

Çelik I Kesitli Konsol Kirişlerin Yanal Burulmalı Burkulmasının Deneysel ve Analitik  
Olarak İncelenmesi

Hakan Özbaşaran

**DOKTORA TEZİ**

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Ocak 2013

Analytical and Experimental Research of Lateral Torsional Buckling of Cantilever Steel  
I-beams

Hakan Özbaşaran

**DOCTORAL DISSERTATION**

Department of Civil Engineering

January 2013

Çelik I Kesitli Konsol Kirişlerin Yanal Burulmalı Burkulmasının Deneysel ve Analitik Olarak İncelenmesi

Hakan Özbaşaran

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca  
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı  
Yapı Bilim Dalında  
DOKTORA TEZİ  
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Doç. Dr. Mizam DOĞAN

Ocak 2013

## ONAY

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Doktora öğrencisi Hakan Özbaşaran'ın DOKTORA tezi olarak hazırladığı “Çelik I Kesitli Konsol Kirişlerin Yanal Burulmalı Burkulmasının Deneysel ve Analitik Olarak İncelenmesi” başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

**Danışman** : Doç. Dr. Mizam DOĞAN

**İkinci Danışman** : -

**Doktora Tez Savunma Jürisi:**

**Üye** : Prof. Dr. Hasan GÖNEN

**Üye** : Prof. Dr. Eşref ÜNLÜOĞLU

**Üye** : Doç. Dr. Mizam DOĞAN

**Üye** : Doç. Dr. Nevzat KIRAÇ

**Üye** : Yrd. Doç. Dr. Abdullah DEMİR

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Nimetullah BURNAK

Enstitü Müdürü

## ÖZET

Çelik I kesitli profillerin yapılarda konsol kiriş olarak düzenlenmesi sık karşılaşılan bir durumdur ve bu elemanlar çoğunlukla kesitin kuvvetli eksenine etrafında basit eğilme etkisi altında bulunurlar. Kullanılan malzemenin mekanik özelliklerine, kesitin boyutlarına ve konsol kirişin boyuna bağlı olarak bu elemanlarda yanal burulmalı burkulma gibi stabilite problemleri oluşabilir. Yanal burulmalı burkulma durumunun oluşması, elemanın sınır şartlarına, kesit özelliklerine ve kullanılan malzemenin mekanik özelliklerine bağlıdır, fakat enkesit süreksizlikleri ve elemandaki geometrik kusurlar gibi etkenler de yanal burulmalı burkulma halinin oluşmasında etkili olabilmektedir. Bu bakımdan analitik çalışmaların yanı sıra deneysel çalışmalar ile de sonuçların elde edilmesi ve karşılaştırılmalarının yapılması yararlı olmaktadır.

Bu çalışmada, I kesitli konsol kirişlerin kritik yanal burulmalı burkulma yükünün farklı yük tipleri için bulunabilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla deneysel ve analitik çalışmalar yapılmıştır. Yanal burulmalı burkulmanın diferansiyel denkleminin Sonlu Farklar Yöntemi ile çözümü temel alınarak Enerji Yöntemi ile bir tasarım denklemi geliştirilmiştir. Bu denklem ile hesaplanan elastik kritik yanal burulmalı burkulma momenti sonuçları ABAQUS yazılımı ile kontrol edilerek sonuçların karşılaştırılması yapılmış ve uyumlu olduğu saptanmıştır.

Çalışmanın deneysel kısmında serbest ucundan tekil yük etki eden konsol kiriş şeklinde düzenlenmiş 9 adet IPE100 kesitli elemanın kritik yanal burulmalı burkulma yükleri tespit edilmiştir. Deneylerde elde edilen sonuçlar ile geliştirilen tasarım denkleminin sonuçlarının örtüştüğü görülmüştür. Deney sonuçları ayrıca ABAQUS yazılımı ile de kontrol edilmiştir.

Deneyler ve analitik çalışmaların sonucunda, I kesitli konsol kirişlerin ilk akma momenti, tam plastik moment ve elastik kritik yanal burulmalı burkulma momenti değerlerine bağlı olarak tasarımda kullanılacak nominal moment değerlerini hesaplamayı mümkün kılan bir tasarım prosedürü sunulmuştur. Bu tasarım prosedürü kesitin üst başlık, kesme merkezi ve alt başlığından yüklenmesi özel hallerini kapsamaktadır.

Sunulan tasarım prosedürü ile hesaplanan nominal moment değerleri AISC360-10 ve EC3 yönetmeliklerinde verilen yöntemlerle hesaplanan nominal moment değerleri ile de karşılaştırılmış ve yorumları yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Yanal burulmalı burkulma, stabilite, I profili, konsol kiriş

## SUMMARY

Arrangement of steel I sections as cantilevers is a common application in structures. These structural elements are generally under bending about their strong axis. Depending on mechanical properties of the structural material, section dimensions and cantilever length, stability problems may occur on these structural elements such as lateral torsional buckling. Occurring of lateral torsional buckling case is related to boundary conditions, section properties and mechanical properties of the structural material, however, parameters like section discontinuities and imperfections may be effective on lateral torsional buckling. Therefore, it is useful to conduct experiments and make comparisons between analytical and experimental results.

In this study, obtaining critical lateral torsional buckling loads for different loading cases is aimed. For this purpose experimental and analytical studies are made. A design formula is developed with energy method based on solution of differential equation of lateral torsional buckling with finite differences method. It is seen that elastic critical lateral torsional buckling moment values determined by presented formula and ABAQUS software coincide.

In experimental part of the study, lateral torsional buckling loads of 9 IPE100 specimens, which are loaded with a concentrated load from their free end, are obtained. It is seen that results obtained from experiments and presented formula are similar. Experimental results are also checked with ABAQUS software.

As a product of experimental and analytical studies, a design procedure is presented in the study which allows to calculate nominal and design moments for cantilever I sections by considering first yield moment, full plastic moment and elastic critical lateral torsional buckling moment values. This design procedure includes top flange, shear center and bottom flange loading cases. Nominal moment values calculated by presented design procedure are compared by values calculated by procedures given in AISC360 and EC3 codes.

Keywords: Lateral torsional buckling, stability, I section, cantilever beam

## TEŞEKKÜR

Derslerimde ve tez çalışmalarında, bana danışmanlık ederek, beni yönlendiren ve her türlü olanağı sağlayan danışmanım Doç. Dr. Mizam DOĞAN'a, desteğini esirgemeyen Doç. Dr. Nevzat KIRAÇ'a, Prof. Dr. Remzi GÜRLER'e, deneysel çalışmalar sırasında büyük yardımları olan Arş. Gör. Kerem AYBAR'a, Sevgin YILMAZ'a ve içinde bulunduğum yoğun çalışma temposunu anlayışla karşılayarak bana destek olan değerli eşim Zerrin ÖZBAŞARAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmanın başından sonuna kadar bana her konuda rehberlik eden, çalışma saatleri dışında da bana vakit ayırarak çalışmalarını hızlandıran ve bana kendisi ile çalışma fırsatı vererek doktora sürecini son derece keyifli hale getiren değerli hocam Prof. M. Ruhi AYDIN'a ise ayrı bir paragrafta teşekkür etmek gerekir.

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET</b> .....	v
<b>SUMMARY</b> .....	vi
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	vii
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	xi
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	xiv
<b>SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ</b> .....	xvii
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
<b>2. YANAL BURULMALI BURKULMA</b> .....	<b>7</b>
2.1. Konsol Kirişlerde Yanal Burulmalı Burkulma .....	8
2.1.1. Serbest uçta tekil yük hali .....	11
2.1.2. Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali .....	13
2.1.3. Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali ..	15
2.1.4. Eleman boyunca sabit moment hali .....	17
2.2. Elastik Kritik Yanal Burulmalı Burkulma Yükünün Sonlu Farklar Yöntemi ile Bulunması .....	19
2.2.1. Serbest uçta tekil yük hali .....	20
2.2.2. Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali .....	28
2.2.3. Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali ..	31
2.2.4. Eleman boyunca sabit moment hali .....	33
2.3. Elastik Kritik Yanal Burulmalı Burkulma Yükünün Enerji Yöntemi ile Bulunması .....	35
2.3.1. Serbest uçta tekil yük hali .....	44
2.3.2. Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali .....	46
2.3.3. Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali ..	48
2.3.4. Eleman boyunca sabit moment hali .....	51



## İÇİNDEKİLER (devam)

	<b><u>Sayfa</u></b>
2.4. Elastik Kritik Yanal Burulmalı Burkulma Yükünün ABAQUS yazılımı ile bulunması .....	54
<b>3. TASARIM ÖNERİSİ .....</b>	<b>60</b>
<b>4. YÖNETMELİKLERDEKİ DÜZENLEMELER .....</b>	<b>63</b>
4.1. “TS648: Çelik Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları” Yönetmeliğine Göre Yanal Burkulma Emniyet Gerilmesinin Bulunması .....	63
4.2. “Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1.1. General Rules and Rules for Buildings (EN1993-1-1)” Yönetmeliğine Göre Yanal Burulmalı Burkulma Tasarım Momentinin Bulunması .....	65
4.3. “ANSI/AISC 360-10: Specification for Structural Steel Buildings” Yönetmeliğine Göre Yanal Burulmalı Burkulma Tasarım Momentinin Bulunması .....	68
4.3.1. İki eksene göre simetrik kompakt gövdesi ve kompakt, kompakt olmayan veya narin başlıklara sahip I kesitler ve tüm U kesitler için yanal burulmalı burkulma tasarım momentinin bulunması .....	68
4.3.2. Kompakt veya kompakt olmayan gövdeye sahip diğer I kesitler için yanal burulmalı burkulma tasarım momentinin bulunması .....	70
4.3.3. Narin gövdesi olan tek veya iki eksene göre simetrik I kesitler için yanal burulmalı burkulma tasarım momentinin bulunması .....	72
<b>5. DENEYSEL ÇALIŞMALAR .....</b>	<b>74</b>
5.1. Deneysel Çalışmalarda Kullanılan Donanım .....	75
5.2. Elemanların Mekanik Özellikleri .....	88
5.3. Deneylerden Elde Edilen Sonuçlar .....	90

## İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
<b>6. SONUÇLARIN KARŞILAŞTIRILMASI .....</b>	<b>107</b>
6.1. Deney Sonuçlarının Analitik Çözümlerle Karşılaştırılması .....	107
6.2. Analitik Çözümlerin Karşılaştırılması .....	109
6.2.1. Elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentlerinin karşılaştırılması .....	111
6.2.2. Nominal momentlerin karşılaştırılması .....	118
<u>6.2.2.1. Örnek 1: Kesit I'in kesme merkezinden eleman boyunca düzgün yayılı yük ile yüklenmesi hali (L=3 m) .....</u>	122
<u>6.2.2.2. Örnek 2: Kesit II'nin eleman boyunca sabit moment ile yüklenmesi hali (L=4 m) .....</u>	124
<u>6.2.2.3. Örnek 3: Kesit III'ün kesme merkezinden serbest uçta tekil yük ile yüklenmesi hali (L=2 m) .....</u>	125
 <b>7. SONUÇ VE ÖNERİLER .....</b>	 <b>129</b>
 <b>KAYNAKLAR DİZİNİ .....</b>	 <b>131</b>
 <b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>	 <b>134</b>
 <b>EKLER .....</b>	 <b>135</b>
Ek 1. Çalışmaya ait fotoğraflar .....	135

## ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 Yanal burulmalı burkulma (Ji and Bell, 2008) .....	8
2.2 Serbest ucunda tekil yük bulunan iki eksene göre simetrik I kesitli bir konsol kirişin yanal burulmalı burkulma hali .....	9
2.3 Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali .....	13
2.4 Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali .....	15
2.5 Eleman boyunca sabit moment hali .....	17
2.6 $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği (Ghali, 1977) .....	19
2.7 Serbest uçta tekil yük hali için sonlu elemanlar .....	20
2.8 Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için sonlu elemanlar .....	28
2.9 Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için sonlu elemanlar .....	31
2.10 Eleman boyunca sabit moment hali için sonlu elemanlar .....	33
2.11 Tek eksene göre simetrik I kesit .....	36
2.12 Serbest uçta, üst başlığından yüklenmiş konsol kiriş .....	38
2.13 Elastik kritik yanal burulmalı burkulma modu – kiriş yatay koordinatı	41
2.14 Eşit aralıklı üç noktadan geçen parabol .....	42
2.15 S8R5 elemanı .....	54
2.16 S8R5 elemanı için serbestlikler .....	55
2.17 ABAQUS konsol kiriş modelinde tutulu uç .....	55
2.18 İki eksene göre simetrik I kesitli bir konsol kirişin serbest ucuna $P$ büyüklüğündeki bir tekil yükün kesme merkezinden yüklenmesi .....	56
2.19 Tek eksene göre simetrik I kesitli bir konsol kirişin serbest ucuna $P$ büyüklüğündeki bir tekil yükün kesme merkezinden yüklenmesi .....	57
2.20 I kesitli bir konsol kirişe $q$ şiddetinde bir tekil yükün üst başlıktan yüklenmesi .....	58

## ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<b><u>Sekil</u></b>	<b><u>Sayfa</u></b>
2.21 I kesitli bir konsol kirişin yanal burulmalı burkulma hali .....	59
3.1 Nominal moment değerinin bulunması .....	60
3.2 Deney sonuçlarının nominal moment grafiği üzerinde gösterilmesi .....	61
4.1 Azaltma katsayısı – Narinlik .....	67
5.1 Shimadzu AG-IS 250kN universal test cihazı .....	75
5.2 Spider8-30 ve Spider8 veri toplama cihazları .....	76
5.3 Veri toplama sisteminin bağlantı şeması .....	77
5.4 U10M-250 kN load cell .....	77
5.5 WA-200 mm LVDT .....	78
5.6 Seika N3 inclinometer .....	79
5.7 LY41-10/120 strain gage .....	80
5.8 ENERPAC P464 hidrolik pompa .....	81
5.9 Yükleme çerçevesi .....	82
5.10 Yükleme çerçevesinde yapılan düzenlemeler .....	83
5.11 Ankastre mesnet .....	84
5.12 Yükleme aparatı .....	85
5.13 Üst ve alt başlıklardan yükleme .....	86
5.14 Kesme merkezinden yükleme .....	87
5.15 Kupon çekme numunesi .....	88
5.16 1 numaralı eleman için elde edilen gerilme – birim şekil değiştirme eğrileri .....	89
5.17 1 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği .....	91
5.18 1 numaralı numune için yük – çökme grafiği .....	92
5.19 2 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği .....	93

## ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
5.20 2 numaralı numune için yük – çökme grafiği .....	94
5.21 3 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği .....	95
5.22 3 numaralı numune için yük – çökme grafiği .....	96
5.23 4 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği .....	97
5.24 4 numaralı numune için yük – çökme grafiği .....	97
5.25 5 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği .....	98
5.26 5 numaralı numune için yük – çökme grafiği .....	99
5.27 6 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği .....	100
5.28 6 numaralı numune için yük – çökme grafiği .....	100
5.29 7 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği .....	101
5.30 7 numaralı numune için yük – çökme grafiği .....	102
5.31 8 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği .....	103
5.32 8 numaralı numune için yük – çökme grafiği .....	103
5.33 9 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği .....	104
5.34 9 numaralı numune için yük – çökme grafiği .....	105
6.1 Analitik çözümler için seçilen kesitler .....	110

## ÇİZELGELER DİZİNİ

<b><u>Çizelge</u></b>	<b><u>Sayfa</u></b>
2.1	Şekil 2.7’de verilen eleman için denge denklemleri ..... 23
2.2	Şekil 2.7’de verilen eleman için sınır şartları ..... 24
2.3	Şekil 2.7’de verilen eleman için sınır şartlarının sonlu farklar yöntemi ile yazılması ..... 24
2.4	Şekil 2.7’de verilen eleman için denge denklemlerinin sonlu farklar yöntemi ile yazılması ..... 25
2.5	Serbest uçta tekil yük hali için $D_1, D_2, D_3, D_4$ ve $D_5$ parametreleri ..... 45
2.6	Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için $D_1, D_2, D_3, D_4$ ve $D_5$ parametreleri ..... 47
2.7	Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için $D_1, D_2, D_3, D_4$ ve $D_5$ parametreleri ( $\lambda=0.5$ ) ..... 49
2.8	Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için $D_1, D_2, D_3, D_4$ ve $D_5$ parametreleri ( $\lambda=1.0$ ) ..... 50
2.9	Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için $D_1, D_2, D_3, D_4$ ve $D_5$ parametreleri ( $\lambda=2.0$ ) ..... 51
2.10	Eleman boyunca sabit moment hali için $D_1, D_2, D_3, D_4$ ve $D_5$ parametreleri ..... 53
3.1	$M_N$ değerinin bulunması ..... 62
4.1	Basınç emniyet gerilmesi ..... 63
4.2	Uygun mukavemet momentinin belirlenmesi ..... 65
4.3	Kusur çarpanı ..... 66
4.4	Burkulma eğrisi seçimi ..... 66
4.5	$c$ parametresi ..... 69
4.6	Nominal momentin bulunması ..... 69
4.7	Basınç başlığındaki gerilme ..... 70

## ÇİZELGELER DİZİNİ (devam)

<b><u>Çizelge</u></b>	<b><u>Sayfa</u></b>
4.8	Nominal moment ..... 71
4.9	Gövde plastikleşme faktörü ..... 72
4.10	Kritik gerilmenin belirlenmesi ..... 73
5.1	Hazırlanan numuneler ..... 74
5.2	Numunelerin mekanik özellikleri ..... 90
5.3	Numunelerin elastisite modülleri ..... 106
6.1	Numunelerin yanal burulmalı burkulma yükleri ..... 107
6.2	Yanal burulmalı burkulma yüklerinin karşılaştırılması ..... 108
6.3	Yanal burulmalı burkulma yüklerinin karşılaştırılması ..... 109
6.4	Kesit I, II ve II'e ait özellikler ..... 110
6.5	Karşılaştırılan kesitler için $k_c$ ve $\sigma_L$ değerleri ..... 112
6.6	Kesit I, II ve III'ün başlıkları için $GK_b$ değerleri ve sınır değerler ..... 112
6.7	Kesit I, II ve III'ün gövdesi için $GK_g$ oranları ..... 113
6.8	Kesit I, II ve III'ün gövdesi için sınır değer ifadeleri ..... 113
6.9	Kesit II ve III için $h_c$ , $h_p$ , $M_{el}$ ve $M_p$ değerleri ..... 114
6.10	Kesit I, II ve III'ün gövdesi için $GK_g$ değerleri ve sınır değerler ..... 114
6.11	Başlık ve gövde sınıfının belirlenmesi ..... 114
6.12	Kesit I için elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentleri (kNm) ..... 115
6.13	Kesit II için elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentleri (kNm) ..... 116
6.14	Kesit III için elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentleri (kNm) ..... 117
6.15	Kesit I, II ve III için $L_r$ ve $L_p$ sınır değerleri ..... 119
6.16	Başlık sınıfının belirlenmesi ..... 119

**ÇİZELGELER DİZİNİ (devam)**

<b><u>Çizelge</u></b>		<b><u>Sayfa</u></b>
6.17	Kesit I, II ve III'ün basınç başlığı için $GK_b$ değerleri ve sınır değerler	120
6.18	Gövde sınıfının belirlenmesi .....	121
6.19	Kesit II ve III için $\alpha_p$ değeri .....	121
6.20	Kesit I, II ve III'ün gövdesi için $GK_g$ değerleri ve sınır değerler .....	122
6.21	Hesaplanan nominal moment değerleri (kNm) .....	127



## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<b><u>Simgeler</u></b>	<b><u>Açıklama</u></b>
$A$	Kesit alanı
$A_b$	Basınç başlığının kesit alanı
$a_w$	Kesitin gövdesinin basınç altında olan kısmının alanının, basınç altında olan başlığının alanına oranının iki katı
$b$	Kesit genişliği
$b_{fc}$	Basınç başlığının genişliği
$b_1$	Kesitin üst başlığının genişliği
$b_2$	Kesitin alt başlığının genişliği
$C$	Burulma rijitliği
$c$	Kesit geometrisine bağlı bir parametre
$C_b$	Düzgün olmayan moment diyagramları için yanal burulmalı burkulma katsayısı
$c_b$	TS648'e göre basınç emniyet gerilmesinin bulunmasında bir parametre
$C_w$	Çarpılma katsayısı
$C_1$	Çarpılma rijitliği
$d$	Kesit başlıklarının ağırlık merkezleri arasındaki uzaklık
$d_0$	Başlıkları gövdeye birleştiren eğrisel kısımlar hariç olmak üzere net gövde boyu
$E$	Elastisite modülü
$E_{ort}$	Ortalama elastisite modülü
$G$	Kayma modülü
$G_c$	Kesitin ağırlık merkezi
$G_{PTE}$	Plastik tarafsız eksenin kestiği noktanın kesitin alt sınırına olan uzaklığı
$G_s$	Kesitin kesme merkezi
$GK$	Genişlik/Kalınlık oranı

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

### **Simgeler** **Açıklama**

$GK_b$	Basınç başlığının Genişlik/Kalınlık oranı
$GK_g$	Kesit gövdesinin Genişlik/Kalınlık oranı
$h$	Kesit yüksekliği
$H_A$	Yükün kesme merkezine göre, kuvvetli eksene dik doğrultudaki koordinatı
$h_c$	Kesitin basınç başlığını gövdeye birleştiren eğrisel kısmın gövde ile birleştiği nokta ile kesitin ağırlık merkezi arasındaki mesafenin 2 katı
$h_p$	Kesitin basınç başlığını gövdeye birleştiren eğrisel kısmın gövde ile birleştiği nokta ile plastik tarafsız eksen arasındaki mesafenin 2 katı
$i$	Düğüm noktası indisi
$I_t$	Burulma atalet momenti
$I_x$	Kesitin kuvvetli eksene göre atalet momenti
$I_y$	Kesitin zayıf eksene göre atalet momenti
$I_{yc}$	Basınç başlığının kesitin zayıf eksenine göre atalet momenti
$I_{yt}$	Çekme başlığının kesitin zayıf eksenine göre atalet momenti
$I_\eta$	Burulmuş kesitin zayıf eksene göre atalet momenti
$I_\xi$	Burulmuş kesitin kuvvetli eksene göre atalet momenti
$k_c$	Kesitin gövdesinin yüksekliğine ve kalınlığına bağlı bir parametre
$L$	Konsol boyu
$L_b$	Kirişin basınç başlığının yanal yer değiştirmesinin önlendiği iki nokta arasındaki uzaklık
$L_r$	Eleman boyu için elastik sınır
$L_p$	Eleman boyu için plastik sınır
$M$	Eğilme momentinin şiddeti
$M_A$	Yanal destekler arasındaki açıklığın $1/4$ 'ündeki momentin mutlak değeri
$M_{b,Rd}$	EC3 yönetmeliğine göre hesaplanan nominal moment

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

### Simgeler Açıklama

$M_B$	Yanal destekler arasındaki açıklığın ortasındaki momentin mutlak değeri
$M_C$	Yanal destekler arasındaki açıklığın $\frac{3}{4}$ 'ündeki momentin mutlak değeri
$M_{cr,e}$	Elastik kritik yanal burulmalı burkulma momenti
$M_d$	Tasarım momenti
$M_{el}$	İlk akma momenti
$M_{el,c}$	Kesitin basınç başlığına göre ilk akma momenti
$M_{max}$	Yanal destekler arasındaki en büyük momentin mutlak değeri
$M_N$	Nominal moment
$M_p$	Tam plastik moment
$M_x$	Kuvvetli eksen etrafındaki eğilme momenti
$M_y$	Zayıf eksen etrafındaki eğilme momenti
$M_z$	Burulma momenti
$M_\xi$	Burulmuş kesitte kuvvetli eksen etrafındaki eğilme momenti
$M_\eta$	Burulmuş kesitte zayıf eksen etrafındaki eğilme momenti
$M_\zeta$	Burulmuş kesitteki burulma momenti
$M_1$	Kirişin yanal desteklerinin olduğu noktalardaki uç momentlerin küçüğü
$M_2$	Kirişin yanal desteklerinin olduğu noktalardaki uç momentlerin büyüğü
$n$	Düğüm noktası sayısı
$P$	Tekil yükün şiddeti
$P_{cr}$	Kritik yanal burulmalı burkulma yükü (tekil yük)
$P_{cr,e}$	Elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükü (tekil yük)
$P_{el}$	Akma yükü (tekil yük)
$P_{cr,i}$	İnelastik kritik yanal burulmalı burkulma yükü (tekil yük)
$q$	Düzgün yayılı yükün şiddeti
$q_{cr,e}$	Elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükü (düzgün yayılı yük)

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

### Simgeler Açıklama

$R_{pc}$	Gövde plastikleşme faktörü
$R_{pg}$	Eğilme dayanımı azaltma faktörü
$r_t$	Kesitin basınç başlığı ve gövdenin basınç bölgesinin 1/3'ünün kesitin kuvvetli eksenine göre atalet yarıçapı
$r_{ts}$	Efektif atalet yarıçapı
$r_y$	Kesitin zayıf eksene göre atalet yarıçapı
$s$	Konsol kirişte, serbest uçtan mesnete doğru koordinat
$t_{fc}$	Basınç başlığının kalınlığı
$t_{f1}$	Kesitin üst başlığının kalınlığı
$t_{f2}$	Kesitin alt başlığının kalınlığı
$t_w$	Kesitin gövde kalınlığı
$U_1$	Burulmanın yaptığı iş
$U_2$	Çarpılmanın yaptığı iş
$u$	Kuvvetli eksen doğrultusundaki şekil değiştirme
$u_1$	Elemanın serbest ucunda kuvvetli eksen doğrultusundaki şekil değiştirme
$v$	Zayıf eksen doğrultusundaki şekil değiştirme
$W_{eff}$	Kesitin etkin mukavemet momenti
$W_{el}$	Kesitin kuvvetli eksenine göre elastik mukavemet momenti
$W_{el,c}$	Kesitin basınç başlığına göre elastik mukavemet momenti
$W_{el,t}$	Kesitin çekme başlığına göre elastik mukavemet momenti
$W_{pl}$	Kesitin kuvvetli eksenine göre plastik mukavemet momenti
$W_y$	Kesit sınıfına göre belirlenen uygun mukavemet momenti
$W_1$	Momentin yaptığı iş
$W_2$	Yükün kesme merkezinden farklı bir konumda bulunması durumunda, yükün yaptığı iş.

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

### Simgeler Açıklama

$x$	Kesitin kuvvetli ekseni
$y$	Kesitin zayıf ekseni
$y_T$	Kesitin ağırlık merkezinin üst başlığa olan uzaklığı
$y_0$	Kesme merkezinin ağırlık merkezine göre kuvvetli eksene dik doğrultudaki koordinatı
$z$	Konsol kirişte, mesnetten serbest uca doğru koordinat
$\alpha$	Kesitin zayıf eksenine göre basınç ve çekme başlıklarının atalet momentlerine bağlı bir parametre
$\alpha_{LT}$	Burkulma eğrisine göre belirlenen kusur çarpanı
$\alpha_p$	Plastik tarafsız eksenin gövde ile basınç başlığının birleştiği noktaya olan uzaklığının kesit net yüksekliğine oranı
$\beta_x$	Wagner çarpanı
$\Gamma$	Kesitteki en büyük çekme gerilmesinin, en büyük basınç gerilmesine oranı
$\gamma_{M1}$	Stabilite direnç katsayısı
$\delta$	Kesitin serbest ucunda, kuvvetli eksenine dik doğrultudaki çökme
$\Delta s$	Sonlu eleman boyu
$\varepsilon$	Birim şekil değiştirme
$\varepsilon_1$	Malzemenin akma gerilmesine bağlı bir parametre
$\zeta$	Burulmuş kesitte, mesnetten serbest uca doğru koordinat
$\eta$	Burulmuş kesitte, kesitin zayıf ekseni
$\theta$	Dönme serbestliği
$\Lambda$	Yer değiştirme serbestliği
$\lambda$	Düzgün yayılı yük ve tekil yükün birlikte etki ettiği durumlar için tekil yük çarpanı
$\lambda_p$	Kompakt kesit bileşeni için narinlik sınır değeri

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

### Simgeler Açıklama

$\lambda_r$	Kompakt olmayan kesit bileşeni için narinlik sınır değeri
$\lambda_{pf}$	Kompakt basınç başlığı için narinlik sınır değeri
$\lambda_{rf}$	Kompakt olmayan basınç başlığı için narinlik sınır değeri
$\lambda_{pw}$	Kompakt kesit gövdesi için narinlik sınır değeri
$\lambda_{rw}$	Kompakt olmayan kesit gövdesi için narinlik sınır değeri
$\bar{\lambda}_{LT}$	EC3'e göre boyutsuz narinlik
$\xi$	Burulmuş kesitte, kesitin kuvvetli eksen
$\rho_E$	Kupon çekme deneyi ve kiriş yükleme deneyi ile bulunan elastisite modülü değerleri arasındaki fark oranı
$\sigma$	Gerilme
$\sigma_a$	Basınç başlığının akma gerilmesi
$\sigma_B$	Basınç emniyet gerilmesi
$\sigma_{cr}$	Kritik gerilme
$\sigma_L$	Basınç başlığındaki gerilmenin büyüklüğü
$\sigma_u$	Malzemenin kopma gerilmesi
$\sigma_{u,ort}$	Ortalama kopma gerilmesi
$\sigma_y$	Malzemenin akma gerilmesi
$\sigma_{y,ort}$	Ortalama akma gerilmesi
$\Sigma U$	İç kuvvetlerin yaptığı işlerin toplamı
$\Sigma W$	Dış kuvvetlerin yaptığı işlerin toplamı
$\phi$	Burulma açısı
$\phi_L$	Serbest uçtaki burulma açısı
$\phi_{LT}$	$\chi_{LT}$ azaltma katsayısının bulunmasında gerekli bir parametre
$\chi_{LT}$	Azaltma katsayısı
$\psi$	Konsol kirişin narinliği

## BÖLÜM 1

### GİRİŞ

Çelik I kesitli profillerin yapılarda konsol kiriş olarak düzenlenmesi sık rastlanan bir durumdur ve bu elemanlar yapı içerisinde çoğunlukla kesitin kuvvetli eksenini etrafında basit eğilme etkisi altındadır. Kullanılan malzemenin mekanik özelliklerine, kesit boyutlarına ve konsol boyuna bağlı olarak, kuvvetli eksenini etrafında basit eğilme etkisi altındaki elemanlarda önemli bir stabilite problemi olan yanal burulmalı burkulma oluşabilir. Bu durum elemanların tasarımında ilk akma momenti veya tam plastik moment gibi gerilme problemleri yanı sıra yanal burulmalı burkulma gibi stabilite problemlerinin de analizinin yapılması gerektiğini ortaya koyar. Yanal burulma burkulma halini incelemek için bugüne kadar birçok çalışma yapılmıştır.

Andrade, Camotim ve Providência e Costa, çelik kirişlerin elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentinin tespiti için yaygın olarak kullanılan bir yöntem olan üç faktörlü formülün (C.E.N., 1992) uygulama alanına, tek eksene veya iki eksene göre simetrik, mesnette çarpılma serbest bırakılmış ya da önlenmiş I kesitli çelik konsol kirişleri de dahil etmişlerdir (Andrade, et al., 2007 b). Serbest uçta tekil yük ya da kiriş boyunca düzgün yayılı yük durumlarını, kuvvetin kesme merkezine veya başlıklarından birine etki etmesi hallerini de göz önüne alarak incelemişlerdir. Sınır şartlarına ve yükleme durumuna bağlı olan  $C_1$ ,  $C_2$  ve  $C_3$  faktörlerinin, I kesitli konsol kirişler için de bulunabilmesi için yaklaşık analitik denklemler sunmuşlardır.

Zhang ve Tong, ince duvarlı elemanların yanal burulmalı burkulmasını incelemek için kullanılan ve aralarında küçük farklar bulunan yaygın iki teori olan geleneksel teoriyi (Timoshenko and Gere, 1961) ve nispeten daha yeni olan diğer bir teoriyi (Lu, et al., 1983) incelemişlerdir. Bu iki teoriye göre hesaplanan tek eksene göre simetrik basit kirişlerin kritik yanal burulmalı burkulma yüklerinin birbirlerinden dikkate değer derecede farklı olabileceğini vurgulamışlar ve ince duvarlı elemanların yanal burulmalı burkulma analizi için yeni bir teori önermişlerdir (Zhang and Tong, 2008). Önerilen yöntem ve yukarıda söz edilen diğer iki yöntemle konsollarda düzgün yayılı yük ve uç noktada tekil yük durumları için çözümler yapmışlardır. Sonuçlar

sonlu elemanlar çözümleri ile karşılaştırılmış ve önerilen yöntemin sonlu elemanlar çözümlerine daha yakın sonuçlar verdiği gösterilmiştir.

Samanta ve Kumar, tek eksene göre simetrik, yanal yer değiştirmesi farklı şekillerde tutulmuş I kesitli konsol kirişlerin yanal burulmalı burkulma dayanımlarını üç farklı yükleme durumu için incelemişlerdir (Samanta and Kumar, 2008). I kesitlerin tek eksene göre simetrik olmasının sebebi alt ve üst başlıklarının farklı boyutlu olmasından kaynaklanmaktadır. Yükleme tipleri; serbest uçta tekil yük, kiriş boyunca düzgün yayılı yük ve kiriş boyunca sabit moment olarak belirlenmiştir. İlk iki yükleme tipinde, yükün üst ve alt başlıktan etki etmesi durumları göz önüne alınmıştır. Çalışma kirişlerin, üst, alt ve her iki başlığının yanal yer değiştirmesinin eleman boyunca tutulu olması hallerini kapsamaktadır. ABAQUS yazılımı kullanılarak yürütülen çalışmada, büyük alt başlıkları olan I konsol kirişlerde (T ve ters T kesitli kirişler hariç) üst başlığa serbest uçta tekil yük, düzgün yayılı yük ya da kiriş boyunca sabit moment etki etmesi durumlarında üst başlığın tutulu olmasının sonuca etkili olduğu saptanmıştır. Benzer şekilde geniş üst başlığı olan kiriş kesitleri için de alt başlığın tutulu olmasının etkili olduğu görülmüştür. Yükün alt başlığa etki etmesi durumunda herhangi bir türdeki yanal desteğin konumunun, tek eksene göre simetrik kesitlerde (Ters T kesitli konsollar hariç) yanal burulmalı burkulma dayanımına bir etkisinin olmadığı tespit edilmiştir.

Aydın ve Doğan, korniyer kesitli basit kirişlerin ilk akma momentini, ilk akma ve tam plastik moment kapasitesi arasındaki etkileşimi ve elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentini hesaplamışlardır. Bu momentlerin kolay hesaplanabilmesi için eleman geometrisine bağlı boyutsuz katsayılar sunmuşlardır (Aydın and Doğan, 2007). İki eksenli eğilme altındaki korniyer kesitli basit kirişler için ilk akma momenti, tam plastik moment, yanal burulmalı burkulma momenti ve lokal burkulma momenti sınır değerleri göz önünde bulundurularak bir tasarım yöntemi sunulmuştur. Bu çalışmada da, elemanların kritik yanal burulmalı burkulma momentinin bulunması için açıklanan yöntemle benzer bir yöntem kullanılmıştır.

Aydın, eşit kollu korniyerlerde iki eksenli eğilme ve eksenel basınç kuvveti etkisini incelemiştir. Sözü edilen yükleme altında eşit kollu korniyerlerde nominal tasarım momentinin ve yükünün bulunabilmesi için bir hesap yöntemi sunulmuştur. Bu yöntemle göre kesitin herhangi bir noktasını akma gerilmesine ulaştıran ilk akma momenti, kesitte oluşan tam plastik moment, elemanın burkulmasına sebep olan eksenel



basınç kuvveti, elemanın yanal burulmalı burkulmasına sebep olan eğilme momenti ve lokal burkulmaya sebep olan eğilme momenti değerlerinin bulunması gerektiği ve bu durumda kesitin tasarım momentine ve yüküne karar verilmesinin mümkün olduğu ifade edilmiştir (Aydın, 2009).

Qiao, Zou ve Davalos, FRP kompozit I kesitli konsol kirişlerin yanal burulmalı burkulması üzerinde deneysel ve analitik çalışmalar yapmışlardır. Dört tip kesite ve farklı açıklıklara sahip elemanların serbest ucuna, yük konumu kesitin geometrik merkezinde olacak şekilde yükleme yapılarak yanal burulmalı burkulma durumları incelenmiştir (Qiao, et al., 2003). Bir yükleme platformu üzerine kademeli olarak ağırlık ekleyerek elemanların kritik yanal burulmalı burkulma yüklerini tespit etmişler ve kesitin geometrik merkezinden yüklenen I kesitli konsol kirişler için basitleştirilmiş formüller geliştirmişlerdir.

Eryiğit, Zor ve Arman, ortasında delik bulunan kompozit konsol kirişlerde değişen delik çapının ve konumunun kirişin yanal burulmalı burkulma dayanımına etkisini incelemiştir (Eryiğit, et al., 2009). İki farklı numune grubu kullanılarak yürütülen çalışmanın deneysel kısmında birinci numune grubu deliksiz ve ikinci numune grubu tek dairesel delikli olarak seçilmiş ve her numune için kritik yanal burulmalı burkulma yükü deneysel olarak bulunmuştur. Analitik kısımda ANSYS yazılımı kullanılmış ve deneysel sonuçlar ile analitik sonuçlar arasında uyum olduğu görülmüştür. Özellikle kısa konsol kirişlerde olmak üzere kirişte açılan deliklerin elemanın yanal burulmalı burkulma dayanımında önemli rolü olduğu sonucuna varılmıştır.

Shan ve Qiao, FRP (Fiber-Reinforced Plastic) kompozit U kesitli konsol kirişlerin yanal burulmalı burkulma dayanımı üzerine analitik ve deneysel bir çalışma yapmışlardır. Üç tip kesite ve farklı açıklıklara sahip numuneler üzerinde yapılan deneylerle analitik sonuçlar karşılaştırılmış ve yükleme bölgesinin, fiber malzemesinin ve fiber yoğunluğunun da etkilerini görmek için parametrik bir çalışma yapılmıştır. Çalışmada sunulan analitik çözümler ile FRP kompozit U kesitli konsol kirişlerin kritik yanal burulmalı burkulma yükünü tahmin etmek, sade tasarım denklemleri üretmek mümkün olmuştur (Shan and Qiao, 2005).

Karaağaç, Öztürk ve Sabuncu, dikdörtgen kesitli, narin ve köşe çatlağı bulunan konsol kirişlerin serbest titreşimini ve yanal burulmalı burkulmasını incelemiştir.

Köşe çatlağı bulunan konsol kirişler, hem deneysel hem de enerji yaklaşımı temel alınarak sonlu elemanlar metodu ile analitik olarak incelenmiş ve elde edilen nümerik sonuçları doğrulamak için farklı konumlarda ve farklı derinliklerde köşe çatlağı bulunan numuneler üzerinde çalışılmıştır (Karaagac, et al, 2009). Çalışmada, dikkate alınan çatlak oranları için deneysel ve analitik sonuçların örtüştüğü görülmektedir. Köşe çatlaklarının konsol kirişlerin yanal burulmalı burkulma dayanımını dikkate değer ölçüde düşürdüğü sonucuna varılmıştır.

Yogev, Bucher ve Rubin dikdörtgen kesitli konsol kirişlerde dinamik yanal burulmalı burkulma etkilerini incelemişlerdir. Serbest ucuna kütle asılmış bir konsol kirişi yer çekimi doğrultusunda periyodik olarak hareket ettiren bir sistem kullanılarak gerçekleştirilen deneysel çalışmalarda değişik genlikte ve frekanstaki titreşimlerin yanal burulmalı burkulmaya yol açabileceği ifade edilmiştir (Yogev, et al., 2007).

Vila Real, Piloto ve Franssen IPE100 kirişlerinin oda sıcaklığından 600 °C'ye kadar değişen sıcaklık etkisinde yanal burulmalı burkulma dayanımlarını incelemişlerdir (Vila Real, et al., 2003). Artan sıcaklıkla beraber malzemenin elastisite modülünün akma dayanımından daha hızlı bir şekilde düşmesinin ve malzemenin gerilme – birim şekil değiştirme eğrisinin farklı sıcaklıklarda değişim göstermesinin elemanın yanal burulmalı burkulma dayanımında da farklılıklar yarattığını belirtmişlerdir. Yanal burulmalı burkulma için Eurocode 3'te verilen formülden daha güvenli olduğunu kanıtladıkları bir formül sunmuşlardır.

Bradford ve Pi, uç noktalarındaki yanal hareketi tutulmuş, basit eğilme etkisi altındaki kemerlerin yanal burulmalı burkulmasını incelemiş ve yanal burulmalı burkulma esnasındaki yer değiştirmeleri ve birim şekil değiştirmeleri elde etmek için enerji yöntemini temel alan bir çözüm sunmuşlardır (Bradford and Pi, 2006). Pozitif moment etkisi altında kemer açısı arttıkça, kemerin kritik yanal burulmalı burkulma moduna ait momenti artarken, ikinci yanal burulmalı burkulma moduna ait momentinin azaldığını ve artan kemer açısı ile beraber aradaki bu farkın hızla açıldığını belirtmişlerdir. Çoğu yönetmelikte doğru eksenli elemanların yanal burulmalı burkulması için verilen çözümlerin kemerler için uygulanabilir olmadığı sonucuna varılmıştır.

Kim, Uang, Choi ve An, 3 boyutlu çelik çerçeve sistemlerin yanal burulmalı burkulma etkilerini de göz önünde bulundurarak detaylı analizlerini sunmuşlardır.

Sunulan analiz yöntemi malzemenin, taşıyıcı sistemin ve taşıyıcı sistemi oluşturan elemanların doğrusal olmayan davranışlarını göz önünde bulundurmaktadır. Sunulan metod ile yanal burulmalı burkulma etkisi de dahil olmak üzere inelastik doğrusal olmayan davranışın incelenebildiği vurgulanmıştır. Sunulan metodun, minimum sayıda eleman göz önünde bulundurarak yanal burulmalı burkulma etkilerini hesap edebildiği için sonlu elemanlar metodundan daha pratik bir yöntem olduğu ifade edilmiştir (Kim, et al., 2006).

Kim, Fu ve Kim, eleman boyunca doğrusal olarak değişen aksenal kuvvet etkisi altındaki simetrik olmayan kesitli ince duvarlı kirişlerin yanal burulmalı burkulmasının ve serbest titreşim analizlerinin yapılabilmesi için rijitlik matrisleri sunmuşlardır (Kim, et al., 2007). Sunulan modeli doğrulamak için yapılan çözümler ile ABAQUS kabuk elemanları kullanılarak yapılan modellerin sonlu elemanlar çözümleri karşılaştırılmıştır. Sunulan model ile elde edilen çözümlerin sonlu elemanlar çözümleriyle örtüştüğü gözlenmiştir.

Bu çalışmada, tek eksene ve iki eksene göre simetrik I kesitli konsol kirişlerde, serbest uçta tekil yük, kiriş boyunca düzgün yayılı yük, serbest uçta tekil yük ve kiriş boyunca düzgün yayılı yük ve kiriş boyunca sabit moment yükleme durumları için sonlu farklar ve enerji yöntemleri ile çözümler yapılarak elemanların teorik davranışları ortaya konmuştur. Söz edilen yöntemler ile elde edilen sonuçlar ABAQUS yazılımı ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Deneyel çalışmalar için 1, 2 ve 3 metre uzunluğunda her birinden üçer adet olmak üzere toplam 9 adet IPE100 kesitli eleman hazırlanmıştır. Bu elemanların malzemesinin mekanik özelliklerini belirlemek amacıyla her numuneden 2 adet kupon çıkartılmış ve bu kuponlar üzerinde çekme deneyi yapılmıştır. Elemanlara üst ve alt başlıklarından yükleme yapılabilmesi için aparatlar hazırlanıp yüklemenin yapılacağı uca kaynatılmış, kesme merkezinden yükleme yapılabilmesi için ise elemanların gövdesine, yüklemenin yapılacağı uçta bir delik açılmıştır. Yapılan deneylerden elde edilen sonuçların analitik sonuçlarla örtüştüğü görülmüştür.

Enerji yöntemi kullanılarak, tek eksene ve iki eksene göre simetrik I kesitli konsol kirişlerin, farklı yüklemeler altında elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentlerinin bulunabilmesi için bir formül geliştirilmiş ve elemanların ilk akma

momenti, tam plastik moment ve elastik kritik yanal burulmalı burkulma momenti değerlerini dikkate alan bir tasarım önerisinde bulunulmuştur.

## BÖLÜM 2

### YANAL BURULMALI BURKULMA

Çelik yapılarda kirişler malzemenin gerilme yönünden ekonomik olarak kullanılmasını sağlamak amacı ile kuvvetli asal eksen etrafında eğilme etkisi altında olacak şekilde tasarlanırlar. Bu şekilde tasarlanmış kirişler, yüklemenin şiddeti belirli bir seviyeye ulaştığında stabilitesini kaybeder ve eğilme rijitliğinin zayıf olduğu doğrultuda burularak burkulurlar. Bu durum “yanal burulmalı burkulma” olarak adlandırılır. Yanal burulmalı burkulma, kuvvetli asal eksene göre eğilme etkisi altında olan ve yanal yer değiştirmesi tutulmamış kirişlerin tasarımında önemli bir rol oynar. Şekil 2.1’de yanal burulmalı burkulma durumuna ulaşmış bir levha görülmektedir.

Kirişteki yük kritik değerinin altında ise kiriş kararlıdır. Yük giderek arttırıldığında, kirişin zayıf eksenine dik doğrultuda şekil değiştirmiş ve burulmuş formda olduğu bir denge halini de mümkün kılan bir sınır duruma ulaşılır. Bu durumda eleman kararsız hale gelir. Söz edilen denge konumunu sağlayan her bir yük değeri için bulunan relatif burulma açısı fonksiyonuna “yanal burulmalı burkulma modu” denir. Denge konumunu sağlayan en küçük yük “kritik yanal burulmalı burkulma yükü” ve bu yük için bulunan mod “kritik yanal burulmalı burkulma modu” olarak adlandırılır.

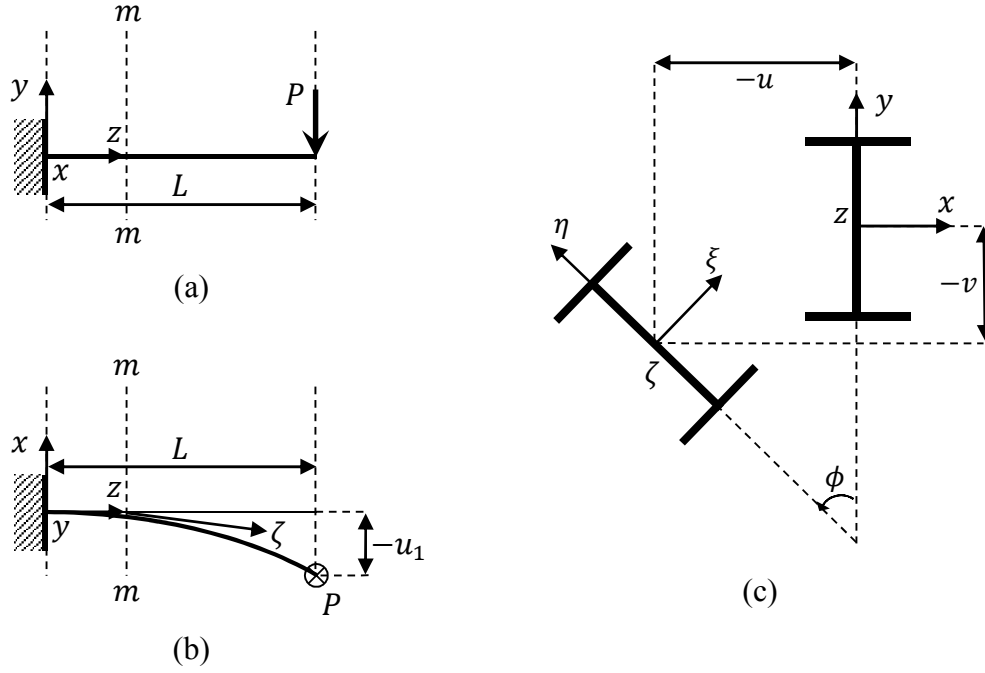
Bir elemanın yanal burulmalı burkulma dayanımı teorik olarak elemanın sınır şartlarına, kesit özelliklerine ve malzemesinin mekanik özelliklerine bağlıdır. Fakat malzeme kusurları, enkesit süreksizlikleri ve elemandaki geometrik kusurlar da yanal burulmalı burkulma dayanımını etkilemektedir.



Şekil 2.1. Yanal burulmalı burkulma (Ji and Bell, 2008)

## 2.1. Konsol Kirişlerde Elastik Yanal Burulmalı Burkulma

Şekil 2.2’de, serbest ucuna tekil yük etki eden iki eksene göre simetrik I kesitli bir konsol kirişin yanal burulmalı burkulma hali gösterilmiştir (Timoshenko and Gere, 1961).



Şekil 2.2. Serbest ucunda tekil yük bulunan iki eksene göre simetrik I kesitli bir konsol kirişin yanal burulmalı burkulma hali a) yan görünüş, b) üst görünüş, c) m-m kesiti

Şekil 2.2'deki  $z$ , mesnetten serbest uca doğru koordinat,  $u$ ,  $m-m$  kesitinde  $x$  eksenini doğrultusundaki şekil değiştirme,  $u_1$ , serbest uçta  $x$  eksenini doğrultusundaki şekil değiştirme,  $v$ ,  $m-m$  kesitinde  $y$  eksenini doğrultusundaki şekil değiştirme ve  $\phi$ , burulma açısıdır.  $L$  konsol boyunu ve  $P$ , kesitin serbest ucuna etki eden tekil yükün şiddetini göstermektedir.

Yapı mekaniğinde herhangi bir eksen doğrultusundaki çökmenin ikinci dereceden türevi, o eksen etrafındaki eğilme momentinin yine o eksen doğrultusundaki eğilme rijitliğine bölümü ile ifade edildiği bilinir (Aydın, 2003). Buna göre  $\xi$  ve  $\eta$  eksenleri etrafındaki eğilme momentleri aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$EI_{\xi} \frac{d^2v}{dz^2} = M_{\xi} \quad (2.1)$$

$$EI_{\eta} \frac{d^2u}{dz^2} = M_{\eta} \quad (2.2)$$

Denklem 2.1 ve 2.2'de  $E$  elastisite modülünü  $I_\xi$  ve  $I_\eta$  sırasıyla  $\xi$  ve  $\eta$  eksenlerine göre atalet momentlerini  $M_\xi$  ve  $M_\eta$  ise sırasıyla  $\xi$  ve  $\eta$  eksenleri etrafındaki eğilme momentlerini gösterir.

Burulma momenti, çarpılmanın etkili olmadığı kesitlerde malzemenin kayma modülü ( $G$ ), kesitin burulma atalet momenti ( $I_t$ ) ve burulma açısının birinci türevi ifadelerinin çarpımı ile bulunabilir. Fakat I kesitler gibi çarpılmanın etkili olduğu kesitlerde burulma momentinin ifadesi için, çarpılma momentinin, yukarıda söz edilen çarpımdan çıkarılması gerekir. Aşağıdaki burulma momenti ifadesi I kesitler için uygundur (Timoshenko and Gere, 1961).

$$C \frac{d\phi}{dz} - C_1 \frac{d^3\phi}{dz^3} = M_z \quad (2.3)$$

Denklem 2.3'te  $M_z$  burulma momentini gösterir.  $C = GI_t$  burulma rijitliği ve  $C_1 = EC_w$  çarpılma rijitliğidir. Buradaki  $C_w$ , kesitin çarpılma katsayısıdır.

Burulma etkisi altındaki bir elemanda birim dönme açısı, burulma momentinin burulma rijitliğine bölünmesiyle bulunabilir. Burulmaya çalışan çubuğun kesiti daire veya daire halkasından farklı olursa, dik kesitlerin burulmada düzlem kalarak rijit bir levha gibi kendi düzlemleri içinde dönecekleri hipotezi geçersiz olur. Teorik ve deneysel araştırmalar göstermiştir ki, daireden ve daire halkasından farklı kesit şekilleri için dik kesit düzlem kalmayıp çarpılmaktadır. Fakat ince dikdörtgen kesitlerden oluşan açık kesitler arasında öyle bir grup vardır ki, bu tür kesitlerde çarpılma olmaz (İnan, 2001). Bu kesitler bir noktada kesişen ince dikdörtgen parçalardan oluşan korniyer ve T gibi kesitlerdir. Bu çalışmaya konu olan I kesitler için ise çarpılma söz konusudur. I kesitlerin gövdesinde çarpılma etkili değildir fakat başlıklarında çarpılma sebebiyle normal gerilmeler oluşur. Bu etki, başlıkların kuvvetli eksen etrafında oluşan eğilme momenti gibi düşünülebilir.

Eğer çubuğun uç şartları kesitlerin serbestçe çarpılmasına engel oluyorsa bu durumda üniform olmayan burulma gerçekleşir ve elemanın her kesitinde çarpılma aynı şiddette olmaz. Kesitlerin çarpılması engellendiğinden çubuk eksenini doğrultusunda normal gerilmeler oluşur ve bu gerilmelerin burulma momentine olan katkısı burulma



açısının üçüncü türevi, elastisite modülü ve çarpılma katsayısının çarpımı ile bulunabilir (İnan, 2001).

### 2.1.1. Serbest uçta tekil yük hali

Şekil 2.2’de verilen konsol kirişin m-m kesitinde burkulmamış geometri için aşağıdaki ifadeler yazılabilir;

$$M_x = -P(L - z) \quad (2.4)$$

$$M_y = 0 \quad (2.5)$$

$$M_z = -P(u_1 - u) \quad (2.6)$$

Denklem 2.4, 2.5 ve 2.6’da verilen  $M_x$ ,  $M_y$  ve  $M_z$ , sırasıyla  $x$ ,  $y$  ve  $z$  eksenleri etrafındaki eğilme momentleridir.  $\phi$  burulma açısının çok küçük olduğu kabul edilirse aynı konsol kirişte burkulmuş durum için aşağıdaki momentler yazılabilir.

$$M_\xi = -P(L - z) \quad (2.7)$$

$$M_\eta = -P\phi(L - z) \quad (2.8)$$

$$M_\zeta = P(L - z) \frac{du}{dz} - P(u_1 - u) \quad (2.9)$$

Denklem 2.7, 2.8 ve 2.9’da elde edilen  $M_\xi$ ,  $M_\eta$  ve  $M_\zeta$  momentleri Denklem 2.1, 2.2 ve 2.3’te yerine konulursa aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$EI_\xi \frac{d^2v}{dz^2} - [-P(L - z)] = 0 \quad (2.10)$$

$$EI_\eta \frac{d^2u}{dz^2} - [-P\phi(L - z)] = 0 \quad (2.11)$$

$$C \frac{d\phi}{dz} - C_1 \frac{d^3\phi}{dz^3} - \left[ P(L-z) \frac{du}{dz} - P(u_1 - u) \right] = 0 \quad (2.12)$$

Denklem 2.12'nin  $z$ 'ye göre bir kez türevi alınırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$C \frac{d^2\phi}{dz^2} - C_1 \frac{d^4\phi}{dz^4} - P(L-z) \frac{d^2u}{dz^2} = 0 \quad (2.13)$$

Denklem 2.11'e göre  $d^2u/dz^2$  bilinmeyeni aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\frac{d^2u}{dz^2} = - \frac{P\phi(L-z)}{EI_\eta} \quad (2.14)$$

Denklem 2.14'te bulunan değer Denklem 2.13'te yerine konur ve bütün terimler  $C_1$ 'e bölünürse aşağıdaki denge denklemine ulaşılır.

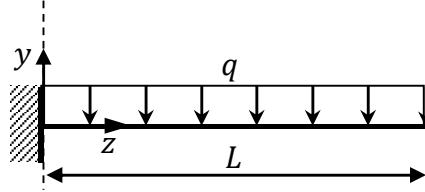
$$\frac{d^4\phi}{dz^4} - \frac{C}{C_1} \frac{d^2\phi}{dz^2} - \frac{P^2}{EI_\eta C_1} (L-z)^2 \phi = 0 \quad (2.15)$$

$s = L - z$  olarak alınıp, denge denklemini serbest uçtan mesnede doğru olan koordinat sistemine göre yazılırsa

$$\frac{d^4\phi}{ds^4} - \frac{C}{C_1} \frac{d^2\phi}{ds^2} - \frac{P^2 s^2}{EI_\eta C_1} \phi = 0 \quad (2.16)$$

Denklem 2.16'daki şartı sağlayan  $P$  yükü, sistemin elastik kritik yanal burulmalı burkulma yüküdür.

### 2.1.2. Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali



Şekil 2.3. Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali

Şekil 2.3’de verilen yükleme durumunda kiriş boyunca düzgün yayılı yükün şiddeti  $q$  olarak alınırsa burkulmuş hal için aşağıdaki momentler yazılabilir.

$$M_{\xi} = -\frac{q(L-z)^2}{2} \quad (2.17)$$

$$M_{\eta} = -\frac{q(L-z)^2\phi}{2} \quad (2.18)$$

$$M_{\zeta} = \frac{q(L-z)^2}{2} \frac{du}{dz} - q(L-z)(u_1 - u) \quad (2.19)$$

Kiriş boyunca düzgün yayılı yük durumu için Denklem 2.10, 2.11 ve 2.12 aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$EI_{\xi} \frac{d^2v}{dz^2} - \left[ -\frac{q(L-z)^2}{2} \right] = 0 \quad (2.20)$$

$$EI_{\eta} \frac{d^2u}{dz^2} - \left[ -\frac{q(L-z)^2\phi}{2} \right] = 0 \quad (2.21)$$

$$C \frac{d\phi}{dz} - C_1 \frac{d^3\phi}{dz^3} - \left[ \frac{q(L-z)^2}{2} \frac{du}{dz} - q(L-z)(u_1 - u) \right] = 0 \quad (2.22)$$

Denklem 2.22’nin  $z$ ’ye göre bir kez türevi alınırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$C \frac{d^2 \phi}{dz^2} - C_1 \frac{d^4 \phi}{dz^4} - \frac{q(L-z)^2}{2} \frac{d^2 u}{dz^2} + q(u_1 - u) = 0 \quad (2.23)$$

Denklem 2.21'e göre  $d^2 u/dz^2$  bilinmeyeni aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = - \frac{q(L-z)^2 \phi}{2EI_\eta} \quad (2.24)$$

Denklem 2.24'te bulunan değer Denklem 2.23'te yerine konur ve bütün terimler  $C_1$ 'e bölünürse aşağıdaki denge denklemine ulaşılır.

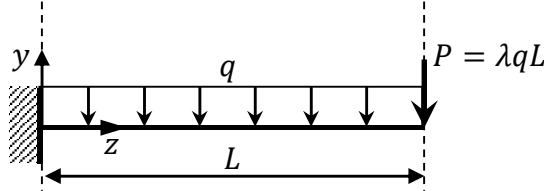
$$\frac{d^4 \phi}{dz^4} - \frac{C}{C_1} \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \frac{q^2}{4EI_\eta C_1} (L-z)^4 \phi - q(u_1 - u) = 0 \quad (2.25)$$

Benzer şekilde  $s = L - z$  olarak alınıp, denge denklemini serbest uçtan mesnete doğru olan koordinat sistemine göre yazılırsa daha sade bir ifade elde edilir. Serbest uçta tekil yük durumu için denge denkleminin çıkarılması aşamasında  $P(u_1 - u)$  ifadesi Denklem 2.12'nin türevi alındığında kaybolmuştu. Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için sonuç denklemini yazarken  $P(u_1 - u)$  ifadesinden daha küçük olan  $q(u_1 - u)$  teriminin ihmal edilebileceği düşünülmüştür. Bu duruma göre denge denklemini aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{d^4 \phi}{ds^4} - \frac{C}{C_1} \frac{d^2 \phi}{ds^2} - \frac{q^2 s^4}{4EI_\eta C_1} \phi = 0 \quad (2.26)$$

Denklem 2.26'daki şartı sağlayan  $q$  yükü, sistemin elastik kritik yanal burulmalı burkulma yüküdür.

### 2.1.3. Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali



Şekil 2.4. Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali

Şekil 2.4'de verilen yükleme durumu için ise giriş boyunca düzgün yayılı yükün şiddeti  $q$  ve serbest uçtaki tekil yükün şiddeti  $P = \lambda qL$  olarak alınırsa momentler aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$M_{\xi} = -\lambda qL(L-z) - \frac{q(L-z)^2}{2} \quad (2.27)$$

$$M_{\eta} = -\lambda qL\phi(L-z) - \frac{q(L-z)^2\phi}{2} \quad (2.28)$$

$$M_{\zeta} = \lambda qL(L-z) \frac{du}{dz} - \lambda qL(u_1 - u) + \frac{q(L-z)^2}{2} \frac{du}{dz} - q(L-z)(u_1 - u) \quad (2.29)$$

Bu ifadeler aşağıdaki şekilde daha sade biçimde yazılabilirler.

$$M_{\xi} = -q(L-z) \left( \lambda L + \frac{L-z}{2} \right) \quad (2.30)$$

$$M_{\eta} = -q\phi(L-z) \left( \lambda L + \frac{L-z}{2} \right) \quad (2.31)$$

$$M_{\zeta} = q(L-z) \frac{du}{dz} \left( \lambda L + \frac{L-z}{2} \right) - q(u_1 - u) [\lambda L + (L-z)] \quad (2.32)$$

O halde serbest uçta tekil yük ile giriş boyunca düzgün yayılı yükün beraber etki ettiği bu durum için Denklem 2.10, 2.11 ve 2.12 aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$EI_{\xi} \frac{d^2 v}{dz^2} - \left[ -q(L-z) \left( \lambda L + \frac{L-z}{2} \right) \right] = 0 \quad (2.33)$$

$$EI_{\eta} \frac{d^2 u}{dz^2} - \left[ -q\phi(L-z) \left( \lambda L + \frac{L-z}{2} \right) \right] = 0 \quad (2.34)$$

$$C \frac{d\phi}{dz} - C_1 \frac{d^3 \phi}{dz^3} - \left\{ q(L-z) \frac{du}{dz} \left( \lambda L + \frac{L-z}{2} \right) - q(u_1 - u) [\lambda L + (L-z)] \right\} = 0 \quad (2.35)$$

Denklem 2.35'in z'ye göre bir kez türevi alınırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$C \frac{d^2 \phi}{dz^2} - C_1 \frac{d^4 \phi}{dz^4} - \left[ \lambda q L (L-z) + \frac{q(L-z)^2}{2} \right] \frac{d^2 u}{dz^2} - q(u_1 - u) = 0 \quad (2.36)$$

Denklem 2.34'e göre  $d^2 u/dz^2$  bilinmeyeni aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = - \frac{q\phi(L-z) \left( \lambda L + \frac{L-z}{2} \right)}{EI_{\eta}} \quad (2.37)$$

Denklem 2.37'de bulunan değer denklem 2.36'da yerine konur ve bütün terimler  $C_1$ 'e bölünürse aşağıdaki denge denklemine ulaşılır.

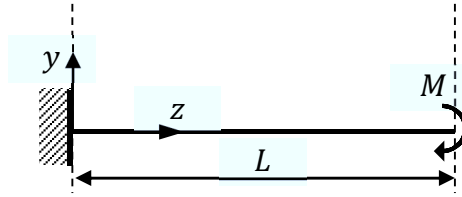
$$\frac{d^4 \phi}{dz^4} - \frac{C}{C_1} \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \frac{q^2(L-z)^2 [2\lambda L + (L-z)]^2}{4EI_{\eta} C_1} \phi + q(u_1 - u) = 0 \quad (2.38)$$

Yine  $s = L - z$  olarak alınıp, denge denklemi serbest uçtan mesnete doğru olan koordinat sistemine göre yazılabilir. Eleman boyunca düzgün yayılı yük haline benzer şekilde bu yükleme hali için de  $q(u_1 - u)$  terimi ihmal edilirse aşağıdaki sonuç denklemine ulaşılır.

$$\frac{d^4 \phi}{ds^4} - \frac{C}{C_1} \frac{d^2 \phi}{ds^2} - \frac{q^2 s^2 (2\lambda L + s)^2}{4EI_{\eta} C_1} \phi = 0 \quad (2.39)$$

Denklem 2.39'daki şartı sağlayan  $q$  değeri kirişin elastik kritik yanal burulmalı burkulma yüküdür.

#### 2.1.4. Eleman boyunca sabit moment hali



Şekil 2.5. Eleman boyunca sabit moment hali

Konsol kirişin sabit bir  $M$  momentinin etkisinde olduğu (Şekil 2.5) düşünülürse momentler aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$M_x = -M \quad (2.40)$$

$$M_y = 0 \quad (2.41)$$

$$M_z = 0 \quad (2.42)$$

$\phi$  burulma açısının çok küçük olduğu kabulü ile aynı konsol kirişte burkulmuş durum için aşağıdaki momentler yazılabilir.

$$M_\xi = -M \quad (2.43)$$

$$M_\eta = -M\phi \quad (2.44)$$

$$M_\zeta = M \frac{du}{dz} \quad (2.45)$$

Öyle ise yanal burulmalı burkulma durumu için Denklem 2.10, 2.11 ve 2.12 aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$EI_{\xi} \frac{d^2 v}{dz^2} - (-M) = 0 \quad (2.46)$$

$$EI_{\eta} \frac{d^2 u}{dz^2} - (-M\phi) = 0 \quad (2.47)$$

$$C \frac{d\phi}{dz} - C_1 \frac{d^3 \phi}{dz^3} - \left( M \frac{du}{dz} \right) = 0 \quad (2.48)$$

Denklem 2.48'in z'ye göre bir kez türevi alınırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$C \frac{d^2 \phi}{dz^2} - C_1 \frac{d^4 \phi}{dz^4} - M \frac{d^2 u}{dz^2} = 0 \quad (2.49)$$

Denklem 2.47'ye göre  $d^2 u/dz^2$  bilinmeyeni aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = -\frac{M\phi}{EI_{\eta}} \quad (2.50)$$

Denklem 2.50'de bulunan değer Denklem 2.49'da yerine konur ve bütün terimler  $C_1$ 'e bölünürse aşağıdaki denge denkleminde ulaşılır.

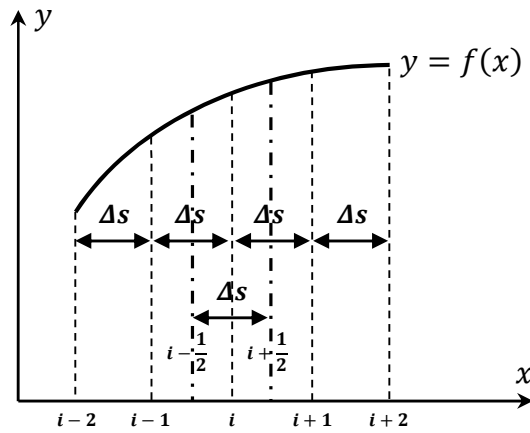
$$\frac{d^4 \phi}{dz^4} - \frac{C}{C_1} \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \frac{M^2 \phi}{EI_{\eta} C_1} = 0 \quad (2.51)$$

Denklem 2.51'deki şartı sağlayan  $M$  değeri, kirişin elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentidir.



## 2.2. Elastik Kritik Yanal Burulmalı Burkulma Yükünün Sonlu Farklar Yöntemi ile Bulunması

Sonlu farklar yöntemi diferansiyel denklemlerin nümerik yolla çözülebilmesi için geliştirilmiş bir yöntemdir. Yöntemin hassasiyeti aralıkların küçük tutulmasına bağlıdır. Yöntemi açıklayabilmek için Şekil 2.6'da bir eğri verilmiştir.



Şekil 2.6.  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği (Ghali, 1977)

Şekil 2.6'da  $\Delta s$ , sonlu eleman boyunu göstermektedir. Şekil 2.6'da verilen fonksiyonun  $i$  noktasındaki 1. türevi aşağıdaki denklemde verilmiştir.

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_i \cong \frac{y_{i+\frac{1}{2}} - y_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta s} = \frac{1}{\Delta s} (y_{i+\frac{1}{2}} - y_{i-\frac{1}{2}}) \quad (2.52)$$

Öyle ise bu fonksiyonun 2. türevi aşağıda gösterilen şekillerde yazılabilir;

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_i \cong \frac{1}{\Delta s} \left[ \left(\frac{dy}{dx}\right)_{i+\frac{1}{2}} - \left(\frac{dy}{dx}\right)_{i-\frac{1}{2}} \right] \quad (2.53)$$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_i \cong \frac{1}{2\Delta s} \left[ \left(\frac{dy}{dx}\right)_{i+1} - \left(\frac{dy}{dx}\right)_{i-1} \right] \quad (2.54)$$

Denklem 2.52’de verilen ifade,  $i + \frac{1}{2}$  ve  $i - \frac{1}{2}$  noktaları için aşağıda verildiği gibi yazılabilir.

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{i+\frac{1}{2}} \cong \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta s} = \frac{1}{\Delta s} (y_{i+1} - y_i) \quad (2.55)$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{i-\frac{1}{2}} \cong \frac{y_i - y_{i-1}}{\Delta s} = \frac{1}{\Delta s} (y_i - y_{i-1}) \quad (2.56)$$

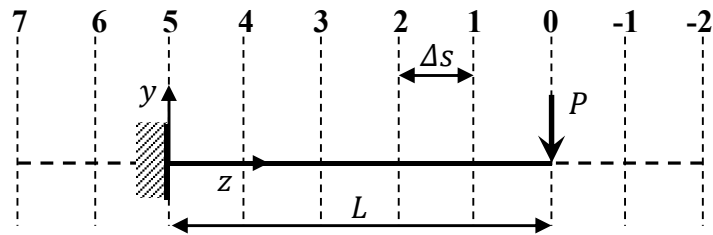
Denklem 2.55 ve 2.56’te bulunan ifadeler denklem 2.53’te yerine konulursa aşağıdaki ifadeye ulaşılır.

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_i \cong \frac{1}{\Delta s} \left[ \frac{1}{\Delta s} (y_{i+1} - y_i) - \frac{1}{\Delta s} (y_i - y_{i-1}) \right] = \frac{1}{\Delta s^2} (y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}) \quad (2.57)$$

Benzer şekilde bir fonksiyonun istenilen dereceden türevi de sonlu farklar yöntemi ile ifade edilebilir.

### 2.2.1. Serbest uçta tekil yük hali

Şekil 2.7’de 5 eşit sonlu elemana bölünmüş bir konsol kiriş görülmektedir. 5 adet sonlu eleman, kritik burulmalı burkulma yükünün yeterli hassasiyette belirlenmesi için küçük bir sayıdır. Yapılan çözümlerde elemanlar uygun sayıda sonlu elemana bölünmüş fakat burada yöntemin açıklanma kolaylığı bakımından bu sayı 5 ile sınırlı tutulmuştur.



Şekil 2.7. Serbest uçta tekil yük hali için sonlu elemanlar

Şekil 2.7’de verilen kirişte -2, -1, 6 ve 7 ile numaralandırılmış sanal noktalar görülmektedir. Bir fonksiyonun belirli bir noktada türevi sonlu farklar yöntemi ile yazılırken ilgili fonksiyonun  $t$  aralık önceki ve sonraki değerlerine ihtiyaç vardır. Buradaki  $t$  sayısı alınacak türevin mertebesine göre değişir. Mevcut problemde, 0 ve 5 noktalarında yazılacak 4. mertebeden diferansiyel denklemler için ilgili noktalarda fonksiyonun iki adım önceki ve sonraki değerleri gerekmektedir. Söz edilen sanal noktalar bu amaçla konmuştur.

Bir önceki bölümde uç noktada tekil yük hali için Denklem 2.16’da elde edilen ifade aşağıda verilmiştir.

$$\frac{d^4 \phi}{ds^4} - \frac{C}{C_1} \frac{d^2 \phi}{ds^2} - \frac{P^2 s^2}{EI_\eta C_1} \phi = 0 \quad (2.58)$$

$\phi$  açısının kiriş bölgelerinde doğrusal olarak değiştiği kabul edilirse,  $\phi$  açısının 2. türevi için aşağıda görülen denklem yazılabilir.

$$\frac{d^2 \phi}{ds^2} = \frac{1}{\Delta s^2} (\phi_{i-1} - 2\phi_i + \phi_{i+1}) \quad (2.59)$$

Benzer şekilde  $\phi$  açısının 4. türevi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\frac{d^4 \phi}{ds^4} = \frac{1}{\Delta s^4} (\phi_{i-2} - 4\phi_{i-1} + 6\phi_i - 4\phi_{i+1} + \phi_{i+2}) \quad (2.60)$$

Denklem 2.59 ve 2.60’da elde edilen ifadeler denklem 2.58’de yerine konulursa, Denklem 2.58’in yeni şekli aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta s^4} (\phi_{i-2} - 4\phi_{i-1} + 6\phi_i - 4\phi_{i+1} + \phi_{i+2}) - \frac{C}{C_1} \frac{1}{\Delta s^2} (\phi_{i-1} - 2\phi_i + \phi_{i+1}) \\ - \frac{P^2}{EI_\eta C_1} s^2 \phi_i = 0 \end{aligned} \quad (2.61)$$

Bu ifadeyi daha sade hale getirmek için  $k_1$ ,  $k_2$  ve  $k_3$  gibi 3 adet parametre aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$k_1 = \frac{1}{\Delta s^4} \quad (2.62)$$

$$k_2 = -\frac{C}{C_1 \Delta s^2} \quad (2.63)$$

$$k_3 = -\frac{1}{EI_\eta C_1} \quad (2.64)$$

Denklem 2.62, 2.63 ve 2.64'te tanımlanan parametreler Denklem 2.61'de yerine konursa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$k_1(\phi_{i-2} - 4\phi_{i-1} + 6\phi_i - 4\phi_{i+1} + \phi_{i+2}) + k_2(\phi_{i-1} - 2\phi_i + \phi_{i+1}) + k_3 P^2 s^2 \phi_i = 0 \quad (2.65)$$

Bu denklem Şekil 2.7'de gösterilen elemanın her düğümü için Çizelge 2.1'de verilen şekilde yazılabilir.

Çizelge 2.1. Şekil 2.7’de verilen eleman için denge denklemleri

Düğüm	Denge Denklemi
0	$k_1(\phi_{-2} - 4\phi_{-1} + 6\phi_0 - 4\phi_1 + \phi_2) + k_2(\phi_{-1} - 2\phi_0 + \phi_1) + k_3P^2(0)^2\phi_0 = 0$ <span style="float: right;">(2.66)</span>
1	$k_1(\phi_{-1} - 4\phi_0 + 6\phi_1 - 4\phi_2 + \phi_3) + k_2(\phi_0 - 2\phi_1 + \phi_2) + k_3P^2(\Delta s)^2\phi_1 = 0$ <span style="float: right;">(2.67)</span>
2	$k_1(\phi_0 - 4\phi_1 + 6\phi_2 - 4\phi_3 + \phi_4) + k_2(\phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3) + k_3P^2(2\Delta s)^2\phi_2 = 0$ <span style="float: right;">(2.68)</span>
3	$k_1(\phi_1 - 4\phi_2 + 6\phi_3 - 4\phi_4 + \phi_5) + k_2(\phi_2 - 2\phi_3 + \phi_4) + k_3P^2(3\Delta s)^2\phi_3 = 0$ <span style="float: right;">(2.69)</span>
4	$k_1(\phi_2 - 4\phi_3 + 6\phi_4 - 4\phi_5 + \phi_6) + k_2(\phi_3 - 2\phi_4 + \phi_5) + k_3P^2(4\Delta s)^2\phi_4 = 0$ <span style="float: right;">(2.70)</span>
5	$k_1(\phi_3 - 4\phi_4 + 6\phi_5 - 4\phi_6 + \phi_7) + k_2(\phi_4 - 2\phi_5 + \phi_6) + k_3P^2(5\Delta s)^2\phi_5 = 0$ <span style="float: right;">(2.71)</span>

Denklem 2.66 incelendiğinde elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükü aranan kiriş üzerinde aslında bulunmayan -2 ve -1 numaralı sanal düğümlere ait burulma açılarının ifadeye katıldığı görülür. Benzer şekilde Denklem 2.67’de -1, Denklem 2.70’te 6 ve Denklem 2.71’de ise 6 ve 7 numaralı sanal düğüm noktalarına ait burulma açıları bulunmaktadır. Bu durum Bölüm 2.2’de de kısaca anlatılan sonlu farklar yönteminin işleyişi ile ilgilidir. Problemin çözümü için yazılan denge denklemi sayısı 6 iken bilinmeyen sayısı 10’dur. Bu homojen denklem sisteminin çözümü için gerekli olan diğer 4 denklem, serbest uçta ve mesnette yazılacak sınır şartları ile sağlanır.

Konsol kirişte serbest uçta çarpılma momentinin olmaması (çarpılma serbest) ve burulma momentinin sıfır olması, mesnette ise çarpılmanın tutulu ve burulma açısının sıfır olması şartlarına dayanarak Çizelge 2.2’de verilen ifadeler yazılabilir.

Çizelge 2.2. Şekil 2.7’de verilen eleman için sınır şartları

Düğüm	Denge Denklemi
0	$\frac{d^2\phi_0}{ds^2} = 0$ (2.72)
0	$C \frac{d\phi_0}{ds} - C_1 \frac{d^3\phi_0}{ds^3} = 0$ (2.73)
5	$\frac{d\phi_5}{ds} = 0$ (2.74)
5	$\phi_5 = 0$ (2.75)

Denklem 2.72’de, serbest uçta çarpılma momenti “0” olacağından, bu noktada burulma açısının ikinci türevinin de “0” olması gerektiği ifade edilmiştir. Denklem 2.73 ise çarpılmanın etkili olduğu kesitlerde burulma momentinin ifadesidir ve serbest uçta burulma momenti sıfırdır. Denklem 2.74’te tutulu uçta çarpılmadan kaynaklanan şekil değiştirmenin “0” olduğu ifade edilmektedir. Denklem 2.75’te ise tutulu olan uçta burulma açısının sıfır olması şartı yazılmıştır (Deren vd., 2003).

Yukarıda verilen sınır şartları sonlu farklar yöntemi kullanılarak tekrar yazılırsa Çizelge 2.3’de verilen denklemler elde edilir.

Çizelge 2.3. Şekil 2.7’de verilen eleman için sınır şartlarının sonlu farklar yöntemi ile yazılması

Düğüm	Denge Denklemi
0	$\frac{1}{\Delta s^2} (\phi_{-1} - 2\phi_0 + \phi_1) = 0$ (2.76)
0	$\frac{C}{2\Delta s} (-\phi_{-1} + \phi_1) - \frac{C_1}{2\Delta s^3} (-\phi_{-2} + 2\phi_{-1} - 2\phi_1 + \phi_2) = 0$ (2.77)
5	$\frac{1}{2\Delta s} (-\phi_4 + \phi_6) = 0$ (2.78)
5	$\phi_5 = 0$ (2.79)

Elde edilen 10 denklem bilinmeyen parantezlerinde yazılarak düzenlenirse, homojen denklem sistemi Çizelge 2.4’de verilen şekilde elde edilir.

Çizelge 2.4. Şekil 2.7’de verilen eleman için denge denklemlerinin sonlu farklar yöntemi ile yazılması

Düğüm	Denge Denklemi
0	$\phi_{-1}\left(\frac{1}{\Delta s^2}\right) + \phi_0\left(-\frac{2}{\Delta s^2}\right) + \phi_1\left(\frac{1}{\Delta s^2}\right) = 0$ (2.80)
0	$\phi_{-2}\left(\frac{C_1}{2\Delta s^3}\right) + \phi_{-1}\left(-\frac{C}{2\Delta s} - \frac{C_1}{\Delta s^3}\right) + \phi_1\left(\frac{C}{2\Delta s} + \frac{C_1}{\Delta s^3}\right) + \phi_2\left(-\frac{C_1}{2\Delta s^3}\right) = 0$ (2.81)
0	$\phi_{-2}(k_1) + \phi_{-1}(-4k_1 + k_2) + \phi_0[6k_1 - 2k_2 + k_3P^2(0)^2] + \phi_1(-4k_1 + k_2) + \phi_2(k_1) = 0$ (2.82)
1	$\phi_{-1}(k_1) + \phi_0(-4k_1 + k_2) + \phi_1[6k_1 - 2k_2 + k_3P^2(\Delta s)^2] + \phi_2(-4k_1 + k_2) + \phi_3(k_1) = 0$ (2.83)
2	$\phi_0(k_1) + \phi_1(-4k_1 + k_2) + \phi_2[6k_1 - 2k_2 + k_3P^2(2\Delta s)^2] + \phi_3(-4k_1 + k_2) + \phi_4(k_1) = 0$ (2.84)
3	$\phi_1(k_1) + \phi_2(-4k_1 + k_2) + \phi_3[6k_1 - 2k_2 + k_3P^2(3\Delta s)^2] + \phi_4(-4k_1 + k_2) + \phi_5(k_1) = 0$ (2.85)
4	$\phi_2(k_1) + \phi_3(-4k_1 + k_2) + \phi_4[6k_1 - 2k_2 + k_3P^2(4\Delta s)^2] + \phi_5(-4k_1 + k_2) + \phi_6(k_1) = 0$ (2.86)
5	$\phi_3(k_1) + \phi_4(-4k_1 + k_2) + \phi_5[6k_1 - 2k_2 + k_3P^2(5\Delta s)^2] + \phi_6(-4k_1 + k_2) + \phi_7(k_1) = 0$ (2.87)
5	$\phi_4\left(-\frac{1}{2\Delta s}\right) + \phi_6\left(\frac{1}{2\Delta s}\right) = 0$ (2.88)
5	$\phi_5 = 0$ (2.89)

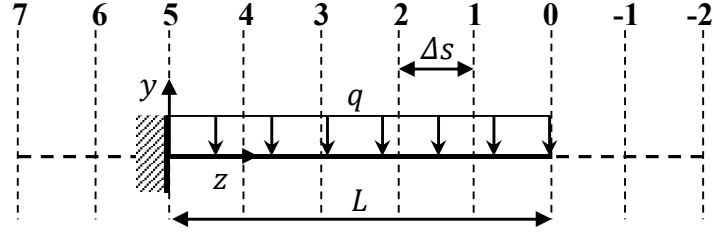
Çizelge 2.4'te verilen homojen denklem sisteminde burulma açılarının sıfırdan farklı bir çözümü olması için denklem sisteminin katsayılar matrisinin determinantının sıfır olması gerekir. Aşağıdaki denklemde verilen şartı sağlayan en küçük  $P$  değeri elemanın elastik kritik yanal burulmalı burkulma yüküdür.





### 2.2.2. Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali

Bu durumu incelemek için Şekil 2.8’de verilen model kullanılacaktır.



Şekil 2.8. Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için sonlu elemanlar

Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için denge denkleminin, serbest uçta tekil yük hali için kurulan denge denkleminin tek farkı son terimidir. Daha önce, Denklem 2.26’da elde edilen eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için denge denklemini aşağıda verilmiştir.

$$\frac{d^4 \phi}{ds^4} - \frac{C}{C_1} \frac{d^2 \phi}{ds^2} - \frac{q^2 s^4}{4EI_\eta C_1} \phi = 0 \quad (2.91)$$

Öyle ise serbest uçta tekil yük halini daha sade biçimde yazmak için kullanılan  $k_1$  ve  $k_2$  parametreleri bu durum için de aynıdır.  $k_3$  parametresi ise aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$k_3 = -\frac{1}{4EI_\eta C_1} \quad (2.92)$$

Denklem 2.62, 2.63 ve 2.92’de verilen parametreler kullanılarak, herhangi bir düğüm için Sonlu Farklar Yöntemi ile yazılacak denge denklemini aşağıdaki gibidir.

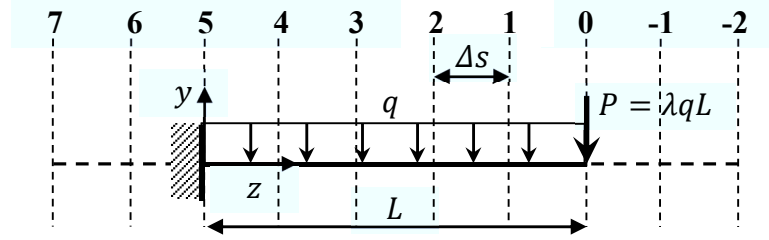
$$k_1(\phi_{i-2} - 4\phi_{i-1} + 6\phi_i - 4\phi_{i+1} + \phi_{i+2}) + k_2(\phi_{i-1} - 2\phi_i + \phi_{i+1}) + k_3q^2s^4\phi_i = 0 \quad (2.93)$$

Böylece aşağıdaki denklemde verilen şartı sağlayan en küçük  $q$  değeri, elemanın elastik kritik burulmalı burkulma yükü olur.

$$\begin{array}{ccccccc}
0 & \frac{1}{C} \frac{\Delta s^2}{2\Delta s^3} & -\frac{2}{\Delta s^2} & \frac{1}{C} \frac{\Delta s^2}{2\Delta s + \Delta s^3} & 0 & 0 & 0 \\
C_1 & -\frac{C_1}{2\Delta s} - \frac{C_1}{\Delta s + \Delta s^3} & 0 & \frac{C_1}{2\Delta s + \Delta s^3} & 0 & 0 & 0 \\
\frac{C_1}{2\Delta s^3} & -\frac{C_1}{\Delta s} - \frac{C_1}{\Delta s^3} & 0 & -\frac{C_1}{2\Delta s^3} & 0 & 0 & 0 \\
k_1 & -4k_1 + k_2 & 6k_1 - 2k_2 + k_3 q^2(0)^4 & -4k_1 + k_2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & k_1 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & k_1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & k_1 & k_1 & k_1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & k_1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 6k_1 - 2k_2 + k_3 q^2(2\Delta s)^4 & 6k_1 - 2k_2 + k_3 q^2(4\Delta s)^4 & -4k_1 + k_2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & k_1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & k_1 & k_1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 6k_1 - 2k_2 + k_3 q^2(3\Delta s)^4 & 6k_1 - 2k_2 + k_3 q^2(5\Delta s)^4 & -4k_1 + k_2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2\Delta s} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array} = 0 \tag{2.94}$$

### 2.2.3. Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali

Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yükün birlikte etki etmesi durumu için oluşturulan model Şekil 2.9’da verilmiştir.



Şekil 2.9. Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için sonlu elemanlar

Şekil 2.9’da verilen yükleme durumu için aşağıda verilen denge denklemi önceki bölümde Denklem 2.39’da elde edilmişti.

$$\frac{d^4 \phi}{ds^4} - \frac{C}{C_1} \frac{d^2 \phi}{ds^2} - \frac{q^2 s^2 (2\lambda L + s)^2}{4EI_\eta C_1} \phi = 0 \quad (2.95)$$

Düğüm denge denklemlerini daha sade yazabilmek için tanımlanacak  $k_1$ ,  $k_2$  ve  $k_3$  parametreleri, eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için verilen parametrelerin aynısıdır. Bu hal için düğüm denge denklemi aşağıda verilmiştir.

$$k_1(\phi_{i-2} - 4\phi_{i-1} + 6\phi_i - 4\phi_{i+1} + \phi_{i+2}) + k_2(\phi_{i-1} - 2\phi_i + \phi_{i+1}) + k_3 q^2 s^2 (2\lambda L + s)^2 \phi_i = 0 \quad (2.96)$$

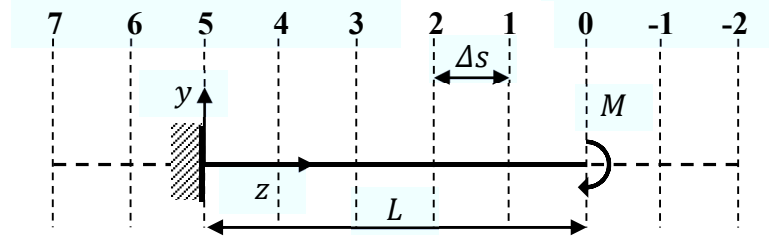
Öyle ise aşağıdaki denklemde verilen şartı sağlayan en küçük  $q$  değeri, elemanın elastik kritik burulmalı burkulma yükü olur.

$$\begin{aligned}
& \begin{vmatrix} 0 & -\frac{2}{\Delta s^2} & \frac{1}{\Delta s^2} & 0 \\ C_1 & 0 & \frac{C}{2\Delta s} + \frac{C_1}{\Delta s^3} & 0 \\ \frac{C_1}{2\Delta s^3} & 0 & \frac{C}{2\Delta s} + \frac{C_1}{\Delta s^3} & -\frac{C_1}{2\Delta s^3} \\ k_1 & 6k_1 - 2k_2 + k_3q^2(0)^2(2\lambda L + 0)^2 & -4k_1 + k_2 & k_1 \\ 0 & -4k_1 + k_2 & 6k_1 - 2k_2 + k_3q^2(\Delta s)^2(2\lambda L + \Delta s)^2 & -4k_1 + k_2 \\ 0 & k_1 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 \\ 0 & k_1 & k_1 & k_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \\
& \text{Det} \\
& \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & k_1 \\ -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & k_1 \\ -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & k_1 \\ -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & k_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0
\end{aligned}$$

(2.97)

#### 2.2.4. Eleman boyunca sabit moment hali

Eleman boyunca sabit moment etki etmesi durumu için oluşturulan model Şekil 2.10'da verilmiştir.



Şekil 2.10. Eleman boyunca sabit moment hali için sonlu elemanlar

Şekil 2.10'da verilen yükleme durumu için aşağıda verilen ifade daha önce Denklem 2.51'de elde edilmişti.

$$\frac{d^4 \phi}{dz^4} - \frac{C}{C_1} \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \frac{M^2 \phi}{EI_\eta C_1} = 0 \quad (2.98)$$

Düğüm denge denklemlerini sade halde yazabilmek için tanımlanacak  $k_1$ ,  $k_2$  ve  $k_3$  parametreleri, serbest uçta tekil yük hali için verilen parametrelerin aynısıdır. Bu hal için düğüm denge denklemi aşağıda verilmiştir.

$$k_1(\phi_{i-2} - 4\phi_{i-1} + 6\phi_i - 4\phi_{i+1} + \phi_{i+2}) + k_2(\phi_{i-1} - 2\phi_i + \phi_{i+1}) + k_3 M^2 \phi_i = 0 \quad (2.99)$$

Öyle ise aşağıdaki denklemde verilen şartı sağlayan  $M$  değeri, elemanın elastik kritik burulmalı burkulma momenti olur.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\Delta S^2} & -\frac{2}{\Delta S^2} & \frac{1}{\Delta S^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_1 & \frac{C_1}{C} & 0 & \frac{C_1}{2\Delta S^2} + \frac{C_1}{\Delta S^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{C_1}{2\Delta S^3} & -\frac{C_1}{2\Delta S} - \frac{C_1}{\Delta S^3} & \frac{C_1}{\Delta S^3} & -\frac{C_1}{2\Delta S^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 & -4k_1 + k_2 & 6k_1 - 2k_2 + k_3M^2 & -4k_1 + k_2 & k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_1 & k_1 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6k_1 - 2k_2 + k_3M^2 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6k_1 - 2k_2 + k_3M^2 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & k_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 & -4k_1 + k_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2\Delta S} & \frac{1}{2\Delta S} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0 \\
 & \text{Det}
 \end{aligned}
 \tag{2.100}$$



Denklem 2.90, 2.94, 2.97 ve 2.100'de verilen denklemler bir matematiksel yazılım ile çözülmüştür. Bulunan özdeğerlerden mutlak değerce en küçük olanı elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükü olarak not edilmiştir.

### 2.3. Elastik Kritik Yanal Burulmalı Burkulma Yükünün Enerji Yöntemi ile Bulunması

Enerji yöntemlerinde herhangi bir yükleme durumunda iç kuvvetlerin yaptığı işin dış kuvvetlerin yaptığı işe eşit olması gerektiği şartından yola çıkarak bu durumu sağlayan dış kuvvetlerin büyüklüğü bulunabilir. Yanal burulmalı burkulma problemlerinde de aynı düşünce ile herhangi bir yükleme halinde, iç kuvvetlerin dış kuvvetlere eşit olması durumu için dış kuvvetlerin büyüklükleri bulunabilir.

İnceleme kolaylığı bakımından iç ve dış kuvvetlerin işlerinin yükün kritik değere ulaştığı mertebeden itibaren yazılması uygun olur. Böylece dış yükün kritik değere ulaşması durumuna kadar olan enerji ifadelerinin yazılması gerekmez. Kritik durumda, sisteme verilecek küçük bir  $\phi$  burulma açısı için meydana gelecek iç kuvvetler burulma ve çarpımadır. Bu esnada, zayıf eksen etrafındaki eğilme momenti ise burkulmaya neden olan dış kuvvet olarak göz önüne alınmalıdır.

Burulmanın yaptığı iş aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_0^L GI_t \left( \frac{d\phi}{dz} \right)^2 dz \quad (2.101)$$

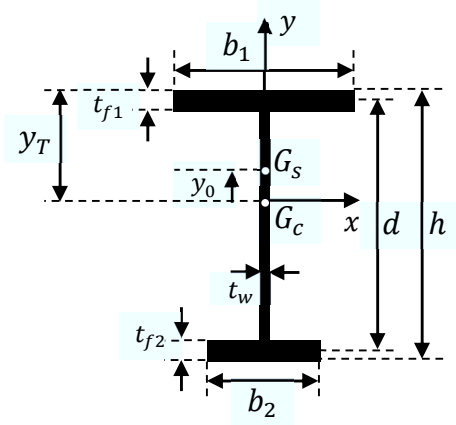
Tek eksenli simetri durumunda burulma rijitliği  $M_x \beta_x$  kadar azaltılır. Bu durumda Denklem 2.101'de verilen  $U_1$  işi aşağıdaki şekilde hesaplanır (Timoshenko and Gere, 1961).

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_0^L (GI_t - M_x \beta_x) \left( \frac{d\phi}{dz} \right)^2 dz \quad (2.102)$$

Denklem 2.102'deki  $\beta_x$ , Wagner Çarpanı'dır ve aşağıda verilen şekilde hesaplanır (Galambos, 1998).

$$\beta_x = \frac{\int_A y(x^2 + y^2)dA}{I_x} - 2y_0 \quad (2.103)$$

Denklem 2.103'te  $A$  kesitin alanını,  $x$  ve  $y$ , birim alanın kesitin ağırlık merkezinden geçen asal eksenlerine göre koordinatlarını,  $dA$ , birim alanı,  $I_x$ , kuvvetli eksene göre atalet momentini,  $y_0$  ise kesme merkezinin ağırlık merkezine göre kuvvetli eksene dik doğrultudaki koordinatını göstermektedir. Wagner Etkisi'ni daha kolay açıklayabilmek için Şekil 2.11'de tek eksene göre simetrik bir I kesit verilmiştir.



Şekil 2.11. Tek eksene göre simetrik I kesit

Şekil 2.11'de  $h$ , kesitin yüksekliği,  $b_1$  ve  $b_2$ , başlık genişlikleri,  $t_{f1}$  ve  $t_{f2}$ , başlık kalınlıkları,  $t_w$ , gövde kalınlığı,  $G_c$ , kesitin ağırlık merkezi,  $G_s$ , kesitin kesme merkezi,  $y_0$ , kesme merkezinin ağırlık merkezine göre koordinatı ve  $y_T$ , kesitin ağırlık merkezinin üst başlığa olan uzaklığıdır. Başlıkların ağırlık merkezleri arasındaki uzaklığı gösteren  $d$  ise aşağıda verilen şekilde hesaplanabilir.

$$d = h - \frac{t_{f1} + t_{f2}}{2} \quad (2.104)$$

$y_0$ , aşağıda verilen ifade ile bulunabilir (Galambos, 1968)

$$y_0 = y_T - \frac{t_{f1}}{2} - \alpha d \quad (2.105)$$

Denklem 2.105'te verilen  $\alpha$ , aşağıdaki gibidir.

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^3 \left(\frac{t_{f1}}{t_{f2}}\right)} \quad (2.106)$$

Kesme merkezi ağırlık merkezinin üstündeyse  $y_0$  pozitif, kesme merkezi ağırlık merkezinin altında ise  $y_0$  negatif değerler alır. İki eksene göre simetrik kesitlerde kesme merkezi ile ağırlık merkezi çakışık olduğundan, bu tip kesitler için  $y_0$  "0" değerini alır. O halde kesme merkezinin ağırlık merkezinin üstünde olduğu durumlar için  $\beta_x$  negatif olur. Bu durumda  $GI_t - M_x\beta_x$  değeri büyür ve kesitin burulma rijitliği artar. I kesitlerde  $\beta_x$  değeri yaklaşık olarak aşağıdaki denklem ile hesaplanabilir (A.I.S.C., 2010).

$$\beta_x = 0.9d\alpha \left( \frac{I_{yc}}{I_{yt}} - 1 \right) \quad (2.107)$$

Denklem 2.107'de  $I_{yc}$ , basınç başlığının kesitin zayıf eksenine göre atalet momenti ve  $I_{yt}$ , çekme başlığının kesitin zayıf eksenine göre atalet momentidir.  $\alpha$  ise Denklem 2.106'ya benzer şekilde aşağıda verilen ifade ile bulunur (A.I.S.C., 2010).

$$\alpha = \frac{1}{\frac{I_{yc}}{I_{yt}} + 1} \quad (2.108)$$

Çarpılmanın yaptığı iş ise aşağıda verilen şekildedir.

$$U_2 = \frac{1}{2} \int_0^L EC_w \left( \frac{d^2\phi}{dz^2} \right)^2 dz \quad (2.109)$$

I kesitlerde  $C_w$  değeri aşağıdaki şekilde bulunabilir (AISC, 2010).

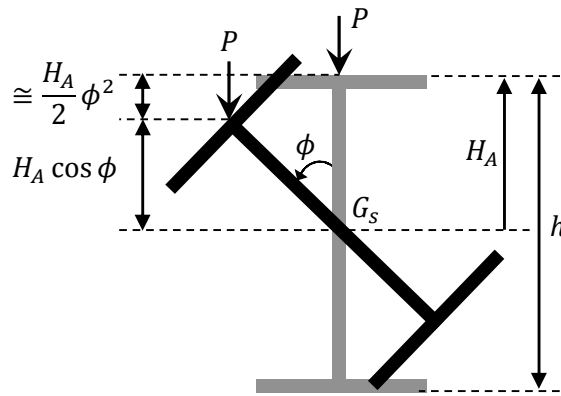
$$C_w = d^2 I_{yc} \alpha \quad (2.110)$$

Bulunan  $U_1$  ve  $U_2$  değerlerinin toplamı iç kuvvetlerin yaptığı iştir. Dış kuvvetlerin yaptığı işi ise aşağıda verilen denklemlerle ifade etmek mümkündür.

$M_x$  momentinin  $\eta$  eksenini etrafındaki bileşeninin işi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$W_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{(M_x \phi)^2}{EI_y} dz \quad (2.111)$$

Denklem 2.111'de  $I_y$ , kesitin zayıf eksene göre atalet momentidir.  $I_\eta = I_y$  olduğundan, Denklem 2.111'de  $I_\eta$  yerine  $I_y$  kullanılmıştır. Yükün kesme merkezinden farklı bir yere etki etmesi durumunda bir  $W_2$  işi daha yazılmalıdır. Şekil 2.12'de yanal burulmalı burkulma durumundaki bir kiriş kesiti görülmektedir. Kirişin serbest ucunda, üst başlığa etki eden bir tekil yük bulunmaktadır.



Şekil 2.12. Serbest uçta, üst başlığandan yüklenmiş konsol kiriş

Şekil 2.12’de  $H_A$ , yükün kesme merkezine göre, kuvvetli eksene dik doğrultudaki koordinatını göstermektedir.  $P$  kuvvetinin düşey yer değiştirmesi,  $\phi$  açısının çok küçük olması durumu göz önünde bulundurularak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$H_A(1 - \cos \phi) = H_A \left( 2 \sin^2 \frac{\phi}{2} \right) \cong H_A \frac{\phi^2}{2} \quad (2.112)$$

$\phi$  açısının çok küçük olması sebebiyle Denklem 2.112’de  $\sin(\phi/2) \cong \phi/2$  kabul edilmiştir. Öyle ise  $P$  kuvvetinin yaptığı iş aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$W_2 = P \frac{H_A}{2} \phi^2 \quad (2.113)$$

Üst başlığından  $q$  düzgün yayılı yükü etki eden bir kirişin  $dz$  boyundaki parçasında, yükün yaptığı iş Denklem 2.113’e benzer şekilde aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$dW_2 = qdz \frac{H_A}{2} \phi^2 \quad (2.114)$$

Sistemin tümünde yapılan işi bulmak için  $dz$  boyunda yapılan işi kiriş boyunca entegre etmek gerekir. Sistemin tümü için yapılan iş;

$$W_2 = \int_0^L qdz \frac{H_A}{2} \phi^2 = q \frac{H_A}{2} \int_0^L \phi^2 dz \quad (2.115)$$

Olarak yazılabilir. Şekil 2.12’den görülebileceği üzere, yük, kesme merkezinin üstünde ise çökmenin yönü ile aynı yönde ( $W_2 > 0$ ), kesme merkezinin altında ise çökmenin yönüne ters yönde ( $W_2 < 0$ ) ilave bir iş yapacaktır. Bu durumda kritik yanal burulmalı burkulma yükü, yükün konumu üst başlığa yaklaştıkça azalır, alt başlığa yaklaştıkça artar.

Eğer iç kuvvetlerin yaptığı işlerin toplamı  $\Sigma U$ , dış kuvvetlerin yaptığı işlerin toplamı  $\Sigma W$ 'dan büyükse sistem kararlıdır.  $\Sigma U < \Sigma W$  ise sistem kararsızdır.  $\Sigma U = \Sigma W$  ise sistem kritik durumdadır. Öyle ise aşağıdaki denklemde verilen eşitliği sağlayan yük, sistemin elastik kritik yanal burulmalı burkulma yüküdür.

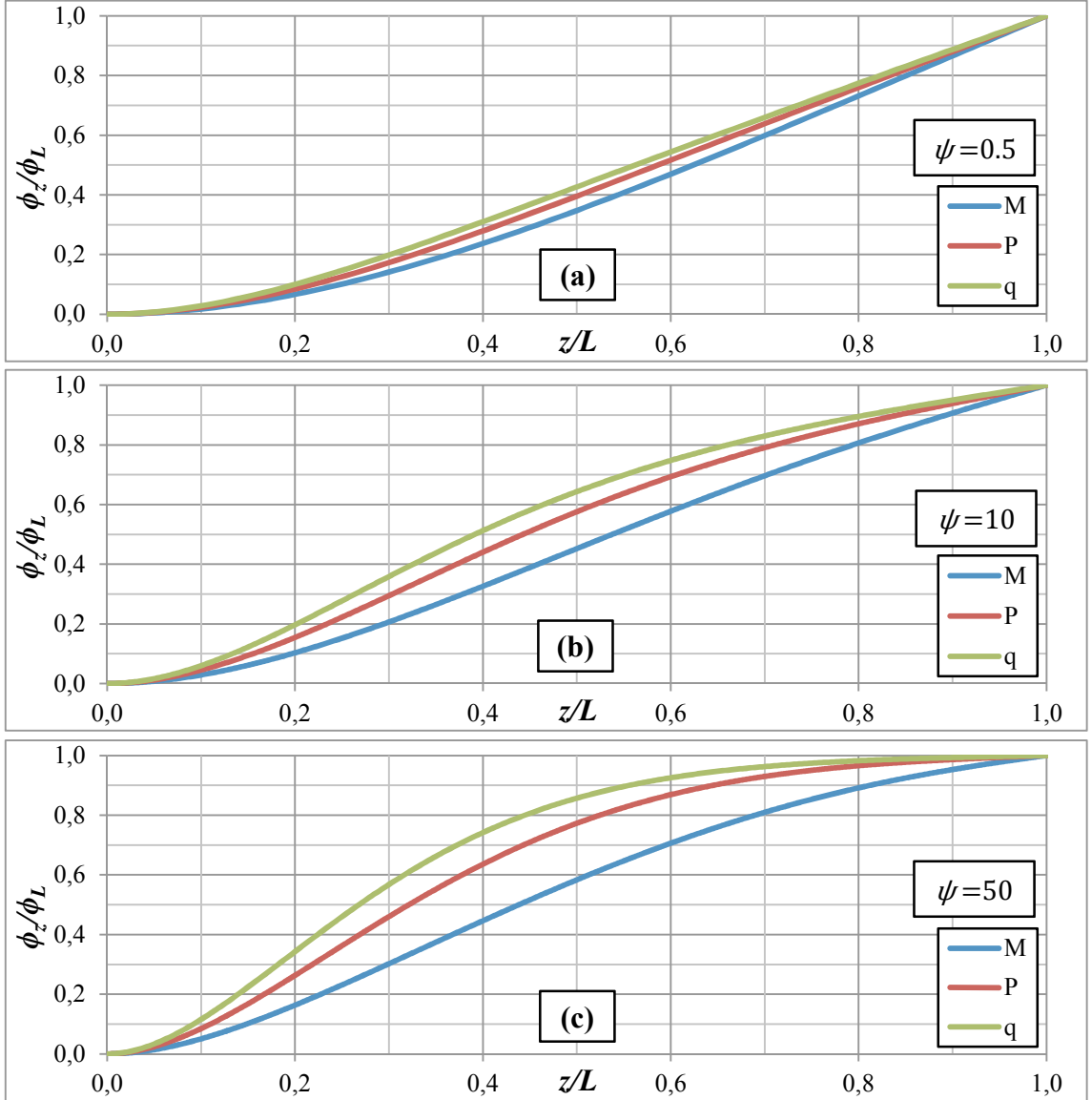
$$U_1 + U_2 = W_1 + W_2 \quad 2.116$$

Denklem 2.116'da verilen eşitlikten elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükünü bulabilmek için  $\phi$  burulma açısı için bir fonksiyon seçilmelidir. Bu fonksiyonun yüklenen sistemin sınır şartlarını sağlaması ve sistemin elastik kritik yanal burulmalı burkulma mod şekline uygunluğu sonuçların geçerliliğini arttıracaktır.

Elemanın elastik kritik yanal burulmalı burkulma modunu (yani burulma açısı fonksiyonunun formunu) bulmak için, Sonlu Farklar Yöntemi ile bulunan elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükü, ilgili yükleme durumu için elde edilen homojen denklem sisteminde yerine konur ve serbest uçtaki burulma açısı 1 kabul edilerek elemanın diğer noktalarındaki bağıl burulma açıları belirlenir. Yapılan çözümlerle, I kesitli konsol kirişlerin elastik kritik yanal burulmalı burkulma modunun yük tipine ve aşağıda verilen boyutsuz narinliğe (Timoshenko and Gere, 1961) göre değiştiği belirlenmiştir.

$$\psi = \frac{L^2 C}{C_1} \quad (2.117)$$

Şekil 2.13'te I kesitli konsol kirişlerde, farklı yük tipleri ve  $\psi$  değerleri için elastik kritik yanal burulmalı burkulma mod şekilleri verilmiştir.



Şekil 2.13. Elastik kritik yanal burulmalı burkulma modu – kiriş yatay koordinatı

a)  $\psi=0.5$ , b)  $\psi=10$ , c)  $\psi=50$

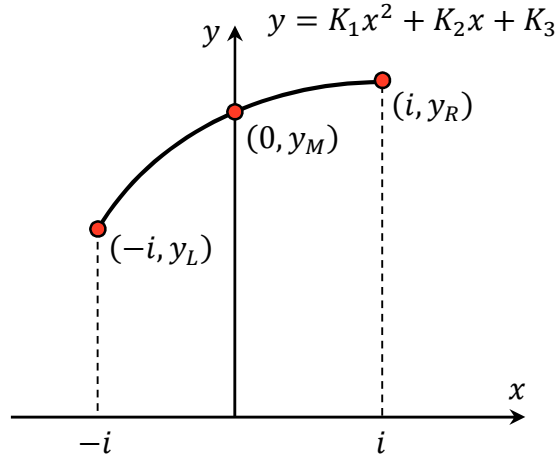
Şekil 2.13'te yatay eksen, mesnette 0 ve serbest uçta 1 olmak üzere kiriş üzerindeki bağıl konumu, düşey eksen ise yine mesnette 0 ve serbest uçta 1 olmak üzere ilgili konumdaki bağıl burulma açısını göstermektedir. M, P ve q serileri sırasıyla eleman boyunca sabit moment, serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hallerini göstermektedir. Şekil 2.13a, b ve c incelendiğinde elastik kritik yanal burulmalı burkulma mod şeklinin yük tipine ve  $\psi$  değerine göre değiştiği görülebilir. I kesitli konsol kirişler için, yük tipinin ve  $\psi$  narinliğinin etkisini parametre olarak

bulunduran uygun bir burulma açısı fonksiyonu yazar tarafından bilinmemektedir. Bu nedenle enerji yönteminin uygulanmasında nümerik yöntemlerden faydalanılmıştır.

Kiriş üzerindeki herhangi bir noktadaki burulma açısı, ilgili noktadaki mod değerinin sabit bir sayı ile çarpımı olacaktır. Bu sayı Denklem 2.116'nın çözümünde sadeleşerek kaybolur. Öyle ise elemanın burulma açısı fonksiyonu olarak elastik kritik yanal burulmalı burkulma modu kullanılabilir.

Denklem 2.102'de  $U_1$  işinin hesaplanabilmesi için burulma açısının birinci türevinin, Denklem 2.109'da verilen  $U_2$  işinin hesaplanabilmesi için ise burulma açısının ikinci türevinin bilinmesi gerekmektedir. İlgili durum için elastik kritik yanal burulmalı burkulma modu elde edildikten sonra, Sonlu Farklar Yöntemi ile bulunan modun birinci ve ikinci türevleri de nümerik olarak elde edilebilir.

Denklem 2.102, 2.109, 2.111 ve 2.115'deki integraller ise Simpson Yöntemi ile hesaplanabilir. Bu yöntemi açıklayabilmek için Şekil 2.14'deki grafikte yatay aralıkları eşit 3 adet nokta ve bu noktalarda geçen bir parabol verilmiştir (Adams, 1999).



Şekil 2.14. Eşit aralıklı üç noktadan geçen parabol

Şekil 2.14'te verilen parabol'ün denklemini için aşağıdaki ifadeyi kabul edelim.

$$y = K_1x^2 + K_2x + K_3 \quad (2.118)$$



Denklem 2.118 için aşağıda verilen eşitlikler yazılabilir.

$$y_L = K_1 i^2 - K_2 i + K_3 \quad (2.119)$$

$$y_M = K_3 \quad (2.120)$$

$$y_R = K_1 i^2 + K_2 i + K_3 \quad (2.121)$$

O halde Denklem 2.119 ve 2.121 taraf tarafa toplanır ve Denklem 2.120'de elde edilen  $y_M = K_3$  eşitliği yerine konursa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$2K_1 i^2 = y_L - 2y_M + y_R \quad (2.122)$$

Denklem 2.118,  $-i$ ,  $i$  aralığında entegre edilirse aşağıda verilen ifadeye ulaşılır.

$$\int_{-i}^i (K_1 x^2 + K_2 x + K_3) dx = \frac{2}{3} K_1 i^3 + 2K_3 i \quad (2.123)$$

Denklem 2.120 ve Denklem 2.122'te bulunan ifadeler Denklem 2.123'te yerine konursa aşağıdaki ifadeye ulaşılır.

$$\frac{1}{3} (y_L - 2y_M + y_R) i + 2y_M i = \frac{i}{3} (y_L + 4y_M + y_R) \quad (2.124)$$

### 2.3.1. Serbest uçta tekil yük hali

Bu yükleme durumu için iç kuvvetlerin yaptığı iş aşağıdaki ifadelerde verilmiştir.

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \{GI_t - [-P(L-z)]\beta_x\} \left(\frac{d\phi}{dz}\right)^2 dz \quad (2.125)$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \int_0^L EC_w \left(\frac{d^2\phi}{dz^2}\right)^2 dz \quad (2.126)$$

Serbest uçta tekil yük hali için dış kuvvetlerin yaptıkları işler ise aşağıdaki denklemlerde verilen şekilde ifade edilebilir.

$$W_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{[-P(L-z)\phi]^2}{EI_y} dz \quad (2.127)$$

$$W_2 = P\phi_L^2 \frac{H_A}{2} \quad (2.128)$$

Denklem 2.128'deki  $\phi_L$ , serbest uçtaki burulma açısıdır. Denklem 2.125, 2.126 ve 2.127'de verilen ifadeler entegre edilirse, bu yükleme durumu için iç ve dış kuvvetlerin yaptığı işler aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$U_1 = D_1 \frac{GI_t}{L} - D_2 P\beta_x \quad (2.129)$$

$$U_2 = D_3 \frac{EC_w}{L^3} \quad (2.130)$$

$$W_1 = D_4 \frac{P^2 L^3}{EI_y} \quad (2.131)$$

$$W_2 = D_5 P H_A \quad (2.132)$$

İç ve dış kuvvetlerin yaptığı işlerin toplamının sıfır olması şartından yola çıkarak aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$D_1 \frac{GI_t}{L} - D_2 P \beta_x + D_3 \frac{EC_w}{L^3} = D_4 \frac{P^2 L^3}{EI_y} + D_5 P H_A \quad (2.133)$$

Denklem 2.133'te verilen eşitliği sağlayan  $P$  değeri elemanın elastik kritik yanal burulmalı burkulma yüküdür ve aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$P_{cr,e} = \frac{\sqrt{EI_y}}{2D_4 L^3} \left[ \sqrt{4D_4(D_3 EC_w + D_1 GI_t L^2) + EI_y(D_5 H_A + D_2 \beta_x)^2} - \sqrt{EI_y(D_5 H_A + D_2 \beta_x)} \right] \quad (2.134)$$

Denklem 2.134'te verilen ifadedeki  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$  ve  $D_5$  parametreleri  $\psi$  değerine bağlı olarak Çizelge 2.5'te verilmiştir.

Çizelge 2.5. Serbest uçta tekil yük hali için  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$  ve  $D_5$  parametreleri

$\psi$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$
0.5	0.5517	-0.2144	1.8895	0.0099	0.5
1	0.5428	-0.2203	2.0339	0.0105	0.5
2	0.5406	-0.2321	2.3624	0.0116	0.5
3	0.5360	-0.2438	2.7274	0.0128	0.5
4	0.5374	-0.2554	3.1148	0.0138	0.5
5	0.5389	-0.2667	3.5149	0.0149	0.5
7	0.5456	-0.2881	4.3273	0.0167	0.5
10	0.5603	-0.3172	5.5239	0.0192	0.5
14	0.5836	-0.3506	7.0176	0.0220	0.5
20	0.6167	-0.3913	9.0116	0.0254	0.5
25	0.6410	-0.4188	10.4746	0.0276	0.5
30	0.6623	-0.4418	11.7912	0.0295	0.5
40	0.6970	-0.4785	14.0904	0.0324	0.5
50	0.7238	-0.5066	16.0651	0.0347	0.5
75	0.7702	-0.5553	20.1182	0.0387	0.5
100	0.7999	-0.5872	23.3907	0.0413	0.5
125	0.8209	-0.6102	26.1883	0.0432	0.5
150	0.8366	-0.6278	28.6608	0.0446	0.5

### 2.3.2. Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali

Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için iş ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ GI_t - \left[ -q \frac{(L-z)^2}{2} \right] \beta_x \right\} \left( \frac{d\phi}{dz} \right)^2 dz \quad (2.135)$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \int_0^L EC_w \left( \frac{d^2\phi}{dz^2} \right)^2 dz \quad (2.136)$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{\left\{ \left[ -q \frac{(L-z)^2}{2} \right] \phi \right\}^2}{EI_y} dz \quad (2.137)$$

$$W_2 = \frac{qH_A}{2} \int_0^L \phi^2 dz \quad (2.138)$$

Denklem 2.135, 2.136, 2.137 ve 2.138'deki denklemler entegre edildiğinde ulaşılan sonuçlar aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$U_1 = D_1 \frac{GI_t}{L} - D_2 qL\beta_x \quad (2.139)$$

$$U_2 = D_3 \frac{EC_w}{L^3} \quad (2.140)$$

$$W_1 = D_4 \frac{q^2 L^5}{EI_y} \quad (2.141)$$

$$W_2 = D_5 qLH_A \quad (2.142)$$

İç kuvvetlerin yaptığı işlerin toplamı ile dış kuvvetlerin yaptığı işlerin toplamı eşitlenerek sistemin elastik kritik yanal burulmalı burkulma yüküne gidilebilir.

$$q_{cr,e} = \frac{\sqrt{EI_y}}{2D_4L^4} \left[ \sqrt{4D_4(D_3EC_w + D_1GI_tL^2) + EI_y(D_5H_A + D_2\beta_x)^2} - \sqrt{EI_y(D_5H_A + D_2\beta_x)} \right] \quad (2.143)$$

Eleman boyunca düzgün yayılı yük için  $D_1, D_2, D_3, D_4$  ve  $D_5$  parametreleri  $\psi$  değerine bağlı olarak Çizelge 2.6'da verilmiştir.

Çizelge 2.6. Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için  $D_1, D_2, D_3, D_4$  ve  $D_5$  parametreleri

$\psi$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$
0.5	0.5391	-0.0626	2.2715	0.0006	0.1463
1	0.5317	-0.0665	2.5355	0.0007	0.1482
2	0.5318	-0.0743	3.1254	0.0008	0.1606
3	0.5319	-0.0820	3.7694	0.0009	0.1675
4	0.5376	-0.0893	4.4447	0.0010	0.1773
5	0.5441	-0.0964	5.1360	0.0011	0.1847
7	0.5609	-0.1097	6.5287	0.0014	0.1980
10	0.5901	-0.1276	8.5704	0.0016	0.2136
14	0.6300	-0.1480	11.1296	0.0019	0.2321
20	0.6835	-0.1730	14.6010	0.0023	0.2516
25	0.7215	-0.1900	17.2066	0.0026	0.2629
30	0.7544	-0.2046	19.6004	0.0028	0.2736
40	0.8080	-0.2284	23.9013	0.0032	0.2881
50	0.8500	-0.2473	27.7258	0.0035	0.2986
75	0.9243	-0.2817	35.9095	0.0041	0.3131
100	0.9745	-0.3058	42.7094	0.0045	0.3234
125	1.0112	-0.3240	48.6415	0.0048	0.3320
150	1.0397	-0.3385	53.9490	0.0050	0.3355

### 2.3.3. Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali

Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için işler aşağıdaki şekilde ifade edilebilir. Bu denklemlerde serbest uçtaki tekil yük  $qL$  değerinin  $\lambda$  katı olarak düşünülmüştür.

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ GI_t - \left\{ -\lambda qL(L-z) + \left[ -q \frac{(L-z)^2}{2} \right] \right\} \beta_x \right\} \left( \frac{d\phi}{dz} \right)^2 dz \quad (2.144)$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \int_0^L EC_w \left( \frac{d^2\phi}{dz^2} \right)^2 dz \quad (2.145)$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{\left\{ -\lambda qL(L-z) + \left[ -q \frac{(L-z)^2}{2} \right] \right\} \phi^2}{EI_y} dz \quad (2.146)$$

$$W_2 = (\lambda qL) \phi_L^2 \frac{H_A}{2} + \frac{qH_A}{2} \int_0^L \phi^2 dz \quad (2.147)$$

Denklem 2.144, 2.145, 2.146 ve 2.147'deki denklemler entegre edildiğinde ulaşılan sonuçlar aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$U_1 = D_1 \frac{GI_t}{L} - D_2 qL \beta_x \quad (2.148)$$

$$U_2 = D_3 \frac{EC_w}{L^3} \quad (2.149)$$

$$W_1 = D_4 \frac{q^2 L^5}{EI_y} \quad (2.150)$$

$$W_2 = D_5 qLH_A \quad (2.151)$$

İç kuvvetlerin yaptığı işlerin toplamı ile dış kuvvetlerin yaptığı işlerin toplamı eşitlenerek sistemin elastik kritik yanal burulmalı burkulma yüküne gidilebilir.

$$q_{cr,e} = \frac{\sqrt{EI_y}}{2D_4L^4} \left[ \sqrt{4D_4(D_3EC_w + D_1GI_tL^2) + EI_y(D_5H_A + D_2\beta_x)^2} - \sqrt{EI_y(D_5H_A + D_2\beta_x)} \right] \quad (2.152)$$

Denklem 2.152'deki parametrelerin,  $\lambda$  değerine göre değişmesi beklenir. Öyle ise her  $\lambda$  oranı için ayrı bir çizelge vermek gerekmektedir.  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$  ve  $D_5$  parametreleri,  $\psi$  değerine bağlı olarak  $\lambda=0.5$ ,  $\lambda=1.0$  ve  $\lambda=2.0$  değerleri için Çizelge 2.7, 2.8 ve 2.9'da verilmiştir.

Çizelge 2.7. Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$  ve  $D_5$  parametreleri ( $\lambda=0.5$ )

$\psi$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$
0.5	0.5473	-0.1673	1.9939	0.0053	0.3913
1	0.5387	-0.1738	2.1725	0.0057	0.3924
2	0.5371	-0.1867	2.5765	0.0065	0.4036
3	0.5337	-0.1995	3.0234	0.0072	0.4092
4	0.5364	-0.2119	3.4961	0.0079	0.4180
5	0.5394	-0.2240	3.9832	0.0086	0.4244
7	0.5492	-0.2468	4.9705	0.0099	0.4361
10	0.5686	-0.2776	6.4241	0.0115	0.4498
14	0.5972	-0.3130	8.2446	0.0134	0.4664
20	0.6372	-0.3563	10.6943	0.0157	0.4842
25	0.6660	-0.3856	12.5140	0.0173	0.4935
30	0.6914	-0.4104	14.1632	0.0186	0.5043
40	0.7325	-0.4504	17.0809	0.0207	0.5178
50	0.7645	-0.4815	19.6246	0.0224	0.5276
75	0.8203	-0.5367	24.9792	0.0253	0.5411
100	0.8570	-0.5742	29.3523	0.0273	0.5508
125	0.8833	-0.6019	33.1295	0.0288	0.5591
150	0.9033	-0.6234	36.4885	0.0299	0.5622

Çizelge 2.8. Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$  ve  $D_5$  parametreleri ( $\lambda=1.0$ )

$\psi$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$
0.5	0.5491	-0.2740	1.9487	0.0150	0.6403
1	0.5404	-0.2833	2.1126	0.0160	0.6413
2	0.5384	-0.3020	2.4843	0.0180	0.6521
3	0.5346	-0.3204	2.8963	0.0199	0.6576
4	0.5366	-0.3385	3.3328	0.0218	0.6661
5	0.5390	-0.3561	3.7830	0.0235	0.6723
7	0.5476	-0.3893	4.6964	0.0267	0.6836
10	0.5649	-0.4343	6.0416	0.0310	0.6969
14	0.5914	-0.4860	7.7241	0.0359	0.7131
20	0.6285	-0.5491	9.9831	0.0418	0.7303
25	0.6556	-0.5918	11.6518	0.0457	0.7413
30	0.6791	-0.6278	13.1609	0.0491	0.7486
40	0.7176	-0.6855	15.8253	0.0544	0.7615
50	0.7475	-0.7302	18.1303	0.0585	0.7713
75	0.7995	-0.8089	22.9459	0.0658	0.7860
100	0.8333	-0.8617	26.8583	0.0707	0.7955
125	0.8574	-0.9003	30.2257	0.0743	0.8037
150	0.8757	-0.9302	33.2136	0.0771	0.8067



Çizelge 2.9. Serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$  ve  $D_5$  parametreleri ( $\lambda=2.0$ )

$\psi$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$
0.5	0.5503	-0.4881	1.9211	0.0491	1.1397
1	0.5415	-0.5032	2.0759	0.0523	1.1406
2	0.5394	-0.5335	2.4277	0.0585	1.1512
3	0.5352	-0.5637	2.8179	0.0644	1.1565
4	0.5369	-0.5932	3.2318	0.0701	1.1648
5	0.5389	-0.6219	3.6589	0.0756	1.1709
7	0.5466	-0.6764	4.5258	0.0856	1.1820
10	0.5627	-0.7502	5.8030	0.0989	1.1947
14	0.5878	-0.8350	7.3991	0.1139	1.2109
20	0.6231	-0.9385	9.5367	0.1320	1.2278
25	0.6488	-1.0084	11.1141	0.1441	1.2367
30	0.6714	-1.0672	12.5351	0.1542	1.2472
40	0.7082	-1.1612	15.0285	0.1705	1.2602
50	0.7367	-1.2337	17.1820	0.1830	1.2696
75	0.7861	-1.3605	21.6631	0.2050	1.2826
100	0.8181	-1.4448	25.2839	0.2195	1.2920
125	0.8408	-1.5060	28.3916	0.2301	1.3000
150	0.8579	-1.5532	31.1446	0.2383	1.3030

### 2.3.4. Eleman boyunca sabit moment hali

Eleman boyunca sabit moment hali için işler aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_0^L [GI_t - (-M\beta_x)] \left( \frac{d\phi}{dz} \right)^2 dz \quad (2.153)$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \int_0^L EC_w \left( \frac{d^2\phi}{dz^2} \right)^2 dz \quad (2.154)$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{(-M\phi)^2}{EI_y} dz \quad (2.155)$$

$$W_2 = 0 \quad (2.156)$$

Denklem 2.153, 2.154, 2.155 ve 2.156'daki denklemler entegre edildiğinde ulaşılan sonuçlar aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$U_1 = D_1 \frac{GI_t}{L} - D_2 \frac{M}{L} \beta_x \quad (2.157)$$

$$U_2 = D_3 \frac{EC_w}{L^3} \quad (2.158)$$

$$W_1 = D_4 \frac{ML}{EI_y} \quad (2.159)$$

$$W_2 = D_5 \frac{M}{L} H_A \quad (2.160)$$

İç kuvvetlerin yaptığı işlerin toplamı ile dış kuvvetlerin yaptığı işlerin toplamı eşitlenerek sistemin elastik kritik yanal burulmalı burkulma yüküne gidilebilir.

$$M_{cr,e} = \frac{\sqrt{EI_y}}{2D_4L^2} \left[ \sqrt{4D_4(D_3EC_w + D_1GI_tL^2) + EI_y(D_5H_A + D_2\beta_x)^2} - \sqrt{EI_y(D_5H_A + D_2\beta_x)} \right] \quad (2.161)$$

Eleman boyunca sabit moment için  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$  ve  $D_5$  parametreleri  $\psi$  değerine bağlı olarak Çizelge 2.10'da verilmiştir.

Çizelge 2.10. Eleman boyunca sabit moment hali için  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$  ve  $D_5$  parametreleri

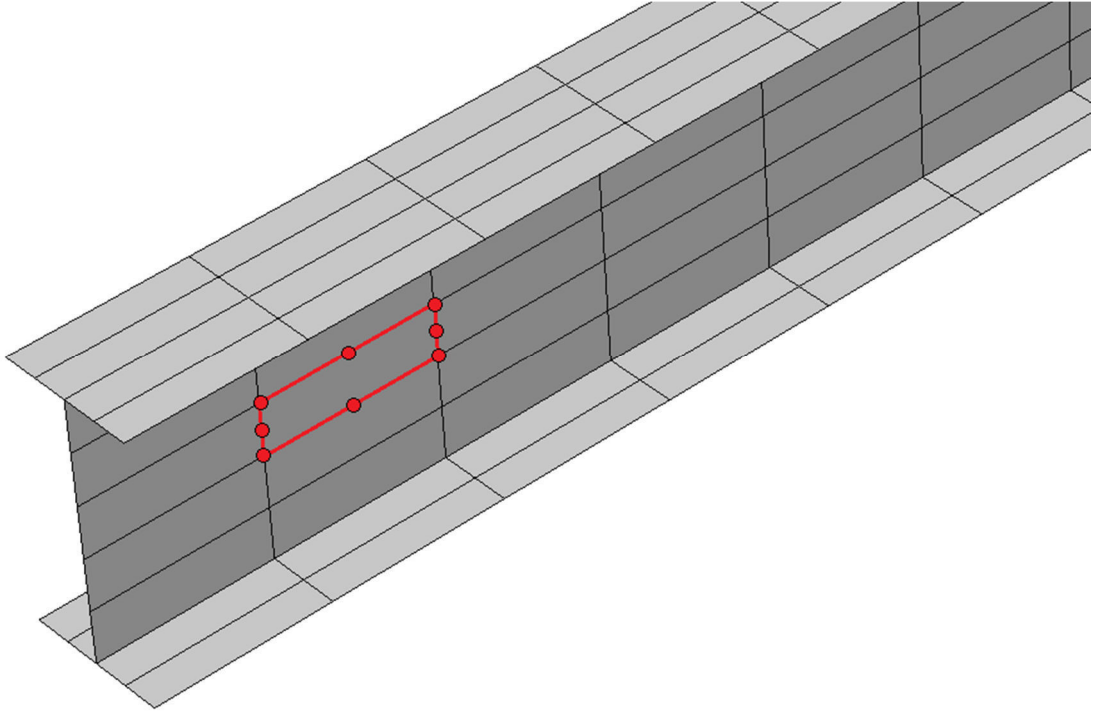
$\psi$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$
0.5	0.5759	-0.5759	1.5758	0.1272	0
1	0.5660	-0.5660	1.6116	0.1261	0
2	0.5639	-0.5639	1.6975	0.1331	0
3	0.5554	-0.5554	1.7978	0.1350	0
4	0.5533	-0.5533	1.9082	0.1403	0
5	0.5497	-0.5497	2.0255	0.1435	0
7	0.5449	-0.5449	2.2716	0.1494	0
10	0.5409	-0.5409	2.6478	0.1560	0
14	0.5415	-0.5415	3.1328	0.1653	0
20	0.5450	-0.5450	3.7931	0.1751	0
25	0.5487	-0.5487	4.2799	0.1805	0
30	0.5534	-0.5534	4.7156	0.1866	0
40	0.5610	-0.5610	5.4658	0.1939	0
50	0.5676	-0.5676	6.0961	0.1998	0
75	0.5793	-0.5793	7.3498	0.2101	0
100	0.5867	-0.5867	8.3326	0.2161	0
125	0.5918	-0.5918	9.1608	0.2201	0
150	0.5954	-0.5954	9.8884	0.2225	0

İrdelenen yükleme hallerinde elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükleri için elde edilen çözümler aynı formdadır. O halde söz edilen yükleme durumları için aşağıdaki genel formül yazılabilir.

$$P_{cr,e} = q_{cr,e}L = \frac{M_{cr,e}}{L} = \frac{\sqrt{EI_y}}{2D_4L^3} \left[ \sqrt{4D_4(D_3EC_w + D_1GI_tL^2) + EI_y(D_5H_A + D_2\beta_x)^2} - \sqrt{EI_y(D_5H_A + D_2\beta_x)} \right] \quad (2.162)$$

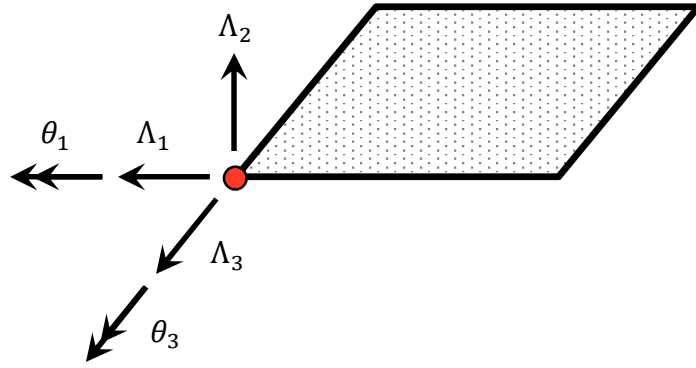
#### 2.4. Elastik Kritik Yanal Burulmalı Burkulma Yükünün ABAQUS yazılımı ile bulunması

ABAQUS, Simulia firması tarafından geliştirilen genel amaçlı bir sonlu elemanlar analiz yazılımıdır. ABAQUS, otomotiv sektöründen biyomedikal sektörüne kadar birçok alanda kullanılmaktadır. Malzeme tanımlama ekranında sadece elastisite modülü ve poisson oranı girilerek doğrusal elastik malzemeler tanımlanabileceği gibi, direkt olarak malzemenin gerilme şekil değiştirme eğrisi de verilebilir. ABAQUS ile çubuk, alan ve katı elemanlar kullanılarak 2 ve 3 boyutlu sistemler oluşturulup analizler de yapılabilir. Çalışmada malzeme doğrusal elastik olarak tanımlanmış ve konsol kirişler modellenirken S8R5 tipinde alan elemanları kullanılmıştır (Şekil 2.15).



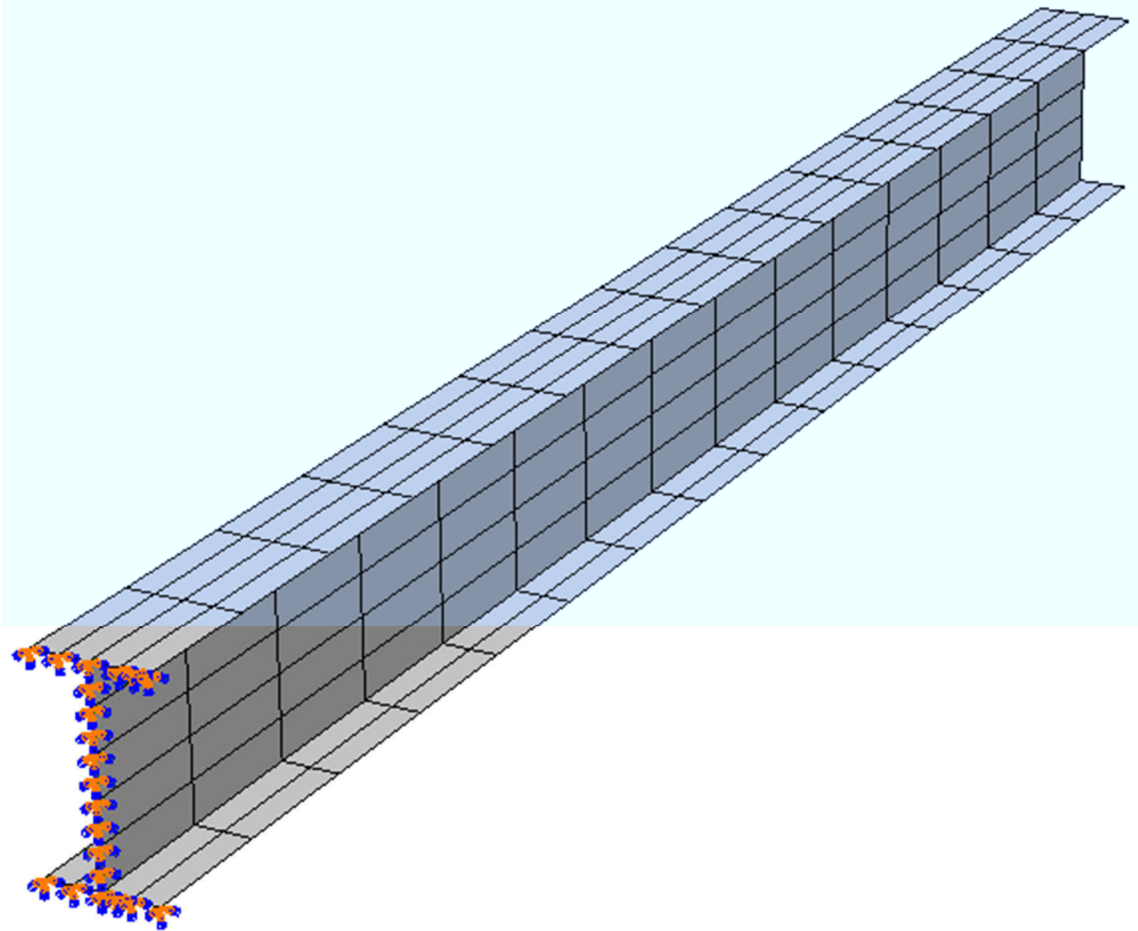
Şekil 2.15. S8R5 elemanı

Bu elemanlar 8 düğüm noktasına sahip ve her düğüm noktasında 5 serbestlik derecesi olan elemanlardır. Bu serbestlikler üç eksende şekil değiştirme ve eleman normal eksenindeki yön haricindeki diğer iki yönde dönmedir (Şekil 2.16).



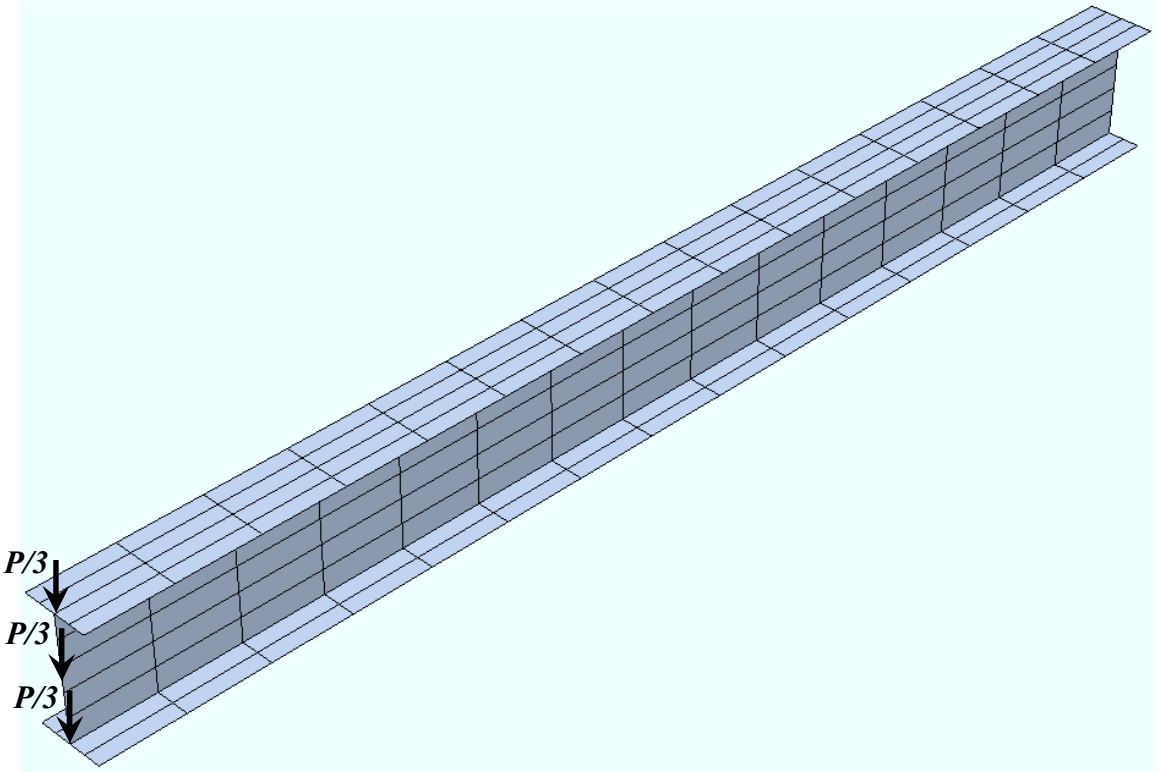
Şekil 2.16. S8R5 elemanı için serbestlikler

Şekil 2.16'da  $\Lambda$ , yer değiştirme,  $\theta$  ise dönme serbestliklerini göstermektedir. Elemanlar bir ucundan, kesitteki tüm düğüm noktalarında üç eksene göre yer değiştirme ve dönme tutulu olacak şekilde mesnetlenmiştir (Şekil 2.17).



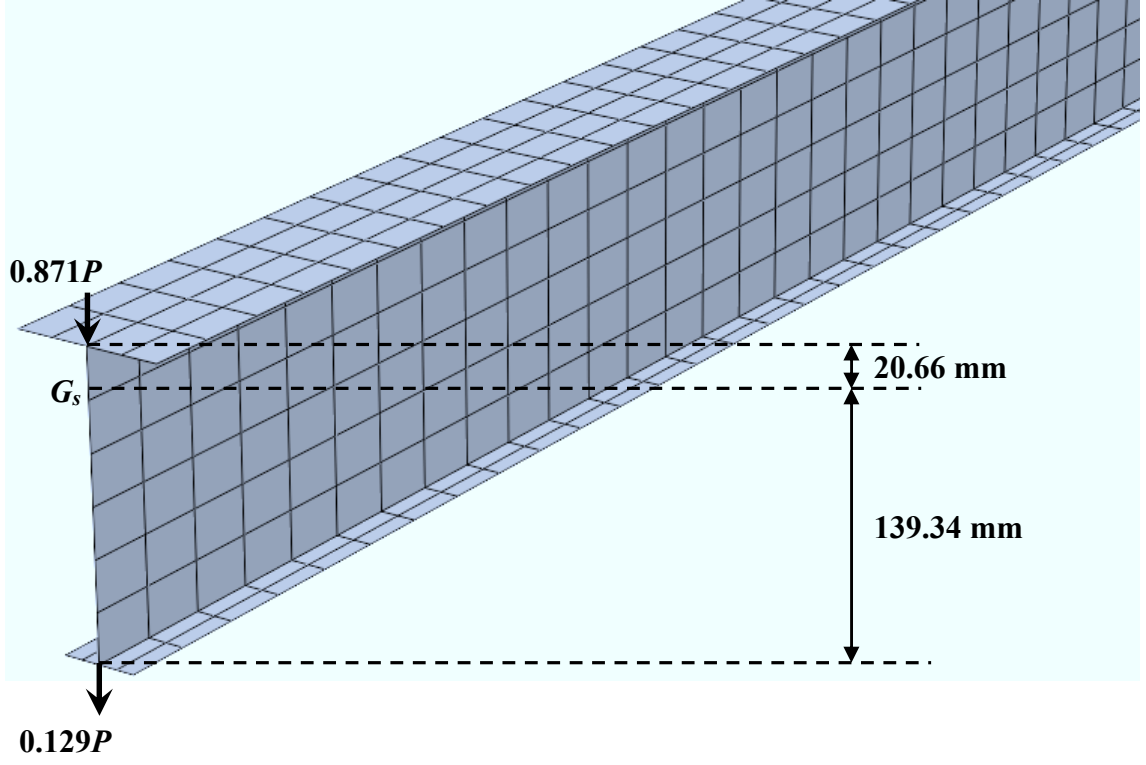
Şekil 2.17. ABAQUS konsol kiriş modelinde tutulu uç

Modellenen tüm konsol kirişlere yükler üst başlık, kesme merkezi ve alt başlık olmak üzere üç farklı bölgeden yüklenmiş ve elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükleri bulunmuştur. İki eksene göre simetrik I kesitlerde, yükün kesme merkezinden etki etmesi halinde, elemanda bölgesel kararsızlıklar oluşmaması için yük, bileşkesi kesme merkezinde olacak şekilde üst başlık, kesme merkezi ve alt başlık olmak üzere üç noktaya eşit olarak paylaştırılmıştır (Şekil 2.18).



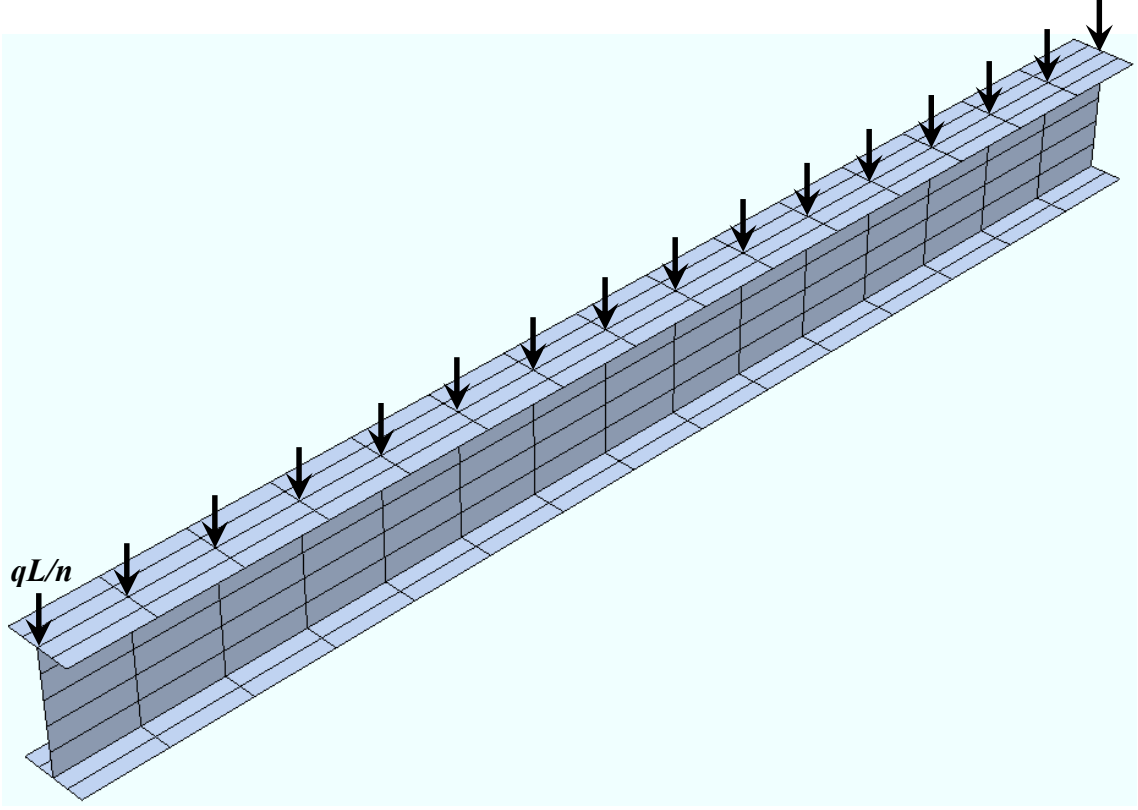
Şekil 2.18. İki eksene göre simetrik I kesitli bir konsol kirişin serbest ucuna  $P$  büyüklüğündeki bir tekil yükün kesme merkezinden yüklenmesi

Tek eksene göre simetrik I kesitlerde ise yüklemeyi kesme merkezinden yapabilmek için üst ve alt başlıktan bileşkesi kesme merkezinde olacak şekilde yükler yüklenmiştir. Şekil 2.19’da tek eksene göre simetrik bir I kesitli kirişin, serbest ucuna  $P$  büyüklüğündeki bir tekil yükün kesme merkezinden yüklenmesi hali görülmektedir.



Şekil 2.19. Tek eksene göre simetrik I kesitli bir konsol kirişin serbest ucuna  $P$  büyüklüğündeki bir tekil yükün kesme merkezinden yüklenmesi

Eleman boyunca düzgün yayılı yük hali için elemana yüklenecek yükün bileşkesi düzgün yayılı yükün şiddeti ile eleman boyunun çarpılması ile bulunmuştur. Daha sonra bu değer, yükleme yapılacak hat üzerindeki düğüm sayısına bölünerek düğümlere tekil yük olarak dağıtılmıştır. Şekil 2.20’de üst başlığına  $q$  şiddetinde düzgün yayılı yük etki eden I kesitli bir konsol kirişin ABAQUS modeli verilmiştir.

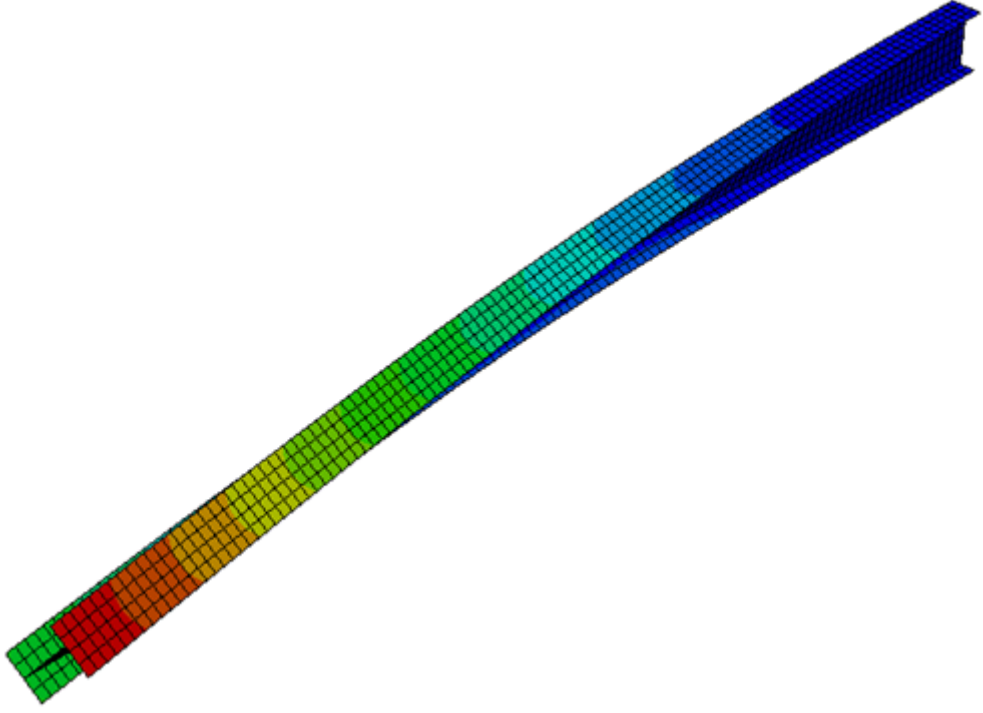


Şekil 2.20. I kesitli bir konsol kirişe  $q$  şiddetinde bir tekil yükün üst başlıktan yüklenmesi

Şekil 2.20’de  $n$ , yükleme yapılan düğüm sayısıdır.  $n$  değeri ne kadar büyük olursa, düzgün yayılı yük o kadar iyi modellenmiş olur. Şekil 2.20’de  $n$  sayısı, yükleme yönteminin kolay açıklanabilmesi için 16 gibi düşük bir sayıda tutulmuştur. Fakat çözümler yapılırken bu değer yükleme yapılacak hattaki bütün düğümlerin sayısına eşit olarak alınmıştır.

ABAQUS modellerinde, kesitte başlıklar 4, gövde ise 6 sonlu elemana ayrılmıştır. Elemanın boyu ise 100 sonlu elemana bölünmüştür. Sonlu eleman sayısını bu değerlerden daha fazla almanın sonuçlara önemli bir etkisinin olmadığı belirlenerek çözümler yapılmış ve elemanların elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükleri bulunmuştur (Şekil 2.21).



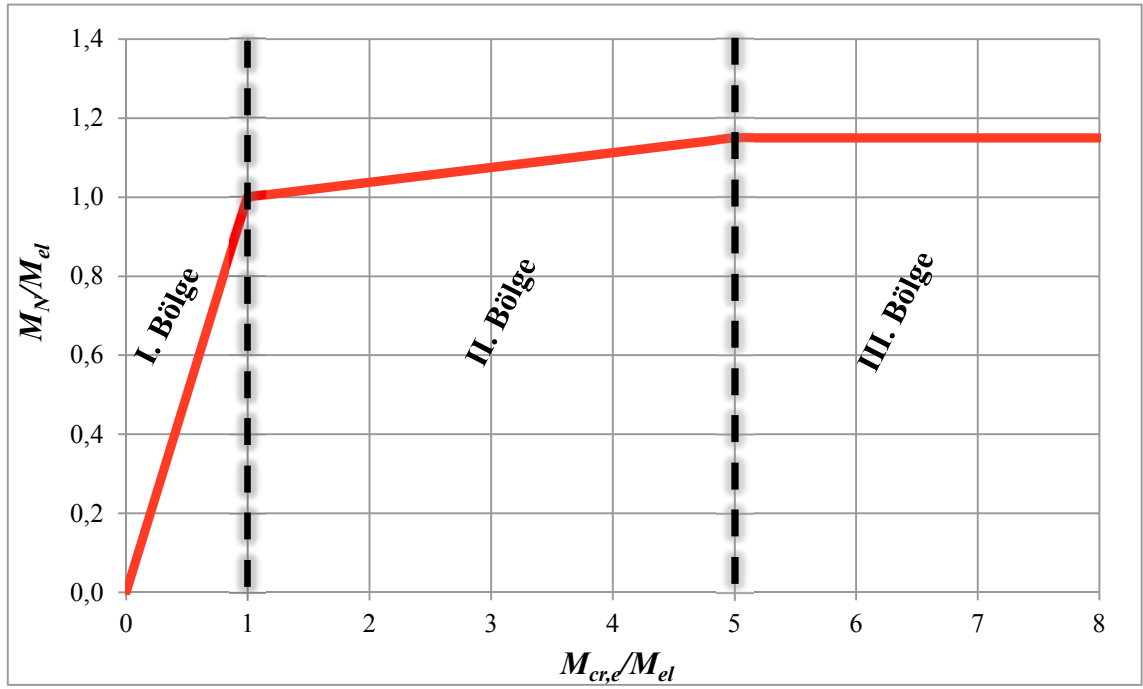


Şekil 2.21. I kesitli bir konsol kirişin yanal burulmalı burkulma hali

## BÖLÜM 3

## TASARIM ÖNERİSİ

Elemanın ilk akma momenti, tam plastik moment ve kritik yanal burulmalı burkulma momenti değerleri dikkate alınarak belirlenecek nominal moment değeri için Şekil 3.1’de bir grafik verilmiştir.

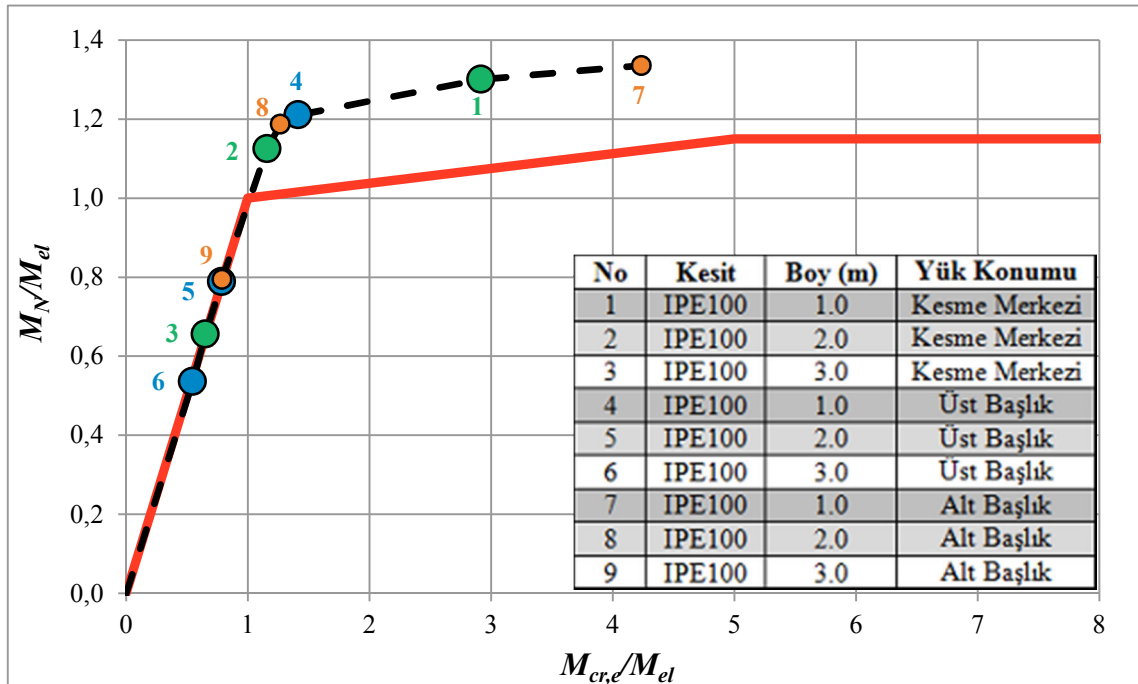


Şekil 3.1. Nominal moment değerinin bulunması

Şekil 3.1’de  $M_{cr,e}$ , elastik kritik yanal burulmalı burkulmalı momentini,  $M_{el}$ , ilk akma momentini,  $M_N$  ise nominal moment değerini göstermektedir. Şekil 3.1’de verilen grafiğe göre eğer  $M_{cr,e}/M_{el}$  oranı 1’den küçük ise eleman ilk akma momentinden önce elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentine erişir. Bu durumda  $M_N = M_{cr,e}$  alınmalıdır. Bu kısım I. Bölge olarak adlandırılmıştır. Eğer

$M_{cr,e}/M_{el}$  oranı 1 ile 5 arasında ise eleman ilk akma momentine ulaşmıştır fakat eleman inelastik yanal burulmalı burkulma haline geçebilir. Bu kısma II. Bölge adı verilmiştir.  $M_{cr,e}/M_{el}$  oranı 5'ten büyük ise elemanda yanal burulmalı burkulma etkileri göz önünde bulundurulmaz. Bu durumda nominal momentin  $M_p$ , tam plastik moment değerine eşit olduğu kabul edilerek  $M_N = M_p \cong 1.15M_{el}$  alınmalıdır. Bu son kısım ise III. Bölge olarak belirlenmiştir.

Şekil 3.2'de, Şekil 3.1'de verilen grafiğin üzerine, yapılan deneylerden elde edilen sonuçlar işaretlenmiştir.



Şekil 3.2. Deney sonuçlarının nominal moment grafiği üzerinde gösterilmesi

Şekil 3.2'de verilen grafik üzerindeki noktalar deneylerden elde edilen sonuçlara göre işaretlenmiştir. Noktaların yanında verilen etiketler ise daha önceki bölümlerde ifade edilen numune numarasını göstermektedir. Deney sonuçları incelendiğinde tam plastik momentin kabul edilen  $M_p \cong 1.15M_{el}$  değerinden daha fazla ( $M_p \cong 1.35M_{el}$ ) olduğu görülmektedir. Bu durumun sebebi, aslında var olan ve

deneelerde gözlenen pekleşme etkisinin teorik hesaplamalarda güvenli tarafta kalmak amacıyla göz önünde bulundurulmayışıdır.

Şekil 3.2’de verilen grafikten faydalanarak elemanın nominal momentine Çizelge 3.1’de verilen şekilde karar verilir.

Çizelge 3.1.  $M_N$  değerinin bulunması

Şart	$M_N$
$\frac{M_{cr,e}}{M_{el}} \leq 1$	$M_N = M_{cr,e}$
$1 < \frac{M_{cr,e}}{M_{el}} \leq 5$	$M_N = \left[ 0.9625 + 0.0375 \left( \frac{M_{cr,e}}{M_{el}} \right) \right] M_{el}$
$\frac{M_{cr,e}}{M_{el}} > 5$	$M_N = 1.15M_{el}$

Çizelge 3.1’de verilen  $M_{cr,e}$  değeri, farklı yükleme durumları için Denklem 2.162’de sunulan formül ile bulunabilir.  $M_{el}$  değeri ise aşağıda verilen şekilde bulunabilir.

$$M_{el} = \sigma_y W_{el} \quad (3.1)$$

Denklem 3.1’de  $\sigma_y$ , malzemenin akma gerilmesi,  $W_{el}$  ise kesitin kuvvetli eksenine göre elastik mukavemet momentidir. Tasarım momenti  $M_d$  ise aşağıdaki verilen ifade ile bulunur.

$$M_d = 0.7M_N \quad (3.2)$$

## BÖLÜM 4

## YÖNETMELİKLERDEKİ DÜZENLEMELER

#### 4.1.“TS648: Çelik Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları” Yönetmeliğine Göre Yanal Burkulma Emniyet Gerilmesinin Bulunması

Çalışmada, bu bölüme konu olan yönetmelik TS648 kısaltması ile anılacaktır. Eksenel simetrisi olan ve gövde yönünde yüklenen kirişlerde ve büyük asal eksenine göre yüklenen U kirişlerde basınç emniyet gerilmesi  $\sigma_B$  daha kesin yöntemlerle belirlenmediği müddetçe Çizelge 4.1’de verilen şartlara göre bulunur. Yalnız bu değer  $0.6\sigma_a$  değerini aşamaz. Burada  $\sigma_a$ , basınç başlığının akma gerilmesidir. Hesaplarda kgf ve cm birimleri kullanılmalıdır (T.S.E., 1980).

Çizelge 4.1. Basınç emniyet gerilmesi

Şart	$\sigma_B$
$\frac{L_b}{r_t} \leq \sqrt{\frac{30 * 10^6 c_b}{\sigma_a}}$	$\sigma_B = \left[ \frac{2}{3} - \frac{\sigma_a \left(\frac{L_b}{r_t}\right)^2}{90 * 10^6 c_b} \right] \sigma_a$
$\frac{L_b}{r_t} > \sqrt{\frac{30 * 10^6 c_b}{\sigma_a}}$	$\sigma_B = \frac{10 * 10^6 c_b}{\left(\frac{L_b}{r_t}\right)^2}$

Eğer basınç başlığı dolu ve yaklaşık olarak dikdörtgen enkesite sahip ve enkesitin çekme başlığı enkesitinden daha küçük değilse basınç emniyet gerilmesi aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$\sigma_B = \frac{84 * 10^4 c_b}{\frac{L_b h}{A_b}} \quad (4.1)$$

Çizelge 4.1 ve Denklem 4.1’de verilen ifadelerde  $L_b$ , kirişin basınç başlığının yanal yer değiştirmesinin önlendiği iki nokta arasındaki uzaklık,  $r_t$ , basınç başlığı ve gövdenin basınç bölgesinin 1/3’ünün kesitin kuvvetli eksenine göre atalet yarıçapı ve  $A_b$ , basınç başlığının enkesit alanı olarak alınmalıdır.  $c_b$  ise aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$c_b = 1,75 + 1,05 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) + 0,3 \left( \frac{M_1}{M_2} \right)^2 \leq 2,3 \quad (4.2)$$

Denklem 4.2’de  $M_1$ , kirişin yanal desteklerinin olduğu noktalardaki uç momentlerin küçüğü ve  $M_2$ , kirişin yanal desteklerinin olduğu noktalardaki uç momentlerin büyüğüdür. Momentlerin oranı  $M_1/M_2$  eğer  $M_1$  ve  $M_2$  aynı işarete sahipse (iki yönlü eğilme) pozitif, ayrı işarete sahipse (tek yönlü eğilme) negatiftir. Yanal mesnetler arasında herhangi bir noktadaki moment uç momentlerinden fazlaysa  $c_b = 1$  olarak alınmalıdır.

#### 4.2. “Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1.1. General Rules and Rules for Buildings (EN1993-1-1)” Yönetmeliğine Göre Yanal Burulmalı Burkulma Tasarım Momentinin Bulunması

Çalışmada, bu bölüme konu olan yönetmelik EC3 kısaltması ile anılacaktır. EC3 yönetmeliğine göre, yanal yer değiştirmesi önlenmemiş bir kiriş için yanal burulmalı burkulma tasarım momenti aşağıda verilen şekilde belirlenir (C.E.N., 2005).

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{\sigma_y}{\gamma_{M1}} \quad (4.3)$$

Denklem 4.3'teki  $\gamma_{M1}$ , Stabilite Direnç Katsayısı'dır ve 1.00 alınması önerilmektedir.  $W_y$ , Çizelge 4.2'de verilen şekilde, kesit sınıfına göre seçilecek uygun mukavemet momentidir.

Çizelge 4.2. Uygun mukavemet momentinin belirlenmesi

Kesit Sınıfı	$W_y$
Class 1 ve 2	$W_y = W_{pl}$ (Plastik mukavemet momentini)
Class 3	$W_y = W_{el}$ (Elastik mukavemet momentini)
Class 4	$W_y = W_{eff}$ (Etkin mukavemet momentini)

Denklem 4.3'te verilen  $\chi_{LT}$  azaltma katsayısı aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1 \quad (4.4)$$

Denklem 4.4'teki  $\bar{\lambda}_{LT}$  boyutsuz narinlik aşağıda verilen ifade ile hesaplanır.

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \sigma_y}{M_{cr,e}}} \quad (4.5)$$

$\bar{\lambda}_{LT}$  narinliği kullanılarak hesaplanacak  $\phi_{LT}$  katsayısı ise aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\phi_{LT} = 0.5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (4.6)$$

Denklem 4.6'daki  $\alpha_{LT}$ , burkulma eğrisine gore seçilecek kusur çarpanıdır ve izelge 4.3'te verilen şekilde seçilir.

Çizelge 4.3. Kusur arpanı

Burkulma Eğrisi	a	b	c	d
Kusur arpanı ( $\alpha_{LT}$ )	0.21	0.34	0.49	0.76

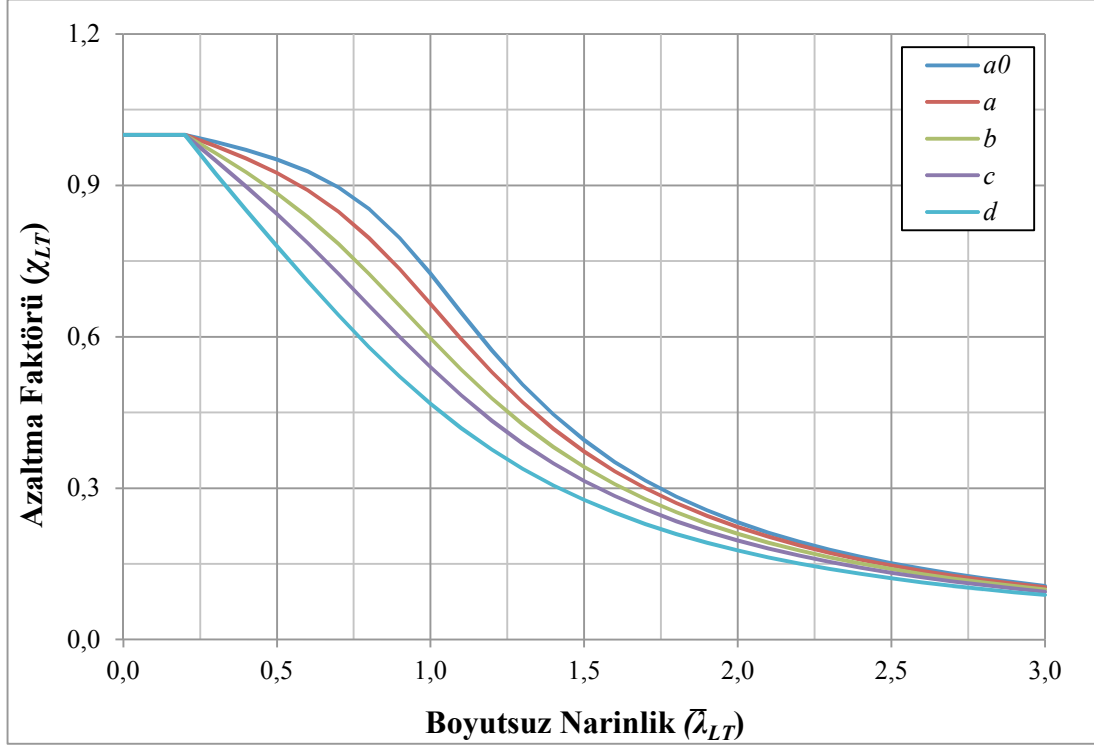
Burkulma eğrisine ise izelge 4.4 yardımı ile karar verilir.

Çizelge 4.4. Burkulma eğrisi seçimi

Kesit Tipi	şart	Burkulma Eğrisi
Haddelenmiş Kesitler	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
Yapım Kesitler	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
Diğer Kesitler	-	d



Çizelge 4.4'te verilen  $b$ , kesit genişliğidir.  $\chi_{LT}$  azaltma katsayısı Şekil 4.1'de verilen grafikten  $\bar{\lambda}_{LT}$  boyutsuz narinliğine ve burkulma eğrisine bağlı olarak da alınabilir.



Şekil 4.1. Azaltma katsayısı - Narinlik

Güncel EC3 yönetmeliğinde elemanların elastik kritik yanal burulmalı burkulma momenti  $M_{cr,e}$  değerinin bulunabilmesi için herhangi bir yöntem önerilmemiştir.

### 4.3. “ANSI/AISC 360-10: Specification for Structural Steel Buildings”

#### Yönetmeliğine Göre Yanal Burulmalı Burkulma Tasarım Momentinin Bulunması

Çalışmada, bu bölüme konu olan yönetmelik AISC kısaltması ile anılacaktır. AISC yönetmeliğine göre elemanların yanal burulmalı burkulma tasarım momentinin bulunması konusu alt bölümlere ayrılmıştır.

#### 4.3.1. İki eksene göre simetrik kompakt gövdesi ve kompakt, kompakt olmayan veya narin başlıklara sahip I kesitler ve tüm U kesitler için yanal burulmalı burkulma tasarım momentinin bulunması

İki eksene göre simetrik kompakt gövdesi ve kompakt, kompakt olmayan veya narin başlıklara sahip I kesitler ve tüm U kesitler için yanal burulmalı burkulma tasarım momentinin belirlenmesinde gereken  $L_r$ ,  $L_p$  boyları aşağıda verilen ifadeler ile belirlenir (A.I.S.C., 2010).

$$L_r = 1.95r_{ts} \frac{E}{0.7\sigma_y} \sqrt{\frac{I_t c}{W_{el} d} + \sqrt{\left(\frac{I_t c}{W_{el} d}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7\sigma_y}{E}\right)^2}} \quad (4.7)$$

$$L_p = 1.76r_y \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \quad (4.8)$$

Denklem 4.8’deki  $r_y$ , kesitin zayıf eksene göre atalet yarıçapıdır. Denklem 4.7’de verilen  $r_{ts}$ , efektif atalet yarıçapı aşağıda verilen şekilde bulunur.

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{W_{el}} \quad (4.9)$$

Yine Denklem 4.7’de verilen  $c$ , kesit geometrisine bağlı bir parametredir ve bu parametrenin alacağı değer Çizelge 4.5’de verilen ifadelerle belirlenir.

Çizelge 4.5.  $c$  parametresi

Kesit Tipi	$c$
İki eksene göre simetrik I kesit	1.0
U kesit	$\frac{d}{2} \sqrt{\frac{I_y}{C_w}}$

Bu aşamadan sonra nominal moment  $M_N$ , Çizelge 4.6'de verilen şartlara göre belirlenir.

Çizelge 4.6. Nominal momentin bulunması

Şart	Nominal Moment
$L_p < L_b \leq L_r$	$M_N = C_b \left[ M_p - (M_p - 0.7\sigma_y W_{el}) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p$
$L_b > L_r$	$M_N = M_{cr} = W_{el} \frac{C_b \pi^2 E}{\left( \frac{L_b}{r_{ts}} \right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{I_t c}{W_{el} d} \left( \frac{L_b}{r_{ts}} \right)^2}$

Çizelge 4.6'da verilen  $C_b$ , düzgün olmayan moment diyagramları için yanıl burulmalı burkulma katsayısıdır ve aşağıda verilen şekilde bulunur.

$$C_b = \frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (4.10)$$

Denklem 4.10'da verilen,  $M_{max}$ , tutulu olmayan eleman parçasındaki en büyük momentin mutlak değeri,  $M_A$ , tutulu olmayan eleman parçasının çeyreğindeki momentin mutlak değeri,  $M_B$ , tutulu olmayan eleman parçasının yarısındaki momentin mutlak değeri ve  $M_C$ , tutulu olmayan eleman parçasının üçüncü çeyreğindeki momentin mutlak değeridir. Serbest ucu tutulu olmayan konsollar ya da çıkmalar için  $C_b = 1.0$  alınır.

### 4.3.2. Kompakt veya kompakt olmayan gövdeye sahip diğer I kesitler için yanal burulmalı burkulma tasarım momentinin bulunması

Kompakt veya kompakt olmayan gövdeye sahip diğer I kesitlerin yanal burulmalı burkulma tasarım momentinin belirlenmesi için gereken  $L_r$ ,  $L_p$  boyları aşağıda verilen denklemlerle belirlenir.

$$L_r = 1.95r_t \frac{E}{\sigma_L} \sqrt{\frac{I_t}{W_{el,c}d} + \sqrt{\left(\frac{I_t}{W_{el,c}d}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{\sigma_L}{E}\right)^2}} \quad (4.11)$$

$$L_p = 1.1r_t \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \quad (4.12)$$

Denklem 4.11'de  $W_{el,c}$ , kesitin basınç başlığına göre elastik mukavemet momentidir.  $\sigma_L$ , basınç başlığındaki gerilmenin büyüklüğü ise Çizelge 4.7'de verilen şartlara göre belirlenir.

Çizelge 4.7. Basınç başlığındaki gerilme

Şart	$\sigma_L$
$\frac{W_{el,t}}{W_{el,c}} \geq 0.7$	$\sigma_L = 0.7\sigma_y$
$\frac{W_{el,t}}{W_{el,c}} < 0.7$	$\sigma_L = \sigma_y \frac{W_{el,t}}{W_{el,c}} \geq 0.5\sigma_y$

Çizelge 4.7'de verilen  $W_{el,t}$ , kesitin çekme başlığına göre elastik mukavemet momentidir.  $r_t$  ise aşağıda verilen şekilde bulunur.

$$r_t = \frac{b_{fc}}{\sqrt{12 \left( \frac{d}{h} + \frac{1}{6} a_w \frac{d_0^2}{dh} \right)}} \quad (4.13)$$

Denklem 4.13'te,  $b_{fc}$ , basınç başlığının genişliği ve  $d_0$ , başlıkları gövdeye birleştiren eğrisel kısımlar hariç olmak üzere, net gövde boyu olarak alınmalıdır.  $a_w$  ise aşağıda verilen ifade ile bulunur.

$$a_w = \frac{h_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} \quad (4.14)$$

Denklem 4.14'te,  $h_c$ , kesitin basınç başlığını gövdeye birleştiren eğrisel kısmın gövde ile birleştiği nokta ile kesitin ağırlık merkezi arasındaki mesafenin 2 katı olarak alınmalıdır.  $t_{fc}$  ise basınç başlığı kalınlığıdır.

Bu verilerle beraber yanal burulmalı burkulma tasarım momenti  $M_N$ , Çizelge 4.8'de verilen şartlara göre belirlenir.

Çizelge 4.8. Nominal moment

Şart	$M_N$
$L_p < L_b \leq L_r$	$M_N = C_b \left[ R_{pc} M_{el,c} - (R_{pc} M_{el,c} - \sigma_L W_{el,c}) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right]$ $\leq R_{pc} M_{el,c}$
$L_b > L_r$	$M_N = M_{cr,e} = W_{el,c} \frac{C_b \pi^2 E}{\left( \frac{L_b}{r_t} \right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{I_t}{W_{el,c} d} \left( \frac{L_b}{r_t} \right)^2} \leq R_{pc} M_{el,c}$

Çizelge 4.8'de verilen  $M_{el,c} = \sigma_y W_{el,c}$ , kesitin basınç başlığına göre ilk akma momentidir. Eğer  $I_{yc}/I_y \leq 0.23$  ise Çizelge 4.8'deki  $I_t = 0$  alınmalıdır.  $R_{pc}$ , gövde plastikleşme faktörü ise Çizelge 4.9'da verilen şartlara göre hesaplanır.

Çizelge 4.9. Gövde plastikleşme faktörü

Şart		$R_{pc}$
$\frac{I_{yc}}{I_y} > 0.23$	$\frac{h_c}{t_w} \leq \lambda_{pw}$	$R_{pc} = \frac{M_p}{M_{el,c}}$
	$\frac{h_c}{t_w} > \lambda_{pw}$	$R_{pc} = \left[ \frac{M_p}{M_{el,c}} - \left( \frac{M_p}{M_{el,c}} - 1 \right) \left( \frac{GK_g - \lambda_{pw}}{\lambda_{rw} - \lambda_{pw}} \right) \right] \leq \frac{M_p}{M_{el,c}}$
$\frac{I_{yc}}{I_y} \leq 0.23$		$R_{pc} = 1.0$

Çizelge 4.9'da  $GK_g = h_c/t_w$  Genişlik/Kalınlık oranı,  $\lambda_{pw}$ , kompakt kesit gövdesi için narinlik sınır değeri,  $\lambda_{rw}$  ise kompakt olmayan kesit gövdesi için narinlik sınır değeridir.

#### 4.3.3. Narin gövdesi olan tek veya iki eksene göre simetrik I kesitler için yanal burulmalı burkulma tasarım momentinin bulunması

Narin gövdesi olan tek veya iki eksene göre simetrik I kesitler için yanal burulmalı burkulma tasarım momentinin belirlenmesinde gereken  $L_r$ ,  $L_p$  boyları aşağıda verilen şekilde belirlenir.

$$L_r = \pi r_t \sqrt{\frac{E}{0.7\sigma_y}} \quad (4.15)$$

$$L_p = 1.1 r_t \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \quad (4.16)$$

Narin gövdesi olan tek veya iki eksene göre simetrik I kesitler için kritik gerilme Çizelge 4.10'da verilen kriterlere göre bulunur.

Çizelge 4.10. Kritik gerilmenin belirlenmesi

Şart	$\sigma_{cr}$
$L_p < L_b \leq L_r$	$\sigma_{cr} = C_b \left[ \sigma_y - (0.3\sigma_y) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq \sigma_y$
$L_b > L_r$	$\sigma_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left( \frac{L_b}{r_t} \right)^2} \leq \sigma_y$

Çizelge 4.10'da verilen  $\sigma_{cr}$ , kritik gerilmedir. Bu verilerle beraber tasarım momenti aşağıda verilen şekilde bulunur.

$$M_N = R_{pg} W_{el,c} \sigma_{cr} \quad (4.17)$$

Denklem 4.17'de verilen  $R_{pg}$ , eğilme dayanımı azaltma faktörü ise aşağıda verilen ifade ile elde edilir.

$$R_{pg} = 1 - \frac{a_w}{1200 + 300a_w} \left( \frac{h_c}{t_w} - 5.7 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \right) \leq 1.0 \quad (4.18)$$

Denklem 4.18'de tanımlanan  $a_w$ , oranının değeri 10'u geçmemelidir.

## BÖLÜM 5

### DENEYSEL ÇALIŞMALAR

Deneysel çalışmalar için 9 adet IPE100 kesitli numune hazırlanmıştır. Bu elemanlar 1 m, 2 m ve 3 m olmak üzere 3 farklı boyda ve serbest ucundan üst başlık, kesme merkezi ve alt başlık olmak üzere 3 farklı yükleme konumundan yüklenebilecek şekilde her boy için 3'er adet hazırlanmıştır. Hazırlanan numunelerin özellikleri Çizelge 5.1'de verilmiştir.

Çizelge 5.1. Hazırlanan numuneler

No	Kesit	Boy (m)	Yük Konumu
1	IPE100	1.0	Kesme Merkezi
2	IPE100	2.0	Kesme Merkezi
3	IPE100	3.0	Kesme Merkezi
4	IPE100	1.0	Üst Başlık
5	IPE100	2.0	Üst Başlık
6	IPE100	3.0	Üst Başlık
7	IPE100	1.0	Alt Başlık
8	IPE100	2.0	Alt Başlık
9	IPE100	3.0	Alt Başlık

Numuneler önce Çizelge 5.1'de verilen boylarından 30'ar cm daha uzun olarak hazırlanmış ve numunelerin üretildiği malzemenin mekanik özelliklerini belirlemek amacıyla söz edilen fazla kısımlardan her eleman için TS EN ISO 6892-1 (T.S.E., 2011) yönetmeliğine uygun ikişer adet kupon çıkartılmıştır. Daha sonra numunelerin bu fazla kısımları kesilerek atılmıştır. Çıkarılan kuponlar çekme testine tabi tutularak her eleman için ortalama akma gerilmesi, kopma gerilmesi ve elastisite modülü belirlenmiştir. Mekanik özellikleri belirlenen elemanlar yükleme çerçevesine yerleştirilip elemanların serbest ucuna etki eden tekil yükler etkisi altında davranışları incelenmiştir. Deneyler sırasında artan yük ile beraber yük şiddeti, serbest uçtaki



çökme ve serbest uçtaki burulma açısı, mesnette üst ve alt başlıktaki birim uzama miktarları değerlendirilmek üzere kaydedilmiştir.

### 5.1. Deneysel Çalışmalarda Kullanılan Donanım

Deneysel çalışmalarda kullanılan IPE100 kesitli elemanların malzemesinin mekanik özelliklerini belirlemek amacıyla kuponlar üzerinde yapılan çekme deneyleri, Shimadzu AG-IS 250kN üniversal test cihazı ile yapılmıştır (Şekil 5.1). Üzerinde bulunan iki adet kamera ile şekil değiştirmeleri optik yöntemle ölçen bilgisayar kontrollü bu cihaz 250 kN yükleme kapasitesine sahiptir.



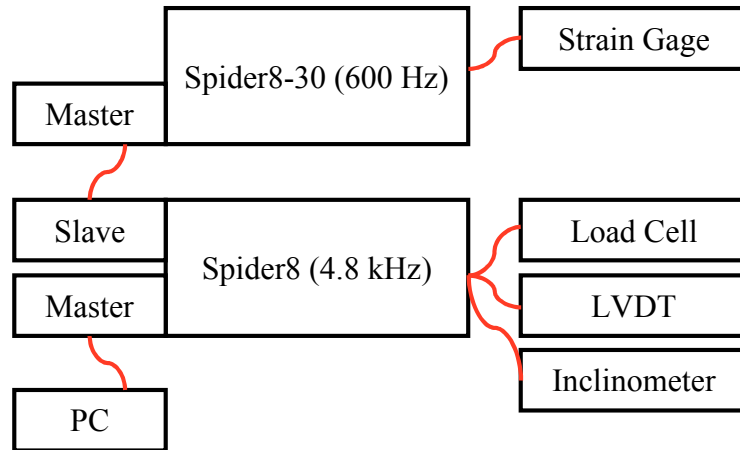
Şekil 5.1. Shimadzu AG-IS 250kN üniversal test cihazı

Deneyler sırasında load cell, LVDT (Linear Variable Differential Transformer), inclinometer ve strain gage'lerden gelen veriyi toplamak için HBM firmasının ürettiği Spider8-30 ve Spider8 olmak üzere iki farklı veri toplama cihazı kullanılmıştır (Şekil 5.2).



Şekil 5.2. Spider8-30 ve Spider8 veri toplama cihazları

Spider8-30 veri toplama cihazının frekansı 600 Hz, Spider8 veri toplama cihazının frekansı ise 4.8 kHz'dir. Strain gage'ler Spider8-30'a, diğer aktarıcılar ise Spider8'e bağlanarak 16 verilik frekans ile veriler toplanmıştır. Şekil 5.3'te veri toplama sisteminin bağlantı şeması verilmiştir.



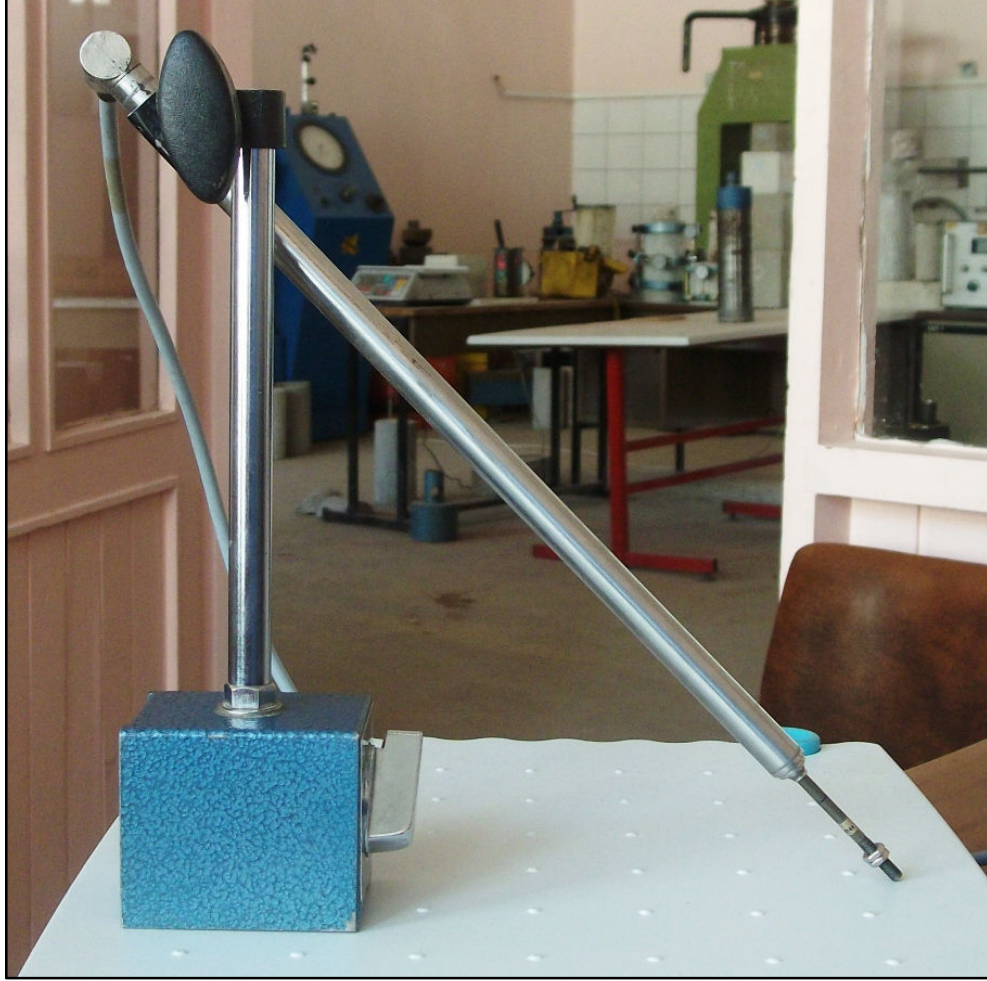
Şekil 5.3. Veri toplama sisteminin bağlantı şeması

Uygulanan yüklemenin şiddetini ölçmek için HBM firmasının ürettiği U10M-250 kN load cell kullanılmıştır (Şekil 5.4). Bu cihaz, şiddeti 250 kN'a kadar olan kuvvetleri veri toplama sistemine aktarabilir özelliktedir.



Şekil 5.4. U10M-250 kN load cell

Numunelerin serbest ucundaki çökme miktarlarını bulmak için yine HBM firmasının ürettiği WA-200 mm LVDT kullanılmıştır (Şekil 5.5). Cihaz, 200 mm'ye kadar olan değerleri  $10^{-4}$  mm hassasiyetle aktarabilmektedir.



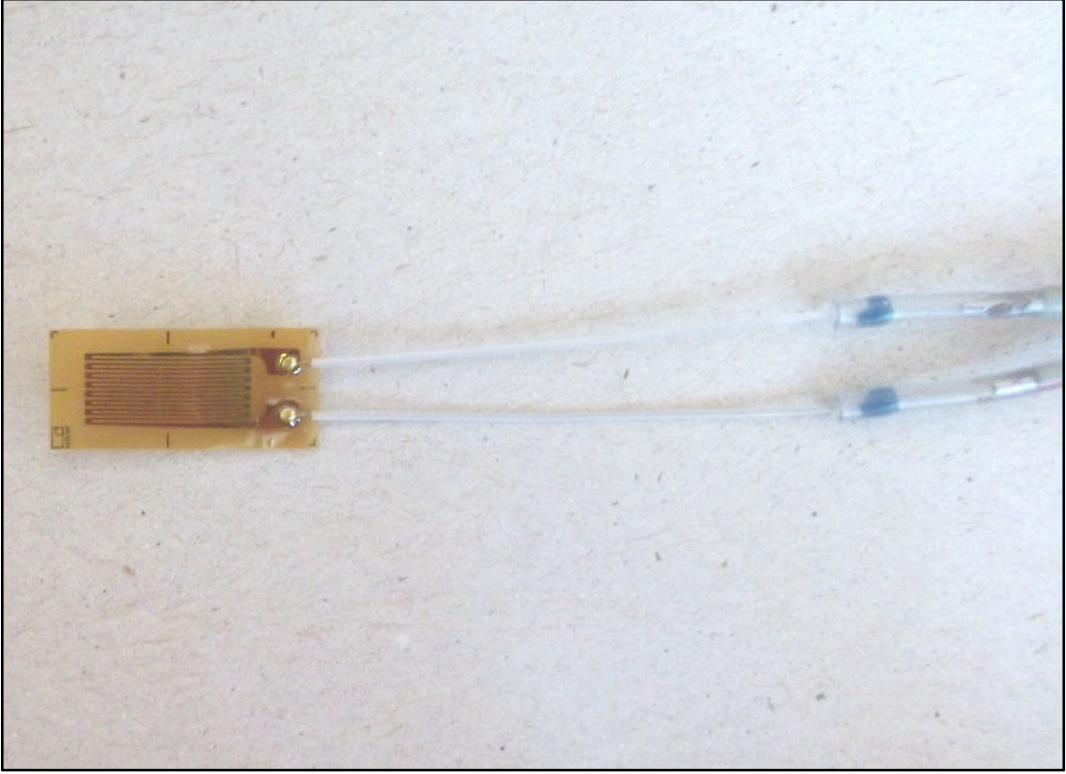
Şekil 5.5. WA-200 mm LVDT

Deneylerde numunelerin serbest ucundaki burulma açısını ölçmek için Seika N3 model inclinometer kullanılmıştır (Şekil 5.6). Bu cihaz 30 dereceye kadar olan açıları 0.005 dereceden daha küçük hassasiyetlerle ölçebilecek şekilde tasarlanmıştır.



Şekil 5.6. Seika N3 inclinometer

Numunelerin belirli bölgelerindeki birim şekil değiştirmeleri ölçmek için HBM firması tarafından üretilen LY41-10/120 model strain gage'ler kullanılmıştır (Şekil 5.7). 120 ohm dirence sahip bu strain gage'lerin gage faktörü 2.08 olarak belirtilmiştir.



Şekil 5.7. LY41-10/120 strain gage

Yüklemeler ENERPAC firması tarafından üretilen P464 model hidrolik pompa kullanılarak yapılmıştır. El ile kontrol edilen bu pompa 700 bar'a kadar hidrolik basınç uygulayabilmektedir (Şekil 5.8).



Şekil 5.8. ENERPAC P464 hidrolik pompa

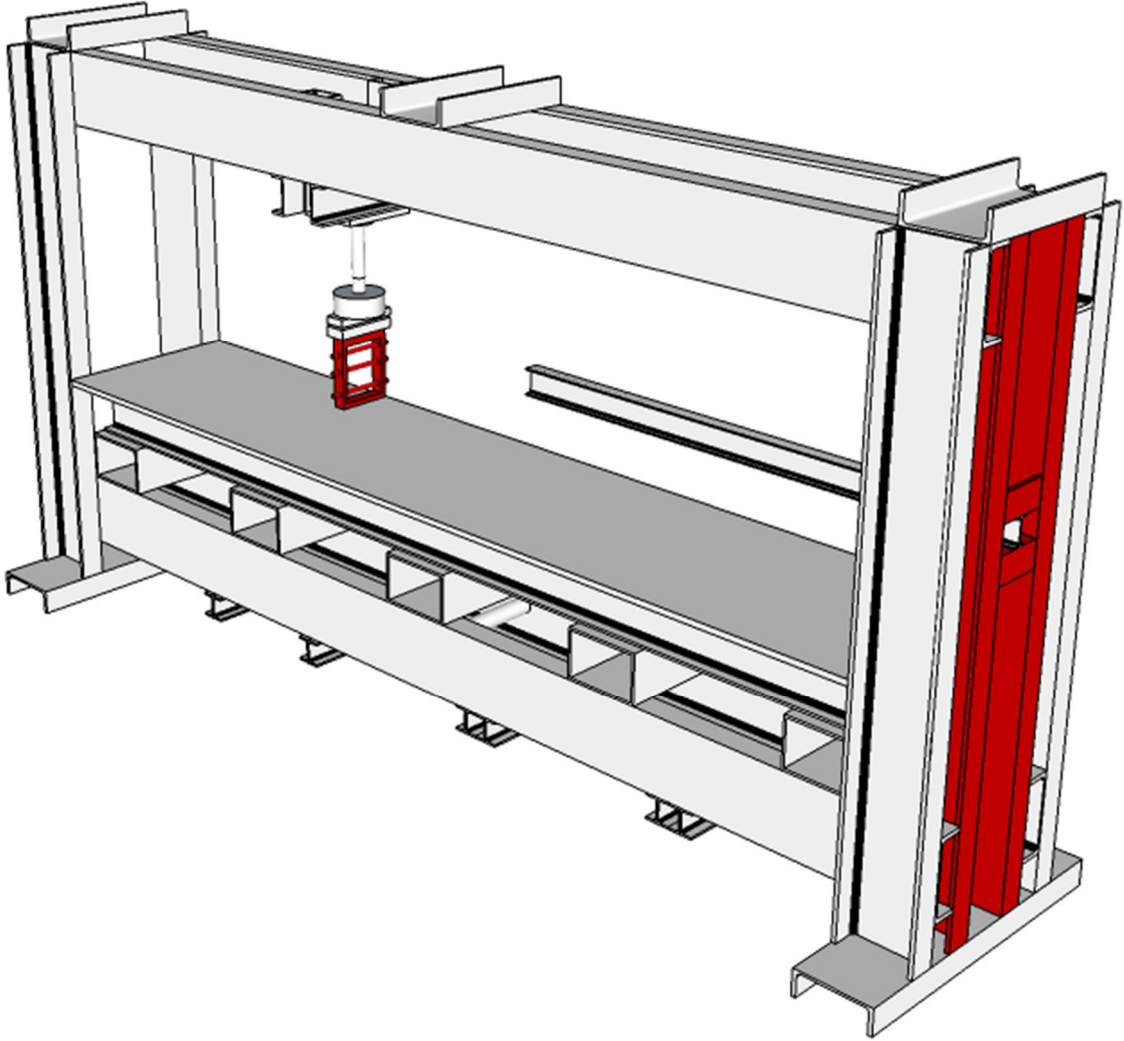
Numuneler U ve kutu kesitlerden yapılmış bir yükleme çerçevesine mesnetlenerek deneyler yapılmıştır (Şekil 5.9).



Şekil 5.9. Yüklemeye çerçevesi

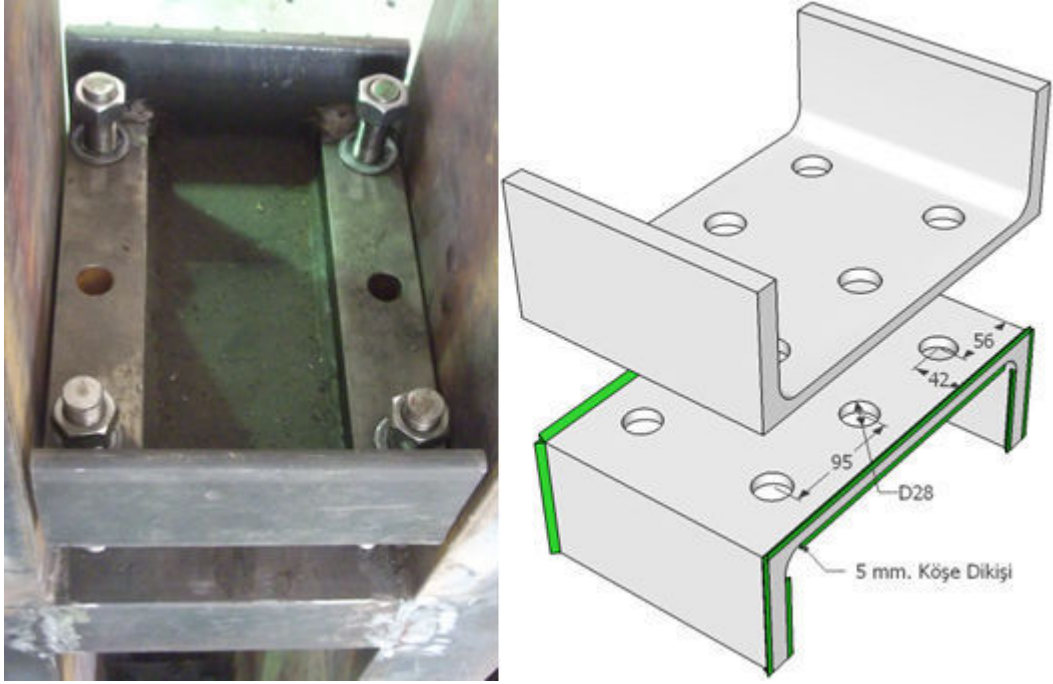
Söz edilen yüklemeye çerçevesine, numunelerin bir ucu ankastre, diğere ucu serbest kalabilecek şekilde bağlanabileceği bir mesnet ve numunelerin serbest ucunda üst başlık, kesme merkezi ve alt başlık konularından yüklemeye yapabilecek bir yüklemeye aparatı eklenmiştir. Yüklemeye çerçevesinde yapılan düzenlemeler Şekil 5.10'da gösterilmiştir.





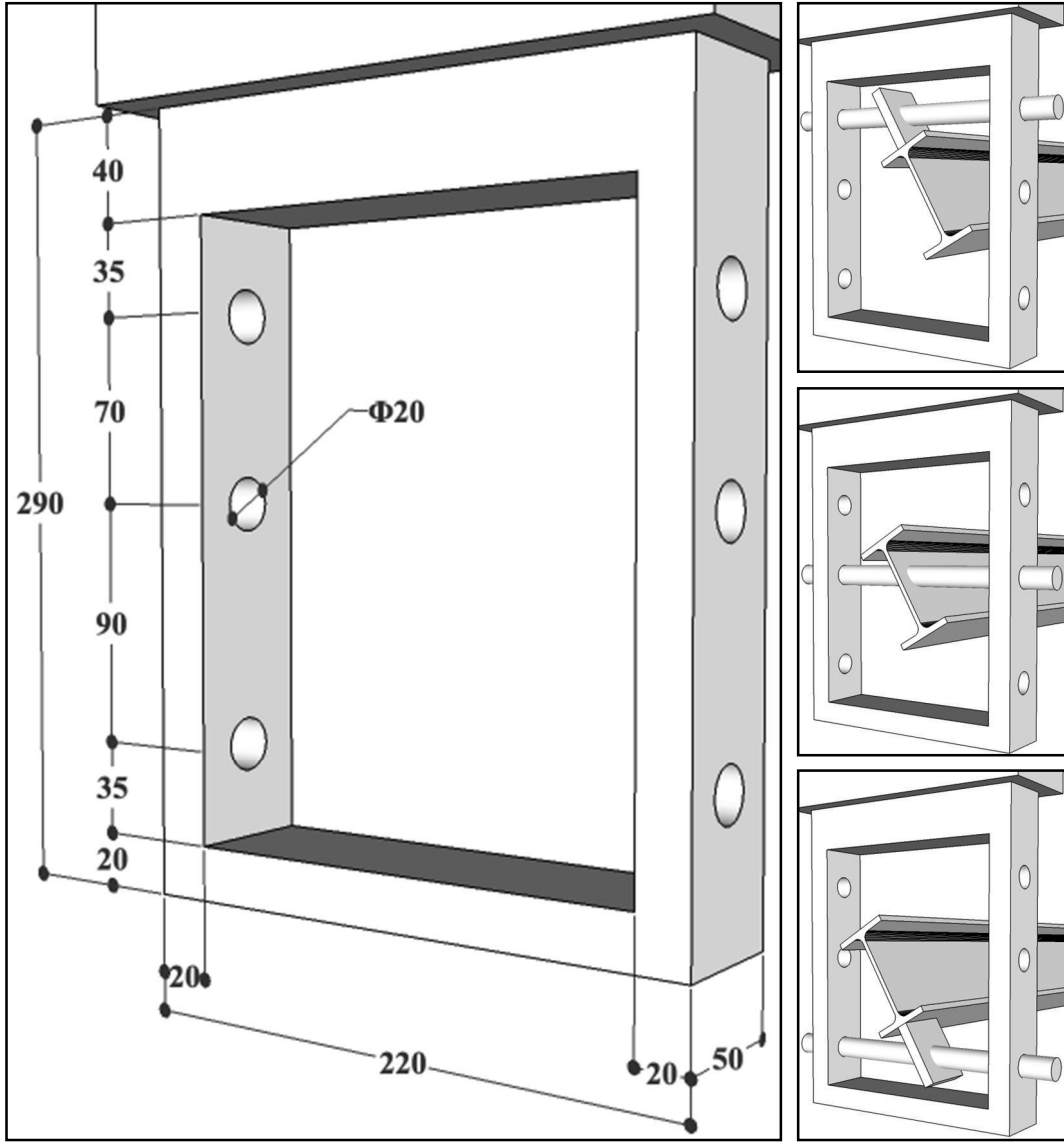
Şekil 5.10. Yüklemeye çerçevesinde yapılan düzenlemeler

Yüklemeye çerçevesine eklenen mesnet, iki adet uzun ve iki adet kısa U300 profilden oluşturulmuştur (Şekil 5.11). Uzun olan elemanlar yüklemeye çerçevesine düşey olarak kaynatılmış ve numuneleri tutacak kısa elemanların bağlanacağı platform olarak düşünülmüştür. Kısa elemanlar üzerinde 6 adet delik açılmıştır ve numuneler bu elemanların arasında  $\varnothing 28$  bulonlar ile sıkıştırılarak bu noktada dönmeleri engellenmiştir. Altta ki parça düşey elemanlara içten ve dıştan 5 mm köşe kaynak dikişleri ile kaynatılmıştır. Üstteki parça serbestçe hareket edebilmektedir.



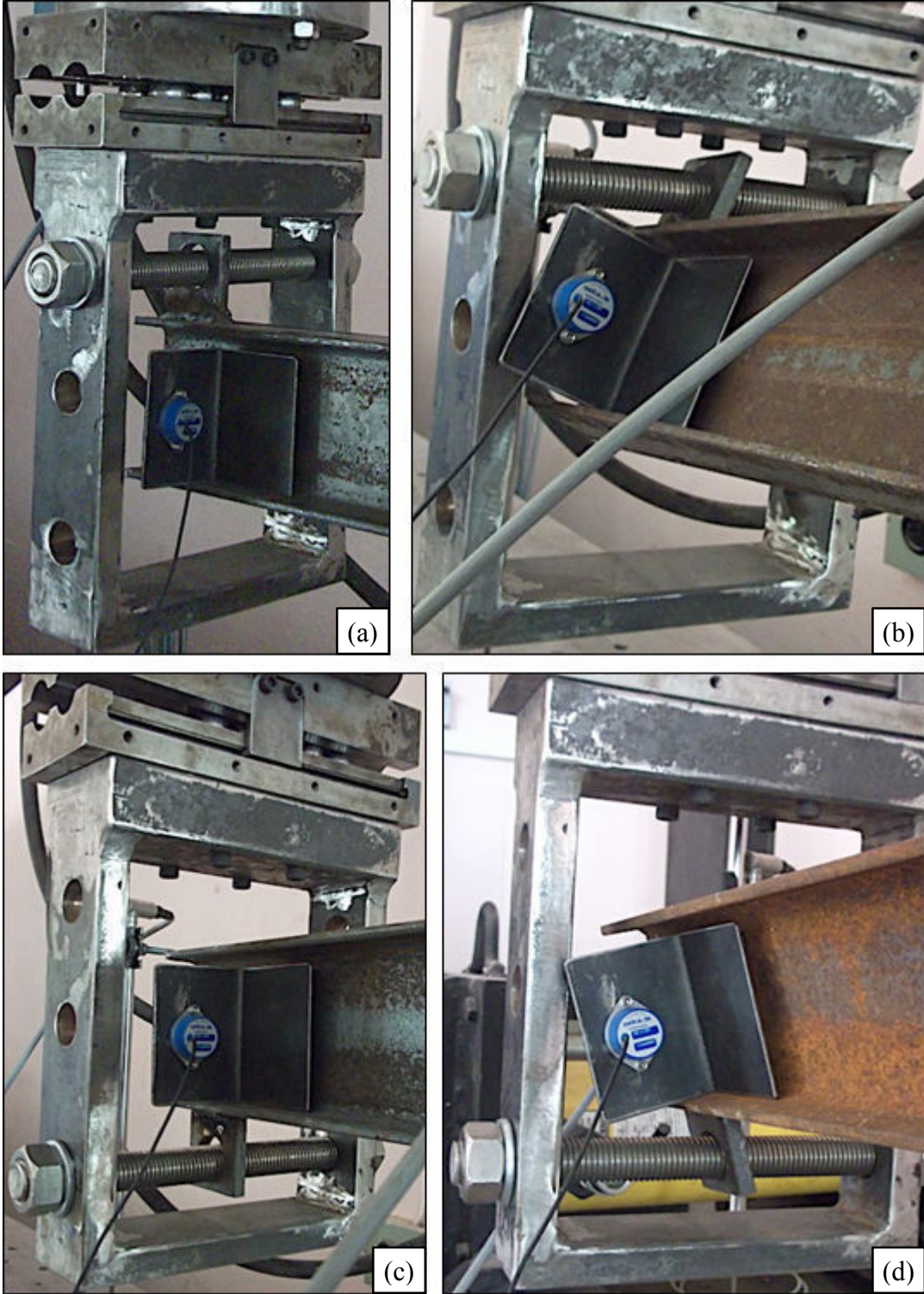
Şekil 5.11. Ankastre mesnet

Yükleme aparatı ise üzerine üç farklı noktada karşılıklı delikler açılmış bir çerçevedir. Yüklem bu karşılıklı deliklerden geçebilen bir  $\varnothing 20$  bulon ile yapılmaktadır. Yüklem aparatının boyutları ve üzerindeki deliklerin konumu, deney numunesi üst başlık, kesme merkezi ve alt başlık yük konumlarından yüklendiğinde, deney numunesinin yüklem aparatının içinde serbestçe burulabileceği şekilde belirlenmiştir. Şekil 5.12’de yüklem aparatının ölçüleri mm cinsinden verilmiştir.



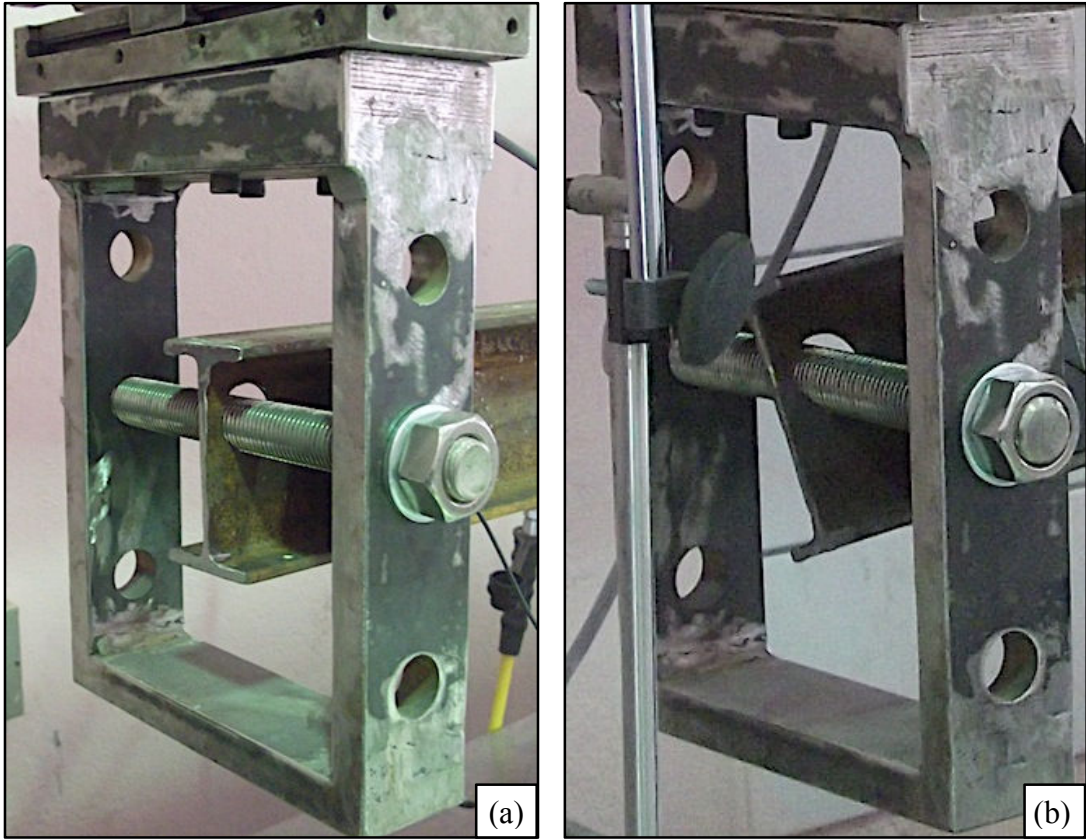
Şekil 5.12. Yükleme aparatı

Şekil 5.12’de verilen yükleme aparatı ile numunelere üst başlık ve alt başlık konumlarından yük uygulayabilmek için numunelerin serbest ucunda yükleme yapılacak başlığa bir levha kaynatılmıştır. Bu levha üzerinde, yükleme aparatındaki bulonun geçebileceği ve elemanın serbestçe burulmasına izin verecek genişlikte bir delik bulunmaktadır (Şekil 5.13).



Şekil 5.13. Üst ve alt başlıklardan yükleme a) üst başlıktan yüklü kararlı hal, b) üst başlıktan yüklü burulmuş hal, c) alt başlıktan yüklü kararlı hal, d) alt başlıktan yüklü burulmuş hal

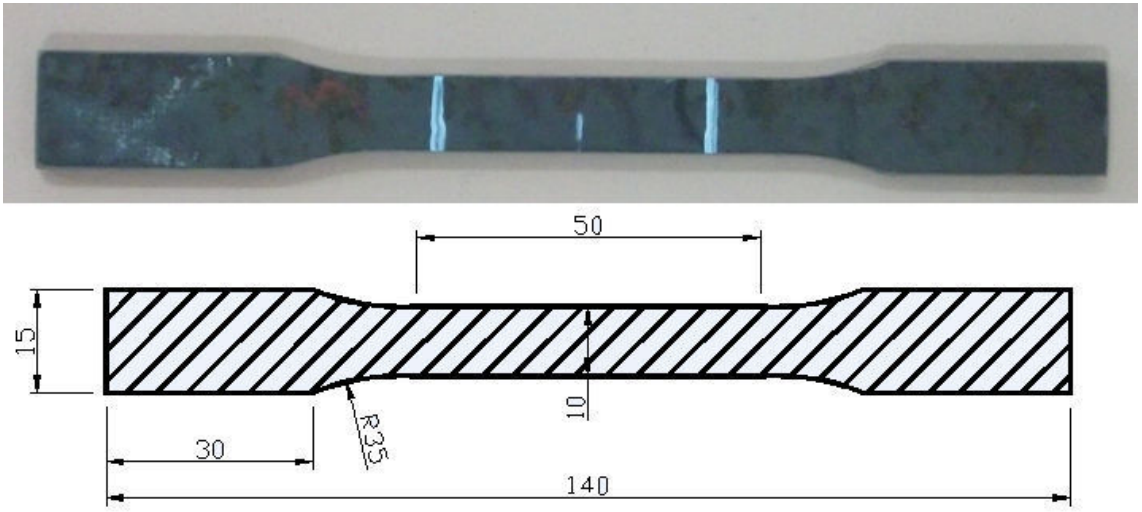
Numuneleri kesme merkezinden yüklemek için ise numunelerin serbest ucuna teğeti kesitin kesme merkezi ile çakışan bir delik açılmıştır. Bu delik de, yükleme aparatındaki bulonun geçebileceği ve elemanın serbestçe burulmasına izin verecek genişliktedir (şekil 5.14).



şekil 5.14. Kesme merkezinden yükleme a) kararlı hal, b) burulmuş hal

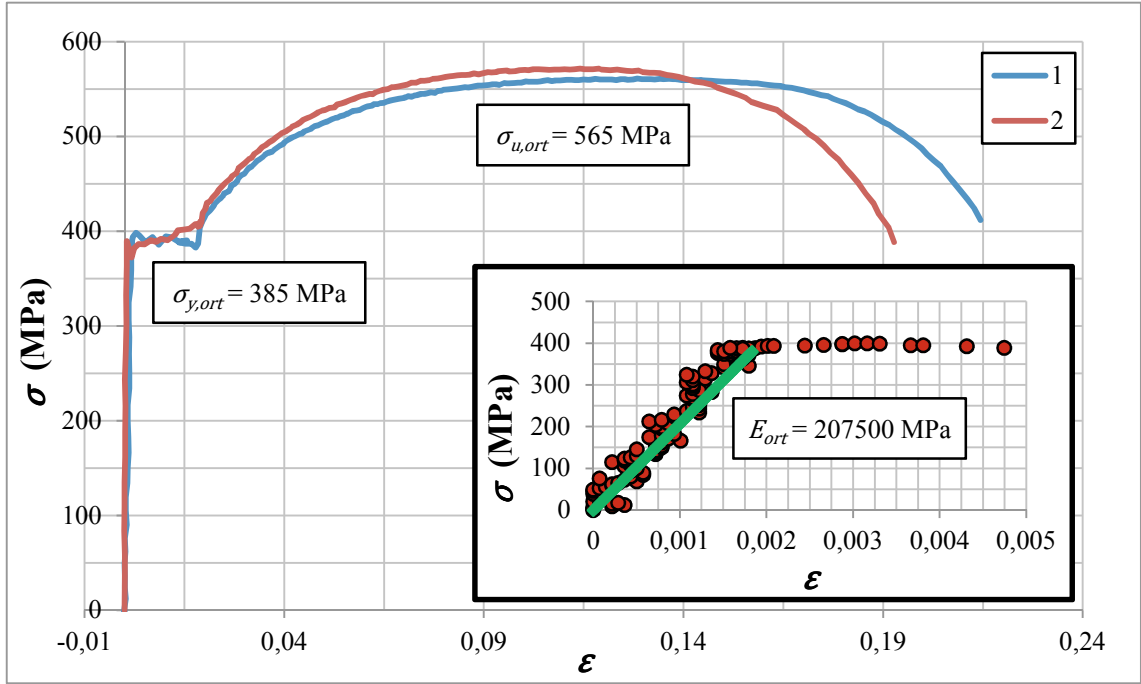
## 5.2. Elemanların Mekanik Özellikleri

Elemanlardan çıkartılan kuponlar üzerinde yapılan çekme deneyleri sonucunda her eleman için iki adet gerilme – birim şekil değiştirme eğrisi elde edilmiştir. Şekil 5.15’te bir kupon boyutlarıyla birlikte verilmiştir. Şekilde görülen ölçüler milimetre cinsindedir.



Şekil 5.15. Kupon çekme numunesi

Elemanların mekanik özellikleri her eleman için elde edilen iki grafikten okunan değerlerin ortalaması olarak alınmıştır. Şekil 5.16’de 1 numaralı elemandan çıkartılan kuponların çekme deneyi sonucunda elde edilen gerilme – birim şekil değiştirme grafikleri verilmiştir.



Şekil 5.16. 1 numaralı eleman için elde edilen gerilme – birim şekil değiştirme eğrileri

Şekil 5.16’da 1 numaralı elemandan çıkarılan iki kupondan elde edilen gerilme – birim şekil değiştirme eğrileri 1 ve 2 etiketiyle ayrı seriler halinde verilmiştir. Ayrıca sağ alt köşede gerilme – birim şekil değiştirme eğrisinin elastik kısmı büyütülerek gösterilmiştir. Şekil 5.16’daki grafik üzerinde gösterilen  $\sigma$ , gerilme,  $\epsilon$ , birim şekil değiştirme,  $\sigma_{y,ort}$ , ortalama akma gerilmesi,  $\sigma_{u,ort}$ , ortalama çekme gerilmesi ve  $E_{ort}$  ortalama elastisite modülüdür.

Benzer şekilde diğer 8 numuneden de ikişer kupon çıkartılıp çekme deneyine tabi tutulmuştur ve gerilme – birim şekil değiştirme eğrileri elde edilmiştir. Çizelge 5.2’de deney numunelerinin mekanik özellikleri toplu bir şekilde verilmiştir.

Çizelge 5.2. Numunelerin mekanik özellikleri

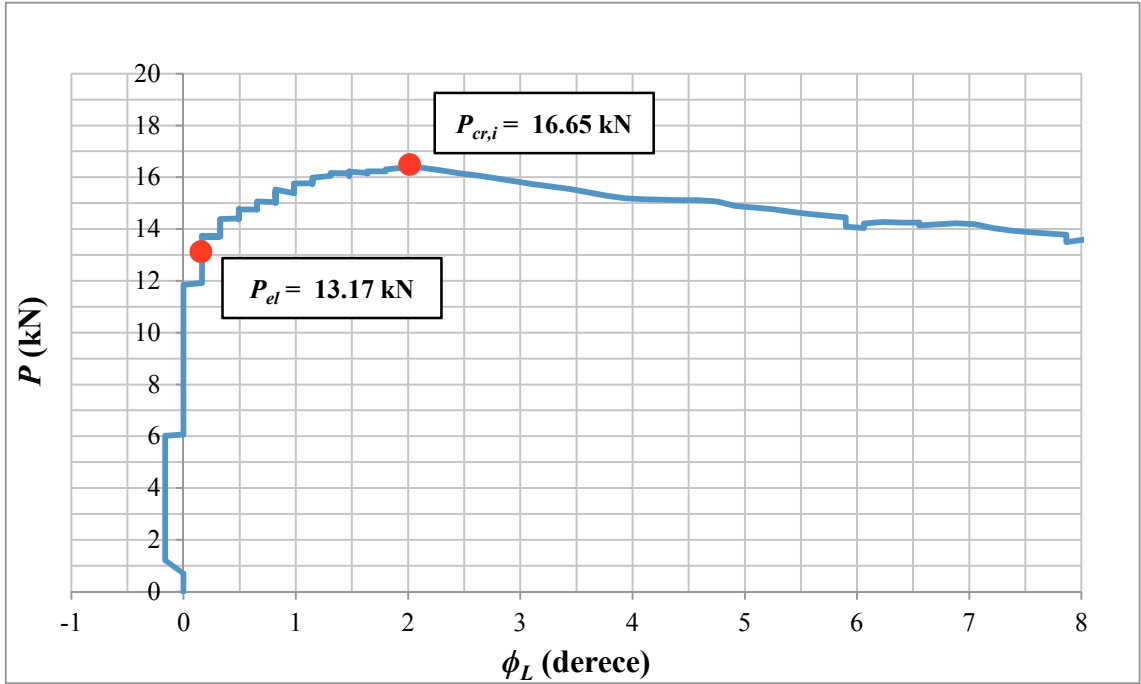
No.	Kesit	Boy (m)	$E$ (MPa)	$\sigma_y$ (MPa)	$\sigma_u$ (MPa)
1	IPE100	1.0	207500	385	565
2	IPE100	2.0	223000	374	480
3	IPE100	3.0	211000	352	475
4	IPE100	1.0	221000	365	550
5	IPE100	2.0	208000	375	540
6	IPE100	3.0	211000	383	510
7	IPE100	1.0	221000	355	575
8	IPE100	2.0	208000	372	550
9	IPE100	3.0	229000	374	530

Çizelge 5.2’de verilen  $\sigma_u$ , malzemenin kopma gerilmesini göstermektedir. Elemanların ilk akma momenti, tam plastik moment ve elastik kritik yanal burulmalı burkulma moment değerlerinin analitik olarak bulunmasında Çizelge 5.2’de verilen mekanik özellikler kullanılmıştır.

### 5.3. Deneylerden Elde Edilen Sonuçlar

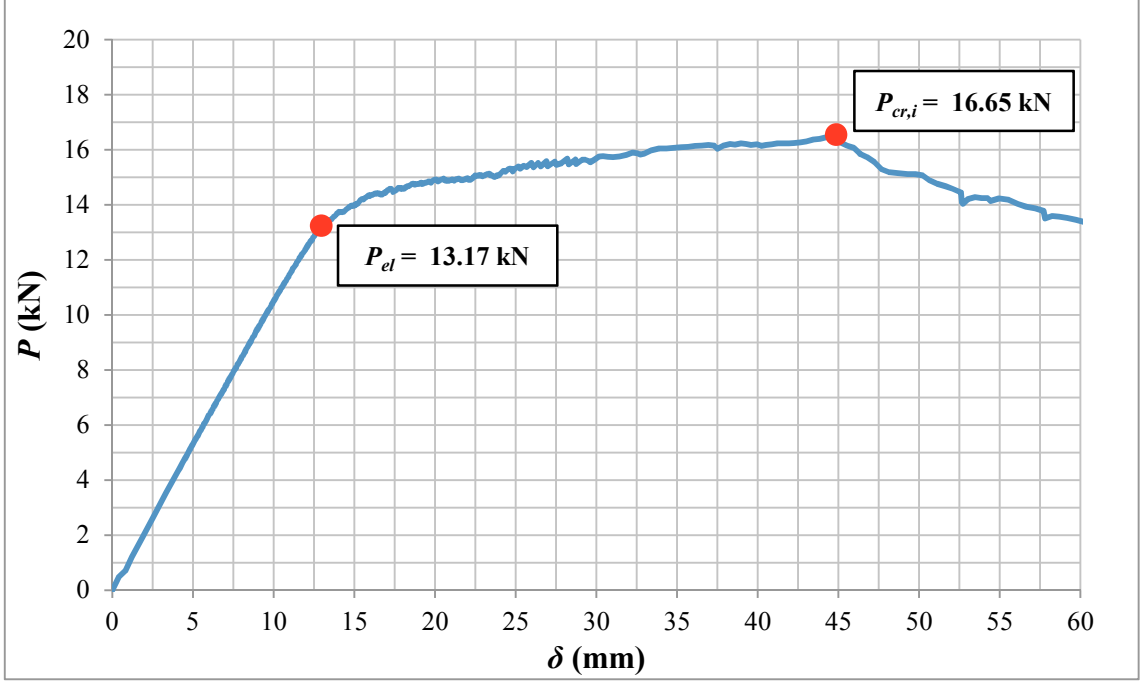
Deneylerde burulma açısının mutlak değeri 2 dereceye ulaştığı anda okunan yük kritik yanal burulmalı burkulma yükü olarak kabul edilmiştir. Bu kabul kullanılan inclinometer’in hassasiyeti göz önünde bulundurularak yapılmıştır. Şekil 5.17’de 1 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği görülmektedir.





Şekil 5.17. 1 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği

Şekil 5.17’de düşey eksen serbest uca etki eden yükü, yatay eksen ise serbest uçtaki burulma açısını göstermektedir. Grafik üzerine işaretlenen  $P_{el}$  noktası akma yükünü,  $P_{cr,i}$  noktası ise inelastik kritik yanal burulmalı burkulma yükünü göstermektedir. Şekil 5.18’de 1 numaralı numune için yük – çökme grafiği verilmiştir.



Şekil 5.18. 1 numaralı numune için yük – çökme grafiği

Şekil 5.18’de, düşey eksen serbest uca etki eden yükü, yatay eksen ise serbest uçtaki çökmeyi ( $\delta$ ) göstermektedir. Şekil 5.18’deki grafiğin üzerinde, akma yükünden daha küçük bir yük ve bu yüke karşılık gelen çökme değeri belirlenerek, daha önce anlatılan kupon çekme deneyi ile elde edilen elastisite modülünün hassasiyeti kontrol edilebilir. Elastik sınır içerisinde, serbest ucundan tekil yük ile yüklenmiş konsol kirişlerin serbest ucundaki çökme aşağıdaki ifade ile bulunabilir.

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI_x} \quad (5.1)$$

Denklem 5.1’deki  $E$  değişkeni çekilirse aşağıdaki ifadeye ulaşılır.

$$E = \frac{PL^3}{3\delta I_x} \quad (5.2)$$

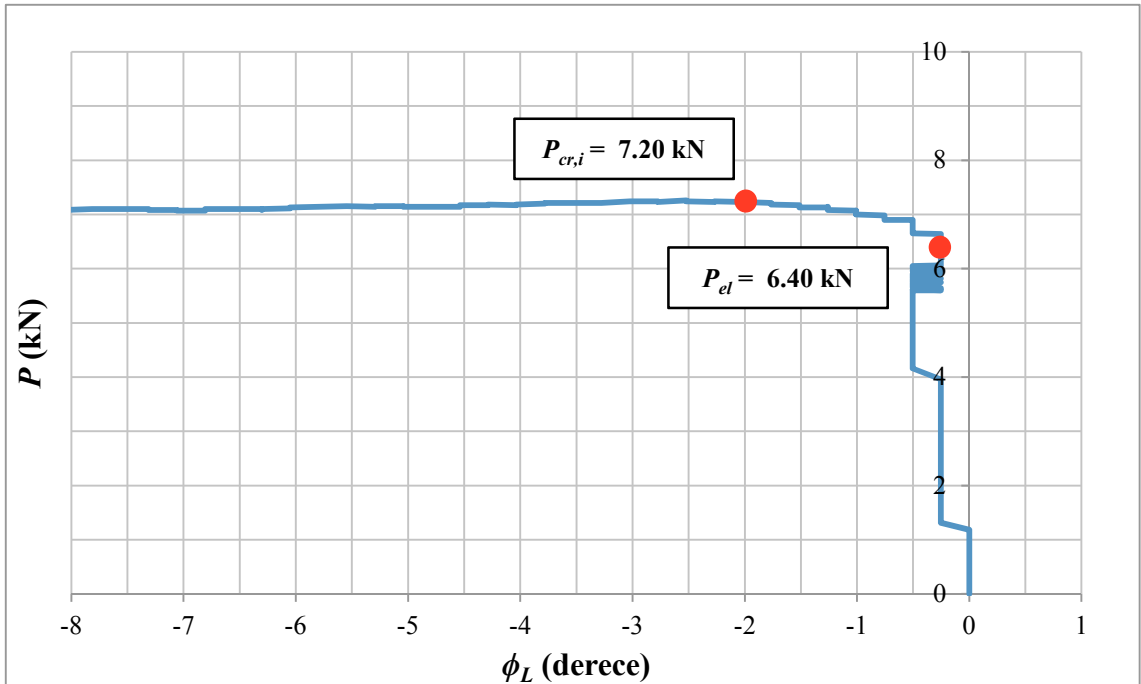
Şekil 5.18'de  $P = 10.6$  kN noktasına karşılık gelen çökme değeri  $\delta = 10.0$  mm dir. IPE100 kesiti için kuvvetli eksene göre atalet momenti  $I_x = 1.71 * 10^6$  mm<sup>4</sup> olduğuna göre bu numune için elastisite modülü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$E = \frac{(10.6 * 10^3)(1000^3)}{3 * (10) * (1.71 * 10^6)} = 206628 \text{ MPa} \quad (5.3)$$

Kupon çekme deneyi ile elde edilen elastisite modülü ile Denklem 5.3'deki elastisite modülü arasındaki fark oranı  $\rho_E$  ise aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

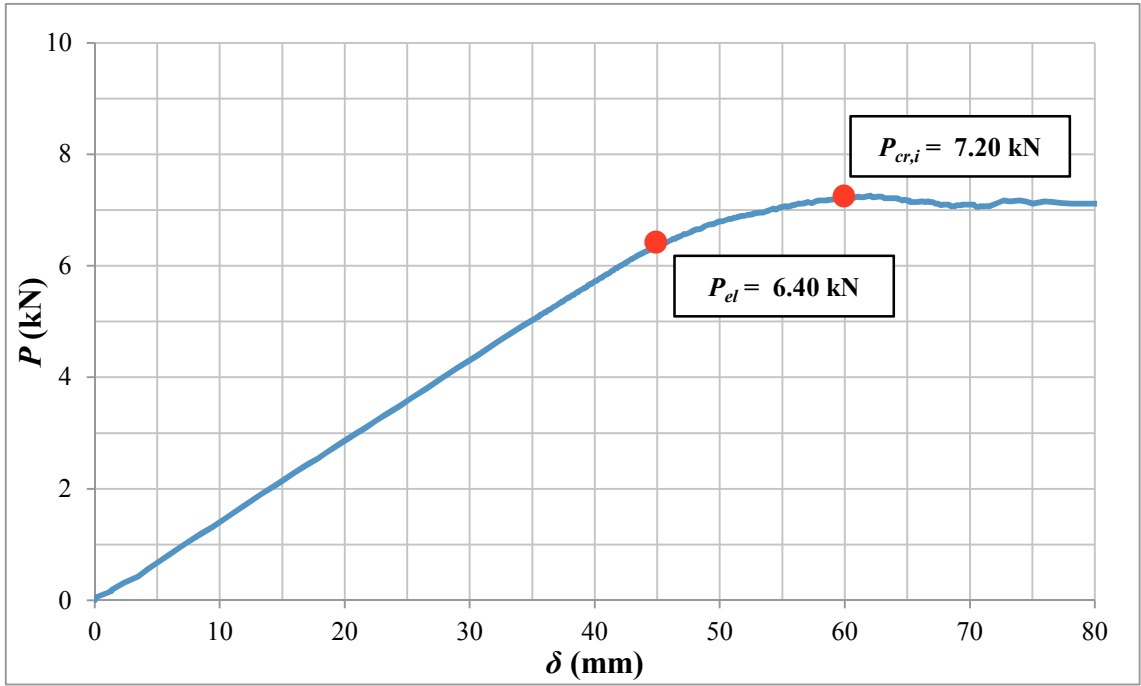
$$\rho_E = \frac{|206628 - 207500|}{206628} = \%0.42 \quad (5.4)$$

Hesaplanan fark oranı kabul edilebilir seviyededir. Şekil 5.19'da 2 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği verilmiştir.



Şekil 5.19. 2 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği

Şekil 5.19’da burulma açısının işaretinin negatif olduğu görülmektedir. Inclinometer, numunenin tutulu ucundan bakıldığında saat yönünü pozitif, saat yönünün tersini negatif ölçecek şekilde numunelere bağlanmıştır. Şekil 5.20’de 2 numaralı numune için yük – çökme grafiği görülmektedir.



Şekil 5.20. 2 numaralı numune için yük – çökme grafiği

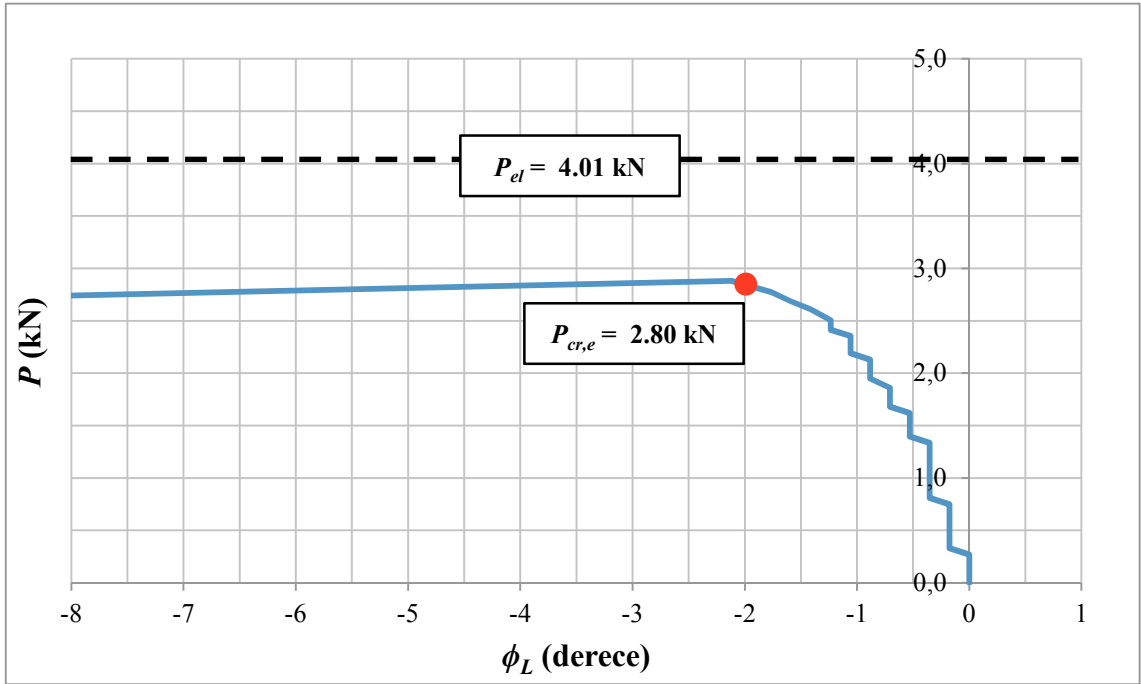
Şekil 5.20’de  $P = 5.0$  kN noktasına karşılık gelen çökme değeri  $\delta = 35.0$  mm dir. O halde bu numune için elastisite modülü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$E = \frac{(5.0 * 10^3)(2000^3)}{3 * (10) * (1.71 * 10^6)} = 222779 \text{ MPa} \quad (5.5)$$

Öyle ise elastisite modülü için fark oranı aşağıdaki şekilde bulunur.

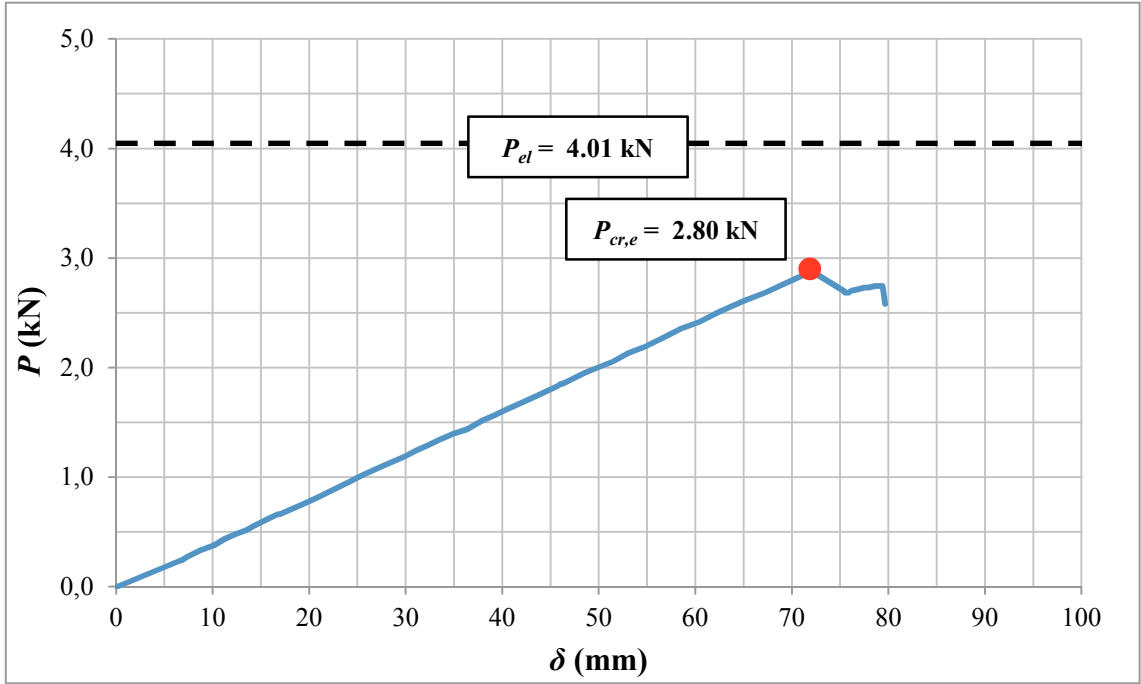
$$\rho_E = \frac{|222779 - 223000|}{222779} = \%1.00 \quad (5.6)$$

Şekil 5.21’de 3 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği verilmiştir.



Şekil 5.21. 3 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği

Şekil 5.21’de akma yükü sınırı,  $P_{el}$  etiketi ile grafik üzerine çizilmiştir. Şekil 5.22’de 3 numaralı numune için yük – çökme grafiği görülmektedir.



Şekil 5.22. 3 numaralı numune için yük – çökme grafiği

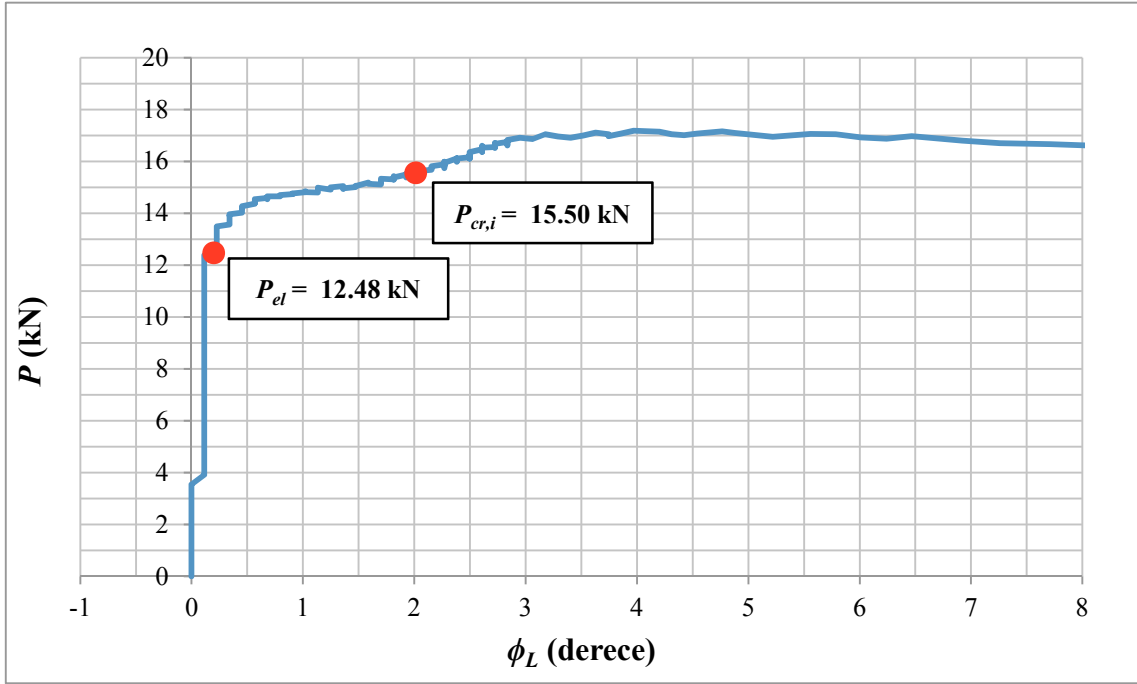
Şekil 5.22’de  $P = 2.0$  kN noktasına karşılık gelen çökme değeri  $\delta = 50.1$  mm dir. O halde bu numune için elastisite modülü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$E = \frac{(2.0 * 10^3)(3000^3)}{3 * (50.1) * (1.71 * 10^6)} = 210106 \text{ MPa} \quad (5.7)$$

Öyle ise elastisite modülü için fark oranı aşağıdaki şekilde bulunur.

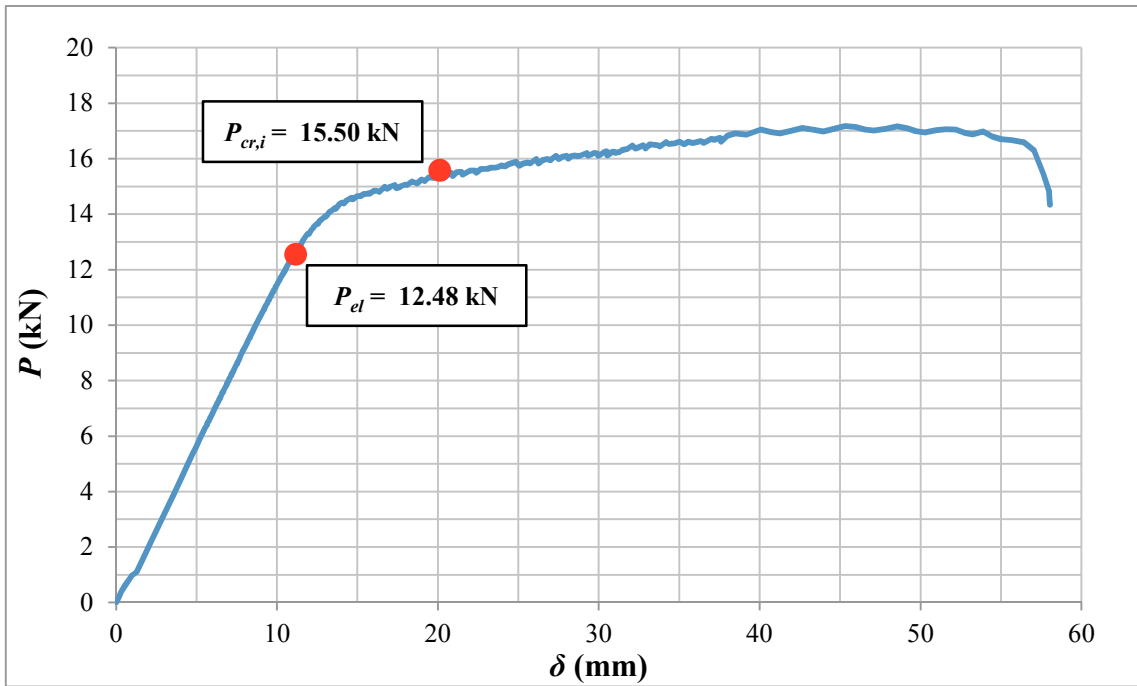
$$\rho_E = \frac{|210106 - 211000|}{210106} = \%0.43 \quad (5.8)$$

Şekil 5.23’de 4 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği verilmiştir.



Şekil 5.23. 4 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği

Şekil 5.24'te 4 numaralı numune için yük – çökme grafiği görülmektedir.



Şekil 5.24. 4 numaralı numune için yük – çökme grafiği

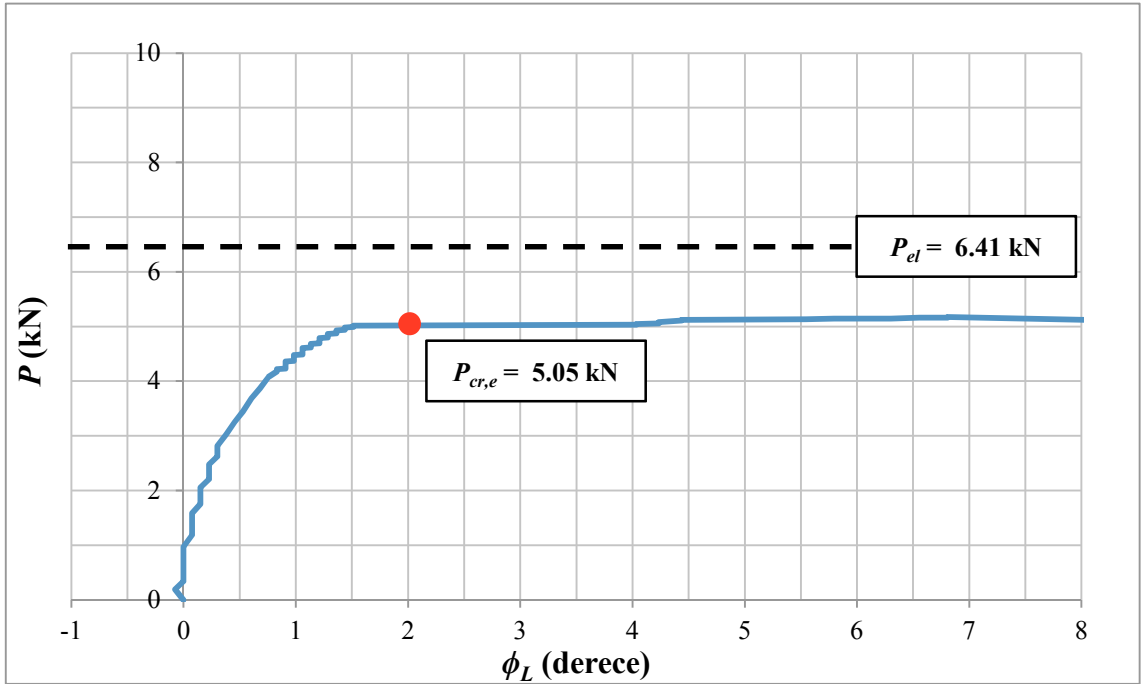
Şekil 5.24'te  $P = 11.4$  kN noktasına karşılık gelen çökme değeri  $\delta = 10.0$  mm dir. O halde bu numune için elastisite modülü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$E = \frac{(11.4 * 10^3)(1000^3)}{3 * (10) * (1.71 * 10^6)} = 222222 \text{ MPa} \quad (5.9)$$

Öyle ise elastisite modülü için fark oranı aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\rho_E = \frac{|222222 - 221000|}{222222} = \%0.55 \quad (5.10)$$

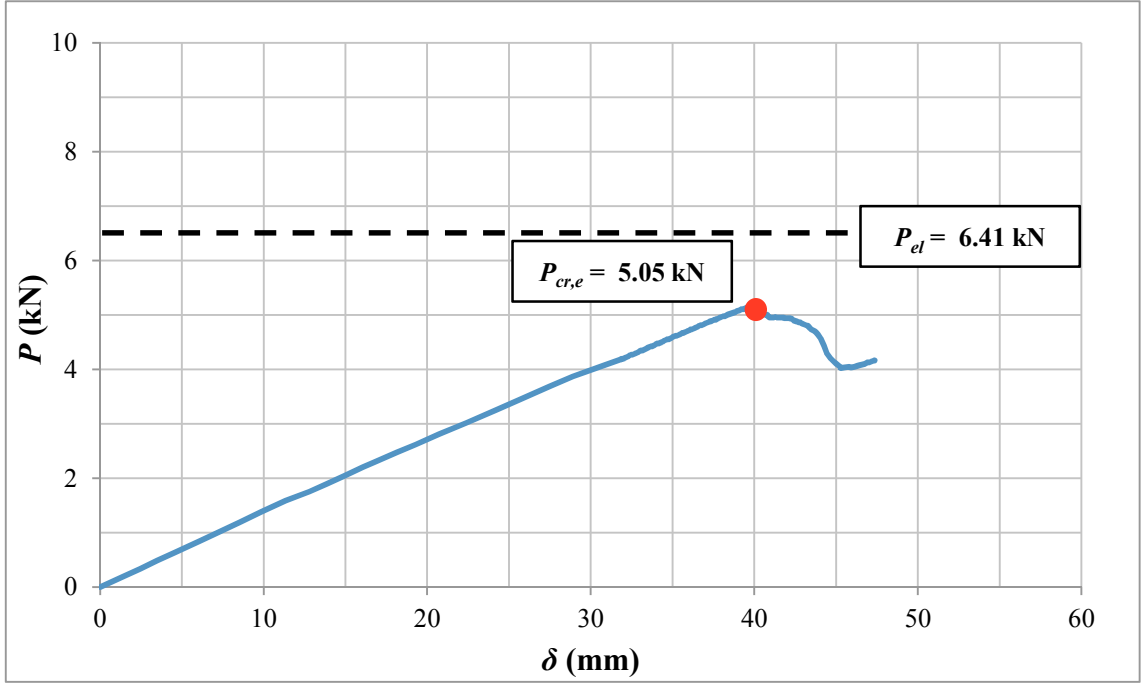
Şekil 5.25'te 5 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği verilmiştir.



Şekil 5.25. 5 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği



Şekil 5.26'da 5 numaralı numune için yük – çökme grafiği görülmektedir.



Şekil 5.26. 5 numaralı numune için yük – çökme grafiği

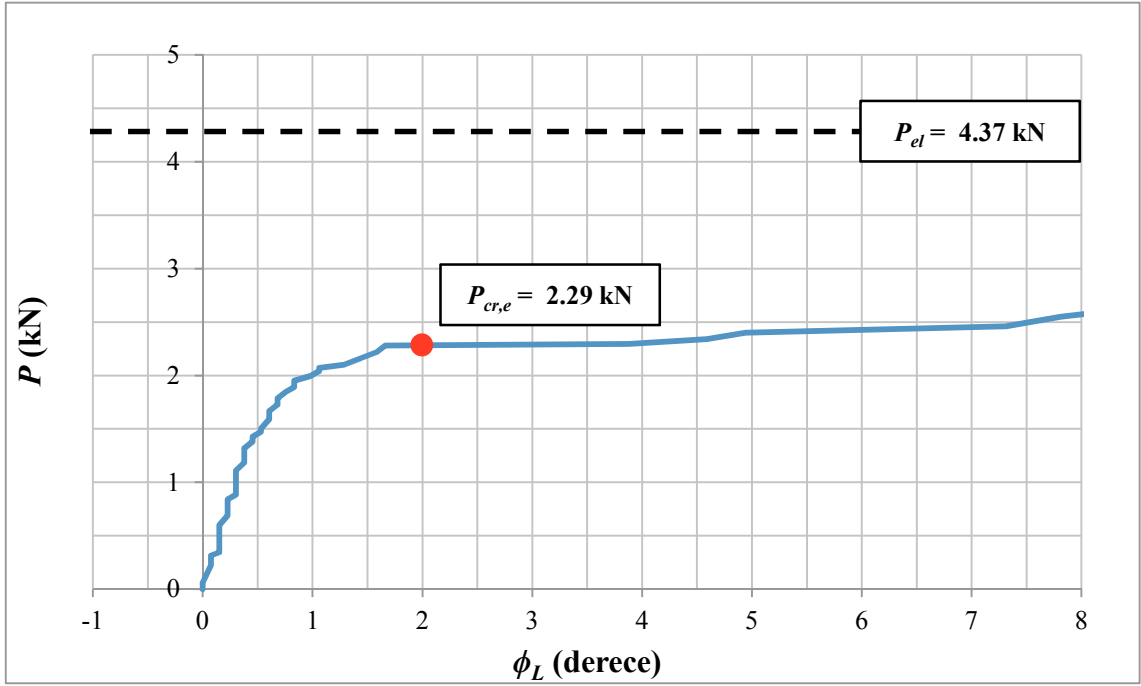
Şekil 5.26'da  $P = 4.0$  kN noktasına karşılık gelen çökme değeri  $\delta = 30.0$  mm dir. O halde bu numune için elastisite modülü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$E = \frac{(4 * 10^3)(2000^3)}{3 * (30) * (1.71 * 10^6)} = 207927 \text{ MPa} \quad (5.11)$$

Öyle ise elastisite modülü için fark oranı aşağıdaki şekilde bulunur.

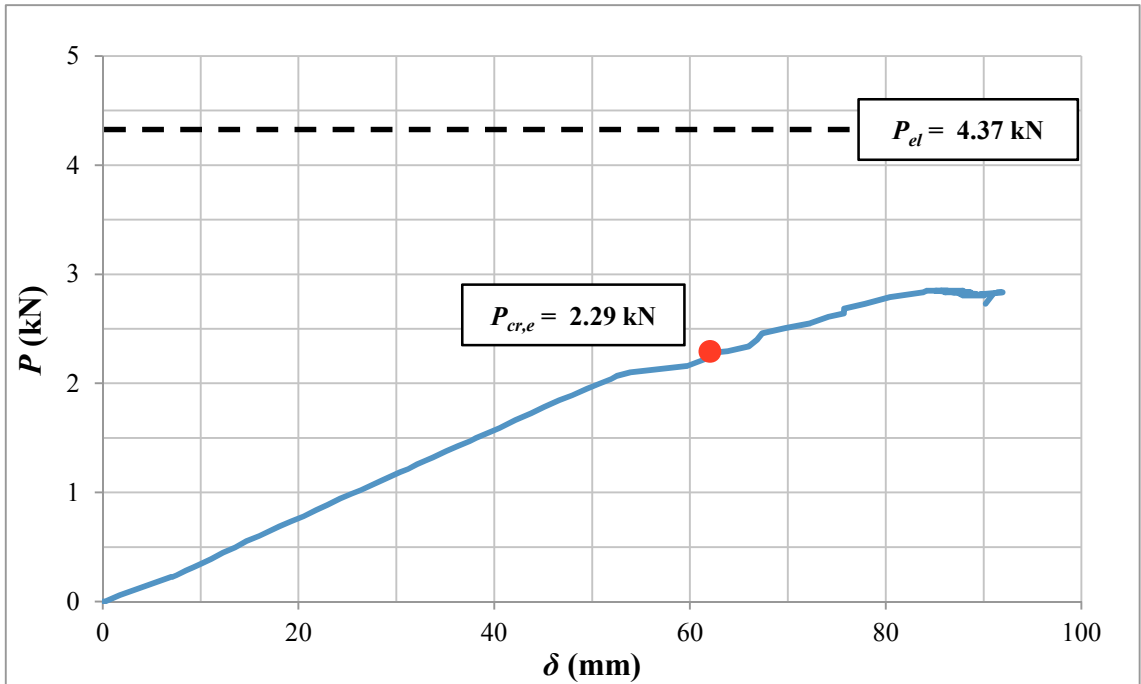
$$\rho_E = \frac{|207927 - 208000|}{207927} = \%0.04 \quad (5.12)$$

Şekil 5.27'de 6 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği verilmiştir.



Şekil 5.27. 6 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği

Şekil 5.28’de 6 numaralı numune için yük – çökme grafiği görülmektedir.



Şekil 5.28. 6 numaralı numune için yük – çökme grafiği

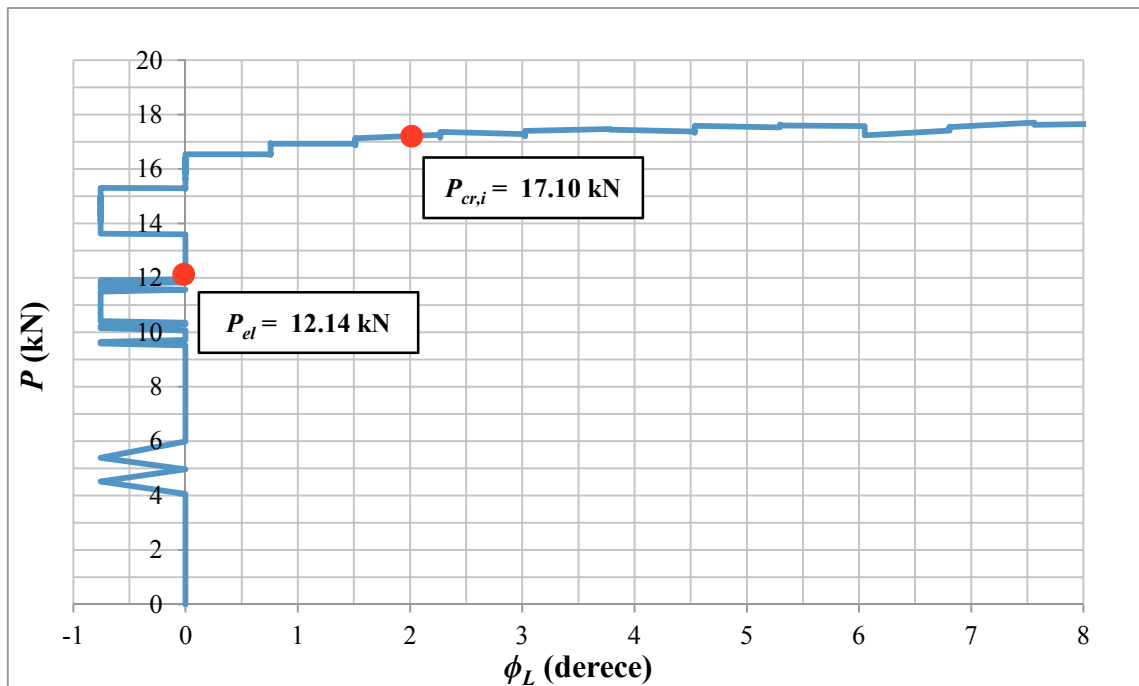
Şekil 5.28’de  $P = 2.0$  kN noktasına karşılık gelen çökme değeri  $\delta = 50.1$  mm dir. O halde bu numune için elastisite modülü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$E = \frac{(2 * 10^3)(3000^3)}{3 * (50.1) * (1.71 * 10^6)} = 210106 \text{ MPa} \quad (5.13)$$

Öyle ise elastisite modülü için fark oranı aşağıdaki şekilde bulunur.

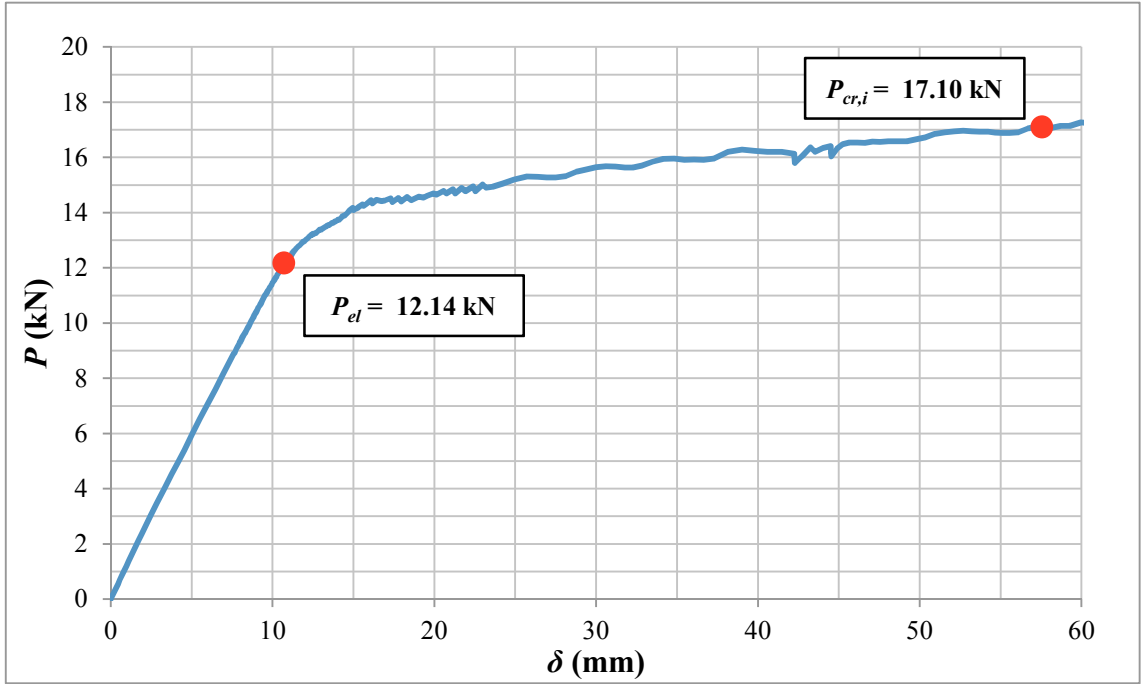
$$\rho_E = \frac{|210106 - 211000|}{210106} = \%0.43 \quad (5.14)$$

Şekil 5.29’da 7 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği verilmiştir.



Şekil 5.29. 7 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği

Şekil 5.30’da 7 numaralı numune için yük – çökme grafiği görülmektedir.



Şekil 5.30. 7 numaralı numune için yük – çökme grafiği

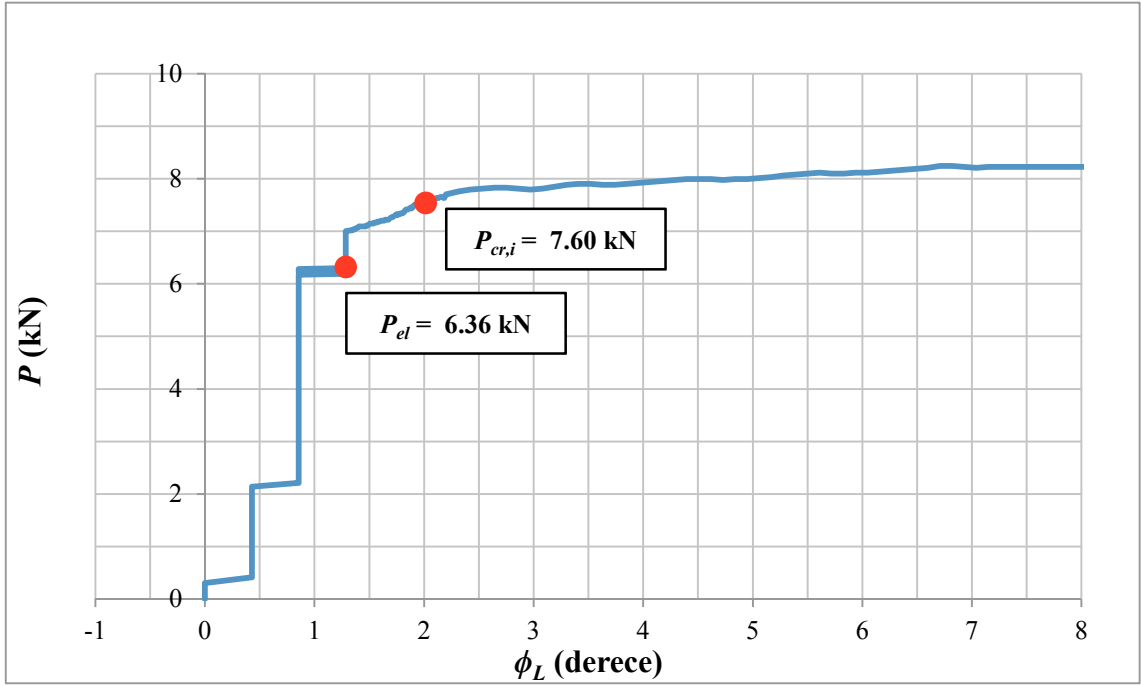
Şekil 5.30'da  $P = 11.4$  kN noktasına karşılık gelen çökme değeri  $\delta = 10.0$  mm dir. O halde bu numune için elastisite modülü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$E = \frac{(11.4 * 10^3)(1000^3)}{3 * (10) * (1.71 * 10^6)} = 222222 \text{ MPa} \quad (5.15)$$

Öyle ise elastisite modülü için fark oranı aşağıdaki şekilde bulunur.

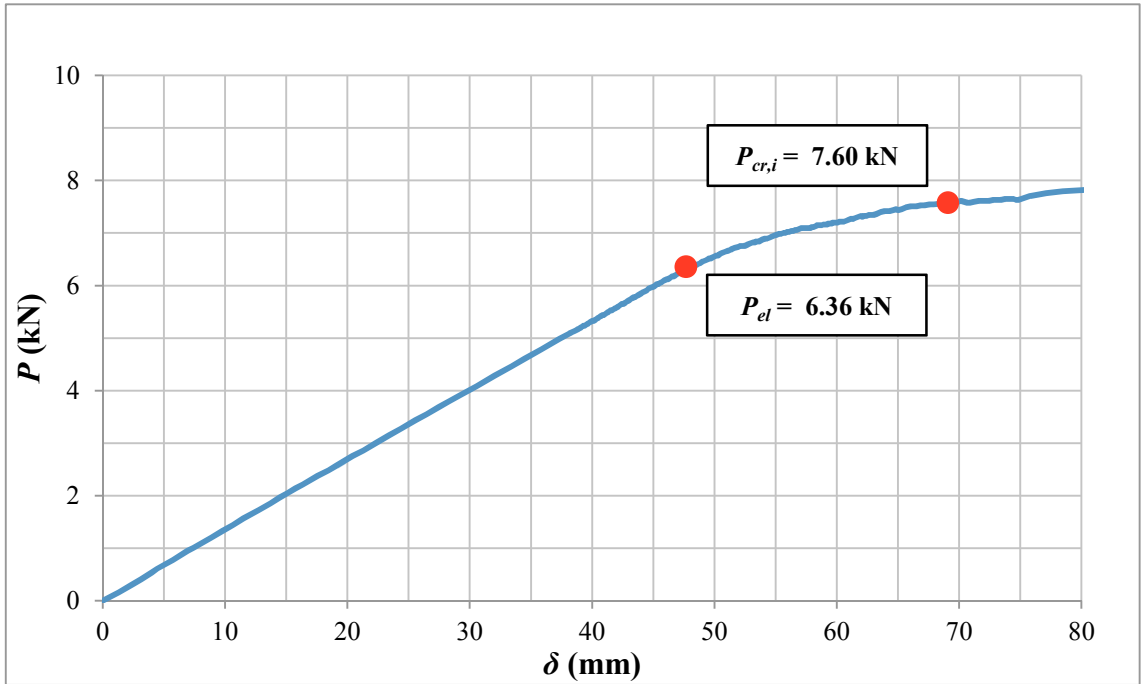
$$\rho_E = \frac{|222222 - 211000|}{222222} = \%0.55 \quad (5.16)$$

Şekil 5.31'de 8 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği verilmiştir.



Şekil 5.31. 8 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği

Şekil 5.32’de 8 numaralı numune için yük – çökme grafiği görülmektedir.



Şekil 5.32. 8 numaralı numune için yük – çökme grafiği

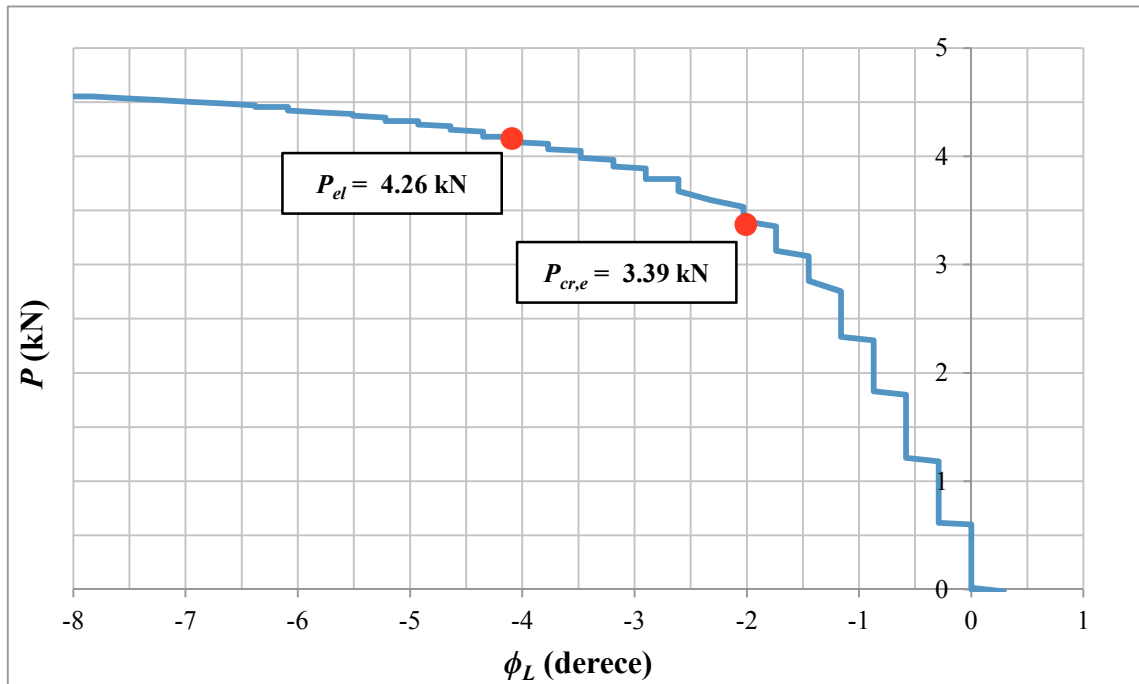
Şekil 5.32’de  $P = 5.0$  kN noktasına karşılık gelen çökme değeri  $\delta = 37.5$  mm dir. O halde bu numune için elastisite modülü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$E = \frac{(5 * 10^3)(2000^3)}{3 * (37.5) * (1.71 * 10^6)} = 207927 \text{ MPa} \quad (3.17)$$

Öyle ise elastisite modülü için fark oranı aşağıdaki şekilde bulunur.

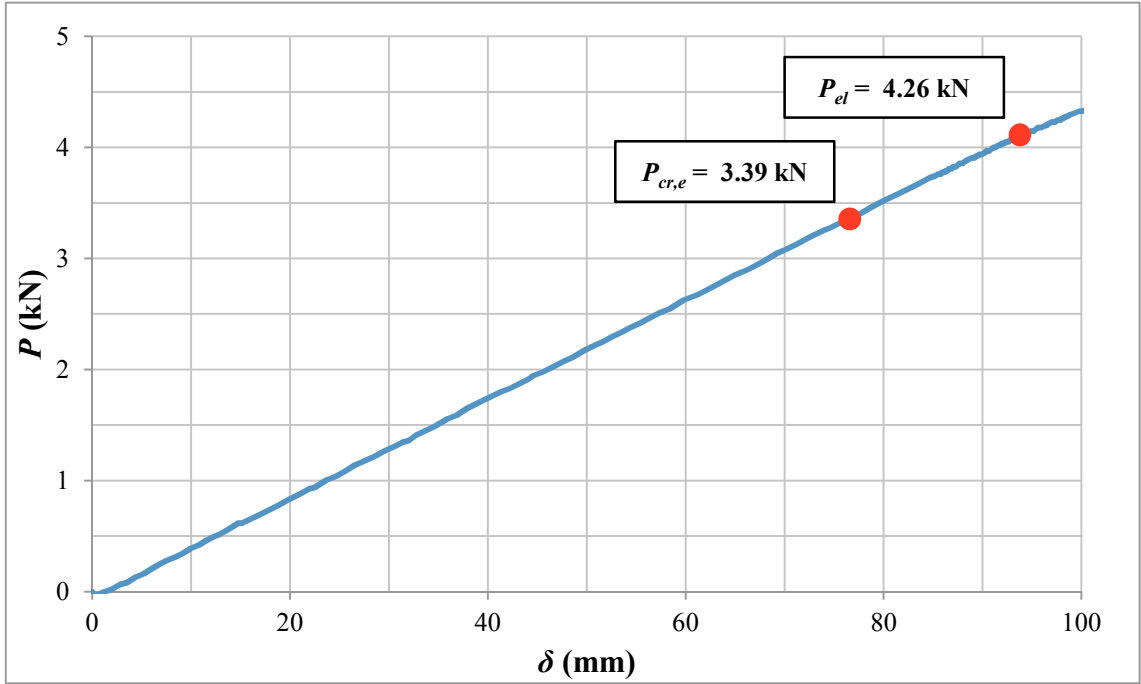
$$\rho_E = \frac{|207927 - 208000|}{207927} = \%0.04 \quad (3.18)$$

Şekil 5.33’de 9 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği verilmiştir.



Şekil 5.33. 9 numaralı numune için yük – burulma açısı grafiği

Şekil 5.34’te 9 numaralı numune için yük – çökme grafiği görülmektedir.



Şekil 5.34. 9 numaralı numune için yük – çökme grafiği

Şekil 5.34’de  $P = 3.0$  kN noktasına karşılık gelen çökme değeri  $\delta = 68.3$  mm dir. O halde bu numune için elastisite modülü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$E = \frac{(3 * 10^3)(3000^3)}{3 * (68.3) * (1.71 * 10^6)} = 231178 \text{ MPa} \quad (5.17)$$

Öyle ise elastisite modülü için fark oranı aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\rho_E = \frac{|231178 - 229000|}{231178} = \%0.94 \quad (5.18)$$

Yük – serbest uçta çökme grafikleri ile hesaplanan elastisite modülü ile elemanlardan çıkartılan kuponlar üzerinde yapılan çekme deneyleri ile elde edilen elastisite modülü değerleri Çizelge 5.3’te gösterilmiştir.

Çizelge 5.3. Numunelerin elastisite modülleri

No.	Kesit	Boy (m)	<i>E</i> (MPa)	
			Deney	Kupon
1	IPE100	1.0	206628	207500
2	IPE100	2.0	222779	223000
3	IPE100	3.0	210106	211000
4	IPE100	1.0	222222	221000
5	IPE100	2.0	207927	208000
6	IPE100	3.0	210106	211000
7	IPE100	1.0	222222	221000
8	IPE100	2.0	207927	208000
9	IPE100	3.0	231178	229000

Çizelge 5.3'te kiriş yükleme deneyleri ile elde edilen elastisite modülü değerlerinin kupon çekme deneyleri ile elde edilen elastisite modülü değerleri ile örtüştüğü görülmektedir.



## BÖLÜM 6

## SONUÇLARIN KARŞILAŞTIRILMASI

## 6.1. Deney Sonuçlarının Analitik Çözümlerle Karşılaştırılması

Deneylerden elde edilen sonuçlar Çizelge 6.1’de verilmiştir.

Çizelge 6.1. Numunelerin yanal burulmalı burkulma yükleri

No.	Kesit	Boy (m)	Yük Konumu	Burkulma Türü	$P_{cr}$ (kN)
1	IPE100	1.0	KM	İnelastik	16.65
2	IPE100	2.0	KM	İnelastik	7.20
3	IPE100	3.0	KM	Elastik	2.80
4	IPE100	1.0	ÜB	İnelastik	15.50
5	IPE100	2.0	ÜB	Elastik	5.05
6	IPE100	3.0	ÜB	Elastik	2.29
7	IPE100	1.0	AB	İnelastik	17.10
8	IPE100	2.0	AB	İnelastik	7.60
9	IPE100	3.0	AB	Elastik	3.39

KM: Kesme Merkezi, ÜB: Üst Başlık, AB: Alt Başlık

Çizelge 6.1’deki “ $P_{cr}$ ” sütunu numunelerin kritik yanal burulmalı burkulma yükünü göstermektedir. “Yük Konumu” sütununda KM, ÜB ve AB kısaltmaları sırasıyla Üst Başlık, Kesme Merkezi ve Alt Başlık için kullanılmıştır. Numunelerin inelastik veya elastik burkulma durumları ise “Burkulma Türü” sütununda gösterilmiştir.

İnelastik yanal burulmalı burkulma yükünün tanımlanan yöntemler ile bulunması mümkün olmamaktadır. Bu nedenle Çizelge 6.2’de, sadece elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükleri ile analitik çözümler karşılaştırılmıştır.

Çizelge 6.2. Yanal burulmalı burkulma yüklerinin karşılaştırılması

No.	Kesit	Boy (m)	Yük Konumu	Burkulma Türü	$P_{cr}$ (kN)			
					DNY	ABQ	ENR	SFY
1	IPE100	1.0	KM	İnelastik	16.65	-	-	-
2	IPE100	2.0	KM	İnelastik	7.20	-	-	-
3	IPE100	3.0	KM	Elastik	2.80	2.78	2.77	2.77
4	IPE100	1.0	ÜB	İnelastik	15.50	-	-	-
5	IPE100	2.0	ÜB	Elastik	5.05	5.03	5.47	-
6	IPE100	3.0	ÜB	Elastik	2.29	2.33	2.38	-
7	IPE100	1.0	AB	İnelastik	17.10	-	-	-
8	IPE100	2.0	AB	İnelastik	7.60	-	-	-
9	IPE100	3.0	AB	Elastik	3.39	3.36	3.45	-

KM: Kesme Merkezi, ÜB: Üst Başlık, AB: Alt Başlık

DNY: Deneysel, ABQ: ABAQUS yazılımı, ENR: Enerji Yöntemi, SFY: Sonlu Farklar Yöntemi

Çizelge 6.2’de “DNY”, “ABQ”, “ENR” ve “SFY” sütunları sırasıyla, deneyler, ABAQUS yazılımı, Enerji Yöntemi ve Sonlu Farklar Yöntemi ile elde edilen sonuçları göstermektedir. Sonlu Farklar Yöntemi ile yük konumunun etkisi çözümlere dahil edilememektedir. Bu sebeple Üst Başlık ve Alt Başlık yük konumları için SFY çözümleri verilememiştir. Çizelge 6.3’te ise elde analitik olarak elde edilen sonuçların, deneylerden elde edilen sonuçlara oranı verilmiştir.

Çizelge 6.3. Yanal burulmalı burkulma yüklerinin karşılaştırılması

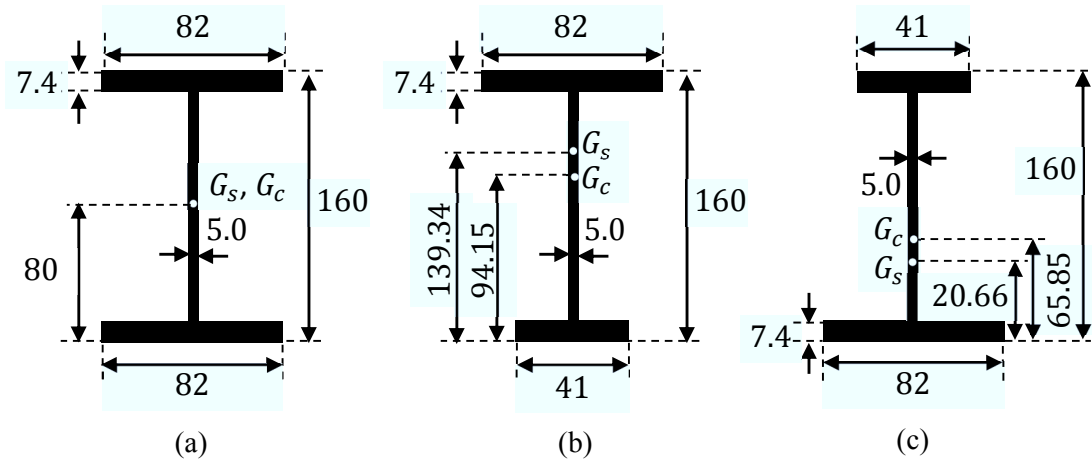
No.	Kesit	Boy (m)	Yük Konumu	Burkulma Türü	$\frac{ABQ}{DNY}$	$\frac{ENR}{DNY}$	$\frac{SFY}{DNY}$
1	IPE100	1.0	KM	İnelastik	-	-	-
2	IPE100	2.0	KM	İnelastik	-	-	-
3	IPE100	3.0	KM	Elastik	0.99	0.99	0.99
4	IPE100	1.0	ÜB	İnelastik	-	-	-
5	IPE100	2.0	ÜB	Elastik	1.00	1.08	-
6	IPE100	3.0	ÜB	Elastik	1.02	1.04	-
7	IPE100	1.0	AB	İnelastik	-	-	-
8	IPE100	2.0	AB	İnelastik	-	-	-
9	IPE100	3.0	AB	Elastik	0.99	1.02	-

KM: Kesme Merkezi, ÜB: Üst Başlık, AB: Alt Başlık  
DNY: Deneysel, ABQ: ABAQUS yazılımı, ENR: Enerji Yöntemi, SFY: Sonlu Farklar Yöntemi

Çizelge 6.3'te, analitik çözümlerle elde edilen sonuçların deneyler ile bulunan sonuçlarla örtüştüğü görülmektedir. Üst Başlık ve Alt Başlık konumlarından yükleme durumları için elemanın boyu kısaldıkça enerji yöntemi ile elde edilen sonuçların deneysel sonuçlardan uzaklaştığı görülmektedir. ABAQUS yazılımı ile elde edilen sonuçlarda da böyle bir problem ile karşılaşılmamıştır. Bu durumun sebebi elemanın boyu kısaldıkça, yapılan “çubuk eleman” kabulünün geçerliliğini yitirmesidir.

## 6.2. Analitik Çözümlerin Karşılaştırılması

Analitik çözümlerin karşılaştırılması Şekil 6.1'de, ölçüleri milimetre cinsinden verilen kesitler ile yapılmıştır. Yükleme yönü, kesitin üst başlığında çekme oluşturacak şekilde seçilmiştir. Enerji Yöntemi ile, farklı yük tipleri için elde edilen parametreler, Sonlu Farklar Yöntemi ile bulunan elastik kritik yanıl burulmalı burkulma modunun bir sabit ile çarpılması ile oluşturulan burulma açısı fonksiyonu ile bulunmuştur. Bu durumda Enerji Yöntemi ile elde edilen genel formül ile Sonlu Farklar Yöntemi ile yapılan çözümün aynı sonucu vermesi beklenir. Bu noktadan sonra “Sunulan Yöntem” ifadesi, Denklem 2.162'de elde edilen genel formülü temsil edecektir.



Şekil 6.1. Analitik çözümler için seçilen kesitler a) Kesit I, b) Kesit II, c) Kesit III

Şekil 6.1a, b ve c'de  $G_c$  ile gösterilen noktalar kesitlerin ağırlık merkezi,  $G_s$  ile gösterilen noktalar ise kesme merkezleridir. Şekil 6.1a, b ve c'deki kesitler sırasıyla I, II ve III şeklinde isimlendirilmiştir. Çizelge 6.4'te bu kesitlere ait özellikler verilmiştir.

Çizelge 6.4. Kesit I, II ve II'e ait özellikler

	Kesit I	Kesit II	Kesit III
$\sigma_y$ (MPa)	235	235	235
$E$ (MPa)	200000	200000	200000
$G$ (MPa)	76923	76923	76923
$I_y$ (mm <sup>4</sup> )	68.16*10 <sup>4</sup>	38.40*10 <sup>4</sup>	38.40*10 <sup>4</sup>
$I_x$ (mm <sup>4</sup> )	83.46*10 <sup>5</sup>	62.51*10 <sup>5</sup>	62.51*10 <sup>5</sup>
$W_{el}$ (mm <sup>3</sup> )	10.43*10 <sup>4</sup>	66.40*10 <sup>3</sup>	66.40*10 <sup>3</sup>
$W_{pl}$ (mm <sup>3</sup> )	11.90*10 <sup>4</sup>	91.20*10 <sup>3</sup>	91.20*10 <sup>3</sup>
$W_{el,t}$ (mm <sup>3</sup> )	10.43*10 <sup>4</sup>	94.93*10 <sup>3</sup>	66.40*10 <sup>3</sup>
$W_{el,c}$ (mm <sup>3</sup> )	10.43*10 <sup>4</sup>	66.40*10 <sup>3</sup>	94.93*10 <sup>3</sup>
$I_t$ (mm <sup>4</sup> )	28.20*10 <sup>3</sup>	22.66*10 <sup>3</sup>	22.66*10 <sup>3</sup>
$C_w$ (mm <sup>6</sup> )	395.89*10 <sup>7</sup>	87.98*10 <sup>7</sup>	87.98*10 <sup>7</sup>
$\beta_x$ (mm)	0	-111.97	111.97
$G_c$ (mm)	80.00	94.15	65.85
$G_s$ (mm)	80.00	139.34	20.66
$G_{PTE}$ (mm)	80.00	110.34	49.66

Çizelge 6.4’te verilen  $G_{PTE}$ , plastik tarafsız eksenin kestiği noktanın kesitin alt sınırına olan uzaklığıdır. Plastik tarafsız eksen, kesitin alanını ikiye bölen hattın geçen eksen olarak tanımlanabilir.

### 6.2.1. Elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentlerinin karşılaştırılması

TS648’de yanal burulmalı burkulma kontrolü basınç emniyet gerilmesi değeri referans alınarak yapılmaktadır. Elemanların kritik yanal burulmalı burkulma momentinin hesaplanabilmesi için bir yöntem sunulmamıştır. EC3’te ise elemanların elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentinin de içinde bir parametre olarak bulunduğu bir tasarım momenti hesabı verilmiştir fakat elastik kritik yanal burulmalı burkulma moment değerinin bulunabilmesi için bir yöntem sunulmamıştır. Bu sebeple, I kesitli konsol kirişlerin elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentinin bulunabilmesi için sunulan yöntemin karşılaştırması ABAQUS yazılımı ve AISC yönetmeliğinde verilen yöntem ile yapılmıştır.

AISC yönetmeliğine göre bir I kesitli elemanın elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentinin bulunabilmesi için, I kesitin başlığının ve gövdesinin sınıfının belirlenmesi gerekmektedir.

Kesit I, II ve III için basınç başlığının Genişlik/Kalınlık oranları aşağıdaki şekilde bulunur.

$$GK_b = \frac{b_{fc}/2}{t_f} \quad (6.1)$$

Kesit I, II ve III yapma kesitlerdir. Bu kesitler için kompakt basınç başlığı narinlik sınır değeri olan  $\lambda_{pf}$  aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\lambda_{pf} = 0.38 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \quad (6.2)$$

Kompakt olmayan basınç başlığı narinlik sınır değeri olan  $\lambda_{rf}$  ise aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\lambda_{rf} = 0.95 \sqrt{\frac{k_c E}{\sigma_L}} \quad (6.3)$$

Denklem 6.3'te verilen  $k_c$  parametresi 0.35'ten küçük veya 0.76'dan büyük olmamak üzere aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{d_0/t_w}} \quad (6.4)$$

$\sigma_L$  parametresinin nasıl hesaplanacağı ise 4. Bölümde, Çizelge 4.7'de açıklanmıştır. Karşılaştırılan kesitler için  $k_c$  ve  $\sigma_L$  değerleri Çizelge 6.5'te verilmiştir.

Çizelge 6.5. Karşılaştırılan kesitler için  $k_c$  ve  $\sigma_L$  değerleri

	$k_c$	$\sigma_L$
<b>Kesit I</b>	0.742	164.5
<b>Kesit II</b>	0.742	164.5
<b>Kesit III</b>	0.742	164.5

Kesit I, II ve III'ün başlıkları için  $GK_b$  değerleri ve sınır değerler Çizelge 6.6'da verilmiştir.

Çizelge 6.6. Kesit I, II ve III'ün başlıkları için  $GK_b$  değerleri ve sınır değerler

	$GK_b$	$\lambda_{pf}$	$\lambda_{rf}$
<b>Kesit I</b>	5.54	11.09	28.53
<b>Kesit II</b>	2.77		
<b>Kesit III</b>	5.54		

İki eksene göre simetrik olan Kesit I ve tek eksene göre simetrik olan Kesit II ve III'ün gövdeleri için Genişlik/Kalınlık ( $GK_g$ ) oranları Çizelge 6.7'de verilmiştir.

Çizelge 6.7. Kesit I, II ve III'ün gövdesi için  $GK_g$  oranları

	$GK_g$	
<b>Kesit I</b>	$\frac{d_0}{t_w}$	29.04
<b>Kesit II</b>	$\frac{h_c}{t_w}$	34.70
<b>Kesit III</b>		23.38

Kesit I, II ve III kesitleri için kompakt gövde narinlik sınır değeri  $\lambda_{pw}$  ve kompakt olmayan gövde narinlik sınır değeri  $\lambda_{rw}$  Çizelge 6.8'de verilen şekilde bulunur.

Çizelge 6.8. Kesit I, II ve III'ün gövdesi için sınır değer ifadeleri

	$\lambda_{pw}$	$\lambda_{rw}$
<b>Kesit I</b>	$3.76 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}}$	$5.70 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}}$
<b>Kesit II</b>	$\frac{h_c}{h_p} \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}}$	
<b>Kesit III</b>	$\left(0.54 \frac{M_p}{M_{el}} - 0.09\right)^2 \leq \lambda_r$	

Çizelge 6.8'de,  $h_p$ , yapma kesitlerde, kesitin basınç başlığı ile gövdesinin birleştiği nokta ile plastik tarafsız eksen arasındaki mesafenin 2 katını göstermektedir.

Çizelge 6.9’da, Kesit II ve III için  $h_c$ ,  $h_p$ ,  $M_{el}$  ve  $M_p$  değerleri hesaplanmıştır.

Çizelge 6.9. Kesit II ve III için  $h_c$ ,  $h_p$ ,  $M_{el}$  ve  $M_p$  değerleri

	$h_c$ (mm)	$h_p$ (mm)	$M_{el}$ (kNm)	$M_p$ (kNm)
<b>Kesit II</b>	173.50	205.88	15.60	21.43
<b>Kesit III</b>	116.90	84.52		

Kesit I, II ve III’ün gövdesi için  $GK_g$  değerleri ve sınır değerler Çizelge 6.10’da verilmiştir.

Çizelge 6.10. Kesit I, II ve III’ün gövdesi için  $GK_g$  değerleri ve sınır değerler

	$GK_g$	$\lambda_{pw}$	$\lambda_{rw}$
<b>Kesit I</b>	29.04	109.69	166.29
<b>Kesit II</b>	34.70	57.86	
<b>Kesit III</b>	23.38	94.97	

Çizelge 6.6’da kesitlerin basınç başlığı ve Çizelge 6.10’da kesitlerin gövdesi için verilen Genişlik/Kalınlık ( $GK$ ) oranlarından, kompakt ( $\lambda_p$ ) ve kompakt olmayan ( $\lambda_r$ ) narinlik sınır değerlerden faydalanılarak AISC yönetmeliğine göre basınç başlığının ve gövdenin sınıfına Çizelge 6.11’de gösterilen şekilde karar verilir.

Çizelge 6.11. Başlık ve gövde sınıfının belirlenmesi

<b>Şart</b>	<b>Sınıf</b>
$GK \leq \lambda_p$	Kompakt
$\lambda_p < GK \leq \lambda_r$	Kompakt Olmayan
$\lambda_r < GK$	Narin



Çizelge 6.11'e göre Kesit I, II ve III'ün basınç başlığı ve gövdesi Kompakt sınıfına girmektedir. Bu sebeple AISC yönetmeliğine göre elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentinin bulunmasında, Kesit I için Bölüm 4.3.1'de, Kesit II ve III için ise 4.3.2'de verilen  $M_{cr,e}$  formülü kullanılmıştır.

Şekil 6.1a'da gösterilen Kesit I'in farklı yükleme durumları için elde edilen elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentleri Çizelge 6.12'de verilmiştir.

Çizelge 6.12. Kesit I için elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentleri (kNm)

L (m)	Yöntem	M			P			q + P ( $\lambda=1.0$ )			q		
		KM	ÜB	AB	KM	ÜB	AB	ÜB	KM	AB	ÜB	KM	AB
1.5	SY	28.34	48.80	200.52	98.93	57.54	120.18	251.10	86.49	198.19	454.16		
	ABQ	28.03	38.31	143.09	98.06	46.37	118.50	181.10	77.34	192.79	329.05		
	SY/ABQ	1.01	1.27	1.40	1.01	1.24	1.01	1.39	1.12	1.03	1.38		
	AISC	58.08	---	---	58.08	---	---	---	---	58.08	---		
2.0	SY/AISC	0.49	---	---	1.70	---	---	---	---	3.41	---		
	SY	19.25	38.34	106.68	63.96	44.82	77.28	133.38	65.08	124.72	239.00		
	ABQ	18.93	31.34	87.48	65.28	37.08	77.88	108.96	59.66	122.10	199.68		
	SY/ABQ	1.02	1.22	1.22	0.98	1.21	0.99	1.22	1.09	1.02	1.20		
3.0	AISC	37.24	---	---	37.24	---	---	---	---	37.24	---		
	SY/AISC	0.52	---	---	1.72	---	---	---	---	3.35	---		
	SY	11.47	26.25	48.33	35.61	30.38	42.66	59.94	42.89	66.83	104.13		
	ABQ	11.19	23.22	43.98	36.06	27.00	42.12	54.27	41.22	65.70	97.65		
4.0	SY/ABQ	1.03	1.13	1.10	0.99	1.13	1.01	1.10	1.04	1.02	1.07		
	AISC	21.31	---	---	21.31	---	---	---	---	21.31	---		
	SY/AISC	0.54	---	---	1.67	---	---	---	---	3.14	---		
	SY	8.08	19.52	29.72	24.08	22.56	28.80	36.48	31.60	44.00	61.36		
4.0	ABQ	7.89	18.20	28.28	24.32	21.12	28.56	34.56	31.36	44.00	60.40		
	SY/ABQ	1.02	1.07	1.05	0.99	1.07	1.01	1.06	1.01	1.00	1.02		
	AISC	14.95	---	---	14.95	---	---	---	---	14.95	---		
	SY/AISC	0.54	---	---	1.61	---	---	---	---	2.94	---		

KM: Kesme Merkezi, ÜB: Üst Başlık, AB: Alt Başlık, SY: Sunulan Yöntem, ABQ: ABAQUS yazılımı, AISC: AISC Yönetmeliği

Çizelge 6.12’de “ $M$ ” sütunu eleman boyunca sabit moment, “ $P$ ” sütunu serbest uçta tekil yük, “ $q + P$  ( $\lambda=1.0$ )” sütunu  $\lambda=1.0$  olması durumu için serbest uçta tekil yük ve eleman boyunca düzgün yayılı yük, “ $q$ ” sütunu ise eleman boyunca düzgün yayılı yük halini göstermektedir.

Şekil 6.1b’de gösterilen Kesit II’nin farklı yükleme durumları için elde edilen elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentleri Çizelge 6.13’te verilmiştir.

Çizelge 6.13. Kesit II için elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentleri (kNm)

L (m)	Yöntem	M			P			q + P ( $\lambda=1.0$ )			q		
		KM	ÜB	AB	KM	ÜB	AB	KM	ÜB	AB	KM	ÜB	AB
1.5	SY	10.79	24.78	67.13	27.75	28.49	85.62	32.23	39.34	45.73	160.07		
	ABQ	10.57	23.75	40.10	27.63	27.44	51.17	32.06	37.88	45.05	87.96		
	SY/ABQ	1.02	1.04	1.67	1.00	1.04	1.67	1.01	1.04	1.02	1.82		
	AISC	13.13	---	---	13.13	---	---	13.13	---	---	13.13	---	---
2.0	SY/AISC	0.82	---	---	2.11	---	---	2.46	---	3.48	---	---	
	SY	8.31	19.08	38.12	20.72	21.84	48.00	23.94	29.64	33.42	86.12		
	ABQ	8.03	18.76	27.50	20.76	21.48	34.50	24.00	28.80	33.34	56.78		
	SY/ABQ	1.04	1.02	1.39	1.00	1.02	1.39	1.00	1.02	1.03	1.52		
3.0	AISC	9.39	---	---	9.39	---	---	9.39	---	9.39	---	---	
	SY/AISC	0.89	---	---	2.21	---	---	2.55	---	3.56	---	---	
	SY	5.67	13.20	20.13	13.89	15.12	24.71	16.07	20.25	22.01	40.91		
	ABQ	5.57	13.11	16.95	13.89	14.85	20.66	16.07	19.49	22.01	31.59		
4.0	SY/ABQ	1.02	1.01	1.19	1.00	1.02	1.20	1.00	1.04	1.00	1.30		
	AISC	6.03	---	---	6.03	---	---	6.03	---	6.03	---	---	
	SY/AISC	0.94	---	---	2.30	---	---	2.67	---	3.65	---	---	
	SY	4.31	10.16	13.76	10.56	11.52	16.56	12.24	15.52	16.56	26.16		
4.0	ABQ	4.18	10.12	12.36	10.52	11.52	14.88	12.24	15.20	16.56	22.08		
	SY/ABQ	1.03	1.00	1.11	1.00	1.00	1.11	1.00	1.02	1.00	1.19		
	AISC	4.46	---	---	4.46	---	---	4.46	---	4.46	---	---	
	SY/AISC	0.97	---	---	2.37	---	---	2.74	---	3.71	---	---	

KM: Kesme Merkezi, ÜB: Üst Başlık, AB: Alt Başlık, SY: Sunulan Yöntem, ABQ: ABAQUS yazılımı, AISC: AISC Yönetmeliği

Şekil 6.1c’de gösterilen Kesit III’ün farklı yükleme durumları için elde edilen elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentleri Çizelge 6.14’te verilmiştir.

Çizelge 6.14. Kesit III için elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentleri (kNm)

L (m)	Yöntem	M			P			q + P ( $\lambda=1.0$ )			q		
		KM	ÜB	AB	KM	ÜB	AB	ÜB	KM	AB	ÜB	KM	AB
1.5	SY	22.52	35.67	96.62	86.25	40.26	121.06	40.26	106.99	121.06	53.13	185.99	216.23
	ABQ	21.63	19.25	91.07	83.94	23.12	114.41	23.12	103.07	114.41	34.74	180.57	190.67
	SY/ABQ	1.04	1.85	1.06	1.03	1.74	1.04	1.74	1.04	1.06	1.53	1.03	1.13
	AISC	52.93	---	---	52.93	---	---	---	52.93	---	---	52.93	---
2.0	SY/AISC	0.43	---	---	1.63	---	---	---	2.02	---	---	3.51	---
	SY	14.54	28.50	56.94	52.44	32.22	70.86	32.22	64.62	70.86	42.52	109.58	123.56
	ABQ	14.08	17.34	55.64	52.04	20.58	68.70	20.58	63.72	68.70	29.48	105.28	114.76
	SY/ABQ	1.03	1.64	1.02	1.01	1.57	1.01	1.57	1.01	1.03	1.44	1.04	1.08
3.0	AISC	33.57	---	---	33.57	---	---	---	33.57	---	---	33.57	---
	SY/AISC	0.43	---	---	1.56	---	---	---	1.93	---	---	3.26	---
	SY	8.29	19.02	29.01	27.54	21.74	35.64	21.74	33.48	35.64	29.43	54.72	59.49
	ABQ	7.98	14.19	28.89	27.54	16.61	35.24	16.61	33.48	35.24	22.46	54.05	56.48
4.0	SY/ABQ	1.04	1.34	1.00	1.00	1.31	1.01	1.31	1.00	1.01	1.31	1.01	1.05
	AISC	18.93	---	---	18.93	---	---	---	18.93	---	---	18.93	---
	SY/AISC	0.44	---	---	1.46	---	---	---	1.77	---	---	2.89	---
	SY	5.75	13.88	18.80	18.12	15.84	22.80	15.84	21.84	22.80	22.00	34.72	36.96
4.0	ABQ	5.63	11.64	18.72	18.12	13.44	22.80	13.44	21.84	22.80	18.24	34.48	35.92
	SY/ABQ	1.02	1.19	1.00	1.00	1.18	1.00	1.18	1.00	1.00	1.21	1.01	1.03
	AISC	13.17	---	---	13.17	---	---	---	13.17	---	---	13.17	---
	SY/AISC	0.44	---	---	1.38	---	---	---	1.66	---	---	2.64	---

KM: Kesme Merkezi, ÜB: Üst Başlık, AB: Alt Başlık, SY: Sunulan Yöntem, ABQ: ABAQUS yazılımı, AISC: AISC Yönetmeliği

Çizelge 6.12, 6.13 ve 6.14 incelendiğinde kesme merkezinden yükleme durumu için sunulan yöntemin ve ABAQUS yazılımının sonuçlarının örtüştüğü, fakat

yük kesme merkezinden uzaklaştıkça ve eleman boyu azaldıkça sunulan yöntem ile ABAQUS yazılımının sonuçları arasındaki farkın arttığı görülmektedir. Bu durumun sebebi, elemanın boyu azaldıkça çubuk eleman kabulünün geçerliliğini yitirmesidir. Bu durumu Andrade ve Camotim, konsol kirişleri de içinde bulunduracak şekilde farklı mesnet şartları, eleman tipleri ve yükleme halleri için 1 boyutlu ve 3 boyutlu modellerin verdiği sonuçları karşılaştırarak incelemişlerdir ve Çizelge 6.12, 6.13 ve 6.14'te görülen duruma benzer sonuçlar elde etmişlerdir (Andrade, et al., 2007 a). Nominal moment değeri olarak elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükünün söz konusu olduğu eleman boylarında, çubuk eleman kabulü ile yapılan çözümlerin 3 boyutlu modelin verdiği çözümlerle arasındaki fark kabul edilebilir düzeydedir.

AISC yönetmeliğinde verilen formül ile sadece yük konumunun kesme merkezi olması halinde elemanın elastik kritik yanal burulmalı burkulma momenti bulunabilmektedir. Bu nedenle Çizelge 6.12, 6.13 ve 6.14'te AISC yönetmeliği için ayrılan satırlarda, üst başlık ve alt başlık yük konumlarını gösteren sütunlar boş bırakılmıştır.

AISC yönetmeliğinde önerilen formül ile yapılan hesaplarda sonucun yükleme haline göre değişmediği görülmektedir. Bu durum AISC yönetmeliğinin, Denklem 4.10'da tanımlanan  $C_b$  katsayısının yükleme durumundan bağımsız olarak konsollarda 1.0 alınmasını önermesinden kaynaklanmaktadır.

Eleman boyunca sabit moment yük hali hariç AISC yönetmeliğinin güvenli tarafta kaldığı söylenebilir.

### 6.2.2. Nominal momentlerin karşılaştırılması

Bu kısımda, kuvvetli eksen etrafında eğilme etkisi altında olan I kesitli konsol kirişler için, bu çalışmada sunulan prosedür ile EC3 ve AISC yönetmeliklerinde sunulan prosedürler karşılaştırılmıştır.

AISC yönetmeliğine göre nominal momentlerin bulunabilmesi için, kesitlerin Bölüm 6.2.1'de belirlenen basınç başlığı ve gövde sınıflarının yanında, daha önce Denklem 4.7 ve 4.8'de tanımlanan  $L_r$  ve  $L_p$  sınır değerlerinin de bilinmesi gerekmektedir. Kesit I, II ve III için  $L_r$  ve  $L_p$  sınır değerleri Çizelge 6.15'te verilmiştir.

Çizelge 6.15. Kesit I, II ve III için  $L_r$  ve  $L_p$  sınır değerleri

	$L_r$ (mm)	$L_p$ (mm)
<b>Kesit I</b>	3567.70	962.46
<b>Kesit II</b>	1753.54	325.06
<b>Kesit III</b>	3487.96	726.79

Çizelge 6.15'te verilen sınırlar göz önünde bulundurularak Kesit I için Çizelge 4.6'dan, Kesit II ve III için ise Çizelge 4.8'den uygun şart seçilerek  $M_N$  nominal moment değerleri bulunacaktır.

EC3 yönetmeliğine göre nominal momentin bulunabilmesi için de kesit sınıfının belirlenmesi gerekmektedir. EC3 yönetmeliğinde Genişlik/Kalınlık ( $GK$ ) oranları AISC yönetmeliğine benzer şekilde bulunmaktadır. Fakat sınıflandırma biçimi ve sınır değerlerin bulunma yöntemleri farklıdır. Basınç başlığının ve gövdenin sınıfı ayrı ayrı bulunarak en olumsuz sınıf kesitin sınıfı olarak belirlenir.

Basınç başlığı sınıfı Çizelge 6.16'da verilen şekilde belirlenir.

Çizelge 6.16. Başlık sınıfının belirlenmesi

<b>Şart</b>	<b>Sınıf</b>
$GK_b \leq 9\varepsilon_1$	1
$9\varepsilon_1 < GK_b \leq 10\varepsilon_1$	2
$10\varepsilon_1 < GK_b \leq 14\varepsilon_1$	3
$GK_b > 14\varepsilon_1$	4

Çizelge 6.16'da verilen  $\varepsilon_1$ , aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{235}{\sigma_y}} \quad (6.5)$$

Denklem 6.5'te verilen malzemenin akma gerilmesi  $\sigma_y$  'nin birimi MPa olmalıdır. Kesit I, II ve III'ün başlıkları için Genişlik/Kalınlık oranları ( $GK_b$ ) ve sınır değerler Çizelge 6.17'de verilmiştir.

Çizelge 6.17. Kesit I, II ve III'ün basınç başlığı için  $GK_b$  değerleri ve sınır değerler

	$GK_b$	Sınıf 1	Sınıf 2	Sınıf 3	Sınıf 4
<b>Kesit I</b>	5.54	≤9.00	≤10.00	≤14.00	>14.00
<b>Kesit II</b>	2.77				
<b>Kesit III</b>	5.54				

Çizelge 6.17'de görüldüğü üzere Kesit I, II ve III'ün basınç başlığının sınıfı 1'dir. Gövde sınıfının belirlenmesi için kullanılan sınır değerler ise kesitin iki eksene göre simetrik veya tek eksene göre simetrik olmasına göre değişir. Çizelge 6.18'de gövde sınıfının belirlenebilmesi için gerekli sınır değerler verilmiştir.

Çizelge 6.18. Gövde sınıfının belirlenmesi

Sınıf	İki eksene göre simetrik	Tek eksene göre simetrik	
		$\alpha_p \leq 0.5$	$\alpha_p > 0.5$
1	$GK_g \leq 72\varepsilon_1$	$GK_g \leq \frac{36\varepsilon_1}{\alpha_p}$	$GK_g \leq \frac{396\varepsilon_1}{13\alpha_p - 1}$
2	$72\varepsilon_1 < GK_g \leq 83\varepsilon_1$	$\frac{36\varepsilon_1}{\alpha_p} < GK_g \leq \frac{41.5\varepsilon_1}{\alpha_p}$	$\frac{396\varepsilon_1}{13\alpha_p - 1} < GK_g \leq \frac{456\varepsilon_1}{13\alpha_p - 1}$
3	$83\varepsilon_1 < GK_g \leq 124\varepsilon_1$	$\Gamma > -1 \rightarrow GK_g \leq \frac{42\varepsilon_1}{0.67 + 0.33\Gamma}$ $\Gamma \leq -1 \rightarrow GK_g \leq 62\varepsilon_1(1 - \Gamma)\sqrt{-\Gamma}$	
4	$GK_g > 124\varepsilon_1$	$\Gamma > -1 \rightarrow GK_g > \frac{42\varepsilon_1}{0.67 + 0.33\Gamma}$ $\Gamma \leq -1 \rightarrow GK_g > 62\varepsilon_1(1 - \Gamma)\sqrt{-\Gamma}$	

Çizelge 6.18’de verilen  $\alpha_p$ , plastik tarafsız eksenin gövde ile basınç başlığının birleştiği noktaya olan uzaklığının kesit net yüksekliğine oranıdır.  $\Gamma$  ise kesitteki en büyük çekme gerilmesinin, en büyük basınç gerilmesine oranıdır. Çizelge 6.19’da, Kesit II ve III için  $\alpha_p$  değeri hesaplanmıştır.

Çizelge 6.19. Kesit II ve III için  $\alpha_p$  değeri

	$\alpha_p$
<b>Kesit II</b>	$\frac{94.15 - 7.4}{160 - 2 * 7.4} = 0.60$
<b>Kesit III</b>	$\frac{65.85 - 7.4}{160 - 2 * 7.4} = 0.40$

Kesit I, II ve III'ün gövdesi için Genişlik/Kalınlık oranları ( $GK_g$ ) ve sınır değerler Çizelge 6.20'de verilmiştir.

Çizelge 6.20. Kesit I, II ve III'ün gövdesi için  $GK_g$  değerleri ve sınır değerler

	$GK_g$	Sınıf 1	Sınıf 2
<b>Kesit I</b>	29.04	$\leq 72.00$	$\leq 83.00$
<b>Kesit II</b>		$\leq 58.24$	$\leq 67.06$
<b>Kesit III</b>		$\leq 90.00$	$\leq 103.75$

Çizelge 6.20'den Kesit I, II ve III'ün gövdesinin sınıfının 1 olduğu görülebilir. İncelenen tüm kesitlerin basınç başlığının ve gövdesinin sınıfı 1'dir ve böylece, bu kesitlerin sınıfının 1 olduğu söylenebilir.

Bölüm 4'te, Denklem 4.3'te tanımlanan  $M_{b,Rd}$  formülündeki  $W_y$  değerinin, sınıfı 1 ve 2 olan kesitler için plastik mukavemet momenti olarak alınması gerektiği Çizelge 4.2'de görülebilir. EC3 yönetmeliğine göre elemanın nominal moment değeri Bölüm 4.2'de verilen prosedür takip edilerek bulunmuştur. EC3'te elemanların elastik kritik yanal burulmalı burkulma momentinin bulunabilmesi için bir yöntem önderilmediğinden, Denklem 4.5'te verilen elastik kritik yanal burulmalı burkulma momenti ( $M_{cr,e}$ ) bu çalışmada sunulan yöntem ile hesaplanmıştır.

#### **6.2.2.1. Örnek 1: Kesit I'in kesme merkezinden eleman boyunca düzgün yayılı yük ile yüklenmesi hali (L=3 m)**

Çalışmada sunulan yöntem ile, 3 m boyunda konsol olarak düzenlenen Kesit I'in, kesme merkezinden eleman boyunca düzgün yayılı yük ile yüklenmesi hali için elastik kritik yanal burulmalı burkulma momenti 66.83 kNm olarak bulunmuştur. Söz edilen eleman için nominal moment değeri aşağıdaki şekilde bulunabilir.



$$M_{el} = 235 * 10.43 * 10^4 = 24.51 * 10^6 \text{ Nmm} = 24.51 \text{ kNm} \quad (6.6)$$

$$M_{cr,e}/M_{el} = 66.83/24.51 = 2.73 \quad (6.7)$$

$$M_N = [0.9625 + 0.0375(2.73)] * 24.51 = \mathbf{26.10 \text{ kNm}} \quad (6.8)$$

Elemanın boyu AISC yönetmeliğinde verilen  $L_p$  ve  $L_r$  sınırları arasında kalmaktadır. O halde AISC yönetmeliğine göre  $M_N$  değeri aşağıdaki şekilde hesaplanacaktır.

$$M_N = C_b \left[ M_p - (M_p - 0.7\sigma_y W_{el}) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad (6.9)$$

Kesit I için nominal moment değeri aşağıda verilen ifadelerle hesaplanabilir.

$$M_p = 235 * 11.90 * 10^4 = 27.97 * 10^6 \text{ Nmm} \quad (6.10)$$

$$M_N = 1 \left[ 27.97 * 10^6 - (27.97 * 10^6 - 0.7 * 235 * 10.43 * 10^4) * \left( \frac{3000 - 962.46}{3567.70 - 962.46} \right) \right] = 19.51 * 10^6 \text{ Nmm} = \mathbf{19.51 \text{ kNm}} \quad (6.11)$$

EC3'e göre nominal moment,  $\bar{\lambda}_{LT}$ ,  $\phi_{LT}$  ve  $\chi_{LT}$  değerleri hesaplanarak aşağıda verilen şekilde belirlenebilir.

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \sigma_y}{M_{cr,e}}} = \sqrt{\frac{11.90 * 10^4 * 235}{66.83}} = 0.65 \quad (6.12)$$

$$\phi_{LT} = 0.5[1 + 0.49(0.65 - 0.2) + 0.65^2] = 0.82 \quad (6.13)$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0.82 + \sqrt{0.82^2 - 0.65^2}} = 0.76 \quad (6.14)$$

$$M_{b,Rd} = 0.76 * 11.90 * 10^4 * \frac{235}{1} = 21.25 * 10^6 \text{ Nmm} = \mathbf{21.25 \text{ kNm}} \quad (6.15)$$

**6.2.2.2. Örnek 2: Kesit II'nin eleman boyunca sabit moment ile yüklenmesi hali (L=4 m)**

Kesit II'nin 4 m boyunda konsol olarak düzenlenmesi durumu için, eleman boyunca sabit moment ile yüklenmesi halinde, çalışmada sunulan yöntem ile elastik kritik yanal burulmalı burkulma momenti 4.31 kNm olarak bulunmuştur. Söz edilen eleman için nominal moment değeri aşağıdaki şekilde bulunabilir.

$$M_{el} = 235 * 66.40 * 10^3 = 15.60 * 10^6 \text{ Nmm} = 15.60 \text{ kNm} \quad (6.16)$$

$$M_{cr,e}/M_{el} = 4.31/15.60 = 0.28 \quad (6.17)$$

$$M_N = M_{cr,e} \rightarrow M_N = \mathbf{4.31 \text{ kNm}} \quad (6.18)$$

Elemanın boyu AISC yönetmeliğinde verilen  $L_r$  sınırından büyüktür. O halde AISC yönetmeliğine göre  $M_N$  değeri aşağıdaki şekilde hesaplanacaktır.

$$M_N = M_{cr,e} = W_{el,c} \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_t}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{I_t}{W_{el,c} d} \left(\frac{L_b}{r_t}\right)^2} \leq R_{pc} M_{el,c} \quad (6.19)$$

Kesit II için  $a_w$  ve  $r_t$  parametreleri hesaplanarak nominal moment değeri aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$a_w = \frac{2(94.15 - 7.4) * 5.0}{41 * 7.4} = 2.86 \quad (6.20)$$

$$r_t = \frac{41}{\sqrt{12 \left( \frac{160-7.4}{160} + \frac{1}{6} 2.86 \frac{(160-2*7.4)^2}{(160-7.4)*160} \right)}} = 10.13 \quad (6.21)$$

$$\begin{aligned}
M_N &= 66.40 * 10^3 \frac{\pi^2 * 2 * 10^5}{\left(\frac{4000}{10.13}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{22.66 * 10^3}{66.40 * 10^3 * (160 - 7.4)} \left(\frac{4000}{10.13}\right)^2} \quad (6.22) \\
&= 4.46 * 10^6 \text{ Nmm} = \mathbf{4.46 \text{ kNm}}
\end{aligned}$$

Kesit II'nin EC3'e göre nominal momenti,  $\bar{\lambda}_{LT}$ ,  $\phi_{LT}$  ve  $\chi_{LT}$  değerleri hesaplanarak aşağıda verilen şekilde belirlenebilir.

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \sigma_y}{M_{cr,e}}} = \sqrt{\frac{91.20 * 10^3 * 235}{4.31 * 10^6}} = 2.23 \quad (6.23)$$

$$\phi_{LT} = 0.5[1 + 0.49(2.23 - 0.2) + 2.23^2] = 3.48 \quad (6.24)$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{3.48 + \sqrt{3.48^2 - 2.23^2}} = 0.16 \quad (6.25)$$

$$M_{b,Rd} = 0.16 * 91.20 * 10^3 * \frac{235}{1} = 3.43 * 10^6 \text{ Nmm} = \mathbf{3.43 \text{ kNm}} \quad (6.26)$$

### **6.2.2.3. Örnek 3: Kesit III'ün kesme merkezinden serbest uçta tekil yük ile yüklenmesi hali (L=2 m)**

Çalışmada sunulan yöntem ile, 2 m boyunda konsol olarak düzenlenen Kesit III'ün, serbest uçta tekil yük ile kesme merkezinden yüklenmesi hali için elastik kritik yanal burulmalı burkulma momenti 52.44 kNm olarak bulunmuştur. Elemanın nominal moment değeri aşağıdaki şekilde bulunabilir.

$$M_{el} = 235 * 66.40 * 10^3 = 15.60 * 10^6 \text{ Nmm} = 15.60 \text{ kNm} \quad (6.27)$$

$$M_{cr,e}/M_{el} = 52.44/15.60 = 3.36 \quad (6.28)$$

$$M_N = [0.9625 + 0.0375(3.36)] * 15.60 = \mathbf{16.98 \text{ kNm}} \quad (6.29)$$

Elemanın boyu AISC yönetmeliğinde verilen  $L_p$  ve  $L_r$  sınırları arasında kalmaktadır. O halde AISC yönetmeliğine göre  $M_N$  değeri aşağıdaki şekilde hesaplanacaktır.

$$M_N = C_b \left[ R_{pc} M_{el,c} - (R_{pc} M_{el,c} - \sigma_L W_{el,c}) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq R_{pc} M_{el,c} \quad (6.30)$$

Kesit III için  $M_{el,c}$ ,  $\sigma_L$ ,  $M_p$  ve  $R_{pc}$  değerleri aşağıda verilen şekilde bulunarak elemanın nominal moment değeri yazılabilir.

$$M_{el,c} = 235 * 94.93 * 10^3 = 22.31 * 10^6 \text{ Nmm} \quad (6.31)$$

$$\frac{W_{el,t}}{W_{el,c}} = \frac{66.40 * 10^3}{94.93 * 10^3} = 0.70 \geq 0.7 \rightarrow \sigma_L = 0.7 * 235 = 164.5 \text{ MPa} \quad (6.32)$$

$$M_p = 235 * 91.20 * 10^3 = 21.43 * 10^6 \text{ Nmm} \quad (6.33)$$

$$\frac{I_{yc}}{I_y} > 0.23, \quad \frac{h_c}{t_w} \leq \lambda_{pw} \rightarrow R_{pc} = \frac{21.43 * 10^6}{22.31 * 10^6} = 0.96 \quad (6.34)$$

$$M_N = 1 \left[ 0.96 * 22.31 * 10^6 - (0.96 * 22.31 * 10^6 - 164.5 * 94.93 * 10^3) * \left( \frac{2000 - 726.79}{3487.96 - 726.79} \right) \right] = 18.74 * 10^6 \text{ Nmm} = \mathbf{18.74 \text{ kNm}} \quad (6.35)$$

Kesit III'ün EC3'e göre nominal moment değeri,  $\bar{\lambda}_{LT}$ ,  $\phi_{LT}$  ve  $\chi_{LT}$  parametreleri hesaplanarak aşağıdaki şekilde bulunabilir.

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \sigma_y}{M_{cr,e}}} = \sqrt{\frac{91.20 * 10^3 * 235}{52.44 * 10^6}} = 0.64 \quad (6.36)$$

$$\phi_{LT} = 0.5[1 + 0.49(0.64 - 0.2) + 0.64^2] = 0.81 \quad (6.37)$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0.81 + \sqrt{0.81^2 - 0.64^2}} = 0.77 \quad (6.38)$$

$$M_{b,Rd} = 0.77 * 91.20 * 10^3 * \frac{235}{1} = 16.50 * 10^6 \text{ Nmm} = \mathbf{16.50 \text{ kNm}} \quad (6.39)$$

Yapılan örnekler için elde edilen sonuçlar Çizelge 6.21'de toplu olarak verilmiştir.

Çizelge 6.21. Hesaplanan nominal moment değerleri (kNm)

	Örnek 1	Örnek 2	Örnek 3
SY	26.10	4.31	16.98
AISC	19.51	4.46	18.74
<b>SY/AISC</b>	<b>1.34</b>	<b>0.97</b>	<b>0.91</b>
EC3	21.25	3.43	16.50
<b>SY/EC3</b>	<b>1.23</b>	<b>1.26</b>	<b>1.03</b>

Çizelge 6.21 incelendiğinde, sunulan yöntem ile hesaplanan nominal moment değerleri ile AISC ve EC3 yönetmeliklerinde verilen yöntemlerle hesaplanan nominal moment değerleri arasında farklar olduğu görülmektedir. AISC yönetmeliğinin konsol kirişlerin elastik kritik yanal burulmalı burkulma moment değerinin bulunması için önerdiği yöntemde, yükleme hali hiçbir parametreyi değiştirmemektedir. Bu sebeple sunulan yöntem ve AISC yönetmeliğinde verilen yöntem ile hesaplanan nominal moment değerleri arasında farklar oluşmaktadır.

EC3 yönetmeliğine göre hesaplanan nominal moment değeri, herhangi bir güvenlik katsayısı kullanmadan tasarım momenti olarak kullanılabilir. Bu durum göz önünde bulundurulduğunda EC3 yönetmeliğinde verilen yöntem ile hesaplanan nominal moment değerlerinin, sunulan yöntem ile hesaplanan değerlere göre güvenli tarafta kalması doğaldır. Sunulan yönteme göre hesaplanan nominal moment 0.7 ile, AISC yönetmeliğine göre hesaplanan nominal moment ise 0.9 ile çarpılarak tasarım momenti elde edilmektedir.

Sunulan yöntem ile AISC ve EC3 yönetmeliklerinde tasarım momentinin hesaplanması için verilen parametreler göz önünde bulundurulduğunda, elde edilen sonuçların uyum içerisinde olduğu söylenebilir.

## BÖLÜM 7

### SONUÇ VE ÖNERİLER

Çalışmada, I kesitli konsol kirişlerin elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükünün farklı yükleme halleri altında bulunabilmesi için yanal burulmalı burkulmanın diferansiyel denkleminin Sonlu Farklar Yöntemi ile çözümü esas alınarak Enerji Yöntemi ile bir tasarım denklemi geliştirilmiştir. Konsol kirişlerin elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükünün Enerji Yöntemi ile bulunması güçtür. Zira Enerji Yöntemi'ni konsol kirişlere uygulayabilmek için, sistemin sınır şartlarını sağlayan ve formu elemanın elastik kritik yanal burulmalı burkulma moduna benzeyen bir burulma açısı fonksiyonu seçilmelidir. Konsol kirişlerin elastik kritik yanal burulmalı burkulma mod şekli, Denklem 2.117'de tanıtilan narinlik değerine bağlı olduğundan seçilecek burulma açısı fonksiyonu elemanın narinliğini parametre olarak içinde bulundurmalıdır. Bu özellikleri taşıyan bir burulma açısı fonksiyonunun bulunması mümkün görülmemektedir. Böyle bir burulma açısı fonksiyonu literatürde de yer almamaktadır. Bu nedenler ile çalışmanın yönü nümerik yöntemlere çevrilmiştir. Farklı narinliklere sahip elemanlar 100 sonlu elemana bölünüp, Sonlu Farklar Yöntemi ile elemanın elastik kritik yanal burulmalı burkulma modu bulunmuştur. Daha sonra incelenen her narinlik değeri için bulunan mod şekli, Enerji Yöntemi'nde burulma açısı fonksiyonu olarak kullanılarak çözümler yapılmıştır. Konsol kirişlerin elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükünün hesaplanmasında zorlukları olan Enerji Yöntemi'nin uygulanmasında ısrarcı davranılmasının sebebi, Enerji Yöntemi ile yükün kesme merkezi haricinde bir konumda bulunması durumunun dikkate alınabilmesi ve elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükü için parametrik bir formül sunulabilmesidir.

Elemanların elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükleri, sunulan yöntemin doğrulanmasında kullanılmak üzere, ABAQUS yazılımı ile de bulunmuştur. Kirişler, S8R5 kabuk elemanları ile 100 parçaya ayrılarak modellenmiştir. Yükleme, bölgesel stabilite kaybı oluşmaması amacıyla, bileşkesi istenen konumda olacak şekilde kesite yayılarak yapılmıştır. Sunulan yöntem ile bulunan elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükleri ABAQUS yazılımı ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldığında,

kesme merkezinden yapılan yüklemeler için sonuçların örtüştüğü görülmüştür. Yük kesme merkezinden uzaklaştıkça, azalan eleman boyu ile beraber sunulan yöntem ile bulunan sonuçlarla, ABAQUS yazılımı ile bulunan sonuçlar arasındaki farkın büyüdüğü görülmektedir. Bu durumun sebebi Bölüm 6'da açıklandığı üzere, azalan kiriş boyu ile beraber elemanın levha davranışı göstermesi ve “çubuk eleman” kabulünün artık geçerliliğini yitirmesidir.

Deneyler 1 m, 2 m ve 3 m boyundaki IPE100 kesitli numuneler üzerinde gerçekleştirilmiştir. Toplam 9 numune üzerinde yapılan deneylerde elemanlar serbest uçlarından yüklenerek, serbest uça tekil yük hali için elastik kritik yanal burulmalı burkulma yükleri tespit edilmiştir. Deneylerde elde edilen sonuçlar ile sunulan yöntem ve ABAQUS yazılımı ile elde edilen sonuçların örtüştüğü görülmüştür.

Sunulan tasarım prosedürü ile elde edilen nominal moment değerleri AISC360-10 ve EC3 yönetmeliklerine göre nominal momentin bulunması için verilen yöntemler ile karşılaştırılmış ve sonuçların yorumları yapılmıştır.

Deneyler ve analitik çalışmaların sonucunda, I kesitli konsol kirişlerin ilk akma momenti, tam plastik moment ve elastik kritik yanal burulmalı burkulma momenti değerlerine bağlı olarak tasarımda kullanılacak nominal moment değerlerini hesaplamayı mümkün kılan bir tasarım prosedürü sunulmuştur. Ayrıca kesitin üst başlık, kesme merkezi ve alt başlığından yüklenmesi özel halleri de kapsamaktadır. Taranan literatürde bu kapsamda bir çalışmaya rastlanılmamıştır.

Yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçlara dayanarak, aşağıdaki öneriler sunulabilir.

- Yanal yer değiştirmeyi önleyen destekler kullanılarak, yanal burulmalı burkulma riski bulunan konsol kirişlerin burkulma boyu azaltılmalıdır. Böylece kirişin narinliği azalacak ve yanal burulmalı burkulma dayanımı artacaktır.
- Yanal burulmalı burkulma riski bulunan elemanların kesitleri, zayıf eksene göre atalet momenti başka kesitlere göre daha büyük olan kesitler arasından seçilerek elemanın yanal burulmalı burkulma riski azaltılabilir.



## KAYNAKLAR DİZİNİ

- Adams, R.A., 1999, Calculus “A Complete Course” Fourth Edition, Addison-Wesley, 1027 p.
- American Institute of Steel Construction (A.I.S.C.), 2010, Specification for Structural Steel Buildings, 552 p.
- Andrade, A., Camotim, D. and Borges Dinis, P., 2007 a, Lateral-torsional buckling of singly symmetric web-tapered thin-walled I-beams: 1D model vs. shell FEA, Computers and Structures, 85, 1343-1359.
- Andrade, A., Camotim, D. and Providência e Costa, P., 2007 b, On the evaluation of elastic critical moments in doubly and singly symmetric I-section cantilevers, Journal of Constructional Steel Research, 63, 894-908.
- Aydın, R., 2003, Yapı Statiği II, Osmangazi Üniversitesi Yayınları, 330 s.
- Aydın, R., 2009, Analysis of equal leg single-angle section beams subjected to biaxial bending and constant axial compressive force, Journal of Constructional Steel Research, 65, 335-341.
- Aydın, R., Doğan, M., 2007, Elastic, full plastic and lateral torsional buckling analysis of steel single-angle section beams subjected to biaxial bending, Distortional buckling in braced-cantilever I-beams, Journal of Constructional Steel Research, 63, 13-23.
- Bradford, M.A., Pi, Y.L., 2006, Flexural-torsional buckling of fixed steel arches under uniform bending, Journal of Constructional Steel Research, 62, 20-26.
- Comité Européen de Normalisation (C.E.N.), 1992, Eurocode 3: Design of steel structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings (ENV 1993-1-1), 270 p.
- Comité Européen de Normalisation (C.E.N.), 2005, Eurocode 3: Design of steel structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings (EN 1993-1-1).
- Deren, H., Uzgider, E., Piroğlu, F., 2003, Çelik Yapılar, Çağlayan Kitabevi, 814 s.
- Eryiğit, E., Zor, M., Arman, Y., 2009, Hole effects on lateral buckling of laminated cantilever beams, Composites Part:B, 40, 174-179.
- Galambos, T.V., 1968, Structural Members and Frames, Prentice-Hall Inc.
- Galambos, T.V., 1998, Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, John Wiley & Sons Inc., 799 p.

### KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Ghali, A., Neville, A.M., 1977, Structural Analysis “A Unified Classical and Matrix Approach”, Chapman and Hall, 779 p.
- İnan, M., 2001, Cisimlerin Mukavemeti, İTÜ Vakfı, 560 s.
- Ji, T., Bell, A., 2008, Seeing and touching structural concepts, Taylor and Francis, 288 p.
- Karaagac, C., Öztürk, H., Sabuncu, M., 2009, Free vibration and lateral buckling of a cantilever slender beam with an edge crack: Experimental and numerical studies, Journal of Sound and Vibration, 326, 223-250.
- Kim, N.I., Fu, C.C., Kim, M.Y., 2007, Stiffness matrices for flexural-torsional/lateral buckling and vibration analysis of thin-walled beam, Journal of Sound and Vibration, 299, 739-756.
- Kim, S.E., Uang, C.M., Choi, S.H., An, K.Y., 2006, Practical advanced analysis of steel frames considering lateral torsional buckling, Thin-Walled Structures, 44, 709-720.
- Lu, L.W., Shen, S.Z., Shen, Z.Y., Hu, X.R., 1983, Stability of steel members, Architecture and Building Press.
- Qiao, P., Zou, G., Davalos, J.F., 2003, Flexural-torsional buckling of fiber-reinforced plastic composite cantilever I-beams, Composite Structures, 60, 205-217.
- Samanta, A., Kumar, A., 2008, Distortional buckling in braced-cantilever I-beams, Thin-Walled Structures, 46, 637-645.
- Shan, L., Qiao, P., 2005, Flexural-torsional buckling of fiber-reinforced plastic composite open channel beams, Composite Structures, 48, 211-224.
- Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., 1961, Theory of elastic stability. 2nd ed., McGraw-Hill, 541 p.
- Türk Standartları Enstitüsü (T.S.E.), 1980, Çelik Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları, 45 s
- Türk Standartları Enstitüsü (T.S.E.), 2011, Metalik Malzemeler – Çekme Deneyi – Bölüm 1: Oda Sıcaklığında Deney Metodu, 57 s.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)**

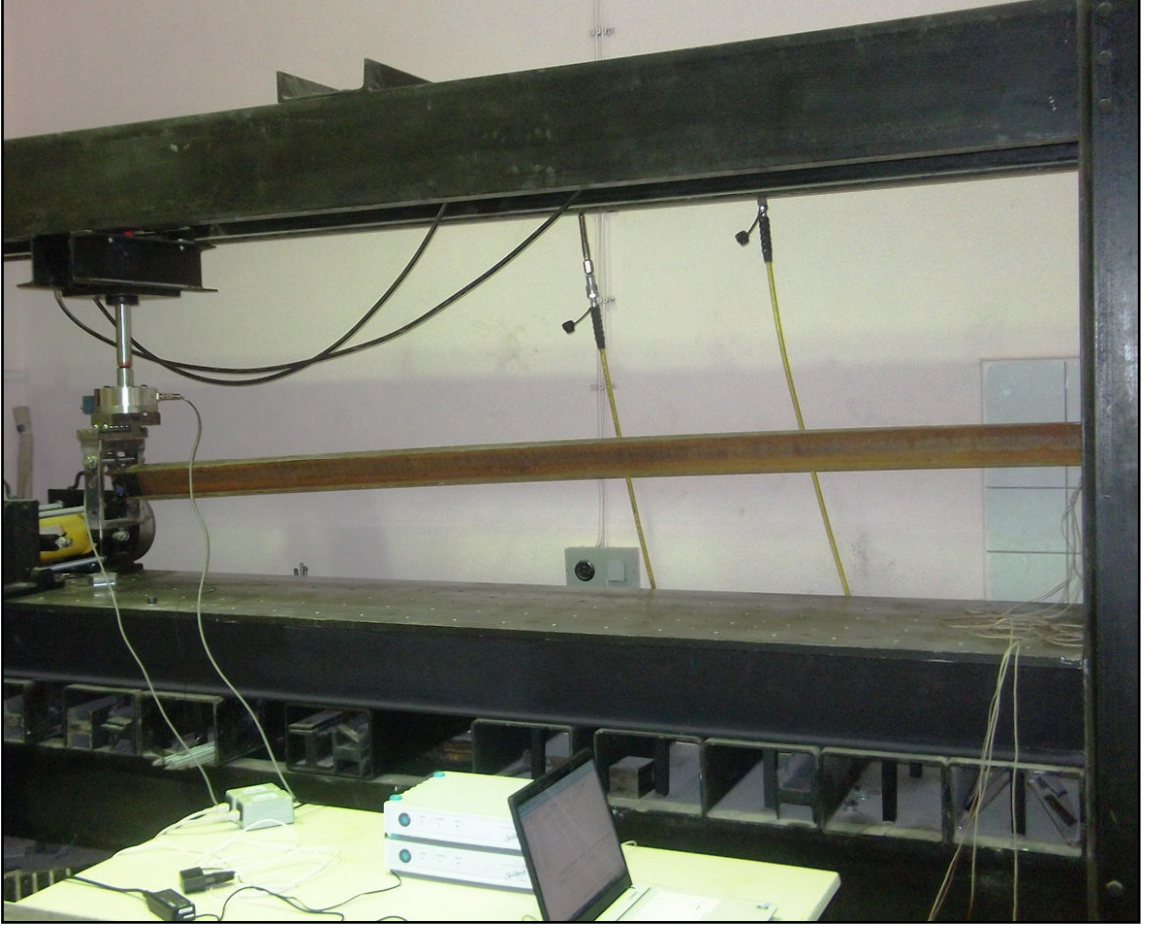
- Vila Real, P.M.M., Piloto, P.A.G., Franssen, J.M., 2003, A new proposal for a simple model for the lateral-torsional buckling of unrestrained steel I-beams in case of fire: experimental and numerical validation, *Journal of Constructional Steel Research*, 59, 179-199.
- Yogev, O., Bucher, I., Rubin, M.B., 2007, Dynamic lateral torsional post-buckling of a beam-mass system: Experiments, *Journal of Sound and Vibration*, 299, 1049-1073.
- Zhang, L., Tong, G.S., 2008, Elastic flexural-torsional buckling of thin-walled cantilevers, *Thin-Walled Structures*, 46, 27-37.

## **ÖZGEÇMİŞ**

Yazar, 01.11.1982 tarihinde, Amasya'nın Suluova ilçesinde doğmuştur. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik – Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü'nden 2005 yılında mezun olmuş, 2007 yılında aynı üniversitenin Fen Bilimleri Enstitüsü'nde, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Yapı Bilim Dalı'nda yüksek lisansını tamamlamıştır. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Sivrihisar Meslek Yüksekokulu'nda öğretim görevlisi olarak görev yapan yazar, iyi derecede İngilizce bilmektedir.

## EKLER

### Ek 1. Çalışmaya Ait Fotoğraflar



3 m uzunluğunda IPE100 kesitli konsol kirişin, üst başlığından yüklenmesi hali için yanal burulmalı burkulma durumu (yan görünüş)



3 m uzunluğunda IPE100 kesitli konsol kirişin, üst başlığından yüklenmesi hali için yanıl burulmalı burkulma durumu (üst görünüş)

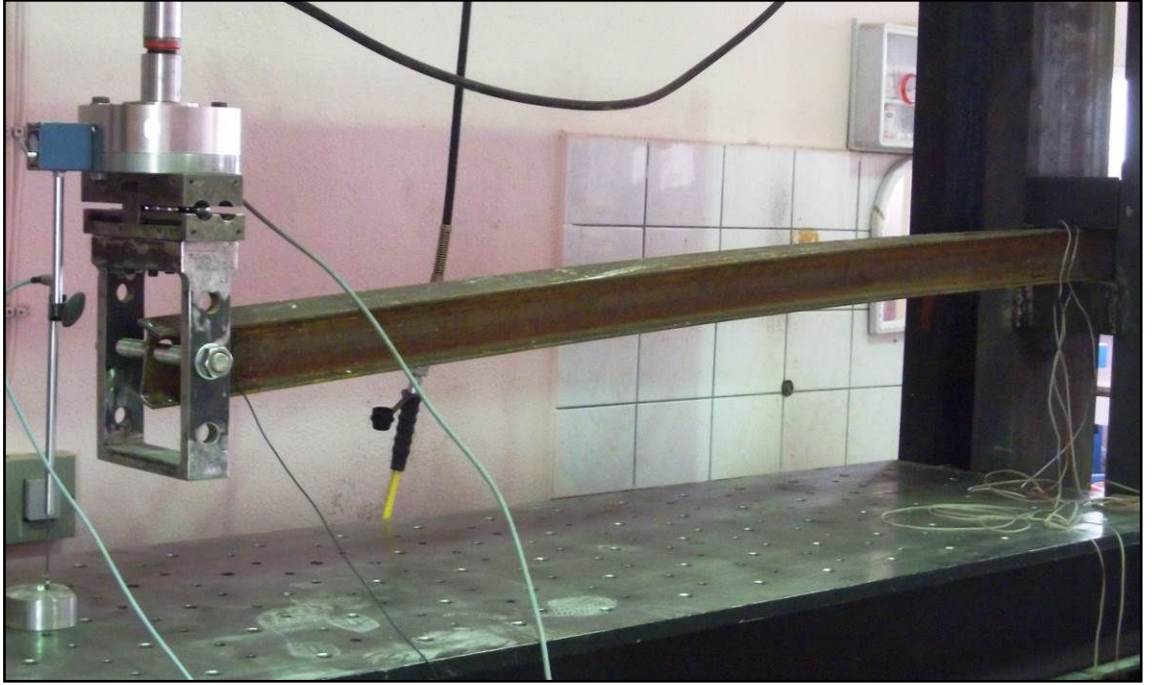


3 m uzunluğunda IPE100 kesitli konsol kirişin, alt başlığından yüklenmesi hali için yanal burulmalı burkulma durumu (üst görünüş)



3 m uzunluğunda IPE100 kesitli konsol kirişin, alt başlığında yüklenmesi hali için yanal burulmalı burkulma durumu (ön görünüş)

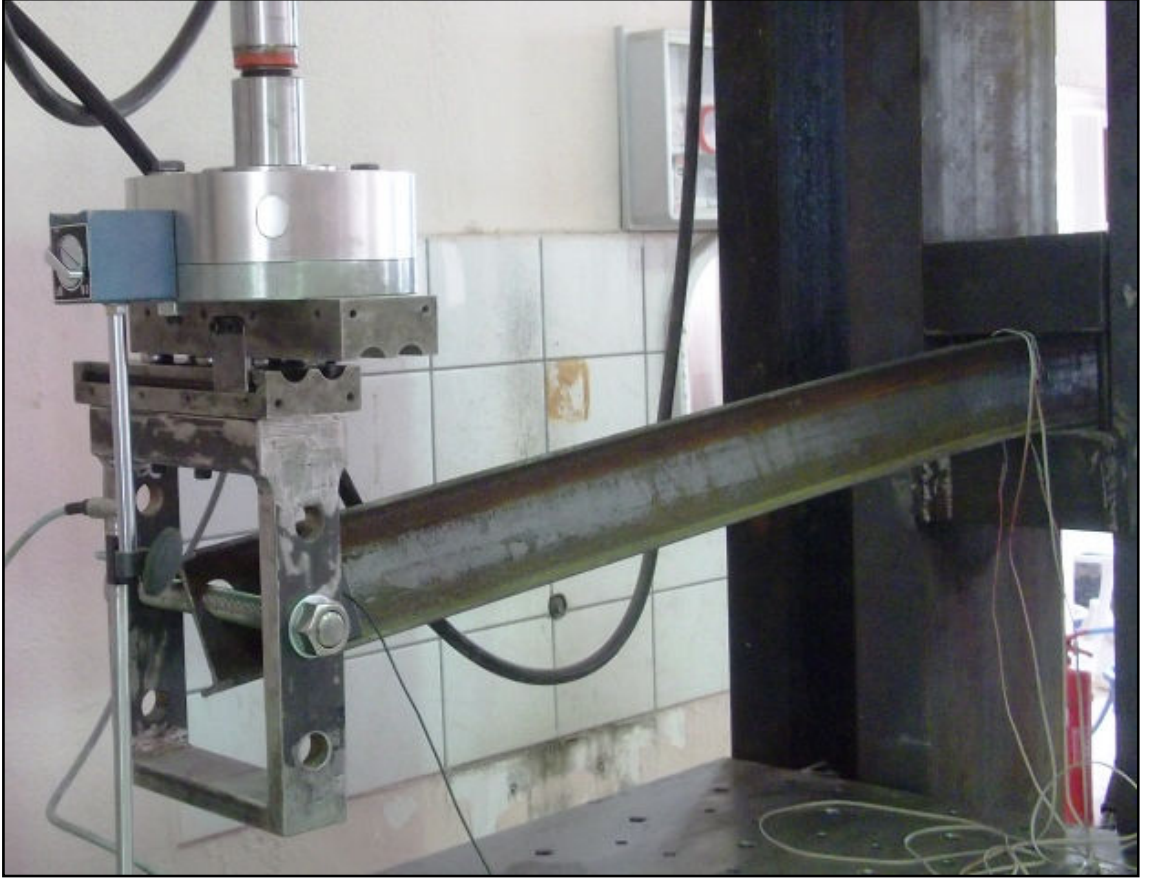




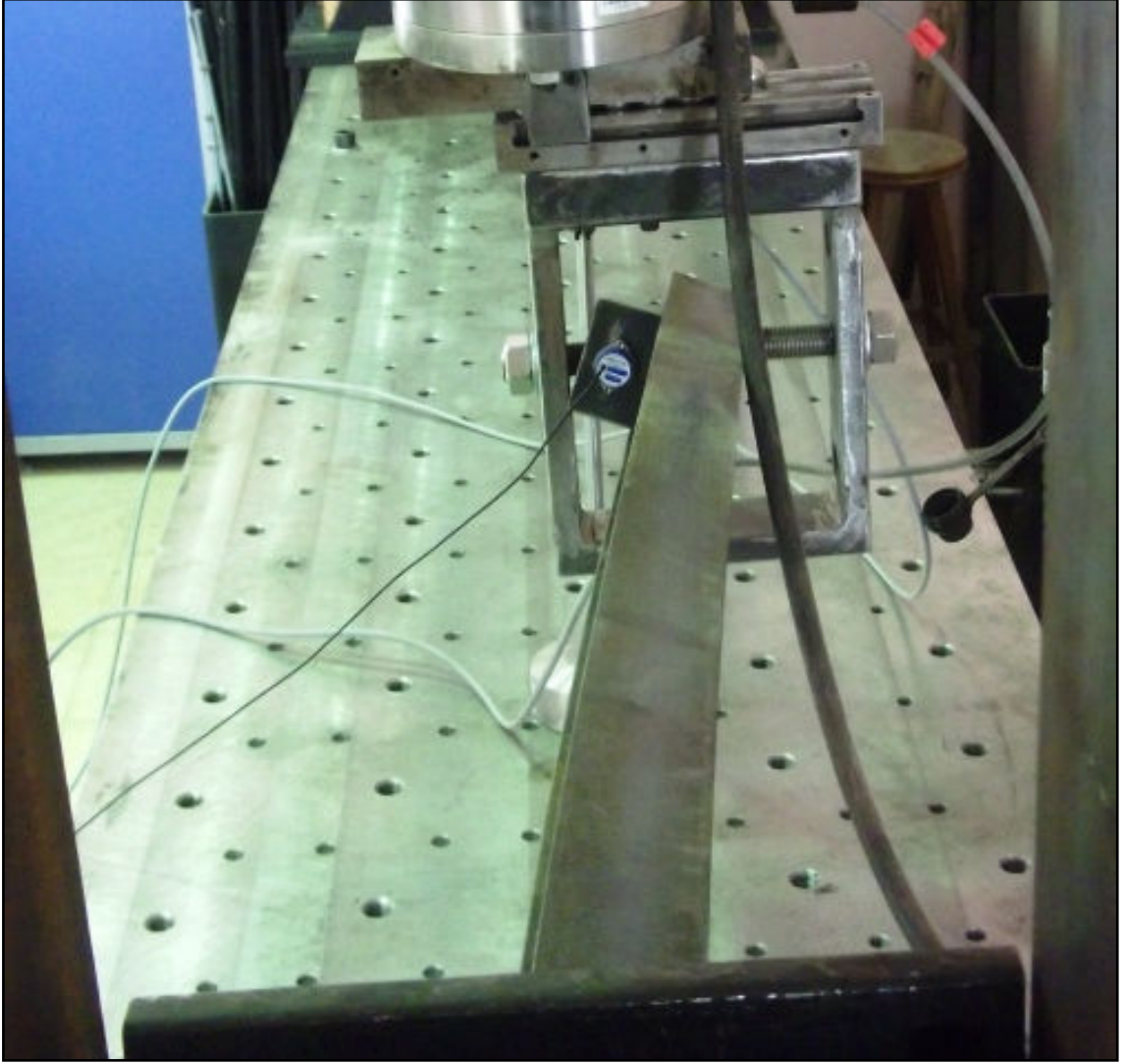
2 m uzunluğunda IPE100 kesitli konsol kirişin, kesme merkezinden yüklenmesi hali için yanal burulmalı burkulma durumu (yan görünüş)



2 m uzunluğunda IPE100 kesitli konsol kirişin, kesme merkezinden yüklenmesi hali için yanal burulmalı burkulma durumu (üst görünüş)



1 m uzunluğunda IPE100 kesitli konsol kirişin, kesme merkezinden yüklenmesi hali için yanal burulmalı burkulma durumu (yan görünüş)



1 m uzunluğunda IPE100 kesitli konsol kirişin, kesme merkezinden yüklenmesi hali için yanal burulmalı burkulma durumu (yan görünüş)