

Bir Ters Sarkaç Denetimi Gerçeklemesi

Gülin Elibol

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Mayıs 2015

A Control Implementation of Inverted Pendulum

Gülin Elibol

**MASTER OF SCIENCE THESIS**

Department of Electrical-Electronics Engineering

May 2015

Bir Ters Sarkaç Denetimi Gerçeklemesi

Gülin Elibol

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca  
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı  
Kontrol ve Kumanda Sistemleri Bilim Dalında  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU

Mayıs 2015

## ONAY

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Gülin Elibol'un YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı "Bir Ters Sarkaç Denetimi Gerçeklemesi" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

**Danışman** : Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU

**İkinci Danışman** : -

**Yüksek Lisans Tez Savunma Jürisi:**

**Üye** : Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU

**Üye** : Prof. Dr. Osman PARLAKTUNA

**Üye** : Prof. Dr. Hasan Hüseyin ERKAYA

**Üye** : Yrd. Doç. Dr. Bünyamin TAMYÜREK

**Üye** : Yrd. Doç. Dr. Muammer AKÇAY

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ..... tarih ve  
..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Hürriyet ERŐAHAN  
Enstitü Müdürü

## ETİK BEYAN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU danışmanlığında hazırlamış olduğum “Bir Ters Sarkaç Denetimi Gerçekleşmesi” başlıklı YÜKSEK LİSANS tezimin özgün bir çalışma olduğunu; tez çalışmamın tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; tezimde verdiğim bilgileri, verileri akademik ve bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak elde ettiğimi; tez çalışmamda yararlandığım eserlerin tümüne atıf yaptığımı ve kaynak gösterdiğimi ve bilgi, belge ve sonuçları bilimsel etik ilke ve kurallara göre sunduğumu beyan ederim. 26/05/2015

Gülin Elibol

İmza

## ÖZET

Bu tezin amacı, ters sarkacı aşağı denge noktasından, yukarı denge noktasına çıkarmak ve bu noktada sabit bir şekilde tutmaktır. Yukarı denge noktasına çıkarmak için enerji tabanlı kontrol yöntemi kullanılmakta ve ters sarkaç sistemine ait kısıtlar göz önünde bulundurularak kontrol kuralı tasarlanmaktadır. Tasarlanan bu kuralın temelinde ters sarkaca ait aracın kullandığı pistin parçalara ayrılması ve her parçaya farklı iki girdi değerinin atanması bulunmaktadır. Ters sarkaca uygulanacak olan girdinin seçimi ise aracın bulunduğu yol parçasına ait girdi değerlerine göre hesaplanan sarkacın enerjisinin türevi değerlerinin kıyaslanması ile gerçekleşmektedir. Sarkaç yukarı denge noktasının komşuluğuna yaklaştığında ise doğrusal karesel düzenleyici ile dengeleme işlemini içeren kontrol kuralı devreye girmektedir. Tasarlanan kontrol kuralları gerçek zamanlı deneyler ile test edilmektedir.

Deneysel sonuçlar, hazırlanan algoritmanın başarılı bir şekilde çalıştığını göstermektedir. Sisteme ait kısıtlar dahilinde sarkaç yaklaşık 8 saniyede yukarı denge noktasına ulaşmakta ve sabit kalmaktadır.

**Anahtar Kelimeler:** Ters sarkaç, enerji tabanlı kontrol yöntemi, doğrusal karesel düzenleyici, sınırlı pist uzunluğu, sınırlı girdi.

## SUMMARY

The main purpose of this thesis is to drive the pendulum to its upright equilibrium point and keep it at that point thereafter. Energy based control method is used and the constraints of inverted pendulum are considered to design a swing-up algorithm. In this algorithm, the limited-length rail is separated into a few parts and for each part, system input is chosen from a set containing two different input values. The input selection criteria are the magnitude and sign of the energy derivative at that instant. When the pendulum approaches a specified neighbourhood of the upright equilibrium point, Linear Quadratic Regulator takes the control over for balancing the pendulum. Performances of the designed algorithms are verified via real-time simulations.

The experimental results demonstrate that the swing-up and balance algorithms operate successfully. The pendulum reaches the upright equilibrium point about 8 seconds and remains at the upright point and satisfies the system's constraints.

**Keywords:** Inverted pendulum, energy based control method, LQR, restricted rail length, limited number of inputs.

## TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmamda; konunun belirlenmesinde, gerçekleştirilmesinde ve sonuçlandırılmasında her türlü bilimsel katkı ve manevi destek sağlayan, hiçbir konuda yardımlarını esirgemeyen, tecrübe ve görüşleriyle bana her zaman çözüm yolu gösteren danışman hocam Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU'na sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Eğitim hayatım boyunca başarılarımı borçlu olduğum, maddi ve manevi desteklerini ve yardımlarını benden hiç esirgemeyen sevgili annem Candan ELİBOL'a, sevgili babam Doç. Dr. Halil ELİBOL'a, sevgili abim ve kardeşim, Sencer ve Ömer Emre ELİBOL'a minnet dolu sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tezimin her aşamasında yanımda olan, dostluğu ve desteği için meslektaşım Araş. Gör. Sezgin SEÇİL'e teşekkürlerimi sunarım.



## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET</b> .....	vi
<b>SUMMARY</b> .....	vii
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	viii
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	xii
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	xvi
<b>SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ</b> .....	xvii
<b>1. GİRİŞ</b> .....	1
<b>2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI</b> .....	3
<b>3. TERS SARKAÇ VE DİNAMIĞI</b> .....	5
3.1. Ters Sarkaç .....	5
3.2. Donanım Özellikleri .....	6
3.2.1. Araç pozisyon enkoderi .....	6
3.2.2. Sarkaç ve açılı enkoderi .....	8
3.3. Matematiksel Model.....	9
3.3.1. Ters sarkaç diferansiyel denklem modelinin elde edilmesi .....	9
3.3.2. Durum değişkenleri formu.....	13
3.4. Donanım Testleri ve Sonuçları.....	14
3.4.1. Yukarı konumdan serbest düşme testleri .....	16
3.4.2. Orta açılı konumundan serbest düşme testleri .....	17
3.4.3. Araç itme testi.....	18
<b>4. KONTROL KURALI TASARIMI</b> .....	20
4.1. Yukarı Kaldırma Stratejisi.....	20
4.1.1. Kontrol sinyali hesaplanması.....	24
4.2. Dengeleme Stratejisi.....	29
4.2.1. Ters sarkacın doğrusallaştırılması ve (Q,R) hesaplanması .....	30
4.3. Algoritma .....	32
4.3.1. Yukarı kaldırma algoritması .....	32
4.3.2. Yukarı kaldırma ve dengeleme algoritmaları arası geçiş.....	36

## İÇİNDEKİLER (devam)

### Sayfa

<b>5. DENEY ÇIKTILARI</b> .....	40
5.1. Yukarı Kaldırma Algoritması Sonuçları .....	41
5.1.1. Örnekleme zamanı 20 ms ve $I_0$ 0.5 A için test sonuçları .....	41
5.1.2. Örnekleme zamanı 10 ms ve $I_0$ 0.5 A için test sonuçları .....	45
5.1.3. Örnekleme zamanı 20 ms ve $I_0$ 1 A için test sonuçları .....	48
5.1.4. Örnekleme zamanı 10 ms ve $I_0$ 1 A için test sonuçları .....	50
5.1.5. Örnekleme zamanı 20 ms, $I_0$ 0.5 A ve sabit girdi başlangıcı için test sonuçları.....	52
5.1.6. Örnekleme zamanı 10 ms, $I_0$ 0.5 A ve sabit girdi başlangıcı için test sonuçları.....	54
5.2. Yukarı Kaldırma Algoritması Testlerinin Karşılaştırılması .....	58
5.2.1. Sarkacın açı verileri kullanılarak örnekleme sürelerinin ve $I_0$ değerlerinin Karşılaştırılması .....	58
5.2.2. Sarkacın açısal hız verileri kullanılarak örnekleme sürelerinin ve $I_0$ değerlerinin karşılaştırılması.....	61
5.2.3. Aracın pozisyon verileri kullanılarak örnekleme sürelerinin ve $I_0$ değerlerinin karşılaştırılması .....	63
5.2.4. Aracın Hız Verileri kullanılarak örnekleme sürelerinin ve $I_0$ değerlerinin karşılaştırılması.....	67
5.2.5. Sarkacın Enerji Değeri kullanılarak örnekleme sürelerinin ve $I_0$ değerlerinin karşılaştırılması.....	69
5.2.6. Sarkacın enerji türevi değeri kullanılarak örnekleme sürelerinin ve $I_0$ değerlerinin karşılaştırılması .....	73
5.3. Dengeleme ve Tam Çözüm .....	76
5.3.1. Örnekleme zamanı 20 ms, $I_0$ 0.5 A için test sonuçları .....	76
5.3.2. Örnekleme zamanı 10 ms, $I_0$ 0.5 A için test sonuçları .....	79
<b>6. SONUÇLAR</b> .....	81
<b>KAYNAKLAR DİZİNİ</b> .....	84
<b>EK AÇIKLAMALAR</b> .....	87
Ek Açıklamalar-A: Donanım Testleri – Sistem Modeli: nonlinip.m .....	87

**İÇİNDEKİLER (devam)****Sayfa**

Ek Açıklamalar-B: Test 1-7 .m Dosyaları .....	88
B.1. Test 1: dny1.m .....	88
B.2. Test 2: dny2.m .....	89
B.3. Test 3: dny3.m .....	90
B.4. Test 4: dny4.m .....	91
B.5. Test 5: dny5.m .....	92
B.6. Test 6: dny6.m .....	93
B.7. Test 7: dny7.m .....	94
Ek Açıklamalar-C: Yukarı Kaldırma Algoritması – uhesap fonksiyonu .....	96

## ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
3.1 Ters Sarkaç (a) Gerçek (b) Temsili .....	5
3.2 Pozisyon ve Açık Enkoderleri .....	7
3.3 Optik Enkoder (a)Enkoder Yapısı (b)Enkoder Kanalları .....	7
3.4 Kullanılan Enkoderler (a)Pozisyon Enkoderi (b)Açık Enkoderi.....	8
3.5 Ters Sarkaç Testleri Simülasyon Modeli.....	14
3.6 Deney Sonuçları (a)Deney 1 Grafikleri (b)Deney 2 Grafikleri.....	16
3.7 Deney Sonuçları (a)Deney 3 Grafikleri (b)Deney 4 Grafikleri.....	17
3.8 Deney Sonuçları (a)Deney 5 Grafikleri (b)Deney 6 Grafikleri.....	18
3.9 Deney 7 Grafikleri .....	19
4.1 Enerji ile Sarkacın Açısının İlişkisi .....	24
4.2 Algoritma Testi Simülasyon Modeli .....	34
4.3 Geçiş İşlemi-Anahtar .....	37
4.4 Ters Sarkaç Kontrolü.....	38
4.5 Tüm-Yukarı Açık Tanımı.....	39
5.1 Test 1 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	42
5.2 Test 2 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	43
5.3 Test 3 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	43
5.4 Test 4 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	44
5.5 Test 5 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	45
5.6 Test 6 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	46

## ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
5.7 Test 7 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	47
5.8 Test 8 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	47
5.9 Test 9 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	48
5.10 Test 10 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	49
5.11 Test 11 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	49
5.12 Test 12 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	50
5.13 Test 13 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	51
5.14 Test 14 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	51
5.15 Test 15 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	52
5.16 Test 16 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	53
5.17 Test 17 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	53
5.18 Test 18 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	54
5.19 Test 19 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	55
5.20 Test 20 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	55

## ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
5.21 Test 21 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	56
5.22 Test 22 Sonuçları (a) AP-H-İ Sonuçları (b) SA-AH Sonuçları (c) E-ETD Sonuçları (d) Uygulanan Girdi .....	56
5.23 Sarkacın Açık Verisi ile Güncelleme Süresinin Karşılaştırılması (a) $I_0$ 0.5 A-YK1 (b) $I_0$ 0.5 A-YK2 (c) $I_0$ 1 A-YK1 (d) $I_0$ 1 A-YK2.....	58
5.24 Sarkacın Açık Verisi ile $I_0$ Değerinin Karşılaştırılması (a) Gün. Süresi 20 ms-YK1 (b) Gün. Süresi 20 ms-YK2 (c) Gün. Süresi 10 ms-YK1 (d) Gün. Süresi 10 ms-YK2 .....	59
5.25 Sarkacın Açık Verisi ile Yol Konfigürasyonlarının Karşılaştırılması (a) $I_0$ 0.5 A-Gün. Süresi 20 ms (b) $I_0$ 0.5 A-Gün. Süresi 10 ms (c) $I_0$ 1 A-Gün. Süresi 20 ms (d) $I_0$ 1 A-Gün. Süresi 10 ms. ....	60
5.26 Sarkacın Açısal Hız Verisi ile Güncelleme Süresinin Karşılaştırılması (a) $I_0$ 0.5 A-YK1 (b) $I_0$ 0.5 A-YK2 (c) $I_0$ 1 A-YK1 (d) $I_0$ 1 A-YK2 .....	61
5.27 Sarkacın Açısal Hız Verisi ile $I_0$ Değerinin Karşılaştırılması (a) Gün. Süresi 20 ms-YK1 (b) Gün. Süresi 20 ms-YK2 (c) Gün. Süresi 10 ms-YK1 (d) Gün. Süresi 10 ms-YK2 .....	62
5.28 Sarkacın Açısal Hız Verisi ile Yol Konfigürasyonlarının Karşılaştırılması (a) $I_0$ 0.5 A-Gün. Süresi 20 ms (b) $I_0$ 0.5 A-Gün. Süresi 10 ms (c) $I_0$ 1 A-Gün. Süresi 20 ms (d) $I_0$ 1 A-Gün. Süresi 10 ms.....	63
5.29 Aracın Pozisyon Verisi ile Güncelleme Süresinin Karşılaştırılması (a) $I_0$ 0.5 A-YK1 (b) $I_0$ 0.5 A-YK2 (c) $I_0$ 1 A-YK1 (d) $I_0$ 1 A-YK2 .....	64
5.30 Aracın Pozisyon Verisi Verisi ile $I_0$ Değerinin Karşılaştırılması (a) Gün. Süresi 20 ms-YK1 (b) Gün. Süresi 20 ms-YK2 (c) Gün. Süresi 10 ms-YK1 (d) Gün. Süresi 10 ms-YK2 .....	65
5.31 Aracın Pozisyon Verisi Verisi ile Yol Konfigürasyonlarının Karşılaştırılması (a) $I_0$ 0.5 A-Gün. Süresi 20 ms (b) $I_0$ 0.5 A-Gün. Süresi 10 ms (c) $I_0$ 1 A-Gün. Süresi 20 ms (d) $I_0$ 1 A-Gün. Süresi 10 ms.....	66
5.32 Aracın Hız Verisi ile Güncelleme Süresinin Karşılaştırılması (a) $I_0$ 0.5 A-YK1 (b) $I_0$ 0.5 A-YK2 (c) $I_0$ 1 A-YK1 (d) $I_0$ 1 A-YK2.....	67

## ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
5.33 Aracın Hız Verisi Verisi ile $I_0$ Değerinin Karşılaştırılması (a) Gün. Süresi 20 msYK1 (b) Gün. Süresi 20 ms-YK2 (c) Gün. Süresi 10 ms-YK1 (d) Gün. Süresi 10 ms-YK2....	68
5.34 Aracın Hız Verisi Verisi ile Yol Konfigürasyonlarının Karşılaştırılması (a) $I_0$ 0.5 A- Gün. Süresi 20 ms (b) $I_0$ 0.5 A-Gün. Süresi 10 ms (c) $I_0$ 1 A-Gün. Süresi 20 ms (d) $I_0$ 1 A- Gün. Süresi 10 ms.....	69
5.35 Sarkacın Enerji Verisi ile Güncelleme Süresinin Karşılaştırılması (a) $I_0$ 0.5 A-YK1 (b) $I_0$ 0.5 A-YK2 (c) $I_0$ 1 A-YK1 (d) $I_0$ 1 A-YK2 .....	70
5.36 Sarkacın Enerji Verisi ile $I_0$ Değerinin Karşılaştırılması (a) Gün. Süresi 20 msYK1 (b) Gün. Süresi 20 ms-YK2 (c) Gün. Süresi 10 ms-YK1 (d) Gün. Süresi 10 ms-YK2 .....	71
5.37 Sarkacın Enerji Verisi Verisi ile Yol Konfigürasyonlarının Karşılaştırılması (a) $I_0$ 0.5 A-Gün. Süresi 20 ms (b) $I_0$ 0.5 A-Gün. Süresi 10 ms (c) $I_0$ 1 A-Gün. Süresi 20 ms (d) $I_0$ 1 A-Gün. Süresi 10 ms .....	72
5.38 Sarkacın Enerji Türevi Verisi ile Güncelleme Süresinin Karşılaştırılması (a) $I_0$ 0.5 A- YK1 (b) $I_0$ 0.5 A-YK2 (c) $I_0$ 1 A-YK1 (d) $I_0$ 1 A-YK2 .....	73
5.39 Sarkacın Enerji Türevi Verisi ile $I_0$ Değerinin Karşılaştırılması (a) Gün. Süresi 20 msYK1 (b) Gün. Süresi 20 ms-YK2 (c) Gün. Süresi 10 ms-YK1 (d) Gün. Süresi 10 ms- YK2 .....	74
5.40 Sarkacın Enerji Türevi Verisi Verisi ile Yol Konfigürasyonlarının Karşılaştırılması (a) $I_0$ 0.5 A-Gün. Süresi 20 ms (b) $I_0$ 0.5 A-Gün. Süresi 10 ms (c) $I_0$ 1 A-Gün. Süresi 20 ms (d) $I_0$ 1 A-Gün. Süresi 10 ms.....	75
5.41 Test 23 Sonuçları (a) Pozisyon Sonuçları (b) Açık Sonuçları (c) Enerji Sonuçları (d)Uygulanan Girdi .....	77
5.42 Test 24 Sonuçları (a) Pozisyon Sonuçları (b) Açık Sonuçları (c) Enerji Sonuçları (d)Uygulanan Girdi .....	78
5.43 Test 25 Sonuçları (a) Pozisyon Sonuçları (b) Açık Sonuçları (c) Enerji Sonuçları (d)Uygulanan Girdi .....	79
5.44 Test 26 Sonuçları (a) Pozisyon Sonuçları (b) Açık Sonuçları (c) Enerji Sonuçları (d)Uygulanan Girdi .....	80

**ÇİZELGELER DİZİNİ**

<b><u>Cizelge</u></b>	<b><u>Sayfa</u></b>
3.1 Donanım Testleri .....	15
4.1 Sisteme ait Parametrelerin Değerleri .....	25
4.2 Yol Konfigürasyonu 1 .....	35
4.3 Yol Konfigürasyonu 2 .....	36
5.1 Yukarı Kaldırma Algoritma Testleri .....	40
5.2 Yukarı Kaldırma Algoritma Testleri .....	57
5.3 Dengeleme ve Tam Çözüm Testleri .....	76
5.4 Kontrol Kuralları Arasında Geçiş Anı .....	78



## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
$g$	Yerçekimi İvmesi
$V_m$	Motor Armatür Gerilimi
$I_m$	Motor Armatür Akımı
$R_m$	Motor Armatür Direnci
$K_t$	Motor Tork Sabiti
$\eta_m$	Motor Verimliliği
$K_m$	EMF Sabiti
$J_m$	Rotor Eylemsizliği
$K_g$	Gezici Dişli Kutusu Oranı
$\eta_g$	Gezici Dişli Kutusu Verimliliği
$M_{c2}$	Araç Ağırlığı(Sadece Araç)
$M$	Aracın Kütle Ağırlığı
$M_c$	Aracın Rotor eylemsizliği dahil Toplam Kütlesi
$r_{mp}$	Motor Dişli Yarıçapı
$B_{eq}$	Motor Dişlisi tarafından görülen denk Viskoz Sönümlenme Oranı
$F_c$	Motor Tarafından Üretilen Kuvvet
$M_p$	Sarkacın Ağırlığı
$L_P$	Sarkacın Tüm Uzunluğu
$l_p$	Sarkacın ucundan Ağırlık Merkezine olan uzunluğu
$I_P$	Sarkacın Eylemsizliği
$V_T$	Sistemin Toplam Potansiyel Enerjisi
$T_T$	Sistemin Toplam Kinetik Enerjisi

## 1. GİRİŞ

Bu tezin konusu olan ters sarkaç sistemi kontrolü problemini ifade etmek için öncelikle ters sarkaç sistemini tanımlamamız gerekir. Ters sarkaç sistemi sadece bir doğrultuda, ileri-geri gidebilen bir araç ve bu aracın üzerine monte edilmiş bir sarkaçtan oluşur (Şekil 3.1a). Sarkaç, aracın hareket doğrultusu ve araç zeminine dik doğrultunun belirlediği düzlemde ucu dairesel hareket yapacak şekilde menteşe ile araca bağlantılanmıştır. Bu bağlantı, aracın ileri-geri hareketinin sarkacı hareket ettirmesi sonucunu doğurmaktadır.

Bu tezde bir ters sarkacın aşağı konumdan yukarı konuma getirilmesi için bir kontrol kuralı önerilmekte, bu kontrol kuralının simülasyonu ve deneyi yapılmaktadır. Problemden ana bileşen olan ters sarkaç Bölüm 3’de, önerilen kontrol kuralı Bölüm 4’te, simülasyon ve deney sonuçları Bölüm 5’te ele alınmaktadır.

Ters sarkaç doğrusal olmayan bir sistem olup, bu tez çalışmasında kullanılan ters sarkaç donanımın tanıtımı, donanıma ait matematiksel modelin çıkarılması ve çıkarılan modelin doğruluğu kontrol edilmesi Bölüm 3’de yer almaktadır. Sistem modeli elde edilirken enerji temelli *Lagrangian* metodu kullanılmıştır. Bu metot kullanılarak elde edilen diferansiyel denklemlerin doğrusal olmadığı görülmektedir. Elde edilen denklemler Şekil 3.1b’de görülen sarkacın açısı  $\alpha$  ve araç konumu  $x_c$ ’nin 2. türevlerini içermekte olup toplam mertebesi 4’tür. Bu denklemler, durum değişkenleri cinsinden ifade edilerek sistem dinamiği analizi için *MATLAB* ortamında kullanılmıştır.

Ters sarkaç kontrolü bu tezde iki aşamada, her aşamada ayrı bir strateji ile gerçekleştirilmektedir. İlk aşamada sarkacın alt denge noktası  $(\alpha, \dot{\alpha} = (0, 0))$ ’dan üst denge noktası  $(\alpha, \dot{\alpha} = (\pi, 0))$ ’a uygun bir yakınlığa erişinceye kadar geçen süreç olup bu aşamada sisteme enerji pompalama esasına dayalı yukarı kaldırma stratejisi kullanılacaktır. Sarkaç bu aşamayı başarılı olarak tamamladıktan sonra üst denge noktasına ulaşıncaya kadar ise *Linear Quadratic Regulator* tabanlı dengeleme yaklaşımı kullanılacaktır. İkinci aşamada kullandığımız yaklaşım literatürde adeta standartlaşmış olup ilk aşamaya göre daha basit olduğu düşünülmektedir. Bu sebeple çalışmamızda ağırlığı ilk aşamaya yani *Yukarı Kaldırma Stratejisi*’ne

vermekteyiz. Bu yaklaşım Bölüm 4’de tanıtılmaktadır. Bölüm 5 daha önceki bölümdeki yaklaşımın simülasyon ve deneysel sağmalası olacaktır. Elde ettiğimiz bulgular Sonuçlar kısmında sunulmaktadır.

## 2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Ters sarkaç sistemi bir çok kontrol kuralının test edildiği doğrusal olmayan bir sistem olup, literatürde yaygın olarak kullanılmaktadır. Enerji tabanlı kontrol yöntemi ise ters sarkaça uygulanabilen yöntemlerden biridir. Bu yöntemde; sarkacı kararlı aşağı denge noktasından kararsız yukarı denge noktasına çıkarmak için uygulanacak girdi sarkacın potansiyel enerjisiyle ilişkilidir.

Astrom ve Furuta (2000) sarkacın potansiyel enerjisini kullanarak, ters sarkaç girdisini yer çekimine bağlı olarak uygulamıştır. Bu çalışmada sarkacın yukarı denge noktasına yükselmesi; pivotun maksimum ivmesinin yerçekimi ivmesine oranına bağlı olduğu önerilmektedir.

Yoshida (1999) sarkacın yörüngesinden üretilen sinüzoidal bir referans girdisi kullanarak sarkacı yukarı denge noktasına çıkarmıştır. Buna ek olarak, önerilen yöntem sadece sarkacın yukarı denge noktasına çıkarmaktadır.

Bugeja (2003) ise sınırlandırmış yol kısıtını ihmal etmeyerek, Yoshida (1999)'un önerdiği kontrol kuralını kullanarak sarkacı yukarı denge noktasında kök ekleme yöntemiyle sabit tutmuştur.

Yang vd. (2009) sınırlandırılmış yol kısıtını göz önünde bulundurarak Lyapunov fonksiyonu kullanmıştır. Bu fonksiyon mekanik enerjinin ve aracın hızının karesinin toplamıdır. Siuka ve Schöberl (2009) ise araç üzerindeki sarkacı Lagrangian denklemlerini kontrol ederek enerji temelli kontrol yöntemini gerçekleştirmektedir.

Chatterjee vd. (2002) enerji tabanlı yöntemi kullanırken, enerji kuyusu oluşturmakta ve sınırlandırmış yolu göz önünde bulundurmıştır. Aracın sınırlandırılmış yolun dışına çıkmaması için, aracın sınırlı yola yaklaştığında enerji kuyusu hareketi kısıtlamaktadır.

Astrom vd.(2008) sarkacın salınımı ve sabit kalmasını içeren enerji şekillendirme tabanlı yeni bir metot önermektedir. Sarkacın salınım hareketi sönümlenme olmadan bir sistem için Hamiltonian denklemini şekillendirme üzerinden, sabit kalması ise enerji pompalama ve sönümlenme ile sağlanmaktadır.

Brock (2003) Sarkacın enerjisini kararsız olduğu denge noktasındaki değerine çıkarırken yolun sınırlı olduğu baz alınarak aracın pozisyonu kontrol edilmiş ve gerçek zamanlı deneyler yapılmıştır.

Enerji tabanlı yöntemler rotasyonel ya da çift sarkaca da uygulanabilmektedir. Iwas- hiro vd.(1996) enerji tabanlı kontrol yöntemini rotasyonel ters sarkaç için kullanmıştır. Xin (2011) çift sarkaç kullanarak; tek girdi ile araç-çift sarkaç sisteminin toplam mekanik enerjisini ve aracın hızını ve yer değiştirmesini kontrol etmiştir. Spong (1994) enerji tabanlı kontrol yöntemini acrobot, Wei vd. (1995) ve Matsuda vd. (2007) ise çift sarkaç üzerinde uygulamıştır.

Gordillo ve Aracil (2008) enerji şekillendirme yöntemi ile ilk önce aracın hareketi ihmal edilerek, sarkacı yukarı denge noktasının komşuluğuna çıkarmıştır. Daha sonra aracın hareketi dahil edilerek sarkacı yukarı denge noktasında sabit bir şekilde tutmuştur.

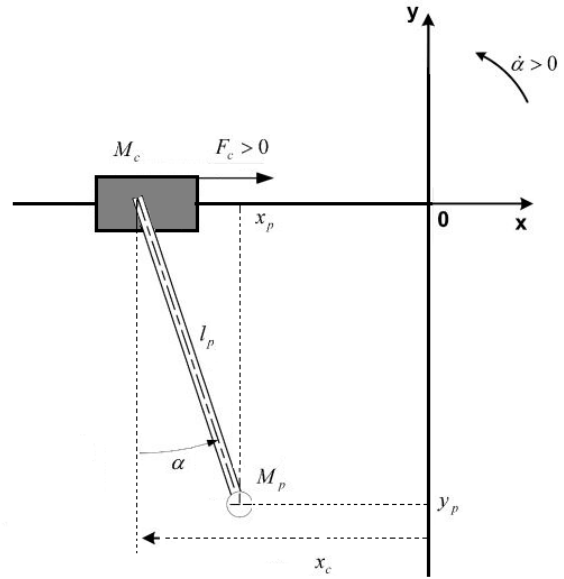
### 3. TERS SARKAÇ VE DİNAMİĞİ

#### 3.1. Ters Sarkaç

Ters sarkaç bir ray üzerinde tek doğrultuda hareket eden bir araç ve bu araca monte edilmiş bir sarkaçtan oluşmaktadır. Deneylerimizde kullandığımız gerçek ve temsili resimler Şekil 3.1a ve Şekil 3.1b'de gösterilmektedir.



(a)



(b)

Şekil 3.1: Ters Sarkaç (a) Gerçek (Quanser, 2010 b) (b) Temsili (Quanser, 2010 a)

Aracın üzerinde yukarı konumda serbest bırakılan sarkaca hiç bir kontrol uygulanmaması halinde, sarkaç sola veya sağa düşme eğilimindedir. Sarkaç yukarı konumda iken araç sağa itilirse, üzerindeki sarkacın sola düşeceği, sola itilirse de sağa düşeceği basit fiziksel muhakeme ile görülebilir.

Şekil 3.1b 'de araç konumu, sarkaç açısı ve ters sarkaç konfigürasyonunu oluşturan ögeler tanımlanmaktadır. Şekilde  $x = 0$  aracın konum referansını göstermekte olup bu araç  $x = -40\text{cm}$  ile  $x = 40\text{cm}$  arasında hareket edebilmektedir. Sarkaç açısı  $\alpha = 0^\circ$  aracın aşağı denge konumuna,  $\alpha = \pi$  aracın yukarı denge konumuna karşılık gelmektedir. Yukarı konumdaki sarkacın sağa düşmesi  $\alpha$ 'nın  $\pi$  radyandan itibaren  $0^\circ$ 'ye doğru azalmasını, sola düşmesi de  $\alpha$ 'nın  $\pi$  radyandan itibaren  $2\pi$  ye doğru artması olarak tanımlanmaktadır.

Sistem girişi  $F_c$  bir itme kuvveti olup sistem buna tepki olarak araç konumu değiştirerek, dolayısıyla sarkaç açısını değiştirerek, tepki vermektedir.

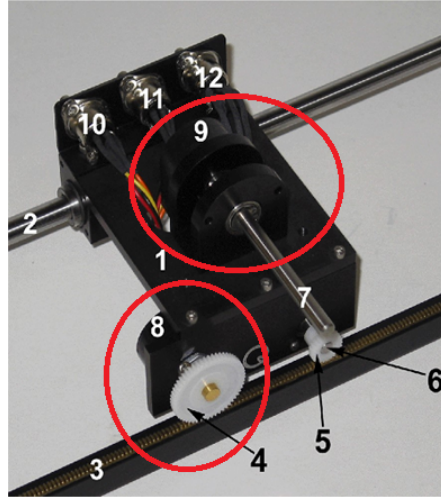
## 3.2. Donanım Özellikleri

Quanser firmasının üretimi olan Ters Sarkaç temelde sınırlı uzunluktaki dişlilerden oluşan yol üzerinde 6V DC motor ile sürülen bir araç ve bu araca bağlı yaklaşık 30 cm uzunluğundaki sarkaçtan oluşan bir donanımdır (Quanser, 2010 b). Donanıma ait 2 adet enkoder bulunmaktadır. Bu enkoderlerden bir tanesi araç pozisyonu ölçümü diğeri ise sarkaç açılı ölçümü için kullanılmaktadır. Takip eden alt bölümler donanımla ilgili detaylı bilgiler içermektedir.

### 3.2.1. Araç pozisyon enkoderi

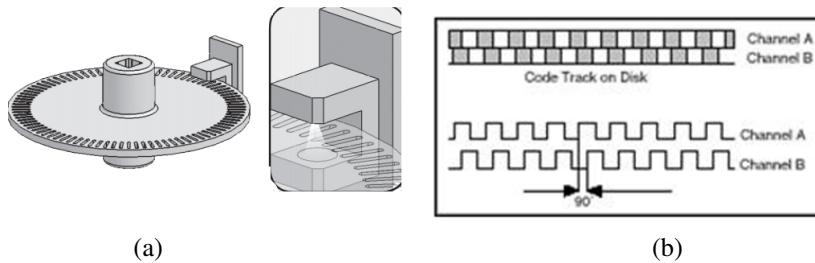
Aracın pozisyonunu ölçmek için; donanımda aracın dişlisine bağlı Şekil 3.2'de 8 numaralı parçada görülen *Optik Artırmalı Şaft Enkoder* kullanılmıştır.

Ters sarkaç ile ilgili gerçekleştirilen simülasyonların tamamında araç pozisyon bilgisi alındığı için enkoderin yapısı oldukça önemlidir. Optik artırmalı enkoderleri kısaca açıklamak gerekirse; temel yapıları, bir LED, bir disk ve bir ışık algılayıcıdan oluşur.



Şekil 3.2: Pozisyon ve Açık Enkoderleri (Quanser, 2010 b)

Şekil 3.3a ve Şekil 3.3b'de temel yapısı görülmektedir. Disk dönen şaftın üzerinde olup, ışık geçiren ve ışık geçirmeyen bir desen bu disk üzerine işlenmiştir. LED diskin bir yüzünde, ışık algılayıcı ise diğer yüzündedir. Disk döndükçe ışık geçirmeyen bölmeler ışığı bloke ederken, diğer bölmeler ise ışığın geçmesine izin vererek, kare dalga darbeleri oluşturulur. Oluşan bu sinyal ise pozisyon bilgisi olarak yorumlanır. Hareketin yönüne ise çıkış kanalları olan A ve B kanalları sayesinde karar verilir. Eğer A, B'nin önünde ise, disk saat yönünün tersine, B A'nın önünde ise, disk saat yönünde hareket etmektedir.



Şekil 3.3: Optik Enkoder (a) Enkoder Yapısı (Anonim, 2014 b) (b) Enkoder Kanalları (Anonim, 2014 a)



Kullanılan optik artırımı şaft enkoderin özellikleri aşağıda sıralanmıştır.

- Göreceli sonuç verir
- İlk ölçüm değeri her zaman sıfırdır
- Çözünürlüğü yüksektir

Optik artırımı enkoderler ilk ölçümlerini sıfır olarak gösterip,  $t+1$  anında gerçekleşen yer değişimini  $t$  anındaki değerin üzerine ekleyerek pozisyon bilgisi üretir. Bu yüzden enkoderlerden alınan bilgi görecelidir.

Aracın sağa doğru yaptığı hareket sonucu oluşan yer değiştirme pozitif, sola doğru yaptığı hareket sonucu oluşan yer değiştirme ise negatif olarak kabul edilmektedir. Şekil 3.4a'da, aracın hareket ettiği dişli yol üzerinde, sağ taraf  $+x$  eksen, sol taraf ise  $-x$  eksen olarak alınmaktadır.



Şekil 3.4: Kullanılan Enkoderler (a)Pozisyon Enkoderi (b)Açı Enkoderi

### 3.2.2. Sarkaç ve açı enkoderi

Sarkacın açısını ölçmek için kullanılan enkoder aracın pozisyon verisinde kullanılan enkoderle aynı türdür. Şekil 3.2'de görülen 9. parça sarkaç enkoderidir. Pozisyon enkode-

rinde olduğu gibi açığı ölçerken de enkoderin ilk değeri sıfır derece olup, Şekil 3.4b’de ve Şekil 3.1b’de görüldüğü üzere sarkacın sağa doğru (saat yönünde) hareketi sonucu oluşan açı değişimi negatif, sola doğru (saat yönüne ters) olan hareketi sonucu oluşan açı değişimi pozitif olarak kabul edilmektedir (Quanser, 2010 c).

### 3.3. Matematiksel Model

#### 3.3.1. Ters sarkaç diferansiyel denklem modelinin elde edilmesi

Ters sarkaç matematiksel modeli doğrusal olmayan bir diferansiyel denklem grubu olup, tek girdi ve 4 duruma sahiptir. Matematiksel modeli çıkarılırken enerji temelli *Lagrange* yaklaşımı kullanılmıştır. Lagrange metotunda sistemin toplam kinetik ve potansiyel enerjilerinin hesaplanması gerekmektedir. Sistem 2 DOF’a (Degree of Freedom; sistemin konfigürasyonunu tanımlayan bağımsız parametre sayısı, başka bir deyişle fiziksel sistemin durumlarını belirleyen parametre sayısıdır.) sahip olduğu için 2 tane Lagrangian (Genelleştirilmiş) koordinatı vardır ve bunlar  $\alpha$  ve  $x_c$  olarak alınmaktadır. Ayrıca model çıkarılırken; sarkacın kütesinin sarkacın ağırlık merkezinde yoğunlaşmış olduğu kabul edilmektedir ve Şekil 3.1b’de görüldüğü üzere sarkacın ağırlık merkezi kartezyen koordinatları

$$x_p(t) = x_c(t) + l_p \sin(\alpha(t)) \quad (1)$$

$$y_p(t) = -l_p \cos(\alpha(t)) \quad (2)$$

olarak alınmaktadır.

Sistemin toplam potansiyel enerjisi  $V_T$  sadece sarkacın yer çekimine karşı olan birikiminden oluşmaktadır ve aşağıda (3)’de gösterilmektedir.

$$V_T = -M_p g l_p \cos(\alpha(t)) \quad (3)$$

Toplam kinetik enerji  $T_T$  ise hem aracın hem sarkacın öteleme ve rotasyonel kinetik enerjilerinin toplamından oluşmaktadır (Quanser, 2010a). Öncelikle aracın öteleme kinetik enerjisi olan  $T_{ct}$  (4) daha sonra ise aracın DC motorundan kaynaklanan rotasyonel kinetik enerji olan  $T_{cr}$  (5) hesaplanmaktadır:

$$T_{ct} = \frac{1}{2} M \left( \frac{dx_c(t)}{dt} \right)^2 \quad (4)$$

$$T_{cr} = \frac{1}{2} \frac{J_m K_g^2 \left( \frac{dx_c(t)}{dt} \right)^2}{r_{mp}^2} \quad (5)$$

Aracın sahip olduğu toplam kinetik enerji  $T_c$  ise

$$T_c = \frac{1}{2} M_c \left( \frac{dx_c(t)}{dt} \right)^2 \quad (6)$$

olup, burada

$$M_c = M + \frac{J_m K_g^2}{r_{mp}^2} \quad (7)$$

olarak tanımlanmaktadır.

Sarkacın öteleme kinetik enerjisi olan  $T_{pt}$  ve rotasyonel kinetik enerjisi  $T_{pr}$  aşağıda gösterilmektedir.  $T_{pt}$  hesaplanırken ağırlık merkezinin doğrusal hızına bağlı bir fonksiyon olarak hesaplanmıştır:

$$F_c = \frac{\eta_g \eta_m K_g K_t}{r_{mp}} I_m \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
T_{pt} &= \frac{1}{2} M_p \left( \left( \frac{dx_p(t)}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy_p(t)}{dt} \right)^2 \right) \\
&= \frac{1}{2} (M_p) \left( \frac{dx_c(t)}{dt} \right)^2 + M_p l_p \cos(\alpha(t)) \left( \frac{d\alpha(t)}{dt} \right) \left( \frac{dx_c(t)}{dt} \right) \\
&\quad + \frac{1}{2} (M_p l_p^2) \left( \frac{d\alpha(t)}{dt} \right)^2
\end{aligned} \tag{9}$$

$$T_{pr} = \frac{1}{2} I_p \left( \frac{d\alpha(t)}{dt} \right)^2 \tag{10}$$

Sistemin toplam kinetik enerjisi  $T_T$  ise

$$\begin{aligned}
T_T &= T_c + T_{pt} + T_{pr} \\
&= \frac{1}{2} (M_c + M_p) \left( \frac{dx_c(t)}{dt} \right)^2 + M_p l_p \cos(\alpha(t)) \left( \frac{d\alpha(t)}{dt} \right) \left( \frac{dx_c(t)}{dt} \right) \\
&\quad + \frac{1}{2} (I_p + M_p l_p^2) \left( \frac{d\alpha(t)}{dt} \right)^2
\end{aligned} \tag{11}$$

olarak hesaplanmaktadır.

Lagrange denklemlerini çıkarmadan önce, Lagrangian'ın hesaplanması gerekmektedir. Lagrangian ise

$$\begin{aligned}
L &= T_T - V_T \\
&= \frac{1}{2} (M_c + M_p) \left( \frac{dx_c(t)}{dt} \right)^2 + M_p l_p \cos(\alpha(t)) \left( \frac{d\alpha(t)}{dt} \right) \left( \frac{dx_c(t)}{dt} \right) \\
&\quad + \frac{1}{2} (I_p + M_p l_p^2) \left( \frac{d\alpha(t)}{dt} \right)^2 + M_p g l_p \cos(\alpha(t))
\end{aligned} \tag{12}$$

olarak hesaplanır.

Lagrange denklemleri çıkarılırken daha önce bahsediliği gibi 2 genelleştirilmiş koordinat olan  $x_c$  ve  $\alpha$  üzerine uygulanan genelleştirilmiş kuvvetler hesaplanmalıdır. Bu kuvvetler  $Q_{x_c}(t)$  ve  $Q_{\alpha}(t)$ 'dir. Tahmin edildiği üzere  $Q_{x_c}(t)$  genelleştirilmiş  $x_c$  koordinatı üzerine ve  $Q_{\alpha}(t)$  ise genelleştirilmiş  $\alpha$  koordinatı üzerine uygulanan kuvvetlerdir.

Sistem üzerindeki genelleştirilmiş kuvvetler ise Denklem (13) ve (14)'de gösterilmektedir.

$$Q_{x_c} = \left( \frac{\partial L}{\partial t \left( \frac{dx_c(t)}{dt} \right)} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial x_c} \right) \quad (13)$$

$$Q_{\alpha} = \left( \frac{\partial L}{\partial t \left( \frac{d\alpha(t)}{dt} \right)} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial \alpha} \right) \quad (14)$$

Denklem (13) ve (14)'de gerekli hesaplamalar yapıldığında

$$Q_{x_c}(t) = F_c(t) - B_{eq} \left( \frac{dx_c(t)}{dt} \right) \quad (15)$$

$$Q_{\alpha}(t) = -B_p \left( \frac{d\alpha(t)}{dt} \right) \quad (16)$$

olmaktadır.

Lagrange denklemlerinin son hali; denklem takımı (15), (16), (13) ve (14) kullanılarak tekrar yazıldığında aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$(M_c + M_p) \left( \frac{d^2 x_c(t)}{dt^2} \right) + M_p l_p \cos(\alpha(t)) \left( \frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2} \right) - M_p l_p \sin(\alpha(t)) \left( \frac{d\alpha(t)}{dt} \right)^2 = F_c - B_{eq} \left( \frac{dx_c(t)}{dt} \right) \quad (17)$$

$$M_p l_p \cos(\alpha(t)) \left( \frac{d^2 x_c(t)}{dt^2} \right) + (I_p + M_p l_p^2) \left( \frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2} \right) + M_p g l_p \sin(\alpha(t)) = -B_p \left( \frac{d\alpha(t)}{dt} \right) \quad (18)$$

Lagrange denklemlerini, Lagrangian koordinatlarının 2. mertebeden türevlerini elde edecek şekilde çekildiğinde

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_c(t)}{dt^2} = & \frac{-(I_p + M_p l_p^2) B_{eq} \left( \frac{dx_c(t)}{dt} \right) + (M_p^2 l_p^3 + I_p M_p l_p) \sin(\alpha(t)) \left( \frac{d\alpha(t)}{dt} \right)^2}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \sin(\alpha(t))^2} \\ & + \frac{M_p l_p \cos(\alpha(t)) B_p \left( \frac{d\alpha(t)}{dt} \right) + (I_p + M_p l_p^2) F_c + M_p^2 l_p^2 g \cos(\alpha(t)) \sin(\alpha(t))}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \sin(\alpha(t))^2} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} = & \frac{-(M_c + M_p)M_p g l_p \sin(\alpha(t)) - (M_c + M_p)B_p \left(\frac{d\alpha(t)}{dt}\right) - M_p l_p \cos(\alpha(t))B_{eq} \left(\frac{dx_c(t)}{dt}\right)}{(M_c + M_p)I_p + M_c M_p l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \sin(\alpha(t))^2} \\ & + \frac{-F_c M_p l_p \cos(\alpha(t)) - M_p^2 l_p^2 \sin(\alpha(t)) \cos(\alpha(t)) \left(\frac{d\alpha(t)}{dt}\right)^2}{(M_c + M_p)I_p + M_c M_p l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \sin(\alpha(t))^2} \end{aligned} \quad (20)$$

şeklinde doğrusal olmayan 2 denklem elde edilir. Bu denklemler ters sarkaç sistemini modelleyen diferansiyel denklemlerdir.

### 3.3.2. Durum değişkenleri formu

Sistem modeli oluşturulurken durum değişkenlerini aşağıdaki gibi tanımlayalım:

$$\mathbf{x} \triangleq \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} x_c \\ \alpha \\ \dot{x}_c \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Böylece Denklem (19) ve (20) ile verilen modelin durum uzayı denklemleri

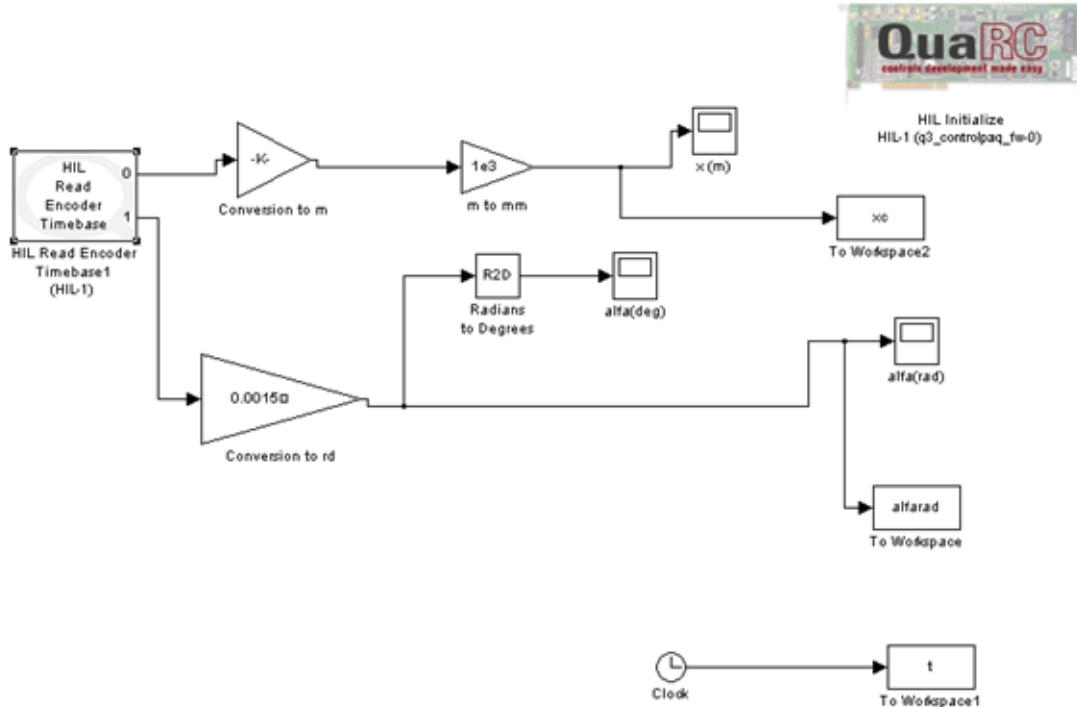
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ \frac{-(I_p + M_p l_p^2)B_{eq}x_3 + (M_p^2 l_p^3 + I_p M_p l_p) \sin(x_2)x_4^2 + M_p l_p \cos(x_2)B_p x_4 + (I_p + M_p l_p^2)F_c + M_p^2 l_p^2 g \cos(x_2) \sin(x_2)}{(M_c + M_p)I_p + M_c M_p l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \sin(x_2)^2} \\ \frac{-(M_c + M_p)M_p g l_p \sin(x_2) - (M_c + M_p)B_p x_4 - M_p^2 l_p^2 \sin(x_2) \cos(x_2)x_4^2 + M_p l_p \cos(x_2)B_{eq}x_3 - F_c M_p l_p \cos(x_2)}{(M_c + M_p)I_p + M_c M_p l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \sin(x_2)^2} \end{bmatrix} \quad (22)$$

olur. Denklem (22) daha sonraki kısımlarda *ters sarkaç dinamik denklemleri* olarak anılmaktadır.

### 3.4. Donanım Testleri ve Sonuçları

Düzeneklerimizde ters sarkaç, *MATLAB* ortamında *Simulink* modelleri ile gerçek zamanlı çalıştırılabilen bir donanımdır. Bölüm 2.2’de ifade edilen ters sarkaç sistemi matematiksel modeli kullanılan simülasyon ile ters sarkaç donanımının deneysel sonuçları karşılaştırılarak, modelin doğruluğu test edilmiştir. Bu amaçla, ters sarkaç dinamik denklemlerindeki semboller için Çizelge 4.1’deki değerler kullanılmıştır.

Bu aşamada sarkacın açısına farklı başlangıç değerleri verilerek, ters sarkaç dinamik denklemleri hem *MATLAB* ortamında çözdürülmüş hem de Şekil 3.5’de görülen simulink modelinde donanım fiziksel olarak çalıştırılmıştır. Her iki durumun sonucunda, çıktı olarak sarkacın açısı ve aracın pozisyonu tek bir grafikte gösterilerek sonuçlar karşılaştırılmıştır.



Şekil 3.5: Ters Sarkaç Testleri Simülink Modeli (Quanser 2010 a)

Testlere başlanmadan önce unutulmaması gereken önemli bir bilgi ise enkoderlerden gelen ilk verinin her zaman sıfır olmasıdır. Bu sebeple donanımın test aşamasında sarkacın başlangıç açısı, sarkacın el ile hareket ettirilip, istenilen değere getirip bırakılması ile ayarlanmaktadır. Sarkacın sağa ya da sola düşmesi için başlangıç değerleri  $180 \pm \Delta$  derece olacak şekilde ayarlanmıştır, burada  $\Delta [0, 3]$  aralığında bir sayıdır.

Yapılan testler için kullanılan başlangıç değerleri Çizelge 3.1’de gösterilmektedir. Gerçekleştirilen testler ve sonuçları bu bölümle ilgili alt başlıklarda irdelenmiştir.

Çizelge 3.1: Donanım Testleri

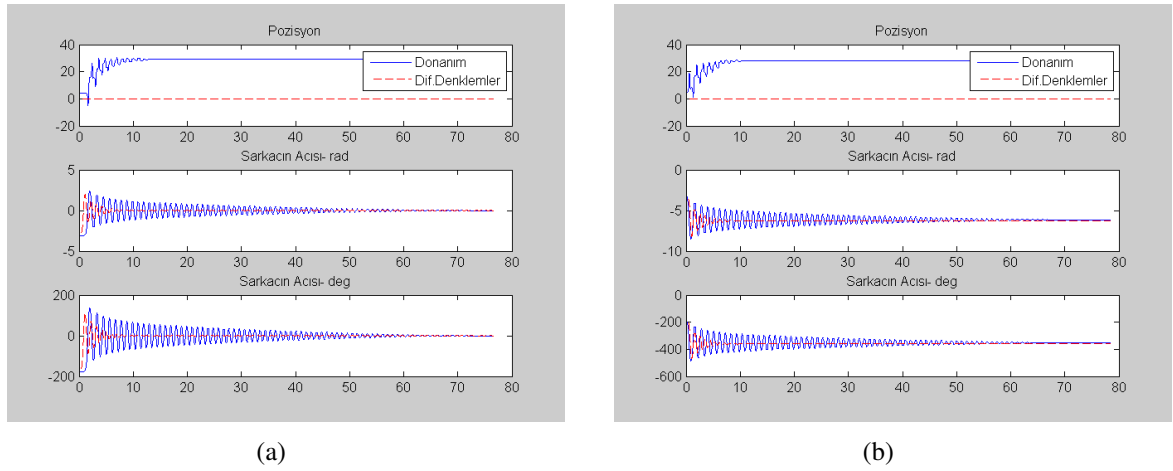
Test Numarası	Başlangıç Değeri
1	Sarkaç Açısı: $-\pi$
2	Sarkaç Açısı: $-\pi$
3	Sarkaç Açısı: $\pi$
4	Sarkaç Açısı: $\pi$
5	Sarkaç Açısı: $-\pi/2$
6	Sarkaç Açısı: $\pi/2$
7	Aracın Pozisyonu: $100 < x < 200$

Testlerin gerçekleşmesi için hazırlanan *.m* uzantılı *MATLAB* dosyaları Ek Açıklamalar A’da ve B’de ayrı ayrı gösterilmektedir. Tüm testlerde diferansiyel denklemlerin çözülmesi için sistem modelini içeren dosya *nonlinip.m*’dir ve sistem modelini çalıştıran ana dosyalar her test için *dny-testnumarası* şeklinde isimlendirilmiştir.



### 3.4.1. Yukarı konumdan serbest düşme testleri

Sarkacın başlangıç açısı  $-\pi + 0.0524(-177.6^\circ)$  olarak alınıp, deneyden ve diferansiyel denklemlere dayalı simülasyondan alınan sonuçlar Şekil 3.6a'de gösterilmiştir. Başlangıç açısının gereği olarak sarkaç sola doğru düşmüştür.

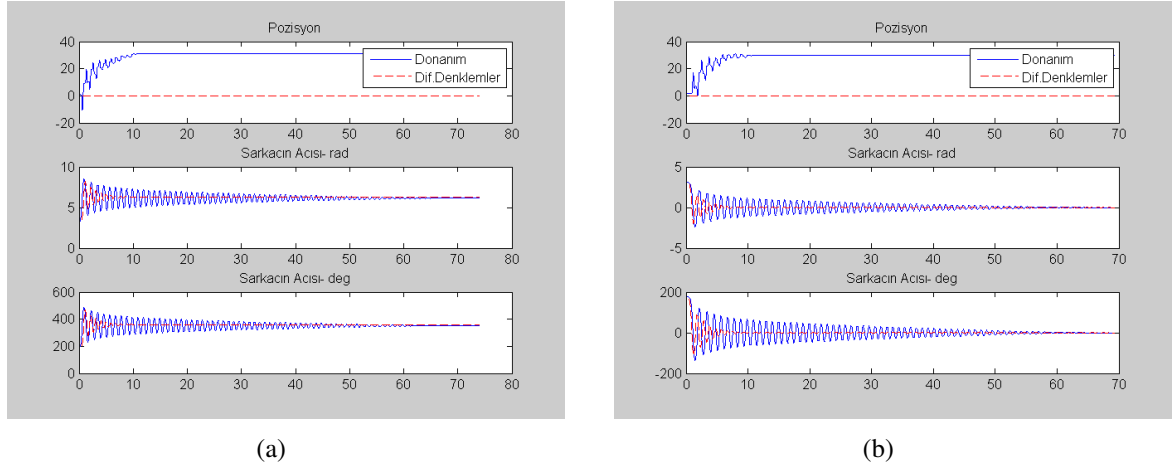


Şekil 3.6: Deney Sonuçları (a)Deney 1 Grafikleri (b)Deney 2 Grafikleri

Tüm testlerde diferansiyel denklemlerin *MATLAB* çözümü sonuçları kesikli çizgilerle, donanım çalıştırılması ile elde edilen deneysel sonuçlar ise mavi çizgi ile çizdirilmiştir. Şekil 3.6a'de görüldüğü üzere sarkacın açısı salınım yapıp daha sonra referans noktasında sıfırlanmaktadır. Bu durum hem diferansiyel denklemden hem de donanımdan gelen sonuçlar için geçerlidir. Buradaki önemli nokta ise diferansiyel denklemlerin çözümlenmesi sonucu gelen pozisyon bilgisi hiç değişmemektedir.

Sarkacın başlangıç açısı  $-\pi - 0.0332(-181.9^\circ)$  olarak alınıp, saat yönünde bırakılması sonucu donanımdan ve diferansiyel denklemlerden alınan sonuçlar Şekil 3.6b'de gösterilmiştir. Bir önceki teste göre farkı sarkacın sağa doğru düşmesidir.

Bu deneyde sarkacın başlangıç açısı  $\pi + 0.0174(181.3^\circ)$  olarak alınması sonucu donanımdan ve diferansiyel denklemlerden alınan sonuçlar Şekil 3.7a ve sarkacın başlangıç açısı  $\pi - 0.0349(178.9^\circ)$  olarak alınması sonucu donanımdan ve diferansiyel denklemlerden alınan sonuçlar Şekil 3.7b'de gösterilmiştir.



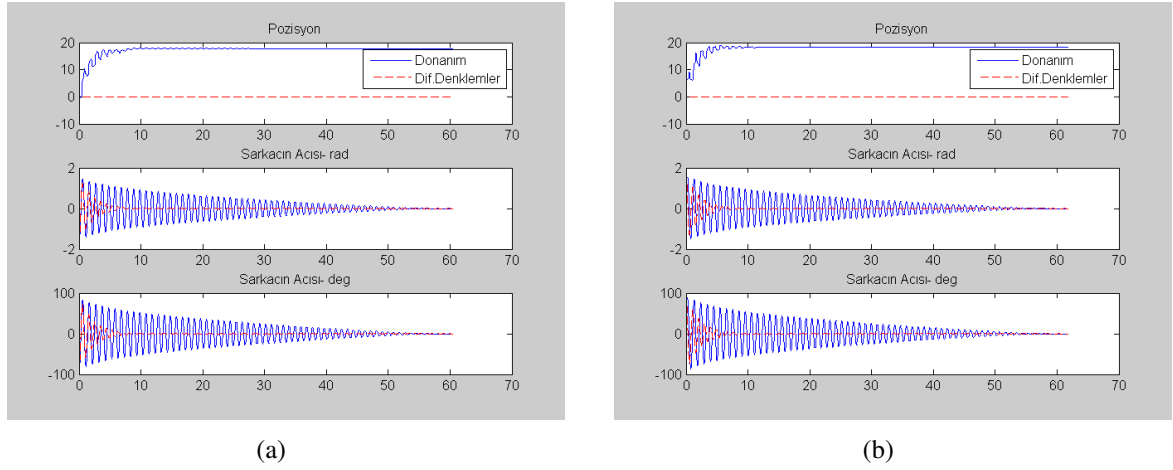
Şekil 3.7: Deney Sonuçları (a)Deney 3 Grafikleri (b)Deney 4 Grafikleri

Yapılan testler incelendiğinde 4 numaralı ve 5 numaralı test sonucu donanımın çalıştırılması sonucu alınan sarkaç açısı bilgileri ve diferansiyel denklemlerden gelen açı bilgileri uyusmaktadır, ancak diferansiyel denklemler sonucu elde edilen pozisyon bilgilerinde farklılık vardır. Bu uyumsuzluğun sebebi araçta kullandığımız donanımın pivot itmeli oluşundan kaynaklanmaktadır.

### 3.4.2. Orta açı konumundan serbest düşme testleri

Sarkacın başlangıç açısı  $-\pi/2 + 0.0197(-88.87^\circ)$  olarak alınıp, bırakılması sonucu donanımdan ve diferansiyel denklemlerden alınan deneysel sonuçlar ve simülasyon sonuçları Şekil 3.8a'da gösterilmektedir.

Sarkacın başlangıç açısı  $\pi/2 - 0.0017(89.9^\circ)$  olarak alınıp, bırakılması sonucu donanımdan ve diferansiyel denklemlerden alınan sonuçlar Şekil 3.8b’de gösterilmektedir.



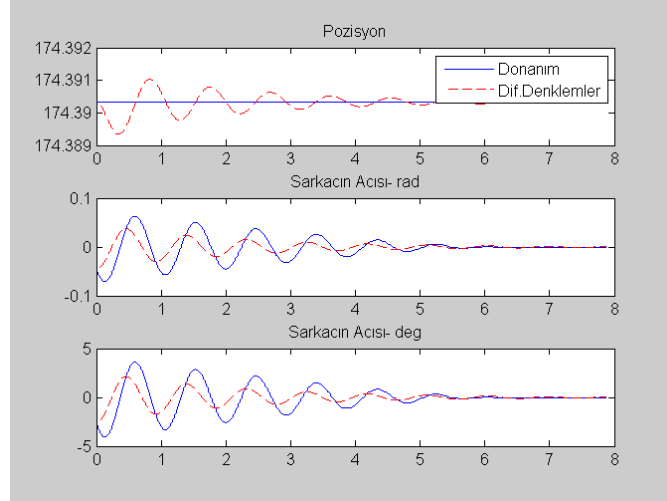
Şekil 3.8: Deneysel Sonuçları (a)Deney 5 Grafikleri (b)Deney 6 Grafikleri

Daha önceki testlerde olduğu gibi sarkaç açısına ait veriler uyuşmakta, fakat diferansiyel denklemlerden gelen araç pozisyon bilgisi uyuşmamaktadır.

### 3.4.3. Araç itme testi

Bu bölümde araç  $+x$  doğrultusunda hareket ettirilerek sarkacın hareketi incelenmiştir. Aracın hareket ettirildiği anlık açı ve pozisyon değerleri, diferansiyel denklemleri çözerken başlangıç koşulu olarak kullanıldı ve bu deney içinde araç hareket ederken donanımdan ve diferansiyel denklemlerin çözümlerinden gelen verilerle karşılaştırılma yapıldı.

Donanımdan ve diferansiyel denklemlerden alınan sonuçlar Şekil 3.9’de gösterilmektedir. Özellikle deneysel sarkaç açısı değerlerinin hem beklentilere hem de simülasyon sonuçlarına uyumlu olduğu gözlemlenmektedir.



Şekil 3.9: Deney 7 Grafikleri

## 4. KONTROL KURALI TASARIMI

Bu tezde ters sarkaç kontrolü için önerilen kontrol kuralı biri diğerini izleyen iki farklı stratejiden oluşmaktadır. Bunlardan ilki *yukarı kaldırma stratejisi* olup sarkacın aşağı konumdan yukarı konumunun uygun bir komşuluğuna gelinceye kadar olan süreci yönetmektedir. Çalışmamızda sarkacın yukarı konumu  $(\alpha, \dot{\alpha}) = (\pi, 0)$  için uygun komşuluk açısı olarak  $\frac{-\pi}{20} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{20}$  ve açısal hız olarak  $-5 \text{ rad/s} \leq \dot{\alpha} \leq 5 \text{ rad/s}$  şeklinde belirlenmektedir. Yukarı kaldırma süreci başarılı şekilde tamamlanınca ters sarkaç dinamiği yönetimi için *dengeleme* stratejisine geçilir. Dengeleme stratejisi sarkacı yukarı denge konumuna ulaştırmayı ve orada tutmayı amaçlamaktadır. İzleyen alt bölümlerde yukarı kaldırma ve dengeleme stratejileri tanıtılmaktadır.

### 4.1. Yukarı Kaldırma Stratejisi

Sarkacın aşağıdaki denge konumundan, yani  $(\alpha, \dot{\alpha}) = (0, 0)$ 'dan, yukarı denge konumu komşuluğuna getirilmesi için sarkacın enerjisi ile açısal konumu arasındaki ilişkiden yararlanılmaktadır. Bu ilişkiden yararlanan yaklaşımlar literatürde *enerji tabanlı* yaklaşımlar olarak adlandırılmaktadır.

Enerji, bir fiziksel sistemin iş yapma kapasitesidir ve ısı, kinetik, mekanik ya da potansiyel olmak üzere bir çok formda bulunur (Jones, 2010). Ters sarkaç sistemindeki potansiyel enerji, sarkacın normal doğrultusunda yaptığı dikey yer değiştirmeden kaynaklanır. Aracın hareketi yatay doğrultuda olduğu için toplam potansiyel enerjiye katkısı yoktur. Bu sebeple sistemin toplam potansiyel enerjisi  $V_T$  sadece sarkacın açısal konumundan oluşmaktadır. Toplam kinetik enerji  $T_T$  ise hem aracın hem sarkacın ötelemeli ve rotasyonel kinetik enerjilerinin toplamından oluşmaktadır (Quanser, 2010 b).

Sarkacın salınımlarının yön değiştirdiği anlarda kinetik enerjisi sıfır olup toplam enerjisi potansiyel enerji formundadır. Salınımların yön değiştirdiği sarkaç açısal konumu

ile sarkacın toplam enerjisi arasında birebir bir ilişki vardır. Bu durumda, sarkacın toplam enerjisini arttırmak salınımların yön değiştirdiği açısal konumun yukarı denge noktasının uygun komşuluğuna girmesini sağlamak yukarı kaldırma stratejimizi oluşturmaktadır. Yukarı kaldırma sürecinde sarkacın enerjisini arttırarak; salınım genliğini arttırıp, sarkacın açısının belirlenen açı aralığına getirilmesi hedeflenmektedir. Salınım, sarkacın açısal hızının artarda iki işaret değişimi arasında kalan hareketidir. Salınım genliği ise sarkacın denge noktasından itibaren bir yönde ulaşabildiği en büyük açısal uzaklıktır. Ters sarkaç sisteminde, araca  $F_c$  kadar bir itme kuvveti uygulandığında, araç kuvvet yönünde hareket etmeye başlarken, sarkaç kuvvet doğrultusunun tersi yönde hareket ederek salınımına başlar. Araca uygun itme kuvvetleri uygulanınca sarkacın salınım genliği ve dolayısıyla potansiyel enerjisi artar. Uygun itme kuvvetlerinin belirlenmesi formülasyon kontrol kuralımızı oluşturmaktadır. Bu amaçla enerjinin hareket değişkenlerine bağımlılığı önem kazanmaktadır.

Sarkacın aşağı denge konumundan ilk enerji denklemi elde edilirken sarkacın potansiyel ve rotasyonel kinetik enerjileri kullanılmaktadır. Sarkacın öteleme kinetik enerjisi ise önemli olmadığı için ihmal edilmektedir (Chatterjee vd., 2002). Sarkacın enerji denklemi ve denklemin türevi Denklem (23)' de gösterilmektedir.

$$V = 0.5I_p\left(\frac{d\alpha(t)}{dt}\right)^2 - M_pgl_p(\cos(\alpha(t)) - 1) \quad (23)$$

Bu ifadenin aşağı denge konumundaki değeri sıfır ve yukarı denge konumundaki değeri  $2M_pgl_p$  olup 0.4430J değerine karşılık gelmektedir.

Astrom ve Furuta (2000)'da belirtilen sarkacın hareket denklemini gerçek zamanlı deneylerde kullanılan ters sarkaç sisteminin açı konfigürasyonuna göre değiştirildiğinde (24)

$$I_p\ddot{\alpha} + \sin(\alpha)M_pl_pg + Mplpu \cos(\alpha) = 0 \quad (24)$$

olmaktadır.

Denklem (23)'ün türevi alındığında

$$\dot{V} = I_p \dot{\alpha} \ddot{\alpha} + M_p l_p g \sin(\alpha) \dot{\alpha} \quad (25)$$

olarak hesaplanmaktadır.

Denklem (24)'den  $\sin(\alpha)$  değeri çekilerek

$$\sin(\alpha) = \frac{-I_p \ddot{\alpha} - M_p l_p u \cos(\alpha)}{M_p l_p g} \quad (26)$$

elde edilir. Bu ifadeyi Denklem (25)'de yerine yazalım:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= I_p \dot{\alpha} \ddot{\alpha} + M_p l_p g \dot{\alpha} \frac{-I_p \ddot{\alpha} - M_p l_p u \cos(\alpha)}{M_p l_p g} \\ &= \dot{\alpha} \left( I_p \ddot{\alpha} + M_p l_p g \frac{-I_p \ddot{\alpha} - M_p l_p u \cos(\alpha)}{M_p l_p g} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

Yukarıdaki ifadenin sadeleştirilmesi enerji türevini verir:

$$\dot{V} = -M_p l_p u \dot{\alpha} \cos(\alpha) \quad (28)$$

Sarkaç aşağı denge noktasında dururken, aynı noktadan salınma başladığında; sarkacın hızı sıfırdan farklıdır, sarkacın açısı ( $\alpha$ ) artar,  $\cos(\alpha)$  değeri azalır ve  $1-\cos(\alpha)$  değeri artar. Bunun sonucunda enerjisi artar. Enerjinin türevi  $\dot{V}$  için incelediğimizde, salınım genliği arttıkça; sarkacın açısı, açısal hızı artar ve enerjinin türevi artar.

Sarkacın enerjisi, sarkacın açısına( $\alpha$ ) ve açısal hızına( $\dot{\alpha}$ ) bağlıdır. Sarkacın enerjisinin türevi ise sarkacın açısına, açısal hızına ve sisteme uygulanacak girdiye ( $u$ ) bağlıdır. Enerjinin türevi  $\dot{V}$  incelendiğinde enerjiyi arttırmak için önemli olan nokta araca uygulanan girdinin, sarkacın açısal hızının ve sarkacın açısının kosinüsü çarpımının işaretlerinin her zaman negatif olmasıdır (Yoshida, 1999). Eğer işaretleri aynı olursa enerjinin türevinin değeri

azalır, sonucunda enerjisi azalır (Yoshida, 1999). Bu ilişki aşağıda sembolik olarak özetlenmektedir. Enerji türevinin verilen işaretini elde etmek için girdi işaretinin alması gereken işaret  $\dot{\alpha}$  ve  $\cos(\alpha)$  çarpımı işareti türevinden belirtilmektedir.

$$\begin{aligned}\dot{V} > 0 &\rightarrow \text{sgn } u = \text{sgn} [(\dot{\alpha}) \cos(\alpha)] \\ \dot{V} < 0 &\rightarrow \text{sgn } u = -\text{sgn} [(\dot{\alpha}) \cos(\alpha)]\end{aligned}\quad (29)$$

Sarkacın kararlı denge noktası, sarkacın ucunun aşağı yönde ve açısal hızının da sıfır olduğu durumdur. Kararlı denge noktasında sarkacın enerjisi sıfırdır. Kararsız denge noktası ise sarkacın ucunun yukarı yönde ve hızının sıfır olduğu durumdur ve bu noktada enerjisi maksimumdur. Denklem (23) incelendiğinde;

- Kararlı Denge Noktasında

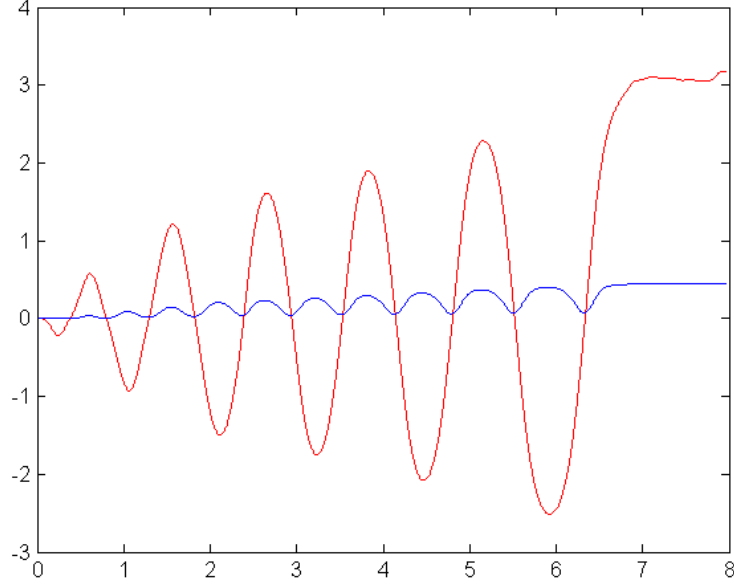
$$\begin{aligned}\alpha &= x_2 = 0^\circ \\ \dot{\alpha} &= x_4 = 0 \\ V &= 0.5I_p(0)^2 - M_pgl_p(\cos(0) - 1) = 0 \\ \dot{V} &= -M_pgl_pu0 \cos(0) = 0\end{aligned}\quad (30)$$

- Kararsız Denge Noktasında

$$\begin{aligned}\alpha &= x_2 = 180^\circ \\ \dot{\alpha} &= x_4 = 0 \\ V &= 0.5I_p(0)^2 - M_pgl_p(\cos(180) - 1) = 2M_pgl_p \\ \dot{V} &= -M_pgl_pu0 \cos(180) = 0\end{aligned}\quad (31)$$



Şekil 4.1’de kırmızı ile çizilen veri açılı değeri olup, 3.14 rad’a yaklaştığında enerji değeri maksimum değeri olan 0.4430’a yaklaşmıştır.



Şekil 4.1: Enerji ile Sarkacın Açısının İlişkisi

#### 4.1.1. Kontrol sinyali hesaplanması

Ters sarkaç dinamik denklemleri durum uzayı formunu aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ \frac{-(I_p + M_p l_p^2) B_{eq} x_3 + (M_p^2 l_p^3 + I_p M_p l_p) \sin(x_2) x_4^2 + M_p l_p \cos(x_2) B_p x_4 + (I_p + M_p l_p^2) F_c + M_p^2 l_p^2 g \cos(x_2) \sin(x_2)}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \sin(x_2)^2} \\ \frac{-(M_c + M_p) M_p g l_p \sin(x_2) - (M_c + M_p) B_p x_4 - M_p^2 l_p^2 \sin(x_2) \cos(x_2) x_4^2 + M_p l_p \cos(x_2) B_{eq} x_3 - F_c M_p l_p \cos(x_2)}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \sin(x_2)^2} \end{bmatrix} \quad (22)$$

Yukarıdaki denklemlerde durum değişkenleri ( $x_1, x_2, x_3, x_4$ ) sırasıyla aracın aldığı yol ( $x_c$ ), sarkacın açısı ( $\alpha$ ), aracın hızı ( $\dot{x}_c$ ) ve sarkacın açısal hızıdır ( $\dot{\alpha}$ ). Bu tezde kullanılan parametrelerin isimleri **Simgeler ve Kısaltmalar Dizini** bölümünde, değerleri ise Çizelge 4.1'de gösterilmektedir.

Çizelge 4.1: Sisteme ait Parametrelerin Değerleri

Parametre	Değeri	Birimi
$M_c$	0.7031	$kg$
$M_p$	0.1270	$kg$
$l_p$	0.1778	$m$
$I_p$	0.0012	$kgm^2$
$B_p$	0.0024	--
$B_{eq}$	4.3	--
$r_{mp}$	0.0063	$m$
$E f f_g$	1	--
$E f f_m$	1	--
$K_t$	0.0077	$N.m/A$
$K_g$	3.7100	--
$J_m$	3.9001e-007	$kg.m^2$

Durum uzayı dinamik denklemleri yukarıda ifade edilen ters sarkaç sisteminin kontrolünü kısıtlara sahip bir optimizasyon problemi olarak formüle etmek istiyoruz. Bu optimizasyon probleminde amacımız sarkacın toplam enerjisini maksimize eden kontrol sinyalini her örnekleme aralığı başlangıcında hesaplayıp, takip eden hesaplama kadar bu sinyali uygulamaktır. Ancak, hesaplama kolaylığı için enerji yerine, enerjideki değişimi maksimize etmenin daha uygun olacağını öngörmekteyiz. Bu nedenle amaç fonksiyonumuz sarkaç enerjisi türevi olup amacımız bu ifadeyi maksimize etmektir.

Amacımız enerjinin artarak, maksimum enerjiye yaklaşmasıdır. Sarkacın maksimum enerjisi, sarkacın dik doğrultuda havada kaldığı yani açı değerinin  $180^\circ$  olduğu durumdur ve değeri  $2mgl'$ dir. Enerjinin artması, enerji ifadesinin türevinin sürekli pozitif olması durumudur.

$$\dot{V} = -M_p l_p u x_4 \cos x_2$$

Amaç, sarkacın enerjisinin türevinin ( $\dot{V}$ ) maksimize edilmesidir. Denklem (28) incelendiğinde;

- $M_p, l_p$ : Ters sarkaç sistemine ait sabit pozitif değerli parametrelerdir.
- $x_1, x_2, x_3$  ve  $x_4$ : Sırasıyla aracın pozisyonu, sarkacın açısı, aracın hızı ve sarkacın açılal hızına ait durum değişkenleridir ve değerleri sabit değildir. Başlangıç olarak değerleri sıfırdır ve sisteme girdi verildiğinde değerleri değişmektedir. Kısaca uygulanan girdiye bağlıdırlar.
- $F_c$ : Araca uygulanan kuvvettir ve değişkendir.

Enerjinin türevini maksimize etmek için kullanılacak olan parametre bağımsız olan ( $F_c$ ) girdidir. Doğusal olmayan optimizasyon problemi amaç fonksiyonu olan enerjinin türevini maksimize edecek olan optimal girdiyi hesaplamaktır.

Bu optimizasyon problemi için iki kısıt öne çıkmaktadır. Bunlardan biri uygulayabileceğimiz kontrol sinyallerinin sonlu sayıda olması, diğeri de sarkacın bağlantılı olduğu aracın sonlu uzunlukta bir pist boyunca hareket etme zorunluluğudur. Bu durumda çözeceğimiz kontrol problemi aşağıdaki şekilde formüle edilebilir:

$$\begin{aligned} \max_u \quad & \dot{V} \\ \text{kısıtlar: } \quad & u \in \{u_0, u_0/2, 0, -u_0, -u_0/2\} \\ & -0.3 \leq x_c \leq 0.3 \end{aligned} \tag{32}$$

Kısıtlara bakılırsa, kontrol sinyelimizi sadece 5 elemanı bulunan bir kümeden seçmekte olduğumuz görülür. Sonlu sayıda giriş sinyaline sahip olmak pratikte sıklıkla karşılaşılabilen bir durumdur.

Denklem (22)'deki  $u$  terimi sarkacı taşıyan araca uygulanan dış kuvvettir. Kullanmakta olduğumuz donanımın kuvvet ölçme yeteneği olmadığı gibi, belirlenen bir kuvveti doğrudan araca uygulama özelliği de bulunmamaktadır. Araca itme veya çekme kuvvetleri uygulanması, bu amaca tahsis edilmiş dc motor armatür akımı vasıtasıyla gerçekleştirilmektedir. Sabit uyarımlı motorlarda armatür akımının motorun ürettiği tork ile doğru orantılı olduğu pratikte varsayılabilir. Motorun ürettiği tork doğrusal bir kuvvete dönüştürülerek araca uygulandığı için armatür akımının araca uygulanan kuvvetle de orantılı olduğu sonucuna varabiliriz. Kullanmakta olduğumuz donanımda bu akım ölçülebilmekte ve gerektiğinde, kontrol amaçlı olarak, istenen değere getirilebilmektedir. Bu durumda, yukarı kaldırma deneylerimizde kontrol sinyali olarak armatür akımı  $I_m$ 'yi kullanacağız. Araca uygulanan kuvveti  $I_m$  türünden

$$u = kI_m \quad (33)$$

şeklinde yazarsak (32) ile tanıttığımız kontrol problemi aşağıdaki şekilde revize edilebilir:

$$\begin{aligned} \max_{I_m} \quad & \dot{V} \\ \text{kısıtlar: } \quad & I_m \in \{-I_0, -I_0/2, 0, I_0/2, I_0\} \\ & -0.3 \leq x_c \leq 0.3 \end{aligned} \quad (34)$$

Denklem (34) ile verilen optimizasyon probleminde kontrol girdilerini sonlu sayıda elemanı olan bir kümeden seçmek, dilediğimiz büyüklükte kontrol sinyali kullanamıyor olmamız sebebiyle bir dezavantaj olsa da maksimizasyon problemini sadece bir sıralama problemine dönüştürmesi açısından da bir avantajdır. Diğer bir ifade ile, kısıtları sağlayan sonlu sayıdaki  $I_m$  değerlerinden hangisi diğerlerinden daha büyük  $\dot{V}$  değeri oluşturmakta ise sonlu sayıda karşılaştırma ile bu  $I_m$  değeri belirlenebilir. Belirlenen bu  $I_m$  değerini, hesaplamanın hemen ardından, örnekleme periyodu boyunca sisteme uygulanır.

Pist uzunluğu kısıtını sadece ölçmek ve bunu sağlayan optimal armatür akımı belirlemek optimizasyon probleminin fizibil bir sonuç üretememesi riskini oluşturabilir. Bu yüzden karar mekanizmamıza pist kısıtı ile ilgili fizibiliteyi artıran ayrıntılar eklememiz yerinde olacaktır. Bu amaçla optimizasyon problemi (34) aracın pistteki konumuna bağlı olarak alt problemlere ayrılabilir.

$$-0.15 \leq x_c \leq 0.15 \text{ için}$$

$$\max_{I_m} \dot{V} \quad (35)$$

$$\text{kısıtlar : } I_m \in \{-I_0, I_0\}$$

$$0.15 \leq x_c \leq 0.25 \text{ için}$$

$$\max_{I_m} \dot{V} \quad (36)$$

$$\text{kısıtlar : } I_m \in \{-I_0, I_0/2\}$$

$$0.25 \leq x_c \leq 0.30 \text{ için}$$

$$\max_{I_m} \dot{V} \quad (37)$$

$$\text{kısıtlar : } I_m \in \{-I_0, 0\}$$

$$-0.15 \leq x_c \leq -0.25 \text{ için}$$

$$\max_{I_m} \dot{V} \quad (38)$$

$$\text{kısıtlar : } I_m \in \{-I_0/2, I_0\}$$

$$-0.25 \leq x_c \leq -0.30 \text{ için}$$

$$\max_{I_m} \dot{V} \quad (39)$$

$$\text{kısıtlar : } I_m \in \{0, I_0\}$$

## 4.2. Dengeleme Stratejisi

Sarkaç yukarı kaldırma stratejisi ile aşağıdaki denge noktasından yukarıdaki denge noktasının komşuluğuna yaklaşmaktadır. Sarkacın açısı bu komşuluğa geldiğinde ise artık dengeleme stratejisi kullanılarak, sarkacın dik doğrultuda sabit kalması hedeflenmektedir. Dengeleme stratesijisinde ise *Doğrusal Karesel Düzenleyici* (LQR) kullanılmaktadır.

Doğrusal Karesel Düzenleyici durum uzayında verilen amaç(maliyet) fonksiyonunu minimize eden optimal kontrol girdi katsayısını hesaplayan kontrolör çeşitidir (Ogata, 2010). Doğrusal durum uzay formunda verilen bir sistem Denklem (40)'de gösterilmektedir.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (40)$$

Yukarıda gösterilen sistemde  $x$  durum vektörü,  $u$  ise girdidir. Doğrusal karesel düzenleyici girdiyi durum vektörü ile  $K$  gibi optimal bir katsayısının çarpımına eşitler. Tüm durumların geri beslemesine dayalı bir girdi değeri elde edilir. Doğrusal karesel düzenleyici için girdi değeri

$$u = -Kx \quad (41)$$

olmaktadır.

Girdi için optimal  $K$  katsayısının hesaplanması gerekmektedir. Doğrusal durum uzay sistemindeki durum vektörü ve girdiye bağlı amaç fonksiyonu Denklem (42)'de gösterilmektedir.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)) dx \quad (42)$$

Burada  $Q$  ve  $R$  matrisleri sırasıyla durum vektörünün ve girdinin ağırlık matrisleridir.  $Q$  pozitif tanımlı ya da pozitif yarı tanımlı,  $R$  ise pozitif tanımlı matrislerdir.  $Q$  matrisini köşegen seçmek sonuçlarının irdelenmesi için faydalıdır:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_n \end{bmatrix} \quad (43)$$

$K$  için optimal değerin bulunması  $Q$  ve  $R$  matrislerine bağlıdır. Bu matrislerin arasındaki ilişkilerde aşağıdaki hususlar önemlidir (Kasnakoğlu, 2014).

- $Q$  matrisi  $R$  matrisine eşit ise regülasyon hızlı ve az kontrol kullanmak eşit önemlidir.
- $Q$  matrisi  $R$  matrisinden büyük ise regülasyonun hızlı olması kontrol sinyalinin küçük olmasından daha önemlidir.
- $Q$  matrisi  $R$  matrisinden küçük ise regülasyon yavaş ve uzun iken az kontrol uygulanarak az enerji harcanmaktadır.

#### 4.2.1. Ters sarkacın doğrusallaştırılması ve (Q,R) hesaplanması

Doğrusal karesel düzenleyiciyi kullanmak için ters sarkaç sisteminin doğrusal durum uzay formu elde edilmelidir. Ters sarkaç dinamik denklemleri yukarı denge noktasında doğrusallaştırıldığında oluşan doğrusal durum uzay formu matrisleri Denklem (46) ve (47)'de gösterilmektedir.

Ters sarkaç dinamik denklemleri doğrusal olmadığından öncelikle doğrusallaştırılması gerekmektedir. Bu aşamada küçük aç yaklaşımı kullanılarak doğrusallaştırma gerçekleştirilmektedir. Küçük aç yaklaşımı ise Denklem (44)'de gösterilmektedir.

$$\begin{aligned}
\sin \theta &= \theta \\
\tan \theta &= \theta \\
\cos \theta &= 1 \quad \text{veya} \quad \cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}
\end{aligned} \tag{44}$$

Ters sarkaç dinamik denklemleri küçük açı yaklaşımı ile sıfır açısının komşuluğunda küçük genlikli osilasyonlar için doğrusallaştırıldıktan sonra elde edilen denklem takımı Denklem (45)'de gösterilmektedir (Quanser, 2010a).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ \frac{-(M_p l_p^2 + I_p) B_{eq} x_3 - M_p l_p B_p x_4 + (M_p l_p^2 + I_p) F_c + M_p^2 l_p^2 g x_2}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2} \\ \frac{(M_c + M_p) M_p g l_p x_2 - (M_c + M_p) B_p x_4 - M_p l_p B_{eq} x_3 + F_c M_p l_p}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2} \end{bmatrix} \tag{45}$$

Doğrusallaştırılan denklem takımı durum uzay formuna dönüştürüldüğünde A ve B matrisleri

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & x_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_4 \\ 0 & \frac{g M_p^2 l_p^2}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2} & \frac{-B_{eq} (M_p l_p^2 + I_p)}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2} & \frac{-B_p M_p l_p}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2} \\ 0 & \frac{M_p g l_p (M_c + M_p)}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2} & \frac{-B_{eq} M_p l_p}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2} & \frac{-B_p (M_c + M_p)}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2} \end{bmatrix} \tag{46}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{I_p + M_p l_p^2}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2} \\ \frac{M_p l_p}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2} \end{bmatrix} \tag{47}$$

olmaktadır.



Doğrusal durum uzay formu elde edildikten sonra Q ve R matrislerinin seçilmesi gerekmektedir. Matrislerin değerleri ters sarkaç firmasının deneyleri sonucunda elde ettiği değerlerdir. Algoritma testlerinin simülasyonlarında kullanılan Q ve R matrisleri Denklem (48)'de gösterilmektedir.

$$Q = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R = [0.01] \quad (48)$$

MATLAB ortamında hazırlanmış *lqr* komutu kullanılarak, K katsayısı elde edilmiştir. Ters sarkaç için bulunan K değeri aşağıda verilmektedir:

$$K = [-7 \quad 28 \quad -7.2 \quad 2.83] \quad (49)$$

### 4.3. Algoritma

Bölüm 3'de enerji tabanlı yaklaşımlar kullanılarak sarkacın enerjisini maksimize eden bir çözüm ifade edilmektedir. Bu bölümde ise problemin çözümünü içeren bir algoritma oluşturulmaktadır. Problem modellenirken kullanılan kısıtlar basitleştirilerek hazırlanan algoritma problem çözümünün temelini oluşturmaktadır.

#### 4.3.1. Yukarı kaldırma algoritması

İlk aşamada algoritmanın yol kısıtını sağlaması üzerine yoğunlaşmaktadır. Problem dizaynında sınırlandırılmış yol 5 parçaya bölünmektedir. Her yol aralığı için seçtiğimiz iki adet girdi değeri ( $I_1, I_2$ ) bulunmaktadır. Seçtiğimiz girdi değerleri pozisyona bağlı olarak

değişmektedir. Pozisyona bağlı girdi verilmesinin amacı aracın sınırlandırılmış yola yaklaş-tığında sınırı geçmemesini garanti etmektir.

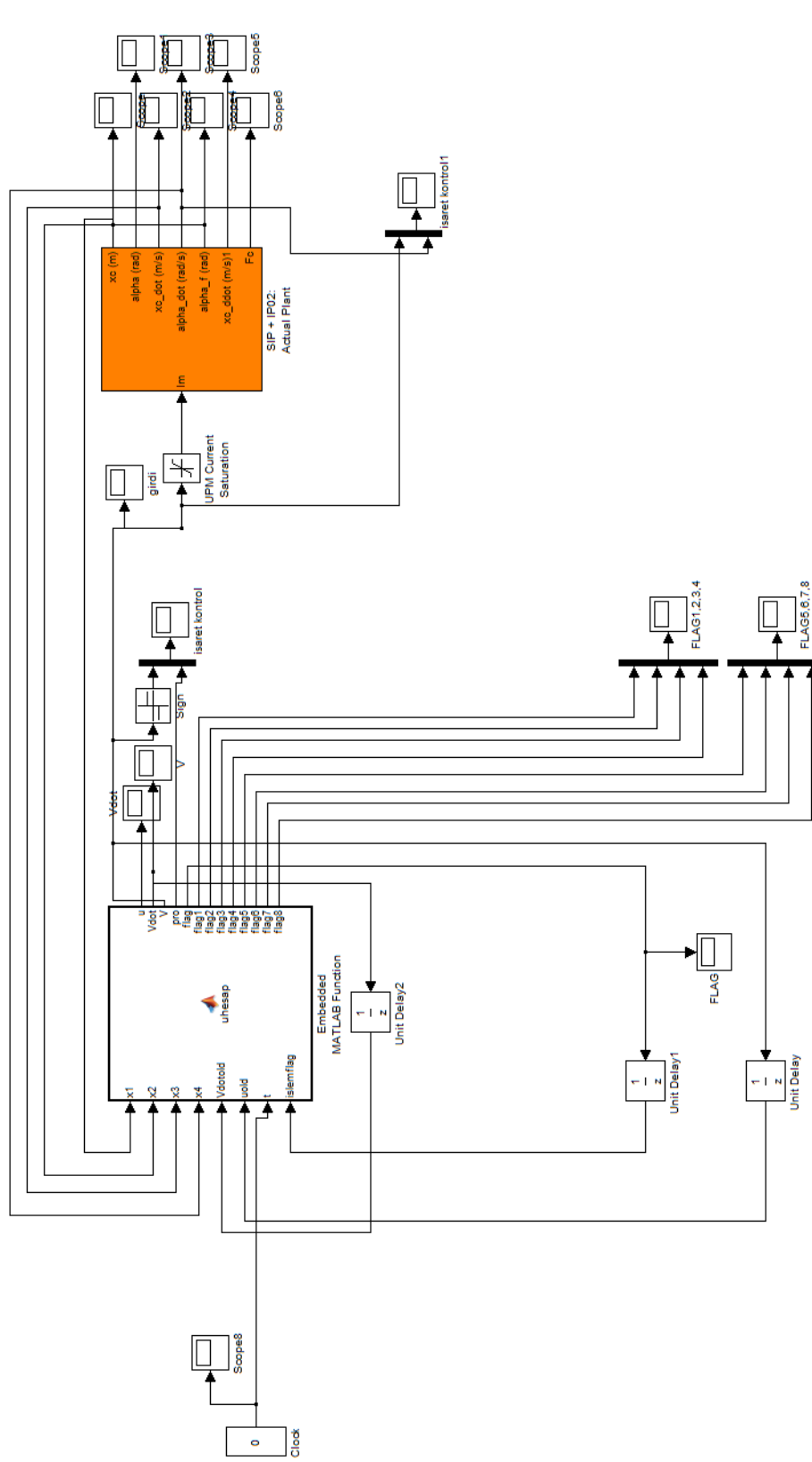
Araç hareket etmeye başladıktan sarkaç havaya kalkıncaya kadar girdi değeri aşağı-daki belirtildiği şekilde seçilmektedir.

- Aracın pozisyon bilgisine göre hangi ikili girdi değerlerinin ( $I_1, I_2$ ) kullanılacağı belir-lenmektedir.
- Belirlenen ikili girdilerin enerji türevi değeri hesaplanmaktadır. Enerji türevi değeri hesaplanırken Denklem (28) kullanılmaktadır. Algoritmamız Ek Açıklamalar C’de ve-rilen *uhesap* fonksiyonunda kodlanırken ikili girdi değerlerinin enerji türevi değerleri sırasıyla *enerd1, enerd2* olarak adlandırılmaktadır.
- İkili girdilere ait enerji türevi değerleri (*enerd1, enerd2*) kıyaslanmaktadır. Kıyaslama işlemi aşağıda anlatılmaktadır.
  - İkili girdilerinin ilkinin ( $I_1$ ) enerji türevi değeri (*enerd1*) ikincisinin ( $I_1$ ) enerji tü-revi değerinden (*enerd2*) büyük ya da eşit ise girdi değeri  $I_1$
  - İkili girdilerinin ikincisinin ( $I_2$ ) enerji türevi değeri (*enerd2*) ilk girdinin ( $I_1$ ) enerji türevi değerinden (*enerd2*) büyük ise girdi değeri  $I_2$

seçilmektedir.

- Her  $t.ms$ 'de aracın pozisyonuna bakılarak girdi değeri hesaplanmakta ve güncellen-mektedir. Hesaplanan değer bir sonraki  $t ms$ 'lik süreçte uygulanacak olan girdi değe-ridir.
- Enerji ve enerjinin türevi değeri hesaplanmaktadır

Hazırlanan ilk algoritmada girdi değeri seçimi, başlangıç anından itibaren ikili girdi değerlerinden hangisinin enerji türevi değeri büyük ise onu seçmeyi amaçlamaktadır. Girdi seçimi için tasarlanan algoritma farklı özelliklere göre düzenlenerek test edilmektedir. Bu özellikler yol konfigürasyonları, ikili girdi değerleri, sarkaca eklenen ekstra ağırlık, girdinin güncelleneceği süre ve başlangıç olarak sabit girdi verilmesidir.



Şekil 4.2: Algoritma Testi Simülasyon Modeli

Algoritma testleri için kullanılan özelliklerden ilki başlangıç olarak sabit girdi değeri verilmesidir. Yapılan testlerde sıfırncı saniyede girdi değeri

- Pozisyona göre ikili girdilerden seçim yapılması ya da
- Başlangıç momentumu oluşturmak için 60 ms süreyle sabit 1.6 A uygulanması

şeklinde test edilmektedir.

Diğer bir özellik ise girdi değerinin güncellenip sisteme uygulandığı zaman aralığıdır. Algoritma testlerinde bu zaman aralıkları 10 ms ya da 20 ms saniye olarak alınmaktadır. Sarkaç yukarıya kalkarken aracın yoldan çıkmaması için ekstra ağırlık konulması gerekmektedir. Buna bağlı olarak yukarı kaldırma algoritması hem aracın kendi ağırlığı ile hemde teste başlanılmadan araca ekstra ağırlık konularak, farklı ağırlıklar için ayrı ayrı test edilmektedir. İkili girdi değerleri ise Denklem (34)'de gösterildiği üzere  $I_0$  gibi bir akım değerine göre ayarlanmaktadır. Yapılan testlerde bu değer 0.5 A ya da 1 A olarak alınmaktadır. Belirlenen bu akım değerleri; ters sarkaç sistemi ile yapılan deneyler sonucunda, sisteme uygulanabilecek uygun girdi değerleri olarak bulunmasından dolayı seçilmektedir.

Çizelge 4.2: Yol Konfigürasyonu 1

Pozisyon Aralığı	İkili Girdi Değeri
$[-0.3 \quad -0.25]$	$[0, I_0]$
$[-0.25 \quad -0.20]$	$[\frac{-I_0}{2}, I_0]$
$[-0.20 \quad 0.20]$	$[-I_0, I_0]$
$[0.20 \quad 0.25]$	$[-I_0, \frac{I_0}{2}]$
$[0.25 \quad 0.30]$	$[-I_0, 0]$

Yukarı kaldırma algoritmasının temelini oluşturan sınırlandırılmış  $[-0.3,0.3]$  m yolun beş parçaya ayrılması ise iki farklı şekilde test edilmektedir ve sırasıyla Yol Aralığı 1 ve Yol Aralığı 2 olarak adlandırılmaktadır. Yol konfigürasyonları Çizelge 4.2 ve 4.3’de gösterilmektedir.

Çizelge 4.3: Yol Konfigürasyonu 2

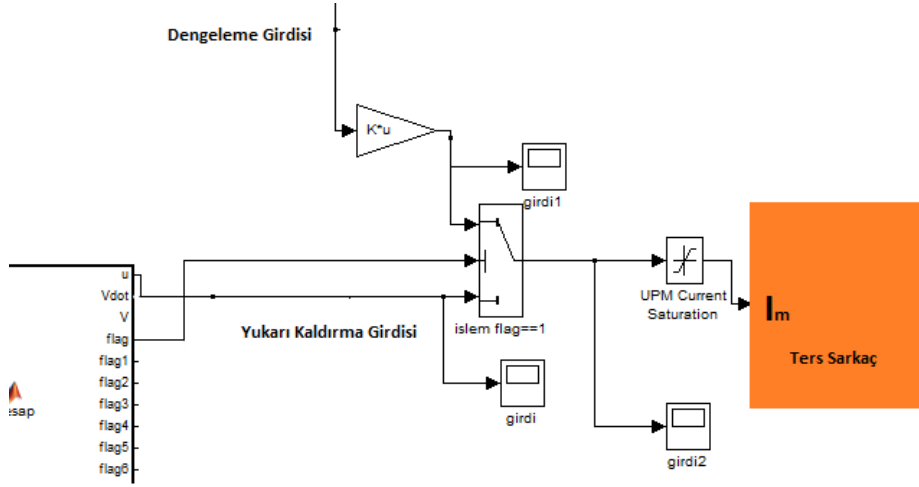
Pozisyon Aralığı	İkili Girdi Değeri
$[-0.3 \quad -0.25]$	$[0, I_0]$
$[-0.25 \quad -0.15]$	$[\frac{-I_0}{2}, I_0]$
$[-0.15 \quad 0.15]$	$[-I_0, I_0]$
$[0.15 \quad 0.25]$	$[-I_0, \frac{I_0}{2}]$
$[0.25 \quad 0.30]$	$[-I_0, 0]$

Algoritma testlerinde Şekil 4.2’de gösterilen *SIMULINK* modeli kullanılmaktadır. Simülasyon modelinde *uhesap* gömülü kod bloğu hazırlanan algoritmayı içermektedir. Algoritma testlerinde kullanılan *uhesap* bloğunun içeriği Ek C’de gösterilmektedir. Testlerin sonuçları ise Bölüm 4.1’de gösterilmektedir.

#### 4.3.2. Yukarı kaldırma ve dengeleme algoritmaları arası geçiş

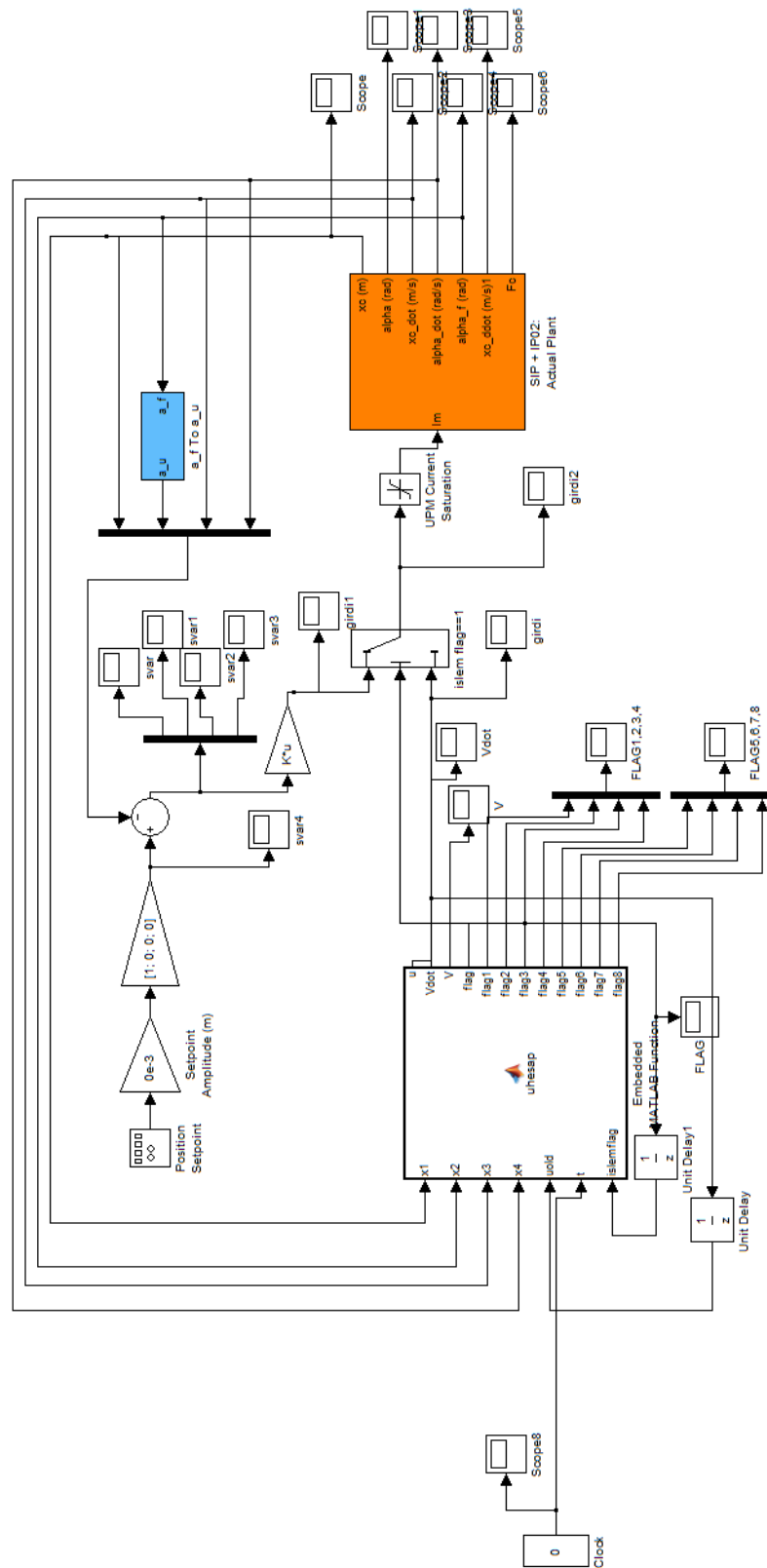
Yukarı kaldırma algoritması ile sarkaç aşağı denge noktasından yukarı denge noktasının komşuluğuna kadar hareket etmektedir. Yukarı denge noktasının komşuluğuna geldiğinde ise kontrol kuralları arasında geçiş yapılarak sarkacın yukarı denge noktasında sabit kalması amaçlanmaktadır.

Kontrol kuralları arasında geçiş işlemi ise Simulink ortamında bir anahtar ile kontrol edilmektedir. Geçiş işlemini kontrol eden anahtar Şekil 4.3’de gösterilmektedir. Yukarı kaldırma algoritması içerisinde sarkacın açı enkoderinden gelen açı değeri sürekli kontrol edilmektedir. Açı değeri belirlenen komşuluğa geldiğinde algoritma içerisinde *flag* olarak tanımlanan değişkene bir değerini atamaktadır.



Şekil 4.3: Geçiş İşlemi-Anahtar

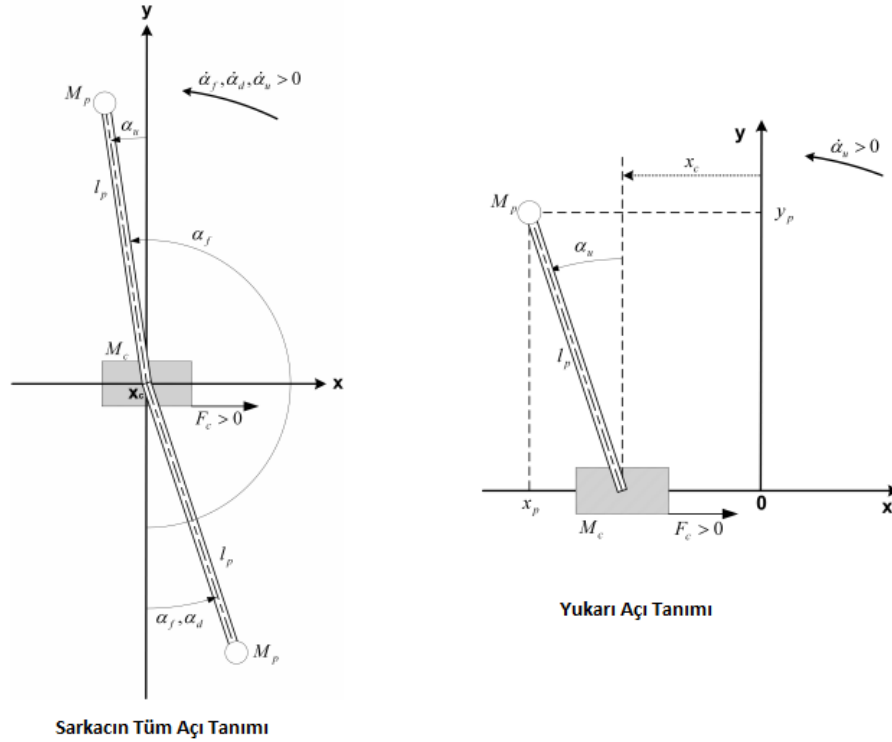
Geçiş için kullanılan anahtar ise flag değerini kontrol ederek sisteme uygulanacak girdinin yukarı kaldırma algoritmasından ya da dengeleme algoritmasından olduğuna karar vermektedir. Eğer flag değeri bir değil ise yukarı kaldırma algoritması, bir değerine ulaşmış ise dengeleme algoritmasını seçmektedir. Ters sarkacın kontrolü sırasında kullanılan Simulink modeli Şekil 4.4’de gösterilmektedir.



Şekil 4.4: Ters Sarkaç Kontrolü

Dengeleme algoritması içerisinde doğrusal karesel düzenleyici kullanılmaktadır. Dengeleme algoritmasında ise ters sarkaca durum değişkenlerinin optimal  $K$  katsayısı ile çarpımından elde edilen değer uygulanmaktadır. Bu değer elde edilirken sarkacın açısının yukarı dik doğrultuyla arasında kalan açı değeri kullanılmakta olup, bu açı değeri  $[-\pi, \pi]$  arasında değişmektedir ve yukarı açı değeri olarak adlandırılmaktadır. Sarkacın tüm açı ve yukarı açı değeri Şekil 4.5’de gösterilmektedir.

Dengeleme algoritması test edilirken komşuluk açısı farklı değerlerde alınarak test yapılmaktadır. Sarkacın yukarı açı değerinin  $10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$  ve  $30^\circ$  olarak alınıp test edilmektedir. Sarkacın açısı, belirlenen komşuluk açısına eşit olduğu durumda, flag değişkenine bir değeri atanmaktadır. Testlerin sonuçları ise Bölüm 4.2’de gösterilmektedir.



Şekil 4.5: Tüm-Yukarı Açı Tanımı (Quanser, 2014 a)



## 5. DENEY ÇIKTILARI

Bu bölümde daha önceki bölümlerde tanıtılan ters sarkaç yukarı kaldırma probleminin çözümü için gerçek zamanlı çalıştırılan deney sonuçları yer almaktadır. Bölüm 4.1’de sunulan problem için tasarlanan yukarı kaldırma algoritmasının sonuçları, Bölüm 4.2’de ise dengeleme algoritması ile problemin tam çözümünün sonuçları incelenmektedir.

Çizelge 5.1: Yukarı Kaldırma Algoritma Testleri

Test Kodu	Yol Aralığı	$I_0$	T	Ekstra Ağırlık	Başlangıç Girdi Değeri
1	1	0.5 A	20 ms	Yok	İkili Girdi
2	1	0.5 A	20 ms	Var	İkili Girdi
3	2	0.5 A	20 ms	Yok	İkili Girdi
4	2	0.5 A	20 ms	Var	İkili Girdi
5	1	0.5 A	10 ms	Yok	İkili Girdi
6	1	0.5 A	10 ms	Var	İkili Girdi
7	2	0.5 A	10 ms	Yok	İkili Girdi
8	2	0.5 A	10 ms	Var	İkili Girdi
9	1	1 A	20 ms	Yok	İkili Girdi
10	2	1 A	20 ms	Yok	İkili Girdi
11	2	1 A	20 ms	Var	İkili Girdi
12	1	1 A	10 ms	Yok	İkili Girdi
13	2	1 A	10 ms	Yok	İkili Girdi
14	2	1 A	10 ms	Var	İkili Girdi
15	1	0.5 A	20 ms	Yok	Sabit Girdi
16	1	0.5 A	20 ms	Var	Sabit Girdi
17	2	0.5 A	20 ms	Yok	Sabit Girdi
18	2	0.5 A	20 ms	Var	Sabit Girdi
19	1	0.5 A	10 ms	Yok	Sabit Girdi
20	1	0.5 A	10 ms	Var	Sabit Girdi
21	2	0.5 A	10 ms	Yok	Sabit Girdi
22	2	0.5 A	10 ms	Var	Sabit Girdi

## 5.1. Yukarı Kaldırma Algoritması Sonuçları

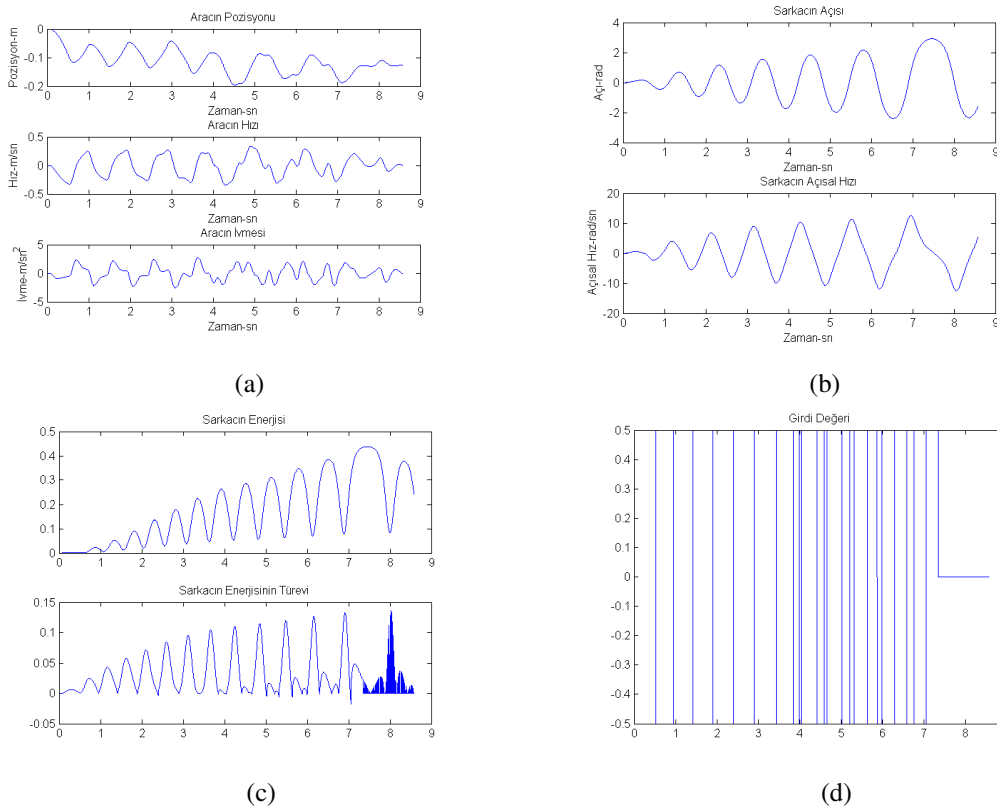
Bölüm 3.3.1’de açıklanan özelliklere göre farklı testler hazırlanarak algoritma incelenmektedir. Hazırlanan testlerin kodları ve özellikleri Çizelge 5.1’da gösterilmektedir. Deneysel sonuçlarda temel kategorizasyon örnekleme zamanı(T) ve motor akımı ( $I_0$ ) esas alınarak yapılmıştır. Gerçekleştirilen testler sonucunda elde edilen veriler kullanılarak sarkacın enerjisi ve enerjisinin türevi değeri( $E-ETD$ ), sarkacın açısı ve açısal hızı( $SA-AH$ ), aracın pozisyonu, hızı, ivmesi( $AP-H-J$ ) ve test sırasında sisteme uygulanan girdi değeri( $U$ ) çizdirilmiştir.

### 5.1.1. Örnekleme zamanı 20 ms ve $I_0$ 0.5A için test sonuçları

Bu testlerde ikili girdilerde kullanılacak olan  $I_0$  değeri 0.5 A, girdinin güncelleneceği süre ise 20 ms olarak alınmaktadır.

Test 1-2’de Yol Aralığı 1, test 3-4’te ise Yol Aralığı 2 kullanılmaktadır. Test 1’in sonuçları Şekil 5.1’de, Test 1’e ekstra ağırlık konularak yapılan Test 2’nin sonuçları ise Şekil 5.2’de gösterilmektedir. Kullandığımız algoritmalarda önemli bir bileşen olan yol aralıkları daha önceki bölümde Çizelge 4.2 ve Çizelge 4.3’de tanımlanmıştır.

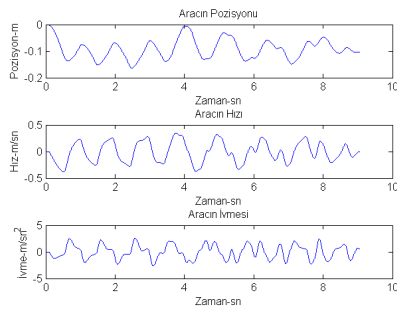
Yukarı kaldırma algoritmasını testlerin tamamında sarkacın dengeleme algoritmasına geçiş açısı yaklaşık olarak  $163^\circ$  olarak alınmaktadır. Sarkacın açısı  $163^\circ$ ’ye ulaştığında ya da geçtiğinde sisteme uygulanan girdi kesilerek, sıfır verilmektedir.



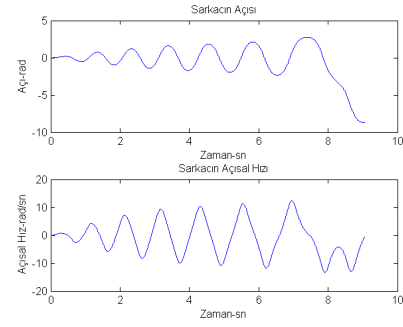
Şekil 5.1: Test 1 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

Test 1'in sonuçları incelendiğinde sarkaç 8.58 sn'de havaya kalkmaktadır. Araç sınırlandırılmış yolun dışına çıkmamakta ve aracın gittiği maksimum pozisyon değeri  $-0.1962$  m olarak ölçülmektedir. Sarkacın enerjisi  $0.43$  J olarak hesap edilmektedir. Enerjinin türevi ise yaklaşık 7.sn'de çok kısa bir süreliğine negatif bir değere sahip olmaktadır. Test 2'de ise araca konulan ekstra ağırlığın etkisi öncelikle sarkaçın havaya kalkma süresini etkilemektedir. Sarkaç yaklaşık olarak 9.04 sn'de havaya kalkmaktadır. Yol kısıtı sağlanmakla beraber aracın maksimum pozisyonu  $-0.1632$  m'dir. İstenilen enerji değerine ulaşılmıştır. Test 1'e benzer olarak enerjinin türevi çok kısa bir süreliğine negatif bir değere sahiptir.

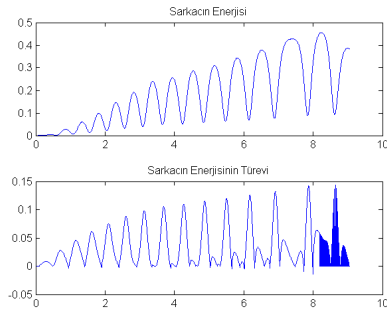
Test 3 ve 4'de Test1-2'den farklı olarak yol aralığı 2 kullanılmaktadır. Test 4, Test 3'e ekstra ağırlık konularak gerçekleştirilmektedir. Test 3'ün sonuçları Şekil 5.3'de, Test 4'ün sonuçları ise Şekil 5.4'de gösterilmektedir.



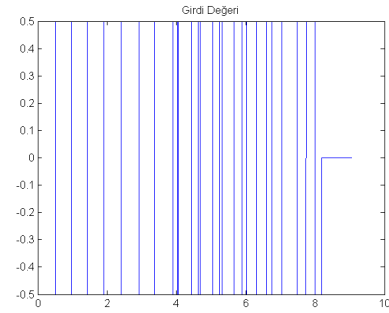
(a)



(b)

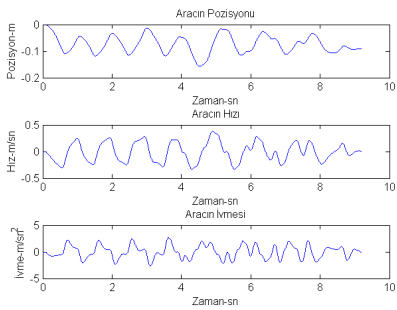


(c)

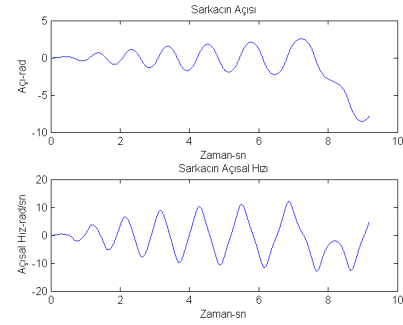


(d)

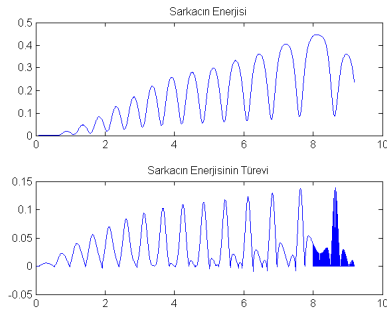
Şekil 5.2: Test 2 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi



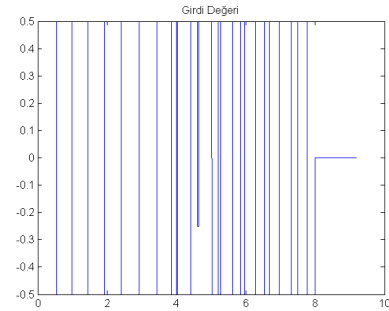
(a)



(b)



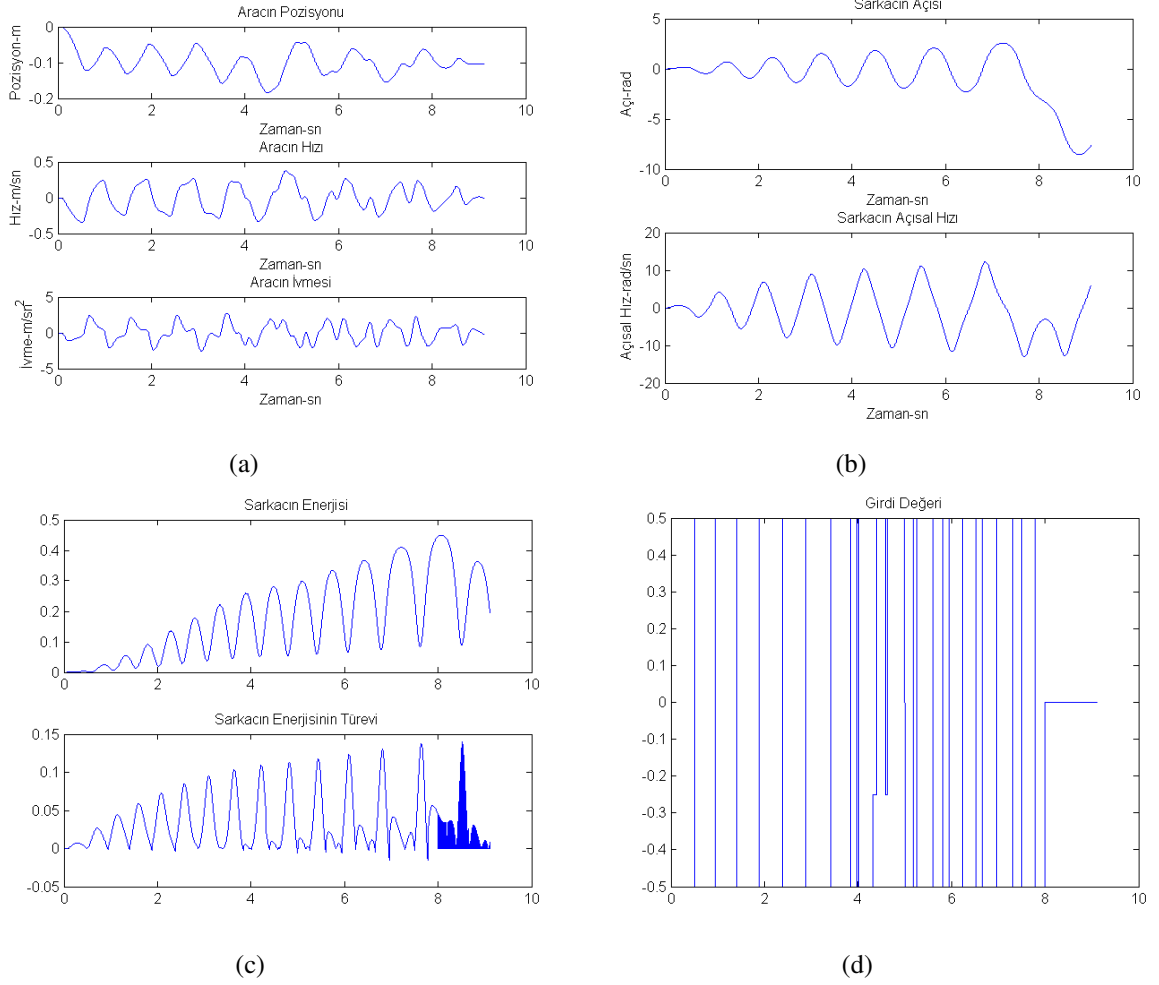
(c)



(d)

Şekil 5.3: Test 3 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

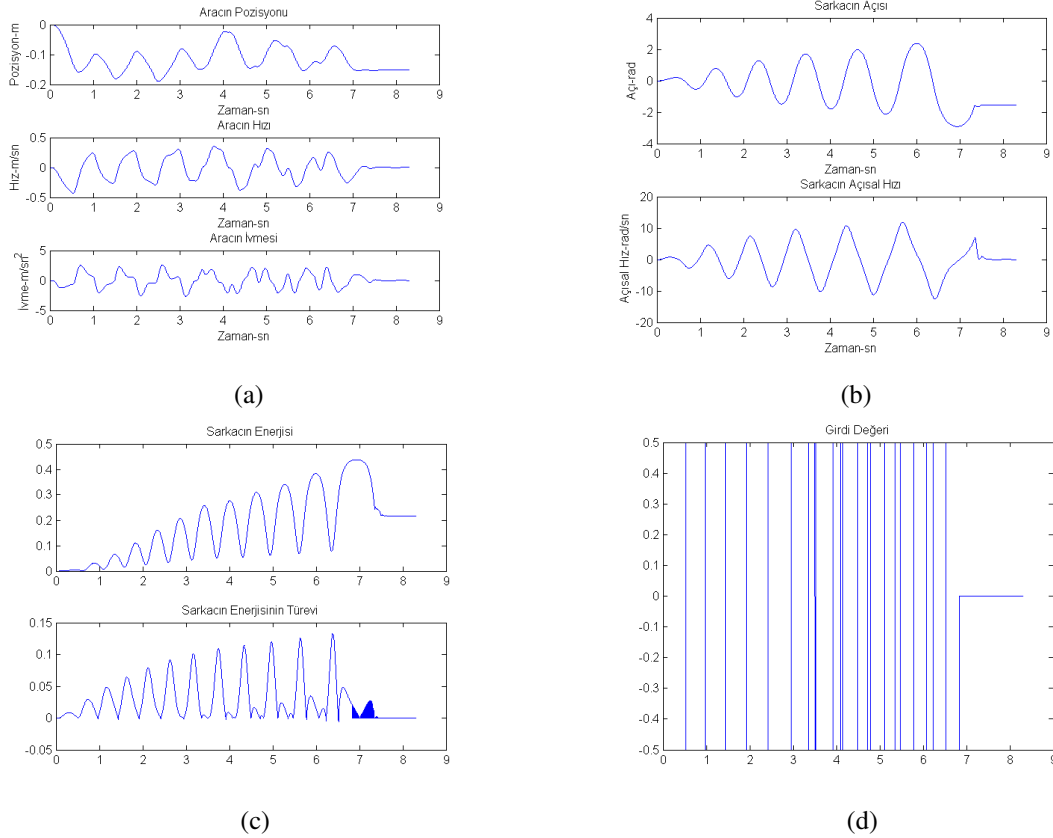
Test 3'ün sonuçları incelendiğinde, sarkaç 9.188sn'de havaya kalkmaktadır. Yol kısıtı sağlanmakta ve aracın ulaştığı maksimum pozisyon değeri  $-0.157\text{m}$ 'dir. Test 4'un sonucunda ise sarkacın havaya kalkma süresi 9.11 sn'dir. Yol kısıtı sağlanmakta ve aracın maksimum pozisyonu Test 3'e göre daha uzun bir mesafedir.



Şekil 5.4: Test 4 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

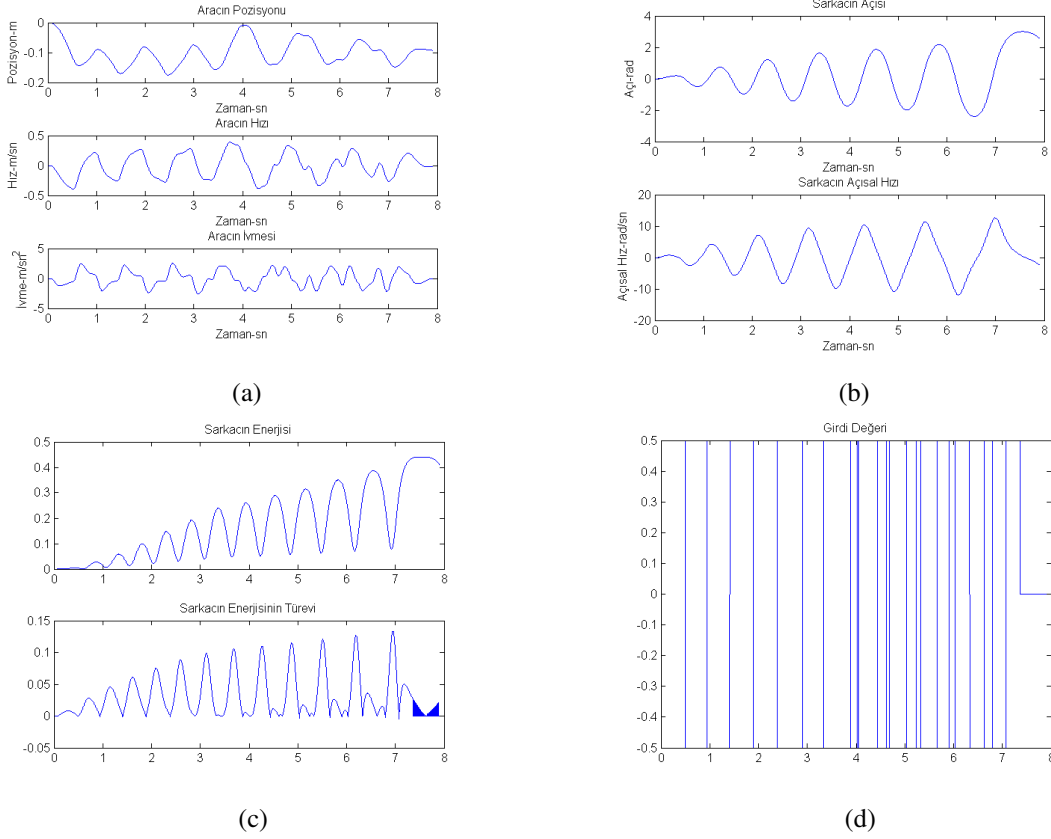
### 5.1.2. Örnekleme zamanı 10 ms ve $I_0$ 0.5A için test sonuçları

Yapılan testlerde  $I_0$  0.5 A alınmakta, yol aralığı 1 kullanılmakta ve girdinin güncellenip uygulanacağı süre 10 ms'dir. Test 5 sonuçları incelendiğinde yol kısıtı sağlanmakta, aracın aldığı maksimum pozisyon  $-0.1896\text{m}$ 'dir. Sarkaç havaya 8.3sn'de kalkmaktadır. Sürenin 20ms alındığı test sonuçları incelendiğinde, sürenin 10ms olması sarkacın havaya kalkma süresini kısaltmaktadır ancak büyük değişikliklere yok açmamaktadır. Test 6, Test 5 ile aynı koşullara sahip, araca ekstra ağırlık eklenmesi ile gerçekleştirilmektedir. Test 5'in sonuçları Şekil 5.5, Test 6'nın sonuçları ise Şekil 5.6'da gösterilmektedir.



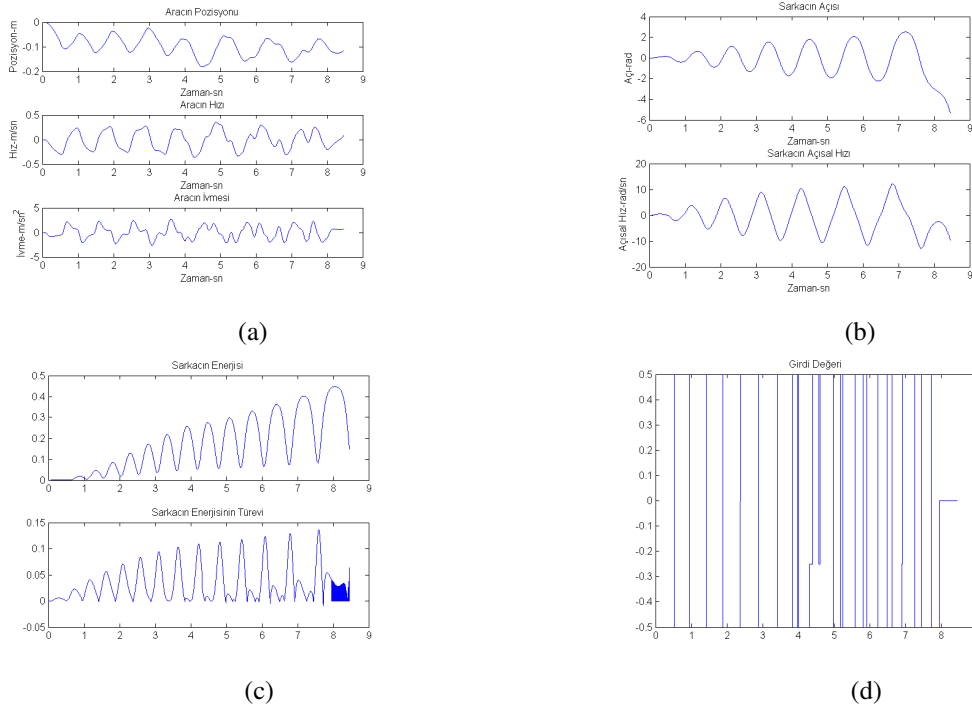
Şekil 5.5: Test 5 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

Test 6'nın sonuçları incelendiğinde yol kısıtı sağlanmakta ve aracın maksimum pozisyonu  $-0.1896\text{m}$ 'dir. Ağırlık olmadan yapılan teste göre daha kısa sürede havaya kalkmaktadır.

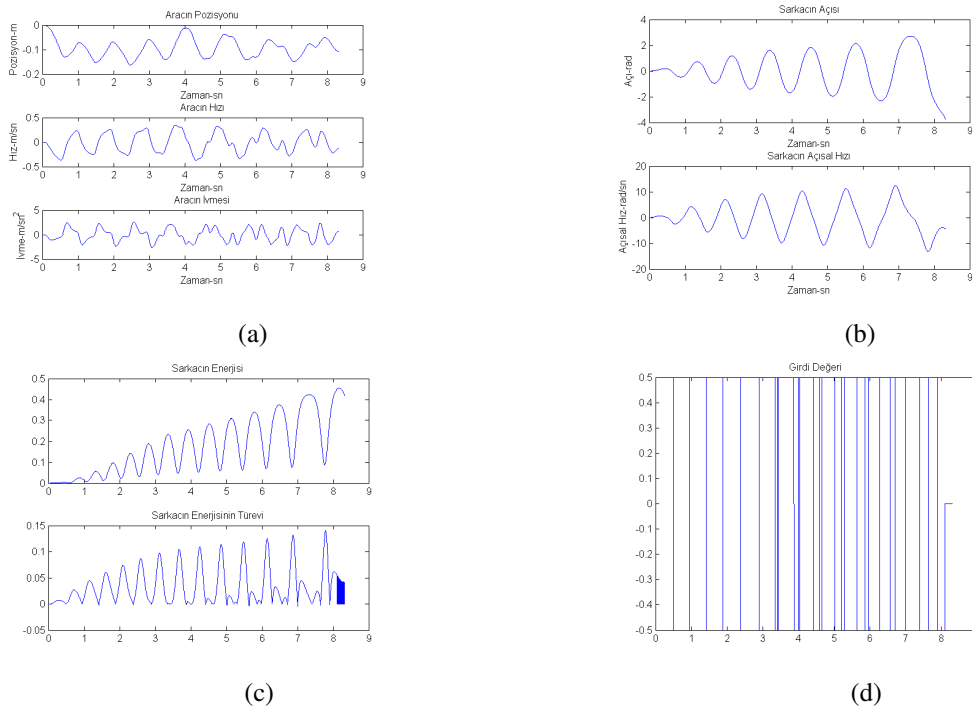


Şekil 5.6: Test 6 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

Aynı koşullarda yol aralığı 2 kullanılarak Test 7 ve 8 gerçekleştirilmektedir. Test 7 ve 8'in sonuçları sırasıyla Şekil 5.7, 5.8'de gösterilmektedir. Test 7 ve 8 sonuçları incelendiğinde her iki testte de yol kısıtının sağlandığı, sarkacın yaklaşık olarak 8.3sn'de havaya kalktığı gözlenmektedir.



Şekil 5.7: Test 7 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

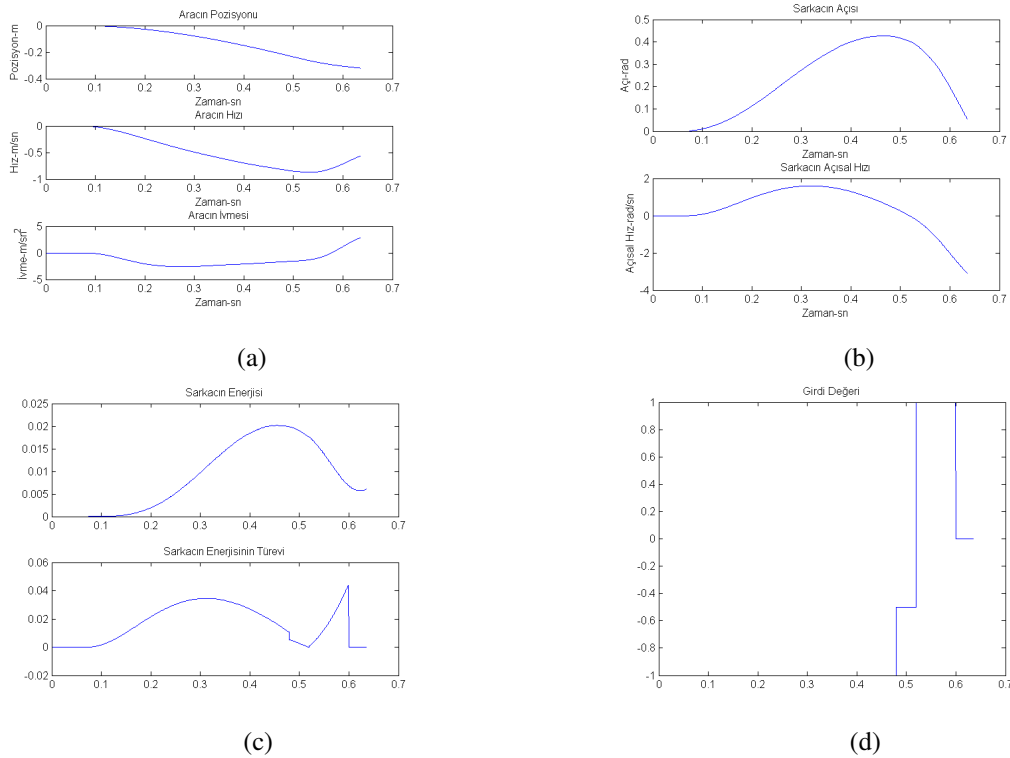


Şekil 5.8: Test 8 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi



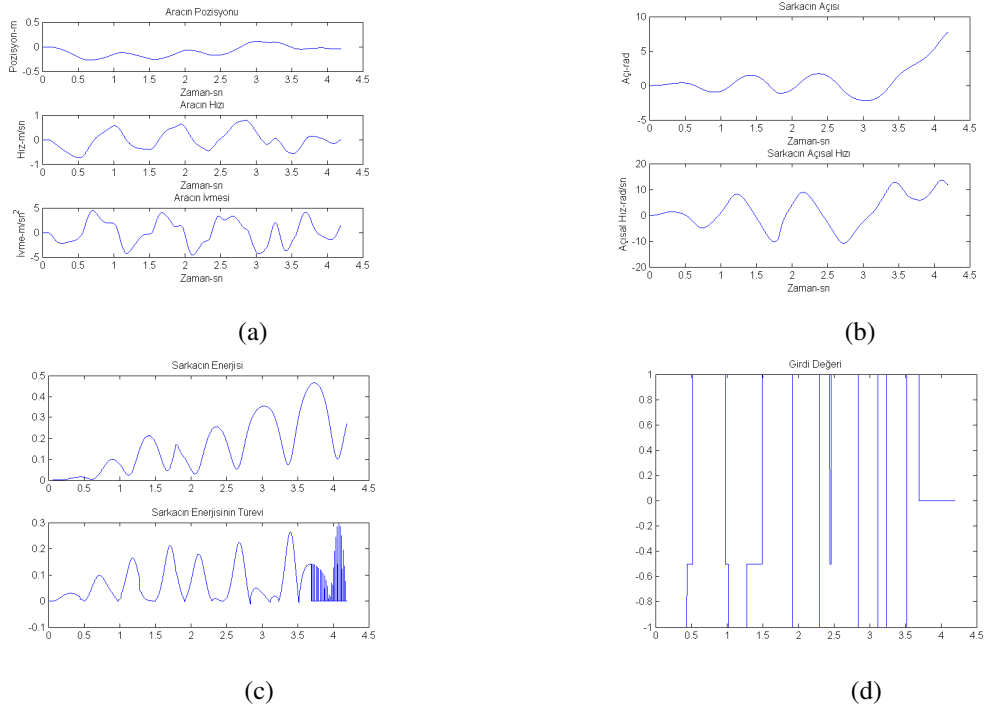
### 5.1.3. Örnekleme zamanı 20 ms ve $I_0$ 1 A için test sonuçları

Bu bölümde yapılan testlerde  $I_0$  1 A olarak alınmaktadır. Yol aralığı 1 kullanılarak Test 9, yol aralığı 2 kullanılarak Test 10-11 yapılmaktadır. Test 9 sonuçları Şekil 5.9'da gösterilmekte incelendiğinde araç sınırlandırılmış yolun dışına çıkmaktadır.

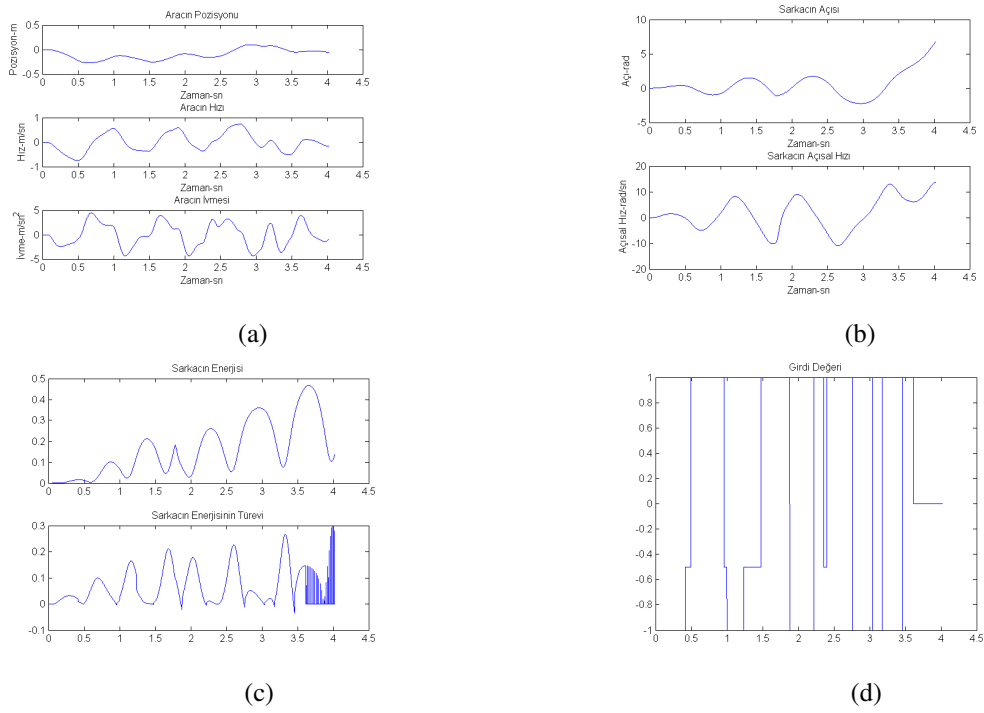


Şekil 5.9: Test 9 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

Test 10 ve 11 'de sarkaç yaklaşık 4sn'de havaya kalkmakta ve sınırlandırılmış yolu aşmamaktadır.  $I_0$  2 katına çıktığında sarkacın yukarı dik doğrultuda komşuluk açısına yaklaşma süresi yarıya inmektedir. Test 10-11'in sonuçları sırasıyla Şekil 5.10,5.11'de gösterilmektedir. Algoritmanın sürekliliğini kontrol etmek için hazırlanan testler bir kaç kez çalıştırılmaktadır. Tekrar gerçekleştirilen testlerden elde edilen veriler birbirlerine yakındır.



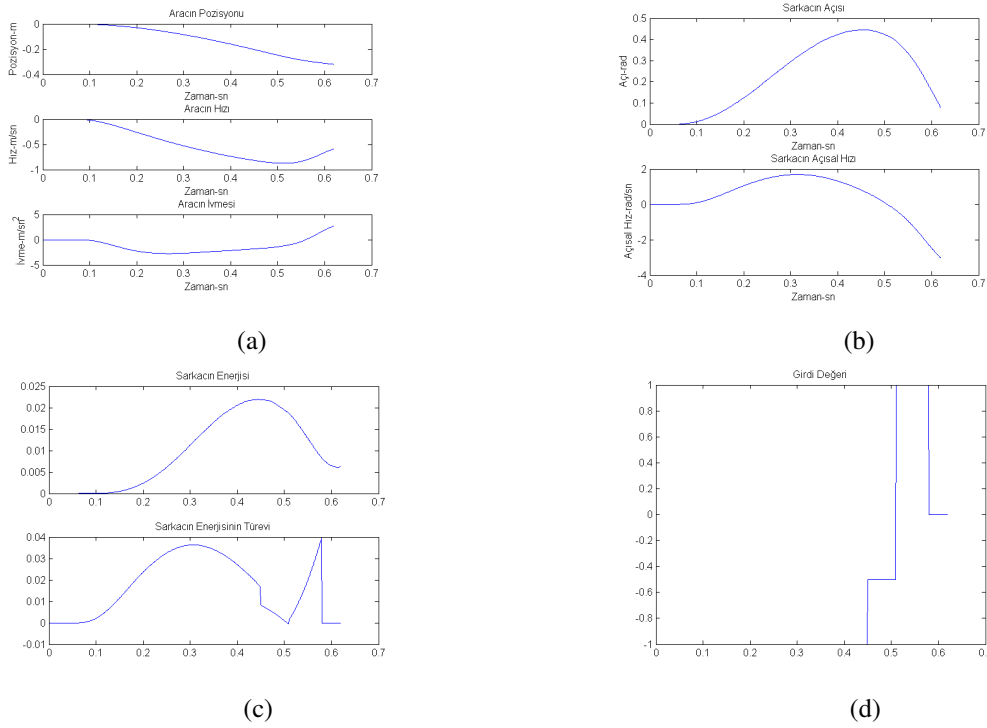
Şekil 5.10: Test 10 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi



Şekil 5.11: Test 11 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

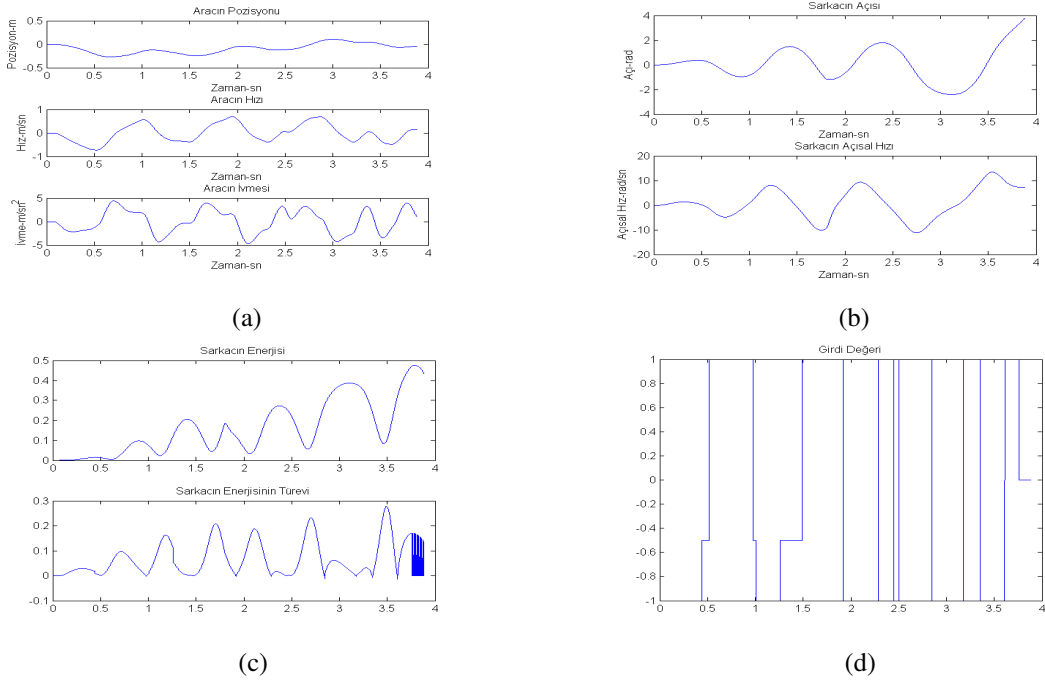
### 5.1.4. Örnekleme zamanı 10 ms ve $I_0$ 1 A için test sonuçları

$I_0$  1 A alınarak, girdinin güncellendiği sürenin 10ms olduğu koşullarda Test 12’de yol aralığı 1, Test 13 ve 14’de yol aralığı 2 kullanılmaktadır. Test 12-13-14’ün sonuçları sırasıyla Şekil 5.12, 5.13 ve 5.14’de gösterilmektedir.

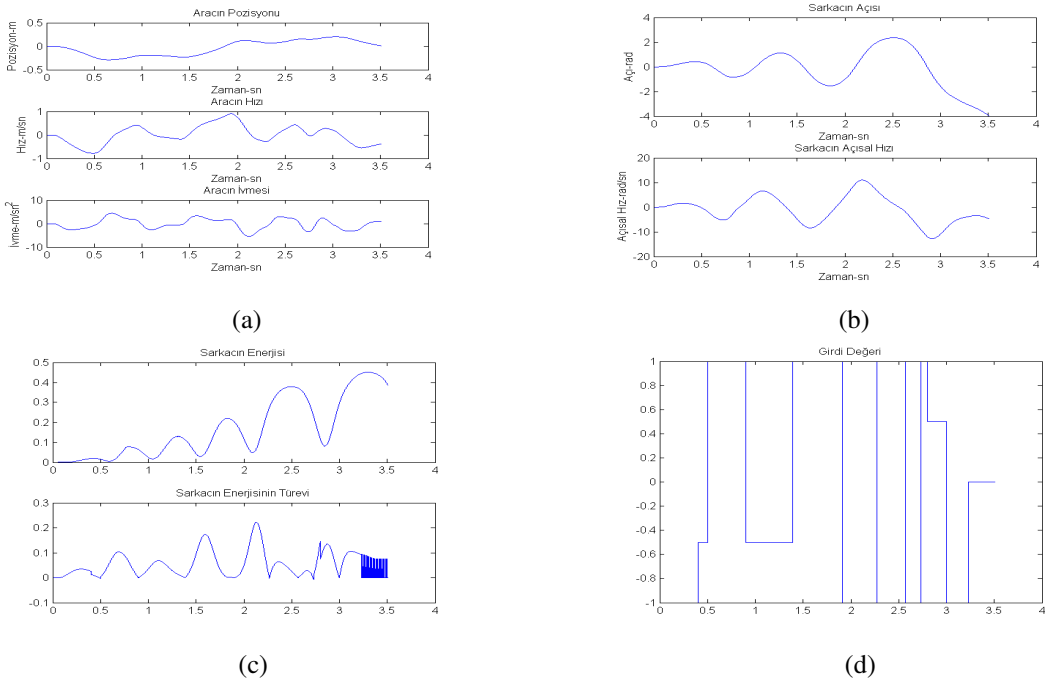


Şekil 5.12: Test 12 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

$I_0$  1A olarak alındığında ve yol aralığı 1 kullanıldığında sarkaç havaya kalkmamaktadır. Bu koşullarda girdinin güncelleniği süre önemli değildir. Test 12 bir kaç defa çalıştırıldığında, bir kaç kez sarkacı havaya kaldırmasına rağmen çoğunlukla yol sınırı aşarak sarkacı havaya kaldıramadığı gözlemlenmektedir. Test 13 ve 14 incelendiğinde sarkacın yaklaşık 3.6 sn’de havaya kalktığı gözlemlenmektedir. Sınırlandırılmış yolun dışına çıkılmadığı ve maksimum pozisyonların sırasıyla yaklaşık  $-0.2775\text{m}$  ve  $-0.2885\text{m}$  olduğu gözlemlenmektedir.



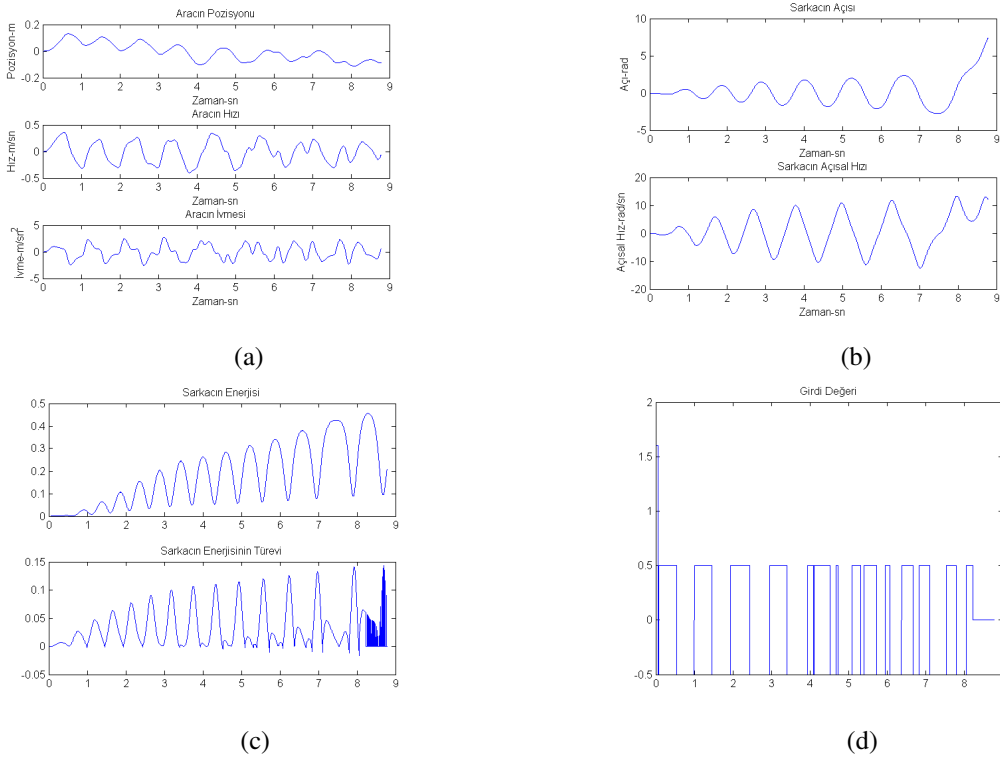
Şekil 5.13: Test 13 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi



Şekil 5.14: Test 14 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

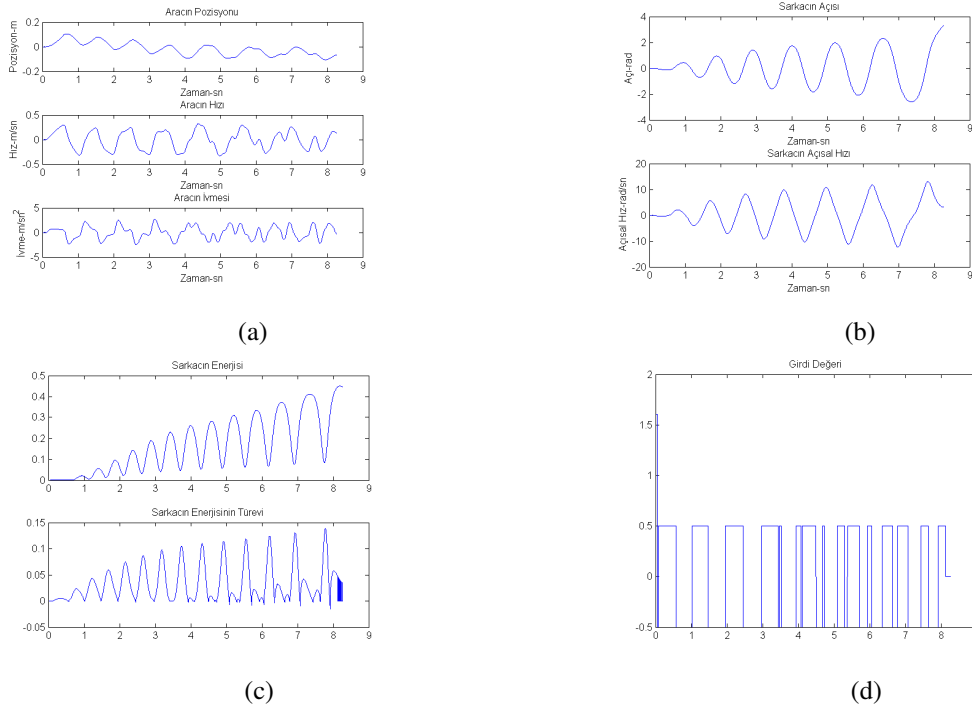
### 5.1.5. Örnekleme zamanı 20 ms, $I_0$ 0.5 A ve sabit girdi başlangıcı için test sonuçları

Bu testlerde başlangıç girdisi olarak 60ms boyunca 1.6A verilmektedir. 60ms'den sonra girdi değeri yukarı kaldırma algoritmasına göre seçilmektedir. Test 15-16'da yol aralığı 1, Test 17-18'de ise yol aralığı 2 kullanılmaktadır. Test 15 ve 16'nın sonuçları Şekil 5.15, 5.16'de gösterilmektedir.

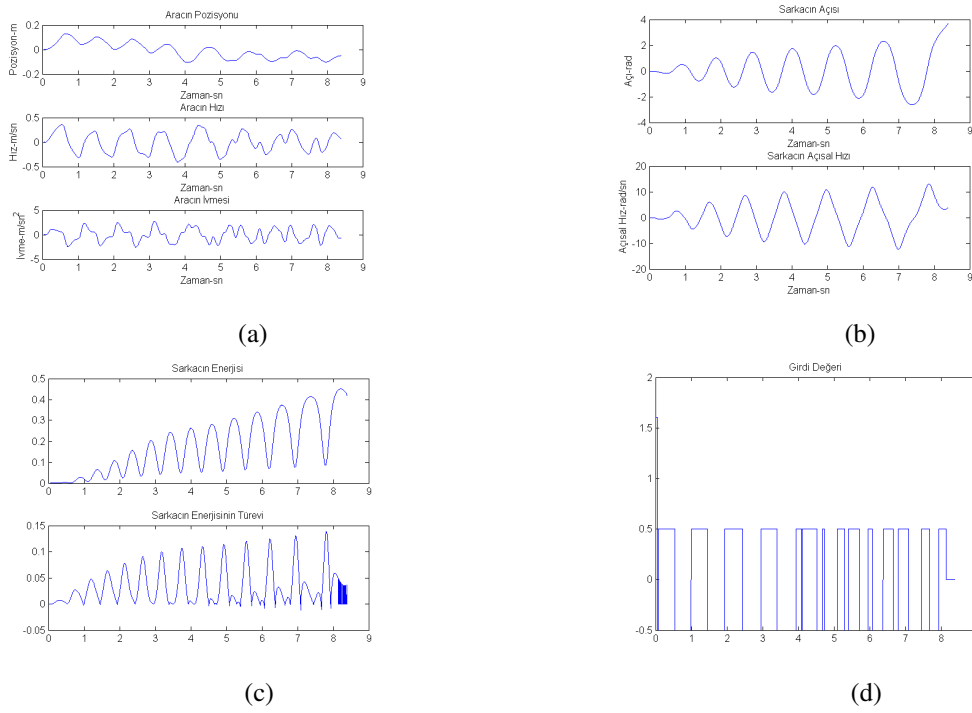


Şekil 5.15: Test 15 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

Test 15 ve 16'nın sonucunda sarkaç yaklaşık olarak 8.6sn'de havaya kalkmaktadır. Yol kısıtı sağlanmaktadır. Aynı koşullar altında sabit girdi ile başlayan algoritma ikili girdi ile başlayan algoritmaya göre kıyaslandığında süre, enerjinin türevi ya da pozisyon açısından büyük farklılıklar göstermemektedir.

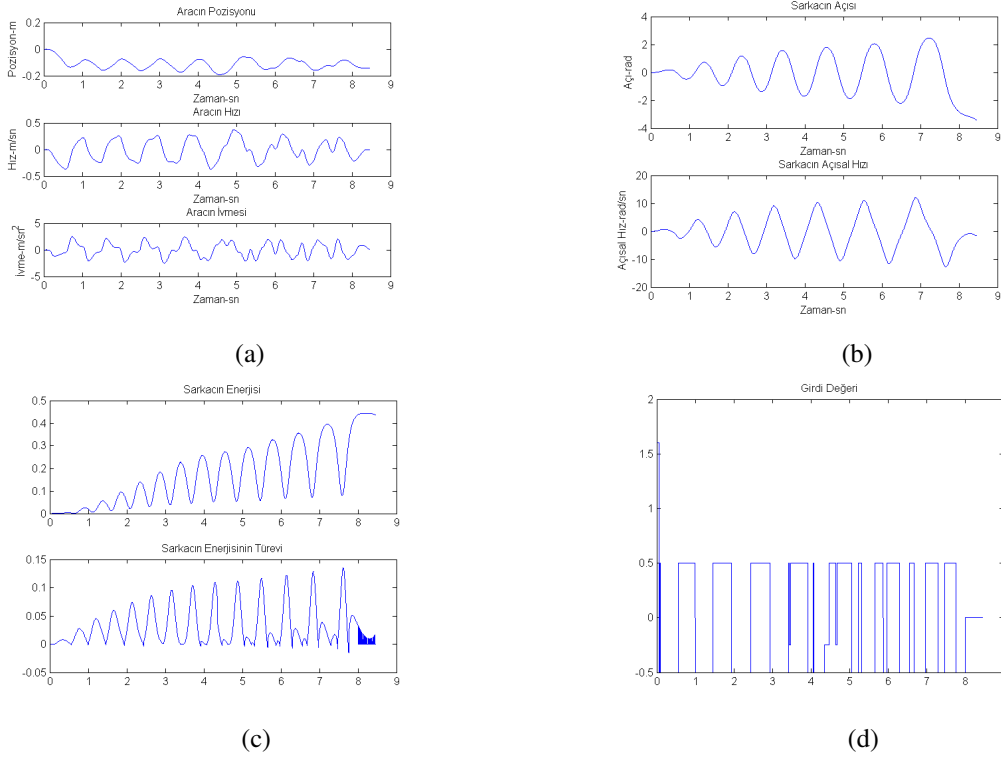


Şekil 5.16: Test 16 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi



Şekil 5.17: Test 17 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

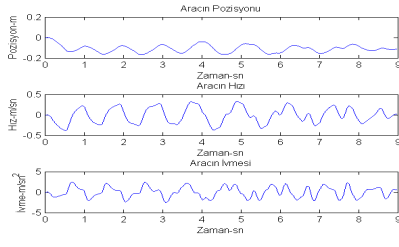
Test 17 ve 18'de yol aralığı 2 kullanılmaktadır. Sonuçları sırasıyla Şekil 5.17 ve 5.18'de gösterilmektedir. Test 17 ve 18 incelendiğinde araç sınırlandırılmış yolun dışına çıkmamakta, sarkaç yaklaşık 8.5sn'de havaya kalkmaktadır. Her iki test içinde aracın aldığı maksimum pozisyon değeri yaklaşık olarak  $-0.195\text{m}$ 'dir.



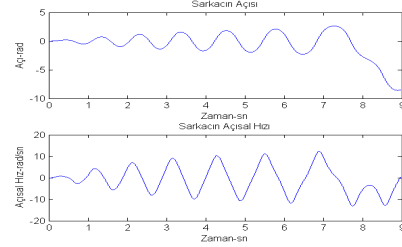
Şekil 5.18: Test 18 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

### 5.1.6. Örneklemeye zamanı 10 ms, $I_0$ 0.5 A ve sabit girdi başlangıcı için test sonuçları

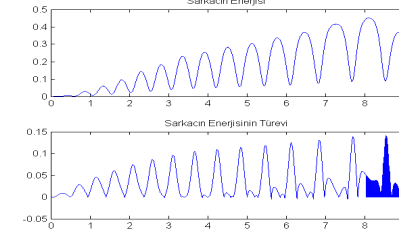
$I_0$  0.5 A, girdinin güncellendiği sürenin 10ms ve başlangıç olarak 60ms boyunca 1.6 A uygulandığı testlerin sonuçları incelenmektedir. Test 19-20'de yol aralığı 1, Test 21-22'de ise yol aralığı 2 kullanılmaktadır. Test 19-20'nin sonuçları sırasıyla Şekil 5.19 ve 5.20'de gösterilmektedir. Test 19 ve 20'de sarkaç havaya yaklaşık 8.8sn'de kalkmaktadır.



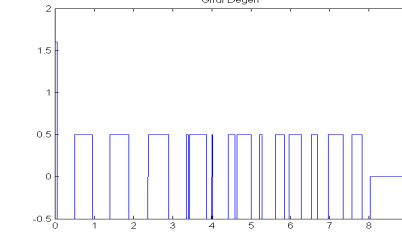
(a)



(b)

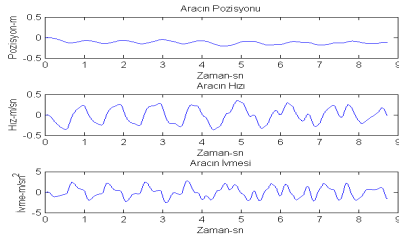


(c)

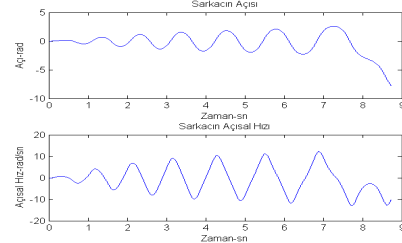


(d)

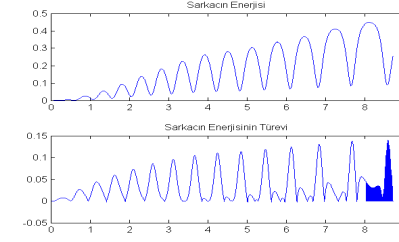
Şekil 5.19: Test 19 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi



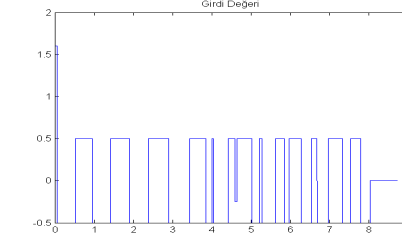
(a)



(b)



(c)

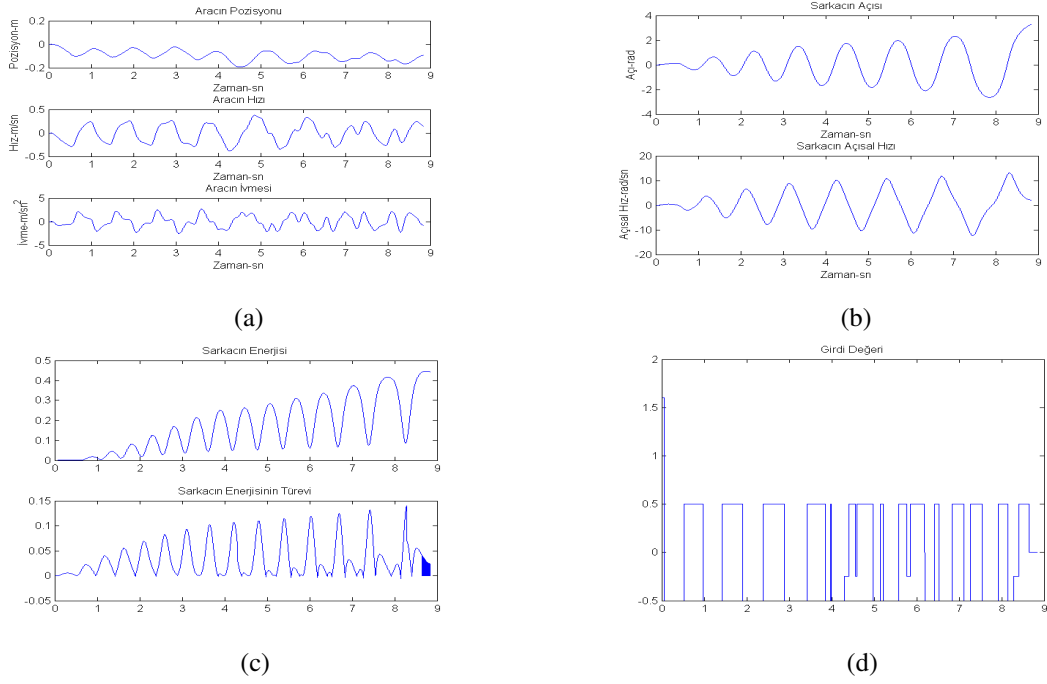


(d)

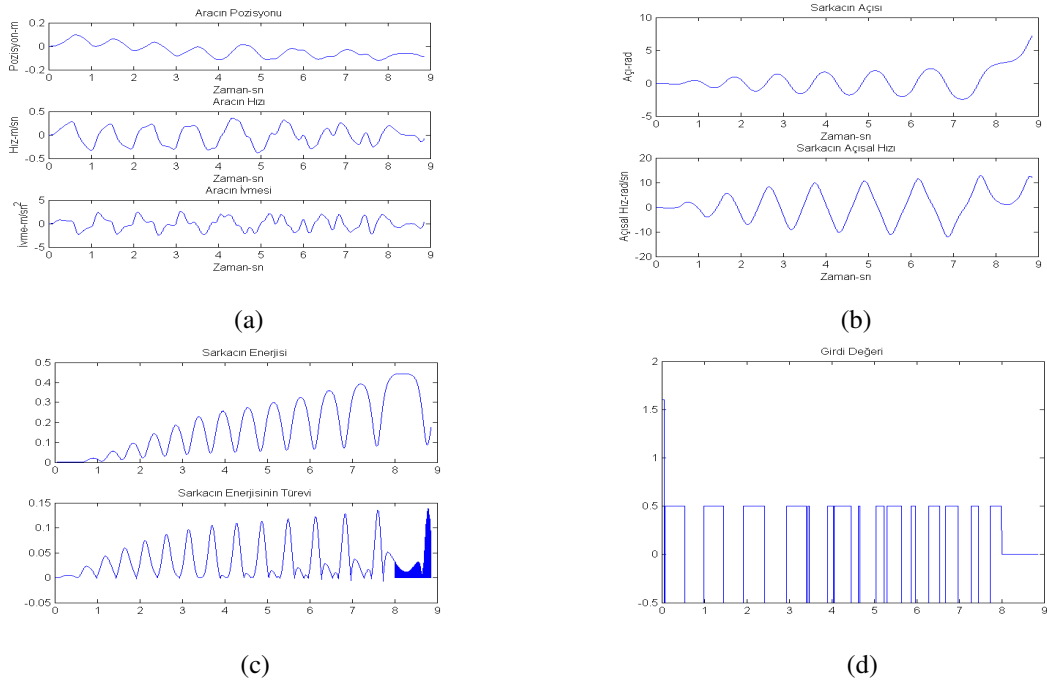
Şekil 5.20: Test 20 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

Test 21 ve 22'nin sonuçları Şekil 5.21 ve 5.22'de gösterilmektedir. Bu testlerde sınırlandırılmış yol aşılmanış ve sarkaç havaya yaklaşık 8.5sn'de komşuluğa ulaşmaktadır.





Şekil 5.21: Test 21 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi



Şekil 5.22: Test 22 Sonuçları (a)AP-H-İ Sonuçları (b)SA-AH Sonuçları (c)E-ETD Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

Tüm testlerin sonuçları Çizelge 5.2’da gösterilmektedir.

Çizelge 5.2: Yukarı Kaldırma Algoritma Testleri

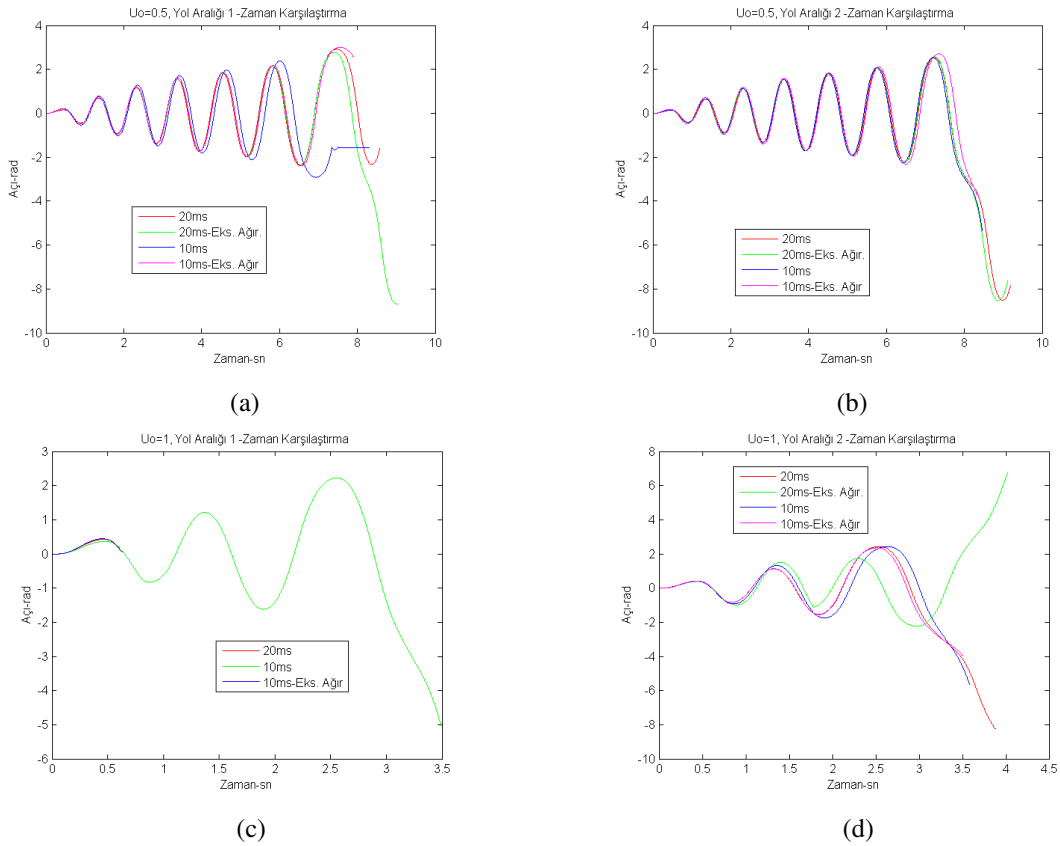
Test Kodu	Maks. Poz.(m)	Maks. Açık(der)	Maks. Enerji(J)	Yol Kısıtı	Süre(sn)
1	-0.192	167	0.4379	Sağlanıyor	8.5810
2	-0.1632	-162.9	0.451	Sağlanıyor	9.0460
3	-0.1570	-163.2	0.4462	Sağlanıyor	9.1870
4	-0.1836	-163	0.4496	Sağlanıyor	9.11
5	-0.1896	-162.9	0.43	Sağlanıyor	8.3
6	-0.1754	-163.2	0.43	Sağlanıyor	7.897
7	-0.1817	-162	0.44	Sağlanıyor	8.46
8	-0.1628	-162	0.45	Sağlanıyor	8.3210
9	-0.32	--	--	Sağlanmıyor	--
10	-0.2702	163	0.45	Sağlanıyor	4.192
11	-0.272	163	0.45	Sağlanıyor	4.0230
12	-0.32	--	--	Sağlanmıyor	--
13	-0.2678	163	0.47	Sağlanıyor	3.8820
14	-0.2885	-163.1	0.4447	Sağlanıyor	3.5050
15	0.1307	162.9	0.45	Sağlanıyor	8.7790
16	0.1048	163	0.445	Sağlanıyor	8.270
17	0.1289	162.9	0.445	Sağlanıyor	8.3890
18	-0.1923	-162.8	0.4384	Sağlanıyor	8.455
19	-0.1697	-162.9	0.4462	Sağlanıyor	8.966
20	-0.2053	-162.8	0.4431	Sağlanıyor	8.7260
21	-0.1930	163.1	0.4416	Sağlanıyor	8.83
22	-0.1208	162.9	0.43	Sağlanıyor	8.859

## 5.2. Yukarı Kaldırma Algoritması Testlerinin Karşılaştırılması

Bölüm 4.1’de yapılan deneylere yol konfigürasyonun, güncelleme süresin ve  $I_0$  değerinin etkileri karşılatırılmaktadır.

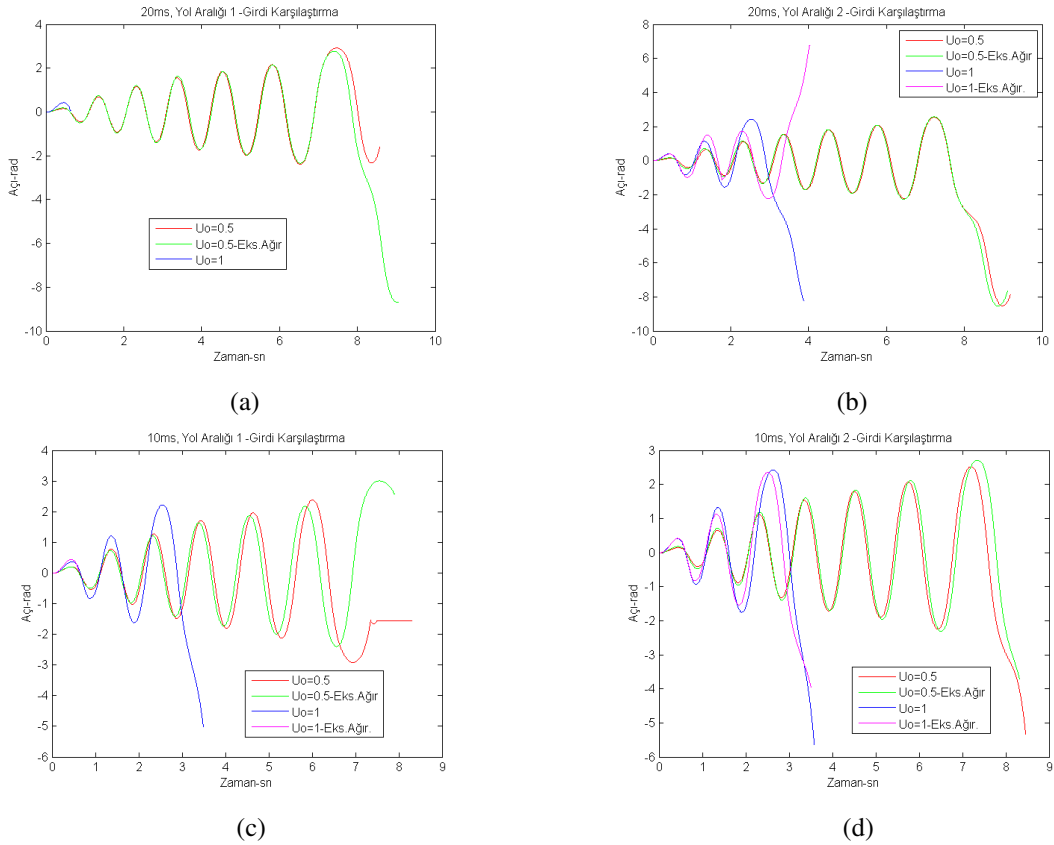
### 5.2.1. Sarkacın aç verileri kullanılarak örnekleme sürelerinin ve $I_0$ değerlerinin karşılaştırılması

Yukarı kaldırma algoritmasında,  $I_0$  değerinin 0.5, 1 A ve yol konfigürasyonu 1,2 kullanılarak gerçekleştirilen testlerden elde edilen sarkacın aç bilgisi baz alınarak güncelleme süresinin etkisi incelemektedir. Bu testlerin sonuçları Şekil 5.23’de gösterilmektedir.



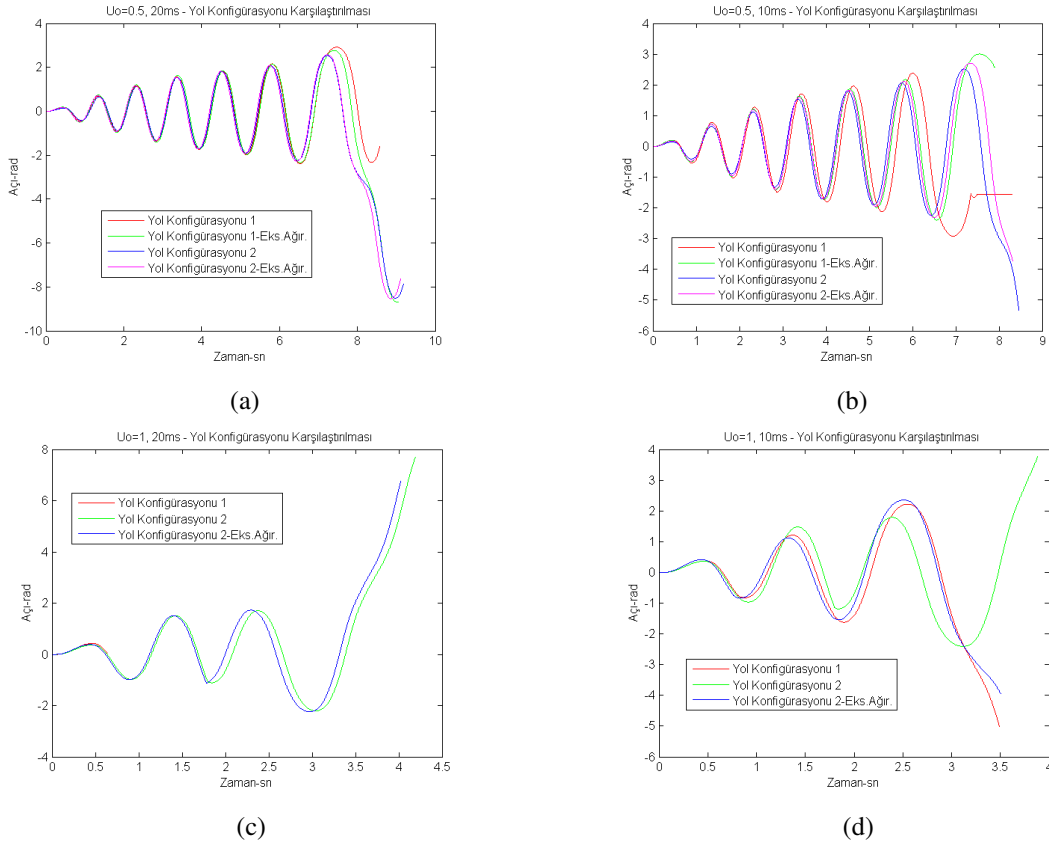
Şekil 5.23: Sarkacın Aç Verisi ile Güncelleme Süresinin Karşılaştırılması (a)  $I_0$  0.5 A-YK1 (b)  $I_0$  0.5 A-YK2 (c)  $I_0$  1 A-YK1 (d)  $I_0$  1 A-YK2

$I_0$ 'ın 0.5 A ve yol konfigürasyonu 2 kullanılarak yapılan testlerin sonuçları incelendiğinde güncelleme süresinin 10 ms ya da 20 ms olması sarkacın salınım sayısını değiştirmemektedir. Buna ek olarak aynı koşullarda ve  $I_0$ 'ın 1 A olması durumunda da sarkacın salınım sayısı değişmemektedir. Güncelleme süresinin 20 ms olduğu ve ekstra ağırlık konularak yapılan teste sarkaç daha hızlı yukarı denge noktasına ulaşmaktadır.  $I_0$ 'ın 0.5 olduğu ve yol konfigürasyonu 1 kullanılarak yapılan testlerde ise güncelleme süresinin 10 ms olduğu 5.test aynı koşullarda farklı güncelleme süresine sahip diğer testlere göre daha hızlı yukarı denge noktasına ulaşmaktadır. Sarkacın açı verilerinin kullanılarak  $I_0$  değerinin etkisi ise Şekil 5.24'de gösterilmektedir.



Şekil 5.24: Sarkacın Açı Verisi ile  $I_0$  Değerinin Karşılaştırılması (a) Gün. Süresi 20 ms-YK1 (b) Gün. Süresi 20 ms-YK2 (c) Gün. Süresi 10 ms-YK1 (d) Gün. Süresi 10 ms-YK2

Güncelleme süresinin 20 ms olduğu ve yol konfigürasyonu 1'in kullanıldığı testlerde  $I_0$  1 A ise sarkaç sınırlandırılmış yolu aşmaktadır. Ancak güncelleme süresi aynı iken yol konfigürasyonu 2 kullanıldığında sarkaç sınırlandırılmış yolu aşmamakta ve yukarı denge noktasına ulaşmaktadır. Yol konfigürasyonu 2 kullanılarak yapılan testlerde,  $I_0$ 'ın 1 A olduğu durumda 0.5 A'e göre sarkaç yukarı denge noktasına daha hızlı ve daha az salınım sayısında ulaşmaktadır. Salınım sayısı yarı yarıya azalmaktadır. Sarkacın açı verilerinin kullanılarak yol konfigürasyonlarının etkisi ise Şekil 5.25'de gösterilmektedir.

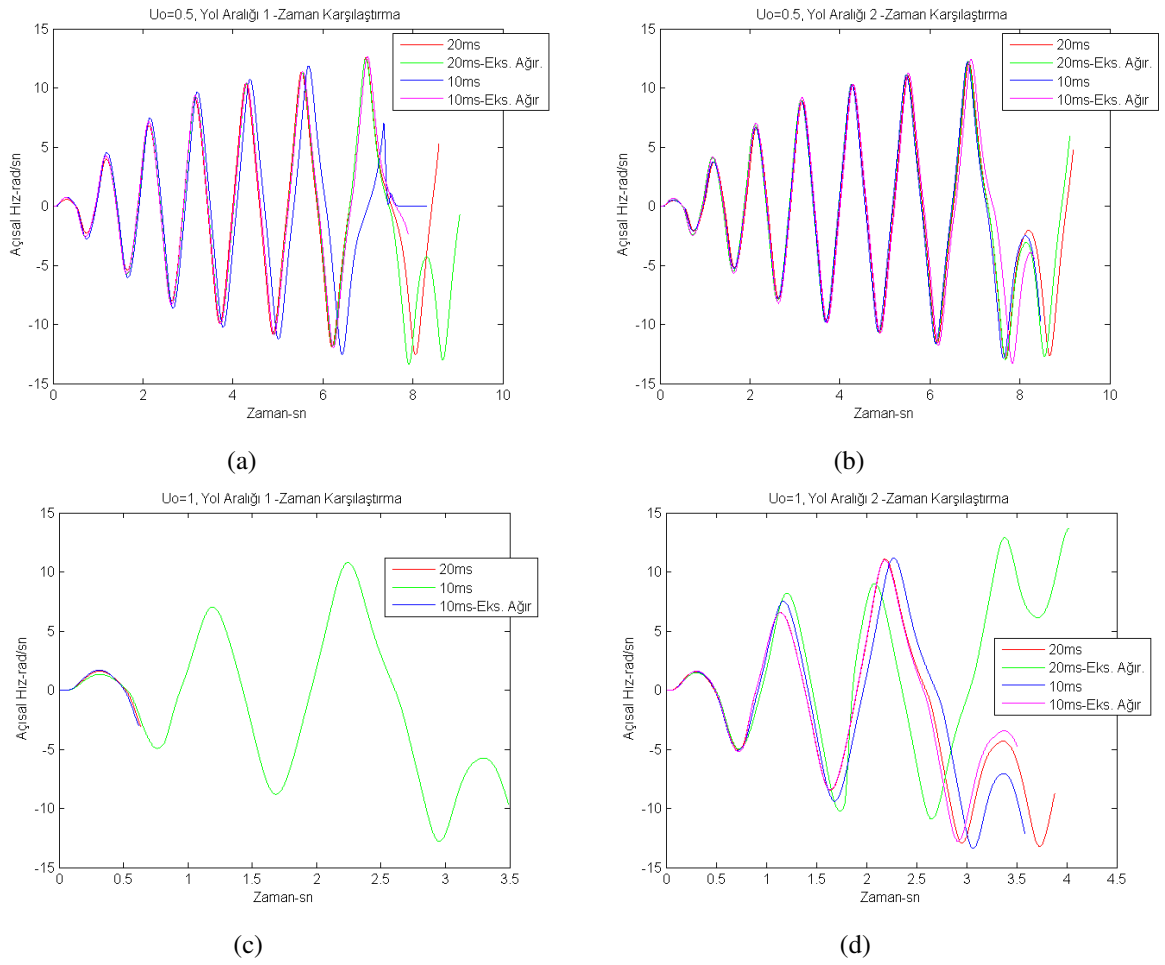


Şekil 5.25: Sarkacın Açı Verisi ile Yol Konfigürasyonlarının Karşılaştırılması (a)  $I_0$  0.5 A-Gün. Süresi 20 ms (b)  $I_0$  0.5 A-Gün. Süresi 10 ms (c)  $I_0$  1 A-Gün. Süresi 20 ms (d)  $I_0$  1 A-Gün. Süresi 10 ms

Yol konfigürasyonları kıyaslandığında ise aynı koşullar altında yapılan test sonuçlarına göre sarkacın açısı ve salınım sayısı değişmemektedir.

### 5.2.2. Sarkacın açısal hız verileri kullanılarak örnekleme sürelerinin ve $I_0$ değerlerinin karşılaştırılması

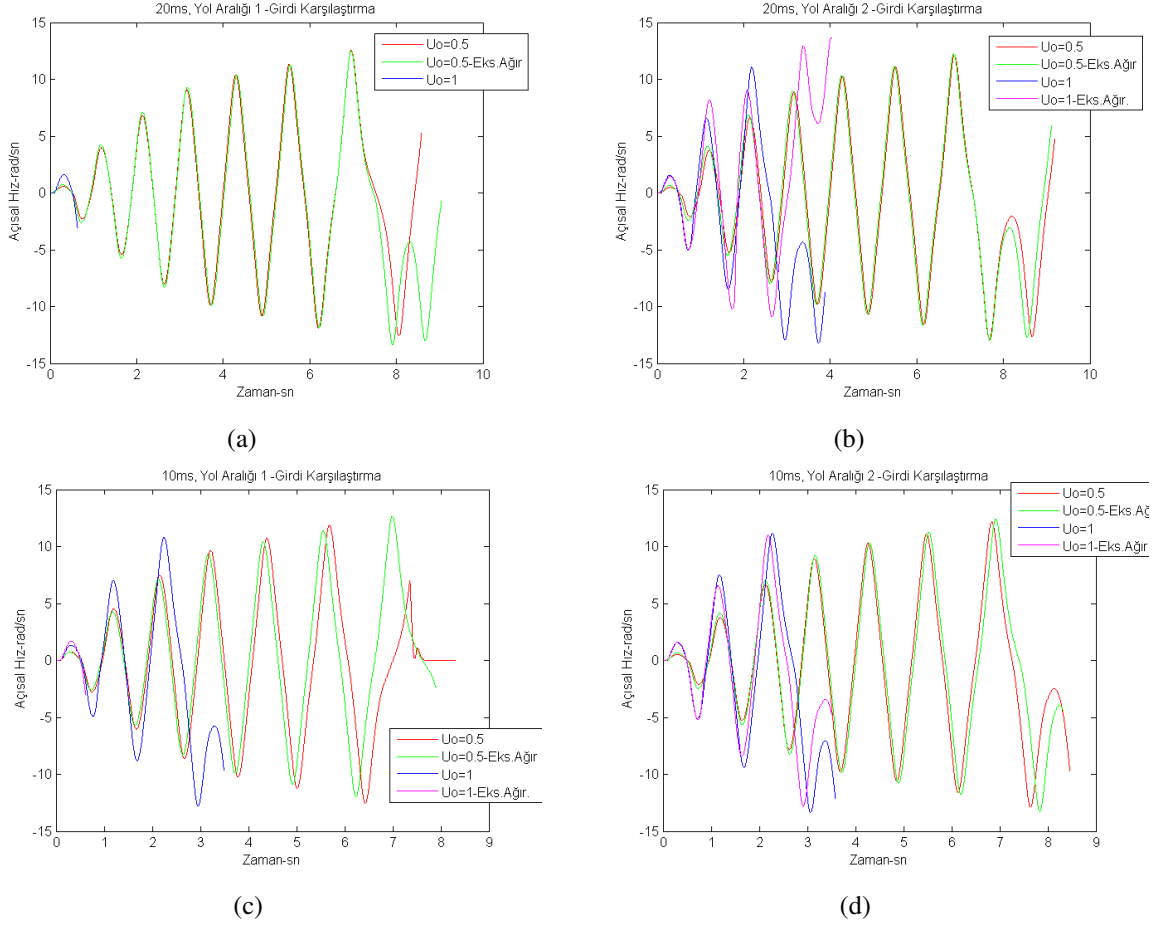
Sarkacın açısal hız verisinin kullanılarak güncelleme süresinin etkisi Şekil 5.26'de gösterilmektedir.



Şekil 5.26: Sarkacın Açısal Hız Verisi ile Güncelleme Süresinin Karşılaştırılması (a)  $I_0$  0.5 A-YK1 (b)  $I_0$  0.5 A-YK2 (c)  $I_0$  1 A-YK1 (d)  $I_0$  1 A-YK2

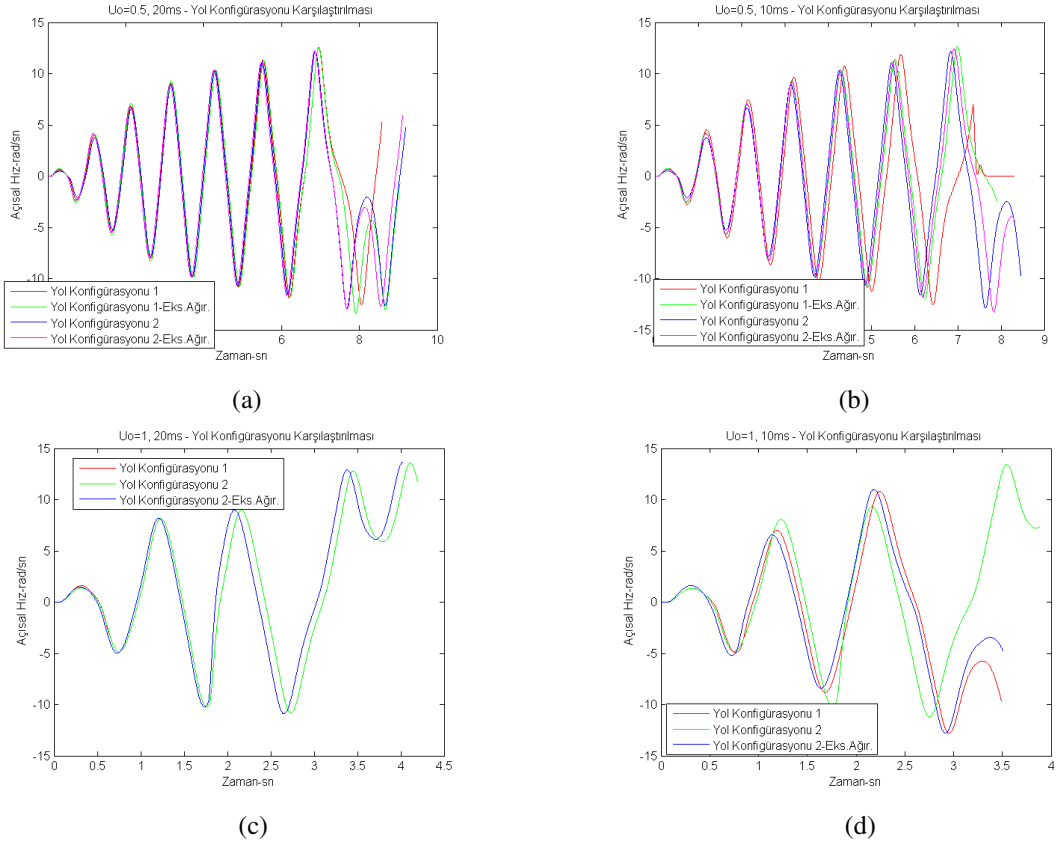
Güncelleme süresinin etkisi sarkacın açısal hızına göre incelendiğinde araca ekstra ağırlık konularak yapılan testlerin açısal hızları güncelleme süresinden etkilenmeyerek ol-

dukça yaklaşık çıkmaktadır. Açısal hız verisi ile  $I_0$  değerinin etkisi ise Şekil 5.27’de gösterilmektedir.



Şekil 5.27: Sarkacın Açısal Hız Verisi ile  $I_0$  Değerinin Karşılaştırılması (a) Gün. Süresi 20 ms-YK1 (b) Gün. Süresi 20 ms-YK2 (c) Gün. Süresi 10 ms-YK1 (d) Gün. Süresi 10 ms-YK2

Güncelleme süresinin 20 ms ve yol konfigürasyonu 1 kullanılarak gerçekleştirilen 9.test dışında (9 numaralı test yol kısıtını sağlamamaktadır.)  $I_0$ 'ın 1 A olması durumunda sarkacın açısal hızı 0.5 A kullanılarak yapılan testlere göre daha fazladır. Yol konfigürasyonlarının kıyaslaması işe Şekil 5.28’de gösterilmektedir.



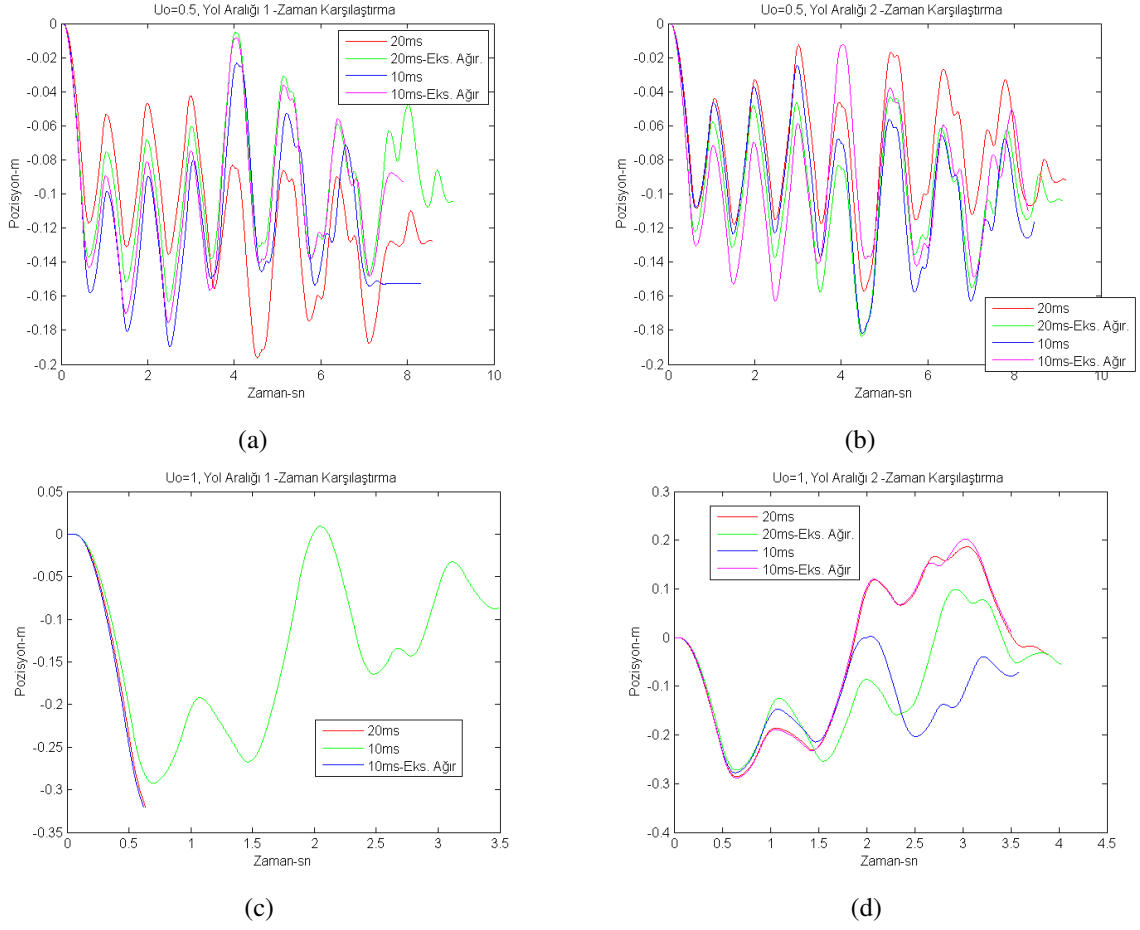
Şekil 5.28: Sarkacın Açı Verisi ile Yol Konfigürasyonlarının Karşılaştırılması (a)  $I_0$  0.5 A-Gün. Süresi 20 ms (b)  $I_0$  0.5 A-Gün. Süresi 10 ms (c)  $I_0$  1 A-Gün. Süresi 20 ms (d)  $I_0$  1 A-Gün. Süresi 10 ms

Yol konfigürasyonları açısından incelendiğinde sarkacın açılal hızı yaklaşık olarak aynı değere sahiptir.

### 5.2.3. Aracın pozisyon verileri kullanılarak örnekleme sürelerinin ve $I_0$ değerlerinin karşılaştırılması

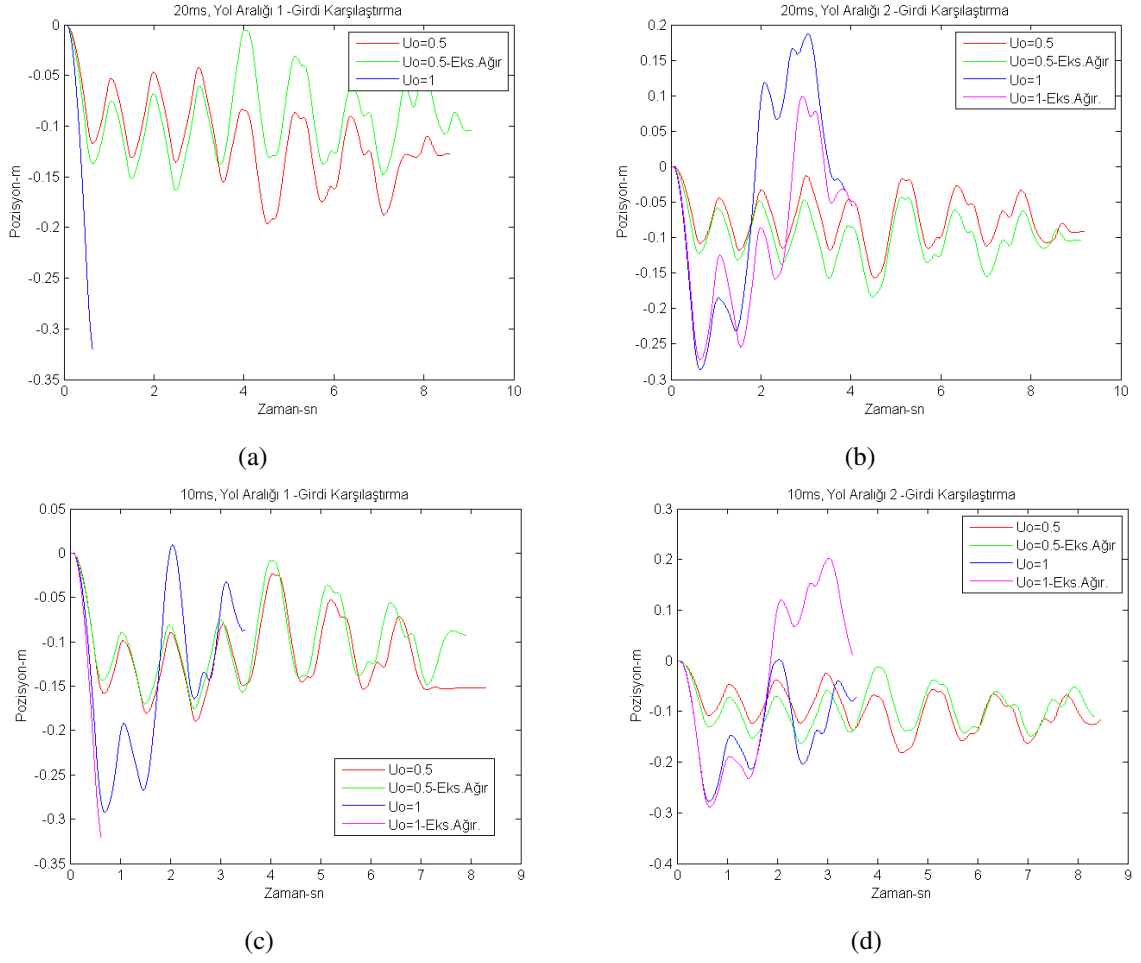
Aracın pozisyon verisi kullanılarak güncelleme süresinin yukarı kaldırma algoritmasına etkisi incelenmektedir. Güncelleme süresinin aracın pozisyonuna etkisi Şekil 5.29'de gösterilmektedir.





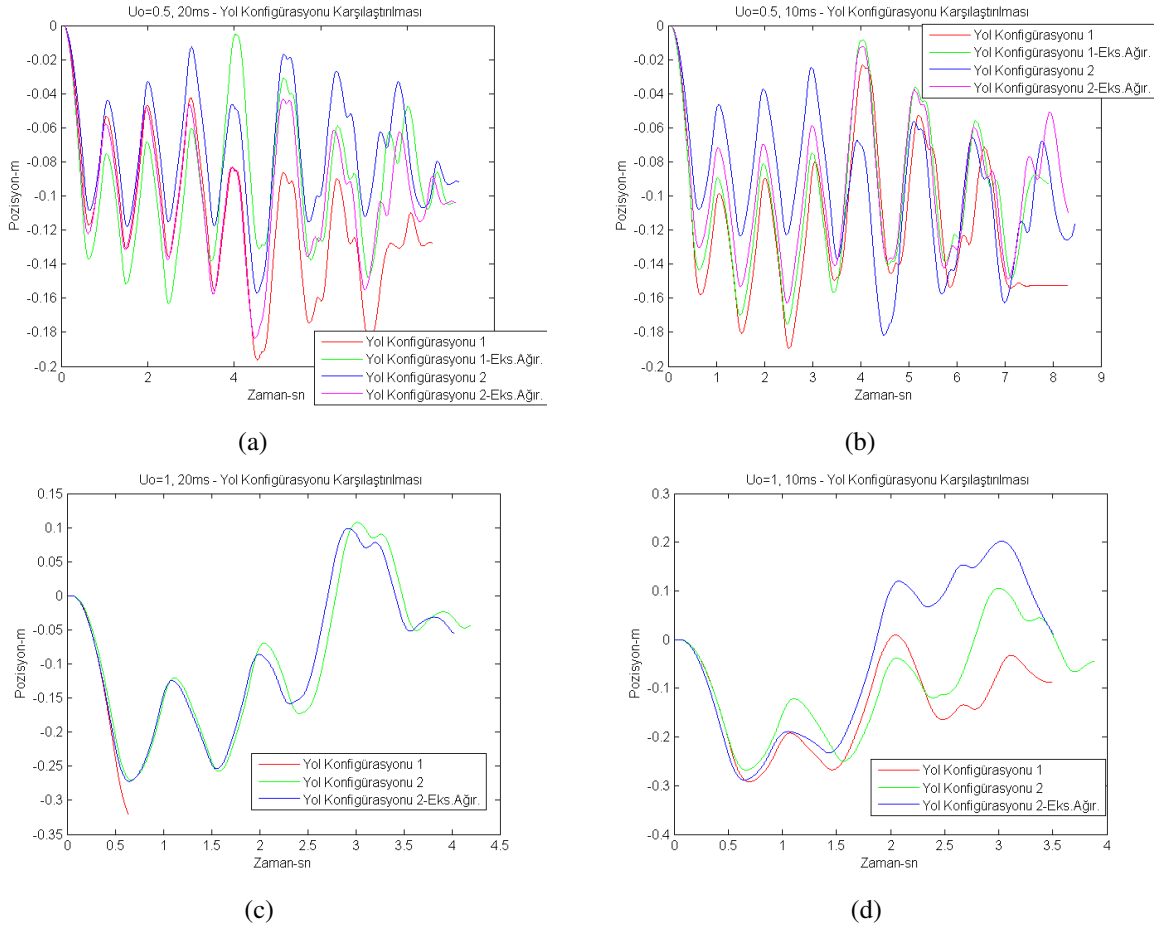
Şekil 5.29: Aracın Pozisyon Verisi ile Güncelleme Süresinin Karşılaştırılması (a)  $I_0$  0.5 A-YK1 (b)  $I_0$  0.5 A-YK2 (c)  $I_0$  1 A-YK1 (d)  $I_0$  1 A-YK2

Yol konfigürasyonu 1 olduğu ve  $I_0$ 'ın 0.5 A olduğu durumda güncelleme süresi 20 ms olarak kullanıldığında araç 10 ms kullanılan testlere göre sınırlandırılmış yola daha fazla yaklaşmaktadır. Aynı koşullardaki testlerde güncelleme süresi 10 ms olarak alındığında araca ekstra ağırlık koyulması durumunda aracın pozisyon verisi ekstra ağırlık koyulmadığı teste göre yaklaşık değerlere sahiptir.  $I_0$ 'ın 1 A ve yol konfigürasyonu 2'nin kullanıldığı testler dışında ekstra ağırlık konularak yapılan testler güncelleme süresinden fazla etkilenerek yaklaşık sonuçlar vermektedir. Pozisyon verisi kullanılarak  $I_0$ 'ın etkisi Şekil 5.30'de gösterilmektedir.



Şekil 5.30: Aracın Pozisyon Verisi ile  $I_0$  Değerinin Karşılaştırılması (a) Gün. Süresi 20 ms-YK1 (b) Gün. Süresi 20 ms-YK2 (c) Gün. Süresi 10 ms-YK1 (d) Gün. Süresi 10 ms-YK2

Şekil 5.30b ve 5.30d'de görüldüğü üzere  $I_0$ 'ın 1 A olması durumunda araç sınırlanmış yola 0.5 A'e göre daha fazla ve daha kısa sürede yaklaşmaktadır. Pozisyon verisi kullanılarak yol konfigürasyonlarının etkisi Şekil 5.31'da gösterilmektedir.

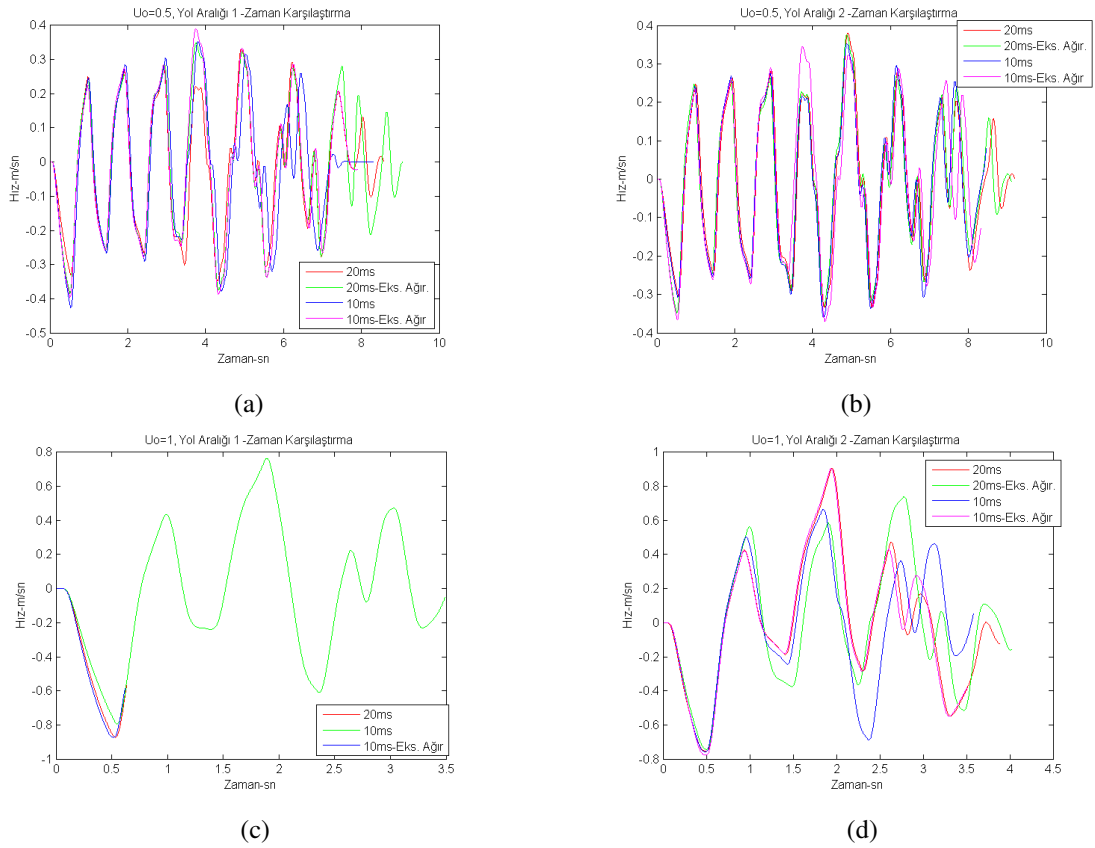


Şekil 5.31: Aracın Pozisyon Verisi ile Yol Konfigürasyonlarının Karşılaştırılması (a)  $I_0$  0.5 A-Gün. Süresi 20 ms (b)  $I_0$  0.5 A-Gün. Süresi 10 ms (c)  $I_0$  1 A-Gün. Süresi 20 ms (d)  $I_0$  1 A-Gün. Süresi 10 ms

Güncelleme süresinin 20 ms ve  $I_0$ 'ın 1 A olduğu durumda sadece yol konfigürasyonu 2 kullanıldığında araç sınırlandırılmış yolu aşmamaktadır. Aynı koşullarda güncelleme süresi 10 ms olduğunda ise her iki yol konfigürasyonu için araç sınırlandırılmış yolu aşmamaktadır.  $I_0$ 'ın 0.5 A olduğu testlerde ise hem yol konfigürasyonu 1 hem de yol konfigürasyonu 2 için araç sınırlandırılmış yolu aşmamaktadır.

### 5.2.4. Aracın hız verileri kullanılarak örnekleme sürelerinin ve $I_0$ değerlerinin karşılaştırılması

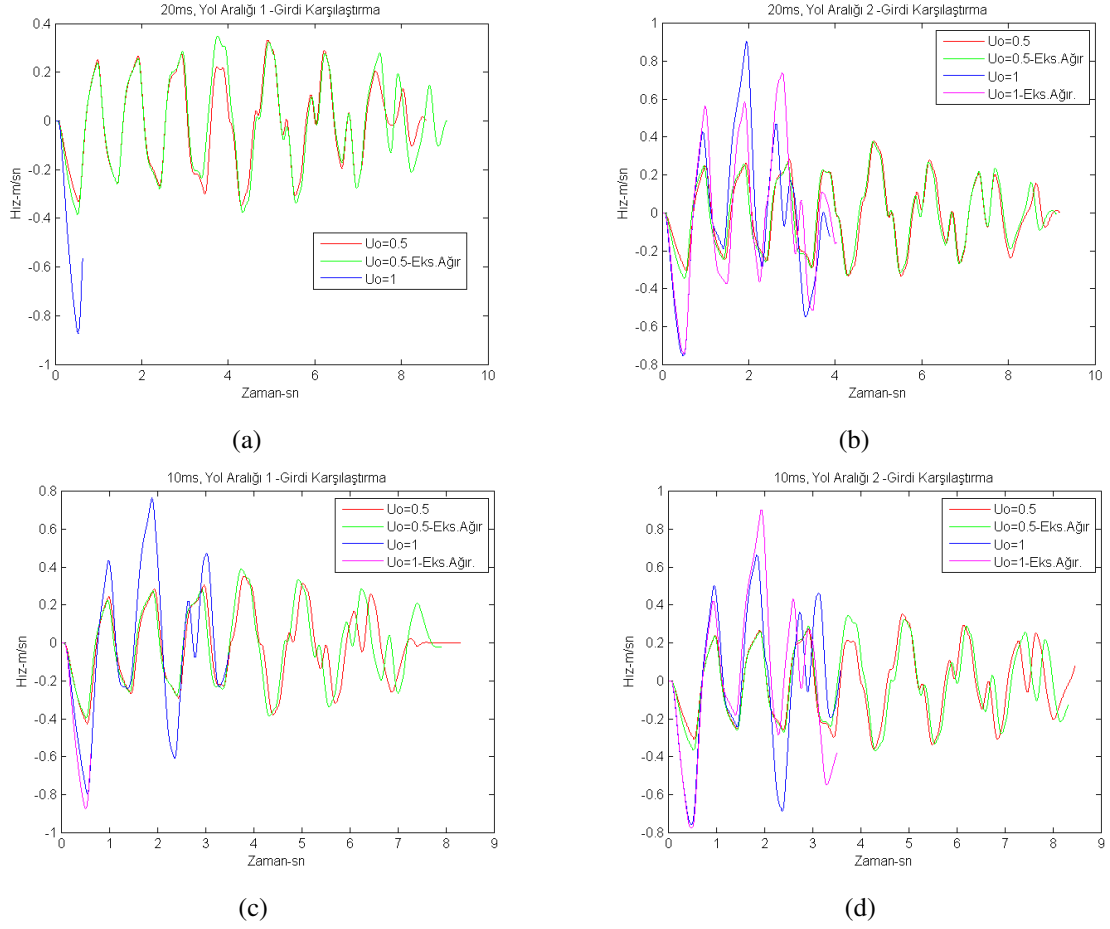
Aracın hız verisi kullanılarak güncelleme süresinin etkisi Şekil 5.32’de gösterilmektedir.



Şekil 5.32: Aracın Hız Verisi ile Güncelleme Süresinin Karşılaştırılması (a)  $I_0$  0.5 A-YK1 (b)  $I_0$  0.5 A-YK2 (c)  $I_0$  1 A-YK1 (d)  $I_0$  1 A-YK2

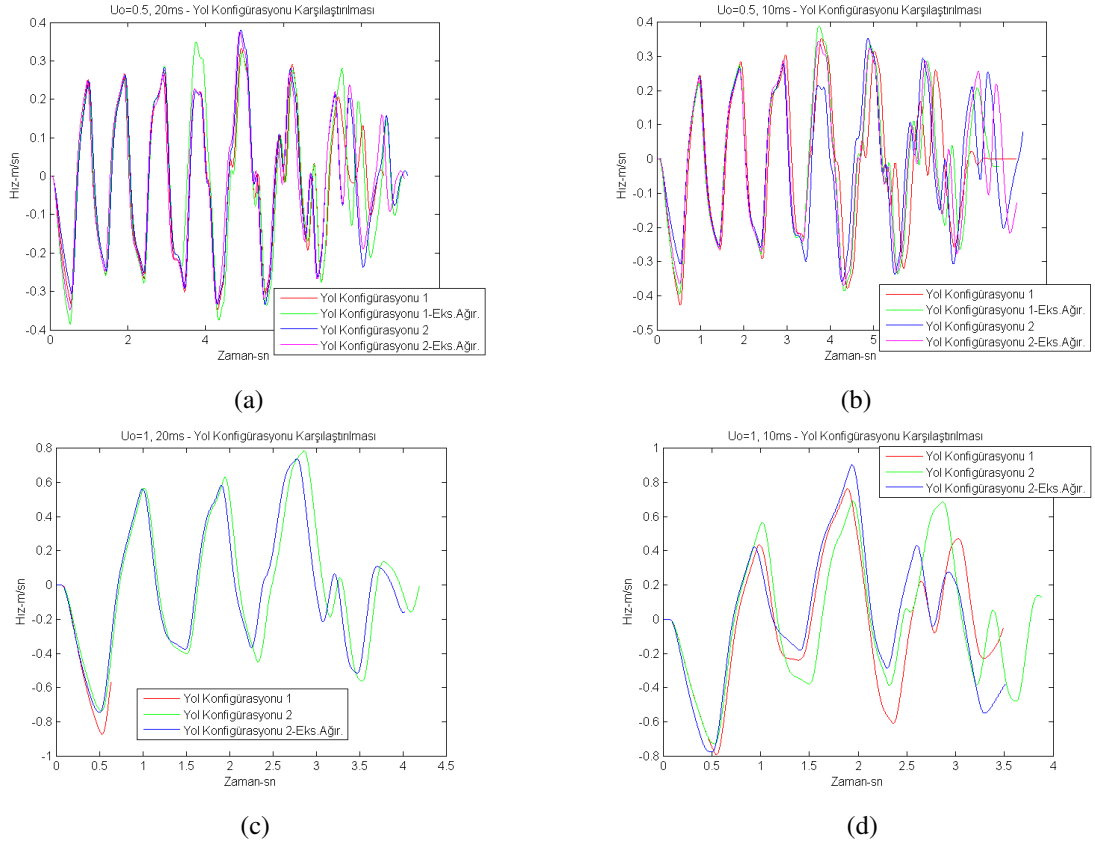
Yol konfigürasyonu 2 ve  $I_0$  0.5 A olduğu testlerde aracın hızı güncelleme süresinden etkilenmeyerek Şekil 5.32b’de görüldüğü gibi yaklaşık olarak aynı çıkmaktadır.  $I_0$  0.5 A iken yol konfigürasyonu 1 kullanıldığında ise güncelleme süresi 10 ms olduğu durumda

aracın hızı farklı güncelleme süresi kullanılan testlere göre maksimum değere ulaşmaktadır. Yok konfigürasyonu 1 kullanıldığında ve  $I_0$ 'ın 1 A olduğu testlerde ise 10 ms ekstra ağırlık ile yapılan testin hız verisi, 20 ms kullanılarak yapılan hız verisi ile yaklaşık olarak aynıdır. Aracın hız verisi kullanılarak  $I_0$ 'ın etkisi Şekil 5.33'de incelenmektedir.



Şekil 5.33: Aracın Hız Verisi ile  $I_0$  Değerinin Karşılaştırılması (a) Gün. Süresi 20 ms-YK1 (b) Gün. Süresi 20 ms-YK2 (c) Gün. Süresi 10 ms-YK1 (d) Gün. Süresi 10 ms-YK2

Yol konfigürasyonu ve güncelleme süresinden bağımsız olarak  $I_0$ 'ın 1 A olduğu testlerde maksimum hız değerine ulaşılmaktadır. Yol konfigürasyonlarının aracın hızına etkisi Şekil 5.34'de gösterilmektedir.

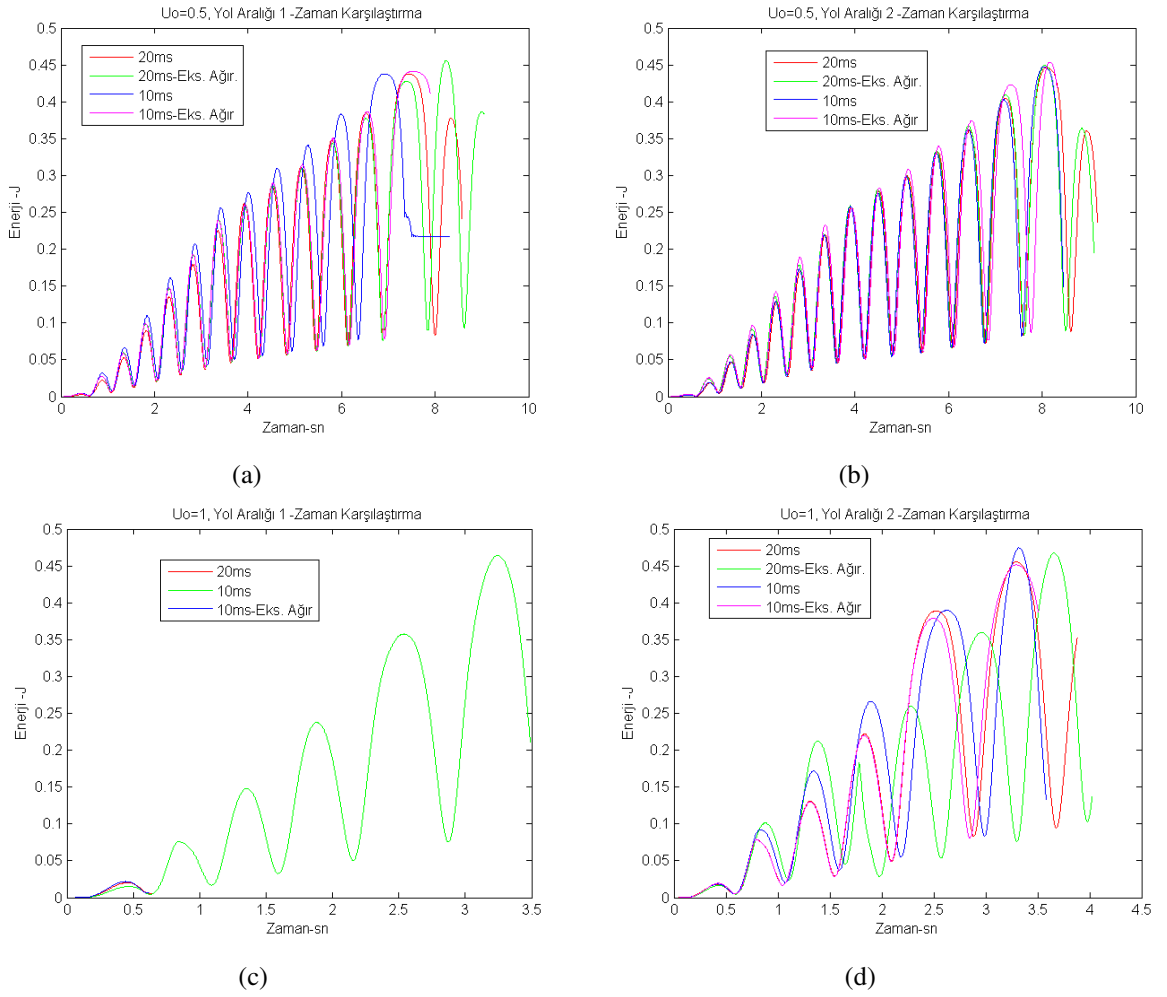


Şekil 5.34: Aracın Hız Verisi ile Yol Konfigürasyonlarının Karşılaştırılması (a)  $I_0$  0.5 A-Gün. Süresi 20 ms (b)  $I_0$  0.5 A-Gün. Süresi 10 ms (c)  $I_0$  1 A-Gün. Süresi 20 ms (d)  $I_0$  1 A-Gün. Süresi 10 ms

$I_0$ 'ın 0.5 A olduğu testlerde güncelleme süresinden bağımsız olarak, yol konfigürasyonu 1 kullanılarak yapılan testin sonucunda aracın hızı diğer koşullardaki testlere göre maksimuma yaklaşmaktadır.

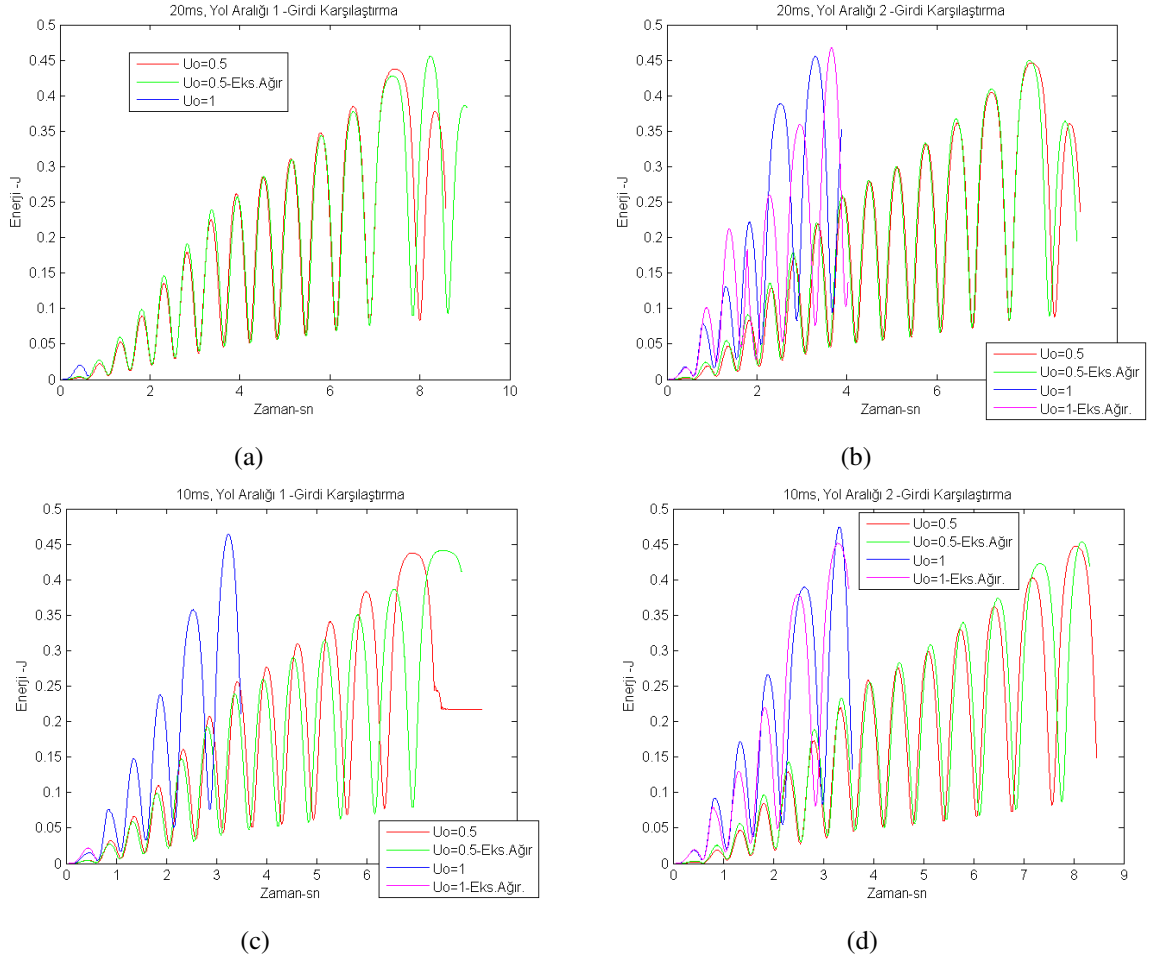
### 5.2.5. Sarkacın enerji değeri kullanılarak örnekleme sürelerinin ve $I_0$ değerlerinin karşılaştırılması

Yukarı kaldırma algoritması kullanılarak gerçekleştirilen testlerden elde edilen enerji değerlerine göre güncelleme süreleri Şekil 5.35'de karşılaştırılmaktadır.



Şekil 5.35: Sarkacın Enerji Verisi ile Güncelleme Süresinin Karşılaştırılması (a)  $I_0$  0.5 A-YK1 (b)  $I_0$  0.5 A-YK2 (c)  $I_0$  1 A-YK1 (d)  $I_0$  1 A-YK2

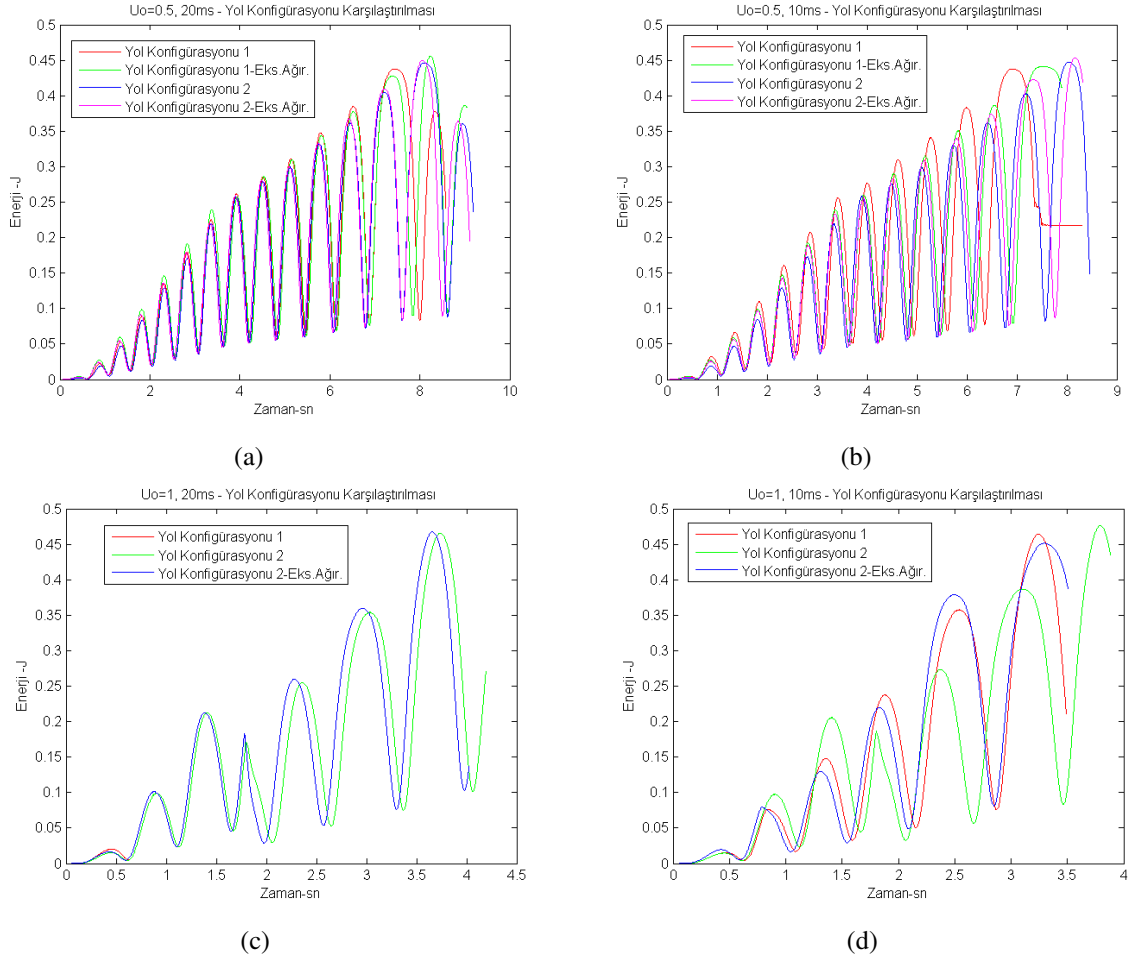
Yol konfigürasyonu 1 ve  $I_0$ 'ın 1 A olduğu testlerde enerji verileri farklılık göstermektedir. Güncelleme süresinin 20 ms ve ekstra ağırlık konularak gerçekleştirilen testte hedeflenen enerji değerine daha geç ulaşılmaktadır.  $I_0$ 'ın enerji değerine etkisi Şekil 5.36'de incelenmektedir.



Şekil 5.36: Sarkacın Enerji Verisi ile  $I_0$  Değerinin Karşılaştırılması (a) Gün. Süresi 20 ms-YK1 (b) Gün. Süresi 20 ms-YK2 (c) Gün. Süresi 10 ms-YK1 (d) Gün. Süresi 10 ms-YK2

$I_0$ 'ın 1 A olduğu testlerde hedeflenen enerji değerine daha çabuk ulaşılmaktadır. Buna ek olarak Şekil 5.36b ve 5.36d'de görüldüğü üzere aynı koşullarda ekstra ağırlık konulması ile konulmaması durumunda enerji artışı değişmemektedir. Yol konfigürasyonları enerji değeri açısından Şekil 5.37'da incelenmektedir.



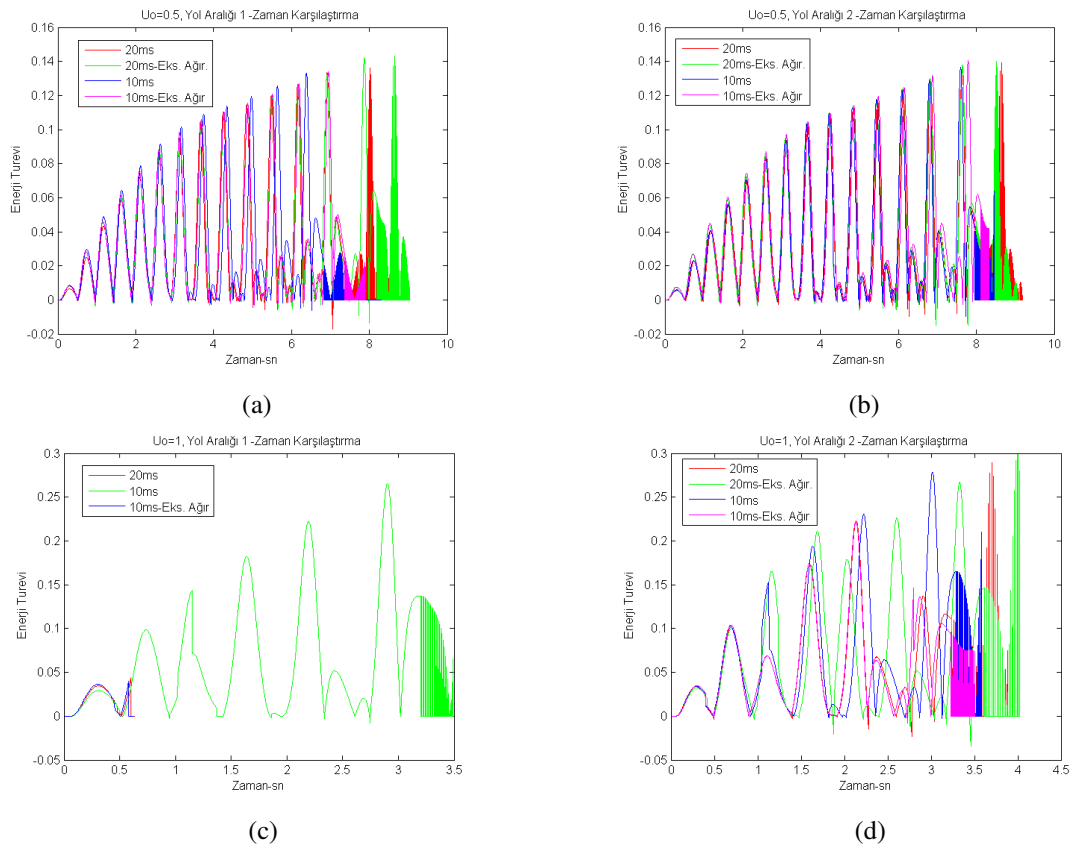


Şekil 5.37: Sarkacın Enerji Verisi ile Yol Konfigürasyonlarının Karşılaştırılması (a)  $I_0$  0.5 A-Gün. Süresi 20 ms (b)  $I_0$  0.5 A-Gün. Süresi 10 ms (c)  $I_0$  1 A-Gün. Süresi 20 ms (d)  $I_0$  1 A-Gün. Süresi 10 ms

$I_0$ 'ın 0.5 A ve güncelleme süresinin 20 ms olduğu koşullarda gerçekleştirilen testlerde yol konfigürasyonları enerji değerini etkilememektedir.  $I_0$ 'ın 1 A ve güncelleme süresinin 10 ms olduğu testlerde ise yol konfigürasyonu 1 ile ekstra ağırlık konularak yol konfigürasyonu 2 kullanılan testlerin sonuçları yaklaşık olarak aynıdır.

### 5.2.6. Sarkacın enerjisinin türev değeri kullanılarak örnekleme sürelerinin ve $I_0$ değerlerinin karşılaştırılması

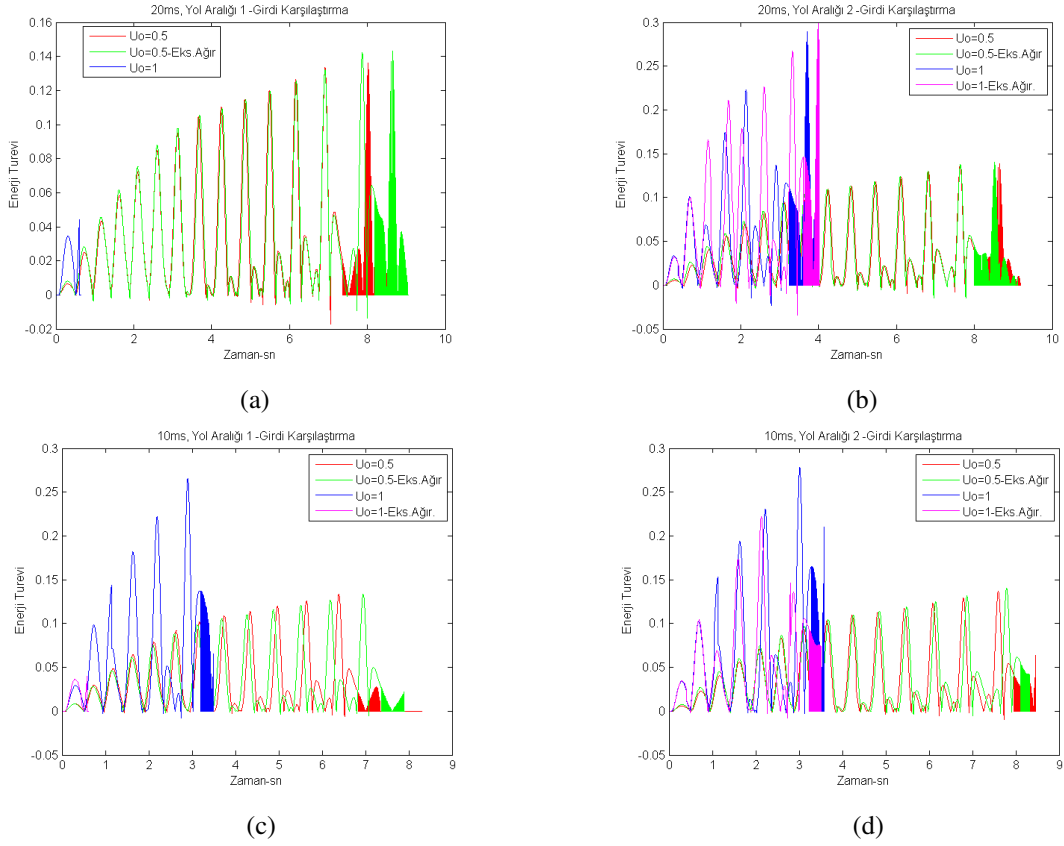
Yukarı kaldırma algoritması içerisinde sarkacın enerjisinin türev değerinin pozitif olması amaçlanmaktadır. Güncelleme süresinin sarkacın enerjisinin türev değerine etkisi Şekil 5.38'de gösterilmektedir.



Şekil 5.38: Sarkacın Enerjisinin Türevi Verisi ile Güncelleme Süresinin Karşılaştırılması (a)  $I_0$  0.5 A-YK1 (b)  $I_0$  0.5 A-YK2 (c)  $I_0$  1 A-YK1 (d)  $I_0$  1 A-YK2

$I_0$ 'ın 0.5 A veyol konfigürasyonu 1'in kullanıldığı testlerde güncelleme süresinin 20 ms olduğunda enerjinin türev değeri çok kısa bir süre için (mili saniye mertebesinde) negatif

değere sahiptir. Aynı koşullarda ekstra ağırlık konulduğunda ise aynı şekilde çok kısa bir süre enerjinin türevinin daha küçük bir negatif değere sahip olduğu görülmektedir.  $I_0$  değeri 0.5 ya da 1 A ve yol konfigürasyonu 2 kullanıldığında ise güncelleme süresi 20 ms olduğunda enerjinin türev değeri negatif bir değere sahip olmaktadır.  $I_0$  değerinin enerjinin türev değerine etkisi Şekil 5.39'de gösterilmektedir.

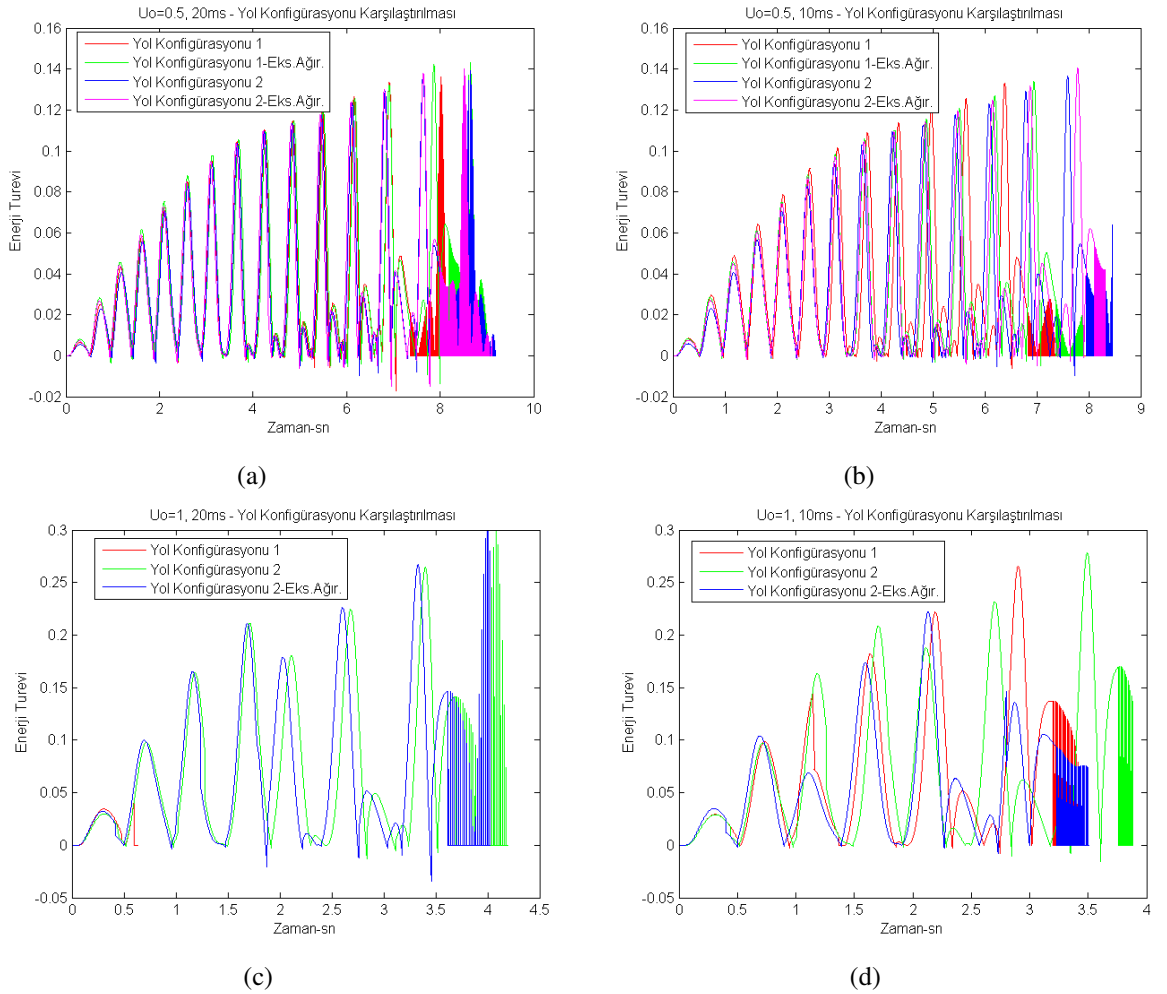


Şekil 5.39: Sarkacın Enerji Türevi Verisi ile  $I_0$  Değerinin Karşılaştırılması (a) Gün. Süresi 20 ms-YK1 (b) Gün. Süresi 20 ms-YK2 (c) Gün. Süresi 10 ms-YK1 (d) Gün. Süresi 10 ms-YK2

Güncelleme süresi 20 ve yol konfigürasyonu 1 kullanıldığında  $I_0$ 'ın 0.5 A olması durumunda enerjinin türevi negatif bir değere sahiptir. Ancak yol konfigürasyonu 2 kullanıldığında Şekil 5.39b'da görüldüğü üzere  $I_0$ 'ın 1 A olması durumunda enerjinin türev değeri negatif değere sahip olmaktadır.

Güncelleme süresinin 10 ms olduğu durumda her iki yol konfigürasyonu için  $I_0$  değerinden bağımsız olarak enerjinin türevi negatif değerlere sahip olmamaktadır. Yol konfigürasyonlarının enerjinin türevine etkisi Şekil 5.40'da gösterilmektedir.

Şekil 5.40 incelendiğinde yol konfigürasyonu 2 kullanıldığında ve araca ekstra ağırlık konulduğunda enerjinin türevi negatif bir değere sahip olmaktadır.



Şekil 5.40: Sarkacın Enerji Türevi Verisi ile Yol Konfigürasyonlarının Karşılaştırılması (a)  $I_0$  0.5 A-Gün. Süresi 20 ms (b)  $I_0$  0.5 A-Gün. Süresi 10 ms (c)  $I_0$  1 A-Gün. Süresi 20 ms (d)  $I_0$  1 A-Gün. Süresi 10 ms

### 5.3. Yukarı Kaldırma ve Dengeleme

Bu bölüm ters sarkacın yukarı kaldırma ve dengeleme kurallarının birlikte çalışarak sarkacı yukarı dik doğrultuda sabit tutmak için hazırlanan testlerin sonuçlarını içermektedir. Bu testlerde sarkacın kontrol kuralları arasında geçiş yaparken kullandığı komşuluk açısı kontrol edilmektedir. Sarkacın komşuluk açısının  $10^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $25^\circ$  ve  $30^\circ$  olduğu durumlar incelenmektedir. Yapılan testlerin özellikleri Çizelge 5.3’da gösterilmektedir.

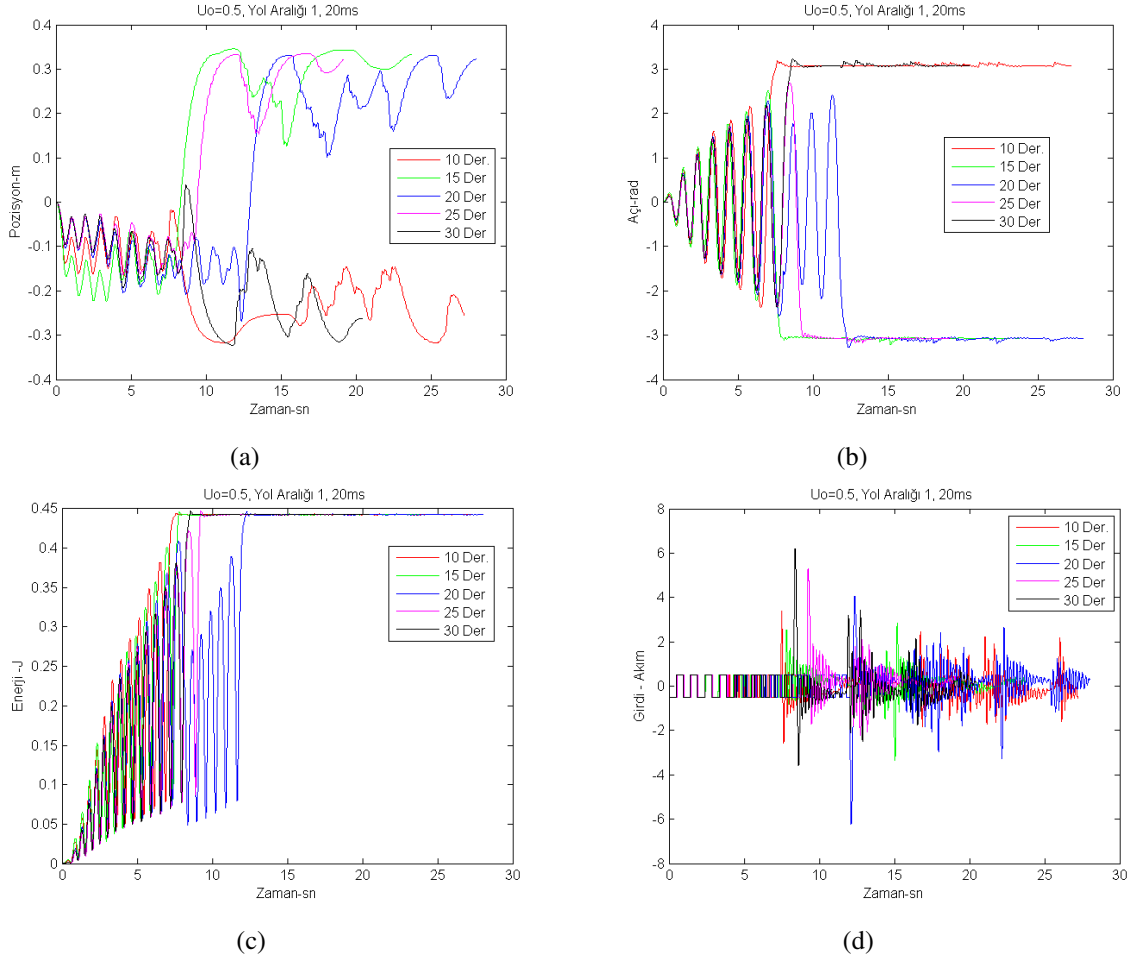
Çizelge 5.3: Yukarı Kaldırma ve Dengeleme Testleri

Test Kodu	Yol Aralığı	$I_0$	T	Ekstra Ağırlık	Başlangıç Girdi Değeri
23	1	0.5 A	20 ms	Var	İkili Girdi
24	1	0.5 A	10 ms	Var	İkili Girdi
25	2	0.5 A	20 ms	Var	İkili Girdi
26	2	0.5 A	10 ms	Var	İkili Girdi

#### 5.3.1. Örnekleme zamanı 20 ms, $I_0$ 0.5 A için test sonuçları

Test 23’de yol aralığı 1, Test 24’da yol aralığı 2 kullanılmaktadır. Test 23’in sonuçları Şekil 5.41’de gösterilmektedir.

Girdinin güncellendiği süre 20ms olduğu durumda, yol aralığından bağımsız olarak  $20^\circ$  ve  $25^\circ$  komşuluk açılarındaki dengelemeye geçiş süresi diğer komşuluk açılarının sürelerine göre uzundur.

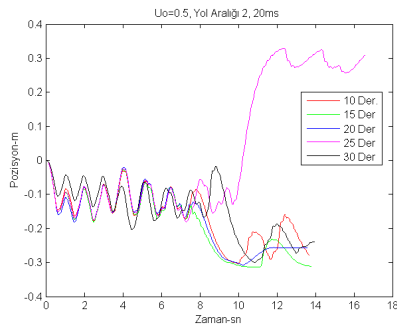


Şekil 5.41: Test 23 Sonuçları (a)Pozisyon Sonuçları (b)Açı Sonuçları (c)Enerji Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

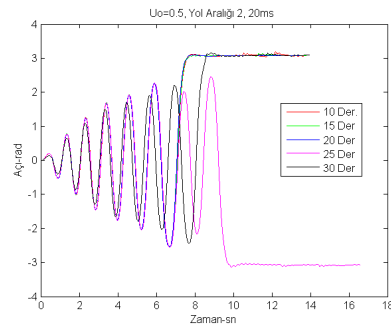
Test 24'nın sonuçları Şekil 5.42'de gösterilmektedir. Test 23 ve 24'de tüm açılar için sarkaç yukarı kalktıktan sonra dengede durmaktadır. Çizelge 5.4 incelendiğinde 20ms'lik güncelleme süresi kullanılan bu testlerde komşuluk açısı küçüldükçe aracın hızı artmaktadır. Sarkacın açısal hızı için testler kıyaslandığında genelleştirme yapılamamaktadır.

Çizelge 5.4: Kontrol Kuralları Arasında Geçiş Anı

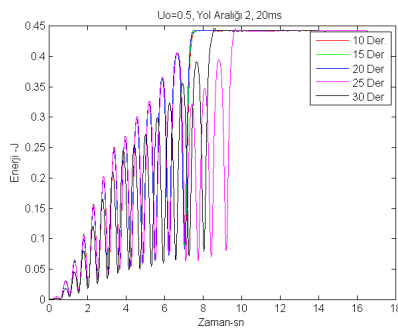
Test Kodu	Komşu. Açısı	Süre	Pozisyon	Hız	İvme	Açı	Açısal Hız
23	10	7.49	-0.09	0.27	0.72	170.08	0.98
	15	7.78	-0.15	-0.19	-1.36	-165.01	-3.67
	20	12.11	-0.14	-0.21	-0.98	-160.03	-2.14
	25	9.20	-0.09	-0.14	-1.72	-155.21	-5.66
	30	8.34	-0.14	0.13	1.21	150.14	3.11
24	10	7.57	-0.11	0.29	0.70	170.08	2.20
	15	7.49	-0.14	0.21	1.04	165.01	3.34
	20	7.43	-0.13	0.21	1.13	160.11	3.71
	25	9.58	-0.10	-0.14	-1.58	-155.13	-3.96
	30	8.42	-0.15	0.16	1.29	150.14	3.62
25	10	7.43	-0.14	0.24	0.81	170.08	2.16
	15	7.43	-0.16	0.18	1.22	165.01	3.82
	20	7.41	-0.16	0.15	1.52	160.03	4.47
	25	7.35	-0.16	0.13	1.70	155.21	4.66
	30	7.32	-0.17	0.09	1.82	150.06	4.88
26	10	7.49	-0.12	0.26	0.77	170.08	2.23
	15	7.50	-0.11	0.27	0.66	165.01	1.35
	20	7.38	-0.14	0.17	1.22	160.03	3.60
	25	7.32	-0.14	0.16	1.18	155.04	3.05
	30	7.26	-0.14	0.14	1.38	150.06	3.09



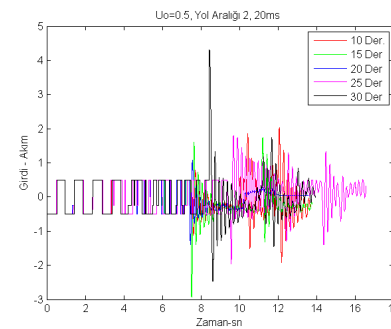
(a)



(b)



(c)

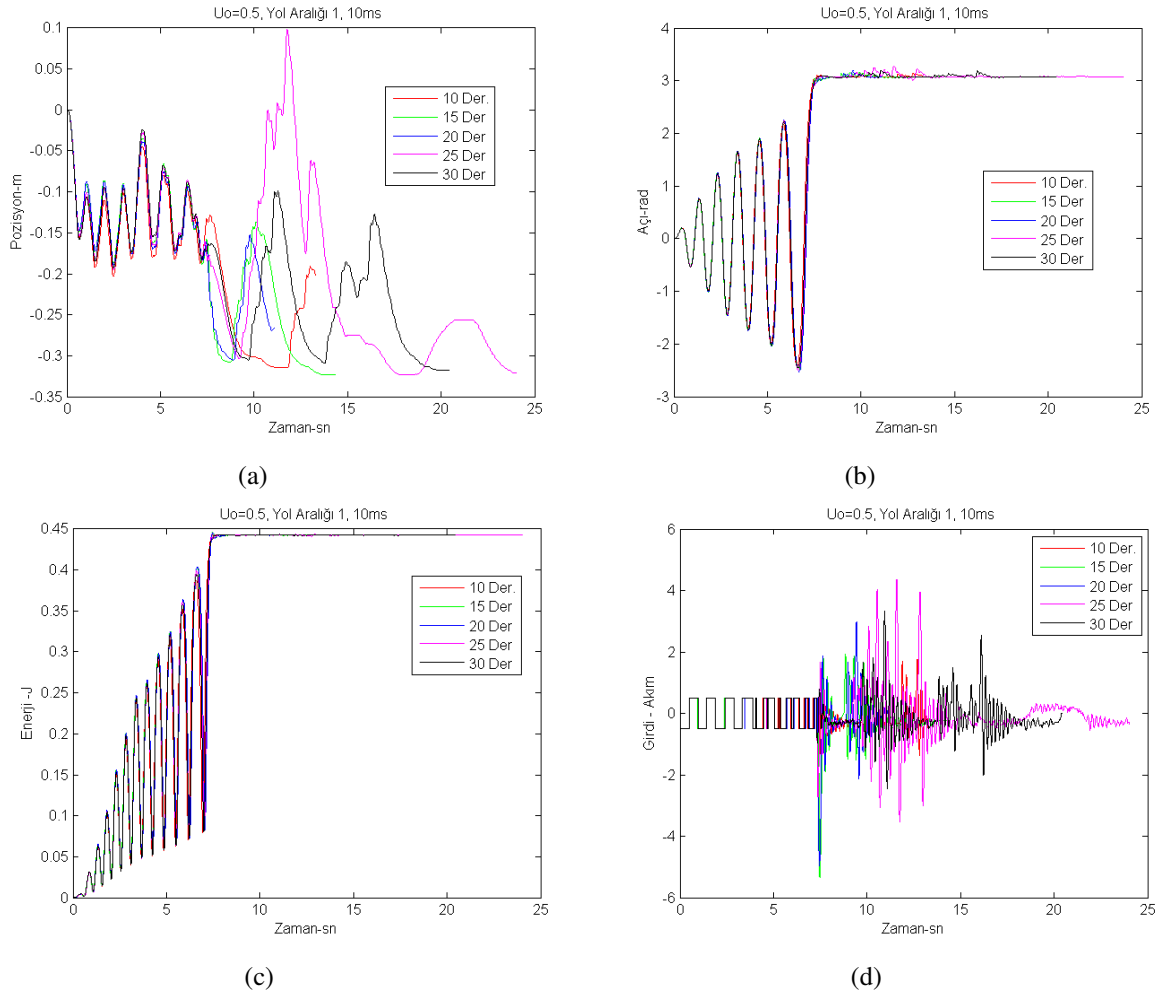


(d)

Şekil 5.42: Test 24 Sonuçları (a)Pozisyon Sonuçları (b)Açı Sonuçları (c)Enerji Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

### 5.3.2. Örnekleme zamanı 10 ms, $I_0$ 0.5 A için test sonuçları

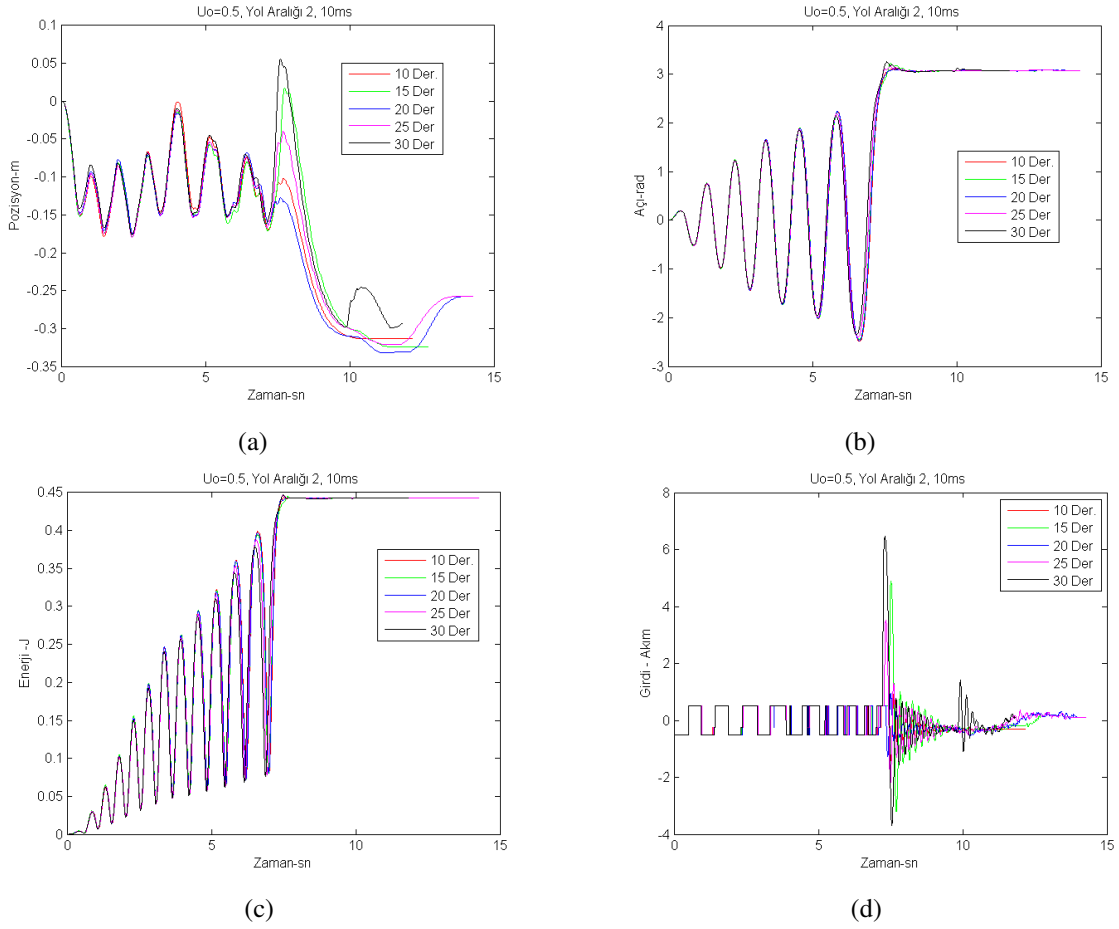
Test 25’de yol aralığı 1, Test 26’da yol aralığı 2 kullanılmaktadır. Test 25’in sonuçları Şekil 5.43’de gösterilmektedir.



Şekil 5.43: Test 25 Sonuçları (a)Pozisyon Sonuçları (b)Açı Sonuçları (c)Enerji Sonuçları (d)Uygulanan Girdi



Girdinin güncellendiği süre 10ms alınarak yapılan her iki testte de sarkaca dengeleme kuralının uygulandığı süre yaklaşık olarak 7.5sn'dir. Bu süre komşuluk açısı büyüdükçe tahmin edildiği üzere azalmaktadır. Test 26'nın sonuçları Şekil 5.44'de gösterilmektedir. Test 25 ve 26 verileri incelendiğinde komşuluk açısı büyüdükçe sarkacın dengeleme evresine geçişinde açısal hızı artmaktadır. Buna ek olarak aracın ivmeside artmaktadır.



Şekil 5.44: Test 26 Sonuçları (a)Pozisyon Sonuçları (b)Açı Sonuçları (c)Enerji Sonuçları (d)Uygulanan Girdi

## 6. SONUÇLAR

Quanser firmasına ait ters sarkaç MATLAB-SIMULINK ortamında gerçek zamanlı deneyler yapılmasına olanak vermektedir. Firmanın hazırladığı deneyler öğrencilerin doğrusal kontrol yöntemlerini kullanmasını içermekte olup bu deneyler Simulink kütüphanesinde bulunan blokları kullanma esasına dayalıdır. Eğitim amaçlı deneylerde genellikle ters sarkaç modeli doğrusallaştırılarak doğrusal kontrol yöntemleri uygulanmaktadır.

Bu tez kapsamında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'ne ait olan Quanser firmasına ait ters sarkaç kullanılmaktadır. Tezin temel amacı doğrusal olmayan ters sarkacı yukarı denge noktasına getirmek ve orada tutmaktır. Tasarım sürecinde firmanın eğitim amaçlı deneylerinden farklı olarak doğrusal olmayan ters sarkaç sistem modeli kullanılmaktadır.

Ters sarkacı kontrol etmek için firmanın eğitim amaçlı olarak önerdiği deneysel yöntemlerden farklı bir yöntem kullanılmaktadır. Bölüm 3'de tasarlanan kontrol kuralının gerçekleşmesi için Simulink ortamında bulunan kod bloğu kullanılmaktadır. Hazırlanan algoritma kod bloğunun içine MATLAB komutları kullanılarak kodlanmaktadır. Firmanın yaptığı deneylerde kod bloğu kullanılmamaktadır. Gerekli işlemler Simulink ortamının hazır blokları kullanılarak gerçekleştirilmektedir.

Teoride ihmal edilsede pratikte bir çok sistemin kısıtları vardır. Bölüm 3'de açıklanan kontrol kuralı ters sarkaca ait kısıtları sağlayacak şekilde tasarlanmıştır. Bu tezin temel amacı doğrultusunda sarkacın enerjisinin türev değerinin sıfırdan büyük olmasını sağlayacak girde değeri kısıtlar dahilinde hesap edilmektedir. Tasarlanan kontrol kuralının gerçek zamanlı deneylerinde hesap edilen girdinin uygulanacağı ve güncelleneceği örnekleme süresinin,  $I_0$ 'ın ve yol konfigürasyonlarının etkisi incelenmektedir.

Çalışmalarımızda örnekleme zamanı 10 ms veya 20 ms olarak seçilmiştir. Girdinin güncelleneceği süre daha uzun olursa, örnek olarak; 60 ms ya da 80 ms olarak alınırsa, sarkacın toplam enerjisinin azalmasına sebep olabilir. Bu durum tasarlanan kontrol kuralının

enerjiyi kullanma prensibine uymamaktadır. Buna ek olarak sarkacın yukarı denge noktasına çıkma süresini uzatmaktadır. Yapılan gerçek zamanlı deneylerde kullanılan örnekleme zamanlarına göre karşılaştırıldığında, girdinin 10 ms’de bir güncellenmesi sarkacı daha kısa sürede havaya kaldırmaktadır.

Ters sarkaç sistemine ait kısıtlardan biri de aracın hareket edebildiği yolun sınırlı olmasıdır. Tez kapsamında tasarlanan kontrol kuralı, ters sarkaca ait olan aracın kullandığı pist uzunluğunu sınırlandırmaktadır. Aracın sınırlandırılmış yolun dışına çıkmaması içinse sınırlandırılmış yol 5 parçaya ayrılarak kazanç ayarlamalı kontrol kullanılmaktadır. Her yol aralığına farklı kontrol kuralı uygulanmaktadır. Ters sarkaca ait araç; sınırlandırılmış yola yaklaştığında, aracın yolun merkezinde olduğu durumda uygulanacak girdiye göre daha düşük genlikli bir girdi uygulanmaktadır. Buna ek olarak uygulanacak girdinin pozitif ya da negatif olması aracı sınırlandırılmış yoldan uzaklaştırılacak şekilde seçilmektedir. Yolun 5 parça yerine daha fazla yol aralığına bölünerek kazançların her biri için ayrı ayrı ayarlanması daha verimli sonuçlar verecektir. Parçalama işlemi ise sınırlandırılmış yolun niceliği ve parça sayısı değiştirilmeden iki farklı şekilde test edilmektedir. Yol konfigürasyonu 1 ve 2 olarak adlandırılan bu özellikler ters sarkaca uygulanacak mutlak en büyük girdinin yol aralığına göre değişmektedir. Yol konfigürasyonu 1’de uygulanacak mutlak en büyük girdi değeri olan  $I_0$  değeri toplamda 300 mm aralığında uygulanırken, yol konfigürasyonu 2’de 400 mm’lik bir aralıkta uygulanmaktadır. Bölüm 4’de verilen deneysel sonuçlara göre yol konfigürasyonu 2 daha iyi sonuçlar vermektedir.

Ters sarkaç sisteminde sarkacın salınımı, aracın hareketine bağlıdır. Aracın hareketi ise motora uygulanan girdiden kaynaklanır. Bu girdi akım cinsinden olup,  $[-1.6, 1.6]$  A aralığındadır. Kullanılan yukarı kaldırma algortimasında ters sarkaca uygulanacak girdi yol konfigürasyonuna göre belirlenen iki elemanlı bir kümeden seçilmektedir ve bu elemanlar  $I_0$ ’a bağlıdır. Seçim aşamasında ilgili kümede bulunan daha önceden belirlenmiş iki girdi değerinin enerji türevi değeri hesaplanmaktadır. Hesap edilen değerler kendi aralarında kıyaslanarak, hangisi daha büyük ise o enerji türevi değerine ait girdi değeri sisteme uygulanmaktadır. Sarkaç yukarı denge noktasına yaklaştığında kontrol kuralları arasında geçiş yapılarak yukarı kaldırma algoritması yerine dengeleme işlemine başlanmaktadır. Sarkacı yukarı denge noktasında dengede tutmak içinse Doğrusal Karesel Düzenleyici kullanılmış-

tır. Yapılan gerçek zamanlı deneylerde  $I_0$  değeri 0.5 A ya da 1 A olarak alınmaktadır. Deney sonuçlarına göre  $I_0$ 'ın 1 A olması sarkacı yukarı denge noktasına daha hızlı ulaştırmaktadır. Fakat  $I_0$  1 A iken yukarı denge noktasına yaklaşırken sarkacın açısal hızı yüksek olacağından, dengeleme algoritmasına geçilememekte ve bu durum Doğrusal Karesel Düzenleyici için bir dezavantajdır. Bu sebeple yukarı kaldırma algoritmasında ters sarkaca uygulanacak girdi 0.5 ya da 0.8 A gibi bir değer olursa dengeleme algoritmasındaki başarısı artacaktır. Buna ek olarak amaç sadece sarkacın yukarı denge noktasına kadar yükselmesi ise 1 A gibi bir  $I_0$  değeri uygulanmalıdır.

İleriye dönük çalışmalarda; aracın hareket edebileceği pist uzunluğu kısaltılarak, pist beşten fazla parçaya ayrılabilir. Ayrılan her parça için bir kaç elemanlı girdi kümeleri oluşturularak, sarkacın yukarı denge noktasının komşuluğuna ulaşma süresinde iyileştirmeler yapılabilir. Buna ek olarak  $I_0$ 'ın 0.5 A'den fazla bir değere sahip olduğu durumlarda; sarkacın yukarı denge noktasının komşuluğuna ulaşıp, bu noktada sabit kalması için tasarlanan optimizasyon problemine açısal hız için bir kısıtlama getirebilir. Yapılan gerçek zamanlı testlerin sonuçları kullanılarak *Bulanık Mantık* yöntemi ile ters sarkaç sistemi kontrol edilebilir.

## KAYNAKLAR DİZİNİ

- Anonim, 2014a, Artırımı Enkoder, [https://www.pc-control.co.uk/incremental\\_encoders.htm](https://www.pc-control.co.uk/incremental_encoders.htm), erişim tarihi: 11.05.2015.
- Anonim, 2014b, Optik Artırımı Şaft Enkoder, [https://www.vexrobotcs.com/wiki/Optical\\_Saft\\_Encoder](https://www.vexrobotcs.com/wiki/Optical_Saft_Encoder), erişim tarihi: 11.05.2015.
- Astrom, K. J., Furuta, K., 2000, Swinging up a pendulum by energy control, *Automatica*, 36.
- Astrom, K.J., Aracil, J., Gordillo, F., 2008, A family of smooth controllers for swinging up a pendulum, *Automatica*, 44.
- Brock, S., 2003, Swing-up methods for inverted pendulum, *International Conference On Electrical Drives and Power Electronics*.
- Bugeja, M., 2003, Non-linear swing-up and stabilizing control of an inverted pendulum system, *EUROCON*.
- Chatterjee, D., Patra, A., Joglekar, H. K., 2002, Swing-up and stabilization of cartpendulum system under restricted cart track length, *Systems and Control Letters*, 47.
- Gordillo, F., Aracil, J., 2008, A new controller for the inverted pendulum on a cart, *International Journal Of Robust and Nonlinear Control*, 18.
- Iwashiro, M., Furuta, K., Astrom, K. J., 1996, Energy based control of pendulum, 1996 IEEE International Conference on Control Applications.
- Jones, A. Z., 2010, Definition of energy, <http://physics.about.com/>, erişim Tarihi: 11.05.2015.
- Kasnakoğlu, C., 2014, Durum geri beslemesi ders notları, [http://kasnakoglu.files.wordpress.com/2014/01/ders8\\_ck02a.pdf](http://kasnakoglu.files.wordpress.com/2014/01/ders8_ck02a.pdf), erişim Tarihi: 11.05.2015.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)**

- Kumar, V., Jerome, J., 2013, Robust lqr controller design for stabilizing and trajectory tracking of inverted pendulum, *Procedia Engineering*, 64.
- Matsuda, N., Izutsu, M., Furuta, K., 2007, Simultaneous swinging-up and stabilization of double furuta pendulums, *SICA Annual Conference*.
- MIT, O. C., 2004, Linear Quadratic Regulator, <http://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-154-maneuvering-and-control-of-surface-and-underwater-vehicles-13-49-fall-2004/lecture-notes/lec19.pdf>, erişim Tarihi: 11.05.2015.
- Ogata, K., 2010, *Modern Control Engineering*, Pearson.
- Quanser, C., 2010a, Experiment Student Handout, <http://www.quanser.com/>.
- Quanser, C., 2010b, IP02 Cart User Manual, <http://www.quanser.com/>.
- Quanser, C., 2010c, IP02 Pendulum User Manual, <http://www.quanser.com/>.
- Siuka, A, Schöberl, M., 2009, Applications of energy based control methods for the inverted pendulum on a car, *Robotics and Autonomous Systems*, 57.
- Spong, M. W., 1994, The swing up control problem for the acrobot, *IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*.
- Wei, Q., Dayawansa, W., Levine, W., 1995, Nonlinear controller for an inverted pendulum having restricted travel, *Automatica*, 31.
- Xin, X., 2011, Analysis of the energy-based swing-up control for the double pendulum on a cart, *International Journal Of Robust and Nonlinear Control*, 21:387–403.
- Yang, J.-H., Shim, S.-Y., Seo, J.-H., Lee, Y.-S., 2009, Swing-up control of an inverted pendulum with restricted cart rail length, *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 7(4).

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)**

Yazıcı, A., Karamancıoğlu, A., 2008, A nonlinear programming approach for the swing-up control problem, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Müh.Mim.Fak.Dergisi, 21(2).

Yoshida, K., 1999, Swing-up control of an inverted pendulum by energy-based methods, American Control Conference.

## EK AÇIKLAMALAR-A

### DONANIM TESTLERİ- SİSTEM MODELİ: *NONLINIP.M*

```

function dy=nonlinip(t,x)
dy=zeros(4,1);
global Jm M Mp Mc Im lp Beq Ip Bp ng nm Kg Kt rmp g Lp Fc

% From the Ip02 User Manual, Cart's parameter values
Jm=3.90e-007; %Rotor moment of inertia
M=0.57;%+0.37;% IP02 cart mass,including extra weight
Mp=0.127; % Pendulum Mass with T fitting
lp=0.1778; % Pendulum lenght from pivot to COG
Beq=4.3; %Equivalent Viscous damping coef as seen at motor pinion

Bp=0.0024; % Viscous damping coef as seen at pend axis
ng=1; % Planetary Gearbox efficiency
nm=1; % Motor efficiency
Kg=3.71; %Planetary Gearbox gear ratio
Kt=0.00767; % Motor Torque Constant
rmp=6.35e-003; % Motor pinion radius
g=9.81; % Gravity
Lp=0.3365;
Ip=(1/12)*Mp*Lp^2; % Pend Moment of inertia
Mc=M+ (Jm*(Kg^2)/(rmp^2));
% Im=[square(2*pi*0.1*t,90)];
% Im=cos(2*pi*t*0.1);
Im=0;
%Fc giriş armature akımına göre değiştirilir ise ,
Fc=((ng*nm*Kg*Kt)/rmp)*(Im);

% Durum Değişkeni=[xc alfa xcdot alfadot ] olarak alınırsa ;
dy(1)=x(3);
dy(2)=x(4);
dy(3)=(((-(Ip+Mp*lp^2)*Beq*x(3))+((Mp^2*lp^3+Ip*Mp*lp)*sin(x(2)))*(x(4)^2))
+(Mp*lp*cos(x(2))*Bp*x(4))
+((Ip+Mp*lp^2)*Fc)+(((Mp*lp)^2)*g*cos(x(2))*sin(x(2))))
/(((Mc+Mp)*Ip)+(Mc*Mp*lp^2)+((Mp^2*lp^2*(sin(x(2)^2))))));
dy(4)=(((-(Mc+Mp)*Mp*g*lp*sin(x(2)))
-((Mc+Mp)*Bp*x(4))-((Mp*lp)^2*sin(x(2))*cos(x(2))*
(x(4)^2))+Mp*lp*cos(x(2))*Beq*x(3)-(Fc*Mp*lp*cos(x(2)))))/
(((Mc+Mp)*Ip)+(Mc*Mp*lp^2)+((Mp^2*lp^2*(sin(x(2)^2)))));end

```



**EK AÇIKLAMALAR-B****TEST 1-7 .M DOSYALARI****B.1.Test 1: dny1.m**

```
clear all
clc
load('alfarad_dny_1');
load('xc_dny_1');
load('t_dny_1');
%%
% subplot(3,1,1), plot(t,xc)
% hold on
% title('Pozisyon')
% subplot(3,1,2), plot(t,alfarad)
% hold on
% alfadeg=alfarad*(180/pi);
% title('Sarkacın Acısı- rad')
% subplot(3,1,3), plot(t,alfadeg)
% hold on
% title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
alfa=alfarad(8000:size(alfarad),:);
alfadeg=alfa*(180/pi);
position=xc(8000:size(xc),:);
time=t(8000:size(t),:)-7.9990;
%%
% Deneyden alınan orjinal veri
subplot(3,1,1), plot(time,position)
hold on
title('Pozisyon')
subplot(3,1,2), plot(time,alfa)
hold on
title('Sarkacın Acısı- rad')
subplot(3,1,3), plot(time,alfadeg)
hold on
title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
```

```

t=[0:0.001:length(time)/1000];
[t,x]=ode45(@nonlinip,t,[0 alfa(1) 0 0]);
subplot(3,1,1),plot(t,x(:,1),'--r','LineWidth',0.1)
legend('Donanım','Dif.Denklemeler')
hold on
subplot(3,1,2),plot(t,x(:,2),'--r','LineWidth',0.1)
hold on
y=x(:,2)*(180/pi);
subplot(3,1,3),plot(t,y,'--r','LineWidth',0.1)
hold on

```

## B.2. Test 2: dny2.m

```

clear all
clc
load('alfarad_dny_2');
load('xc_dny_2');
load('t_dny_2');
%%
% subplot(3,1,1), plot(t,xc)
% hold on
% title('Pozisyon')
% subplot(3,1,2), plot(t,alfarad)
% hold on
% alfadeg=alfarad*(180/pi);
% title('Sarkacın Acısı- rad')
% subplot(3,1,3), plot(t,alfadeg)
% hold on
% title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
alfa=alfarad(12330:size(alfarad),:);
alfadeg=alfa*(180/pi);
position=xc(12330:size(xc),:);
time=t(12330:size(t),:)- 12.329;
%%
% Deneyden alınan orjinal veri
subplot(3,1,1), plot(time,position)
hold on
title('Pozisyon')
subplot(3,1,2), plot(time,alfa)
hold on
title('Sarkacın Acısı- rad')
subplot(3,1,3), plot(time,alfadeg)
hold on

```

```

title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
t=[0:0.001:length(time)/1000];
[t,x]=ode45(@nonlinip,t,[0 alfa(1) 0 0]);
subplot(3,1,1),plot(t,x(:,1),'--r','LineWidth',0.2)
legend('Donanım','Dif.Denklemeler')
hold on
subplot(3,1,2),plot(t,x(:,2),'--r','LineWidth',0.2)
hold on
y=x(:,2)*(180/pi);
subplot(3,1,3),plot(t,y,'--r','LineWidth',0.2)
hold on

```

### B.3. Test 3: dny3.m

```

clear all
clc
load('alfarad_dny_3');
load('xc_dny_3');
load('t_dny_3');
%%
% subplot(3,1,1), plot(t,xc)
% hold on
% title('Pozisyon')
% subplot(3,1,2), plot(t,alfarad)
% hold on
% alfadeg=alfarad*(180/pi);
% title('Sarkacın Acısı- rad')
% subplot(3,1,3), plot(t,alfadeg)
% hold on
% title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
alfa=alfarad(10340:size(alfarad),:);
alfadeg=alfa*(180/pi);
position=xc(10340:size(xc),:);
time=t(10340:size(t),:)- 10.339;
%%
% Deneyden alınan orjinal veri
subplot(3,1,1), plot(time,position)
hold on
title('Pozisyon')
subplot(3,1,2), plot(time,alfa)
hold on
title('Sarkacın Acısı- rad')

```

```

subplot(3,1,3), plot(time,alfadeg)
hold on
title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
t=[0:0.001:length(time)/1000];
[t,x]=ode45(@nonlinip,t,[0 alfa(1) 0 0]);
subplot(3,1,1),plot(t,x(:,1),'--r','LineWidth',0.2)
legend('Donanım', 'Dif.Denklemeler')
hold on
subplot(3,1,2),plot(t,x(:,2),'--r','LineWidth',0.2)
hold on
y=x(:,2)*(180/pi);
subplot(3,1,3),plot(t,y,'--r','LineWidth',0.2)
hold on

```

#### B.4. Test 4: dny4.m

```

clear all
clc
load('alfarad_dny_4');
load('xc_dny_4');
load('t_dny_4');
%%
% subplot(3,1,1), plot(t,xc)
% hold on
% title('Pozisyon')
% subplot(3,1,2), plot(t,alfarad)
% hold on
% alfadeg=alfarad*(180/pi);
% title('Sarkacın Acısı- rad')
% subplot(3,1,3), plot(t,alfadeg)
% hold on
% title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
alfa=alfarad(7000:size(alfarad),:);
alfadeg=alfa*(180/pi);
position=xc(7000:size(xc),:);
time=t(7000:size(t),:)- 6.9990;
%%
% Deneyden alınan orjinal veri
subplot(3,1,1), plot(time,position)
hold on
title('Pozisyon')
subplot(3,1,2), plot(time,alfa)

```

```

hold on
title('Sarkacın Acısı- rad')
subplot(3,1,3), plot(time,alfadeg)
hold on
title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
t=[0:0.001:length(time)/1000];
[t,x]=ode45(@nonlinip,t,[0 alfa(1) 0 0]);
subplot(3,1,1),plot(t,x(:,1),'--r','LineWidth',0.2)
legend('Donanım','Dif.Denklemeler')
hold on
subplot(3,1,2),plot(t,x(:,2),'--r','LineWidth',0.2)
hold on
y=x(:,2)*(180/pi);
subplot(3,1,3),plot(t,y,'--r','LineWidth',0.2)
hold on

```

### B.5. Test 5: dny5.m

```

clear all
clc
load('alfarad_dny_5');
load('xc_dny_5');
load('t_dny_5');
%%
% subplot(3,1,1), plot(t,xc)
% hold on
% title('Pozisyon')
% subplot(3,1,2), plot(t,alfarad)
% hold on
% alfadeg=alfarad*(180/pi);
% title('Sarkacın Acısı- rad')
% subplot(3,1,3), plot(t,alfadeg)
% hold on
% title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
alfa=alfarad(9288:size(alfarad),:);
alfadeg=alfa*(180/pi);
position=xc(9288:size(xc),:);
time=t(9288:size(t),:)-9.287;
%%
% Deneden alınan orjinal veri
subplot(3,1,1), plot(time,position)
hold on

```

```

title('Pozisyon')
subplot(3,1,2), plot(time,alfa)
hold on
title('Sarkacın Acısı- rad')
subplot(3,1,3), plot(time,alfadeg)
hold on
title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
t=[0:0.001:length(time)/1000];
[t,x]=ode45(@nonlinip,t,[0 alfa(1) 0 0]);
subplot(3,1,1),plot(t,x(:,1),'--r','LineWidth',0.2)
legend('Donanım','Dif.Denklemeler')
hold on
subplot(3,1,2),plot(t,x(:,2),'--r','LineWidth',0.2)
hold on
y=x(:,2)*(180/pi);
subplot(3,1,3),plot(t,y,'--r','LineWidth',0.2)
hold on

```

### B.6. Test 6: dny6.m

```

clear all
clc
load('alfarad_dny_6');
load('xc_dny_6');
load('t_dny_6');
%%
% subplot(3,1,1), plot(t,xc)
% hold on
% title('Pozisyon')
% subplot(3,1,2), plot(t,alfarad)
% hold on
% alfadeg=alfarad*(180/pi);
% title('Sarkacın Acısı- rad')
% subplot(3,1,3), plot(t,alfadeg)
% hold on
% title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
alfa=alfarad(7425:size(alfarad),:);
alfadeg=alfa*(180/pi);
position=xc(7425:size(xc),:);
time=t(7425:size(t),:)-7.424;
%%

```

```

% Denedeyden alınan orjinal veri
subplot(3,1,1), plot(time,position)
hold on
title('Pozisyon')
subplot(3,1,2), plot(time,alfa)
hold on
title('Sarkacın Acısı- rad')
subplot(3,1,3), plot(time,alfadeg)
hold on
title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
t=[0:0.001:length(time)/1000];
[t,x]=ode45(@nonlinip,t,[0 alfa(1) 0 0]);
subplot(3,1,1),plot(t,x(:,1),'--r','LineWidth',0.2)
legend('Donanım','Dif.Denklemeler')
hold on
subplot(3,1,2),plot(t,x(:,2),'--r','LineWidth',0.2)
hold on
y=x(:,2)*(180/pi);
subplot(3,1,3),plot(t,y,'--r','LineWidth',0.2)
hold on

```

### B.7. Test 7: dny7.m

```

clear all
clc
load('alfarad_dny_8');
load('xc_dny_8');
load('t_dny_8');
%%
% subplot(3,1,1), plot(t,xc)
% hold on
% title('Pozisyon')
% subplot(3,1,2), plot(t,alfarad)
% hold on
% alfadeg=alfarad*(180/pi);
% title('Sarkacın Acısı- rad')
% subplot(3,1,3), plot(t,alfadeg)
% hold on
% title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
alfa=alfarad;
alfadeg=alfa*(180/pi);

```

```

position=xc;
time=t;
%%
% Deneden alınan orjinal veri
subplot(3,1,1), plot(time,position)
hold on
title('Pozisyon')
subplot(3,1,2), plot(time,alfa)
hold on
title('Sarkacın Acısı- rad')
subplot(3,1,3), plot(time,alfadeg)
hold on
title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
alfa=alfarad(10600:size(alfarad),:);
alfadeg=alfa*(180/pi);
position=xc(10600:size(xc),:);
time=t(10600:size(t),:)-10.5990;
figure
subplot(3,1,1), plot(time,position)
hold on
title('Pozisyon')
subplot(3,1,2), plot(time,alfa)
hold on
title('Sarkacın Acısı- rad')
subplot(3,1,3), plot(time,alfadeg)
hold on
title('Sarkacın Acısı- deg')
%%
t=[0:0.001:length(time)/1000];
[t,x]=ode45(@nonlinip,t,[position(1) alfa(1) 0 0]);
subplot(3,1,1),plot(t,x(:,1),'--r','LineWidth',0.2)
legend('Donanım','Dif.Denklemeler')
hold on
subplot(3,1,2),plot(t,x(:,2),'--r','LineWidth',0.2)
hold on
y=x(:,2)*(180/pi);
subplot(3,1,3),plot(t,y,'--r','LineWidth',0.2)
hold on

```



## EK AÇIKLAMALAR-C

### YUKARI KALDIRMA ALGORITMASI-UHESAP FONKSİYONU

```

function [u,Vdot,V,pro,flag,flag1,flag2,flag3,flag4,
flag5,flag6,flag7,flag8]= uhesap(x1,x2,x3,x4,
Vdotold,basla,amax,uold,t,islemflag)
%x1 pos x2 ang x3 velo x4 angular vel x5 acce
xmax=0.3;
xmin=-xmax;
dt=0.001;
Io=0.5;
if(t==0 && basla==0)
    akim=[-Io;Io]
    enerd1=-0.127*akim(1)*0.1778*x4*cos(x2);
    enerd2=-0.127*akim(2)*0.1778*x4*cos(x2);

    if(enerd1>=enerd2)
        u=akim(1);
    else(enerd2>enerd1)
        u=akim(2);
    end

    uopt=0;
    flag1=1;
    flag2=0;
    flag3=0;
    flag4=0;
    flag5=0;
    flag6=0;
    flag7=0;
    flag8=0;
elseif(mod(t,0.01)==0)
%    u=-sign(x4*cos(x2));
%    u=u*0.6;
%    if(Vdotnext>=0)
        if(-0.3<x1 && x1<=-0.25)
            akim=[0;Io];
            enerd1=-0.127*akim(1)*0.1778*x4*cos(x2);
            enerd2=-0.127*akim(2)*0.1778*x4*cos(x2);

            if(enerd1>=enerd2)
                uopt=akim(1);

```

```

        else(enerd2>enerd1)
            uopt=akim(2);
        end

elseif(-0.25<x1 && x1<=-0.20 )
    akim=[-Io/2;Io]
    enerd1=-0.127*akim(1)*0.1778*x4*cos(x2);
    enerd2=-0.127*akim(2)*0.1778*x4*cos(x2);

        if(enerd1>=enerd2)
            uopt=akim(1);
        else(enerd2>enerd1)
            uopt=akim(2);
        end

elseif(-0.20<x1 && x1<=0.2 )
    akim=[-Io;Io]
    enerd1=-0.127*akim(1)*0.1778*x4*cos(x2);
    enerd2=-0.127*akim(2)*0.1778*x4*cos(x2);

        if(enerd1>=enerd2)
            uopt=akim(1);
        else(enerd2>enerd1)
            uopt=akim(2);
        end

elseif(0.20<x1 && x1<=0.25)
    akim=[-Io;Io/2]
    enerd1=-0.127*akim(1)*0.1778*x4*cos(x2);
    enerd2=-0.127*akim(2)*0.1778*x4*cos(x2);

        if(enerd1>=enerd2)
            uopt=akim(1);
        else(enerd2>enerd1)
            uopt=akim(2);
        end

elseif(0.25<x1 && x1<=0.3)
    akim=[-Io;0]
    enerd1=-0.127*akim(1)*0.1778*x4*cos(x2);
    enerd2=-0.127*akim(2)*0.1778*x4*cos(x2);

        if(enerd1>=enerd2)
            uopt=akim(1);
        else(enerd2>enerd1)
            uopt=akim(2);
        end

%     else uopt=0;
end

```

```

    flag1=0;
    flag2=1;
    flag3=0;
    flag4=0;
    flag5=0;
    flag6=0;
    flag7=0;
    flag8=0;
        u=uopt;
%     else(Vdotnext<0)
%         u=-uold;
%     end
else(mod(t,0.01)~=0)

    flag1=0;
    flag2=0;
    flag3=1;
    flag4=0;
    flag5=0;
    flag6=0;
    flag7=0;
    flag8=0;
        u=uold;
end

Vdot=-0.127*u*0.1778*x4*cos(x2);
V=(0.5*(1.2*10^-3)*x4^2)-(0.127*9.81*0.1778*(cos(x2)-1));
pro=sign(x4*cos(x2));
    if(abs(abs(x2)-pi)<.3)
        islemflag=1;
    end

    if(islemflag==1)
        u=0;
    end
flag=islemflag;
end

```