002). Lee (1996) ise cebirin ve gerçekte tüm matematiğin ilişkilerin genellemesinden ibaret olduğunu savunmaktadır. Peki, araştırmacılar tarafından bu kadar önemli görülen genelleme tam olarak nedir?

Bu sorunun belki de en güzel cevabı Baki (2006) tarafından verilmiştir. Baki' ye göre genelleme belli bir durum veya olaydaki örüntüyü bulup bir düşüncede toplama işidir. Burada altı çizilmesi gereken kelime "örüntü"dür. Çünkü örüntü genellemenin oluşmasında rol oynayan temel adımdır (Jones, 1993'den akt. Hangreaves, Shorrocks ve Threlfall, 1998). Tanışlı ve Özdaş'a (2009) göre ise örüntü genellemenin, genelleme ise cebirin yapı taşlarından birisidir. O nedenle genelleme kavramının içini doldurmak için üzerinde durulması gereken asıl kavram örüntüdür.

1.1.1.1 Örüntü Nedir?

Örüntü duvar kâğıtlarında, çinilerde, fayans döşemelerinde, resimlerde, müzik parçalarında kısacası hayatın her alanında karşılaşılabilen bir olgudur. Orton (1999) örüntü kelimesini tanımlamanın kolay olmadığını ve bu kelimenin şekil, renk, hatta seslerin özel ve açık olmayan bir düzeni için kullanılabileceğini belirtir. Guerrero ve Rivera (2002) örüntüyü yapılandırılan bir dizi matematiksel nesnenin (sayılar, şekiller vb.) öğeleri arasındaki bir kural olarak tanımlar (akt. Tanışlı, 2008). Olkun ve Toluk-Uçar (2006) ise örüntüyü düzenli dizilmiş nesne ya da şekillerin oluşturduğu manzume olarak görür.

Örüntü kavramı bize bir düzeni, bir kuralı çağrıştırır. Matematiğin işin içine girdiği yer de tam olarak bu noktadır. Matematik örüntünün kuralıyla ilgilenir, onu keşfeder, yorumlar ve kullanır (Van de Walle, 2004).

2000 yılında NCTM'nin yayınlamış olduğu okul matematiğinin ilkeleri ve standartları belgesinde cebir standardının içerisinde yer alan örüntüler için *"Öğrencilerin örüntü ve fonksiyonları öğrenme ve kullanmaları, onların matematiksel anlama ve özellikle cebirsel düşünmelerini geliştirmek için gereklidir."* denilmiştir. Türkiye'de de 2005 yılında uygulamaya konulan İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ile birlikte örüntü konuları alt sınıflardan itibaren basitten karmaşığa doğru programda yer almaya başlamıştır. MEB (2009)'e göre İlköğretimin 1-5. sınıflarındaki öğrenciler, ilk olarak tekrarlı örüntüler ile deneyim kazanmakta, daha sonra genişleyen örüntülerle çalışmalarını sürdürmektedir. Bu bağlamda;

• Eksik bırakılan bir örüntünün tamamlanması, devam ettirilmesi ve yeni bir örüntü oluşturulması,

• Bir örüntünün farklı biçimlerde temsil edilmesi, örüntüdeki ilişkilerin keşfedilmesi ve örüntüdeki kuralın bulunmasıyla ilgili çalışmalar yapılmaktadır.

1.1.1.2 Örüntüden Genellemeye

Alt sınıflardan itibaren verilen şeklin, resmin ya da sayının bir sonraki adımını bulma ile başlayan örüntüler ilerleyen yıllarda verilen ifadenin genel terimini bulma, değişkenler arasındaki ilişkileri formüle etme şeklinde devam ederek genelleme becerisini oluşturmaktadır. Genelleme becerisiyle birlikte öğrencilerin üst düzey bilişsel beceri gerektiren soyutlama, bütüncül düşünme, görselleştirme, esneklik ve akıl yürütme gibi özellikleri kazandıkları düşünülmektedir (Greenes, 1981; Sriraman 2003; Sternberg, 1979; Amit ve Neria, 2008; Tanışlı ve Köse, 2011).

1.1.2 Sembolleri ve Cebirsel İlişkileri Kullanma

Semboller günlük hayatta soyut olan şeyleri somutlaştırabilmek için kullanılan nesnelerdir. Bu nesneler soyut yapıları zihinde canlandırma konusunda büyük avantaj sağladıkları için genelde matematik daha özel olarak cebirsel düşünme becerilerine de büyük güç katmaktadırlar (Yıldırım, 2000). Driscoll (1999) ‘a göre öğrenci sembolleri öğrendiğinde genellemeleri ifade etme, cebirsel yapıları açığa çıkartma, ilişkileri oluşturma, matematiksel durumları formüle etme açısından da önemli bir adım atmış olacaktır.

Sembollerin cebirsel yapı ve ilişkilerde kullanılmasıyla birlikte önem kazanan bir diğer kavram ise değişkendir.

Değişken Nedir?

Değişken kavramı matematikte cebirsel yapı ve ilişkilerin ifadesinde kullanılan semboller olarak tanımlanabilir. Bu kavram ileri matematiğin her seviyesinde sıklıkla karşılaşılan temel kavramların başında yer almaktadır. Schoenfeld ve Arcavi'ye (1988) göre değişken kavramı aritmetikten cebire geçişin sağlanmasında ve ileri matematiksel kavramların anlaşılmasında temel oluşturmaktadır. Dede ve diğerlerinin (2002) ifadelerine göre ise aritmetik için sayı kavramı ne ifade ediyorsa cebir ve bütün yüksek matematik için değişken kavramı da aynı şeyi ifade etmektedir.

Matematik için son derece önem arz eden bu kavram ilk olarak Leibniz (1646) ve Newton (1643- 1727) tarafından bir niceliği temsil eden değişken olarak kullanılmıştır. 20. yüzyılın ortalarına kadar yürütülen çalışmalarda değişken kavramı fonksiyon kavramıyla ilişkilendirilmiş, yapılan tanımlamalarda fonksiyon kavramıyla olan ilişkisine yer verilmiştir. Örneğin Upton değişken için "*Bir denklemde x ve y gibi birbirleriyle bağlantılı olarak değişen sayılar değişken olarak adlandırılırlar. Birinin değeri, diğerine bağlı olduğunda, birine diğerinin fonksiyonudur denir*" şeklinde bir tanımlama yapmıştır (Philips,1992). 20. yüzyılın ikinci yarısıyla birlikte değişken kavramı küme kavramı ile ilişkilendirilmiş, tanımlamalar da bu şekilde olmuştur. Örneğin Philips (1992) değişkeni "*belirlenmiş bir kümenin (değişkenin tanım kümesi) üyelerinden herhangi birini gösterebilen bir sembo*l" olarak ifade etmiştir. Skemp (1971) değişkeni "*verilen bir kümenin belirtilmemiş bir üyesi*" olarak tanımlamıştır. Kieran (1981) ise değişkeni verilen bir kümenin üyelerinin herhangi birini veya tümünü temsil eden bir harf olarak tanımlamıştır.

Bugün değişken en genel anlamda değişen veya birden çok değer alan şey anlamında kullanılabilir (Çelik, 2007). Değişken matematikte, fen bilimlerinde hatta sosyal bilimlerde dahi bir niceliğin yerini doldurmak için, soyut bir durumu somutlaştırabilmek için sıklıkla kullanılmaktadır. Freudenthal (1983) matematiksel terim olan "değişken" in geçen zaman, salınan sıcaklık, uzayan günler, düşen ölüm oranı gibi gerçekten değişen bir şeyin anlamını ifade ettiğini söylemiştir (Jacobs, 2002).

Değişken kavramı, matematiksel içeriklerde Δ,O, ∗ gibi geometrik şekillerle gösterilebileceği gibi harflerle de ifade edilebilirler ki genel kabul gören gösterimi de bu şekildedir. Harf semboller ise matematiksel içeriklerde farklı şekillerde kullanılmaktadırlar. Harf sembollerin bu farklı kullanımlarından bazıları aşağıda verilmiştir (Driscoll, 1999).

Tablo 1.2

Harfli Kullanımların Farklı Şekilleri (Driscoll, 1999)

HARFLİ SEMBOLLER	**ÖRNEK**
Bilinmeyen	2x+3=5, x bilinmeyen
Parametre	$y = ax^2 + bx + c$, a,b,c parametre
Genelleştirme	a.b=b.a, a, b genelleştirilmiş sayı
Değişken	y=2x+3, x ve y değişken
Sabit terim	π, e

Değişken kavramı matematik için bu kadar önemli olmasına rağmen öğrencilerin birçoğu özellikle cebirsel ifadelerde kullanılan sembolleri anlamakta zorlanmaktadırlar (Küchemann, 1981; Philipp, 1992; Macgregor ve Stacey, 1997; Dede ve diğerleri, 2002). Bu durumun nedeni için Arcavi ve Schoenfeld (1988) "*Değişken kavramı, aritmetikten cebire geçiş için temeldir. Kavram bu önemine rağmen çoğu matematik programında basit bir terim olarak görülür ve birkaç örnekle geçiştirilir..."* demişlerdir. Bazı araştırmacılar ise bu durumun cebirsel bilgi eksikliğinden ziyade aritmetik işlem bilgisi eksikliğinden kaynaklandığını belirtmişlerdir (Gray ve Tall, 1994; Linchevski ve Livneh, 1999; Philipp ve Schappelle, 1999; Slavit,1999; Yalın ve Argün, 2002).

1.1.3 Çoklu Gösterimlerden(Model) Yararlanma

Matematik doğası gereği soyut kavramlardan oluşmaktadır ve bu durum insanların matematiğe olan tutumlarını olumsuz etkilemektedir. Çünkü görünmeyen şeyler insanlar için birer kapalı kutu niteliğindedir ve insanlar bilmedikleri şeylerden imtina ederler (Özdemir, Duru ve Akgün, 2005). İnsanların, belki bu yüzden gördüklerini anlama isteği ve çabası artmaktadır. İnsanların resim ve heykel gibi sanatsal faaliyetleri severek yapmalarının nedenlerinden biri, sonuçta bir ürün elde edecek olmanın getirdiği hazdır (Yenilmez ve Şan, 2008).

Çoklu gösterimler matematiğin soyut kavramlarını elle tutulur, gözle görülür verilere dönüştürerek öğrencilerin bilgileri zihinlerinde anlamlandırmalarına katkıda bulunur. Bu gösterimler, matematikte sıklıkla kullanılan denklem, formül, grafik, tablo, şekil veya çeşitli simgeler olabilir. Örneğin öğrencilere *"Bir takside açılış* *ücreti 2TL ve her kilometre için ödenen ücret 0,5 TL'dir"* şeklinde bir cümle kurarak bu durumun denkleminin $y = 0,5x + 2$ olduğunu ve bu denklemde doğrusal bir ilişki olduğunu açıklamaya çalışalım. Bir de bu ifadenin grafiğini çizerek denklemdeki doğrusal ilişkiyi grafikte göstererek açıklamaya çalışalım. Bu iki yöntem düşünüldüğünde ikinci yöntemin öğrenciler üzerinde oluşturacağı etkinin daha kalıcı olacağı rahatlıkla söylenebilir. Çünkü öğrenci bu yöntemde grafikteki doğrusallığı inceleyerek doğrusal ilişkinin ne anlam ifade ettiğini görecektir.

Keller ve Hirsch (1998) çoklu gösterimlerin potansiyeli ile ilgili olarak, kavramların birçok şekilde somutlaştırılmasını sağladığını ve kompleks kavramların farklı yönlerine vurgu yaptığını, bu şekilde öğrencilerin kavramlar arasında bilişsel ilişkilendirmeler yapmasını kolaylaştırdığını ifade etmektedir (akt. Çelik, 2007). Erbaş (2005) çoklu gösterimler için öğrencilerin değişik düşünce yollarını tecrübe etmelerine, problem durumlarını daha iyi kavramalarına ve matematiksel kavramların anlaşılmasını artırmaya izin verdiğini belirtmektedir. Alagic (2003) ise çoklu gösterimlerin matematiksel kavramlarla günlük yaşamdaki olay/olgular arasında bağlantıların kurulmasını kolaylaştırdığını ifade etmektedir.

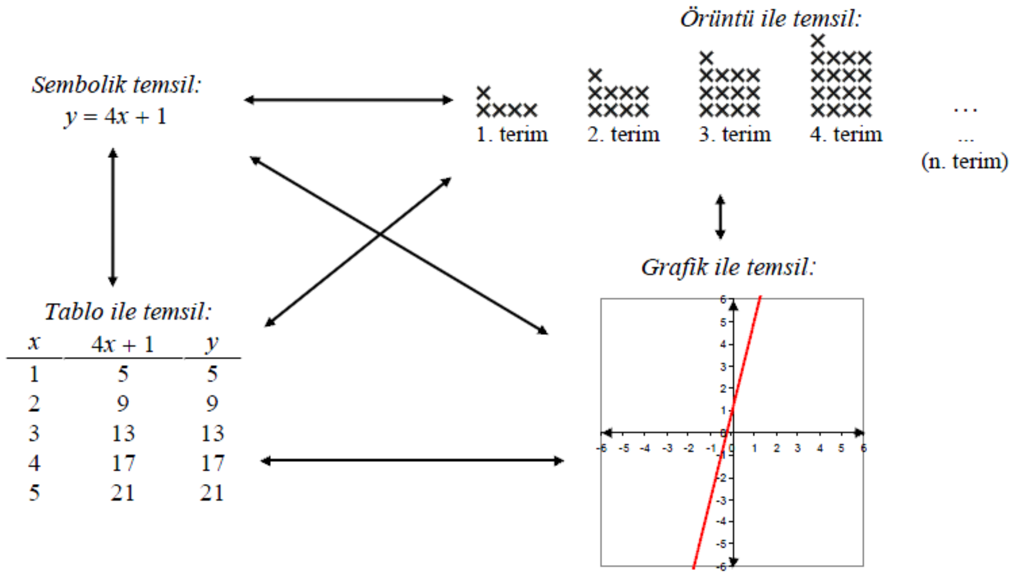
NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) 2000 yılında yayınlamış olduğu okul matematiğinin prensipleri ve standartları adlı yayınında çoklu gösterimin önemine değinmiş ve her öğrenciden beklediği gösterim becerilerini şu şekilde sıralamıştır:

- Gösterimleri matematiksel fikirleri açıklamak, kaydetmek ve düzenlemek için kullanma ve yaratma,

• Problemleri çözmek için matematiksel gösterimler arasında dönüşümler yapma, seçme, uygulama,

• Fiziksel, sosyal ve matematiksel olayları yorumlama ve modelleme.

Ülkemizde ise 2005 yılından itibaren uygulanmaya başlanan programla birlikte gösterim ve model kullanımına daha çok önem verilmiştir. MEB' in (2009) yayımlamış olduğu İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu'nda "*Öğrencilerin matematiksel fikirlerini sembol, grafik, tablo, günlük yaşam durumları ve somut modellerle ifade etmeleri daha nitelikli öğrenmelerine olanak sağlayacaktır*." denilmiştir. Şekil-1'de bu kılavuzda yer alan bazı temsil biçimlerine yer verilmiştir.



Şekil 1.1 Öğretimde Kullanılacak Bazı Temsil Biçimleri (MEB, 2009)

Literatürde cebirsel düşünmeyi farklı yöntemlerle ölçen birçok çalışma yer almaktadır (Driscoll, 1999; Dindyal, 2003; Steele ve Johanning, 2004; Gülpek, 2006; Kaf, 2007; Çağdaşer, 2008; Palabıyık, 2010; Kaş, 2010; Palabıyık ve İspir, 2011). Kullanılan bu yöntemlerden bir tanesi de özellikle son dönemde önemini gittikçe artıran SOLO Taksonomisi'dir. Bölüm 1,2'de SOLO Taksonomisi ile ilgili bazı bilgilere yer verilmiştir.

1.2 SOLO Taksonomisi

Gözlemlenebilir öğrenme çıktılarının yapısı, SOLO Taksonomisi (Structure of the observed Learning outcome), John Biggs ve Kevin Collis tarafından 1982 yılında geliştirilmiştir. SOLO Taksonomisi öğrencilerin belirli bir konuya ilişkin kavrama becerilerini değerlendirmeye yönelik bir modeldir. SOLO Taksonomisinde bu değerlendirme öğrencilerin sorulara vermiş olduğu cevapların niteliği ve yapısına göre yapılır. Verilen cevaplar oluşturulan belli kriterlere göre analiz edilir ve kavramanın düzeyi belirlenir.

Biggs ve Collis (1982) SOLO Taksonomisini geliştirme aşamasında İngilizce, matematik, modern diller, tarih ve coğrafya olmak üzere toplam beş alanda uygulama yapmışlardır. Daha sonra farklı alanlarda – fizik (Panizzon, 2003; Sands, 2005), kimya (Hodges ve Hurvey, 2003), hukuk (Burnett,1999), matematik (Pegg ve Coady, 1993; Lam ve Foong, 1996; Jones ve diğerleri, 1997; Pegg ve Davey, 1998; Jones ve diğerleri, 2000; Wongyai ve Kamol, 2004; Lian ve Idris; 2006; Groth ve Bergner, 2006; Çelik, 2007; Kamol ve Yeap, 2010; Tuna, 2011), istatistik (Mooney, 2002; Vallecillos ve Mareno, 2002; Langrall ve Mooney, 2002; Akkaş,2007), Türkçe (Özdemir, 2011) – öğrencilerin cevaplarını analiz etmek için kullanılmıştır.

SOLO Taksonomisi, beş düşünce evresinden oluşmaktadır. Bu evreler, Piaget'nin bilişsel gelişim evrelerine (duyusal-motor evre, işlem öncesi evre, somut işlemler evresi, soyut işlemler evresi) karşılık gelmektedir. Piaget ve Biggs ve Collis'in gelişim modelleri bilişsel gelişimin belli evrelerden geçtiğini benimsemeleri açısından benzerdir. İki modeldeki gelişim evreleri hemen hemen aynıdır. Biggs ve Collis, Piaget'nin modelindeki işlem öncesi evresini imgesel evre olarak adlandırırken, bu evrelere soyut dönem sonrası (post formal) olarak adlandırdıkları yeni bir evre eklemişlerdir. Piaget ve Biggs ve Collis'in modellerindeki evrelerin karşılıkları aşağıda verilmiştir (Çelik, 2007).

Tablo 1.3

Bilişsel Gelişimde Piaget ve SOLO Evrelerinin Karşılaştırılması

Piaget'nin Evreleri	**SOLO Evreleri**
Duyusal Motor (Sensori motor)	Duyusal Motor (Sensori motor)
İşlem Öncesi (Pre-operational)	İmgesel (İkonic)
Somut İşlemler (Concrete operational)	Somut Sembolik (Concrete sembolic)
Soyut İşlemler (Formal operational)	Soyut (Formal)
-	Soyut Sonrası (Post Formal)

SOLO Taksonomisi Piaget'nin bilişsel gelişim evreleri göz önüne alınarak geliştirilmiştir. Her bir evre, kendi özeliğini gösteren mantıksal bir yapıya göre tanımlanmıştır (Biggs ve Collis, 1991; Pegg ve Tall, 2005). Ayrıca SOLO Taksonomisi evreleri ve Piaget'nin bilişsel gelişim evrelerinin her ikisinde de yaş durumu dikkate alınmıştır. Ancak bazen aynı evrede yer alabilen etkinliklerde, çocuklar farklı evrede görülebilmektedirler (Biggs ve Collis, 1991; Pegg ve Tall, 2005). SOLO Taksonomisi, Piaget'nin bilişsel gelişim modelinin bu durumlara ait yetersizliğinden dolayı ortaya çıkmıştır (Biggs ve Collis, 1991; Pegg ve Tall, 2005). Biggs ve Collis, bu sorunu çözebilmek için geliştirdikleri SOLO Taksonomisinde bireylerin bilişsel gelişim düzeylerine değil, verdikleri cevaplara yoğunlaşmışlardır (Pegg ve Tall, 2005). Bu durum, SOLO Taksonomisi ve Piaget'nin bilişsel gelişim evreleri arasındaki farkı göstermektedir.

Kiani M.A.H (2011) SOLO Taksonomisinin her bir evresini aşağıdaki şekilde kısaca açıklamıştır.

Duyusal Motor Evre: Bu evrede ilgi odağı fiziksel çevredir. Çocuklar fiziksel çevreyle olan etkileşimlerini koordine etmek için yeteneklerini geliştirirler. Bu evrede gelişen özellik örtük bilgi gerektiren sportif becerilerdir.

İmgesel Evre: Bu evrede duyusal motor evrenin elementlerini sunmak için sembol ve benzetmeler kullanılır. Bu belirtiler daha çok sözlü anlatımda kullanılır. Tahmin etme, çıkarım, kavram haritaları oluşturma gibi stratejiler görülebilir. Duyusal motor ve imgesel evreler her insanın faaliyet gösterebileceği *"doğal"* evrelerdir. Bundan sonraki evreler formal eğitim gerektiren evrelerdir.

Somut Sembolik Evre: Bu evreyle birlikte fiziksel dünyayı sunuştan tutun da yazılı dile kadar ifade becerilerini soyutlamada bir farklılık görülür. Okulda matematikte, müzikte ya da yazılı dilde kullanılan sembollerle fiziksel çevre arasında bir ilişki kurulur. Semboller *"doğal*" hayatta görülen şeylerden farklı olarak okulla birlikte kazanılan gösterimlerdir. Örneğin matematik dersinde örüntülerin somut yapılarla ilişkilendirilmesinin ardından yavaş yavaş sembollerin cebirsel ifadelerin gösteriminde kullanılması bu evreye geçiş için bir adımdır. Bu örnek *"doğal"* olan duyusal motor ve imgesel evreleri ile somut sembolik evre arasındaki ayrımı gösterebilir. Okulda verilen eğitimin amacı da öğrencileri somut sembolik evreye taşımaktır.

Soyut Evre: Bu evrede dikkatler gerçekle ilgisi olmayan teorik yapılar üzerindedir. Hipotez kurma ve önerme muhakemeleri bu evrenin temel özellikleridir. Collis ve Biggs'e (1991) göre lisans düzeyinde kendi disiplinlerinde başarılı olan öğrencilerin ulaşacağı evre bu evredir.

Soyut Sonrası Evre: Bu evrenin karakteristik özelliği kendi disiplinindeki temel prensipleri sorgulayabilme becerisidir.

SOLO Taksonomisinin Düşünme Seviyeleri

SOLO Taksonomisinde her düşünme evresi kendi içerisinde "düşünme seviyeleri" olarak adlandırılan beş alt evreden oluşmaktadır. Bu düşünme seviyeleri şu şekildedir (Çelik, 2007)

1.Yapı Öncesi (prestructural),

2. Tek Yönlü Yapı (unistructural),

3. Çok Yönlü Yapı (multistructural),

4. İlişkilendirilmiş Yapı (relational)

5. Soyutlanmış Yapı (extended abstract)

Bu sınıflandırma öğrencilerin vermiş oldukları cevapların yapısal karmaşıklığına göre yapılmaktadır. Seviye arttıkça tutarlılık, ilişkilendirmeler ve çok yönlü düşünme artmaktadır (Biggs ve Collis, 1991; Chan ve diğerleri, 2002). Bu taksonomi ile bireylerin belli bir görev ile ilgili yazılı ve/veya sözlü cevaplarından o görevin gerektirdiği bilgi ve becerilerle ilgili düşünme seviyesini tanımlamak mümkündür. Bu yüzden bu taksonomi kavramlarla ilgili olarak öğrencilerin anlamalarını ve problem çözmelerini değerlendirmek için güçlü bir araç sunmaktadır (Lian ve Idris 2006; Groth ve Bergner, 2006). Aşağıda SOLO Taksonomisinin düşünme seviyeleri açıklanmıştır:

Yapı Öncesi (YÖ): Bu seviye SOLO Taksonomisinin en alt seviyesidir. Bu seviyede öğrenci soruyu pek anlamaz, verdiği cevapların istenilen cevaplarla pek bir ilgisi yoktur. Bu seviyedeki öğrenci verilen görevle meşgul olmaz, öğrencinin yaptıkları onun daha alt evrelerde olduğunun göstergesidir.

Tek Yönlü Yapı (TYY): Bu seviyede öğrenci soruyla ilgili kısıtlı anlamalara sahiptir. Genelde sorunun tek bir yönüne odaklanır. Odaklanma tek bir yöne olduğu için verilen cevaplar sınırlı ve eksiktir**.**

Çok Yönlü Yapı (ÇYY): Bu seviyede öğrenci soruya ilişkin birden fazla yönü kullanabilir fakat bu yönleri birleştiremez. Bu nedenle öğrencinin cevapları birbirinden kopuk bilgi parçalarından oluşur, cevapları arasında ilişkisel bir bağ yoktur.

İlişkilendirilmiş Yapı (İY): Bu seviyede öğrenci cevaba ilişkin tüm yönleri, bu yönlerin bütün içindeki yerini ve bu yönlerin birbiriyle olan ilişkilerini anlar, bu nedenle cevapları tutarlılık gösterir.

Soyutlanmış Yapı (SY): Bu seviyede öğrenci bir önceki seviyenin özelliklerinin yanı sıra daha ileri düşünme becerilerine sahiptir, genellemeler yapabilir, görev ötesinde akıl yürütmelerde bulunabilir. Bu seviye yeni bir düşünce biçimi olarak kabul edilebilir.

Bu seviyeler arasındaki geçişleri incelendiğinde öğrenci ÇYY'de, TYY'den farklı olarak sorunun birden fazla yönünü kullanmaktadır. ÇYY'den İY'ye geçişte ise öğrenci elindeki verilere daha geniş bir bakış açısından bakma becerisine sahip olmalıdır. İY'den SY'ye geçiş en zor olan adımdır. Bu adımda artık öğrenci geniş bir bakış açısına sahip olabilmeli, genellemeler yapabilmeli, elindeki görevin içeriğinin ötesine çıkabilmelidir (Pegg ve Davey, 1998). YÖ seviyede olan bir öğrencinin düşünme seviyesi bir alt evrede olarak kabul edilirken, SY seviyesindeki bir öğrencinin de bir sonraki evrede olduğu kabul edilmektedir.

SOLO Taksonomisinde seviyeler iki ana kategoride incelenebilir. Bu kategoriler yüzeysel yapı ve derin yapıdır:

Tablo 1.4

SOLO Taksonomisinin Düşünme Seviyeleri

	Düşünme Seviyeleri
Yüzeysel Yapı	Tek Yönlü Yapı
	Çok Yönlü Yapı
Derin Yapı	İlişkilendirilmiş Yapı
	Soyutlanmış Yapı

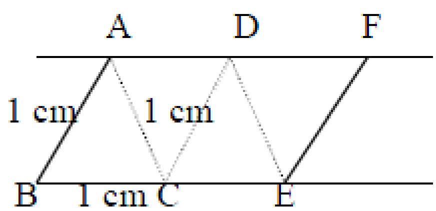
Tablo 1.4' de görüldüğü gibi TYY ve ÇYY yüzeyseldir çünkü bu seviyelerde anlamalar genelde yüzeyseldir. İY ve SY ise derindir. Burada da öğrencilerin daha derin anlamaları gibi bir durum söz konusudur (Hattie ve Brown, 2004). Eğitim-öğretim açısından bakıldığında, her bir evrede öğrencilerin aldıkları eğitim ve bireysel farklılıkları sonucu TYY, ÇYY ve İY seviyelerinden herhangi birine çıkmış olmaları beklenirken SY seviyesi normal bir eğitim sonucunda oluşmamaktadır. Öğrencinin SY seviyesinde bulunması etkili bir öğretim sürecine ve bireysel farklılıklara bağlıdır.

Aşağıda SOLO Taksonomisinin daha iyi anlaşılabilmesi için farklı iki problem örneğine yer verilmiştir. Bu örnekler aynı zamanda *"SOLO Taksonomisine ilişkin bir soru nasıl sorulabilir?"* sorusuna da cevap bulunmasına yardımcı olacaktır.

1. Lian ve diğerlerinin (2010) çalışmasından alınan bu problemde her bir düşünme seviyesine uygun soru tiplerine örnekler verilmiştir.

Üçgen Treni

Şekil 1.2' de verilen üçgen trenini inceleyiniz.



Şekil 1.2 Lian ve Diğerlerinin (2010) Çalışmasından Alınan Bir Örnek

Bu trende kenar uzunlukları 1 cm olan her eşkenar üçgen bir vagon olarak tasarlanmıştır. Eğer trende üç vagon varsa trenin çevre uzunluğu 5 cm’dir. Şimdi her bir düşünme seviyesi için verilen soru örneklerini inceleyelim:

Tek Yönlü Yapı

Trende vagon sayısı 4 olursa, trenin çevre uzunluğu kaç cm olur? (İçeride kalan çizgiler çevre uzunluğuna dâhil değildir.)

Cevap: 6

Açıklama: Soruda somut bir veri vardır ve kenar uzunlukları sayılarak çok rahat bir şekilde cevaba ulaşılabilir.

Çok Yönlü Yapı

Trende vagon sayısı sırasıyla 6 ve 15 olduğunda çevre uzunlukları kaç cm olur?

Cevap: 8 ve 17

Açıklama: Bu sorularda öğrencinin her vagon eklenişinde ne kadar fark olduğunu kestirip hızlı bir şekilde hesap yapması gerekir.

İlişkilendirilmiş Yapı

i. Trende h tane vagon olursa, çevre uzunluğu kaç cm olur?

Cevap: h+2

ii. Herhangi sayıda vagonu olan bir üçgen treni için çevresini hesaplayabileceğimiz doğrusal bir eşitlik yazınız.

Cevap: r = s+2

iii. Eğer üçgen treninin çevre uzunluğu 50 cm ise, kaç vagon vardır? (ii)’de bulduğunuz eşitlikte yerine yazarak vagon sayısını hesaplayınız.

Cevap: 50 = s+2 ; s = 48

Açıklama: Bu soruda verilen bilgileri bütünleştirerek bir genelleme yapılmalı, yapılan genelleme faklı durumlara uygulanabilmelidir. Eğer öğrenci bu soruya doğru cevap verebiliyorsa,

a) Değişkenler arasındaki doğrusal ilişkiyi açıklayabilir.

b) Cebirsel sembolleri kullanarak bir kural oluşturabilir.

c) Kuralı farklı durumlara uygulayabilir.

Soyutlanmış Yapı

Kenar sayısı farklı olan yeni bir tren geliştiriniz. Bu trenin vagon sayısı ile çevre uzunluğu arasındaki doğrusal eşitliği yazınız.

Cevap: r = 2s+2 (kare treni)

r = 2s+4 (altıgen treni)

Açıklama: Bu seviye en yüksek derecede cebirsel düşünme becerisi gerektirmektedir. Soruya verilen cevap, verilen bilginin genişletilerek farklı uygulamalara uygulandığını gösterir. Bu seviyede ortaya yeni bir ürün çıkmıştır.

2. Pegg ve Coady'nin (1993) çalışmasından alınan bu problemde öğrencilerin verdiği cevaplar irdelenmiş ve hangi seviyede oldukları açıklanmaya çalışılmıştır.

"p bir reel sayı olmak üzere, $\frac{1}{p} \rangle p$ *ifadesinin ne anlama geldiğini tartışınız".*

Bu problem için TYY'ye örnek iki cevap aşağıda verilmiştir.

"*p bir kesir olmalıdır. Çünkü p =* $\frac{1}{2}$ *için* $\frac{1}{\frac{1}{2}} \rangle 1 \Rightarrow 2 \rangle 1$

″*p pozitif bir sayı olduğunda denklem doğru değildir. p negatif bir sayı ise o zaman doğrudur*″

Her iki cevap da tek bir durum üzerine odaklanmıştır bu yüzden TYY olarak sınıflandırılmıştır. Birinci cevap pozitif reel sayılar, özellikle de 1 den küçük pozitif reel sayılar üzerine odaklanmıştır. "Kesir" kelimesi ile birden küçük kesirler kastedilmiştir, $p \neq 0$ durumu hiç irdelenmemiştir. İkincisinde de her ne kadar pozitif ve negatif sayılar arasında bir karşılaştırma olsa da tek bir durum üzerine odaklanılmıştır. Öğrenciler sık sık cevapları açıklamak için sayısal örneklerden yardım alma ihtiyacı hissetmişlerdir.

Aşağıda ÇYY seviyesinde olan birkaç cevap gösterilmiştir.

″ $p \neq 0$, p birden küçük ve sıfırdan büyük olmalı. Örneğin; 1/2 için ifade doğru olacaktır″

″ p sıfıra eşit olmamalıdır. $p > 0$, $p \neq -1$ olduğunda yanlıştır. $p < 0$ olduğunda doğrudur. Ayrıca $p < -1$ sağlayan tüm değerler için de doğrudur. ”

″p uygun bir kesirli sayı olmalıdır. Bu durumda denklem doğru olacaktır. p negatif bir sayı olduğu zaman doğru olacaktır. p sıfır hariç $p < 1$ olan tüm değerler için doğru olacaktır. ″

Üstteki cevapların her birinde problemle ilişkili iki veya daha fazla durum düşünülmüştür. Ancak açık bir tutarlılık söz konusu değildir. Bu yüzden üstteki her üç cevapta ÇYY seviyesi olarak sınıflandırılmıştır. Birinci cevapta, pozitif reel sayılar düşünülmüş, ancak *p'* nin alabileceği değerlerle ilgili alan sınırlandırılmıştır. Benzer şekilde, ikinci cevapta negatif reel sayılar düşünülerek verilmiştir. Üçüncüsü, tam olarak doğru cevabı yansıtmamakla beraber negatif ve pozitif reel sayıları da içermektedir. Bu seviyedeki cevaplarda da öğrencilerin zaman zaman somut örneklerden yararlanma ihtiyacı hissettiği görülmüştür. Öğrenciler daha uzun cevap verme eğilimindedirler ve sık sık fikirlerini tekrar ederler.

Aşağıda problemin tam cevabını içeren İY seviyesinde örnekler verilmiştir.

$$" \; 0 < p < 1 \;\; ve \; p < -1"$$

$$" \; p \neq 0, \{ p : \; p < -1 \} \cup \{ p : \; 0 < p < 1 \}"$$

İlişkilendirilmiş yapı seviyesinde öğrenci problemde ne istendiği hakkında açık bir fikre sahiptir. Sayısal hesaplamalar en son başvuru kaynağıdır. Amacına uygun bir şekilde sembolleri düzenleme ve kullanma becerisine sahiptir.

1.3 Araştırmanın önemi

Cebirsel düşünme özellikle son dönemlerde araştırmacıların ilgisini çeken bir konu olmaya başlamıştır. Bunun nedenleri hiç kuşkusuz cebirsel düşünme kavramının içini dolduran problem çözme, akıl yürütme, gösterim kullanma, değişkenleri anlama, sembolik gösterimlerin anlamını açıklama, matematiksel fikirlerin gelişimi için modellerle çalışma, gösterimler arasında dönüşüm yapma gibi matematiksel becerilerin önemi, bu becerilerin öğrencilere kazandırılmasındaki gereklilik ve bu konuda yaşanan sıkıntılardır (Kaf, 2007). Literatürde bu becerilerin her birini ya da birkaçını farklı yaş gruplarıyla ele alan çalışmalar mevcuttur. Ancak ilköğretim öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerini birden çok yönüyle kapsamlı bir şekilde ele alan bir çalışmaya rastlanılmamaktadır. Bu çalışmanın ilköğretim 8. Sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerini SOLO Taksonomisi ile betimleyerek literatüre önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir. Öte yandan bu çalışmanın SOLO Taksonomisinin potansiyeline dikkat çekeceği düşünülmektedir.

8. Sınıf öğrencileri daha önce yapılan çalışmalarda olduğu gibi SOLO Taksonomisine göre somut sembolik evrede varsayılmıştır (Wongyai ve Kamol, 2004; Jones ve diğerleri, 2000; Langrall C. W ve Mooney E. S. 2002). Bu çalışmada 8. Sınıf öğrencilerinin, somut sembolik evrenin hangi düşünme seviyesinde oldukları belirlenmeye çalışılacaktır.

1.4 Problem cümlesi

İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerileri SOLO Taksonomisine göre hangi düşünme seviyesindedir?

1.5 Alt Problemler

1. İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin semboller ve cebirsel ilişkileri kullanma becerileri SOLO Taksonomisine hangi düşünme seviyesindedir?

2. İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin çoklu gösterimlerden yararlanma becerileri SOLO Taksonomisine göre hangi düşünme seviyesindedir?

3. İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin genellemeleri formüle etme becerileri SOLO Taksonomisine göre hangi düşünme seviyesindedir?

4. İlköğretim 8.sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme seviyelerinin birbirlerine göre durumu nedir?

5. İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin akademik başarı durumlarına göre dağılımları nasıldır?

1.6 Sayıltılar

Bu araştırmada

1. Çalışmanın yürütüldüğü 8. sınıf öğrencilerinin SOLO Taksonomisine göre somut sembolik evrede olduğu varsayılmıştır.

2. Uygulanan ölçme araçlarına öğrencilerin samimi ve doğru yanıtlar verdikleri varsayılmıştır.

1.7 Sınırlılıklar

1. Araştırma Bursa ili İnegöl ilçesinde bir ilköğretim okulu ve bu okulda eğitim- öğretimlerini sürdüren 8. sınıf öğrencileri arasından seçilen 15 öğrenci ile sınırlıdır.

2. Araştırma 2011-2012 eğitim öğretim yılı ikinci dönemi ile sınırlıdır.

3. Araştırmada kullanılan klinik mülakat soruları; öğrencilerin cebirsel düşünce seviyelerini açığa çıkarmaya yönelik 8 soru ve alt maddeleri ile sınırlıdır.

II İlgili Araştırmalar

Bu bölümde ilgili araştırmalar cebirsel düşünme üzerine yapılan çalışmalar, cebirsel düşünme becerileri üzerine yapılan çalışmalar ve SOLO Taksonomisi üzerine yapılan çalışmalar olmak üzere 3 bölümde ele alınmıştır.

2.1 Cebirsel Düşünme Üzerine Yapılan Çalışmalar

Gülpek (2006) tarafından yürütülen çalışmada ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimini incelemek üzere bir uygulama yapılmıştır. Uygulama sonucunda, önce öğrencilerin soruları doğru cevaplandırma sıklıklarına göre cebirsel düşünmeleri 4 düzeye ayrılmış, sonra bu düzeylere ait soruları doğru cevaplandırmaları göz önünde tutularak bu 4 düzeyden birinde bulunan öğrencilerin yüzdelikleri belirlenmiş ve sınıf düzeyleri arasında bu düzeylerdeki gelişimleri gözlenmiştir. Elde edilen bulgular sonucunda 7. ve 8. sınıftaki öğrencilerin cebirsel düşünmelerinde sınıf düzeyleri arasında çok az bir artış olduğu ve bu gelişimin öğrencinin ders içindeki başarısını etkilediği görülmüştür.

Çalışma yaprakları kullanılarak yapılan öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin cebir problemlerini çözme ve cebirsel düşünme becerilerine etkisini araştıran Kaş (2010), çalışmasında öğrencilerin matematik problemi çözme tutumları, cinsiyetleri, matematik başarıları, problem çözme alışkanlıkları ve ebeveynlerinin öğrenim durumları üzerine odaklanmıştır. 30 kontrol ve 33 deney grubu olmak üzere toplam 63 öğrenci ile *"öntest- sontest kontrol gruplu yarı deneme modeli"* kullanarak bir öğretim çalışması yürütmüştür. Öğretim çalışmaları sonrasında, çalıma yaprakları ile yapılan öğretimin öğrencilerin cebirsel problem çözme ve cebirsel düşünme becerilerine olumlu etki yaptığı görülmüştür. Bu etki cebirsel problem çözme becerisinde geleneksel öğretim yöntemine göre daha anlamlı bulunmuştur.

Çağdaşer'in (2008) çalışmasında İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin yapılandırmacı yaklaşımla cebir öğretimi sonucunda cebirsel düşünme düzeylerindeki değişim tespit edilmeye çalışılmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda yapılandırmacı yaklaşımla cebir öğretiminin, 6.sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini anlamlı derecede arttırdığı görülmüştür. Ayrıca, yapılandırmacı yaklaşımla cebir öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin matematiğe yönelik tutumlarında yarattığı değişim de alt problemlerden biri olarak araştırılmıştır. Araştırmada kullanılan ölçek verileri değerlendirildiğinde, yapılandırmacı yaklaşımla öğretim sonucunda 6. sınıf öğrencilerinin matematiğe yönelik tutumlarının önemli derecede olumlu yönde değişim gösterdiği tespit edilmiştir.

Yenilmez ve Teke (2008) çalışmalarında yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisini araştırmışlardır. Çalışma bir ilçede bulunan 6. sınıf öğrencilerinden rastlantısal olarak seçilen 24 öğrenci ile tek gruplu öntest-sontest modeli kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre; öntest ve sontest verileri arasında düzeyler bazındaki farklılığın birinci, ikinci ve üçüncü düzeyler için anlamlı olduğu gözlenmiştir. Ayrıca öntest ve sontestte alınan toplam puanlar arasındaki gelişimin cinsiyet, başarı ve matematik dersine olan ilgi değişkenlerine göre incelenmesi sonucu farklılığın başarı değişkeni için anlamlı olduğu gözlenmiştir.

Öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini problem çözmede nasıl kullandıkları ve karşılaştıkları kavramsal zorlukların neler olduğunu görmeye yönelik çalışmasında Dindyal (2003), iki ayrı liseden birer geometri sınıfı üzerinde bir dönem boyunca çalışmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin problemleri çözerken değişken kavramının doğasını anlama, cebirsel ifade/ilişkileri oluşturma, formülleri kullanma, çoklu gösterimlerden yararlanma, ilişkileri genellemeyi gerektiren durumlarda çeşitli kavramsal zorluklara sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Bununla birlikte bu araştırmanın en dikkat çekici sonucu, öğrencilerin karşılaştıkları problem durumlarında cebirsel düşünmeyi kullanmasının, öğretmenin kullanımı ile ilişkili olmasıdır.

2.2 Cebirsel Düşünme Becerileri Üzerine Yapılan Çalışmalar

Bu bölümde yapılan çalışmalar genellemeleri formüle etme becerisine yönelik çalışmalar, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisine yönelik çalışmalar ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerisine yönelik çalışmalar olmak üzere üç alt başlıkta incelenecektir.

2.2.1 Genellemeleri Formüle Etme Becerisine Yönelik Çalışmalar

Tanışlı (2008) tarafından yürütülen doktora çalışmasında ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimleri nitel bir çalışma ile belirlenmeye çalışılmıştır. Araştırma sonucunda tekrarlanan örüntülerde tekrar biriminin belirlenmesinin, örüntünün sonlu bir adıma devam ettirilebilmesinde, tekrar biriminde yer alan şekiller arası sayısal ilişkinin bulunmasında ve tekrarlanan bir örüntü oluşturulmasında etkili olduğu saptanmıştır. Sayı örüntülerinde tüm etkinliklerde, genel olarak örüntüye ilişkin bir terimin bir önceki terimle ilişkilendirildiği ya da örüntüdeki terimlerin doğasına odaklanıldığı, ancak sayı örüntüsü fonksiyon tablosu biçiminde verilmişse, bunlara ilaveten terim ve terim sırası ilişkisinin kurulabildiği şekil örüntülerinde ise, görsel ve cebirsel yaklaşımın benimsendiği belirlenmiştir. İstenilen örüntünün oluşturulması ya da oluşturulamamasının, sırasıyla örüntünün özelliklerinin dikkate alınmasına bağlı olduğu saptanmıştır. Kullanılan örüntü çeşitlerinde tüm etkinliklerde, en çok *"sözlü", "sembol"* ve *"matematiksel cümle"* ifade biçimlerinin kullanıldığı görülmüştür.

Örüntü temelli olan ve örüntü temelli olmayan cebir öğretiminin yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine ve matematiğe karşı tutumlarına olan etkilerini inceleyen Palabıyık (2010), çalışmasında 40 öğrenci ile ön-test son-test kontrol gruplu yarı deneysel bir model kullanmıştır. Çalışma sonucunda grupların kavramsal cebir erişileri arasında, anlamlı bir fark bulunmuştur, ancak işlemsel cebir ve matematiğe karşı tutum açısından anlamlı bir fark bulunamamıştır. Deney grubundan öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda, öğrencilerin öğretim sürecini verimli buldukları ve örüntü temelli etkinliklerin başka sınıflarda da uygulanmasını tavsiye ettikleri gibi sonuçlara ulaşılmıştır.

Tanışlı ve Köse (2011) tarafından yürütülen çalışmada sınıf öğretmeni adaylarının lineer şekil örüntülerini genelleme stratejileri araştırılmıştır. Araştırma sonucunda, kimi öğretmen adayları lineer şekil örüntüsünü yakın/uzak bir adıma devam ettirmede ve örüntünün kuralını belirlemede sadece şeklin yapısına odaklanılan görsel ve şekil örüntüsünün sayı örüntüsüne dönüştürüldüğü sayısal yaklaşımı benimsemişler, bu yaklaşımlar altında da toplam 26 strateji kullanmışlardır. Örüntüleri genellerken adaylar sayısal yaklaşım altında sadece terimler arası ilişkinin araştırıldığı yinelemeli, görsel yaklaşım altında ise hem yinelemeli hem de değişkenler arası ilişkinin araştırıldığı fonksiyonel stratejileri kullanmışlardır.

Matematik öğretmen adaylarının örüntüleri genelleme süreçlerini inceleyen Yeşildere ve Akkoç (2011), bu süreçte 145 ilköğretim matematik öğretmen adayına lineer olan ve lineer olmayan şekil örüntülerini genellemeye yönelik dört tane açık uçlu problem yöneltmişlerdir. Öğretmen adaylarının problemlere verdikleri yanıtlar, örüntüyü genelleme süreçleri ve şekil örüntülerini bu süreçte nasıl kullandıkları analiz edilmiştir. Veriler analiz edildiğinde öğretmen adaylarının genelleme sürecinde lineer şekil örüntülerinden lineer olmayanlara göre daha çok yararlandıkları belirlenmiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının şekil örüntüsünü nümerik olarak belirterek genelleme yapmaya yatkın oldukları görülmüştür. Bunun yanı sıra verilen örüntüdeki ortak özelliği belirleme bağlamında genelleme yapmaya yardımcı olacak seçimlerde bulunmadıkları, sadece bir sonraki terimi bulmayı sağlayacak şekilde ortak bir özellik araştırdıkları gözlemlenmiştir.

Zazkis ve Liljedahl (2002) çalışmalarında bir grup sınıf öğretmenliği lisans öğrencisinin görsel sayı örüntülerini genellemelerini izlemiş ve cebirsel düşünme ve cebirsel dil arasındaki ilişkiyi kavramaya yönelik bir inceleme yapmışlardır. Çalışma sonucunda katılımcıların hem cebirsel düşünme hem de cebirsel dili kullanma becerisi gösterdikleri zamanlarda ikisi arasındaki bağlantıyı kurmakta zorlandıklarını belirtmişlerdir. Buradan yola çıkarak, cebirsel dili kullanma becerisinin cebirsel düşünmeyi gösteren bir belirteç olarak ele alınmaması gerektiği vurgulanmış, buna ek olarak cebirsel dili kullanamamanın ise, cebirsel düşünememek anlamına gelmediğini ifade etmişlerdir.

Steele'in (2008) çalışmasında sekiz tane yedinci sınıf öğrencisinin cebirsel düşünmelerinin gelişimi, artış ve değişim tarzındaki örüntüler içeren problemlerle incelenmiştir. Araştırma bulgularına göre, öğrencilerin hepsi örüntü bulma ve genellemede uygulanan öğretim esnasında gözle görülür derecede ilerleme kaydetmişlerdir. Bütün öğrenciler örüntü ve ilişkileri ifade etmek için birden fazla dışsal gösterim kullanmışlardır. Genelde diyagram çizerek başlamışlar, gözlemledikleri örüntüleri sayılara ve sayısal süreçlere çevirmişler, gözlemledikleri örüntüler için sözlü tanımlamalar yapmışlar ve son olarak da sembolik gösterim kullanmışlardır. Bir öğrenci ise bütün problemlerde tablo gösterimini kullanmıştır.

2.2.2 Sembolleri ve Cebirsel İlişkileri Kullanma Becerisine Yönelik Çalışmalar

Dede ve diğerleri (2002) tarafından yürütülen çalışmada İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğreniminde yaptıkları hata ve yanlış anlamaları 15 öğrenci ile yürütülen klinik mülakatlarla ortaya konulmaya çalışılmıştır. Elde edilen verilerin analizi sonucunda, öğrencilerin değişken kavramının öğreniminde yaptıkları hata ve yanlış anlamaları aşağıdaki şekilde sınıflandırılmıştır:

1) Değişkenin farklı kullanımlarını bilememe,

2) Değişkenin genelleme yapmadaki rolünün ve öneminin farkında olamama,

3) Değişkenin matematiğin alt bilim dallarındaki temsil yeteneğini bilememe ve yorumlayamama,

4) Matematikte daha önceden öğrenilen bilgilerin yanlış transferi,

5) Değişken kavramıyla ilgili işlem yapabilme yetersizliği.

Dede ve Argün'ün (2003b) harf sembollerin farklı kullanımlarının belirlenmesi ve bu farklı kullanımlarından kaynaklanan karışıklıkların giderilmesine yönelik yürütmüş olduğu çalışmada ise ortaöğretim matematik öğretimi son sınıfında okuyan 35 öğrenciye bir etkinlik uygulanmıştır. Çalışma sonucunda matematik öğretmeni adayı olan bu öğrencilerin harf sembollerin farklı kullanımları hakkında yetersiz ve eksik bilgiye sahip oldukları görülmüştür.

Öğrencilerin değişken kavramıyla ilgili yorumlarına yönelik olan Akgün'ün (2007) çalışmasında öğrencilerin değişken kavramına yükledikleri anlam, değişken kavramının farklı kullanımları (bilinmeyen, genel sayı vb.) ve değişken kavramının öğreniminde öğrencilerde oluşan kavram yanılgıları ve zorluklar araştırılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin değişken kavramını anlamada ve bu kavramın farklı kullanımlarını ayırt etmede bir takım zorluklara ve kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin değişken kavramı veya harfli ifadelerle işlem yapmada ve değişkenle kelime problemleri arasında ilişki kurmada zorlandıkları tespit edilmiştir.

Yılmaz (2011) tarafından yürütülen çalışmada ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin okuduğunu anlama ve yazılı anlatım becerileri ile cebirde sembolik ve sözel gösterimleri dönüştürme becerileri arasındaki ilişkiyi incelemek ve bu ilişkinin sınıf düzeyine göre değişimini belirlemek amaçlanmıştır. Araştırmanın bulgularına göre, öğrencilerin okuduğunu anlama ve yazılı anlatım becerileri ile cebirde sembolik ve sözel gösterimleri dönüştürme becerileri ve cebirsel işlem becerileri, cebirsel işlem becerileri ile cebirde sözel gösterim kullanma becerileri arasında pozitif ve anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Bunun yanı sıra, öğrencilerin cebirsel işlem becerileri Türkçe dersi başarılarına göre; okuduğunu anlama ve yazılı anlatım becerileri Matematik dersi başarılarına göre; cebirde sembolik ve sözel gösterimleri dönüştürme becerileri sınıf düzeyine göre anlamlı bir farklılık oluşturmuştur. Ancak cebirde sembolik ve sözel gösterimleri dönüştürme becerileri sınıf düzeyine göre incelendiğinde, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin bu becerileri arasında anlamlı bir fark bulunmadığı belirlenmiştir.

Kolej öğrencilerinin cebirsel ifade ve ilişkileri kullanma ve yorumlama becerilerini araştırdığı çalışmasında Kinzel (2000), 13 tane kolej öğrencisi rutin olmayan problemler kullanarak klinik mülakatlar gerçekleştirmiştir. Yapılan bu mülakatlarda öğrencilerin problem durumu içindeki cebirsel notasyonları nasıl kullandığı ve yorumladığına odaklanılmıştır. Ayrıca katılımcıların çalışmalarındaki genel eğilimleri kadar bireysel eğilimleri de tanımlanmıştır. Problemler kullanılacak sembollerin seçimi, problem durumunun temsil edilmesi, sembolik işlemler ve sembolik ifadelerin yorumlanması şeklinde dört kategoride incelenmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlar üç ana başlıkta toplanabilir;

1) Sembolleri tanımlamada yeterince dikkatli değildirler,

2) Cebirsel ifade ve ilişkiler ile ilgili yorumlamaları sınırlıdır,

3) Cebirsel işlemler üzerine gereğinden fazla odaklanmaktadırlar, bu açıdan yapılan eylemler ve anlama arasında bir denge yoktur.

Katılımcıların daha aşina oldukları ve rutin durumlarda notasyonları yorumlayabildikleri, ancak daha az aşina oldukları durumlarda ilişkili notasyonları yorumlama becerilerinin zayıf ve eğilimleri az olduğu görülmüştür. Kinzel (2001), 10 kolej öğrencisi üzerinde yürüttüğü çalışmada benzer sonuçları ifade etmiştir.

Dindyal (2003) tarafından yürütülen çalışmada öğrencilerin geometri problemlerini çözmede cebirsel düşünme becerilerini kullanıp kullanmamaları ve karşılaştıkları kavramsal yanılgılar araştırılmıştır. Araştırmada elde edilen bulgular öğrencilerin problemleri çözerken değişken kavramının doğasını anlama, cebirsel ifade/ilişkileri oluşturma, formülleri kullanma, çoklu gösterimlerden yararlanma, ilişkileri genellemeyi gerektiren durumlarda çeşitli kavramsal zorluklara sahip olduğunu ortaya koymuştur. Ve öğrencilerin karşılaştıkları problem durumlarında cebirsel düşünmeyi kullanmasının, öğretmenin kullanımı ile ilişkili olduğu sonucuna varılmıştır.

2.2.3 Çoklu Gösterimlerden Yararlanma Becerisine Yönelik Çalışmalar

Karataş ve Güven'in (2004) yürütmüş olduğu çalışmada fonksiyon kavramının sözel, cebirsel ve grafik gösteriminin lise öğrencileri ve öğretmen adayları tarafından nasıl algılandığı araştırılmıştır. 82 lise öğrencisi ve 65 ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde okuyan öğrenci ile yürütülen çalışmada lise öğrencileri ve öğretmen adaylarının fonksiyonların farklı gösterimleri arasında bağlantı kuramadıkları ortaya çıkmıştır. Lise-3 öğrencilerinin fonksiyon kavramının cebirsel ve grafiksel gösterimini tanımlamada yetersiz olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca öğrenciler kendilerine özel şekilde verilen ifadelerin fonksiyon olup-olmadığını belirlemede başarısız olmuşlardır.

Erbaş (2005) tarafından yürütülen çalışmada çoklu gösterimlerin önemi ve çoklu gösterimlerde teknoloji kullanımına değinilmiştir. Çalışma sonucunda teknolojik araçların öğrencilere gözlem ve deneme yaparak, var olan örüntüleri, ilişkileri, eğilimleri kullanarak varsayımlarda ve genellemelerde bulunmaları için matematiksel ortamları araştırma ve işlemelerine imkân tanıdığından bahsedilmiştir. Öneri kısmında ise "*öğretmenler matematiğin tüm alanlarında öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin, kavramların ve problem çözme durumlarının anlaşılmasının desteklenmesi için çoklu gösterimlerin kullanımını vurgulamaları ve teşvik etmelidirler*" denilmiştir.

Modellerle desteklenen cebir öğretimi ile modellerin kullanılmadığı cebir öğretiminin altıncı sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisini araştıran Kaf (2007), araştırmada yarı deneysel bir yöntem kullanmıştır. Araştırma sonuçlara göre, matematikte model kullanımının cebir erişisini arttırdığı yönünde istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuş olmasına karşın cinsiyetler ve matematik programı açısından incelendiğinde farkın istatistiksel olarak anlamlı olmadığı sonucuna varılmıştır.

Çelik ve Arslan (2012) tarafından yürütülen çalışmada sınıf öğretmen adaylarının sözel, tablo, şekilsel gösterimler ve grafikler arasında geçiş yapabilme becerileri tespit edilmeye çalışılmıştır. Çalışma sonucunda, sözel ifadeden grafiğe geçiş, adayların en başarılı oldukları alan şekilsel gösterimden grafiği geçiş ise en az başarılı oldukları alan olarak ortaya çıkmıştır. Ayrıca adayların verilen grafikler arasından uygun grafiği belirleme konusunda, grafik oluşturmaya göre çok daha başarılı oldukları bununla birlikte verdikleri cevapları bilimsel nitelikte açıklayamadıkları belirlenmiştir.

Koğ ve Başer (2012) tarafından yürütülen çalışmada görselleştirme yaklaşımının öğrencilerin matematiğe yönelik tutum ve matematik başarısına etkisi incelenmiştir. Sonuçlar görselleştirme yaklaşımının öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını ve başarılarını olumlu yönde etkilediğini göstermiştir.

7. sınıf öğrencileriyle temel cebir kavramlarının öğretiminde çoklu gösterimlerin rolünü incelemek amacıyla Hail (2000) tarafından yürütülen çalışmada öğrencilere, değişken-denklem kavramlarını ve denklem çözme süreçlerini öğretmede çoklu gösterimler yardımıyla bir eğitim verilerek sonuçlar incelenmiştir. Araştırma sonucunda gösterimler arasındaki bağlantıyı anlamayan ve gösterimler arasındaki dönüşümlerde esnek olmayan öğrencilerin denklemleri çözmede başarısız oldukları belirlenmiştir. Toplanan verilerin incelenmesi sonucunda çoklu gösterimlerin, öğrencilerin değişken kavramını anlamalarında ve denklemleri çözmelerinde öğrencilere yardımcı olduğu görülmüştür.

Friedlander ve Tabach (2001) yürütmüş oldukları çalışmada öğrencilerin çoklu gösterimleri kullanmalarının avantajlarını görebilecekleri somut yolları ve rutin işlemlerde çoklu gösterimleri kullanabilme yeteneklerini belirlemek amacıyla bir araştırma yapmışlardır. Bu amaçla, öğrencilerin birkaç gösterimi eşzamanlı olarak kullanmaları gereken bir içerik hazırlamışlardır. Araştırmacıların çoklu gösterimleri kullanmayı gerektirecek şekilde hazırladıkları içeriğin, öğrencilerin gösterimlerin farklı şekillerini kullanma becerilerinde ve çoklu gösterimlerle ilgili farkındalıklarında bir artış sağladığı görülmüştür. Bu araştırma çoklu gösterimlerin öğrencilerin cebir öğrenmelerine yardımcı olan önemli bir role sahip olduğunu belirlemiştir.

Mourad (2005) tarafından yürütülen araştırmada ise cebir öğretiminde iki farklı öğretim yöntemini kıyaslamak için 8. sınıf öğrencileriyle çalışılmıştır. Çalışmada 29 kişilik bir sınıf kontrol ve deney grubu olarak ayrılmış; deney grubundaki öğrencilere çoklu gösterimler yöntemiyle, kontrol grubuna ise geleneksel yöntemle cebir öğretildiğinde ortaya çıkan sonuçlar incelenmiştir. Çalışmadan elde edilen veriler, iki farklı öğretim yöntemi sonucunda deney grubundaki öğrencilerin, kontrol grubundaki öğrencilere göre grafiksel dönüşüm yapmakta daha başarılı olduklarını göstermiştir.

2.3 SOLO Taksonomisi Üzerine Yapılan Çalışmalar

SOLO Taksonomisi kullanılarak matematik öğretmeni adaylarının cebirsel düşünme becerilerini SOLO Taksonomisi ile karakterize etmeye yönelik çalışmasında Çelik (2007) , 8 matematik öğretmen adayı ile nitel bir çalışma yürütmüştür. SOLO Taksonomisine göre yapılan analiz sonucunda, çoğu öğretmen adayı sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu gösterimlerden yararlanma ve genellemeleri formül etmede İY düşünme seviyesinin altında yer almıştır. Bu durumla ilgili araştırmacı, öğretmen adaylarının sahip oldukları bilgi ve becerileri tutarlı bir yapı içerisinde bütünleştiremedikleri tespitini yapmıştır. Çalışma sonuçlarına bağlı olarak hizmet öncesi öğretmen eğitimi programları ve araştırmacılara çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

Akkaş (2009) tarafından yürütülen çalışmada 6.- 8. sınıf öğrencilerinin veriyi betimleme, veriyi düzenleme, veriyi temsil etme, veriyi analiz etme ve yorumlama süreçlerindeki istatistiksel düşünceleri SOLO Taksonomisine göre incelenmiştir. Araştırmanın sonuçları öğrencinin her bir istatistiksel süreçte 4 düşünce seviyesinde ilerlediğini göstermiştir. Bu düşünce seviyelerinin SOLO Taksonomisindeki bilişsel seviyelerle örtüştüğü belirlenmiştir. Araştırma bulgularına göre veriyi betimleme sürecinde öğrenciler SOLO Taksonomisine göre üst seviyelerde yer alırken, diğer süreçlerde öğrenciler seviyelere, çoğunlukla 2. ve 3. seviyeler olmak üzere, dağılmışlardır. Sınıf seviyesi yükseldikçe, öğrencilerin istatistiksel düşünce seviyelerinin yükselmediği ortaya çıkmıştır. Ayrıca, öğrencilerin istatistiksel düşünce seviyeleri cinsiyetlerine göre incelendiğinde erkek öğrencilerin kız öğrencilere göre daha üst seviyelerde istatistiksel düşünceye sahip oldukları belirlenmiştir. Bu durum araştırma için seçilen erkek öğrencilerinin çoğunluğunun üst düzey matematik başarı grubundan olmasının etkili olduğu ile açıklanmıştır. Ayrıca öğrencilerin matematik başarı gruplarına göre istatistiksel düşünce seviyeleri incelendiğinde üst düzey matematik başarısına sahip öğrencilerin istatistiksel düşüncelerinin de üst seviyelerde yer aldığı tespit edilmiştir.

Tuna’nın (2011) yürütmüş çalışmada ise yapılandırmacı yaklaşıma dayalı 5E öğrenme döngüsü modelinin, ortaöğretim 10. sınıf matematik dersi trigonometri öğretiminde öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişimine, akademik başarılarına ve trigonometri bilgilerinin kalıcılığına olan etkisi araştırılmıştır.

Çalışma bir Anadolu lisesinde 10. sınıflardan seçilen birbirine denk deney ve kontrol grubu üzerinde gerçekleştirilmiştir. Matematiksel düşünme sorularının analizinde SOLO (Structure of the Observed Learning Outcomes) Taksonomisi kullanılmıştır. Yapılan istatistikî çalışmalar sonucunda, yapılandırmacı yaklaşıma dayalı 5E öğrenme döngüsü modelinin kullanıldığı deney grubundaki öğrencilerin matematiksel düşünme becerileri, akademik başarıları ve trigonometri bilgilerinin kalıcılığı kontrol grubundaki öğrencilerinkine göre anlamlı düzeyde farklılık göstermiştir. Bu sonuçlara dayalı olarak, trigonometri öğretiminde 5E öğrenme döngüsü modelinin kullanılması öğrencilerin hem matematiksel düşünme gelişimlerini hem akademik başarılarını ve hem de trigonometri bilgilerinin kalıcılığını olumlu yönde etkileyeceği sonucuna varılmıştır.

Koç ve diğerleri (2011) 10. matematik sempozyumunda yayımlamış oldukları bildiride SOLO modelini kullanarak ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin uzamsal yeteneğin bir boyutu olan görselleştirme becerilerini belirleyen bir ölçme aracı tanıtarak ve bu aracın geliştirilme süreçlerini açıklamaya çalışmışlardır. Çalışma kapsamında öğrencilerin görselleştirme becerilerini SOLO modeline göre belirlemeyi sağlayan ve 15 açık uçlu sorudan oluşan Uzamsal Görselleştirme Testi geliştirdiklerini belirtmişlerdir.

Jones ve diğerleri (1997) yürütmüş oldukları çalışmada alt sınıf seviyesindeki öğrencilerin olasılık konusundaki düşünmelerini sistematik bir biçimde tanımlayan bir model geliştirmiştir. Bu model örnek uzay, bir olayın olma olasılığı, olasılık karşılaştırmaları ve koşullu olasılık ile ilgili olarak öğrencilerin kavramlarına odaklanmıştır. Her bir boyut ile ilgili olarak öznellikten sayısal akıl yürütmeye doğru gelişen dört düşünme seviyesi ortaya konmuştur. Modeli geçerli kılmak için üçüncü sınıf seviyesinde sekiz öğrenci ile problem durumları üzerine mülakatlar yapılmıştır. Bu model ile ortaya atılan düşünme seviyeleri SOLO modelde yer alan alt evreler ile tutarlılık göstermektedir.

Tablo 2.1

Jones ve Diğerlerinin (1997) Olasılıklı Düşünmeyi Değerlendirmek İçin Geliştirdiği Model

	1. Seviye	**2. Seviye**	**3. Seviye**	**4. Seviye**
Örnek Uzay	Tek boyutlu bir deneyin(tek bir zarın atılması gibi) sonuçlarını tam olmayan bir şekilde listeler	Tek boyutlu bir deneyin(tek bir zarın atılması) ürünlerini tam olarak listeler. Bazen iki boyutlu bir deneyin sonuçlarını sınırlı ve sistematik olmayan stratejiler kullanarak listeleyebilir.	İki boyutlu deneyin sonuçlarını tutarlı bir şekilde listeleyebilir.	İki veya üç boyutlu bir deneyin sonuçlarını tam bir şekilde listelemek için bir stratejiye sahiptir.
Bir Olayın Olma Olasılığı	Öznel değerlendirmelerine bağlı olarak en çok /en az olası olayı tahmin eder Kesin ve imkansız olayı tanıyabilir.	Sayısal verilere dayalı olarak en çok /en az olası olayı tahmin eder. Fakat öznel değerlendirmesine dönüş mümkündür.	Sayısal verilere dayalı olarak en çok /en az olası olayı tahmin eder. Olasılıkları karşılaştırmak için formal olmayan bir şekilde sayıları kullanır Kesin, imkansız ve mümkün olayları ayırt edebilir ve seçimlerini sayısal olarak destekleyebilir.	Tek boyutlu deney için en çok/en az olasılı olayı tahmin eder. Bir olayın sayısal olarak olasılığını belirleyebilir.
Olasılık Karşılaştırması	İki farklı örneklem uzayında bir olayın olma olasılığını, genel olarak sayısal veya öznel yargılara dayalı olarak, karşılaştırır.	Sayısal değerlere bağlı olarak olasılık karşılaştırması yapar (doğru olarak nitelendirilmeyebilir yada sınırlamalara sahip olabilir).	Sayısal değerlere bağlı olarak tutarlı bir şekilde olasılık karşılaştırması yapar.	Olasılığı sayısal bir şekilde belirler ve karşılaştırır. Eşit olasılıklı olayları eşit sayısal olasılık ile belirler.

Koşullu Olasılık	Tek boyutlu deneyde ilk denemeden önce sonuçların tam listesi verilmiş olmasına rağmen, bu denemeyi takiben, sonuçların tam listesini veremez. Yerine koyulmayan durumlarda ortaya çıkan kesin ve imkansız olayları tanıyabilir.	Yerine koyulmayan durumlarda bazı olayların olasılıklarının değiştiğini fark eder. Ancak bu anlama genellikle daha önceden meydana gelmiş olaylar ile sınırlıdır.	Yerine koyulamayan durumlarda değişen olasılıkları tanımlayabilir.	Yerine koyulan ve koyulmayan durumlarda sayısal olasılıkları belirler. Bağımlı ve bağımsız olayları ayırır.

Mooney (2002) 6. 7. ve 8. sınıflardan toplam 12 öğrencinin istatistiksel düşüncelerini tanımlamak amacıyla yaptığı çalışmada, dört istatistiksel süreci incelemiştir. Süreçler ve bu süreçlerin alt süreçlerini ölçmeye yönelik öğrencilere 7 problem ve alt problemler sormuştur. Öğrenci cevaplarını SOLO Taksonomisi ve literatür taramasına göre geliştirdiği İstatistiksel Düşünce Çerçevesiyle incelemiştir. Böylece bu çerçeveden yararlanarak öğrencilerin süreçlere göre istatistiksel düşüncelerini seviyelendirmiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğrenci cevaplarından 4 seviye ortaya çıkmıştır. Bu seviyeler 1. seviye (kişiye özgü), 2. seviye (geçişsel), 3. seviye (sayısal) ve 4. seviye (analitik) olarak belirlenmiştir. Araştırma sonuçlarına göre 4 istatistiksel süreç için her seviyede öğrenci bulunmuştur. Ancak 4 sürecin tamamında 4. seviye de (analitik) yer alan öğrenci tespit edilmemiştir. Son olarak belirlenen seviyeler, Biggs ve Collis'in (1991) SOLO Taksonomisine geliştirmiş oldukları genel düşünce modeline göre incelenmiştir. Böylece bu çalışmayla istatistiksel düşünce kavramını incelemek için SOLO Taksonomisinin uygun olacağı belirtilmiştir.

7-9. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerini SOLO Taksonomisi ile karakterize etmek amacıyla yürütmüş oldukları çalışmada Wogyai ve Kamol (2004), SOLO Taksonomisinin düşünme seviyelerine ilişkin bir çerçeve geliştirmişler ve bu çerçeve ile cebirsel düşünme becerilerini karakterize etmeye çalışmışlardır. Çalışmada cebirsel düşünmenin çekirdek becerilerini model (örüntü), gösterim ve değişken olarak ifade etmişlerdir. Yapılan bu çalışma iki aşamada yürütülmüş; birinci aşamada öğrencilerden gelecek olası cevapları elde edebilmek için informal sorular yöneltilmiş ve bir çerçeve oluşturulmuştur. İkinci aşamada ise öğrencilerin cevap kâğıtları ve röportajlar incelenmiş ve öğrencilerin cevapları seviyelendirilmiştir.

Aşağıda Wongyai ve Kamol tarafından geliştirilen çerçeveyi inceleyelim:

Tablo 2.2

Wogyai ve Kamol'ün (2004 Geliştirmiş Olduğu Cebirsel Düşünme Çerçevesi

	Yapı Öncesi (1. Seviye)	**Tek Yönlü Yapı (2. Seviye)**	**Çok Yönlü Yapı (3. Seviye)**	**İlişkilendirilmiş Yapı (4. Seviye)**
Genel Özellikler	- Soruyu çözmeye yönelik hiçbir girişimde bulunulmaz. - Verilen görevi anlamakta zorlanır veya anlayamaz. - Sorunun çözümü esnasında, soruyu aklında tutmakta zorlanır veya aklında tutamaz. - Mantıksal ilişki kuramaz. - Soruyu cevaplamaz veya tahminde bulunur veya alakasız cevaplar verir veya soruyu kendince kurgular.	- Cevabı bulmak için verinin sadece bir alakalı yönünü veya kavramını kullanır. - Sorunun çözümü esnasında, soruyu aklında tutar ve sonra soruyu ve cevabı en az bir mantıksal süreçle ilişkilendirmeyi dener. - Doğru cevabı verir ama tutarlılık görülmez.	- Cevabı bulmak için verinin iki veya daha fazla yönünü ya da kavramını kullanır. - Birçok yönünü birbiriyle ilişkilendirmede başarılı değildir.	- Verinin çoğu ya da bütün yönleri uygulanır. - Verinin birçok yönü arasındaki bağlantıları anladığını gösterir.
Model (Örüntü)	- Örüntü sorularını anlamaz veya karıştırır. - Verilen verinin örüntü olduğunu bilir fakat bu bilgiyi kompleks örüntülerin karakteristiğini tespit etmede nasıl kullanılacağını bilmez.	- Verilen örüntünün bir sonraki terimini bulabilir. - Somut nesneleri, verilen örüntünün genel ifadesini bulmak yerine özel terimleri (sadece o değer için) bulmak için kullanır. - Sadece verilen bir terimden ya da verilen örüntünün bir yönünden genelleme yapmaya çalışır o da doğru olmaz. - Kompleks örüntülerin karakteristiklerini sadece tek yönüyle tespit eder.	- Verilen örüntüyü ardıl işlemler olarak görür ve bir terimden bir sonraki terime nasıl geçeceğini bilir. - Verilen örüntüde terimler ve durumları arasında ilişki kurmaz. - Kompleks örüntülerin karakteristiklerini iki yönüyle tespit eder.	- Verilen örüntüde terimler ve durumları arasındaki ilişkileri anlar. - Verilen örüntüdeki ilişkiyi düzgün bir cümleyle sözel olarak açıklar. - Örüntüdeki ilişkiyi sembolik olarak ya da verilen örüntüdeki tüm verileri formülleştirerek genelleştirir. - Kompleks örüntülerin karakteristiklerinin bütün yönlerini tespit eder ve aralarındaki ilişkiyi açıklar.
Gösterim	- Soruyu anlamaz ya da sorudan kaçan öğrenciler veya alakasız verilere dayanarak cevaplayan öğrenciler gibi kafası karışır. - Soruyu anlar ama nasıl cevaplayacağını bilmez. - Verilen gösterimi açıklayamaz. - Verilen gösterimi bir diğerine dönüştüremez.	- Somut bilgiler üzerine dayandırılmış verileri açıklar. - Grafiği yalnızca bir ekseninden okuyarak yorumlar.	- Kısmen doğru verileri, bazı verileri ya da durumları atlanmış verileri açıklar. - Grafiği sadece bir eksenini okuyarak açıklar ve verileri bir tek yönüyle karşılaştırır.	- Verilerin bütün durumlarını tanımlayan doğru verileri açıklar. - Grafiği her iki ekseniyle açıklar.
Değişken	- Soruyu çözmek için girişimde bulunulmaz. - Verilen görevi anlamakta zorlanır ya da anlayamaz.	- Değişkenin bütün sayılar için genellendiğini anlamaz sadece özel bir sayı (değer) kullanarak genel sonuca varır.	- Değişkenin bütün sayılar için genellendiğini anlamaz, özel birkaç sayı (değer) kullanarak sonuca ulaşır.	- Değişkenin bütün sayılar için genellendiğini anlar ve komple bir cevap verir.

Rider (2004) tarafından yürütülen çalışmada çoklu gösterimlere dayalı programın cebir kavramlarının sembolik, tablo ve grafik gösterimler ve bunlar arasındaki ilişkileri anlamaya etkisi araştırılmıştır. Toplam 313 öğrenci ile yürütülen çalışmada yarı-deneysel bir yöntem uygulanmıştır. Deney ve kontrol gruplarına çoklu gösterimleri içeren 5 problem ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Sonuçta her iki grupta da belli bir miktar artış gözlenmiştir fakat deney grubunun puanları daha yüksek çıkmıştır. Daha sonra her iki gruptan sekiz öğrenci ile mülakat yapılmış, mülakatlardan elde edilen nitel veriler SOLO Taksonomisine göre analiz edilmiştir. Analiz sonuçlarına göre, deney grubundaki öğrenciler etkili bir ilişkiler ağı kurmuştur. Çalışma sonunda SOLO Taksonomisinin öğrencilerin öğrenmelerini değerlendirmek için öğretmenlere etkili bir yöntem sunduğu ifade edilmiştir.

Lian ve Idris (2006) tarafından yürütülen çalışmada SOLO Taksonomisi kullanılarak 10. sınıf öğrencilerinin lineer denklemlerin kullanımını içeren cebirsel çözüm becerileri değerlendirilmiştir. Çalışmada 40 öğrenciye 8 açık uçlu problem içeren bir yazılı sınav uygulanmış daha sonra her seviyeden iki öğrenci ile klinik mülakatlar yapılmıştır. Çalışma sonucunda öğrencilerin büyük bir kısmı TYY ve ÇYY düşünme seviyelerinde yer almıştır. Öğrencilerin çoğu cebirsel semboller kullanarak genellemelerini ifade etmede zorluk yaşamıştır. Üst seviyelerde yer alan öğrenciler tekrar eden lineer ilişkileri araştırma ve değişkenler arasındaki lineer ilişkileri tanımlamada başarılıdırlar. Problemde verilen tüm bilgileri koordineli bir şekilde kullanabilmektedirler. Buna karşın düşük seviyeli öğrenciler çizme ve sayma metotlarını kullanmışlar ve değişkenler arasındaki ilişkileri ifade etmek için gerekli cebirsel kavramlarla ilgili anlamaları zayıftır. Sonuçlar, üst sınıf seviyesinde öğrencilerin cebirsel çözüm becerilerini değerlendirmede SOLO Taksonomisinin kullanılabileceğini göstermektedir.

Cebirsel düşünme becerilerini SOLO Taksonomisi ile karakterize etmek için bir çerçeve geliştirmeye çalışan Kamol ve Yeap (2010) ise bu çalışmayı 4-6. sınıftan seçilen toplam 128 ortaokul öğrencisi ile yürütmüşlerdir. Öğrencilerin istenilen görevlere vermiş oldukları cevaplara göre dört seviye tanımlanmıştır. Birinci seviyede öğrenciler istenilen görevi anlamamışlar ya da alakasız cevaplar vermişlerdir. İkinci seviyede öğrenciler görevi anlamışlardır fakat daha ileriye götürememişlerdir. Üçüncü seviyede öğrenciler görevi tamamlayabilmişler fakat görevler arası ilişkiyi kuramamışlardır. Dördüncü seviyede ise öğrenciler verilerin birçok yönü arasındaki ilişkiyi kurabilmiş ve kullanabilmişlerdir.

Lian ve diğerleri (2010) yürütmüş oldukları çalışmada 9. sınıf öğrencilerinin cebirsel problem çözme becerilerini lineer eşitlik problemleriyle değerlendirmeye çalışmışlardır. Bu değerlendirme için öğrencilerle mülakat yoluyla bir süperitem test geliştirmeye amaçlamışlardır. (Süperitem Test SOLO ile ilgili çalışmalarda ara sıra karşılaştığımız güçlü bir alternatif değerlendirme aracıdır). Testte SOLO Taksonomisinin dört seviyesi (TYY, ÇYY, İY ve SY) ile ilgili sekiz soru yöneltilmiştir. Mülakat sonuçlarına göre seviyesi yüksek olan öğrenciler lineer eşitlikleri tanımlamada ve ilişkilendirmede daha başarılı olmuşlardır. Verilen durumları lineer eşitlik formunda ifade edebilmişlerdir. Düşük seviyeli öğrenciler ise yeteneklerini daha çok sayma ve çizme metotları ile göstermişlerdir. Cebirsel gösterimleri anlamada ifade etmede ilişkilendirmede başarılı olamamışlardır.

Araştırmanın sonucuna göre elde edilen bulgular süperitem testin cebirsel problemlerin çözümünde etkili bir araç olduğu görüşünü doğrulamıştır.

Son olarak Kiani'nin (2011) yürütmüş olduğu doktora çalışmasında Punjab (Kuzey Pakistan)'da SOLO Taksonomisi temelli bir konsept kullanılmak üzere değiştirilen İlkokul sınav sistemi üzerine bir değerlendirme çalışması yapılmıştır. Çalışmada 5. sınıfların sınav sistemi değerlendirilmeye çalışılmıştır. Çalışmanın ana sonucu araştırmaya katılan yönetici ve öğretmenlerin çoğunluğu yeni sınav sisteminden memnunluklarını ve SOLO Taksonomisinin 5. sınıf sınavlarının güvenirliğini, öğrenci öğrenmelerini artıracağını ifade etmişlerdir. Yapılan yeniliğin öğretmenlerin ders anlatırken sorumluluğunu artıracağını, öğrencilerin yaratıcı düşünmelerini artıracağını, kolaylıkla kullanılabileceğini ve öğrencilerin okuma ve yazma becerilerini geliştireceğini belirtmişlerdir. Çoğu yönetici ve öğretmenin bakışına göre SOLO' ya göre hazırlanan kâğıtlar geçerli, güvenilir, objektif ve şeffaftır, sınav sitemi alışılmış ezberleri azaltır öğrencileri boş bilgilerle doldurmayı önler.

III Yöntem

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, araştırmanın tasarımı ve yürütülmesi, verilerin toplanması ve verilerin analizi ile ilgili bilgilere yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın modeli

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın deseni olarak ise nitel araştırma desenlerinden özel durum çalışması kullanılmıştır.

Cohen ve Manion'a (1994) göre özel durum çalışması araştırılan konunun derinlemesine boylamsal olarak incelenmesine imkân sağlamaktadır. Elde edilen verilerin sistematik bir biçimde birbirleriyle olan ilişkilerini inceleyip, bu ilişkileri sebep sonuç çerçevesinde açıklayabilme fırsatı vermektedir. Çepni'ye (2009) göre özel durum çalışmaları bir veya birkaç durumu, olguyu ya da olayı sınırlı sayıda örneklem ile her yönüyle derinlemesine inceleme olanağı sunmaktadır.

Bu çalışmada öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini küçük bir örneklemle derinlemesine inceleyerek elde edilen verileri sebep sonuç çerçevesinde açıklamak amaçlandığı için desen olarak özel durum çalışması kullanılmıştır. Her biri özel durum olan 15 öğrencinin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimden yararlanma şeklinde sıralanan cebirsel düşünme becerileri irdelendiği için, çalışma iç içe geçmiş çoklu durum desenine örnek teşkil etmektedir. Yıldırım ve Şimşek'e (2005) göre iç içe geçmiş çoklu durum deseninde birden fazla durum söz konusudur ve her bir durum kendi içerisinde çeşitli alt birimlere ayrılarak çalışılabilir.

3.2 Çalışma Grubu

Araştırma bir özel durum çalışması olduğu için çalışma grubuna katılan öğrenci sayısı düşük tutulmuştur. Bunun sebebi durum çalışmalarının ayrıntılı ve derinlemesine bir araştırma yöntemi olmasından kaynaklanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2005).

Çalışma Bursa ili İnegöl ilçesi Huzur İlköğretim Okulu 8. sınıflarda bulunan toplam 90 öğrenci içerisinden seçilen 15 öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırmacı çalışmaya başlamadan önce bu çalışmayı 7 ve 8. sınıf öğrencileriyle birlikte yürütmeyi tasarlamıştır ve Milli Eğitim Bakanlığı'ndan çalışma için izni alırken de bu durumu belirtmiştir (Ek-2). Fakat uygulama sürecinde sadece 8. sınıf öğrencileriyle derinlemesine bir çalışma yapmanın ortaya daha etkili sonuçlar çıkaracağını düşünerek 8. sınıf öğrencileriyle çalışmaya karar vermiştir.

Bu araştırmada çalışma grubu için oluşturulan 15 kişinin belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örneklemesi kullanılmıştır. Maksimum çeşitlilik, göreli olarak küçük bir örneklem oluşturmak ve bu örneklemde çalışılan probleme taraf olabilecek bireylerin çeşitliliğini maksimum derecede yansıtmaktır (Şimşek ve Yıldırım, 2005). Bu amaçla öğrencilerin seçiminde dikkat edilen hususları şu şekilde sıralanabilir:

1) Dersi yürüten matematik öğretmeninin görüşleri

2) Kurs ya da özel işleri sebebiyle çalışmaları aksatma ihtimali olabilecek öğrencilerin tespit edilmesi ve uygun olanların çalışmaya dâhil edilmesi

3) Cinsiyet açısından dengeli bir dağılımın olması

4) Öğrencilerin 6,7 ve 8. sınıflarda almış oldukları notlar (Tablo 3.1)

5) Yazılı sınavdan elde edilen sonuçlar.

Yukarıda bahsedilen hususlara dikkat edilerek seçilen on beş öğrencinin Tablo 3.1'de verilen 6, 7 ve 8. sınıf birinci döneme ait matematik notları dikkate alınarak matematik başarı düzeyleri belirlenmiştir. Tablo 3.1'deki ilk beş öğrenci üst, ikinci beş öğrenci orta ve son beş öğrenci alt başarı düzeyindedir.

Tablo 3.1

Öğrencilerin 6, 7 ve 8. Sınıflar Matematik Dersi Karne Notları

	6. Sınıf		*7. Sınıf*		*8. Sınıf*	
	1. Dönem	2. Dönem	1. Dönem	2. Dönem	1. Dönem	2. Dönem
Zehra	4	5	5	5	5	
Meryem	5	5	5	5	5	
Kerem	5	5	5	5	5	
Muhammed	5	5	4	4	5	
Vefa	4	5	4	5	4	
Arzu	4	4	3	4	4	
Gamze	4	4	3	3	4	
Mehmet	3	4	3	4	3	
Abdullah	3	4	4	2	3	
Zeynep	4	4	4	3	3	
Elif	3	2	3	2	1	
Gülcan	2	3	3	3	1	
Fatih	2	3	2	2	1	
Yusuf	1	1	1	2	1	
Nuray	2	3	2	3	1	

3.3 Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi

Nitel araştırma yönteminin benimsendiği çalışmada temel veri kaynağı olarak klinik mülakatlar kullanılmıştır. Bu bölümde klinik mülakat aşamasına kadar olan süreçte yapılanlar paylaşılmıştır.

3.3.1 Mülakatlarda Kullanılacak Soruların Hazırlanması

Bu çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerini incelemek amacıyla literatürde yer alan bazı çalışmalar referans alınarak (Wongyai ve Kamol, 2004, Hattie, 2004, Lian ve Idris, 2006) 11 problem hazırlanmıştır. Hazırlanan bu problemlerin cebirsel düşünmenin alt becerilerine uygun olup olmadığı konusunda alan uzmanlarının görüşü alınmıştır. Daha sonra bu problemlerle öğrencilere yazılı bir sınav uygulanmıştır. Yazılı sınavın ardından öğrencilerle pilot çalışmalar yapılmış ve sorulara son şekli verilmiştir.

3.3.2 Yazılı Sınav

Hazırlanan bu problemler 8. sınıf öğrencileri üzerinde yazılı bir sınav olarak uygulanmıştır. Sınav kâğıtlarından elde edilen bulgular hem öğrencilerin vermiş oldukları cevaplara göre oluşturulacak ölçek için temel oluşturmuş hem asıl çalışmaya katılacak öğrencilerin seçiminde araştırmacıya katkı sağlamış, hem de sorulan problemlerin amaca uygunluğu noktasında bazı fikirlerin oluşmasını sağlamıştır.

3.3.3 Pilot Çalışmalar

Yazılı sınavın ardından bir pilot çalışma yapılmış, bu süreçte 4 tane 8. sınıf öğrencisi ile klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Yapılan pilot çalışma sonucunda öğrencilerin vermiş olduğu cevaplar alan uzmanlarıyla beraber incelenmiş, problemlerin SOLO Taksonomisinin düşünme seviyeleri açısından uygunlukları öğrenci cevapları dikkate alınarak tekrar gözden geçirilmiş ve 11 problemden 2 tanesi iptal edilmiş, 5 tanesinin ise soru köklerinde veya maddelerinde birtakım değişikliklere gidilmiştir. Bu değişiklikler sonucunda 2 tane 8. sınıf öğrencisi ile ikinci bir pilot çalışma yapılmıştır. Bu çalışma sonucunda da alan uzmanlarının görüşü alınarak 1 problem iptal edilmiş ve 1 problemin yapısında da değişikliğe gidilmiş, böylelikle problemler son şeklini almıştır. Sonuç olarak elde edilen 8 problem öğrencilerle yürütülecek klinik mülakatlarda kullanılacak problemler olarak belirlenmiştir.

Pilot çalışmalar sırasında öğrencilerin problemlere vermiş olduğu bütün cevaplar not edilmiş, bu cevaplar benzerlik ve farklılıklarına göre kategorilere ayrılmıştır. Bu kategorilendirmede SOLO Taksonomisinin düşünme seviyelerinin özellikleri dikkate alınmıştır. O nedenle cevapların kaç tane ilişkili yön içerdikleri, bu yönler arasında nasıl bağlantı kurulduğu göz önünde bulundurularak kategorilendirme yapılmıştır. Kategorilendirme işleminin ardından, öğrenci cevaplarından yararlanılarak SOLO Taksonomisinin her bir düşünme seviyesi için nitel tanımlamalar yapılmıştır. Bazı seviyeler için nitel tanımlama yapılamamış ise diğer seviyelerden yola çıkarak bu seviyeler için de nitel tanımlamalar yapılmıştır. Her bir seviye için oluşan bu tanımlamalar asıl çalışmada öğrencilerin vermiş oldukları cevapların veri analizinde ölçek olarak kullanılmıştır. SOLO Taksonomisine ait seviyelerin özelikleri göz önünde bulundurularak her bir problem için pilot çalışma ile ortaya çıkan ve asıl çalışmada son şeklini alan analiz kriterleri Ek-1' de verilmiştir.

3.3.4 Araştırmanın Yürütülmesi

Çalışmanın yürütüldüğü okulda dersler ikili eğitim şeklinde yürütülmektedir ve 2. kademe öğrencileri derslerini yaz saati uygulamasında 07:50 – 12:50 saatleri arasında almaktadırlar. Bu nedenle öğrencilerle çalışmak için öğleden sonraları tercih edilmiştir. Her bir öğrenciyle verilen aralarla beraber günde maksimum 3 saat çalışabilme fırsatı olmuştur, bazı öğrencilerle yapılan çalışmalar 2 gün sürmüştür ve okulda öğleden sonraları derslik sıkıntısı olduğu için haftanın 3 günü çalışma yürütülebilmiştir. Çalışmaya 2012 yılının Mart ayında başlanmış ve 2 ay sonunda Mayıs ayının ortalarında tamamlanmıştır.

Çalışmada her bir öğrenciye Cebirsel Düşünme Becerilerinin 3 ana bileşenini ölçen 8 tane problem ve bu problemlerin alt maddeleri ile birlikte toplam 20 soru yöneltilmiştir. Bu problemlerden 2 tanesi Genellemeleri Formüle etme, 3 tanesi Cebirsel İfade ve İlişkileri Kullanma ve 3 tanesi de Çoklu Gösterimlerden Yararlanma Becerilerini ölçmektedir.

3.4 Verilerin Toplanması

Bu çalışmada veriler on beş öğrenci ile yapılan klinik mülakatlar, video kayıtları ve araştırmacı notları yardımıyla elde edilen bilgilerden oluşmaktadır.

3.4.1 Klinik Mülakatlar

Klinik mülakat, üzerinde çalışılan konu hakkında bireyin sahip olduğu bilgileri derinlemesine inceleme ve özellikli bilgilerini ortaya çıkarmak için araştırmacı ve birey (görüşülen kişi) arasında yapılan karşılıklı görüşmeler olarak tanımlanabilir (Zazkis ve Hazzan, 1999; Gingsburg, 1981). Clement (1998) klinik mülakatla birlikte bireylerin fikir ve anlamalarındaki zihinsel süreçler hakkında veriler toplanabileceğini, analiz edilebileceğini ve bireyin düşüncesindeki saklı bulunan yapı ve yöntemleri ortaya çıkarılabileceğini iddia etmiştir.

Tarihsel gelişimine bakıldığında, ilk olarak Jean Piaget psikolojik araştırmalar için klinik mülakatı geliştirmiş ve kullanmıştır. Çocukların oldukça şaşırtıcı olan mantıklarını gözlemlemiştir. Özellikle çocukların hataları, onların düşüncelerinin doğası ile ilgili önemli ipuçları vermektedir ve yetişkinlerden nitel olarak farklılıklarını ortaya koymaktadır. Piaget için önemli olan amaç, öğrencilerin standart testlerle sıralanması değil temel düşünce doğalarını keşfedilmesidir. O zamanki mevcut psikolojik araştırma metotları, bilişsel gelişim araştırmaları için yetersiz olduğundan Piaget yeni bir teknik geliştirmeyi gerekli görmüştür (Ginsburg,1981). Sonuç olarak öğrencilerin düşüncelerindeki zenginliği keşfetmek, onun temel aktivitelerini yakalamak ve bilişsel beceriyi değerlendirmek için esnek soru sorma metodu olan *klinik mülakatı* geliştirmiştir. Piaget'nin ortaya koyduğu bu metot, matematik eğitiminde ve öğrencilerin düşüncelerini araştırmada oldukça sık kullanılmıştır (akt. Baki ve diğerleri 2002).

Güven (2006) klinik mülakat için “Öğrencilerin ne yaptığının yanında daha çok nasıl yaptıkları ve niçin yaptıkları ile ilgilenir. Klinik mülakatta yer alan sorularda, öğrencilerden cevabı nasıl bulduklarını ve çözüm süreçlerini niçin seçtiklerini ve nasıl karar verdiklerini açıklamaları istenir” demiştir.

Klinik mülakatlar üzerine yapılan tanım ve tespitler incelendiğinde küçük bir gruba ait bireylerin bir konu hakkındaki görüşlerini, bilgi ve becerilerini enine boyuna irdeleyebilmek için kullanılabilecek en iyi yöntem olduğu söylenebilir. Bu sebeple araştırmada her bir öğrenciyle klinik mülakatlar yapılmış, zamanı geniş bir sürece yayarak, her öğrenciden maksimum veri elde edilmeye çalışılmıştır.

3.4.2 Video Kayıtları

Araştırmacı öğrencilerle yürüttüğü bütün mülakatları video kamera ile kaydetmiştir. Çalışma esnasında araştırmacının gözünden kaçan bütün durumlar, öğrencilerin görüşleri, soruları, yazarken ya da düşünürken kullandığı bütün cümleler daha sonra tekrar tekrar izlenmiş ve bütün verilerin eksiksiz bir şekilde çalışmaya dâhil edilmesine özen gösterilmiştir.

3.4.3 Araştırmacı Notları

Araştırmacı mülakatlar esnasında video kayıtlara ek olarak birtakım notlar tutmuştur. Bu notlar daha çok öğrencilerin davranışları ve sorulara verdikleri tepkilere ilişkin betimlemelerden oluşmaktadır.

3.5 Verilerin Analizi

Veri analizine başlamadan önce yapılan klinik mülakatlar, tutulan notlar ve video kayıtlarından elde edilen veriler düzgün bir şekilde not edilmiş analiz aşamasında bu verilerden yararlanılmıştır.

Verilerinin analizinde Miles ve Huberman (1994) tarafından tanımlanan çift-kodlama yöntemi (double-coding procedure) kullanılmıştır. Bu aşamada araştırmacıya SOLO Taksonomisi hakkında bilgilendirilmiş iki araştırmacı öğretmen eşlik etmiştir. Araştırmacılar pilot çalışma esnasında öğrencilerin vermiş oldukları cevaplardan yola çıkılarak geliştirilen tanımlamaları (Ek-1) ölçek olarak kullanmışlardır. Araştırmacılardan bir tanesi öğrencilerin her bir seviye için vermiş olduğu cevapları sesli bir şekilde okumuş, her 3 araştırmacı birbirinden bağımsız bir şekilde ölçekte yer alan tanımlamalara göre öğrenci cevaplarını uygun olan seviyelere atamışlardır. Bu işlemi yaparken öğrenci cevaplarının hangi tanımlamaya daha uygun olduğunu belirleyip, verilen cevabı o seviyeye atamışlardır. Seviyelere atama sırasında üç farklı durumla karşılaşılmıştır:

1. Ölçekte cevaba uygun bir tanımlama yer almaktadır.

2. Ölçekte yer alan tanımlamalar yetersiz kalmaktadır.

3. Ölçekte cevaba uygun bir tanımlama yer almamaktadır.

Bu üç durumdan birincisi ile karşılaşıldığında tanımlamanın uygun olduğu düşünülmüştür fakat ikinci ya da üçüncü durumla karşılaşıldığında ya var olan tanımlamada birtakım değişikliklere gidilerek eksik olan kısımlar tamamlanmıştır ya da üçüncü durumda olduğu gibi cevaba uygun bir tanımlama eklenerek ölçekte düzeltme yapılmıştır.

Ölçeğe son şekli verildikten sonra araştırmacılar seviyelendirme işlemini tamamlamışlardır. Seviyelendirme işlemi tamamlandıktan sonra araştırmacılar arası güvenirlik (intercoder reliability) aşağıdaki formül yardımı ile hesaplanmıştır (Miles ve Huberman, 1994);

$$\text{Güvenirlik} = \frac{\text{Anlaşılan Durumların Sayısı}}{\text{Anlaşılan Durumların Sayısı} + \text{Anlaşılamayan Durumların Sayısı}}$$

Miles ve Huberman’a (1994) göre eğer kodlama %70 ve üzerinde ise bu kodlamanın güvenilir olduğu söylenebilir. Bu araştırmada araştırmacılar arası güvenirlik %88,3 olarak hesaplanmıştır. Bu durum oluşturulan ölçeğin SOLO Taksonomisinin seviyelerini tutarlı ve güvenilir bir şekilde ölçmeye uygun olduğunu göstermektedir.

Araştırmacılar seviyelendirme işlemleri sırasında öğrencilerin seviyeleri ile ilgili farklı görüş bildirdikleri durumlar için kendi aralarında tartışmışlar, uzlaşmaya varılıncaya kadar bu tartışmaları sürdürmüşlerdir.

3.5.1 Ortalama Seviyelerin Belirlenmesi İçin Veri Analizi

Biggs ve Collis'e göre üniversiteye kadar olan eğitim genelde somut-sembolik evrede gerçekleşirken, üniversite eğitimi genelde soyut evrede gerçekleşir. Bireyler genelde bazı istisnalar dışında soyut düşünmeyi 14 yaş civarında kazanır. Bazı yetişkinler ise soyut evreye hiçbir zaman geçemeyebilirler. Yürütülen bu çalışmada, çalışma grubunu oluşturan İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin düşünme evreleri, daha önce aynı yaş grubu üzerinde yapılan çalışmalarda olduğu gibi (Wongyai ve Kamol, 2004; Jones ve diğerleri, 2000; Langrall C. W ve Mooney E. S. 2002) somut sembolik evre olarak varsayılmıştır. SOLO Taksonomisinin diğer evrelerinde olduğu gibi somut sembolik evre de kendi içerisinde beş alt düşünme seviyesinden oluşmaktadır. Fakat yapılan çalışmalarda (Jones ve diğerleri, 1997; Jones ve diğerleri, 2000; Mooney, 2002) öğrencilerin düşünme seviyelerinin ancak İY seviyesine kadar çıkabildiği görülmüştür. Pegg ve Tall'a (2005) göre eğitim-öğretim açısından bakıldığında, öğrencilerin aldıkları eğitim ve bireysel farklılıkları sonucu TYY, ÇYY ve İY seviyelerinden herhangi birine çıkmış olmaları beklenir. SY seviyesi ise normal bir eğitim sonucu oluşmamaktadır. Öğrencinin etkili bir eğitim öğretim süreci içerisinde olması ve bireysel yeteneklerine bağlı olarak açığa çıkan bir seviyedir. Bu nedenle çalışmada SOLO Taksonomisine göre öğrenci seviyeleri YÖ, TYY, ÇYY ve İY olmak üzere toplam dört seviyeye göre belirlenmiştir.

SOLO Taksonomisine göre düşünme seviyeleri belirlenirken öğrencilerin verdiği cevapların seviyesi YÖ ise 1 puan, TYY ise 2 puan, ÇYY ise 3 puan ve İY ise 4 puan olarak belirlenmiştir. Bazı durumlarda öğrenci cevaplarının bir düşünme seviyesinin biraz altında ya da biraz üstünde olduğu düşünülmüştür. Böyle bir durumla karşılaşıldığında; örneğin verilen cevap TYY'nin biraz üstünde ise o cevaba 2+ puan, TYY'nin biraz altında ise o cevaba 2- puan verilmiştir. Eğer öğrenci 2+ puan almışsa o öğrencinin puanına 0,25 puan daha eklenmiş ve puanı 2,25 olarak hesaplanmıştır. Ya da tam tersi durumda öğrenci eğer 2- puan almışsa o öğrencinin puanından 0,25 puan çıkarılmış ve puanı 1,75 olarak hesaplanmıştır.

Bütün problemler için puanlama işlemi bu şekilde gerçekleştirilmiş, cebirsel düşünme becerilerinin 3 alt becerisi için elde edilen puanlar sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin almış olduğu puanlar her bir beceri için ayrı ayrı toplanarak aritmetik ortalamaları alınmış ve o beceri için her öğrenciye ait ortalama puan bulunmuştur. Bulunan ortalama puanlar en yakın tamsayıya yuvarlanmış, iki seviyenin tam ortasında çıkması gibi bir durumda bir alttaki seviyeye yuvarlama yapılmıştır. Oluşan bu puanlar ise öğrencinin o beceriye ilişkin seviye puanını oluşturmuştur.

Benzer yaklaşımla, genel bir düşünme seviyesinin tespitine konu ile ilgili diğer araştırmalarda rastlanılmıştır (Jones ve diğerleri, 1997; Mooney, 2002; Rider, 2004; Çelik, 2007; Akkaş, 2009). Bir öğrenci için belli bir beceriyle ilgili ortaya çıkan cebirsel düşünme seviyesi, söz konusu öğrencinin o beceriyle ilgili her probleme bu seviyede cevap vereceği anlamı gelmemelidir. Bu şekilde cebirsel düşünme becerileri ile ilgili olarak öğrencinin seviyesi hakkında genel bir bakış, fikir kazanılabilir (Çelik, 2007).

3.5.2 Öğrencilere Yöneltilen Soruların Analizi

Öğrencilere cebirsel düşünme becerilerinin 3 alt becerisi olan genellemeleri formüle etme, cebirsel ifade ve ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerini ölçebilecek 8 tane problem yöneltilmiştir. Bu problemlerin ilk iki tanesi genelleme formüle etme becerisine yönelik sorular, sonraki üç soru cebirsel ifade ve ilişkileri kullanma becerisini kullanmaya yönelik sorular ve son üç soru da çoklu gösterimden yararlanma becerisine yönelik sorulardır.

Genellemeleri formüle etme becerisine yönelik problemlerde bir örüntü ya da model verilmiş ve öğrencilerden bu örüntüyü genelleştirerek istenilen sorulara cevap vermeleri beklenmiştir. 8. sınıf öğrencilerinin hem zihinsel açıdan hem de elde etmiş oldukları kazanımlar bakımından cebirsel bir dil kullanacak düzeyde oldukları düşünülmüş, sorular hazırlanırken bu duruma dikkat edilmiştir.

Cebirsel ifade ve ilişkileri kullanma becerisine yönelik problemlerde özellikle öğrencilerin cebirsel ifadelerdeki *"değişken"* kavramını algılama ve farklı durumlarda kullanma düzeyleri, cebirsel işlemleri yürütme becerileri gibi hususlara dikkat edilmiştir.

Çoklu gösterimden yararlanma becerisine yönelik problemlerde öğrencilerin tablo, grafik, şekil, resim gibi gösterimlerden yararlanarak cebirsel ilişkilerin farkına varmaları ve yöneltilen problemlere cevap vermeleri beklenmiştir.

Aşağıda her bir problem ile ilgili açıklamalar yapılmış, öğrencilerden beklenen olası cevaplara ilişkin seviyelendirme işlemlerinin nasıl olacağı konusu açığa kavuşturulmuştur.

3.5.2.1 Genellemeleri Formüle Etme Becerisine Yönelik Problemler

1. Problem

Ömer elindeki çubukları kullanarak yan yana altıgenlerden oluşan bir Arı Peteği Modeli oluşturmak istemektedir. Aşağıdaki tabloda her bir petek için kaç tane çubuğa ihtiyaç olduğunu görüyoruz.

Petek Sayısı	1	2	3
Çubuk Sayısı	6	11	-

Buna göre;

a) 3 tane petek için kaç çubuk gereklidir?

b) 18 petek için kaç çubuk gereklidir?

c) 62 tane petek için 311 tane çubuk gerekliyse, 63 petek için kaç tane çubuğa ihtiyaç vardır?

d) Bu örüntünün kuralını cebirsel olarak yazınız.

Bu problemde öğrencilerden verilen örüntüyü incelemeleri, örüntünün kuralını bulmaları, bu kuraldan yararlanarak problem maddelerine cevap vermeleri beklenmektedir. Aşağıda öğrencilerin verebileceği olası cevaplara ilişkin değerlendirmeler yer almaktadır.

Problemin (a) ve (c) maddeleri yapı itibariyle birbirlerine benzemektedirler ve diğer iki maddeye oranla daha basit becerileri ölçmektedirler. Her iki maddede de öğrencilerden örüntünün sabit artış miktarını (ortak fark) bulmaları ve bir sonraki adıma ulaşmaları beklenmektedir. (a) ve (c) maddelerinde örüntünün ortak farkını bilmeden çözüm bulmaya çalışılan cevaplar görüldüğünde direkt olarak YÖ seviyede oldukları kabul edilecektir.

Öğrenci (a) maddesine doğru cevabı vermiş, (c) maddesine yanlış cevabı vermişse bu durum iki şekilde açıklanabilir: (1) Öğrenci dikkat dağınıklığı ile yanlış cevabı vermiştir. Bu durum klinik mülakatlarda öğrenciye neden, nasıl gibi sorular yöneltilerek anlaşılabilir. (2) Öğrenci aslında ortak farkı kavrayamamıştır. (a) maddesinde doğru cevaba ulaşmak için şekildeki çubukları saymıştır ya da içinden ritmik sayarak doğru cevabı bulmuştur, (b) maddesinde ise bu yöntemleri kullanamayacağı için yanlış cevap vermiştir. Bu durumu anlayabilmek için de mülakatlarda öğrenciye yine *"Bu cevaba nasıl ulaştın?"* gibi sorular yöneltilebilir. Eğer öğrenci gerçekten (2) numaralı açıklamada olduğu gibi "ortak fark"ı anlamadan cevap vermişse öğrencinin YÖ seviyede olduğu kabul edilecektir.

TYY seviyesi olarak kabul edilen cevaplarda örüntünün ortak farkının doğru bir şekilde kullanılması beklenmektedir. Öğrenci problemin (a) ve (c) maddelerine zorlanmadan cevap verebilmeli, (b) maddesinde ise istenilen adımı bulabilmek için bütün adımları tek tek toplama, içinden ritmik sayma gibi basit yöntemleri kullanarak sonuca ulaşabilmelidir. Bu seviyede öğrencilerden *"5.18 + 1 = 91"* gibi aritmetik işlemler beklenmemektedir. TYY seviyesinde öğrencilerin gerekli işlem becerilerine sahip olup olmamaları önemli değildir. Öğrencilerin bir cevaba ulaşabilmek için elleriyle toplama yapmaları bile yeterli olacaktır.

Bu seviyedeki öğrenci cebirsel bir dil kullanacak düzeyde değildir. Problemin (d) maddesi için cevaplarda birtakım cebirsel ifadelere rastlanabilir hatta doğru cevaplarla bile karşılaşılabilir fakat öğrenci bu cebirsel ifadeyi (a), (b), (c) maddelerin çözümü için kullanamıyorsa o öğrencinin seviyesinin üst basamaklarda olduğu söylenemez. Örneğin problemin (d) maddesine $5.x + 1$ şeklinde cevap veren bir öğrenci eğer (b) maddesinde cevabı bulmak için değişken yerine 18 yazarak problemi çözemiyorsa ya da birtakım aritmetik işlemler yaparak sonuca ulaşamıyorsa, o öğrencinin kullandığı cebirsel ifadenin bir ezberden öteye geçemediği söylenebilir.

ÇYY seviyesi olarak kabul edilen cevaplarda; öğrencilerin artık aritmetik işlemler yaparak problemleri çözmeleri beklenmektedir. Örneğin öğrenci problemin (b) maddesinde 18. adıma ulaşmak için:

$$5.18 + 1 = 91$$

ya da

$$18 - 3 = 15 \; ; \; 15 \,.\, 5 = 75 \; ; \; 75 + 16 = 91$$

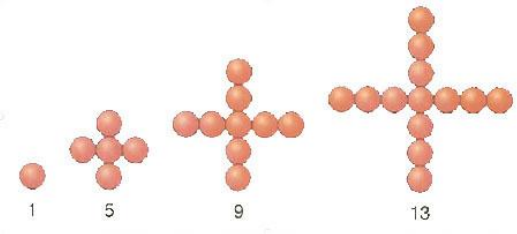
vb. işlemler yapıyorsa bu öğrencinin ÇYY seviyesinde olduğu kabul edilebilir. Öğrenci bu seviyede örüntüyü cebirsel olarak ifade edebilir ancak problemlerin çözümünde cebirsel yöntemleri kullanamaz.

Öğrenci cevaplarının ÇYY seviyesini aştığı ve artık İY seviyesinde olduğunun anlaşılabilmesi için bakılması gereken en önemli nokta, o öğrencinin problemde cebirsel ifade ve yöntemleri ne kadar kullanabildiğinin belirlenmesidir. Çünkü bu seviyedeki bir öğrenci kavramları iyi bilmeli ve etkin bir şekilde kullanabilmelidir.

İY seviyesindeki bir öğrenci bu problemle karşılaştığında ilk yapacağı işlem örüntünün kuralını cebirsel olarak yazmak olmalıdır. İfadelerinde örüntünün ortak farkının aslında bir katsayı olduğunu ya da her bir adımın değişkene ait farklı bir değer olduğunu belirtecek cebirsel söylemlere yer verebilmelidir. Bu seviyede beklenecek bir cevap şu şekilde olabilir: "*Örüntünün kuralı 5.x+1 ise 18. adım için değişkene 18 değerini verirsek 5.18+1 = 91 olur*"

2. Problem

Yandaki örüntüye göre



a) 5. adımda kaç tane bilye olmalıdır?

b) Kaçıncı adımda 53 bilye vardır?

c) Bu örüntünün kuralını cebirsel olarak yazınız.

Bu problemde de birinci problemde olduğu gibi öğrencilerden verilen örüntünün adımlarına ait cevaplar vermeleri beklenmektedir. Birinci problemden farklı olarak, bu problemin (b) maddesinde verilen adımda kaç bilye olduğunu değil de, verilen bilye sayısının kaçıncı adıma denk geldiği sorulmaktadır.

Problemin (a) maddesi 8. sınıf seviyesinde olan bir öğrenci için kolaylıkla yapılabilecek düzeyde bir maddedir. O yüzden bu maddenin doğru bir şekilde yapılması öğrencinin düşünme seviyesi ile ilgili yorum yapılması için tek başına yeterli olmayacaktır. Ancak öğrenci eğer bu problemi cevaplandıramamışsa, o öğrencinin YÖ seviyede olduğu kabul edilecektir.

TYY seviyesi olarak kabul edilen cevaplarda, 1. problemde olduğu gibi örüntünün ortak farkının doğru bir şekilde kullanılması beklenmektedir. Problemin

(a) maddesinde, şekildeki bilyelerin uçlarına birer tane daha ekleyerek 5. adım bulunabilir ancak burada ölçüt (b) maddesine verilen cevap olacaktır. Öğrenci eğer örüntünün ortak farkının 4 olduğunu fark edip her bir adıma 4'er 4'er ekleyerek kaçıncı adımda 53'e ulaştığını bulabiliyorsa, o öğrencinin cevabı TYY seviyesi olarak kabul edilecektir.

ÇYY seviyesi olarak kabul edilen cevaplarda, öğrencilerin aritmetik işlem becerilerini kullanarak çözüm üretmeleri beklenmektedir. Bu seviyedeki öğrenciler *" Hangi sayıyı 4 ile çarpıp, üzerine 1 eklesem 53 eder?" ya da " 4'ün kaç katı 53'e en yakındır"* vb. şekilde düşünebilirler.

ÇYY seviyesinde olan bir öğrenci (c) maddesinde istenen cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde yazabilir hatta TYY seviyesinde olan bir öğrenci de (c) maddesine doğru cevabı verebilir. Fakat makul olan durum öğrencinin cebirsel ifadeyi yazabilmesinden çok problem çözümlerinde cebirsel dile yer verebilmesidir. O nedenle öğrencilerin probleme ilişkin cebirsel ifadeyi yazabilmesi, o öğrenciyi bir seviyeye atamak için tek başına yeterli değildir. Öğrencinin cebirsel ifadeyi yazmasının yanı sıra problemi çözmek için kullandığı yöntem seviyesinin belirlenmesinde etkilidir. ÇYY seviyesine kadar olan öğrenciler problemin çözümünde genelde cebirsel yöntem kullanmadan eski bilgilerine dönerler ve dört işlem becerilerini kullanarak cevabı bulurlar ancak İY seviyesinde olan öğrenciler çözümlerini cebirsel yöntemler kullanarak gerçekleştirirler.

İlişkilendirilmiş Yapı seviyesinde olan öğrencilerin özellikle problemin (b) maddesinde $4a - 3 = 53$ vb. gibi bir denklem kurarak çözüme ulaşmaları beklenebilir.

3.5.2.2 Sembolleri ve Cebirsel İlişkileri Kullanma Becerisine Yönelik Problemler

3. Problem

Hangisi daha büyüktür, n+n ' mi? , n+ 8' mi?

Bu problemde amaç öğrencilerin değişkene yükledikleri anlamı analiz edebilmektir. Bu nedenle klinik mülakatlarda öğrencilere *"Neden büyüktür?" , "n ne anlama gelmektedir?"* gibi sorular yöneltilerek öğrencilerin zihnindeki değişken kavramı açığa çıkarılmaya çalışılacaktır.

YÖ seviyede cevap veren öğrencilerin cebir konusunda ciddi kavram yanılgılarına sahip oldukları söylenebilir. Bu seviyedeki öğrenciler *"n"* harfinin bir değişken olduğunun farkında değildirler. Değişkenlere değer vererek yorum yapamazlar. Cebirsel işlemler yaparak bazı sonuçlar elde etmeye çalışabilirler fakat işlemlerde hatalar göze çarpar. $n + 8 = 8n$ örneğinde olduğu gibi bilinmeyen terimle sabit terimi toplamaya kalkışabilirler.

TYY seviyesine ait bir cevaplarda öğrencilerin bazı cebirsel bilgilere sahip olmaları beklenmektedir. Örneğin *"n"* ile *"n"* in benzer terimler olduğu için toplanabileceği, *"n"* ile *"8"* in ise farklı terimler olduğu için toplanamayacağı bilinir. Bu seviyede *"n"* harfinin değişken olduğunun farkına varılabilir fakat değişkene farklı değerler vererek sonuca ulaşılabileceği henüz kestirilemez. Değişkene sadece bir değer verilip genel hakkında yorum yapılabilir. Daha önce de belirtildiği gibi TYY seviyesinin en önemli özelliği öğrencilerin probleme tek bir açıdan bakmaları, farklı olasılıkları düşünememeleridir.

Bu problemde eğer öğrenci değişkene iki, üç, dört ya da daha fazla değer verdiğinde farklı durumlar oluştuğunu kestirebilirse o öğrencinin cevabı ÇYY seviyesindedir. ÇYY seviyesine ait cevaplarda problem birden fazla yönüyle ele alınır.

İY seviyesine ait cevaplarda probleme en geniş açıdan bakıldığı ve olası bütün yönlerin incelendiği söylenebilir. Bu problemde ÇYY seviyesi ile İY seviyesinin ayrımı şu şekilde yapılabilir: Değişkene verilen değerler içerisinde kritik değer $n = 8$ değeridir. Zira $n = 8$ değerinden küçük değerler için $n + 8$ ifadesi daha büyük, $n = 8$ değerinden büyük değerler için $n + n$ ifadesi daha büyüktür. Eğer öğrenci bütüncül bir bakış açısı ile problemi değerlendirip $n = 8$ ‘den sonra durumun değiştiğinin farkına varabiliyorsa o öğrencinin cevabı İY seviyesi olarak kabul edilebilir. Ancak öğrenci *“n”* değişkenine farklı değerler verdiğinde $n = 8$ *‘* den sonra bir farklılığın olduğunu sezemiyorsa o öğrencinin ÇYY seviyesinde olduğu kabul edilir.

4. Problem

a bir tamsayı olmak üzere, bir dikdörtgenin kenar uzunlukları (9-a) cm ve (3a+5) cm ’dir. Buna göre ;

a) Dikdörtgenin çevre uzunluğunu cebirsel olarak ifade ediniz.

b) Dikdörtgenin çevre uzunluğu en fazla kaç cm olabilir?

Problemin (a) maddesinde öğrencilerin cebirsel işlemlerini inceleyerek aslında harfli ifade ve sabit terimi nasıl algıladıkları, katsayılar ve önündeki işaretleri nasıl değerlendikleri gibi hususlara cevap aranmıştır. Ayrıca problemin (b) maddesinin İY seviyesine ait bir beceri olan “bir durumun bütün yönlerini ve bu yönlerin birbirleriyle olan ilişkilerini kavrayabilme” becerisini ölçmeye yönelik bir madde olduğu söylenebilir. Bu maddede öğrenciden “a” nın bir tamsayı olduğunu unutmaması ve bir kenar uzunluğunun hiçbir zaman negatif sayı olamayacağını bilerek hareket etmesi beklenmektedir. Aşağıda bu probleme ilişkin cevapların nasıl değerlendirileceğine dair bir takım açıklamalara yer verilmiştir.

Problemin (a) maddesinde öğrencilerin cebirsel toplama işlemi yaparak dikdörtgenin çevresini bulmaları beklenmiştir. Öğrencilerin bu toplama işlemini gerçekleştirebilmeleri için cebirin bazı özelliklerini bilmeleri gerekir. Bunlardan bazıları şöyle sıralanabilir: (1) İki cebirsel ifade toplanırken harfli terimler kendi aralarında sabit terimler kendi aralarında toplanır. (2) Harfli terimlerde benzer olmayan terimler toplanamaz. (3) Katsayının işaretine dikkat edilir. (4) Toplama işlemi yapılırken sayıların işaretleri göz önünde bulundurulur vb. YÖ seviye olarak kabul edilecek cevapların cebirsel işlemlerde bu özellikleri bilmeyen ya da yanlış bilen öğrencilerin cevaplarından oluşacağı söylenebilir.

TYY seviyesi olarak kabul edilecek cevaplarda öğrencilerin cebirsel işlemlere ait bir iki özelliği doğru kullanabildiğini görmek yeterli olacaktır. Zaten bu seviyede öğrenciler tek boyutlu bir düşünce sistemine sahip oldukları için durumu bütün yönleriyle ele alamazlar. O yüzden bir konuya ait sınırlı bir bilgiye sahip olmaları bile onları TYY seviyesine çıkarmak için yeterli olacaktır. $(9-a) +(3a + 5)$ işleminde öğrencinin bilmesi gereken en önemli nokta 9 ile 5’in birbiriyle, *-a ile 3a’* nın ise birbirleriyle benzer terimler olduklarıdır. Cevaplarında bu duruma dikkat eden öğrencilerin seviyeleri TYY olacaktır. Bazı öğrencilerin cevaplarında $–a + 3a = 4a$

gibi işlemsel hatalar görülebilir ancak TYY seviyesinde bu durumun çok da önemli olmadığı belirtilmişti.

Problemin maddelerinin beklenen beceriler bakımından birbirinden farklı özelliklere sahip oldukları görülmektedir. (a) maddesi cebirsel işlem becerilerini ölçmeye yönelik bir madde iken (b) maddesi daha çok değişkenin alabileceği değerlere göre oluşabilecek durumları yorumlamaya yönelik bir maddedir. Cebirsel işlemlerde akademik ders notu bakımından başarılı bir öğrenciye (a) maddesi sorulduğunda o öğrencinin bu problemi büyük ihtimalle çözebileceği düşünülür ancak (b) maddesi için aynı görüş rahatlıkla savunulamaz. (b) maddesinin çözülebilmesi için bilginin yanı sıra ilişkisel düşünme, dikkat gibi unsurlara da sahip olunması gerekmektedir. Bu durumda (a) maddesindeki cebirsel işlemleri tam olarak yapabilen bir öğrencinin cevabı ÇYY seviyesi olarak kabul edilecektir. İY cevaplarında ise öğrencilerin öncelikle (a) maddesini eksiksiz çözmeleri beklenmektedir. Daha sonra ise (b) maddesinde *9-a ve 3a+5* için a değişkeninin alabileceği bütün değerleri hesaplayıp en büyük çevre uzunluğunu bulmaları beklenecektir. Bu seviyede ayrıca öğrencilerin *9-a* ve *3a+5* ifadelerinin birer kenar uzunluğu olduğunu ve kenar uzunluklarının negatif değer alamayacağını unutmamaları gerekir.

5. Problem

Tanesi 7 lira olan defterlerden m tane, tanesi 3 lira olan kalemlerden n tane aldım ve toplam 70 lira ödedim. Bu durumu cebirsel olarak nasıl ifade edebilirim?

Kaç defter, kaç kalem almış olabilirim?

Bu problemde öğrencilerden verilen problemi cebirsel bir eşitlik olarak ifade etmeleri beklenmektedir. Problemin alt satırlarında ise bu eşitliği kullanmaları ve değişkenlerin alabileceği olası bütün değerleri dikkate almaları beklenmektedir.

Bu problem için YÖ seviyede cevap verebilecek öğrencilerin genellikle problemi anlamadan rastgele işlemler yapan öğrenciler olacağı söylenebilir. Bu seviyedeki öğrenciler problemi zihinlerinde canlandıramazlar. Verilen ve istenenleri değerlendirerek bu durumu mantıksal işlem adımlarına dönüştüremezler. Problemde verilen bütün sayıları birbirleriyle rastgele işleme tabi tutarak problemi çözmeye çalışırlar. İşlemlerde tutarsızlık söz konusudur. Bu seviyedeki bir öğrencinin cebirsel ifadeyi düzgün bir şekilde yazabilmesi sadece ezber yaptığının göstergesidir.

Bir öğrencinin vermiş olduğu cevabın TYY seviyesi olarak kabul edilebilmesi için o öğrencinin 70 liraya alınabilecek defter ve kalem sayısını içinden tek tek sayarak da olsa hesaplayabilmesi gerekir. Bu problemde m ve n değişkenlerinin değerine göre farklı sayıda defter ve kalem alınabilir ancak TYY seviyesindeki bir öğrenci bu değerlerden sadece bir tanesine odaklanacaktır. Kalem ve defterler sayılarını bulabilmek için olabilecek değerleri tek tek deneyecek, bulduğu ilk değer ile soruyu bitirdiğini düşünecektir. Örneğin *"7 tane kalem, 7 tane de defter alabilir"* gibi bir sonucu bulabilecektir ama *"4 defter, 14 tane de kalem alabilir"* gibi farklı sonuçların da olabileceğini düşünemeyecektir.

TYY seviyesindeki öğrenciden *"$7m + 3n = 70$"* şeklinde cebirsel bir ifade yazması beklenebilir fakat *"$m = 1$ için $n=21$ olur"* gibi kavramsal ağırlıklı bir dil kullanması beklenemez. Bu seviyede kullanılan yöntemler daha basittir ve işlemsel adımlarda sıkıntılar görülebilir.

ÇYY seviyesindeki öğrenciler işlem adımlarını sistematik ve tutarlı bir şekilde yapabilirler, cebirsel yöntemleri rahatlıkla kullanabilirler. ÇYY seviyesindeki bir öğrencinin İY seviyesine sıçrayabilmesi için tek yapması gereken şey duruma daha bütüncül bir bakış açısıyla bakabilmesidir. $7m + 3n = 70$ ifadesinde $m = 1$ *ise* $n = 21$, $m=4$ *ise* $n = 14$, $m=7$ *ise* $n= 7$ *ve* $m= 10$ *için* $n= 0$ olabilir gibi bütün alternatifleri değerlendirebilmesidir.

3.5.2.3 Çoklu Gösterimlerden Yararlanma Becerisine Yönelik Problemler

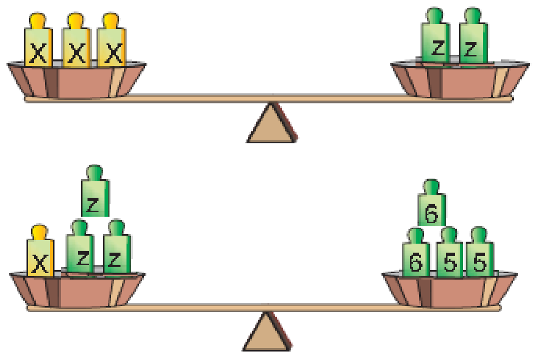
6. Problem

Yanda verilen iki terazi de dengededir.

Bu duruma göre **x** ağırlığı

aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6



Bu problem ve bundan sonra gelen problemlerde şekil, tablo, grafik gibi çoklu gösterimlere yer verilmiştir. Çoklu gösterimlerin bu gibi cebirsel ilişkilere ait problemlerde kullanılması öğrencilere daha derin ve zengin anlamalar inşa etme fırsatı sağlayacaktır (Yerushalmy ve Schwartz, 1993).

Bu problemde öğrencilerden bazı beceriler beklenmektedir. Bunlardan birincisi terazinin sağ ve sol kefesinde bulunan ağırlıkların denge halinde olmasının eşitlik kavramıyla ifade edilmesidir. Öğrenci bu durumda sağ ve sol taraftaki ifadeleri cebirsel olarak yazabilmeli ve eşittir sembolünü kullanarak denklem sistemi oluşturabilmelidir. İkinci olarak her harfin bir değişken olduğunu kavrayabilmeli, bu değişkenlerin alabileceği değerlerin birbirlerinin alacağı sonuçlara göre değişebileceğini kestirebilmelidir. Üçüncü olarak öğrenci denklem sistemlerini çözebilecek düzeyde cebirsel işlem becerisine sahip olmalıdır. Dördüncü olarak da eğer cebirsel işlemler yaparak sonucu bulacak düzeyde işlem becerisine hâkim değilse en azından seçeneklerden giderek cevabı bulacak kadar cebirsel bilgiye sahip olmalıdır. Zaten sorunun seçenekleriyle beraber verilmesindeki amaç öğrencinin seçenekleri birer değer olarak düşünmesi, değişkenlere bu değerlerden bir tanesini verip cevabı bulabilmesidir.

Bu probleme YÖ seviyede cevap veren öğrencilerin işlemlerinde eşitlik, değişken, katsayı gibi kavramlara ait yanlış bilgiler görülebilir. Seçeneklerden yola çıkarak cevabı bulmaya çalışan öğrencilerin ise her harfe aynı değeri vermeye çalışmak, yukarıdaki terazide x ağırlığına verdiği değerin aşağıdaki terazi için de geçerli olduğunu anlayamamak, ağırlıkları karşılıklı olarak birbirleriyle eşleştirmek gibi ilginç yollar izlemeleri beklenebilir.

TYY seviyesi olarak kabul edilecek cevaplarda öğrencilerin terazilerdeki değerlerin eşitlikle ifade edildiğini anlayabilmesi ve bu durumu anladığına dair cümleler sarf edebilmesi yeterli olacaktır. Bu seviyedeki öğrencilerin terazilerde belirtilen durumları denklem kurarak ifade edebilmesi beklenebilir. Daha önceki problemlerde TYY seviyesindeki öğrencilerin en azından değişkene ait bir tane değeri bulabilmesi beklenmişti. Bu soruda ise x değişkenini bulabilmek için z değişkenin de bulunması gerekecektir. TYY seviyesinde olan öğrencilerin bir problemi birden fazla yönüyle düşünerek cevaplaması beklenemez. O yüzden öğrencilerin terazilerdeki eşitliği anlaması ve ifade edebilmesi onların TYY seviyesinde olduklarını belirlemek için yeterli olacaktır.

ÇYY seviyesine ait cevaplarda öğrencilerden değişkenlere deneme yanılma yoluyla farklı değerler vermeleri beklenebilir. Ayrıca seçeneklerden yola çıkıp yanlış şıkları eleyerek de sonuca ulaşabilirler. Ancak bu seviyedeki öğrencilerin iki bilinmeyenli iki denklem kurarak ve o denklemleri çözerek cevaba ulaşmaları beklenemez.

İY seviyesindeki cevaplarda öğrencilerin sayısal hesaplamalar ya da değişkenlerin alabileceği değerleri düşünmek yerine denklem sistemleri kurup, gerekli işlemleri yaparak o denklemleri çözmeleri beklenecektir.

7. Problem

Çetin bindiği taksinin taksimetresinin kaç TL ile açıldığına ve her kilometrede kaç TL arttığına bağlı olarak taksiciye ne kadar ödeme yapacağını belirlemiştir. Yolculuk sonunda kaç TL ödeneceğini gösteren cebirsel ifade: 2,5+0,75.k (k=alınan yol)

Buna göre;

a) Taksinin başlangıç ücreti kaç TL'dir?

b) 5 km yolculuk yapan Çetin taksiciye kaç TL ödemiştir?

c) Yolculuk sonunda taksiciye 40 TL ödeyen birinin yolculuğu kaç km sürmüştür?

Bu problemde daha önceki problemlerde farklı olarak bir problem durumuna ilişkin cebirsel ifade verilmiş ve öğrencilerin bu cebirsel ifadeyi kullanarak problem maddelerine cevap vermeleri beklenmiştir. Bu problemle ilgili yürütülen mülakatlarda öğrencilerin cebirsel ifadeyi yorumlamalarına yönelik sorular yöneltilecektir. Zaten problemde (a) maddesi de tamamen bu amaca yöneliktir. *2,5 + 0,75.k* ifadesinde başlangıç ücretinin 2,5 TL olduğunu bilen öğrencilerin cebirsel ifadeyi doğru anladıkları söylenebilir. Problemin (b) maddesinde öğrencilerden değişkene istenilen değeri verip cevabı bulmaları beklenmektedir. (c) maddesinde ise aritmetik metotları kullanarak ya da *2,5 + 0, 75.k = 40* şeklinde bir denklem kurup o denklemi çözerek cevaba ulaşmaları beklenmektedir.

YÖ seviyeye ait cevaplarda genel olarak öğrencilerin cebirsel ifadeyi yorumlayamamalarına yönelik hatalarla karşılaşılacaktır. *"Başlangıç miktarı ne kadardır?" , "Kilometrede kaç TL artış söz konusudur?"* gibi soruların cevabını cebirsel ifadede bulamayacakları için verecekleri cevaplar da bu sayıların birbirleriyle rastgele işlemlere tabi tutulması sonucu oluşacaktır.

TYY seviyesine ait cevaplarda öğrenciler cebirsel ifadeyi kısmen yorumlayabilirler. *2,5 + 0,75.k* ifadesinde sabit terimin başlangıç ücreti, değişkenin katsayısının da sabit artış miktarı olabileceğini kestirebilirler. Bu seviyedeki öğrenciler aritmetik yöntemler kullanarak sayısal hesaplamalar yapamazlar. Özellikle (c) maddesinde *"k değişkenine hangi değeri versem 40 olur"* ya da *" 40'tan 2,5 çıkarsam geri kalanı 0,75 'e bölsem"* gibi yöntemler kullanmak yerine *"2,5 + 0,75 + 0,75 + 0,75 + 0,75 + ... "* gibi daha basit ve uzun yolları tercih ederler. Çözüm aşamalarında işlem hataları görülebilir örneğin ondalık sayılarla toplama ya da çıkarma yapmakta zorlanabilirler.

ÇYY seviyesi cevaplarında öğrencilerin değişkenlere değerler vererek çözüm üretmeleri beklenir. (a) maddesinde *"0,75 TL ile 5'i çarpsam üzerine 2,5 TL eklesem kaç TL olur?"* , (b) maddesinde ise *"40 TL olması için 0,75 TL'yi kaç ile çarpmalıyım?"* gibi düşüncelerle karşılaşılabilir.

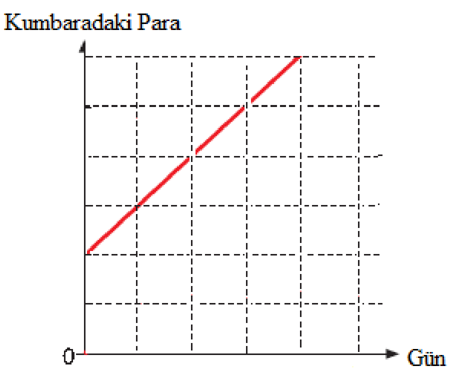
İlişkilendirilmiş Yapı seviyesinde ise öğrencinin *"2,5 + 0,75.k = 40 olur. 40 – 2,5 = 37,5 eder. 37,5 : 0,75 = 50 'dir. O zaman 40 TL'ye ulaşmak için 50 km gitmeliyiz"* gibi cebirsel işlem adımlarını eksiksiz bir şekilde yapmaları beklenir. Zaten bu şekilde kavramsal işlem adımlarını eksiksiz kullanarak istenen cevaba ulaşmak İmgesel Sembolik Evre için olabilecek en üst seviye olarak düşünülebilir. Problemlere bu şekilde cevap veren bir öğrencinin yavaş yavaş Soyut Evreye adım attığı rahatlıkla söylenebilir.

8. Problem

Ali para biriktirmeye karar vermiş ve kumbarasına başlangıç olarak 10 TL atmış, ondan sonraki her gün için de 5 TL atacağını söylemiştir. Bu durumu gösteren cebirsel ifade

Kumbaradaki para(P) = 10 TL + 5 TL. Gün(G)

Yani **P= 10 + 5.G** şeklindedir. Buna göre;



a) Verilen bilgilere göre grafiği tamamlayınız.

b) 3 gün sonunda Ali'nin kumbarasında toplam kaç TL olur? Hesaplayınız.

c) 12 gün sonunda Ali'nin kumbarasında toplam kaç TL olur? Hesaplayınız.

d) 100 TL biriktirdiğinde kendisine taraftar forması alacak olan Ali'nin kaç gün para biriktirmesi gerekir?

Bu problemde veriler öğrenciye sözel olarak ifade edilmiş, problem grafikle desteklenerek öğrencilerin zihinsel canlandırmalarına katkı sağlanmaya çalışılmış ayrıca bu problemde 7. problemden farklı olarak durumu anlatan cebirsel ifade verilmiştir. Problem dikkatli incelendiğinde verilen cebirsel ifadenin gereksiz bilgi olduğu görülebilir. Öğrenci problemi okuduğunda cebirsel ifadeyi oluşturabilecek bilgilere zaten sahip olacaktır. Problemin bu şekilde sorulmasındaki amaç öğrencinin cebirsel ifadedeki terimleri problemle birebir karşılaştırarak kavrayabilmesi ve problemin devamında cebirsel işlem adımlarını kullanmaya çalışmasıdır. Burada bir nevi öğrenciyi cebirsel işlem kullanmaya yöneltmek istenmiştir. Aşağıda öğrencilerin probleme ilişkin verebileceği olası cevaplardan bahsedilmiştir.

YÖ seviyesinde öğrenciler problemi anlamakta zorlanırlar ve anlamamaktan kaynaklanan işlemsel hatalar yapabilirler. (b) maddesine doğru cevabı verebilseler bile (c) ve (d) maddesinde benzer yöntemleri kullanarak soruyu cevaplayamazlar. YÖ seviyedeki öğrenciler grafiği doldurma ya da grafiği okuma konusunda yeterli bilgi ve becerilere sahip değildirler.

TYY seviyesinde öğrenciler bütün maddeleri doğru bir şekilde cevaplandırabilirler. Fakat kullandıkları yöntemler öğrenmiş oldukları güncel kazanımları kullanmaktan oldukça uzaktır. Öğrenciler verilen cebirsel ifadeyi bir kenara atarak problemdeki verileri uzun uzun toplayarak ya da içlerinden sayarak cevabı bulmayı tercih ederler. Bu seviyedeki öğrenciler grafiği doldurmada küçük hatalar yapabilirler.

ÇYY seviyesinde öğrenciler sayısal işlemleri yapmak da zorlanmazlar. Bütün maddeler için işlemleri kolaylıkla yürütebilir, cevapları bulabilirler ancak cebirsel dil kullanmayı tercih etmezler.

İY seviyesinde ölçüt ÇYY seviyesinden farklı olarak öğrencinin (d) maddesi için bir denklem oluşturması, denklem çözümünde gerekli olan işlem adımlarını kullanarak cevabı bulabilmesidir.

IV Bulgular ve Yorum

Bu bölümde SOLO Taksonomisine göre analiz edilen cebirsel düşünme becerilerine ait bulgu ve yorumlara yer verilmiştir. Elde edilen bulgular 5 kısımda incelenmiştir.

Birinci, ikinci ve üçüncü kısımlarda öğrencileri sırasıyla genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu gösterimlerden yararlanma alt becerilerine vermiş oldukları cevaplar betimsel olarak analiz edilmiş ve seviyelendirme işleminin nasıl gerçekleştirildiği açıklanmıştır.

Dördüncü kısımda her bir öğrencinin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerine yönelik seviyeleri tablolar yardımıyla analiz edilmiş ayrıca tablolar yardımıyla bu üç beceriye göre öğrenci seviyelerinin birbirlerine göre durumlarına ve karşılıklı analizlerine yer verilmiştir.

Beşinci kısımda ise öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin matematik başarılarına göre dağılımlarına yer verilmiştir.

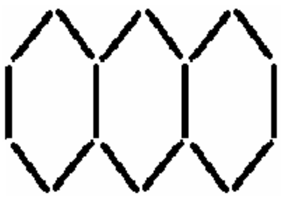
4.1 Genellemeleri Formüle Etme Becerisine ilişkin Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde genellemeleri formüle etme becerisine yönelik iki problem ve bu problemlere ilişkin bulgu ve yorumlara yer verilmiştir.

4.1.1 Problem 1'e ilişkin Bulgular ve Yorumlar

1. Problem

Ömer elindeki çubukları kullanarak yan yana altıgenlerden oluşan bir Arı Peteği Modeli oluşturmak istemektedir. Aşağıdaki tabloda her bir petek için kaç tane çubuğa ihtiyaç olduğunu görüyoruz.



Petek Sayısı	1	2	3
Çubuk Sayısı	6	11	-

Buna göre;

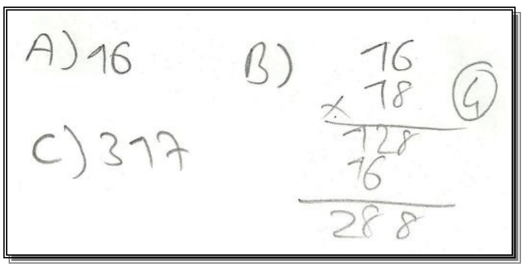
a) 3 tane petek için kaç çubuk gereklidir?

b) 18 petek için kaç çubuk gereklidir?

c) 62 tane petek için 311 tane çubuk gerekliyse, 63 petek için kaç tane çubuğa ihtiyaç vardır?

d) Bu örüntünün kuralını cebirsel olarak yazınız.

Birinci probleme ilişkin Fatih'in vermiş olduğu cevap Şekil 4.1'de görülmektedir.



Şekil 4.1 Fatih'in Birinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Fatih (a) maddesi için verdiği cevapta çubukları sayarak doğru cevabı bulmuştur. (b) maddesinde ise öğretmen ile Fatih arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Ö: 288'i nasıl buldun?

F: 3 tane petek 16 hocam. 16 ile 18'i çarparım 288 olur.

Ö: Peki

(c) maddesinde ise:

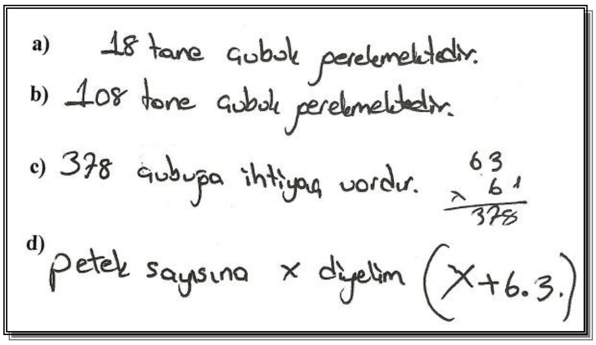
Ö: (c)'yi nasıl buldun?

F: 62 tanesi 311'di hocam. Bir petek daha eklersek 317 olur.

Ö: Tamam

Bu iki maddeye verilen cevaba bakılarak Fatih'in örüntü mantığını kavrayamadığı görülmektedir. Fatih (b) maddesi için *"3 tane petek için 16 ise 18 petek için kaç olur?"* şeklinde bir orantı düşünerek anlamlı bir cevap verememiştir. (c) maddesinde *ise "62 petek için 311 ise 63 tanesi için bir petek daha eklesem 317 olur"* şeklinde bir cevap vermiştir. Bir sonraki adımı bulmak için ilk petekteki çubuk sayısının 6 olmasından yola çıkarak her petek için bu sayının 6 olacağını düşünmüştür, ortak farkın 5 olduğunu kavrayamamıştır. Bu durum Fatih'in örüntüye ilişkin eksik bilgileri olduğunu göstermektedir. (a) maddesine vermiş olduğu cevabın ise tamamen petek modelindeki çubukları sayarak genellemeye ihtiyaç duymadan bulduğu söylenebilir. Bu nedenlerden dolayı Fatih'in cevabı YÖ seviyesi olarak kabul edilmiştir.

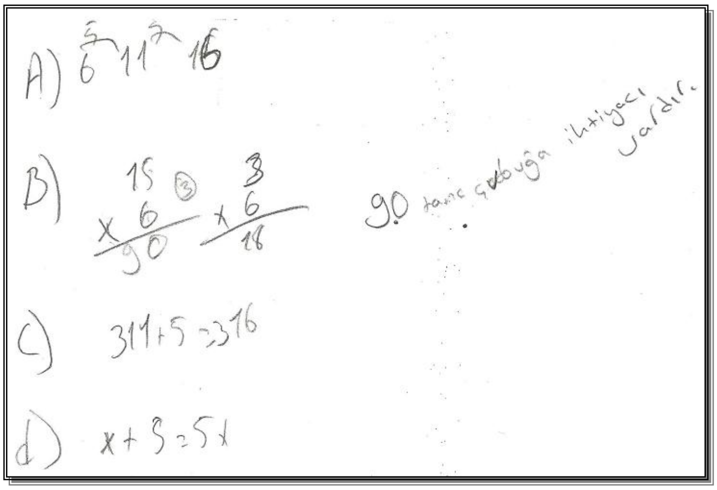
Elif ise (a) maddesi için örüntünün adımlarını saymayı bile düşünmemiş direkt olarak *"Birinci petekte 6 çubuk var ise 6x3 = 18 eder"* şeklinde bir cevap vermiştir.



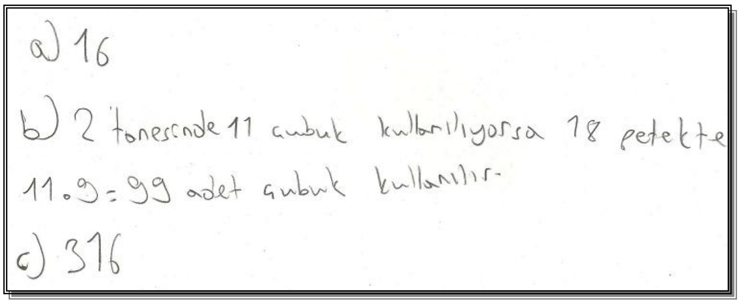
Şekil 4.2 Elif'in Birinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

(b) maddesinde *"Bir petekte 6 çubuk var ise 18 petekte 18x6 = 108 olur"* ve (c) maddesinde de *"Birinci petekte 6 çubuk var ise 63. petekte 63x6 = 378 tane vardır"* şeklinde cevap vermiştir. Elif bu maddelerin her birisi için sadece birinci petekteki çubukların saymış 6 tane olduğunu görmüş, diğer peteklerdeki çubuk sayılarının da 6 olduğunu kabul ederek genelleme yapmıştır. Diğer peteklerdeki çubukları sayarak herhangi bir kural olup olmadığını incelememiştir. Bu nedenle Elif'in vermiş olduğu cevaba ilişkin seviyesi YÖ olarak kabul edilmiştir. (d) maddesine verilen cevap birtakım cebirsel ifadeler içerse de tatmin edici düzeyde kabul edilmemiştir.

Şekil 4.3 ve Şekil 4.4 'te verilen iki örnek TYY seviyesine ait cevaplar olarak kabul edilebilir.



Şekil 4.3 Abdullah'ın Birinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap



Şekil 4.4 Muhammed'in Birinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Bu iki örnekte Abdullah ve Muhammed (a) ve (c) maddeleri için tutarlı cevaplar vermişler, örüntünün ortak farkının 5 olduğunu bilerek çözüme gitmişlerdir. (b) maddesinde ise hatalı genellemeler yapmışlardır. Abdullah ile öğretmen arasında geçen diyalog şu şekildedir.

Ö: 90 çubuğu nasıl buldun?

A: 3 petekte 15 çubuk var. 3 kere 6, 18 eder. O zaman 15 'le 6 'yı çarparsam 90 çubuk gerekir öğretmenim.

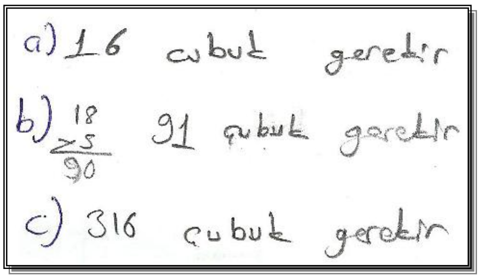
Ö: Orantı kurarak mı yaptın?

A: Evet hocam.

Abdullah (b) maddesinin çözümü için ilk üç petekte 16 çubuk olduğunu belirtmiş, daha sonra 18. petekteki çubuk sayısını bulmak için bu sayıyı 6 ile çarpmıştır. (a) maddesinde bulmuş olduğu ortak farkı kullanması gerektiğinin farkına varamamıştır. Muhammed de aynı şekilde düşünerek ilk iki petekte 11 çubuk olduğunu belirtmiş, 18. petekteki çubuk sayısını bulmak için bu sayıyı 9 ile çarpmıştır. Bulmuş olduğu ortak farkı kullanmamıştır.

Bu iki öğrenci problemi ancak tek bir yönüyle ele almış, bu yönü farklı durumlara uyarlayarak genelleştirebilme becerisini gösterememiştir. O yüzden vermiş oldukları cevaplar TYY seviyesi olarak kabul edilmiştir.

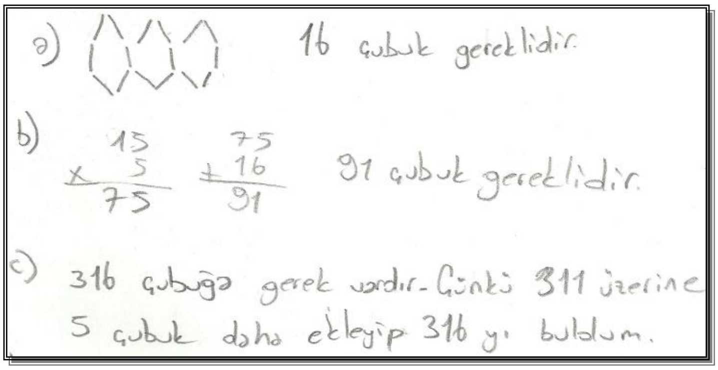
Şekil 4.5'te Mehmet'in vermiş olduğu cevap ÇYY seviyesine örnek olarak gösterilebilir.



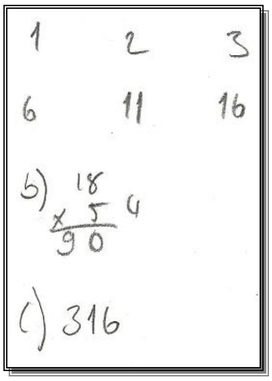
Şekil 4.5 Mehmet'in Birinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Mehmet (a) ve (c) maddelerinde örüntünün ortak farkını kullanarak cevaba ulaşmıştır. (b) maddesinde ise bulmuş olduğu ortak farkı genelleştirmiş, farklı durumlara da uygulayabilmiştir.

Şekil 4.6 ve Şekil 4.7 'de Zeynep ve Vefa'nın cevaplarını incelendiğinde de benzer durumlar görülebilir.



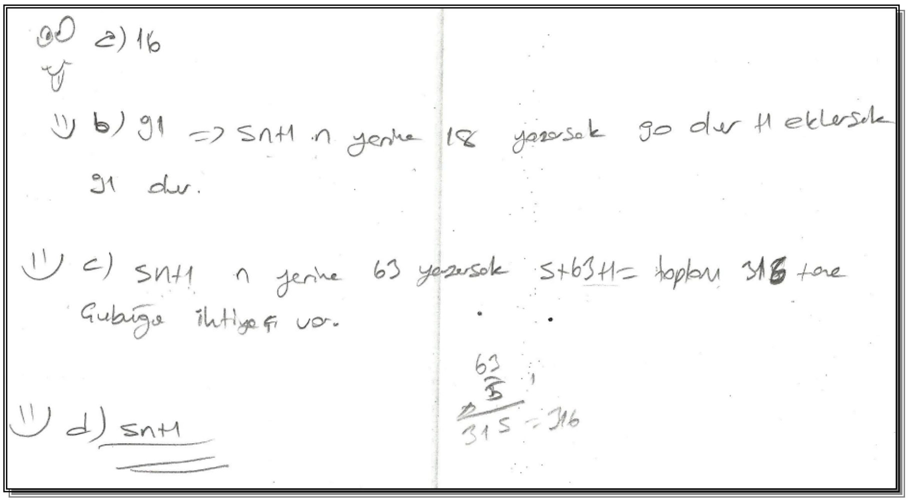
Şekil 4.6 Zeynep'in Birinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap



Şekil 4.7 Vefa'nın Birinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Zeynep (b) maddesi için *"15 adım 75 eder. 3 adım da 16 idi. Toplam 91 olur"* şeklinde düşünmüştür. Vefa ise ortak fark ile 18 adımı çarpmıştır fakat ilk adımdaki bir fazlalığı hesaba katmamıştır. Bu nedenle Zeynep'in cevabı ÇYY seviyesi olarak kabul edilmiş ve cevaba 3 puan verilmiş, Vefa'nın cevabı ise birinci adımdaki bir fazlalığı hesaba katmadığı için ÇYY seviyesinin biraz altında kabul edilmiş ve cevaba 3- puan verilmiştir.

Şekil 4.8’ de Zehra’nın vermiş olduğu cevap İY seviyesi olarak kabul edilmiş bir cevaptır.


a) 16
b) 91 => 5n+1 n yerine 18 yazarsak 90 dır 1 eklersek 91 dır.
c) 5n+1 n yerine 63 yazarsak 5+63+1= toplam 316 tane çubuğa ihtiyaç var.
63 x 5 = 315 = 316
d) 5n+1

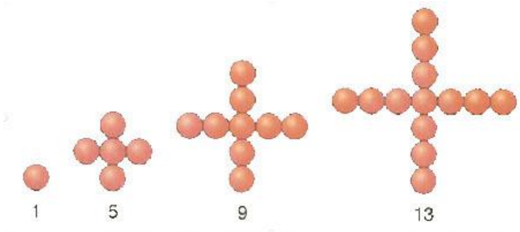
Şekil 4.8 Zehra’nın Birinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Zehra diğer öğrencilerden farklı olarak (d) maddesinde durumu cebirsel olarak ifade etmiş, (b) ve (c) maddelerinde de cebirsel yöntemler kullanmayı tercih etmiştir. İY seviyesinde öğrencilerin kavramsal dil kullanması, güncel kazanımlardan faydalanarak problemlere cevap vermeleri beklenir. Bu nedenle Zehra’nın cevabı İY seviyesi olarak kabul edilmiştir.

4.1.2 Problem 2'ye ilişkin Bulgular ve Yorumlar

2. Problem

Yandaki örüntüye göre

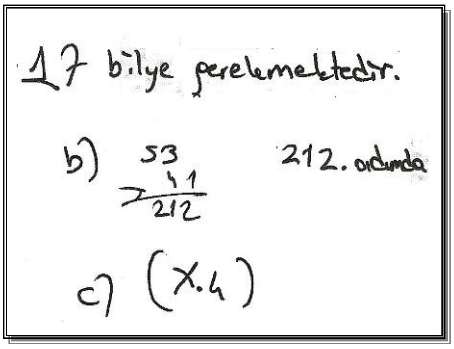


a) 5. adımda kaç tane bilye olmalıdır?

b) Kaçıncı adımda 53 bilye vardır?

c) Bu örüntünün kuralını cebirsel olarak yazınız.

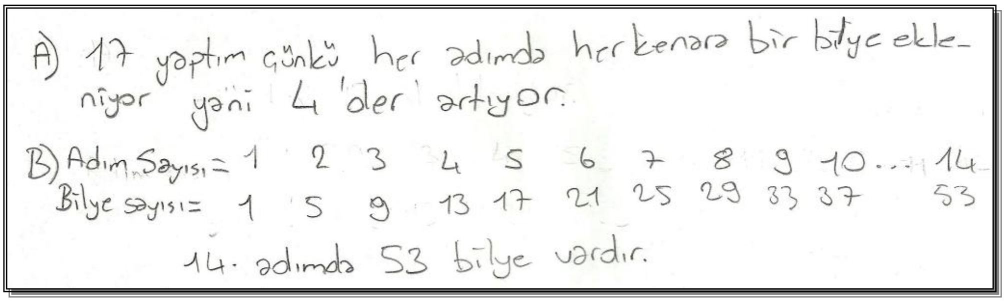
Elif'in cevabı araştırmacılar arasında anlaşmazlığa neden olmuştur. Elif'in vermiş olduğu cevaba bir araştırmacı 1+ puan iki araştırmacı ise 2- puan vermişlerdir. Daha sonra ise uzlaşana kadar tartışmışlar ve 2- puan vermeye karar vermişlerdir.



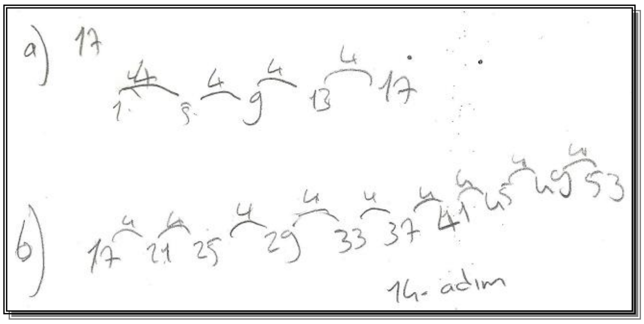
Şekil 4.9 Elif'in İkinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Elif (a) maddesi için *" 4'er 4'er sayarsak, 13'ün 4 fazlası 17 eder"* şeklinde bir cümle kurmuştur. (b) maddesinde ise *"Her adımda 4 bilye artıyor. O zaman 53* *çarpı 4 olur. Bu da 212 eder”* şeklinde bir cevap vermiştir. (c) maddesinde ise 4 ile bilinmeyeni çarparak bilgi eksikliğinin varlığını belli eden bir cevap vermiştir. Araştırmacılar bu cevaplara ilk baktıklarında (b) ve (c) maddelerinin anlamsız cevaplar olduğunu düşünmüşler. (a) maddesine verilen doğru cevabın TY seviyesine ait bir cevap için yetersiz olacağını düşünüp YÖ seviyede olduğuna karar vermişlerdir. Daha sonra öğrencinin vermiş olduğu cevaplara bakarak aslında bu öğrencinin örüntünün ortak farkını kullanarak genelleme yapmaya çalıştığını (53x4=212 ortak farkı 4 ile çarptı) ancak özellikle (b) maddesinde problemi yanlış anlamış olduğunu belirtmişlerdir. Bu nedenle bu öğrencinin TYY seviyesine daha yakın olduğuna karar vermişlerdir.

Şekil 4.10 ve 4.11’de TYY seviyesine ait örnekler görülebilir.



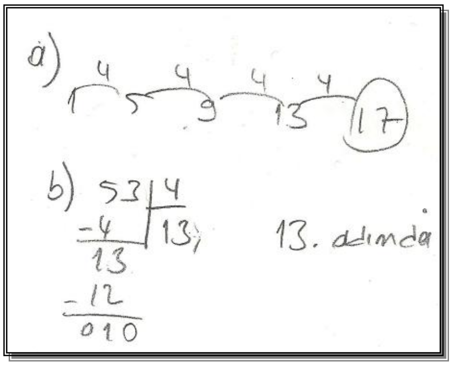
Şekil 4.10 Zeynep’in İkinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap



Şekil 4.11 Abdullah’ın İkinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Zeynep ve Abdullah'ın vermiş olduğu cevaplar aşağı yukarı birbiriyle aynıdır. İki öğrenci de (a) maddesinde ortak farkı bulmuş, (b) maddesinde bu ortak farktan faydalanarak tek tek bütün adımları yazmışlar ve doğru cevabı bulmuşlardır. Cevaplarda aritmetik işlemler yerine ardışık toplama gibi daha basit bir yöntemi tercih etmişlerdir. Bu nedenle vermiş oldukları cevaplar TYY seviyesinde kabul edilmiştir.

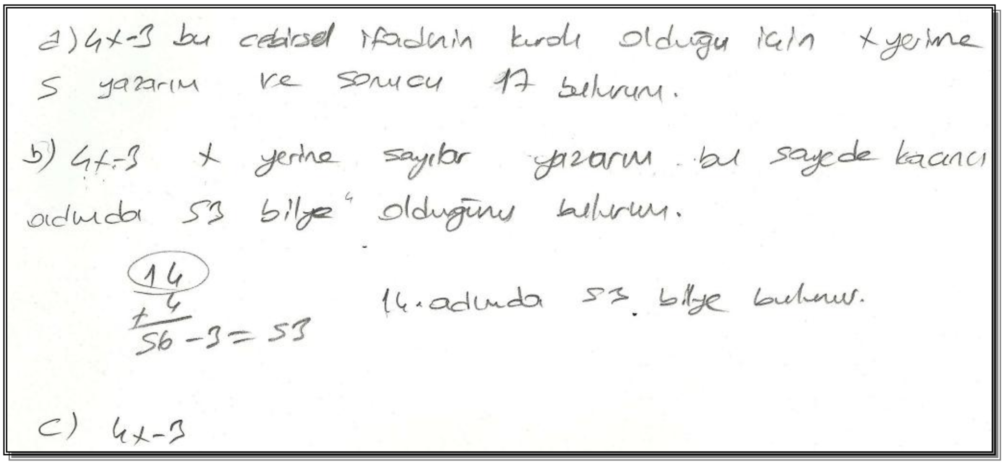
Şekil 4.12'de Vefa'nın vermiş olduğu cevaba verilen puan 3- puan olarak belirlenmiştir.



Şekil 4.12 Vefa'nın İkinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Vefa (a) maddesinde diğer öğrenciler gibi son adıma ortak farkı ekleyerek cevabı 17 bulmuştur. (b) maddesinde ise TYY seviyesindeki bir öğrenci gibi adımları tek tek sayıp kaçıncı adımın 53 olacağını bulmayı denemek yerine, aritmetik işlemler yapmayı tercih etmiştir. Vermiş olduğu cevap doğru cevap değildir fakat SOLO Taksonomisinin düşünce tarzlarına ilişkin sınıflamaları göz önünde bulundurulduğunda bu cevabın daha üst düzey bir düşünce seviyesine denk geldiği görülmektedir. SOLO Taksonomisinde verilen cevabın doğruluğu ya da yanlışlığından çok niteliği önemlidir. Bu nedenle verilen cevap ÇYY seviyesine daha yakındır. Cevapta ilk adımdaki 1 farkın hesaba katılmamasından kaynaklanan hatadan dolayı Vefa'nın cevabı 3- puan olarak kabul edilmiştir.

Şekil 4.13 ve 4.14'de Zehra ve Kerem'in vermiş oldukları cevapları inceleyelim.



a) 4x-3 bu cebirsel ifadenin kuralı olduğu için x yerine 5 yazarım ve sonucu 17 bulurum.

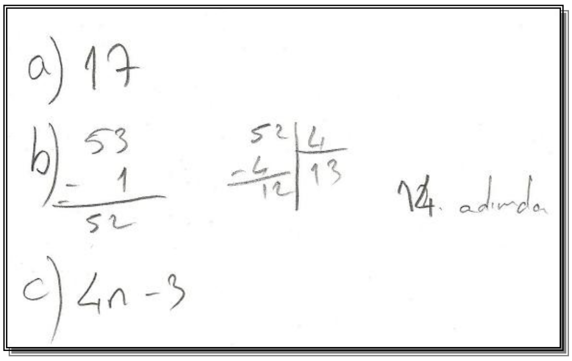
b) 4x-3 x yerine sayılar yazarım. bu sayede kaçıncı adımda 53 bilye olduğunu bulurum.

14
+4
56 -3 = 53

14. adımda 53 bilye bulunur.

c) 4x-3

Şekil 4.13 Zehra'nın İkinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap



a) 17

b) 53
-1
52

52 | 4
-4 | 13
12

14. adımda

c) 4n -3

Şekil 4.14 Kerem'in İkinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Her iki öğrencinin vermiş olduğu cevaplara bakıldığında öğrencilerin örüntünün kuralını rahatlıkla genelleştirebildikleri görülmektedir. Bu öğrencilere örüntünün 100. adımı sorulduğunda yine benzer aritmetik yöntemlerle cevabı bulabilecekleri aşikârdır. Bu nedenle bu iki öğrencinin vermiş oldukları cevapların en az ÇYY seviyesinde olduğu rahatlıkla söylenebilir.

Bir öğrencinin cevabının İY seviyesi olarak kabul edilebilmesi için bu öğrencinin işlemsel becerilerinden farklı olarak cebirsel yöntemleri kullanması tercih edilir. Bu problemde kabul edilebilecek en üst düzey cevap $4.n - 3 = 53$ şeklinde bir denklem kurulup bu denklemin çözülmesidir. Zehra *" x yerine sayılar yazarım bu sayede kaçıncı adımda 53 olduğunu bulurum"* şeklinde bir cevap vermiştir. Öğrencinin x yerine yazılacak sayıyı içinden sayarak düşünmesi değil de denklem kurarak istenilen adıma ulaşması daha üst düzey bir düşünme becerisi gerektirir. Bu nedenle Zehra'ya İY seviyesine en yakın olan 4- puan verilmiştir. Kerem cevaba ulaşmak için değişkene değer vermek ya da denklem kurup çözmek gibi cebirsel yöntemler yerine aritmetik yöntemlere yer vermeyi tercih etmiştir. Bu nedenle Kerem'in cevabı ÇYY seviyesinin biraz üstünde olan 3+ puan olarak belirlenmiştir.

Bu problemde İY seviyesine denk gelen 4 puanı alacak düzeyde bir cevaba rastlanılamamıştır.

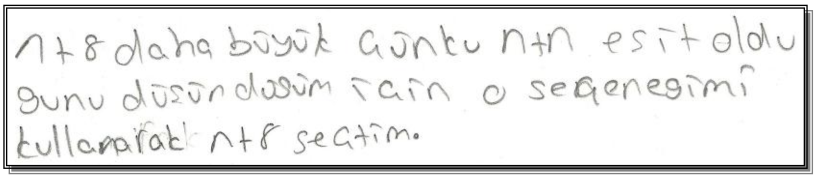
4.2 Sembolleri ve Cebirsel İlişkileri Kullanma Becerisine ilişkin Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisine yönelik üç problem ve bu problemlere ilişkin bulgu ve yorumlara yer verilmiştir.

4.2.1 Problem 3'e ilişkin Bulgular ve Yorumlar

3. Problem Hangisi daha büyüktür, n+n ' mi? , n+ 8' mi?

Aşağıda YÖ seviyesine ait bazı örneklere yer verilmiştir:


n+8 daha büyük çünkü n+n eşit oldu
gunu düşündüğüm için o seçeneğimi
kullanarak n+8 seçtim.

Şekil 4.15 Fatih'in Üçüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

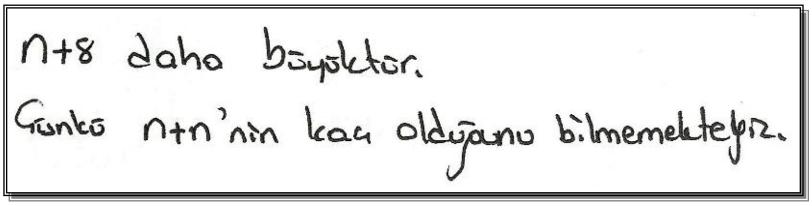
Fatih vermiş olduğu cevapta *"n"* harfinin bir değişken olduğunun ve farklı değerler alabileceğinin farkında değildir. Öğretmen ile Fatih öğrencisi arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Ö: Neden n+8 daha büyüktür?

F: Burada iki tane n var. Bunlar eşit olur. O zaman n+8 daha büyüktür.

Fatih'in vermiş olduğu cevabın istenilen cevapla herhangi bir ilgisi bulunmamaktadır. Bu nedenle vermiş olduğu cevap YÖ seviye olarak kabul edilmiştir.

Elif'in cevabında da benzer bir durum vardır.


n+8 daha büyüktür.
Çünkü n+n'nin kaç olduğunu bilmemekteyiz.

Şekil 4.16 Elif'in Üçüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Öğretmenle Elif arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Ö: Hangisi daha büyüktür?

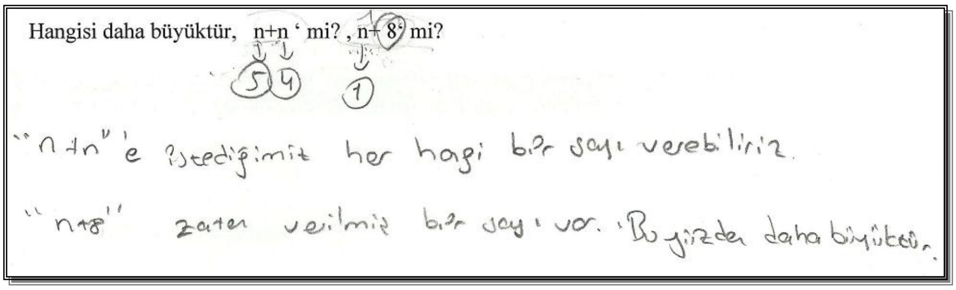
E: n+8

Ö: Neden?

E: Çünkü hocam n+n' yi bilmiyoruz. Sayısını vermemiş. Eğer verseydi daha büyük derdik.

Elif'in vermiş olduğu cevap da istenilen cevapla örtüşmemektedir. Bu cevaptan Elif'in değişken kavramına dair bir fikrinin olmadığı rahatlıkla görülebilir. Bu nedenle Elif'in vermiş olduğu cevap YÖ seviye olarak kabul edilmiştir.

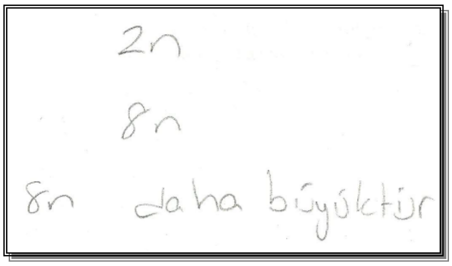
Gamze diğer iki öğrenciden farklı olarak değişkenlere değer verme yoluna gitmiştir:


Hangisi daha büyüktür, n+n ' mi? , n+ 8' mi?
5 4 1
"n+n" e istediğimiz her hangi bir sayı verebiliriz.
"n+8" zaten verilmiş bir sayı var. Bu yüzden daha büyüktür.

Şekil 4.17 Gamze'nin Üçüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Gamze *"n"* harfinin bir değişken olduğuna dair ifadelere yer vermiştir. Fakat aynı değişkene bir ifadede 5 ve 4 değerlerini, başka bir ifadede ise 1 değerini vermiştir. Bu durum Gamze'nin değişkene verilen değerin aynı değişkene sahip bütün ifadelerde farklı olacağı şeklinde bir kavram yanılgısı olduğunu göstermektedir ancak değişkene değer vermeye çalışması onu Fatih ve Elif'ten bir adım öteye taşımaktadır. Bu nedenle Gamze'nin vermiş olduğu cevap YÖ seviyenin biraz üzerindedir. Bu cevaba verilen puan 1+ olarak belirlenmiştir.

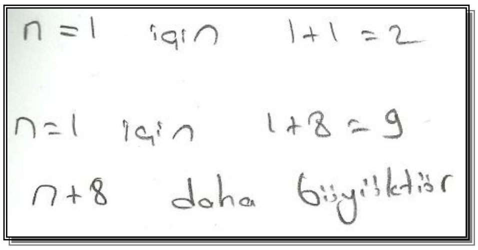
Nuray ise $n+n = 2n$ ve $n+8 = 8n$ şeklinde iki işlem yapmıştır ve $8n$ ifadesinin daha büyük olduğu sonucunu çıkarmıştır.



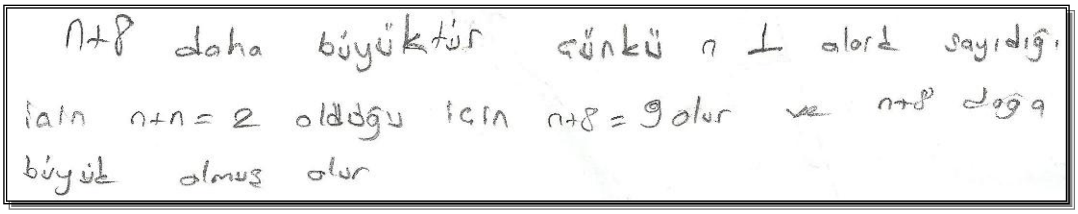
Şekil 4.18 Nuray'ın Üçüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Verilen bu cevapta önemli cebirsel işlem hataları olmakla birlikte, Nuray'ın değişken kavramının kısmen bilincinde olduğu görülmektedir. Bu nedenle Nuray'ın cevabı da Gamze'nin cevabı gibi YÖ seviyesinin biraz üzerindedir. Bu cevaba verilen puan da 1+ puan olarak belirlenmiştir.

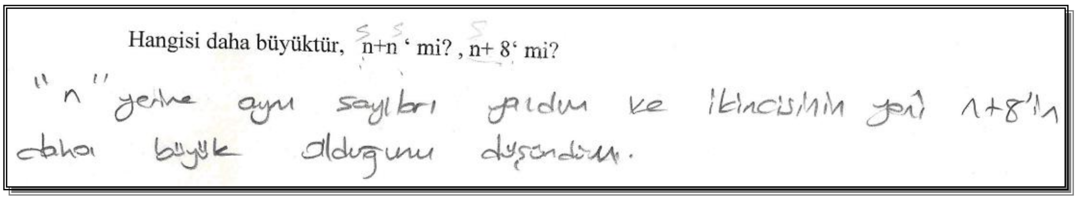
Arzu, Mehmet ve Zehra'nın vermiş oldukları cevaplar TYY seviyesine atanmıştır.


n=1 için 1+1=2
n=1 için 1+8=9
n+8 daha büyüktür

Şekil 4.19 Arzu'nun Üçüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap


n+8 daha büyüktür çünkü n 1 olarak sayıldığı için n+n=2 olduğu için n+8=9 olur ve n+8 doğa büyük olmuş olur

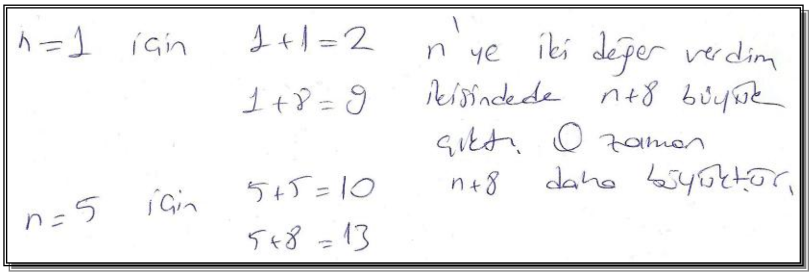
Şekil 4.20 Mehmet'in Üçüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap


Hangisi daha büyüktür, n+n ‘ mi? , n+ 8‘ mi?
"n" yerine aynı sayıları yazdım ve ikincisinin yani n+8'in daha büyük olduğunu düşündüm.

Şekil 4.21 Zehra'nın Üçüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Üç öğrenci de vermiş olduğu cevaplarda durumu tek boyutuyla ele almış değişkene bir tane değer vererek yorum yapmışlardır. Zehra cevapta görüldüğü gibi *n= 5* değerini, Arzu ve Mehmet ise *n= 1* değerini vermişlerdir. Değişkene farklı değerler verildiğinde ne gibi sonuçların ortaya çıkacağını incelememişlerdir. Bu nedenle vermiş oldukları cevaplar TYY seviyesi olarak kabul edilmiştir.

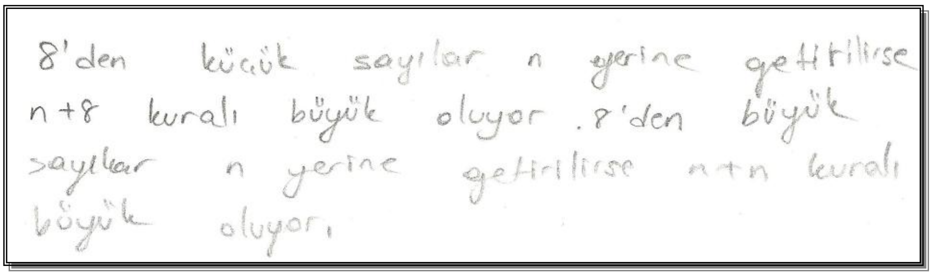
Vefa'nın vermiş olduğu cevap ise ÇYY seviyesine ait bir cevap olarak kabul edilmiştir.


n=1 için 1+1=2
1+8=9
n'ye iki değer verdim ikisindede n+8 büyük çıktı. O zaman n+8 daha büyüktür.
n=5 için 5+5=10
5+8=13

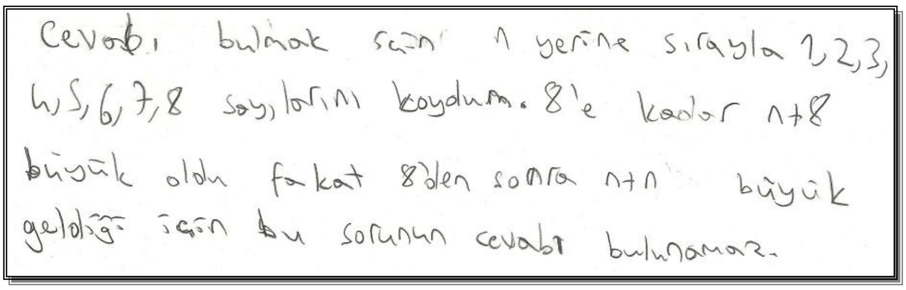
Şekil 4.22 Vefa'nın Üçüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Vefa bu probleme ilişkin vermiş olduğu cevapta değişkene farklı değerler vererek sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Problemi birden çok yönüyle ele almıştır fakat *n=8* kritik değer için bu yönler arasında ilişkisel bağ kuramamıştır. Bu nedenle vermiş olduğu cevap ÇYY seviyesinde kabul edilmiştir.

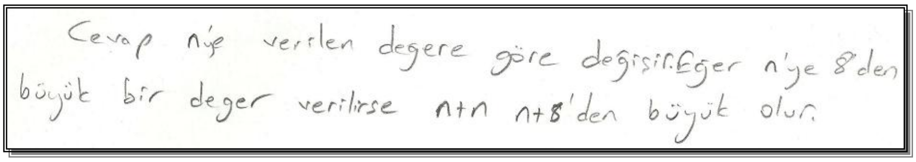
Aşağıdaki şekillerde İY seviyesinde kabul edilen cevaplara örnekler verilmiştir:


8'den küçük sayılar n yerine getirilirse n+8 kuralı büyük oluyor. 8'den büyük sayılar n yerine getirilirse n+n kuralı büyük oluyor.

Şekil 4.23 Meryem'in Üçüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap


Cevabı bulmak için n yerine sırayla 1,2,3,4,5,6,7,8 sayılarını koydum. 8'e kadar n+8 büyük oldu fakat 8'den sonra n+n büyük geldiği için bu sorunun cevabı bulunamaz.

Şekil 4.24 Muhammed'in Üçüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap



Şekil 4.25 Kerem'in Üçüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Her üç cevapta da öğrenciler *n*'in alabileceği bütün değerleri hesaba katmış, kritik değer olan *n = 8* 'den öncesi ve sonrası için durumun değişeceğinin farkına varmışlardır. Öğrenciler bu problemde cevaba ilişkin tüm yönleri, bu yönlerin bütün içindeki yerini ve bu yönlerin birbiriyle olan ilişkilerini kavrayarak cevaba ulaşmışlardır.

4.2.2 Problem 4'e ilişkin Bulgular ve Yorumlar

4. Problem

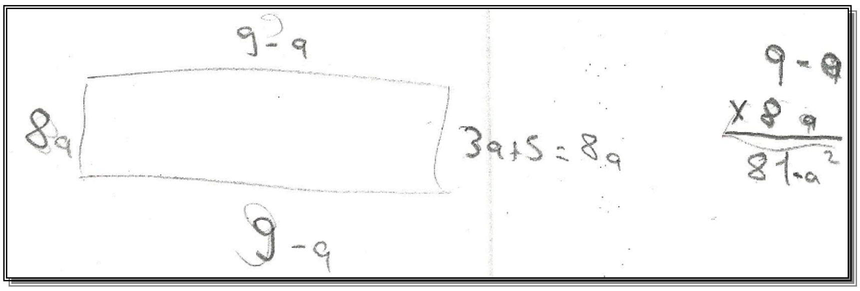
a bir tamsayı olmak üzere, bir dikdörtgenin kenar uzunlukları (**9-a) cm** ve **(3a+5) cm 'dir.**

Buna göre;

a) Dikdörtgenin çevre uzunluğunu cebirsel olarak ifade ediniz.

b) Dikdörtgenin çevre uzunluğu en fazla kaç cm olabilir?

Bu probleme ilişkin Yusuf'un vermiş olduğu cevabı inceleyelim:



Şekil 4.26 Yusuf'un Dördüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Yusuf'un yapmış olduğu cebirsel işlemler kavram yanılgılarıyla doludur. Yusuf katsayı, sabit terim ve değişkene ait özellikleri bilmeden rastgele işlem yapmaktadır. Örneğin *3a* ile *5* terimlerini toplayarak *8a* bulmuştur. Ayrıca öğretmen ile Yusuf arasında geçen diyalogda yer alan cevaplar şu şekildedir:

Ö: Evet. Dikdörtgenin çevresini nasıl buluruz?

Y: Kısa kenarla uzun kenarı çarparız.

Ö: Cevap kaç olur?

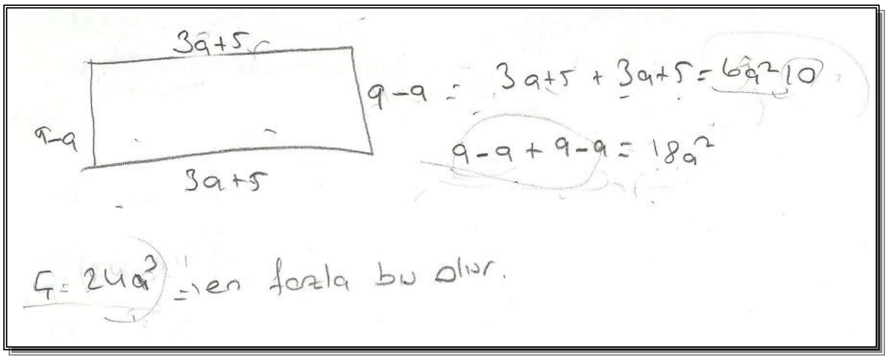
Y: Kısa kenar 8a, uzun kenar 9-a olur. Çarparsak $81-a^2$ *olur.*

Ö: Çevre uzunluğu en fazla kaç cm olabilir?

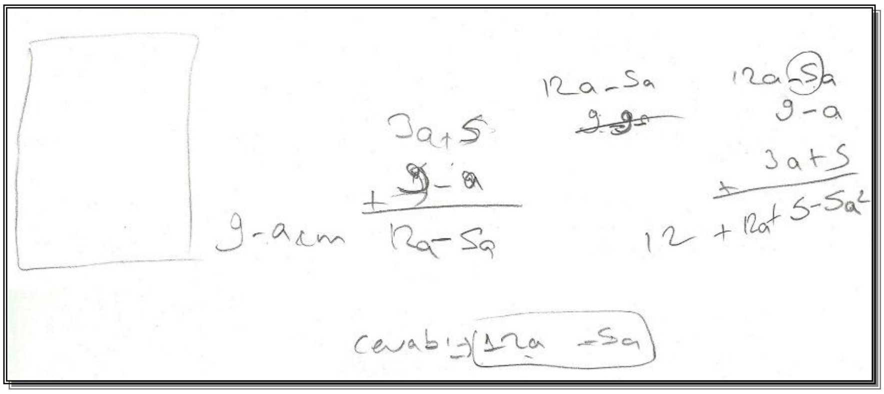
Y: 81 cm olabilir.

Yusuf burada çevreyi bulmak için iki kenarın çarpılmasını gerektiğini ifade etmiştir. Ayrıca yapmış olduğu çarpma işleminde cevapla ilgisi olmayan bir sonuç bulmuştur. Dolayısıyla cevabı YÖ seviye olarak kabul edilmiştir.

Gamze ve Gülcan'ın vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde bu öğrencilerin de benzer kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmektedir.



Şekil 4.27 Gamze'nin Dördüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap



Şekil 4.28 Gülcan'ın Dördüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Gamze cebirsel işlem yaparken

3a+5 + 3a+5 = 6a²;

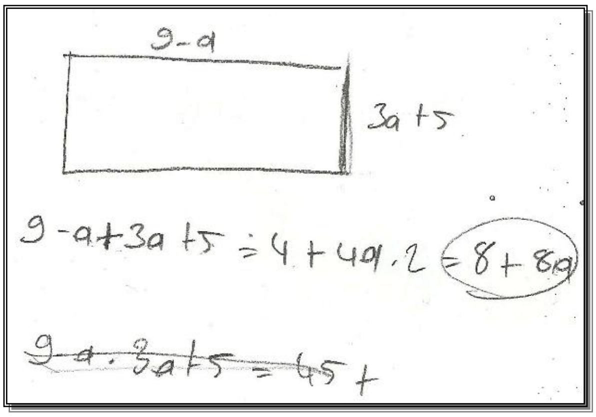
9-a + 9-a = 18a² ;

6a² + 18a² = 24a³ gibi kavramsal hatalar yapmıştır.

Gülcan da benzer şekilde

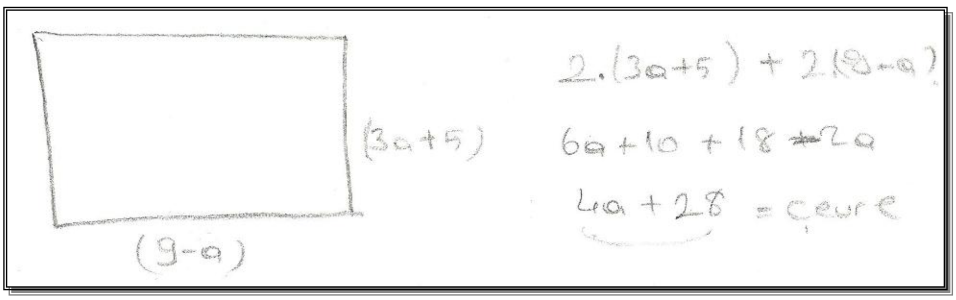
3a+5 + 9-a = 12a-5a; 12a-5a + 9-a + 3a +5 = 12+12a+5-5a² şeklinde hatalar yapmıştır. Bu nedenle bu iki öğrencinin cevabı da YÖ seviye olarak kabul edilmiştir.

Vefa’nın yapmış olduğu cebirsel işlemlerde de birtakım hatalar göze çarpmaktadır. Örneğin cebirsel ifadelerin işaretlerini önemsemeden işlem yapmaktadır. Ancak Vefa harfli ifadelerin kendi aralarında toplanması gerektiğini, sabit terimlerin kendi aralarında toplanması gerektiğini fark ederek işlem yapmaktadır. İşlemleri genel olarak tutarlıdır. Bu nedenle vermiş olduğu cevap TYY seviyesi olarak kabul edilmiştir.



Şekil 4.29 Vefa’nın Dördüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

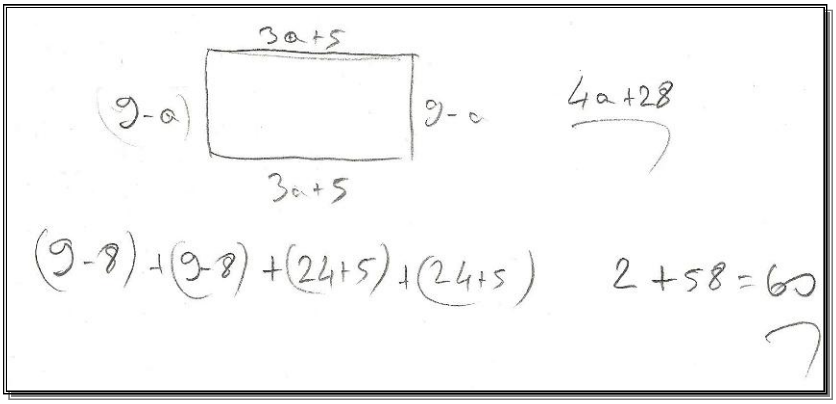
ÇYY seviyesine ait cevaplarda öğrencilerin işlemsel becerileri eksiksiz olarak yerine getirmeleri beklenir.



Şekil 4.30 Meryem’in Dördüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Meryem’in cevabı ÇYY seviyesine örnek bir cevap olarak kabul edilmiştir. Meryem problemin (a) maddesinde bütün cebirsel işlem adımlarını eksiksiz olarak uygulamış, doğru sonuca ulaşmıştır. Ancak İY seviyesine çıkmak için eşik olarak kabul edilen (b) maddesi için herhangi bir fikir beyan etmemiştir.

İY seviyesi olarak kabul edilebilecek bir cevapta öğrencilerin rutin problem adımlarını uygulayarak cevaba ulaşması yeterli değildir. Bu seviyede öğrenci kazanımın olası bütün çıktılarına hâkim olmalı, rutin olmayan bir problem tipiyle karşılaştığında da mantıklı cevaplar verebilmelidir. Problemin (b) maddesi değişkenler arasındaki ilişkisel yapıyı ölçmeye yönelik bir madde olduğu için, bu maddeye doğru cevabı veren bir öğrencinin cevabı İY seviyesi olarak kabul edilebilir. Kerem'in vermiş olduğu cevap bütün bu açıklamalara örnek bir cevaptır ve İY seviyesindedir.



Şekil 4.31 Kerem'in Dördüncü Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Kerem cebirsel işlemleri hatasız olarak yapmış, (b) maddesinde ise çevrenin alabileceği en büyük değer için değişkenlerin birbirlerine göre durumlarına bakmıştır. a değişkeninin alabileceği en büyük değerin 8 olabileceğini, a değişkeni 8 değerini aldığında ise çevrenin en büyük değere ulaşacağını belirtmiştir.

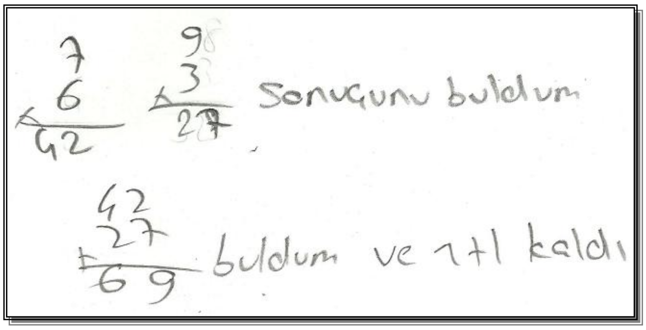
4.2.3 Problem 5'e ilişkin Bulgular ve Yorumlar

5. Problem

Tanesi 7 lira olan defterlerden m tane, tanesi 3 lira olan kalemlerden n tane aldım ve toplam 70 lira ödedim. Bu durumu cebirsel olarak nasıl ifade edebilirim?

Kaç defter, kaç kalem almış olabilirim?

Şekil 4.32' de YÖ seviye olarak kabul edilen bir cevap görülmektedir:



Şekil 4.32 Fatih'in Beşinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Fatih vermiş olduğu cevapta 70 TL'yi kalansız olarak paylaştırmak gerektiğini düşünememiştir. Öğretmenle geçen diyalogda:

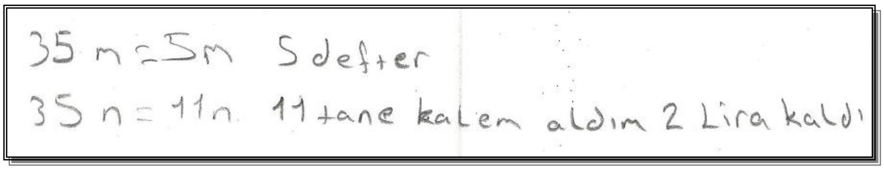
Ö: Kaç defter, kaç kalem alabilirim?

F: 6 defter olsa 42 eder. 9 kalem olsa 27 eder. 1TL kalır hocam.

şeklinde bir cevap vermiştir. Bu problemde öğrencinin m ve n değişkenlerine farklı değerler vererek eşitliği sağlayabilecek değerleri bulabilmesi beklenmiştir.

Verilen bu cevabın istenen cevapla ilgisi olmadığından YÖ seviye olarak belirlenmiştir.

Yusuf'un cevap kâğıdında da bu duruma benzer bir durum görülmektedir:


35 m=5m 5 defter
35 n=11n 11 tane kalem aldım 2 Lira kaldı

Şekil 4.33 Yusuf'un Beşinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Yusuf da kısmen Fatih'e benzer bir düşünce yapısı sergilemiştir. Öğretmen ile Yusuf arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Ö: Nasıl bulabiliriz bu sorunun cevabını?

Y: Yarısını 7'ye, yarısını 3'e böleriz.

Ö: Nasıl yani?

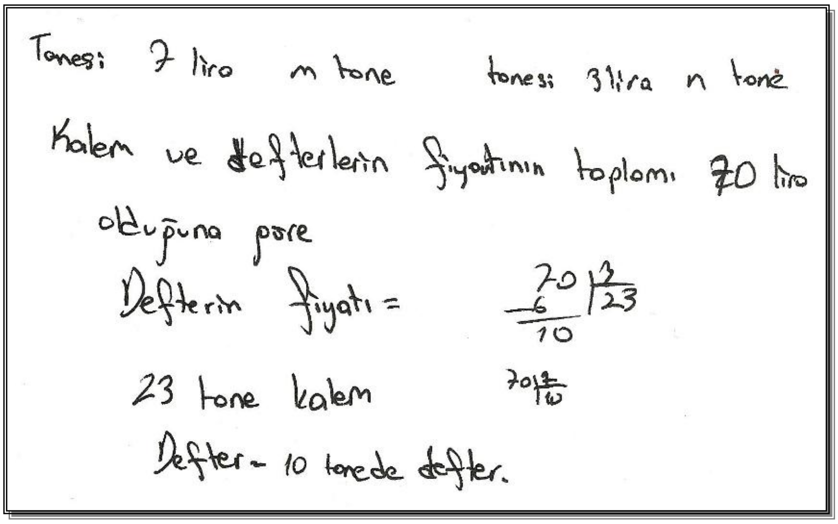
Y: 35 versek defterlere, 5 defter alabiliriz hocam.

Ö: Kalem için ne düşünüyorsun?

Y: 11 tane alırız hocam. 2TL'de kalır.

Öğrenci bu problemde istenen cevapla ilgisi olmayan sıra dışı bir düşünme tarzı sergilemiştir. Bu nedenle vermiş olduğu cevap YÖ seviye olarak kabul edilmiştir.

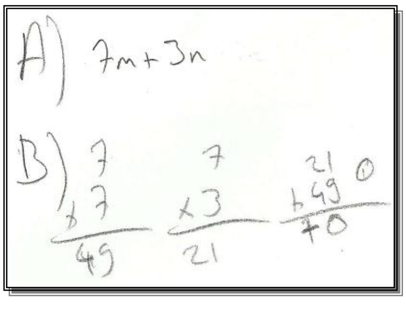
YÖ seviye olarak kabul edilen cevaplardan bir diğeri de Elif'in cevabıdır.



Şekil 4.34 Elif'in Beşinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Elif 70 TL'yi 3'e bölerek 23 tane kalem alabileceğini hesaplamış, daha sonra 70 TL'yi 7'ye bölerek 10 tane defter alabileceğini hesaplamıştır. 70 TL'nin defter ve kalem için verilmesi gereken toplam tutar olduğunu hesaba katmamıştır. Elif'e ait bu cevap Elif'in matematik problemlerini yorumlamaya ve çözmeye ilişkin birçok eksiği olduğunu da gözler önüne sermektedir.

Abdullah'ın cevabını incelendiğinde yapmış olduğu işlemlerin daha bilinçli ve tutarlı olduğu görülebilir.



Şekil 4.35 Abdullah'ın Beşinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Abdullah 70 TL ile alınabilecek kalem ve defter sayısını zihninden deneme-yanılma yöntemi ile işlemler yaparak bulabilmiştir. Öğretmenle aralarında geçen diyalogda:

Ö: Evet Abdullah ne düşünüyorsun soru hakkında?

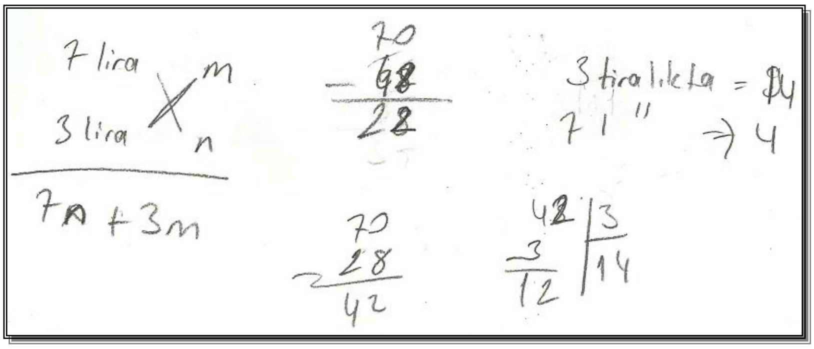
A: 7 oluyor öğretmenim (zihinde uzun bir deneme- *yanılma işleminin ardından)*

Ö: n kaç olur?

A: Yedi kere yedi kırk dokuz eder. Yetmiş olması için üç kere yedi yirmi bir. O zaman n' de yedi olur.

Abdullah durumu cebirsel olarak gösterme noktasında da kısmen başarılı olmuştur. Ancak problemi çözerken durumu cebirsel olarak ifade edip *"m ve n değişkenlerinin alabileceği değerler neler olabilir?"* gibi cebirsel bir bakış açısı sergileyememiştir. O nedenle Abdullah'ın vermiş olduğu bu cevap TYY seviyesinde kabul edilmiştir.

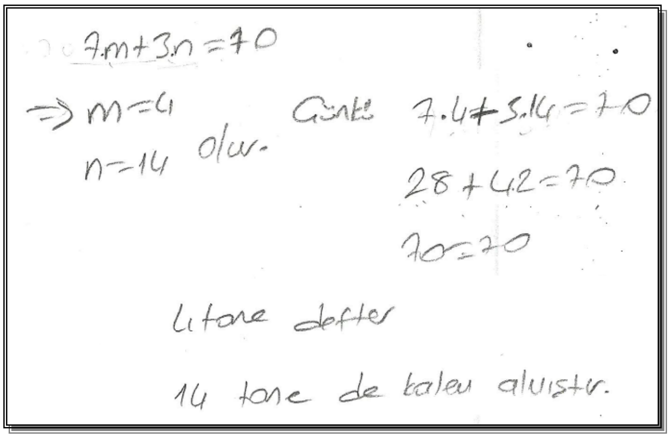
Vermiş olduğu cevabın seviyesi TYY olarak kabul edilen bir diğer öğrenci de Vefa'dır.



Şekil 4.36 Vefa'nın Beşinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Vefa'nın vermiş olduğu cevabı incelendiğinde Abdullah'ın cevabı ile hemen hemen benzer nitelikler taşıdıkları görülmektedir. İki öğrenci de tutarlı işlemlerle doğru sonuca ulaşabilmişlerdir. İkisinin de cebirsel gösterim konusunda birtakım eksiklikleri vardır. Bu nedenle aynı seviyede oldukları kabul edilmiştir.

ÇYY seviyesi olarak belirlenen cevaplar aşağıdaki şekillerde görülmektedir:


$7.m+3.n=70$

$\Rightarrow m=4$ Çünkü $7.4+3.14=70$

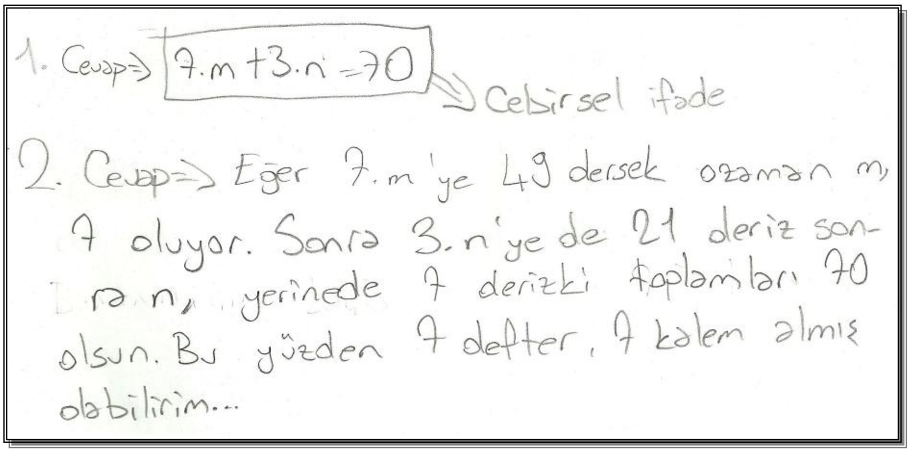
$n=14$ olur. $28+42=70$

$70=70$

4 tane defter

14 tane de kalem alınıştır.

Şekil 4.37 Zehra'nın Beşinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap


1. Cevap $\Rightarrow$ $\boxed{7.m+3.n=70}$ $\Rightarrow$ Cebirsel ifade

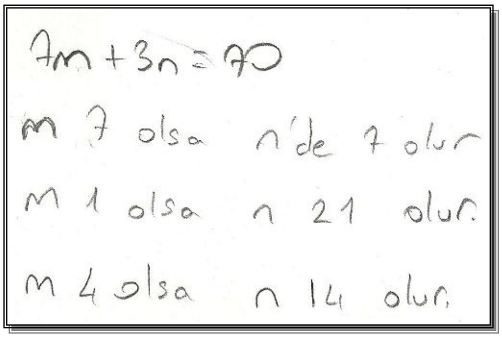
2. Cevap $\Rightarrow$ Eğer 7.m'ye 49 dersek ozaman m, 7 oluyor. Sonra 3.n'ye de 21 deriz son-ra n, yerinede 7 derizki toplamları 70 olsun. Bu yüzden 7 defter, 7 kalem almış olabilirim...

Şekil 4.38 Zeynep'in Beşinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Zehra ve Zeynep'in vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde her iki öğrencinin de cebirsel ifade ve gösterimleri doğru bir şeklide kullanabildikleri görülmektedir. İşlemleri yürütürken aritmetik işlemler yerine değişkenlere değer vererek sonuca gitmeleri güncel kazanımları anlamlandırabildiklerinin göstergesidir.

İY seviyesine ait bir cevapta öğrenci problemi cebirsel bir dil kullanarak anlatabilmeli, problemle karşılaştığı ilk andan itibaren değişkenlerin alabileceği her değeri zihninden geçirebilmelidir. Bu problemde öğrenciye "*m ve n'nin alabileceği değer ne olabilir?*" şeklinde bir soru yöneltilmiştir. Ancak İY seviyesindeki öğrenci m ve n'nin alabileceği bir değer değil birden fazla değer olacağını belirtebilmelidir.

Kerem'in cevabı İY seviyesinde bir cevaptır.


$7m + 3n = 70$
m 7 olsa n'de 7 olur
m 1 olsa n 21 olur
m 4 olsa n 14 olur

Şekil 4.39 Kerem'in Beşinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Burada görüldüğü gibi Kerem cebirsel ifadenin gösterimi, problem içerisinde kullanımı ve değişkenlerin alabileceği bütün değerleri göz önünde bulundurma noktasında gayet başarılıdır.

4.3 Çoklu Gösterimlerden Yararlanma Becerisine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde çoklu gösterimlerden yararlanma becerisine yönelik üç problem ve bu problemlere ilişkin bulgu ve yorumlara yer verilmiştir.

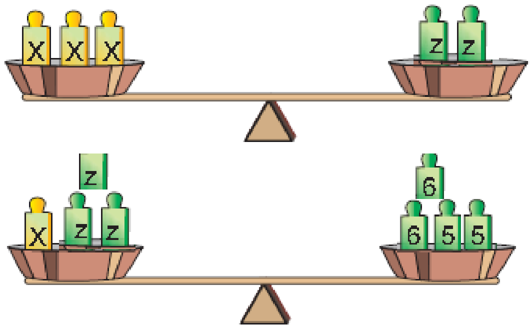
4.3.1 Problem 6'ya ilişkin Bulgular ve Yorumlar

6. Problem

Yanda verilen iki terazi de dengededir.

Bu duruma göre **x** ağırlığı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6



Bu problemle ile ilgili yürütülen klinik mülakatlarda özellikle öğrencilerin kurmuş oldukları cümlelere dikkat edilmiştir. Öğrencilerin cümlelerinde denge kavramından söz etmeleri, durumu eşitlik kavramı ile izah edebilmeleri, ifadelerinde x ve z'nin birer değişken olduğunu belirtmeleri seviyelerinin belirlenmesinde önemli birer etkendir.

YÖ seviye olarak kabul edilen cevaplarda öğrencilerin terazilerdeki denge durumunun matematiksel anlamını tam olarak kavrayamadıkları görülmektedir. Bazı öğrencilerin değişkenlerin değerlerini bulmak için kullandığı yöntemler cebirsel ifadelere ilişkin bilgi ve becerilerin önemli eksiklikler içerdiğini göstermektedir.

Aşağıda öğretmenle Mehmet arasında geçen diyaloga yer verilmiştir.

Ö: Evet Mehmet cevabı kaç buldun?

M: 6 buldum

Ö: Nasıl buldun?

M: Alttaki terazide z 6 olur. Diğer iki z de 5 olur. Burada da (yukarıdaki terazi) z'ler 9 olur

Ö: Cevap kaç olur?

M: x o zaman 6 olur.

Mehmet x'i bulmak için alttaki teraziden yararlanmıştır. Burada terazinin sol kefesinde bulunan bir tane x ağırlığı ile üç tane z ağırlığını, terazinin sağ kefesinde bulunan sırasıyla 6,6,5,5 ağırlıklarıyla eşleştirmiştir. O nedenle z ağırlıklarının ikisini 5, birini 6, x ağırlığını da 6 bulmuştur. Daha sonra yukarıdaki terazide üç tane x ağırlığının her birinin 6 olduğunu düşünerek z'leri de 9 bulmuştur. Öğrenci burada z'nin bir ağırlık olduğunun ve iki terazide de aynı değere sahip olması gerektiğinin farkında değildir. Ayrıca terazinin iki kefesindeki toplam ağırlığı bulup x ve z'yi hesaplamak yerine ağırlıkları karşılıklı olarak eşleştirmek gibi hiçbir matematiksel anlamı olmayan bir yöntem uygulamıştır. Bu nedenle verdiği cevap YÖ seviye olarak kabul edilmiştir.

Elif'in vermiş olduğu cevap YÖ seviye olarak kabul edilmiştir. Ancak cevap kâğıdında bu durumu ispatlayacak göstergelere rastlanılamamıştır. Bu nedenle karar vermek için Elif' in bu problem için çekilen videosu izlenmiştir. Öğretmenle Elif arasında geçen diyaloglar dinlenildikten sonra Elif'in seviyesinin YÖ olduğu kabul edilmiştir. Elif ile öğretmen arasında bu problem için geçen diyalog şu şekildedir:

Ö: Evet Elif cevabı kaç buldun açıklar mısın?

E: 3 buldum hocam.

Ö: Nasıl?

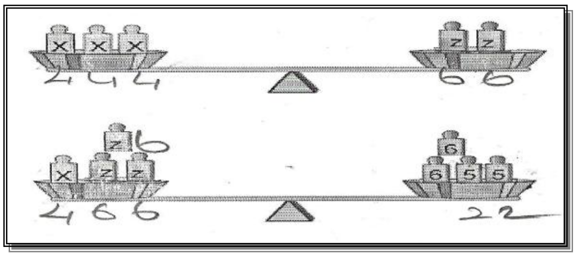
E: Burada (üstteki terazide) 3 tane x var. Karşı tarafa bir tane daha z eklersek denge bozulmaz. O zaman x'lerin her biri 1 olur.

Ö: Cevap kaç olur?

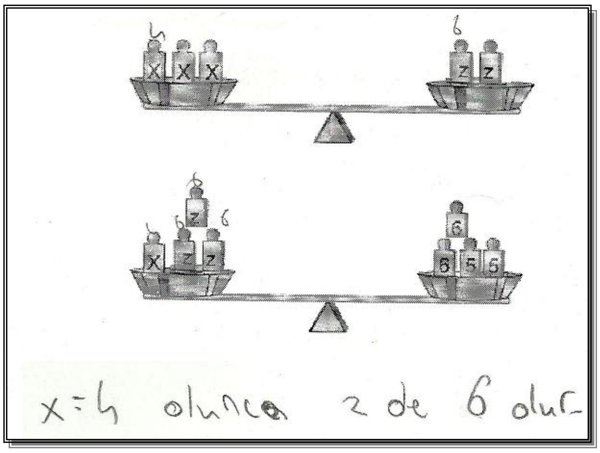
E: 3 olur.

Elif x'i bulmak için üstteki terazinin dengede olması gerektiğini düşünmüş bunun için de karşı tarafa bir tane daha z eklemiştir. Dengeyi sağladıktan sonra x'lerin her birinin 1 olduğunu düşünmüş sonra üç tane x'i toplamış cevabı 3 bulmuştur. Elif'in vermiş olduğu bu cevap Elif'in eşitlik, denge, denklem kavramları konusundaki eksikliklerini açık bir şekilde gözler önüne sermektedir. O nedenle cevabı YÖ seviye olarak kabul edilmiştir.

Bu probleme TYY seviyesinde cevap veren öğrenciye rastlanılmamıştır. O nedenle aşağıda Arzu'nun ve Muhammed'in ÇYY seviyesindeki cevaplarına yer verilmiştir.



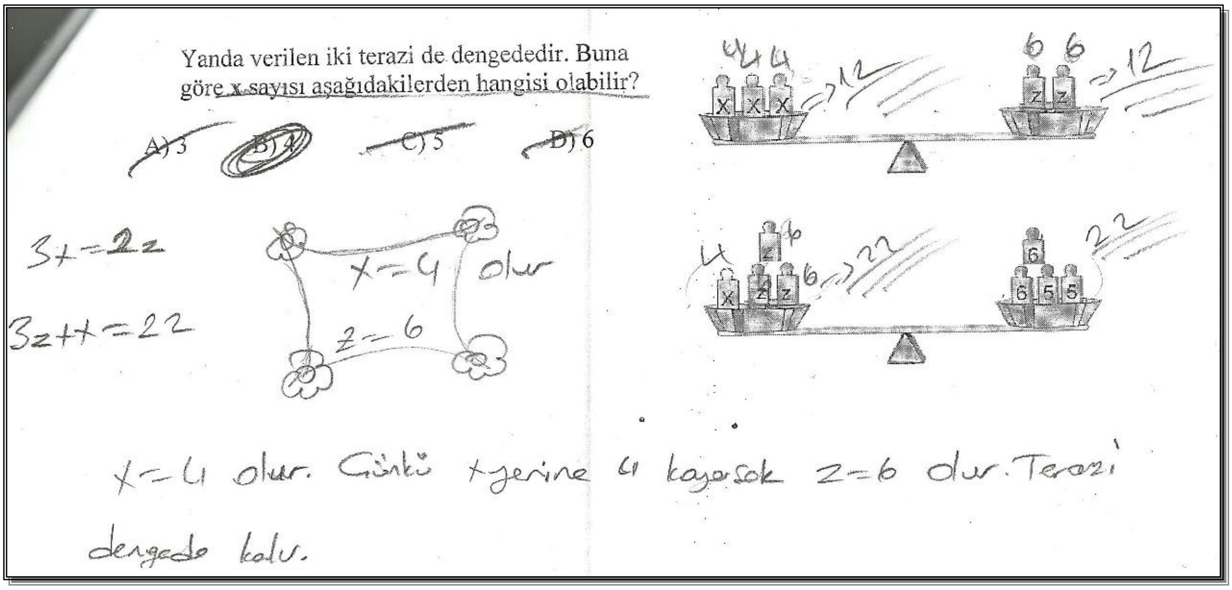
Şekil 4.40 Arzu'nun Altıncı Probleme Vermiş Olduğu Cevap



Şekil 4.41 Muhammed'in Altıncı Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Arzu ve Muhammed'in video kameraya kaydedilen görüntüleri incelendiğinde problemi çözebilmek için şıklardan yararlandıkları ve doğru cevabı buldukları görülmektedir. Bu şekilde şıklardan yola çıkarak cevabı bulan ya da deneme yanılma yöntemi ile cevaba ulaşan bir öğrencinin bir değişkenin alabileceği değeri belirleyip, bu değer için diğer değişkenlerin alabileceği değerleri hesap etmesi gerekir. Böyle bir durum problemi birden çok yönüyle ele alabilmeyi gerektirir. Dolayısıyla probleme bu şekilde cevap veren Arzu ve Muhammed'in cevabı ÇYY seviyededir.

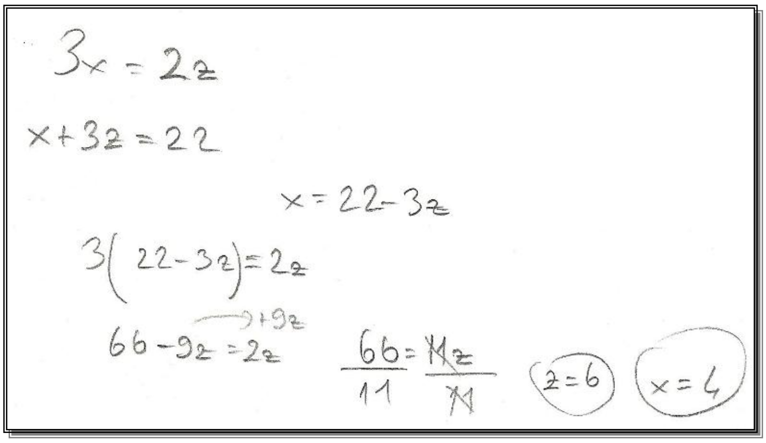
Zehra terazilerdeki dengeyi eşitlikle ifade etmiş ve bu eşitlikten yola çıkarak deneme-yanılma yöntemi ile doğru cevabı bulmuştur.



Şekil 4.42 Zehra'nın Altıncı Probleme Vermiş Olduğu Cevap

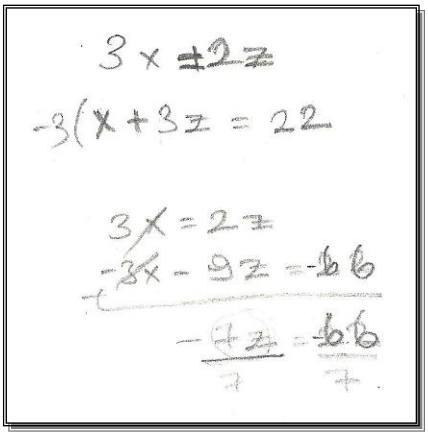
Zehra'nın vermiş olduğu bu cevap ÇYY seviyesinin biraz üstünde kabul edilmiş ve cevaba 3+ puan verilmiştir. Zehra bu problemde Arzu ve Muhammed'den farklı olarak durumu cebirsel eşitlikle ifade edebilmiştir. Ancak bu eşitliği çözerek cevabı bulmayı denememiştir.

İY seviyesi olarak kabul edilen cevaplarda öğrencilerin cebirsel ifade ve işlem becerilerini en üst düzeyde kullanarak çözüm bulmaları beklenmiştir. Bu problem için iki bilinmeyenli iki denklem kurabilmek ve o denklemleri çözebilmek İY seviyesinin bir göstergesi olarak kabul edilmiştir. Kerem'in cevabını incelendiğinde iki bilinmeyenli iki denklem oluşturduğunu, yerine koyma metodunu kullanarak x'i z cinsinden yazıp bir bilinmeyenli bir denkleme dönüştürdüğü ve problemi çözdüğü görülebilir. Dolayısıyla Kerem'in vermiş olduğu bu cevap İY seviyesinde bir cevaptır.



Şekil 4.43 Kerem'in Altıncı Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Meryem de problemi iki bilinmeyenli iki denklem kurarak çözmeye çalışmış fakat yaptığı bazı işlem hatalarından dolayı cevabı bulamamıştır.



Şekil 4.44 Meryem'in Altıncı Probleme Vermiş Olduğu Cevap

SOLO Taksonomisi verilen cevabın yorumuna dayalı bir model olduğu için Meryem'in cevabı da sonucuna göre değil yöntemine göre değerlendirilmiştir. Gerek terazilerdeki dengeyi eşitlik olarak ifade edebilmesi, gerekse iki bilinmeyenli denklemi yok etme metodu kullanarak çözmeye çalışması Zehra'nın vermiş olduğu cevabın seviyesinin İY civarında olduğunu göstermektedir. Bu nedenle cevabı İY seviyeye yakın 4- puan olarak kabul edilmiştir.

4.3.2 Problem 7'ye ilişkin Bulgular ve Yorumlar

7. Problem

Çetin bindiği taksinin taksimetresinin kaç TL ile açıldığına ve her kilometrede kaç TL arttığına bağlı olarak taksiciye ne kadar ödeme yapacağını belirlemiştir. Yolculuk sonunda kaç TL ödeneceğini gösteren cebirsel ifade: 2,5+0,75.k (k:=alınan yol)

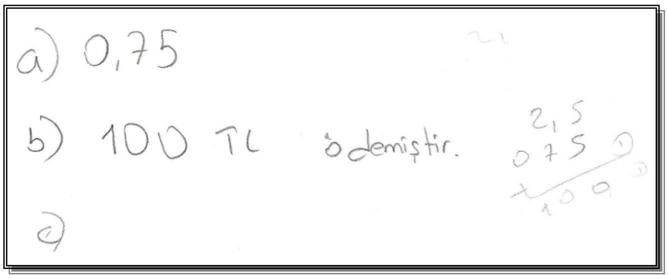
Buna göre

a) Taksinin başlangıç ücreti kaç TL'dir?

b) 5 km yolculuk yapan Çetin taksiciye kaç TL ödemiştir?

c) Yolculuk sonunda taksiciye 40 TL ödeyen birinin yolculuğu kaç km sürmüştür?

Bu problem için YÖ seviye olarak kabul edilen iki örnek cevap görülmektedir. İki öğrencinin de cevabı incelendiğinde verilen cebirsel ifadenin ne anlatmak istediğini kavrayamadıkları görülmektedir. İki öğrenci de cebirsel ifadedeki 2,5 sayısının bir sabit terim olduğunu, 0,75 sayısının bir katsayı olduğunu ve k harfinin de bir değişken olduğunu bilmeden rastgele işlemler yaparak cevabı bulmaya çalışmışlardır.



Şekil 4.45 Nuray'ın Yedinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Nuray'ın probleme vermiş olduğu cevap Şekil 4.45'de görülmektedir. Öğretmen ile Nuray arasında geçen diyalog ise şu şekildedir:

Ö: Taksinin başlangıç ücretini bulabildin mi Nuray?

N: Başlangıç ücreti bu (göstererek) 0,75'tir.

Ö: Hımm.

N: Önce az. 0,75 oluyor. Sonra alınan yola göre artıyor. 2,5 oluyor.

Burada Nuray'ın cebirsel ifadenin anlamını bilmediği görülmektedir. Nuray taksinin 0,75 TL ile açıldığını, taksi yol aldıkça 2,5 TL'ye kadar arttığını düşünmektedir. Problemin (b) maddesine vermiş olduğu cevapta ise:

Ö: (b)'yi nasıl düşündün?

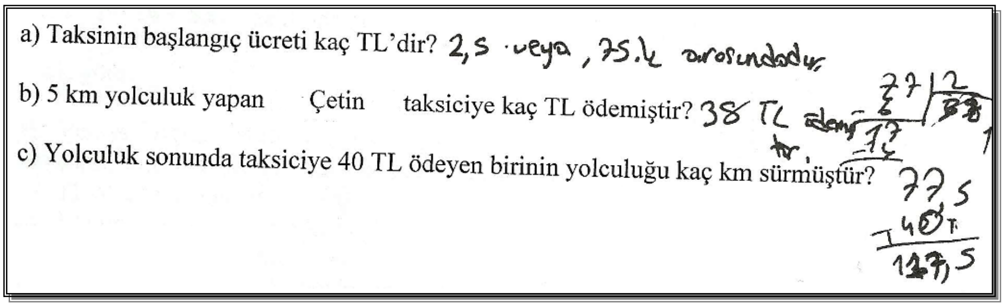
N: Bu ikisini (0,75 ile 2,5) toplamamız gerekir.

Ö: Kaç olur o zaman?

N: Toplarsak 100 TL olur.

şeklinde cümleler sarf etmiştir. Nuray burada anlamsız bir işlem yaparak 0,75 ile 2,5'i toplamış, cevabı da 100 bulmuştur. İlk olarak Nuray'ın 0,75 ile 2,5 i yanlış topladığı görülmektedir. İkinci olarak (b) maddesi için vermiş olduğu cevap (a) maddesi için kurmuş olduğu "*Taksi 0,75 TL ile açılır, yol aldıkça 2,5 TL'ye kadar artar*" cümlesiyle çelişmektedir. Zaten kendisine *"Neden böyle bir toplama işlemi yaptın?"* şeklinde bir soru yöneltildiğinde de herhangi bir açıklama yapamamıştır. Bu nedenle cevabı YÖ seviye olarak kabul edilmiştir.

YÖ seviye olarak kabul edilen bir başka cevap ise Elif'in cevabıdır.


a) Taksinin başlangıç ücreti kaç TL'dir? 2,5 veya ,75.k arasındadır

b) 5 km yolculuk yapan Çetin taksiciye kaç TL ödemiştir? 38 TL ödemiştir.

c) Yolculuk sonunda taksiciye 40 TL ödeyen birinin yolculuğu kaç km sürmüştür?

Şekil 4.46 Elif'in Yedinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Elif ile geçen diyalog:

Ö: Başlangıç ücretini kaç buldun?

E: 2,5 ile 0,75 arasında bir şey olur.

şeklinde olmuştur. (b) maddesinde ise:

Ö: (b) nasıl olur?

E: Şu iki sayıyı (2,5 ile 75) topladım. 77,5 olur. 77'yi ikiye böldüm 38 olur.

gibi bir diyalog gerçekleşmiştir. Burada Elif önce 0,75’i 75 olarak hesaba katmış, 2,5 ile toplamış cevabı 77,5 bulmuştur. Daha sonra bulduğu 77,5’i 77’ye yuvarlamıştır. Sonra 77’yi 2’ye bölmüş ondalıklı bölme yapmadan direkt olarak cevabı 38 bulmuştur. (c) maddesine vermiş olduğu cevap ise:

Ö: (c) nasıl olur?

E: 77,5 ‘le 40’ı toplarım.

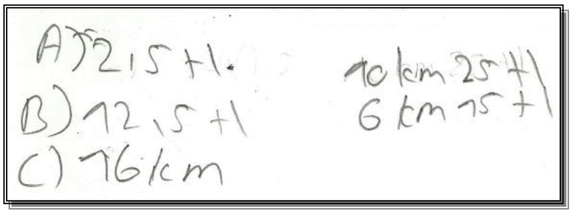
Ö: Kaç olur?

E: 117,5 olur.

şeklinde olmuştur.

Bu üç maddeye verilen cevapların hiçbirinin matematiksel açıdan anlamlı olduğu düşünülmemektedir. Dolayısıyla verilen cevaplar YÖ seviye olarak kabul edilmiştir.

TYY seviyesinde öğrenciler verilen cebirsel ifadeyi yorumlayabilmelidirler. Cevaplarında kısmi hatalara rastlansa da, problemin özünü kavradıklarını hissettirebilmelidirler. Şekil 47’de Fatih’in probleme vermiş olduğu cevap görülmektedir.

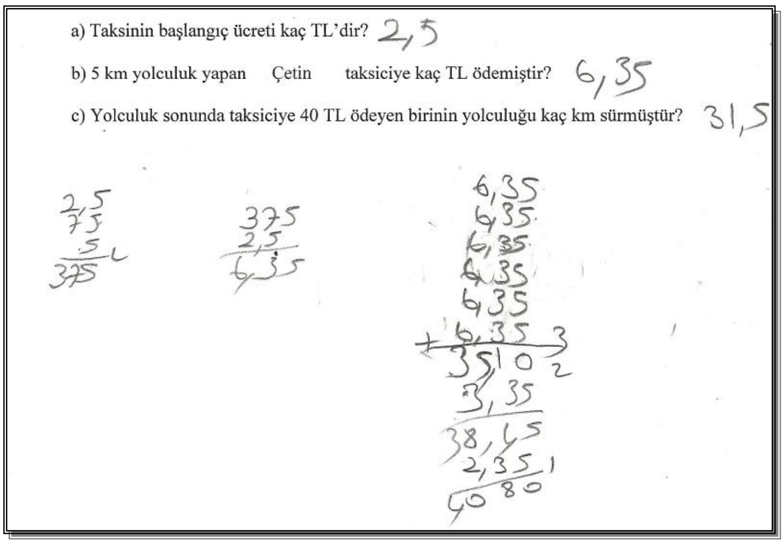


Şekil 4.47 Fatih’in Yedinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Fatih problemin (b) ve (c) maddelerine doğru cevap verememiştir fakat işlem adımları kendi içerisinde tutarlıdır. Fatih taksinin başlangıç ücretinin 2,5 TL olduğunu düşünerek doğru bir cevap vermiştir. Ancak cebirsel ifadeyi tam anlamıyla yorumlayarak sabit artışın 0,75 TL olduğunu anlayamamış, her bir kilometrede 2,5 TL'lik artış olduğunu düşünerek (b) maddesini 12,5 TL bulmuştur. (c) maddesinde ise bir orantı kurarak *"6 km'de 15 TL ve 10 km'de 25 TL olur. Bu ikisini toplarsak 16 km eder, toplam 40 TL ödenir"* gibi bir cevap vermiştir. Verilen bu cevaplar Fatih'in cebirsel ifadeye ilişkin katsayı, değişken gibi kavramların farkında olduğunu göstermektedir bu nedenle seviyesi TYY olarak kabul edilmiştir.

ÇYY seviyesinde öğrenci cebirsel ifadeye ait kavramlara hâkim olmalı, aritmetik işlemler yaparak cevapları doğru bir şekilde bulabilmelidir.

Arzu vermiş olduğu cevapta taksinin başlangıç ücretinin 2,5 TL olduğunu ve kilometre başına artışın 0,75 TL olduğunu belirtmiştir. (b) maddesine ise 0,75.5 = 3,75 ; 3,75 + 2,5 = 6,35 şeklinde cevap vermiş, küçük işlem hatası (6,25 yerine 6,35) sayılmazsa cevabı doğru bulmuştur.



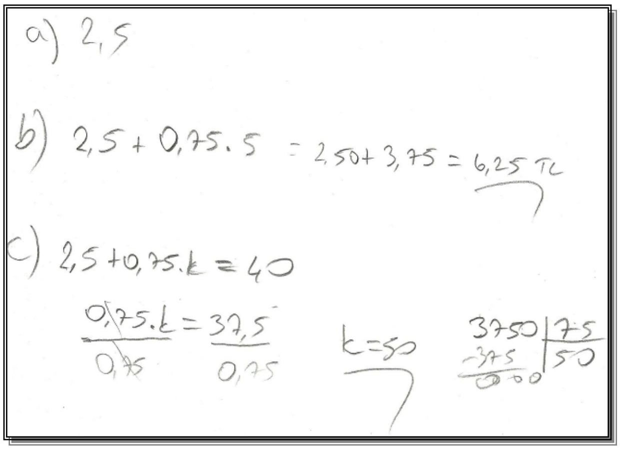
Şekil 4.48 Arzu'nun Yedinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Ancak (c) maddesinde taksiye 40 TL ödeyerek kaç km yol gidilebileceğini hesaplamak için yanlış bir yol izlemiştir. Arzu'nun bu çözümde "*Her 5 km için 6,35 TL ise 40TL için kaç km olur*" şeklinde bir orantı kurduğu görülmektedir.

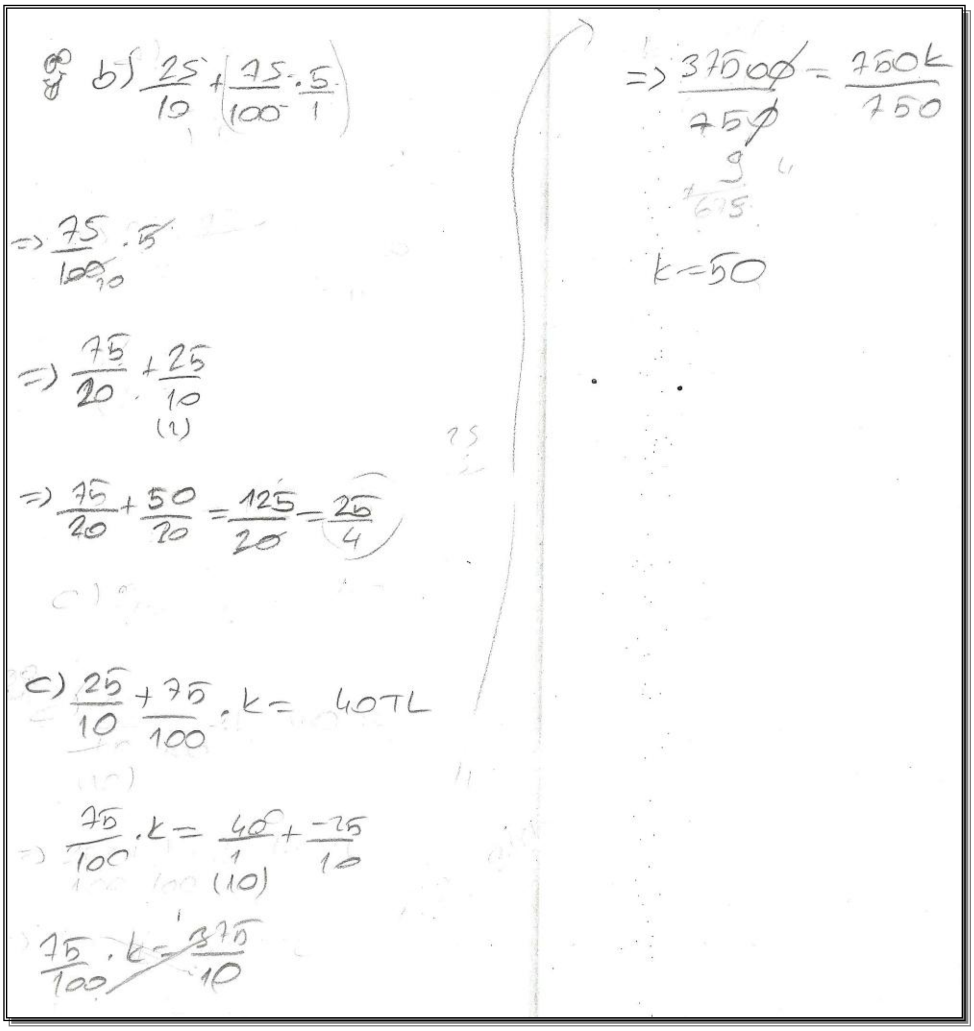
Arzu'nun (b) maddesine vermiş olduğu cevap ÇYY seviyesine ait bir cevap örneği olabilir. Arzu burada başlangıç miktarını ve sabit artış miktarının ne kadar olduğunu kavramış aritmetik işlem adımlarıyla doğru cevabı bulmuştur. Arzu eğer (c) maddesinde de *"0,75 ile hangi sayıyı çarpsam üzerine 2,5 eklediğimde 40 olur"* gibi bir düşünce üretebilseydi cevabı tam olarak ÇYY seviyesi olacaktı. Ancak (c) maddesine ilişkin cebirsel düşünme seviyesinin TYY seviyesine daha yakın olduğu görülmüştür. Bu nedenle probleme ilişkin cevabı ÇYY seviyesinin biraz altında 3-puan olarak kabul edilmiştir.

Bu problem için İY seviyesi olarak kabul edilen bir cevapta öğrenci cebirsel kavramları, bunların birbirleri ile olan ilişkilerini bilmeli cebirsel işlem adımlarıyla sonuca ulaşabilmelidir. Özellikle (c) maddesi için *" A = 2,5 + 0,75.k ifadesinde k kaç olsa A 40 olur"* gibi deneme yanılma mantığı yerine *" 2,5 + 0,75.k =40 denklemini çözersem k'yi bulurum"* gibi daha kesin sonuç verecek bir düşünme tarzına sahip olmalıdır.

Kerem ve Zehra'nın vermiş olduğu cevaplar İY seviyesi olarak kabul edilen cevaplardır.



Şekil 4.49 Kerem'in Yedinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap



Şekil 4.50 Zehra'nın Yedinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

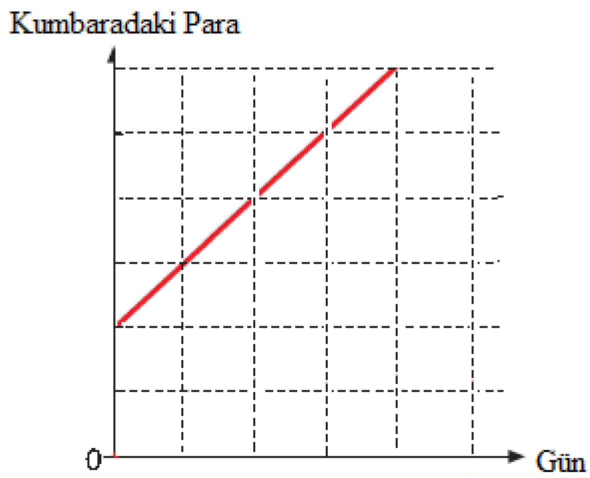
Zehra ve Kerem (b) maddesi için vermiş oldukları cevaplarda değişkene 5 değerini vermişler ve cevabı doğru bir şekilde bulmuşlardır. (c) maddesinde ise *2,5 + 0,75.k = 40* şeklinde bir denklem kurmuşlar ve bu denklemi çözerek cevaba ulaşmışlardır. Zehra probleme ilişkin maddeleri çözerken ondalıklı sayıları kesre dönüştürmüş, işlemleri bu şekilde yürütmüş ve doğru cevabı bulmuştur.

4.3.3 Problem 8'e ilişkin Bulgular ve Yorumlar

8. Problem

Ali para biriktirmeye karar vermiş ve kumbarasına başlangıç olarak 10 TL atmış, ondan sonraki her gün için de 5 TL atacağını söylemiştir.

Bu durumu gösteren cebirsel ifade



Kumbaradaki para(P) = 10 TL + 5 TL. Gün(G)

Yani **P= 10 + 5.G** şeklindedir.

Buna göre;

a) Verilen bilgilere göre grafiği tamamlayınız.

b) 3 gün sonunda Ali'nin kumbarasında toplam kaç TL olur? Hesaplayınız.

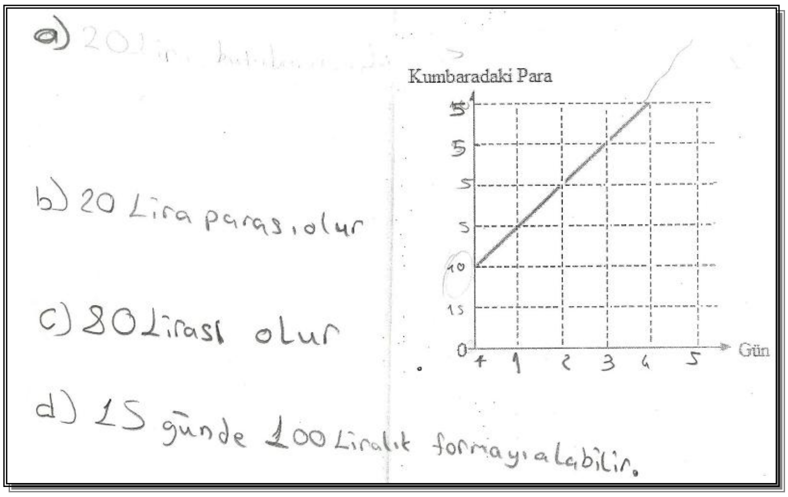
c) 12 gün sonunda Ali'nin kumbarasında toplam kaç TL olur? Hesaplayınız.

d) 100 TL biriktirdiğinde kendisine taraftar forması alacak olan Ali'nin kaç gün para biriktirmesi gerekir?

Bu problemde diğer problemlerden farklı olarak probleme ait veriler ve bu verilerin cebirsel gösterimi aynı anda verilmiş, öğrencilerin bu verileri nasıl kullanacağı, ne gibi yöntemlerle sonuca ulaşacağı incelenmeye çalışılmıştır.

YÖ seviyeye ait cevaplarda öğrenciler grafiği yanlış doldurmuş ya da dolduramamışlardır. (b) maddesi için doğru cevabı bulsalar bile (c) ve (d) maddelerinin cevabını bulmak için kurdukları mantık doğru değildir.

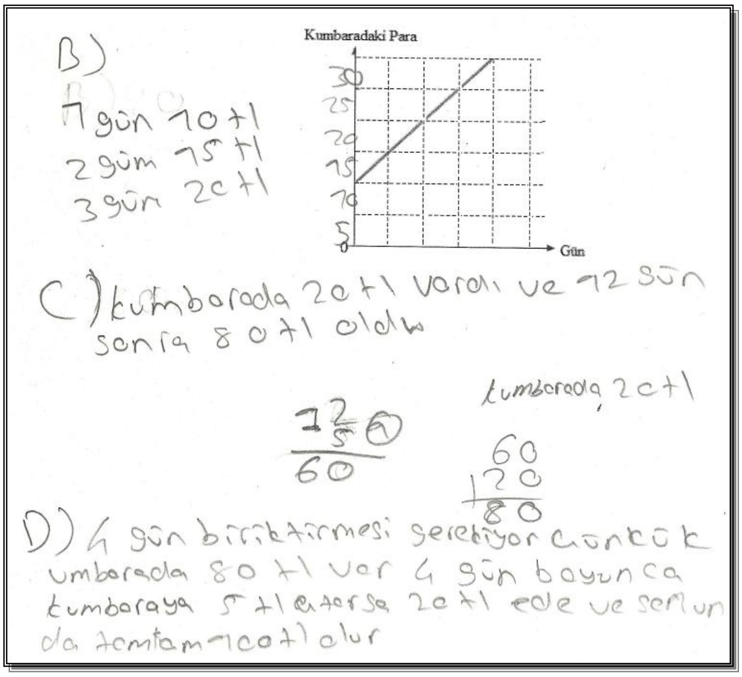
Şekil 4.51'de Yusuf'un YÖ seviye olarak kabul edilen cevabı görülmektedir.



Şekil 4.51 Yusuf'un Sekizinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Bu cevabın YÖ seviye olarak kabul edilmesinin nedenlerini sıralayacak olursak, birincisi Yusuf grafiği yanlış bir şekilde doldurmuştur. İkincisi ilk gün kumbarada 10 TL olduğunu düşünmüş böylelikle cevabı 25 yerine 20TL olarak hesaplamıştır. Üçüncü ve en önemli neden ise öğrenci problemin çözümü için doğrusal ilişkiden faydalanması gerektiğinin farkında değildir. Hem grafikte, hem verilen cebirsel ifadede hem de problemin satır aralarında kumbaradaki paranın doğrusal bir şekilde arttığına dair ipuçları görülmektedir. Ancak Yusuf (c) maddesinde *“ 3 günde 20 TL atılırsa 12 günde 80 TL olur”* gibi orantısal bir mantık kurmuştur. Yine aynı şekilde (d) maddesi için *“ 12 günde 80 TL idi 3 günde de 20 TL atılmıştı. İkisini toplarsak 15 günde 100 TL olur*” şeklinde orantısal bir mantık kurmuştur. Bu nedenle Yusuf’un vermiş olduğu cevap YÖ seviye olarak kabul edilmiştir.

Fatih’in bu probleme ait cevabı Yusuf’un cevabı ile benzer özellikler taşımaktadır.



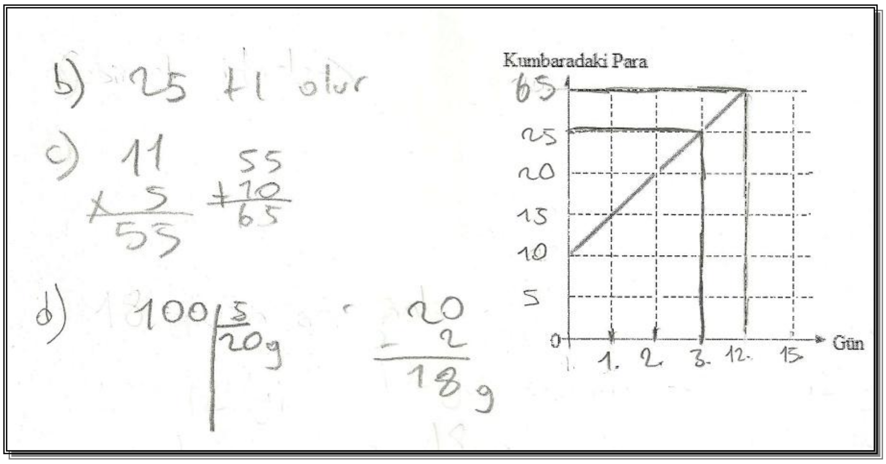
Şekil 4.52 Fatih’in Sekizinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Fatih de benzer bir hatayla (b) maddesi için kumbarada ilk gün 10 TL olduğunu düşünmüş ve cevabı 20TL bulmuştur. Grafiği Yusuf’a göre daha düzgün doldursa da

(c) ve (d) maddelerine hatalı cevaplar vermiştir. Ancak araştırmacılar Fatih'in cevabını TYY seviyesi olarak değerlendirmişlerdir. Çünkü Fatih aslında (c) maddesi için doğrusal bir mantık kurmuştur fakat problemi yanlış anlayarak paranın son atıldığı günden 12 gün sonra kumbarada kaç TL olacağını hesaplamıştır. Fatih'in (c) maddesi için cevabı *"12 gün için 12.5 = 60 TL olur önceden de kumbarada 20 TL vardı. Toplam 80 TL eder"* şeklinde olmuştur. Yine (c) maddesi için cevabı *"Kumbarada 80 TL var, 4 gün daha para atarsak 100 TL olur"* şeklindedir. Verilen bu cevapta Fatih'in doğrusal mantık kurabildiği görüldüğü için seviyesi TYY olarak belirlenmiştir.

ÇYY seviyesine ait bir cevapta öğrenci grafiği doldurabilmeli ve okuyabilmeli, aritmetik işlemler yaparak doğru cevabı bulabilmelidir.

Şekil 4.53'te Zeynep'in cevabı görülmektedir.



Şekil 4.53 Zeynep'in Sekizinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

Zeynep'in Şekil 4.53'teki cevabı incelenirse TYY seviyesinde olan bir öğrenciye göre işlem adımlarının daha sağlam olduğu görülebilir. Zeynep grafiği neredeyse doğru bir şekilde tamamlamış, (c) ve (d) maddelerini bulmak için doğrusal ilişkiden faydalanarak aritmetik işlemler yapmıştır. Öğretmenle Zeynep arasında geçen diyalogu inceleyecek olursak:

Ö: Evet Zeynep grafiği tamamladın şimdi (b) maddesi için ne düşünüyorsun? (Grafiği doldururken 12 günü 65 TL olarak belirlemiş fakat grafikte aralıklar eşit olduğu için bu şekilde gösterimi doğru olmaz)

Z: 3 gün sonra 25 TL olur hocam. (grafikte göstererek)

Ö: Hmm. (c) nasıl olur?

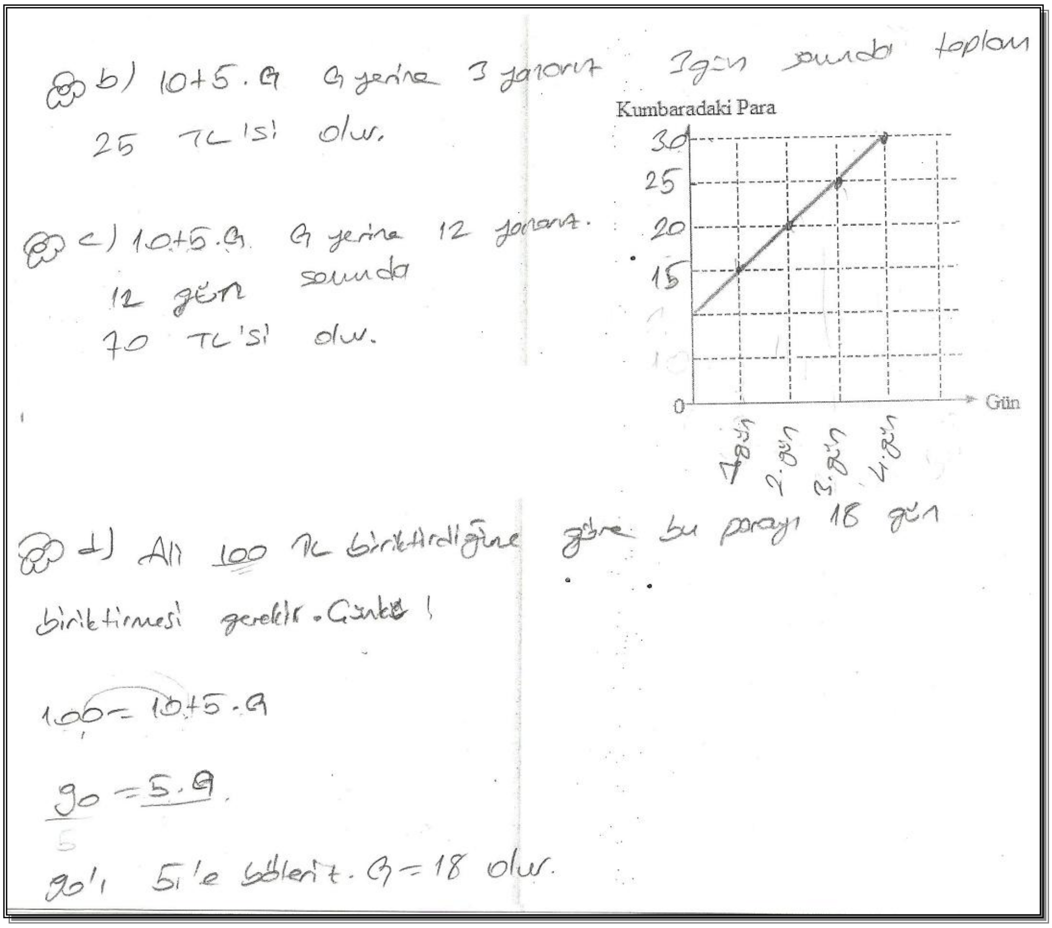
Z: 11 günde 55TL olur. 1 günde başlangıçta 10TL vardı. Toplam 65 olur. (Burada ilk günü hesaba katmadığı için hata yapmıştır.)

Ö: Peki (d) nasıl olur?

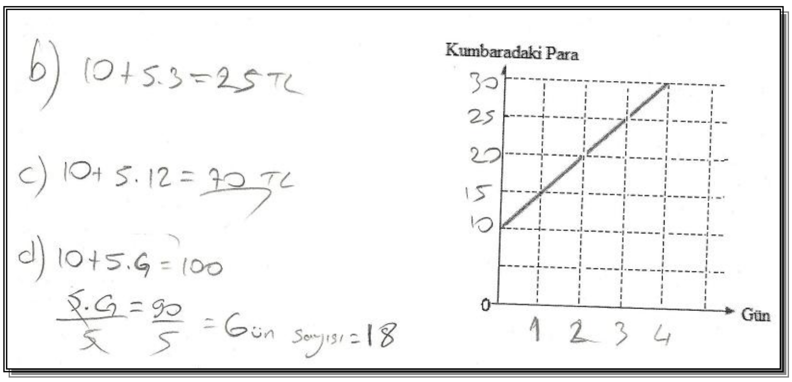
Z: 100'ü 5'e böldüm 20. Başta 10 TL vardı. O zaman 2 gün düşmemiz lazım. 18 gün eder.

Zeynep'in problemdeki doğrusal ilişkiyi fark etmesi, aritmetik işlem adımlarıyla cevabı bulmaya çalışması, grafiği doğru bir şekilde doldurmasından dolayı vermiş olduğu cevap ÇYY seviye olarak kabul edilmiştir.

İY seviyesinde öğrenci problemi birden fazla yönüyle düşünebilmeli, bu yönler arasındaki ilişkiyi cebirsel yapılarla ifade edebilmeli ve cebirsel yöntemlerle sonuca gidebilmelidir.



Şekil 4.54 Zehra'nın Sekizinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap



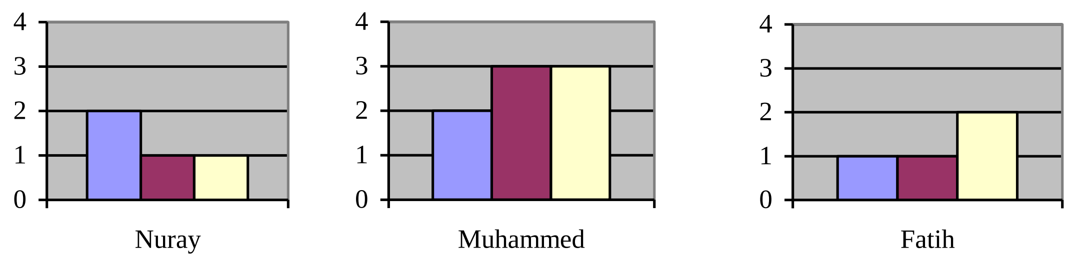
Şekil 4.55 Kerem'in Sekizinci Probleme Vermiş Olduğu Cevap

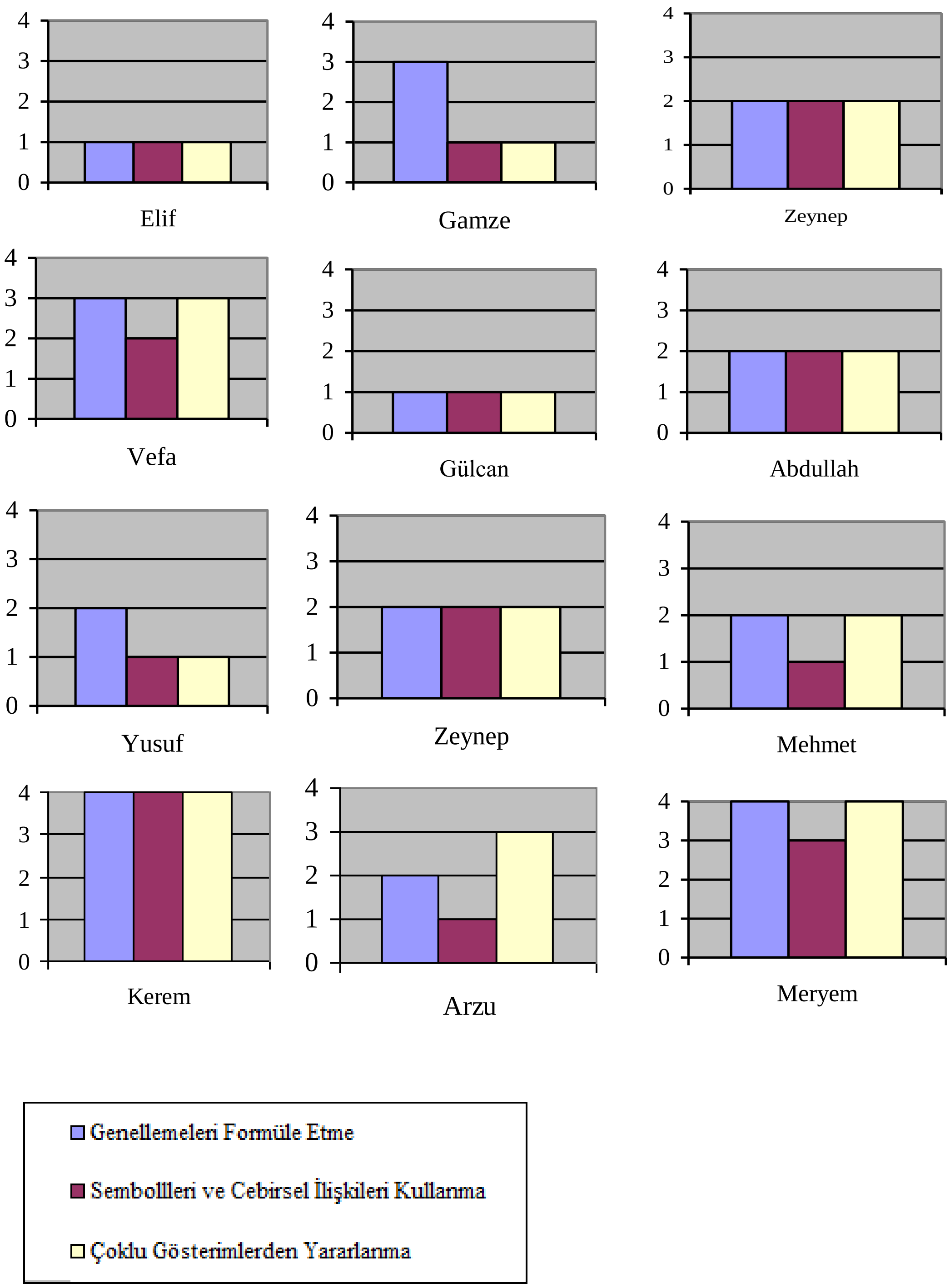
Kerem ve Zehra'nın bu soruya vermiş olduğu cevaplar İY seviyesi olarak kabul edilmiştir. Çünkü Kerem ve Zehra burada tablodaki doğrusal ilişkiyi eksiksiz ifade etmişler, cebirsel ifadeyi kullanıp değişkene değerler vererek (b) ve (c) maddelerinin cevaplarını bulmuşlar, (d) maddesinde ise bir bilinmeyenli bir denklem kurup o denklemi çözmüşlerdir.

4.4 Öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve bu becerilerin birbirlerine göre durumları

Bu kısımda her bir öğrencinin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerileri ve bu becerilere ilişkin seviye puanları belirlenmiş, cebirsel düşünme becerileri ile ilgili karşılaştırmalı bir değerlendirme yapılmıştır.

Şekil 4.56'de verilen sütun grafikleri her bir öğrencinin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerine yönelik seviye puanlarını göstermektedir. Bu puanlar YÖ 1 puan, TY 2 puan, ÇY 3 puan ve İY 4 puan şeklindedir.





Şekil 4.56 Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerilerine göre Oluşan

Seviye Puanlarının Dağılımı

Sütun grafiklerini incelendiğinde her üç beceri için öğrenci puanlarının genelde iki seviye arasında değişerek birbirine yakın ve tutarlı bir seyir izlediği söylenebilir. Bu durumun dışında kalan iki öğrenciden birinin (Arzu) puanları 2-1-3 olmak üzere üç seviyeye dağılırken diğerinin (Gamze) puanları 3-1-1 şeklinde sıralanmıştır. Bu öğrencilerden Gamze genellemeleri formüle etme becerisinde 3 puanla ÇYY, diğer becerilerde 1 puanla YÖ seviyede yer alarak istisnai bir durum oluşturmuştur.

Her üç beceri için oluşan seviyeler genel olarak incelendiğinde öğrencilerin genellemeleri formüle etme ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerinde sembolleri ve cebirsel ilişkiler kullanma becerilerine göre daha başarılı oldukları söylenebilir. Bu durum Tablo 4.1'de daha net görülebilir.

Tablo 4.1

Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerilerinin Seviyelere göre Dağılımı

	Genellemeleri Formüle Etme	Sembolleri ve Cebirsel İlişki Kullanma	Çoklu Gösterimlerden Yararlanma
YÖ	3	8	5
TYY	7	3	4
ÇYY	2	3	3
İY	3	1	3

Şimdi her bir düşünme becerisine göre oluşan düşünme seviyelerini değerlendirelim:

Genellemeleri Formüle Etme: Bu beceride öğrencilerin sadece 3 tanesi YÖ seviyede yer almış ve diğer becerilere göre daha çok öğrenci üst seviyelere çıkabilmeyi başarabilmiştir. Geri kalan öğrencilerden 7 tanesi TYY, 2 tanesi ÇYY ve 3 tanesi İY seviyesinde yer almıştır. Burada dikkati çeken nokta öğrenciler YÖ seviyeyi zorlanmadan geçmelerine karşın ÇYY ve İY seviyelerine çıkmakta da zorlanmışlar, çoğunlukla TYY seviyesinde yer almışlardır. Bu durum genellemeleri formüle etme becerisinde öğrenciler verilen problemi tek yönüyle de olsa ele alabilirler ancak çok yönlü düşünme ya da ilişkilendirme noktasında sıkıntı yaşamaktadırlar şeklinde yorumlanabilir.

Sembolleri ve Cebirsel İlişkileri Kullanma: Öğrencilerin bu beceriye ilişkin seviye dağılımları incelendiğinde 8 öğrencinin YÖ seviyede, 3 öğrencinin TYY seviyesinde, 3 öğrencinin ÇYY seviyesinde ve 1 öğrencinin de İY seviyesinde yer aldığı görülmektedir. 8 öğrencinin YÖ seviyede yer alması öğrencilerin yarısından fazlasının sorulan problemlere ait bir fikrinin olmadığını göstermektedir. Ayrıca diğer becerilerde İY seviyesine ulaşan 3'er tane öğrenci varken bu beceride sadece 1 öğrencinin İY seviyesinde yer alması başarılı olarak kabul edilebilen öğrencilerin de bu beceride daha çok zorlandıklarını göstermektedir.

Çoklu Gösterimlerden Yararlanma: Çoklu gösterimlerden yararlanma becerisinde ise YÖ seviyede 5 öğrenci, TYY seviyesinde 4 öğrenci, ÇYY seviyesinde 3 öğrenci ve İY seviyesinde 3 öğrenci yer almıştır. Bu beceriyi diğer becerilerle kıyaslayacak olursak en dengeli dağılımın bu beceride olduğu söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin bu beceride sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisine göre daha başarılı oldukları da net bir şekilde görülebilir. Dikkat çeken bir diğer nokta ise YÖ seviyede yer alan öğrenci sayısı (5 kişi) genellemeleri formüle etme becerisine göre daha çok olmasına rağmen, genellemeleri formüle etme becerisindeki gibi TYY seviyesinde bir yığılma olmamış daha dengeli bir dağılım oluşmuştur. Hatta ÇYY ve İY seviyelerinde yer alan toplam öğrenci sayılarına bakıldığında çoklu gösterimlerden yararlanma becerisinde 6, genellemeleri formüle etmede 5 öğrenci olduğu görülmektedir. Bu iki seviyeye göre yorum yapıldığında öğrenciler çoklu gösterimlerden yararlanma becerisinde daha başarılıdır denilebilir.

4.5 Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerilerinin Matematik Başarılarına Göre Dağılımı

Bu araştırmaya katılan öğrenciler Bölüm 3.2 ‘de belirtildiği gibi matematik dersindeki akademik başarı düzeylerine göre 3 kategoriye ayrılmışlardır. Bunlar: 1.Üst başarı düzeyi 2. Orta başarı düzeyi 3. Alt başarı düzeyidir. Her kategoride 5’er öğrenci yer almaktadır. Bu öğrencilerin her bir cebirsel düşünme becerisinin seviyelere göre dağılımı Tablo 4.4.2, Tablo 4.4.3 ve Tablo 4.4.4’ de verilmiştir.

Tablo 4.4.2’ de üst başarı düzeyindeki 5 öğrencinin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerine ilişkin seviyelerinin dağılımlarına yer verilmiştir.

Tablo 4.2

Üst Başarı Düzeyindeki Öğrenci Seviyelerinin Cebirsel Düşünme Becerilerine göre Dağılımı

	YÖ	*TYY*	*ÇYY*	*İY*
Genellemeleri Formüle Etme	0	1	1	3
Sembolleri ve Cebirsel İlişkileri Kullanma	0	1	3	1
Çoklu Gösterimlerden Yararlanma	0	0	2	3

Tablo 4.2'ye göre üst başarı düzeyindeki öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin seviyelere göre dağılımı TYY seviyesinde %13, ÇYY seviyesinde %40 ve İY seviyesinde %47'dir. Tablo 4.2 incelendiğinde becerilerin hiçbirinde YÖ seviyede öğrenci olmadığı görülmektedir. Öğrencilerin en çok zorlandıkları beceri sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisidir. Bu beceride sadece 1 öğrencinin İY seviyesinde yer aldığı görülmektedir. En başarılı beceri ise ÇYY seviyesinde 2 ve İY seviyesinde 3 öğrenci ile çoklu gösterimlerden yararlanma becerisi olduğu görülmektedir.

Tablo 4.3' de orta başarı düzeyindeki 5 öğrencinin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerine ilişkin seviyelerinin dağılımlarına yer verilmiştir.

Tablo 4.3

Orta Başarı Düzeyindeki Öğrenci Seviyelerinin Cebirsel Düşünme Becerilerine göre Dağılımı

	YÖ	*TYY*	*ÇYY*	*İY*
Genellemeleri Formüle Etme	0	4	1	0
Sembolleri ve Cebirsel İlişkileri Kullanma	3	2	0	0
Çoklu Gösterimlerden Yararlanma	1	3	1	0

Tablo 4.3 incelendiğinde üst başarı düzeyindeki öğrencilerle orta başarı düzeyindeki öğrencilerin seviye puanları arasındaki farklılıklar net bir şekilde görülmektedir. Üst başarı düzeyinde hiçbir öğrenci YÖ seviyede yer almazken, orta başarı düzeyinde 3 öğrenci sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisinde, 1 öğrenci ise çoklu gösterimlerden yararlanma becerisinde YÖ seviyede yer almıştır. Orta başarı düzeyindeki öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin seviyelere göre dağılımı YÖ seviyede %27, TYY seviyesinde %60, ÇYY seviyesinde %13'tür. Bu düzeydeki öğrencilerden hiçbiri İY seviyesine çıkamamıştır. Üç beceri arasında bir kıyaslama yapıldığında ise üst başarı düzeyindeki öğrencilerde olduğu gibi öğrencilerin en çok zorlandıkları beceri sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisi olmuştur. Bu beceride öğrencilerin 3 tanesi YÖ seviyede yer almıştır. Diğer iki beceride ise birbirine yakın bir durum oluşsa da hiçbir öğrencinin YÖ seviyede yer almadığı genellemeleri formüle etme becerisi başarı açısından biraz daha ön plana çıkmıştır.

Tablo 4.4.4’ de alt başarı düzeyindeki 5 öğrencinin genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerine ilişkin seviyelerinin dağılımlarına yer verilmiştir.

Tablo 4.4

Alt Başarı Düzeyindeki Öğrenci Seviyelerinin Cebirsel Düşünme Becerilerine göre Dağılımı

	YÖ	*TYY*	*ÇYY*	*İY*
Genellemeleri Formüle Etme	3	2	0	0
Sembolleri ve Cebirsel İlişkileri Kullanma	5	0	0	0
Çoklu Gösterimlerden Yararlanma	4	1	0	0

Tablo 4.4 incelendiğinde akademik anlamda başarısız olan öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin de bu duruma paralel olarak alt seviyelerde yer aldığı görülmüştür. Alt başarı düzeyindeki öğrencilerin seviyelere göre dağılımına bakıldığında YÖ seviyede %80, TYY seviyesinde %20’dir. Alt başarı düzeyindeki öğrencilerin hiçbiri ÇYY ve İY seviyesinde yer alamamıştır. Burada ortaya çıkan en dikkat çekici nokta sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisinde bütün öğrenciler YÖ seviyede yer almışlardır. Öğrencilerin en başarılı oldukları beceri ise 2 öğrencinin TYY seviyesinde olduğu genellemeleri formüle etme becerisi olmuştur.

V Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu bölümde alt problemlere ait bulgular yardımıyla ulaşılan sonuçlara yer verilmiş, sonuçlar tartışılmış ve araştırmacılara yönelik cebirsel düşünme becerileri ve SOLO Taksonomisi ile ilgili bazı önerilere yer verilmiştir.

5.1 Sonuç ve Tartışma

Bu bölüm genellemeleri formüle etme becerileri, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerileri, çoklu gösterimlerden yararlanma becerileri ve akademik başarı durumlarına yönelik sonuç ve tartışmalar olmak üzere dört kısımda ele alınmıştır.

5.1.1 Genellemeleri formüle etme becerisine yönelik sonuç ve tartışmalar

Genellemeleri formüle etme becerisine yönelik problemlere YÖ seviyede cevap veren 3 öğrencinin her iki probleme ilişkin cevapları incelendiğinde bu seviyedeki öğrencilerin örüntüleri genellemede mantık hataları yaptıkları görülmektedir. Yeşildere ve Akkoç (2011) matematik öğretmen adaylarının örüntüleri genelleme süreçlerini araştırdıkları çalışmalarında öğretmen adaylarının örüntünün sadece bir sonraki adımına odaklanarak genelleme yapmaya kalkıştıklarını, dolayısıyla hatalı genellemeler yaptıklarını belirtmişlerdir. Çelik (2007) de yürütmüş olduğu doktora çalışmasında bir probleme ilişkin açıklamada öğrencilerin neredeyse yarısının uygun olmayan bir şekilde genelleme yaptıklarını, yapmış oldukları genellemelerin doğruluğunu kontrol etme ihtiyacı dahi hissetmediklerini belirtmiştir. Lannin (2005) 6. sınıf öğrencileri ile yürüttüğü çalışmada, Tanışlı ve Köse (2011) ise sınıf öğretmenleri ile yürüttükleri çalışmada benzer durumlara değinmişlerdir.

Ortaya çıkan bu sonuca diğer araştırmacıların çalışmalarından elde edilen sonuçlar da eklendiğinde genellemeleri formüle etme becerisindeki eksikliğin sadece İlköğretim 8. sınıflarda değil, yükseköğretimde öğretmen yetiştiren fakülteler de dâhil olmak üzere öğretimin her kademesinde görülen bir sorun olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin yüksek öğretim de dâhil olmak üzere öğretim kademelerinin her birinden genellemeleri formüle etme becerisini kazanmadan mezun olduklarını göstermektedir.

Genellemeleri formüle etme becerisine ilişkin problemlerde öğrencilerin YÖ seviyeyi en rahat geçtikleri beceri genellemeleri formüle etme becerisidir. Bu durumu oluşturan temel nedenin bu beceriye ait örüntü problemlerinin öğrencilere daha anlaşılabilir gelmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bir diğer neden ise bu problemlerde öğrencilerin hiçbir cebirsel bilgi ya da beceriyi kullanmadan da problemin bazı maddelerini çözebilme şansına sahip olmalarıdır.

Öğrencilerin büyük bir kısmı örüntü adımlarına ulaşabilmek için aritmetik ya da cebirsel yöntemler kullanmak gibi en az ÇYY seviyesine ilişkin beceriler kullanmak yerine her bir adımı tek tek ritmik saymak, şekil örüntülerine eklemeler yapmak gibi ilkokuldan gelen alışkanlıklarını kullanarak cevabı bulmaya çalışmışlardır.

TYY seviyesinden ÇYY seviyesine geçişte öğrencilerin problemleri çözmek için kullandıkları yöntemler de büyük ölçüde değişmiştir. ÇYY ile birlikte öğrenciler aritmetik, cebir gibi gerçek anlamda matematiksel yöntemleri kullanmaya başlamışlardır. Örüntü adımlarını tek tek hesaplamak yerine, bu adımlara ilişkin genelleştirmeler yaparak sonuca gitmeyi tercih etmişlerdir. Lian ve Idris (2006) 10. sınıf öğrencilerinin cebirsel çözüm becerilerini SOLO Taksonomisi ile değerlendirdiği çalışmalarında düşük seviyedeki öğrencilerin çizme ve sayma metotlarını kullandıklarını, üst seviyelere çıktıkça yöntemlerin de değiştiğini ve geliştiğini belirterek benzer sonuca ulaşmışlardır. Yine Lian ve diğerleri (2010) yürütmüş oldukları başka bir çalışmada bu durumu desteklemişlerdir.

Öğrenciler problem durumunu cebirsel olarak ifade etmede ve cebirsel yöntemleri kullanmada zorlanmaktadırlar. Crowley, Thomas ve Tall (1994) öğrencilerin sözel ifadeleri cebirsel notasyonlara dönüştürme becerilerini ölçtükleri çalışmalarında benzer bir duruma değinerek cebirsel sözel gösterimlerin, sembolik gösterimlere dönüştürülmesinin öğrenciler arasında zorlanılan bir durum olduğunu belirtmişlerdir. Radford (2002) öğrencilerin kısa öykü durumlarını içeren problemleri çözerken sembol kullanımlarını incelemek için dokuzuncu sınıf öğrencileriyle yaptığı araştırmada yine benzer şekilde öğrencilerin sembolik dilde zorlandıkları sonucuna varmıştır. Baki ve Kartal (2004), Dede ve Peker (2007), Yılmaz (2011) benzer sonuçlar elde etmişlerdir.

5.1.2 Sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisine yönelik sonuç ve tartışmalar

Sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisine yönelik problemlerde 8 öğrenci YÖ seviyede yer almıştır. Bu sayı öğrencilerin en çok zorlandıkları becerinin sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisi olduğunu açık bir şekilde göstermektedir.

Öğrencilerin %53'ünün problemlere ilişkin tutarlı bir cevap veremediği bu beceride öğrencilerin genellemeleri formüle etme becerisinde olduğu gibi verilen sözel ifadeyi cebirsel ifadeye dönüştürmede sorun yaşadıkları görülmektedir.

Sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisinde öğrencilerin vermiş olduğu YÖ cevaplardan öğrencilerin verilen cebirsel ifadeye ait sembolleri anlamada, eğer sembol değişken ise bu değişkeni yorumlamada sorun yaşadıkları görülmüştür. Akkaya (2006) 6. sınıf öğrencilerinin cebirdeki kavram yanılgılarını incelediği çalışmasında öğrencilerde en çok görülen yanılgının harf sembollerinin anlaşılamamasından kaynaklandığını, öğrencilerin harfleri bilinmeyen olarak kullanmaya alıştıklarını ve bu alışkanlığın harflerin değişken olarak kullanılmasının anlaşılamamasına neden olduğunu belirterek benzer bir sorundan bahsetmiştir. Baki ve Kartal (2004) lise öğrencilerinin cebirsel bilgilerinin doğasını kavramak amacıyla yürüttükleri çalışmada öğrencilerin matematiğin dilini oluşturan sembollerin anlamlarını bilmemelerinden ve sembolleri yanlış imgelemelerinden dolayı hem kavramsal hem de işlemsel bilgi eksiklikleri olduğu ve bu eksikliklerin çeşitli cebirsel yanılgılara yol açtığını belirtmişlerdir. Kinzel (2001) 10. sınıf öğrencileriyle, Specht (2005) ilkokul öğrencileriyle, Akgün (2007) ise 8. sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmalarda benzer sonuçlara değinmişlerdir.

Sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisine ilişkin üç problemde de *"Hangisi daha büyüktür? n + n 'mi? , n + 8 'mi?"* , *" Dikdörtgenin çevre uzunluğu en fazla kaç cm olabilir?"* , *"Kaç kalem kaç defter almış olabilirim?"* gibi yorum gerektiren soru maddelerine yer verilmiştir. Bu maddelerde öğrencilerin sembolleri anlamaları, cebirsel işlem yapmaları ya da değişkene değer vermelerinin yanında değişkenlerin alabileceği farklı değerlerin ne gibi sonuçlar oluşturacağını yorumlamaları beklenmiştir. İY seviyesi olarak kabul edilen bu soru maddelerinin üçüne birden doğru cevabı sadece 1 öğrenci verebilmiştir. 2 öğrenci bu üç maddeden sadece bir tanesine doğru cevabı verebilmiştir. Geri kalan 12 öğrenci ise üç maddeye de mantıklı bir cevap verememiştir. Oluşan bu duruma göre ortaya çıkan sonuç öğrencilerin cebirsel ifadeyi anlasalar, değişkene değer verseler bile bu işleri bir makine gibi rutin işlem adımları şeklinde yürüttüklerini, bu kavramları içselleştiremediklerini, farklı durumlara ilişkin yorum getirebilecek düzeyde olmadıklarını göstermektedir.

5.1.3 Çoklu Gösterimlerden Yararlanma becerisine yönelik sonuç ve tartışmalar

Öğrencilerin çoklu gösterimlere ilişkin problemlerde sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisine göre daha başarılı oldukları görülmektedir.. Çoklu gösterimlerden yararlanma ve genellemeleri formüle etme becerilerinde ise dağılımın hemen hemen eşit olduğu görülmektedir.

Çoklu gösterimlerden yararlanma becerisine ilişkin problemlerin birincisinde iki terazi modelinde verilen ağırlıkların değerleri istenmiştir. Bu probleme 7 öğrenci YÖ seviyede cevap vermiştir. Bu 7 öğrencinin cevaplarını incelendiğinde ortaya çıkan sonuçlardan biri öğrencilerin farklı terazilerdeki aynı ağırlıkların her zaman aynı bilinmeyeni temsil etmesi gerektiğini bilmediklerini ve aynı bilinmeyene bir cebirsel ifadede ya da eşitlikte farklı değerler verebildiklerini göstermektedir. Ursini (1990) de 11-14 yaş arasındaki öğrencilerin harf sembollerini kullanma durumlarını incelediği çalışmasında öğrencilerin aynı ifadede birkaç kez bulunan ancak aynı olan harfe farklı değerler verdiklerini belirtmiştir.

Birinci problem incelendiğinde ortaya çıkan bir diğer sonuç öğrencilerin terazilerdeki denge durumunun matematiksel karşılığını tam olarak bilmediklerini göstermektedir. Bazı öğrenciler bu durum için eşitlik ifadesini kullansalar bile yaptıkları işlemler kavramsal boşlukları ortaya çıkarmaktadır. Alttaki terazi ile üstteki terazinin ağırlıklarını dengeleme, terazinin bir tarafına hiçbir şey eklemeden karşı tarafa ağırlık ekleyerek denge oluşturmaya çalışma ya da sadece bir kefeden ağırlık alıp o ağırlığı başka bir kefeye ekleme gibi işlemler bu kavramsal boşluklardan bazılarıdır.

İkinci problem incelendiğinde daha önceki becerilerle benzer bir sonuç ortaya çıkmış, bu beceride de öğrencilerin verilen cebirsel ifadede ne anlatılmak istediğini anlamada ve bu cebirsel ifadeyi yorumlamada sorun yaşadıkları görülmüştür.

İkinci problemde ortaya çıkan bir diğer sonuç öğrencilerin işlem önceliğinde sorun yaşadıklarını göstermiştir. Akkan, Çakıroğlu ve Güven (2009) ilköğretim altıncı ve yedinci sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmada öğrencilerin parantez kullanımı, işlem önceliği ve problem durumundaki "*katı, eksik, fazla*" gibi ifadeleri yanlış yorumlamalardan kaynaklanan hataları sıkça yaptıklarını belirlemişlerdir.

5.1.4 Akademik başarı durumlarına göre ortaya çıkan sonuç ve tartışmalar

Akademik başarılarına göre üst başarı düzeyinde kabul edilen öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin de genel olarak üst düzeyde olduğu görülmüştür. Bu düzeydeki öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu öğrencilerin de genelde olduğu gibi en çok zorlandıkları becerinin sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisi olduğu görülmüştür. Bu beceriye ilişkin problemlerde özellikle cebirsel ifade oluşturma ve cebirsel dil kullanmaya ilişkin maddelerde öğrencilerin tıkandıkları, bu maddelere cevap vermek için genellikle eski bilgilerini kullanarak aritmetik yöntemlere başvurdukları görülmüştür. Specht (2005) de ilkokul öğrencilerinin cebirsel problemleri düşünme ve çözme işlemlerini araştırmak için yürüttüğü çalışmada paralel sonuçlardan bahsetmiştir. Specht çalışmasında öğrencilere örüntü, genelleştirme ve sembolik dil kullanmayı gerektiren 3 soru yöneltmiş, bu sorular içinde öğrencilerin en çok zorlandığı sorunun sembolik dili kullanmayı gerektiren soru olduğunu belirtmiştir. Ayrıca bu sorularda başarılı öğrencilerin bile zorlandığından bahsetmiştir.

Orta başarı düzeyindeki öğrencilerin hiçbiri İY seviyesinde yer alamamıştır. Bu düzeyde öğrencilerin en başarısız olduğu beceri 5 öğrenciden 3 tanesinin YÖ seviyede yer aldığı sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisi olmuştur.

Orta başarı düzeyindeki öğrencilerin cevapları çoğunlukla TYY seviyesindedir. TYY seviyesi olarak kabul edilen bir cevapta öğrencinin problemi tek bir açıdan ele aldığı, kavramsal dil kullanmadığı, verilen kavramsal ifadeleri yorumlayamadığı, aritmetik işlemlerde güçlük çektiği bilinmektedir. Ayrıca cebirsel düşünme becerilerine ilişkin belirtilerin ÇYY ve İY seviyeleriyle birlikte ortaya çıktığı bilinen başka bir gerçektir. Bu dağılım öğrencilerin çok küçük bir kısmının cebirsel düşünme becerilerine hâkim olduğunu göstermektedir. Yapılan öğretim sonucunda 8. sınıf seviyesindeki öğrencilerin çok küçük bir kısmının cebirsel düşünebilecek düzeyde olması öğretim sisteminde gözden geçirilmesi gereken bir şeyler olduğunu düşündürmektedir.

Akademik başarılarına göre alt düzeyinde kabul edilen öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin de bu duruma paralel olarak alt seviyelerde yer aldığı görülmüştür. Hiçbir öğrenci ÇYY ve İY yapı seviyelerinde yer alamamıştır. Sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisinde öğrencilerin tamamı YÖ seviyede yer almıştır. Öğrencilerin en başarılı oldukları beceri 2 kişinin TYY seviyesinde yer aldığı genellemeleri formüle etme becerisi olmuştur.

Genellemeleri formüle etme becerisinde 3 öğrenci, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisinde 8 öğrenci, çoklu gösterimlerden yararlanma becerisinde ise 5 öğrenci YÖ seviyede yer almıştır. SOLO Taksonomisine göre YÖ seviyede yer alan öğrencilerin bir önceki evrede oldukları kabul edilmiştir. Bu nedenle bu öğrenciler SOLO Taksonomisine göre imgesel evrede yer almışlardır.

5.2 Öneriler

Bu bölümde çalışmaya yönelik önerilere ve yapılacak araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

5.2.1 Çalışmaya Yönelik Öneriler

Bu çalışmada genellemeleri formüle etme becerisine ilişkin problemlerde kullanılan şekil örüntülerinin, öğrencilerin istenilen örüntü adımlarına ulaşmalarına ve genelleme yapmalarına katkı sağladığı görülmüştür. Şekil örüntülerinin verildiği problemlerde akademik başarısı düşük öğrenciler dahi en azından örüntünün istenilen adımına ulaşma noktasında başarılı olmuşlardır. Bu nedenle örüntüden genellemeye, genellemeden cebirsel gösterime giden yolda şekil örüntülerinin daha etkin kullanılması cebir öğretimi ve cebirsel düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlayabilir. Öğretmenlerin örüntülerin genellemesi aşamasında sayı örüntülerine geçişi biraz daha erteleyerek, öğrencileri şekil örüntülerini kullanarak genelleme yapmaya teşvik etmesi sağlanabilir.

Öğrencilerin genellikle sözel olarak verilen problemlerin cebirsel gösteriminde sorun yaşadıkları görülmüştür. Bu durum birçok araştırmada da ortaya çıkan bir sonuçtur. Bu sorunun giderilmesinde öğrencilerin cebirle ilk karşılaştıkları anda kullanılan metotların etkililiği önemlidir. Öğretmenlerin cebir alt öğrenme alanına ilk girişte sembolik cebiri kullanmak yerine, sözel problemlerden yola çıkarak cebire geçişi sağlaması öğrencilerin zihninde cebirsel kavramların oturmasına yardımcı olabilir.

Öğrencilerin semboller ve cebirsel ifadeler şeklinde verilen problemleri anlayamamaları bu çalışmada elde edilen bir başka sonuçtur. Sembolik gösterimin öğrenci tarafından anlamlandırılabilmesi, bu kavramlarla ilgili öğrencilerin derin ve zengin anlamalara sahip olmasına bağlıdır. Bu durum cebir kavramının öğretiminde sembolik dile geçiş sürecinin önemini bir kez daha gözler önüne sermektedir. Bu süreçte cebirsel yapıları ve işlemleri bir an önce ezberletmek yerine cebirsel kavramları sezdirici etkinlikleri daha geniş bir sürece yayarak yapmanın etkili olacağı düşünülmektedir. Cebirsel kavramlar ilkokul dördüncü ve beşinci sınıflardan itibaren cebir karoları, modeller ya da farklı somut materyallerle sezdirilmelidir. Ayrıca her cebirsel gösterime ait sözel problem belirtilmeli, sözel problemlere ait cebirsel gösterimler her defasında istenerek cebirin kavramsal bir dil olmaktan öte günlük hayatın bir parçası olduğu hissettirilmelidir.

Bu çalışmada öğrencilerin en zorlandıkları becerinin sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisi olduğu ortaya çıkmıştır. Bu beceriye ilişkin problemlerin İY seviyesini ilgilendiren maddelerinde öğrencilerin değişken kavramına ilişkin algıları rutin olmayan problem maddeleriyle ölçülmeye çalışılmıştır. Ortaya çıkan sonuçta öğrencilerin rutin olmayan problem maddelerinde başarılı olamadıkları görülmüştür. Rutin olmayan problem maddeleri sadece bilgiyi ölçme aracı değil, bilgiyi yorumlama ve farklı durumlara uygulama fırsatı verdiği için aynı zamanda bir öğretme aracıdır. O nedenle bu problemler matematik programının içeriğinde daha çok yer edinmelidir.

Eşitlik kavramı öğrencilerin çok küçük yaşlardan itibaren öğrendikleri temel kavramlardan bir tanesidir. Ancak cebirsel ifadelerin eşitliği, eşitlik ve denge ilişkisi ile birlikte öğrencilerin en çok zorlandıkları konulardan biri haline gelmektedir. Bu çalışmada da terazilerdeki denge durumunun eşitlikle ifade edilmesi noktasında sorunlar olduğu görülmüştür. Öğrencilerin bu kavrama ilişkin sorunlarının giderilmesinde ilkokulda öğretilen eşitlik kavramının gözden geçirilmesi gerekir. Ortaokulda eşitliği denge kavramıyla ilişkilendirerek en baştan ele almak yerine ilkokulda eşitliğin sadece bir işlemin sonucunu göstermede değil karşılıklı değerlerin eşitliğini göstermede kullanıldığı hissettirilmelidir.

SOLO Taksonomisi ile ilgili yürütülen birçok çalışmada öğrencilerin cevaplarını değerlendirmede etkili bir araç olduğu sonucu çıkmıştır (Mooney, 2002; Rider, 2004; Lian ve Idris, 2006; Lian ve diğerleri, 2010; Kiani, 2011). Bu taksonomi yukarıda bir öneri olarak geliştirilen rutin olmayan problemlerin programa entegresinin ardından problemlerin ölçme-değerlendirmesini gerçekleştirmede kullanılabilir.

5.2.2 Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler

SOLO Taksonomisi’nin ülke genelinde bir ölçme değerlendirme aracı olarak kullanılmasına yönelik farklı çalışmalar yürütülebilir. Nitekim Hattie (2004) Yeni Zelanda’da ilkokul öğrencilerinin okuma, yazma, matematik derslerinde sorulan soru ve performansların değerlendirilmesinde SOLO Taksonomisinin bir ölçme aracı olarak kullanılmasına yönelik bir çalışma yürütmüştür. Brabrand ve Dahl (2009) Danimarka üniversite eğitim siteminde SOLO Taksonomisi temelli olarak yenilenen programın başarısı üzerine bir çalışma yürütmüştür. Kiani (2011) Kuzey Pakistan’da

SOLO Taksonomisi temelli bir konsept kullanılmak üzere değiştirilen İlkokul sınav sistemi üzerine bir değerlendirme çalışması yürütmüştür.

Yurt dışı literatürde SOLO Taksonomisi üzerine matematik, istatistik, fizik, kimya, hukuk gibi farklı alanlarda birçok çalışmanın yapıldığı görülmüştür. Ancak ülkemizde SOLO Taksonomisi üzerine yürütülen çalışmaların sayısının çok az olduğu görülmektedir. Araştırmacılara SOLO Taksonomisinin potansiyelini keşfetmeleri ve farklı alanlarda kullanmaları önerilmektedir.

Bu çalışma genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma olmak üzere cebirsel düşünmenin üç becerisi üzerine yürütülmüştür. Bu konu üzerine yapılacak çalışmalarda bu üç beceriden sadece birine ilişkin çalışma yürütülebilir. Bu çalışma klinik mülakatlarla yürütülen nitel bir çalışma olduğu için her bir beceri için sorulan problem sayısı düşük tutulmuştur. Cebirsel düşünme becerilerinin sadece bir tanesi üzerine bir çalışma yürütüldüğünde öğrencilere daha çok problem yöneltilerek daha ayrıntılı bir analiz yapılabilir.

Kaynaklar

Akgün, L. (2007). *Değişken Kavramına İlişkin Yeterlikler ve Değişken Kavramının Öğretimi*, Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Akkaş, E. N. (2009). *6- 8. Sınıf Öğrencilerinin İstatistiksel Düşüncelerinin İncelenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Akkaya, R. (2006). *İlköğretim Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanında Karşılaşılan Kavram Yanılgılarının Giderilmesinde Etkinlik Temelli Yaklaşımın Etkililiği,* Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Kavram Yanılgıları*, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. sayı: 31, 1-12.*

Alagic, M. (2003). Technology in the Mathematics Classroom: Conceptual Orientation. *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 22(4), 381-99.*

Altun, M. (2005). *İlköğretim İkinci Kademede Matematik Öğretimi,* 3. Baskı, Aktüel Yayınevi, Bursa.

Amit, M. ve Neria, D. (2008). "Rising to the Challenge": Using Generalization In Pattern Problems to Unearth the Algebraic Skills of Talented Pre-algebra Students. *ZDM*, 40, 111-129.

Baki, A. Karataş, İ. ve Güven, B. (2002). Klinik Mülakat Yöntemi İle Problem Çözme Becerilerinin Değerlendirilmesi, *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Sempozyumu,* 16-18 Eylül 2002, ODTÜ, Ankara

Baki, A. ve Kartal, T. (2004). Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Lise Öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Karakterizasyonu, *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2(1), 27-46.*

Baki, A. (2006) *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*, 3. Baskı, Derya Kitabevi, Trabzon.

Biggs, J.B. ve Collis, K.F. (1982). *Evaluating the Quality of Learning: The SOLO Taxonomy (Structure of the Observed Learning Outcome),* Academic Press, New York.

Biggs, J. ve Collis, K. (1991). *Multimodal Learning and The Quality of Intelligent Behaviour, Ed: H. Rowe, Intelligence, Reconceptualization and Measurement,* Laurence Erlbaum Assoc., New Jersey.

Brabrand, C. ve Dahl, B. (2009). Using the SOLO Taxonomy to Analyze Competence Progression of University Science Curricula, Higher Education: *The International Journal of Higher Education and Educational Planning, v58 n4 p531-549 Oct 2009*

Burnett, P. C. (1999) *Assessing the Structure of Learning Outcomes from Counselling Using the SOLO Taxonomy: An Exploratory Study*, British Journal of Guidance & Counselling, 27, 4, 567-581.

Chan, C.C, Tsui, M.S, Chan, M.Y.C. ve Hong, J.H. (2002). Applying the Structure of the Observed Learning Outcomes (SOLO) Taxonomy on Student's Learning Outcomes: An Empirical Study. *Assessment and Evaluation in Higher Education, 27, 6.*

Choike, J. (2000). Teaching Strategies for "Algebra for All". *Mathematics Teacher. 93(7), 556-560.*

Clement, J. (1998). *Analysis of Clinical İnterviews: Foundations and Model Viability In Research Design Seminar*, [Online]: http://134.88.73/Reseach Design /Design.Html. (Erişim Tarihi:15.01.2012).

Cohen, L. ve Manion, L. (1994). *Research Method in Education (Fourth Edition),* New York Routledge.

Crowley, L., Tall, D. O. ve Thomas, M. O. J. (1994). *Algebra, symbols, and translationof meaning*, Proceedings of PME 18, Lisbon, Portugal, II 240–247.

Çağdaşer, B. T. (2008). *Cebir Öğrenme Alanının Yapılandırmacı Yaklaşımla Öğretiminin 6. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Üzerindeki Etkisi*, Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.

Çelik, D. (2007). *Öğretmen Adaylarının Cebirsel Düşünme Becerilerinin Analitik İncelenmesi*, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Çelik, D.ve Arslan, A.S. (2012). Öğretmen Adaylarının Çoklu Gösterimleri Kullanma Becerilerinin Analizi, *İlköğretim Online, 11(1), 239-250, 2012.*

Çepni, S. (2009). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş (4. Baskı)*, Trabzon: Derya Kitabevi.

Dede, Y., Yalın, H. İ ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8.Sınıf Öğrencilerinin Değişken Kavramının Öğrenimindeki Hataları ve Kavram Yanılgıları, V. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, ODTÜ.*

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003a). Cebir, Öğrencilere Niçin Zor Gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi 24 : 180-185.*

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003b). Değişken Kavramının Öğretimi: Harf Sembollerin Farklı Kullanımları, *Süleyman Demirel Üniversitesi Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi, 2003,4(6):39-51.*

Dede, Y. (2004). Değişken Kavramı ve Öğrenimindeki Zorlukların Belirlenmesi, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, 4 (1),24-56.*

Dede, Y. ve Peker, M. (2007). Öğrencilerin Cebire Yönelik Hata ve Yanlış Anlamaları: Matematik Öğretmen Adaylarının Bunları Tahmin Becerileri ve Çözüm Önerileri. *İlköğretim Online, 6(1), 35-49.*

Dindyal, J. (2003). *Algebraic Thinking in Geometry at High School Level*, Doktora Tezi, Illinois State University.

Driscoll, M. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers, Grades 6-10,* Portsmouth, NH: Heinemann.

Erbaş, A. K ve Ersoy,Y. (2003). Kassel Projesi Cebir Testinde Bir Grup Türk Öğrencisinin Başarısı ve Öğrenme Güçlükleri. *İlköğretim Online Dergisi, 4 (1),18-39.*

Erbaş, A. K. (2005). Çoklu Gösterimlerle Problem Çözme ve Teknolojinin Rolü, *The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET October 2005 ISSN: 1303-6521, 4(4), 12*

Friedlander, A. ve Tabach, M. (2001). *Promoting multiple representations in algebra,* In A. A. Cuoco ve F. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics* (pp.173-185). Reston, Virginia: NCTM Publications.

Ginsburg, H. P. (1981). The Clinical İnterview in Psychological Research on Mathematical Thinking: Aims, Rationales, Techniques. *For the Learning of Mathematics, 1(3), 4-11.*

Göker, L. (1997). *Matematik Tarihi ve Türk-İslam Matematikçilerinin Yeri,* Milli Eğitim Basımevi, İstanbul.

Greenes, C. ve Findell, C. (1998). *Algebra Puzzles And Problems (Grade 7),* Mountain View, Ca: Creative Publications

Groth, R. E. ve Bergner, J.A. (2006) Preservice Elementary Teachers' Conceptual and Procedural Knowledge of Mean, Median, and Mode, *Mathematical Thinking and Learning, 8, 1, 37-63.*

Guerrero, L. ve Rivera A. (2002). Exploration of patterns and recursive functions. *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 24th, Athens, Georgia, October 26-29. 1-4. 262-272.

Gülpek, P.(2006*). İlköğretim 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin Gelişimi,* Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Güven, B. (2006) *Öğretmen Adaylarının Küresel Geometri Anlama Düzeylerinin Karakterize Edilmesi,* Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Hail, C. J. (2000). *The Effects of Using Multiple Representations on Students' Knowledge and Perspectives of Basic Algebraic Concepts*. Published PhD Dissertation. UMI No. 9980796.

Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D. ve Threlfall, J. (1998). Children's Strategies with Number Patterns. *Educational Studies**,** 24(3), 315-331*.

Hattie, J.A.C. ve Brown, G.T.L. (2004*) Cognitive Processes in asTTle: The SOLO Taxonomy,* asTTle Technical Report #43, University of Auckland/Ministry of Education.

Hawker, S. ve Cowley, C. (1997). *Oxford Dictionary and Thesaurus*. Oxford: Oxford University.

Hodges, L. C. ve Harvey L. C. (2003) *Evaluation of Student Learning in Organic Chemistry Using the SOLO Taxonomy*, Journal of Chemical Education, 80, 7, 785- 787.

Jacobs, S. (2002). *Advanced Placement BC Calculus Student's Ways of Thinking About Variable,* A Dissertation Presented in Partial Fulfilment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy, Arizona State University, Arizona, USA.

Jones G. A., Langrall C. W., Thornton C. A. ve Mogill A. T. (1997), A framework For Assessing and Nurturing Young Children's Thinking in Probability. *Educational Studies in Mathematics.32, 101-125*

Jones G. A., Langrall C. W., Thornton C. A., Mooney E. S., Perry, B. ve Putt, I. J. (2000). A Framework for Characterizing Children's Statistical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning, 2, 269-307.*

Kaf Y. (2007). *Matematikte Model Kullanımının 6. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Erişilerine Etkisi*, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Kamol N. ve Yeap B. H. (2010). Upper Primary School Students' Algebraic Thinking, *Mathematics Education Research Group of Australasia* (33rd, Freemantle, Western Australia, Jul 3-7, 2010).

Kaput, J. (1995). *Long-term Algebra Reform: Democratizing Access to Big Ideas***.** In C. Lacampagne, W.& J. Kaput (Eds.), The Algebra Colloquium, (Volume 1),1995, Washington, DC: US Department of Education.

Kaput, J. (1999). *Teaching and Learning a New Algebra'*, in E. Fennema and T. Romberg(eds.), *Mathematics Classrooms that Promote Understanding,* Erlbaum, Mahwah, NJ, pp. 133–155,1999.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2004) Fonksiyon Kavramının Farklı Öğrenim Düzeyinde Olan Öğrencilerdeki Gelişimi, *Eğitim Araştırmaları Dergisi (Eurasian Journal of Educational Research)*, 4, 16, 64-73.

Kiani, M. A. H.(2011). *A Study too Evaluate the Examınatıon System at Grade-V in The Punjab, Based on Solo Taxonomy*, Doktora Tezi, Foundation University College of Liberal Arts and Sciences Rawalpindi, Pakistan.

Kinzel, M. T. (2000) *Charecterizing Ways of Thinking that Underlie College Students Interpretation and Use of Algebraic Notation*, Doktora Tezi, The Pennslyvania State University.

Kinzel, M. T. (2001). *Analyzing College Calculus Students' Interpretation and Use of Algebraic Notation,* PME-NA, 109-113.

Koç Y., Işıksal M., Osmanoglu A., Çetinkaya B., Aşkun C. S., Bulut S., Seviş S., Esen Y. (2011) SOLO Modeli ile Uzamsal Görselleştirme Becerilerinin İncelenmesi, *X. Matematik Sempozyumu*, ODTÜ

Koğ, O. U. ve Başer, N.(2012). Görselleştirme Yaklaşımının Matematiğe Yönelik Tutum ve Başarıdaki Rolü, *İlköğretim Online, 11(4), 945-957, 2012.*

Krutetskii, V. A. (1976*). The Psychology of Mathematical Abilities in School Children.* (J. Kilpatrick, & I. Wirszup, Trans.) Chicago: University of Chicago Press.

Lacampagne, C., Blair,W. ve Kaput, J. (1995*). Conceptual Framework for Algebra İnitiative of National İnstutute on Student Achievement, Curriculum and Assesment.* The İnitiative Colloquium.2,237-242:C.

Lam, P. ve Foong, Y. (1996*) Rasch Analysis of Math SOLO Taxonomy Levels Using Hierarchical Items in Testlets*, ERIC-ED398271.

Langrall, W. C. ve Mooney, E. S (2002*).* The Development of A Framework Characterizing Middle School Students' Statistical Thinking, *Mathematical Thinking and Learning Volume 4, Issue 1.*

Lannin, J.K. (2005) Generalization and Justification: The Challenge of Introducing Algebraic Reasoning Through Patterning Activities, *Mathematical Thinking and Learning, 7(3), 231-258.*

Lee, L. (1996) *An İnitiation İnto Algebraic Culture Through Generalization Activities* (s. 87–106), Editör: N. Bednarz, C. Kieran ve L. Lee, Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Leung, S. ve Chuang, S. *A Seventh Grader's Conception of Unknown and His Strategies İn Solving Equation* <math.ecnu.edu.cn/earcome3/T**S**G3/**LEUNG**%20&%20**CHUANG**.doc> (Erişim tarihi: 15.01.2012).

Lian, L. H., Yew, W. T. ve Idrıs, N. (2010). Superitem Test: An Alternative Assessment Tool to Assess Students' Algebraic Solving Ability, *International Journal for Mathematics Teaching and Learning.*

Maccini, P. ve Hughes, C. (2000). Effects of a Problem Solving Strategy on the İntroductory Algebra Performance of Secondary Students with Learning Disabilities. *Learning Disabilities Research and Practice,. 15(1), 10-21.*

Macgregor, M. ve Stacey , K. (1997). Students' Understanding of Algebraic Notation: 11-15, *Educational Studies in Mathematics, 33, 1-19.*

McGee, S. , Panizzon, D., Pegg, J., ve Howard, B.C. (2000). *Integrating Inquiry-Based Multimedia Learning Outcomes into Educational Accountability Systems,* Ed: B. Fishman veS. O'Connor-Divelbiss, Fourth International Conference of the Learning Sciences, Mahwah, NJ: Erlbaum.

MEB (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu*, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Miles, M.B.ve Huberman, A.M. (1994) *An Expanded Source Books Qualitative Data Analysis, Second Edition*, SAGE Publications, London.

Mooney E.S. (2002). A Framework for Characterizing Middle School Students' Statistical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning, 4, 1, 23-63.*

Mourad, N. M. (2005). *Inductive Reasoning in the Algebra Classroom*. Published Master Thesis. (UMI No: 1431298).

NCTM. (2000). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.* http://www.nctm.org/standards.htm (Erişim Tarihi 14.10.2012).

Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde Matematik Öğretimine Çağdaş Yaklaşımlar.* Ankara: Ekinoks Yayınları.

Orton, A. ve Orton, J. (1999). *Pattern and The Approach to Algebra*. In A. Orton (Ed.), Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics (104-120). London and New York: Cassell.

Özdemir, M.E, Duru, A. ve Akgün, L. (2005). İki ve Üç Boyutlu Düşünme: İki ve Üç Boyutlu Geometriksel Şekillerle Bazı Özdeşliklerin Görselleştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 13(2), 527 ‐ 540.*

Özdemir, B. (2011). *İlköğretim 1 – 5. Sınıflar Türkçe Ders Kitaplarında Kullanılan Okuduğunu Anlama Sorularının İncelenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi, Ankara.

Palabıyık, U. (2010). *Örüntü Temelli Cebir Öğretiminin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerileri Ve Matematiğe Karşı Tutumlarına Etkisi*, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Palabıyık, U. ve İspir O. A. (2011) Örüntü Temelli Cebir Öğretiminin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerileri ve Matematiğe Karşı Tutumlarına Etkisi, *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Sayı 30 (Temmuz 2011/II), ss. 111-123*

Panizzon, D. (2003) Using Cognitive Structral Model to Provide New Insight into Students' Understanding of Diffusion, *International Journal of Science Education, 25, 12, 1427-1450.*

Pegg, J. ve Coady, C. (1993) *Identifying SOLO Levels in the Formal Mode*, PME-NA, Bildiriler Kitabı, 1, 212-219

Pegg, J. ve Davey, G. (1998) *Interpreting Student Understanding in Geometry: A Synthesis of two Models (s.109-135),* Ed: Richard Lehrer ve Daniel Chazen, In Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space., NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah.

Pegg, J. ve Tall, D. (2004). *Fundemantal Cycles in Learning Algebra*: An Analysis,

http://www.warwick.ac.uk\staff\David.Tall\drafts\dot2001z-pegg-icmialgebra. (Erişim Tarihi: 15.01.2012).

Pegg, J. ve Tall, D. (2005). The Fundemantal Cycles of Concept Construction

Underlying Various Theoretical Frameworks, *International Reviews on*

Mathematical Education, 37(6), 468-475.

Philipp, R. A. (1992). The Many Uses of Algebraic Variables, *The Mathematics Teacher, 85(7), 557-561.*

Posner, J.G. ve Gertzog, W.A. (1982). The Clinical İnterview and the Measurement of Conceptual Change, *Science Education, 66(2), 195-209.*

Radford, L. (2002*).* On Heroes and the Collapse of Narratives. A contribution to the Study of Symbolic Thinking. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 26,* 4, 81-88. University of East Anglia, UK.

Rider, R.L. (2004). *The Effect of Multi-Representational Methods on Students' Knowledge of Function Concepts in Developmental College Mathematics,* Doktora Tezi. Graduate Faculty of North Carolina State University.

Sands, D. (2005). Physics Education Research and UK Physics: Tensions and Possible Remedies, *The Science Learning and Teaching Conference,* 138-144.

Schoenfeld, A. ve Arcavi, A. (1988). *On the Meaning of Variable*. Mathematics Teacher. September, s. 420-427.

Sfard, A. (1995) “The Development of Algebra”, Historical and Psychological Persrectives. *Journal Of Mathematical Behavior, s 14, ss.15-39.*

Specht, B. J. (2005). *Early Algebra – Processes and Concepts of Fourth Graders Solving Algebraıc Problems*. *CERME 4*, 706-716.

Stacey, K. ve MacGregor, M. (2000) Learning the Algebraic Method of Solving Problems, Journal of Mathematical Behavior, 18 (2), 149-167.

Steele D. F ve Johanning D. I. (2004) A Schematic-Theoretic View of Problem Solving and Development of Algebraic Thinking, Educational Studies in Mathematics *Vol. 57, No. 1 (2004), pp. 65-90.*

Steele, D. (2008). Seventh-grade Students' Representations for Pictorial Growth and Change Problems. *ZDM Mathematics Education, 40, 97-110.*

Tanışlı, D. (2008), *İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülere İlişkin Anlama ve Kavrama Biçimlerinin Belirlenmesi*, Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Tanışlı, D. ve Köse, N. Y. (2011). Lineer Şekil Örüntülerine İlişkin Genelleme Stratejileri: Görsel ve Sayısal İpuçlarının Etkisi, *Anadolu Üniversitesi Eğitim ve Bilim Dergisi 2011, Cilt 36, Sayı 160.*

Tuna, A. (2011). *Trigonometri Öğretiminde 5E Öğrenme Döngüsü Modelinin Öğrencilerin Matematiksel Düşünme ve Akademik Başarılarına Etkisi*, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

UNICEF, (2005). *Structure of the Punjab Examination Commission.*

Ursini, S. (1990). *Generalization Processes in Elementary Algebra: Interpretation and Symbolization.* In G.Booker, P. Cobb ve T. Mendicati (Eds.), Proceedings of the Fourteenth Conference, International Group for the Psychology of Mathematics Education, 149-156. Mexico: PME.

Usiskin, Z. (1999) *Why is Algebra Important to Learn* (s. 22-30), Ed: B. Moses, Algebraic Thinking, Grades 9-12: Readings from NCTM's School Based Journals and Other Publications, Reston, Va: National Councl of Teachers of Mathematics.

Vallecillos, A. ve Moreno, A. (2002) Framework for Instruction and Assesment on Elementary Inferential Statistics Thinking, *2nd International Conference on The Teaching Mathematics*, Greece.

Van De Walle, J. A. (2004). *Elementary and Middle School Mathematics.* 5th ed- Boston: Allyn and Bacon.

Wagner, S. (1983*)*. What are These Called Variables?. *Mathematics Teacher, 76, 474-478.*

Williams, S.(1997). *Algebra: What Students Can Learn*. The Nature and Algebra in the K-14 Curriculum. Proceedings of a National Symposium, Washington, DC, May 27-28

Wongyai, P. ve Kamol, N. (2004) *A Framework in Characterizing Lower Secondary School Students' Algebraic Thinking*, http://www.icme-organisers.dk/tsg09/, (Erişim Tarihi: 15 Haziran 2012).

Yenilmez, K. Şan, İ. (2008) Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Özdeşliklerin Görsel Modellerini Anlama Düzeyleri, *Journal of Qafqaz University, Number 24 , Volume 1 (2008).*

Yenilmez, K. Teke, M. (2008) Yenilenen Matematik Programının Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerine Etkisi, *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi Cilt: 9 Sayı: 15 Bahar 2008 s:229–246.*

Yerushalmy, M. ve Schwartz, J. L. (1993) *Seizing the Opportunity to Make Algebra Mathematically and Pedagogically İnteresting* (s. 41-68)., Ed:T. A. Romberg, E. Fennema ve T. P. Carpenter, Integrating Research on the Graphical Representation of Functions Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının Şekil Örüntülerini Genelleme Süreçleri, *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, sayı 30 (Temmuz 2011/II), ss. 141-153.*

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri,* Beşinci Baskı, Seçkin Yayıncılık, Ankara.

Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel Düşünme*, 3. Basım, Remzi Kitabevi, İstanbul.

Yılmaz E. (2011). *İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Okuduğunu Anlama ve Yazılı Anlatım ile Cebirde Sembolik ve Sözel Gösterimlere Dönüştürme Becerileri Arasındaki İlişki,* Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Zaskıs, R. ve Hazzan, O. (1999). Interviewing in Mathematics Education Research: Choosing the Questions, *Journal of Mathematical Behaviour, 17, 4, 429-439.*

Zaskis, R. ve Liljedahil, P. (2002). Generalization of patterns: The Tension between Algebraic Thinking and Algebraic Notation. *Educational Studies in Mathematics, 49, 379-402.*

Ekler

EK-1 Klinik Mülakat Verilerinin Değerlendirilmesi için Kullanılan Ölçekler

1. Ömer elindeki çubukları kullanarak yan yana altıgenlerden oluşan bir Arı Peteği Modeli oluşturmak istemektedir. Yandaki şekilde her bir petek için kaç tane çubuğa ihtiyaç olduğunu görüyoruz.

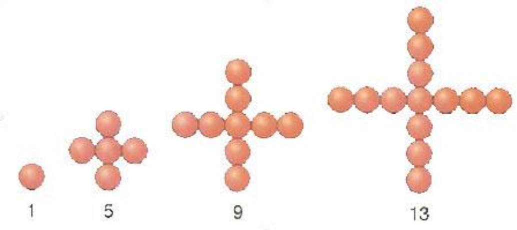
Petek Sayısı	1	2	3
Çubuklar	6	11	-

Buna göre;

a) 3 tane petek için kaç çubuk gereklidir?
b) 18 petek için kaç çubuk gereklidir?
c) 62 tane petek için 311 tane çubuk gerekliyse, 63 petek için kaç tane çubuğa ihtiyaç vardır?
d) Bu örüntünün kuralını cebirsel olarak yazınız.

Düşünce Seviyesi	Yapı Öncesi (YÖ)	Tek Yönlü Yapı (TY)	Çok Yönlü Yapı (ÇY)	İlişkilendirilmiş Yapı (İY)
Genel Özellikler	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilgisi yoktur ve bu durum öğrencilerin sık sık dikkatini dağıtır, onu yanlış yönlendirir.	Problemin/ kavramın tek bir yönünü anlar, fakat bu parçanın bütün içindeki yeri ve diğer yönleri ile ilişkisini anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkin birden fazla yönü/ veriyi kullanır. Fakat bunların bütün içindeki yeri ve birbiri ile olan ilişkileri tam olarak anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkili tüm yönleri, bunların bütün içindeki yeri birbiri ile olan ilişkileri anlar, Kavramsal anlama vardır.
Problemin Nasıl Değerlendirildiğine İlişkin Açıklamalar	- Örüntüdeki ortak fark mantığını tam olarak kavrayamamıştır. - Problemde verilen sayılarla rastgele işlemler yaparak sonuca ulaşmaya çalışır. - Problemin (a) maddesinde doğru cevabı bulsa dahi, (c) maddesi için mantıklı bir cevap verememesi, örüntünün ortak farkına ilişkin kazanımı kavrayamadığını, ezber yoluyla sonuca ulaştığını gösterir. - Durumu cebirsel olarak yazmaya çalışır fakat katsayı, değişken ve bunlara ait işaretlerin anlamını bilmediği için yazdığı ifadeler hatalıdır.	- Örüntünün ortak farkını kullanarak bir sonraki adımı kestirebilir. - Aritmetik yöntemleri kullanmaya çalışır fakat işlem adımları tutarlı değildir, ortak farkı bildiği halde işlemlerde bunu doğru olarak kullanamaz - Cebirsel yöntemleri kullanamaz. - Duruma ait kuralı cebirsel olarak yazsa bile (b) maddesinde bu bilgiyi kullanamaması ya da en azından aritmetik işlemler yapamaması; cebirsel kural oluşturmayı ezberlediğini fakat kullanamadığını gösterir. - İstenilen adıma ulaşmak için her bir adıma ortak farkı ekleyip içinden ritmik saymak, tek tek toplamak, çubuk eklemek gibi yöntemleri kullanır, aritmetik işlemler yaparak sonuca ulaşamaz.	- Aritmetik yöntemleri düzgün bir şekilde kullanarak örüntünün herhangi bir adımına ulaşabilir. - Cebirsel işlemlerle sonuca ulaşmak yerine önceki yıllarda öğrenmiş olduğu daha çok dört işlem bilgisi kullanabileceği kazanımlardan yararlanarak cevabı bulmaya çalışır. - Cebirsel kural oluşturabilir ama bu kuralı işlemlerde kullanmaz.	- Çok Yönlü Yapıdan İlişkilendirilmiş Yapıya geçiş aynı zamanda kavramsal anlama için de bir eşiktir. Bu nedenle bu yapıda daha çok değişken, katsayı, sabit terim gibi cebirsel dil kullanımı görülür. - Örüntüyü cebirsel ifadeler kullanarak genelleştirir ve herhangi bir adıma ulaşmak için bu genellemelerden yararlanır. - Özellikle (b) maddesi için örüntünün kuralını cebirsel olarak yazıp “değişken yerine 18 yazmalıyız” gibi bir ifade kullanabilmelidir.

2. Yandaki örüntüye göre



a) 5. adımda kaç tane bilye olmalıdır?
b) Kaçıncı adımda 53 bilye vardır?
c) Bu örüntünün kuralını cebirsel olarak yazınız.

Düşünce Seviyesi	Yapı Öncesi (YÖ)	Tek Yönlü Yapı (TY)	Çok Yönlü Yapı (ÇY)	İlişkilendirilmiş Yapı (İY)
Genel Özellikler	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilgisi yoktur ve bu durum öğrencilerin sık sık dikkatini dağıtır, onu yanlış yönlendirir.	Problemin/ kavramın tek bir yönünü anlar, fakat bu parçanın bütün içindeki yeri ve diğer yönleri ile ilişkisini anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkin birden fazla yönü/ veriyi kullanır. Fakat bunların bütün içindeki yeri ve birbiri ile olan ilişkileri tam olarak anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkili tüm yönleri, bunların bütün içindeki yeri birbiri ile olan ilişkileri anlar, Kavramsal anlama vardır.
Problemin Nasıl Değerlendirildiğine İlişkin Açıklamalar	- Örüntüdeki ortak fark mantığını tam olarak kavrayamamıştır. - Problemde verilen sayılarla rastgele işlemler yaparak sonuca ulaşmaya çalışır. - Problemin (a) maddesinde doğru cevabı bulsa dahi, (b) maddesi için mantıklı bir cevap verememesi, örüntünün ortak farkına ilişkin kazanımı kavrayamadığını, ezber yoluyla sonuca ulaştığını gösterir. - Durumu cebirsel olarak yazmaya çalışır fakat katsayı, değişken ve bunlara ait işaretlerin anlamını bilmediği için yazdığı ifadeler hatalıdır.	- Örüntünün ortak farkını kullanarak bir sonraki adımı kestirebilir. - Aritmetik yöntemleri kullanmaya çalışır fakat işlem adımları tutarlı değildir, ortak farkı bildiği halde düzgün işlem adımlarıyla doğru sonuca ulaşamaz. - Cebirsel yöntemleri kullanamaz. - Duruma ait kuralı cebirsel olarak yazsa bile (b) maddesinde bu bilgiyi kullanamaması ya da en azından aritmetik işlemler yapamaması; cebirsel kural oluşturmayı ezberlediğini fakat kullanamadığını gösterir. - Özellikle (b) maddesinde kaçıncı adımda bilye olduğunu bulmak için her bir adıma ortak farkı ekleyip içinden ritmik saymak, tek tek toplamak gibi yöntemleri kullanır, aritmetik işlemler yaparak sonuca ulaşamaz.	- Aritmetik yöntemleri düzgün bir şekilde kullanarak örüntünün herhangi bir adımına ulaşabilir. - Cebirsel işlemlerle sonuca ulaşmak yerine önceki yıllarda öğrenmiş olduğu daha çok dört işlem bilgisi kullanabileceği kazanımlardan yararlanarak cevabı bulmaya çalışır. - Cebirsel kural oluşturabilir ama bu kuralı işlemlerde kullanmaz.	Bu seviyede daha çok değişken, katsayı, sabit terim gibi cebirsel dil kullanımı görülür. - Örüntüyü cebirsel ifadeler kullanarak genelleştirir ve herhangi bir adıma ulaşmak için bu genellemelerden yararlanır. - Özellikle (b) maddesi için 5.n-3 = 53 ya da buna benzer bir denklem yazabilmeli ve bu denklemi çözerek sonuca ulaşabilmelidir.

3. Hangisi daha büyüktür, n+n ‘ mi? , n+ 8‘ mi?

Düşünce Seviyesi	Yapı Öncesi (YÖ)	Tek Yönlü Yapı (TY)	Çok Yönlü Yapı (ÇY)	İlişkilendirilmiş Yapı (İY)
Genel Özellikler	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilgisi yoktur ve bu durum öğrencilerin sık sık dikkatini dağıtır, onu yanlış yönlendirir.	Problemin/ kavramın tek bir yönünü anlar, fakat bu parçanın bütün içindeki yeri ve diğer yönleri ile ilişkisini anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkin birden fazla yönü/ veriyi kullanır. Fakat bunların bütün içindeki yeri ve birbiri ile olan ilişkileri tam olarak anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkili tüm yönleri, bunların bütün içindeki yeri birbiri ile olan ilişkileri anlar, Kavramsal anlama vardır.
Problemin Nasıl Değerlendirildiğine İlişkin Açıklamalar	- Problemi anlamakta zorlanır. - Değişken kavramı hakkında bir fikri yoktur ya da sahip olduğu fikirler istenilen düzeyin çok altındadır - Cebirsel işlem yaparken **n+8 = 8n** gibi benzer olmayan terimleri toplamak, **n** ile **8** arasında büyüklük küçüklük ilişkisi kurmak, aynı ifadede **n**’e farklı değerler vermek vb. gibi kavram yanılgıları vardır.	- Değişken kavramının farkındadır ve değişkene değer vererek sonuca ulaşmaya çalışır fakat tek yönlü yapıda durumu tek yönüyle ele aldığı için birden çok değer vererek genelleştirmeye gitmeyi düşünemez. - Cebirsel işlemlerde küçük hatalar olsa da en azından benzer terimleri ayırt edebilecek düzeydedir.	- Değişkene birden fazla değer vererek yorum yapabilir fakat olası bütün durumları hesaba katmaz özellikle n = 8 değerinden küçük ve büyük değerler için farklı durumlar oluşacağını kestiremez. - Cebirsel işlemlerde hata yoktur.	- Değişkene birden fazla değer vererek yorum yapar ve n=8 değerinden küçük ve büyük değerler için farklı durumlar oluşabileceğinin farkındadır. - Cebirsel işlem bilgisi tamdır. - Değişkenler arasındaki ilişkisel boyutu ezberden öteye taşımıştır, şüphecidir, olası bütün durumları irdeler.

4. **a** bir tamsayı olmak üzere, bir dikdörtgenin kenar uzunlukları (**9-a) cm** ve **(3a+5) cm** 'dir.

Buna göre;

a) Dikdörtgenin çevre uzunluğunu cebirsel olarak ifade ediniz.

b) Dikdörtgenin çevre uzunluğu en fazla kaç cm olabilir?

Düşünce Seviyesi	Yapı Öncesi (YÖ)	Tek Yönlü Yapı (TY)	Çok Yönlü Yapı (ÇY)	İlişkilendirilmiş Yapı (İY)
Genel Özellikler	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilgisi yoktur ve bu durum öğrencilerin sık sık dikkatini dağıtır, onu yanlış yönlendirir.	Problemin/ kavramın tek bir yönünü anlar, fakat bu parçanın bütün içindeki yeri ve diğer yönleri ile ilişkisini anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkin birden fazla yönü/ veriyi kullanır. Fakat bunların bütün içindeki yeri ve birbiri ile olan ilişkileri tam olarak anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkili tüm yönleri, bunların bütün içindeki yeri birbiri ile olan ilişkileri anlar, Kavramsal anlama vardır.
Problemin Nasıl Değerlendirildiğine İlişkin Açıklamalar	- Değişken kavramı hakkında bir fikri yoktur ya da sahip olduğu fikirler istenilen düzeyin çok altındadır - Cebirsel işlemlere ilişkin temel anlamda birçok kavram yanılgısı vardır; **9-a = 8** ; **3a + 5 = 8a** vb. gibi benzer terimleri dikkate almadan rastgele işlemler yapar, sabit terimlerin ve katsayıların işaretlerini dikkate almaz, hangi işlemi yapacağını kestiremez örneğin toplama işlemi gerektiren bir yerde çarpma yapabilir. - Problemin (b) maddesi için genelde cevapla ilgisi olmayan tahminler yürüterek sonuca ulaşmaya çalışır.	- Cebirsel işlemlerde benzer terimleri ayırt eder ve işlemlerde bu duruma dikkat eder ancak işlem adımları sağlam değildir. Örneğin **–a + 3a = 4a** işleminde olduğu gibi katsayının işaretini hesaba katmayabilir. - Problemin (b) maddesi için mantıklı cevaplar veremez.	- Cebirsel işlemler sonucunda dikdörtgenin çevre uzunluğunu cebirsel olarak ifade edebilir ancak değişkenler arasındaki ilişkisel bağı irdeleyen (b) maddesine mantıklı bir cevap veremez. - (b) maddesine verilen cevaplar genelde dikdörtgenin çevre uzunluğu bulunduktan sonra değişkenin alabileceği değerler üzerinedir. "Kenar uzunluğu negatif olamaz" gibi değişkenin olası bütün değerlerini düşünen bir cevap beklenmez.	- Cebirsel işlemlere ilişkin kavramsal bilgileri tamdır; dikdörtgenin çevre uzunluğunu cebirsel olarak ifade edebilir. - Problemin (b) maddesi için değişkenin alabileceği bütün değerleri düşünür. - Dikdörtgenin kenar uzunluğu negatif olamaz şeklinde bir cümleyi zihninden geçirdiğini hissettirebilmelidir.

5. Tanesi 7 lira olan defterlerden m tane, tanesi 3 lira olan kalemlerden n tane aldım ve toplam 70 lira ödedim.

a) Bu durumu cebirsel olarak nasıl ifade edebilirim?

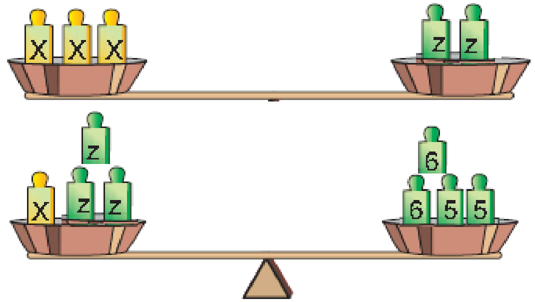
b) Kaç defter, kaç kalem almış olabilirim?

Düşünce Seviyesi	Yapı Öncesi (YÖ)	Tek Yönlü Yapı (TY)	Çok Yönlü Yapı (ÇY)	İlişkilendirilmiş Yapı (İY)
Genel Özellikler	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilgisi yoktur ve bu durum öğrencilerin sık sık dikkatini dağıtır, onu yanlış yönlendirir.	Problemin/ kavramın tek bir yönünü anlar, fakat bu parçanın bütün içindeki yeri ve diğer yönleri ile ilişkisini anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkin birden fazla yönü/ veriyi kullanır. Fakat bunların bütün içindeki yeri ve birbiri ile olan ilişkileri tam olarak anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkili tüm yönleri, bunların bütün içindeki yeri birbiri ile olan ilişkileri anlar, Kavramsal anlama vardır.
Problemin Nasıl Değerlendirildiğine İlişkin Açıklamalar	- Problemi anlamakta zorlanır. - m ve n harflerinin birer değişken olduğunun ve farklı değerler alabileceğinin farkında değildir. - Cebirsel işlemlerde katsayı, değişken gibi terimleri dikkate almaz dolayısıyla işlemlerinde sık sık hatalara rastlanır örneğin m tane 7 TL'nin 7m'ye eşit olacağını, n tane 3 TL'nin 3n'ye eşit olacağını ya da 7m ile 3n toplandığında cevabın 7m+3n olacağını kestiremez. - Durumu cebirsel olarak ifade edemez. - Problemin (b) maddesinde deneme yanılma yaparak ya da aritmetik işlemler yaparak sonucu bulmaya çalışabilir fakat problemde verilen ve istenen durumları tam olarak kavrayamadığından cevapları alakasızdır.	- Durumu cebirsel olarak ifade edebilir fakat kullanılan harflerin birer değişken olduğunun ve farklı değerler alabileceğinin farkında değildir. - Problemin (b) maddesinde deneme yanılma yaparak bir cevaba ulaşabilir fakat tek yönlü düşündüğü için durumun tek bir yönüne odaklanır birden fazla cevabın olabileceğini kestiremez. - Değişken, katsayı, sabit terim, denklem gibi kavramları kullanmaz. "Değişkene değer verdim" gibi kavramsal bir dil yerine sayıları denedim gibi daha basit bir dil kullanır	- Durumu cebirsel olarak ifade eder. - Yazılan cebirsel ifadeden yola çıkarak "m = 7 için n = 7 olur" gibi kavramsal bir dil kullanmak yerine daha basit bir dil kullanır. - Problemi çok yönlü düşünüp birden fazla cevaba ulaşabilir.	- Durumu cebirsel olarak ifade eder. - Cevaba ulaşmak için yapılan işlemlerde kavramsal dil kullanmayı tercih eder. - 7m + 7n = 70 cebirsel ifadesinde m ve n için olası bütün değerleri sistematik bir şekilde değerlendirip olası bütün cevapları bulur.

6.Yanda verilen iki terazi de dengededir.

Bu duruma göre **x** sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6



Düşünce Seviyesi	Yapı Öncesi (YÖ)	Tek Yönlü Yapı (TY)	Çok Yönlü Yapı (ÇY)	İlişkilendirilmiş Yapı (İY)
Genel Özellikler	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilgisi yoktur ve bu durum öğrencilerin sık sık dikkatini dağıtır, onu yanlış yönlendirir.	Problemin/ kavramın tek bir yönünü anlar, fakat bu parçanın bütün içindeki yeri ve diğer yönleri ile ilişkisini anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkin birden fazla yönü/ veriyi kullanır. Fakat bunların bütün içindeki yeri ve birbiri ile olan ilişkileri tam olarak anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkili tüm yönleri, bunların bütün içindeki yeri birbiri ile olan ilişkileri anlar, Kavramsal anlama vardır.
Problemin Nasıl Değerlendirildiğine İlişkin Açıklamalar	- Terazilerdeki ağırlıkların birbirini dengelemesinin matematikte eşitlik kavramıyla gösterildiğinin farkında değildir. - Problem durumunun denklemini yazamaz. - Ağırlıkları birbiri cinsinden hesaplamaya ya da düşünmeye yönelik herhangi bir eylem yoktur. - Terazideki birden fazla aynı bilinmeyene farklı değerler verme, karşılıklı ağırlıkları birbirleriyle eşleştirme gibi cebirsel kavram yanılgıları vardır.	- Terazilerdeki denge durumunun matematikte eşitlik kavramıyla ifade edildiğinin farkındadır, bu durumu cebirsel olarak yazabilir ancak ne cebirsel yöntemlerle herhangi bir sonuca ulaşacak düzeydedir ne de bilinmeyenlere farklı değerler vererek ya da şıkları kullanarak cevabı bulacak düzeydedir. - Birden fazla bilinmeyenin birbirine göre durumlarını irdeleyebilmek için en az çok yönlü seviyede düşünme becerisi gerekir dolayısıyla öğrenci genelde tek bir bilinmeyene odaklanır.	- Terazilerdeki denge durumunu eşitlik kavramıyla ifade eder, duruma ait denklemleri yazabilir. - Bilinmeyeni bulmak için cebirsel işlem adımları yerine şıklardan yararlanarak ya da zihinden bilinmeyenlere farklı değerler vererek sonuca ulaşır. - İki bilinmeyenli bir denklem oluşturabilir fakat o denklemi çözebilmek için kullanması gereken cebirsel işlem adımlarına hâkim değildir. .	- Probleme ait denklemleri yazar. - Bilinmeyen, değer, denklem gibi kavramsal ifadeleri kullanmayı tercih eder. - Deneme yanılma yerine cebirsel işlem adımlarını eksiksiz uygulayarak denklemleri çözer ve bilinmeyeni bulur.

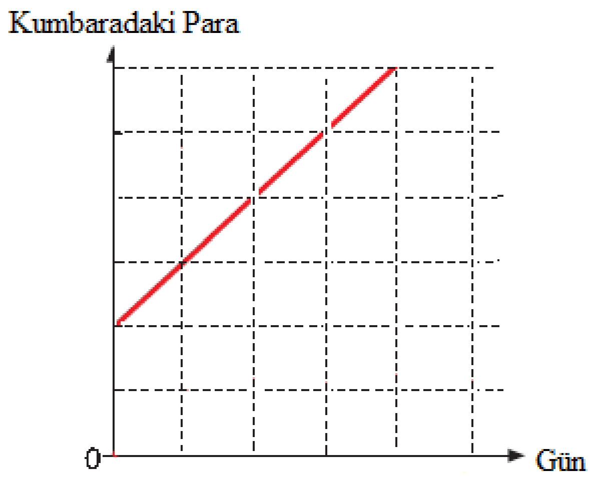
7. Çetin bindiği taksinin taksimetresinin kaç TL ile açıldığına ve her kilometrede kaç TL arttığına bağlı olarak taksiciye ne kadar ödeme yapacağını belirlemiştir.

Yolculuk sonunda kaç TL ödeneceğini gösteren cebirsel ifade: 2,5+0,75.k (k:=alınan yol)

Buna göre

a) Taksinin başlangıç ücreti kaç TL'dir?
b) 5 km yolculuk yapan Çetin taksiciye kaç TL ödemiştir?
c) Yolculuk sonunda taksiciye 40 TL ödeyen birinin yolculuğu kaç km sürmüştür?

Düşünce Seviyesi	Yapı Öncesi (YÖ)	Tek Yönlü Yapı (TY)	Çok Yönlü Yapı (ÇY)	İlişkilendirilmiş Yapı (İY)
Genel Özellikler	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilgisi yoktur ve bu durum öğrencilerin sık sık dikkatini dağıtır, onu yanlış yönlendirir.	Problemin/ kavramın tek bir yönünü anlar, fakat bu parçanın bütün içindeki yeri ve diğer yönleri ile ilişkisini anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkin birden fazla yönü/ veriyi kullanır. Fakat bunların bütün içindeki yeri ve birbiri ile olan ilişkileri tam olarak anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkili tüm yönleri, bunların bütün içindeki yeri birbiri ile olan ilişkileri anlar, Kavramsal anlama vardır.
Problemin Nasıl Değerlendirildiğine İlişkin Açıklamalar	- Problemi anlamakta zorlanır. - Cebirsel ifadeyi yorumlayamaz. - Cebirsel ifade, katsayı, değişken, sabit terim gibi ifadelerin ne anlama geldiğinin farkında değildir ve işlemlerde bunlara ait özellikleri kullanmaz - Verilen sayılarla rastgele işlemler yaparak sonuca ulaşmaya çalışır. - Başlangıç ücretini bulsa bile nasıl bulduğuna dair mantıklı bir açıklaması olmalıdır.	- Cebirsel ifadeyi yorumlar. -Başlangıç ücreti, sabit artış miktarı ve değişkenin üçünü birden belirleyip soruyu eksiksiz çözecek düzeyde değildir fakat bu kavramları birbirinden ayırt edebilir. - Cebirsel işlem adımlarında birtakım hatalar görülebilir. - Değişkene değerler vermek ya da aritmetik yöntemler kullanmak yerine genelde tek tek toplayarak ya da içinden ritmik sayarak cevabı bulmaya çalışır.	- Cebirsel ifadeyi yorumlar - Cevabı bulmak için cebirsel işlem adımlarını kullanarak değişkene değer vermek yerine "75 Krş ile 5'i çarptım üzerine 2,5 TL ekledim" ya da " 0,75 Krş ile kaçı çarpsam üzerine 2,5 TL eklesem 40 TL olur"gibi aritmetik işlem mantığı kullanır. - Birden çok değer için hesap yapılarak cevap bulunabilir ancak 2,5 + 0,75.k = 40 şeklinde kurulan bir denklem ya da 40 – 2,5 = 37,5 ; 37,5 : 0,75 = 50 şeklinde verilen bir cevap İlişkilendirilmiş yapıya daha yakındır.	- Kavramsal dile hâkimdir. - (b) maddesinde değişkene değer vererek cevabı bulur. - (c) maddesi için olası değerleri hesaplamak yerine bir bilinmeyenli bir denklem kurarak o denklemi çözmesi beklenir.



8. Ali para biriktirmeye karar vermiş ve kumbarasına başlangıç olarak 10 TL atmış, ondan sonraki her gün için de 5 TL atacağını söylemiştir.

Bu durumu gösteren cebirsel ifade

Kumbaradaki para(P) = 10 TL + 5 TL. Gün(G)

Yani **P= 10 + 5.G** şeklindedir.

Buna göre;

a) Verilen bilgilere göre grafiği tamamlayınız.

b) 3 gün sonunda Ali'nin kumbarasında toplam kaç TL olur? Hesaplayınız.

c) 12 gün sonunda Ali'nin kumbarasında toplam kaç TL olur? Hesaplayınız.

d) 100 TL biriktirdiğinde kendisine taraftar forması alacak olan Ali'nin kaç gün para biriktirmesi gerekir?

Düşünce Seviyesi	Yapı Öncesi (YÖ)	Tek Yönlü Yapı (TY)	Çok Yönlü Yapı (ÇY)	İlişkilendirilmiş Yapı (İY)
Genel Özellikler	Üzerinde çalışılan durumun cevapla ilgisi yoktur ve bu durum öğrencilerin sık sık dikkatini dağıtır, onu yanlış yönlendirir.	Problemin/ kavramın tek bir yönünü anlar, fakat bu parçanın bütün içindeki yeri ve diğer yönleri ile ilişkisini anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkin birden fazla yönü/ veriyi kullanır. Fakat bunların bütün içindeki yeri ve birbiri ile olan ilişkileri tam olarak anlama söz konusu değildir.	Öğrenci cevaba ilişkili tüm yönleri, bunların bütün içindeki yeri birbiri ile olan ilişkileri anlar, Kavramsal anlama vardır.
Problemin Nasıl Değerlendirildiğine İlişkin Açıklamalar	- Cebirsel ifadeyi yorumlayamaz. - G harfinin bir değişken olduğunun farkında değildir. - Grafiği dolduramaz ya da yanlış doldurur. - Problemdeki doğrusal ilişkiyi kavrayamaz. - (b) maddesi için tek tek sayarak doğru cevabı bulabilir fakat (c) ve (d) maddeleri için mantıklı cevaplar veremez. - (b) maddesi için genelde " 3 gün 25 TL ise 12 gün 100 TL'dir" gibi orantısal bir mantık geliştirir.	- Cebirsel ifadeyi yorumlayabilir. - Problemdeki doğrusal ilişkiyi sezer. - Problemin bütün maddelerini doğru bir şekilde cevaplayamayabilir örneğin grafiği doldururken hatalar yapabilir ya da işlemsel hatalar görülebilir fakat işlemleri doğrusal mantığın dışına çıkmaz. - Değişkene değerler vermek ya da aritmetik yöntemler kullanmak yerine genelde tek tek toplayarak ya da içinden ritmik sayarak cevabı bulmaya çalışır.	- Cebirsel ifadeyi yorumlar. - İlk gün 10 TL, 12 gün ise 12.5 = 60 eder, 60 + 10 = 70 gibi aritmetik işlem adımları görülebilir ancak bu yapıda 10 + 5.G =100 şeklinde bir denklem kurarak bu denklemin çözümünü bulmak gibi bir yöntem beklenmez. - Kavramsal dil kullanmaz	- İstenilen cevaplara ulaşmak için cebirsel ifadeyi kullanmayı tercih eder. - Kavramsal dil kullanır. - Özellikle (d) maddesinde beklenen en olası yöntem bir bilinmeyenli bir denklem kurup o denklemi çözmesidir.

EK-2 Araştırma İzin Belgesi

T.C.
BURSA VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.0.16.20.02-605 / 17752 10 Nisan 2012
Konu : Osman BAĞDAT Araştırma İzni

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : M.E.B. Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri konulu 07/03/2012 tarihli ve 2012/13 sayılı Genelgesi

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Ana Bilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Osman BAĞDAT'ın, "İlköğretim 7-8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Becerilerinin Solo Taksonomisi İle İncelenmesi" konulu tez çalışmasına veri toplamak amacıyla çalışmasını ilimiz İnegöl ilçesi Huzur İlköğretim Okulu'ndaki 7. ve 8. sınıf öğrencilerine uygulamak istediği Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı'nın 15 Mart 2012 tarihli ve 772-1971 sayılı yazısı ile bildirilmektedir.

Milli Eğitim Bakanlığına bağlı her tür ve derecedeki okul ve kurumlarda üniversitelerin, sivil toplum kuruluşlarının ve araştırmacaların yapacakları araştırma faaliyetleri kapsamında verilerin toplanması ile ilgili izin talepleri ile ilgili uygulama esasları ilgi genelgede belirtildiğinden, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Ana Bilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Osman BAĞDAT'ın, "İlköğretim 7-8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Becerilerinin Solo Taksonomisi İle İncelenmesi" konulu tez çalışması ile ilgili veri toplama araçlarının, ilimizde oluşturulan "Araştırma Değerlendirme Komisyonu" tarafından incelenerek değerlendirilmesi sonucunda, araştırma ile ilgili anketlerin okullardaki eğitim öğretim faaliyetleri aksatılmadan, mühürlü ve imzalı anketlerin aslı okul müdürlüklerince görülerek, gönüllülük esası ile okul müdürlüklerinin gözetim ve sorumluluğunda ilimiz İnegöl ilçesi Huzur İlköğretim Okulu'ndaki 7. ve 8. sınıf öğrencilerine ilgi Genelge çerçevesinde uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde gereğini olurlarınıza arz ederim.

Atilla GÜRSAR
Milli Eğitim Müdürü

OLUR
..../04/2012

Eyüp Sabri KARTAL
Vali a.
Vali Yardımcısı

Adres: Yeni Hükümet Konağı A-Blok
Osmangazi / 16050 BURSA
Tel: (0 224)25670 00/116 Faks: (0 224)256 66 60
Web: www.bursameb.gov.tr / www.arge16.com
Müdür Yardımcısı: Muhammet ATAKLI

444 0 632