Paralel Plakalı Dalga Kılavuzunda Alan Genişlemeli Filtrenin Mod Eşleştirme Yöntemi ile Analizi

Dunya Wahidaldeen Hameed

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Haziran 2021

Mode-Matching Analysis of an Area Expansion Filter in a Parallel Plate Waveguide

Dunya Wahidaldeen Hameed

MASTER OF SCIENCE

Department of Electrical and Electronics Engineering

June 2021

Paralel Plakalı Dalga Kılavuzunda Alan Genişlemeli Filtrenin Mod Eşleştirme Yöntemi ile Analizi

Dunya Wahidaldeen Hameed

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı
Elektromanyetik Alanlar ve Mikrodalga Tekniği Bilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Doç. Dr. Özge Yanaz Çınar

Haziran 2021

ETİK BEYAN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Doç. Dr. Özge Yanaz Çınar danışmanlığında hazırlamış olduğum "**Paralel Plakalı Dalga Kılavuzunda Alan Genişlemeli Filtrenin Mod Eşleştirme Yöntemi ile Analizi**" başlıklı tezimin özgün bir çalışma olduğunu; tez çalışmamın tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; tezimde verdiğim bilgileri, verileri akademik ve bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak elde ettiğimi; tez çalışmamda yararlandığım eserlerin tümüne atıf yaptığımı ve kaynak gösterdiğimi ve bilgi, belge ve sonuçları bilimsel etik ilke ve kurallara göre sunduğumu beyan ederim. 14/06/2021

Dunya Wahidaldeen Hameed

ÖZET

Bu çalışmada ani alan genişlemeli paralel plakalı dalga kılavuzunun Mod Eşleştirme yöntemi ile analizi yapılmıştır. Uzun yıllardır ilgi çekmiş olan dalga kılavuzlarında saçılma problemlerini analiz etmek içi analitik veya sayısal yöntemleri kullanmak mümkündür. Bu çalışmada özellikle, kesin sonuç verebilen, değişik dalga kılavuzu bölgelerinde elektromanyetik dalgaların modlar şeklinde yazıldığı ve süreksizlik içeren bölgelerde bu modal ifadelerin Mod Eşleştirme Tekniği yardımıyla işlendiği yaklaşım tercih edilmiştir. Dalga kılavuzlarında tekli süreksizlikler içeren problemlerde, Mod Eşleştirme Tekniği tek başına hem yeterli hem de etkindir. Ancak, bu tez çalışmasında da ele alınan türden, birden fazla süreksizlik içeren geometrilerde, her ne kadar Mod Eşleştirme Tekniği yine tek başına yeterli ise de, bu yaklaşımla sayısal hesaplamaları daha sorunlu olan denklemlere ulaşıldığından, ek olarak Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi Yöntemi'nin de dikkate alınması yararlı olmaktadır. Bu çalışmada da Mod Eşleştirme Tekniği, Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi Yöntemi ile birlikte kullanılmıştır.

Matematiksel analizin sonunda elde edilen cebirsel denklem sistemleri MATLAB programı yardımıyla çözülmüştür. Ayrıca aynı problemler CST Microwave Studio Suite ile de incelenmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Anahtar kelimeler
Dalga kılavuzları, Mod Eşleştirme Tekniği, Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi Yöntemi

SUMMARY

In this thesis work, the analysis of the sudden area expansion in a parallel plate waveguide is done by Mode Matching Technique. One can consider both analytical and numerical methods in order to study scattering problems in waveguides, which have been interesting for researchers for decades. In this thesis, a rigorous method, the Mode Matching Technique is prefered as it provides highly accurate solutions. In this technique, firstly the electromagnetics waves in different waveguide regions are expressed in terms of modes and then they are matched at the discontinuity zones. In problems with a single discontinuity, Mode Matching Technique is both sufficient and efficient. However, when there are several discontinuities, although one can again consider solely the Mode Matching Technique, the arising system of albegraic equations becomes problematic for numerical analysis. That is why, it is more preferable to consider Mode Matching Technique with Generalized Scattering Matrix Method. In this thesis, this approach is applied.

The systems of algebraic equations derived with the mathematical analysis are solved by using MATLAB. Besides, simulations are done in CST Microwave Studio Suite for the same problems and the results of these two independent methods are compared to each other.

Keywords
Waveguides, Mode Matching Technique, Generalized Scattering Matrix Method

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET . . . . . **vi**

SUMMARY . . . . . **vii**

TEŞEKKÜR . . . . . **viii**

İÇİNDEKİLER . . . . . **ix**

ŞEKİLLER DİZİNİ . . . . . **x**

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ . . . . . **xi**

1. GİRİŞ VE AMAÇ **1**

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI **3**

3. YÖNTEM **5**

3.1. Birinci Problem 7

3.2. İkinci Problem 12

3.3. Üçüncü Problem 14

3.4. Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi 16

4. BULGULAR VE TARTIŞMA **19**

5. SONUÇ VE ÖNERİLER **30**

KAYNAKLAR DİZİNİ **31**

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil		Sayfa
3.1	Ana problemin geometrisi.	7
3.2	Birinci alt problemin geometrisi.	7
3.3	İkinci alt problemin geometrisi.	13
3.4	Üçüncü alt problemin geometrisi.	15
3.5	Ana geometri.	17
3.6	Alt problemler.	17
4.1	$a = 3$ mm, $b = 8$ mm, $L = 80$ mm için S_{11} parametresinin genliği.	20
4.2	$a = 3$ mm, $b = 8$ mm, $L = 80$ mm için S_{21} parametresinin genliği.	21
4.3	$a = 4$ mm, $b = 8$ mm, $L = 100$ mm için S_{11} parametresinin genliği.	21
4.4	$a = 4$ mm, $b = 8$ mm, $L = 100$ mm için S_{21} parametresinin genliği.	22
4.5	$a = 2$ mm, $b = 8$ mm, $L = 80$ mm için S_{11} parametresinin genliği.	22
4.6	$a = 2$ mm, $b = 8$ mm, $L = 80$ mm için S_{21} parametresinin genliği.	23
4.7	$a = 4$ mm, $b = 9$ mm, $L = 80$ mm için S_{11} parametresinin genliği.	23
4.8	$a = 4$ mm, $b = 9$ mm, $L = 80$ mm için S_{21} parametresinin genliği.	24
4.9	$a = 4$ mm, $b = 8$ mm, $L = 43.5$ mm için S_{11} parametresinin genliği.	24
4.10	$a = 4$ mm, $b = 8$ mm, $L = 43.5$ mm için S_{21} parametresinin genliği.	25
4.11	$a = 2$ mm, $b = 4$ mm, $L = 43.5$ mm için S_{11} parametresinin genliği.	25
4.12	$a = 2$ mm, $b = 4$ mm, $L = 43.5$ mm için S_{21} parametresinin genliği.	26
4.13	$a = 4$ mm, $b = 9$ mm, $L = 43.5$ mm için S_{11} parametresinin genliği.	26
4.14	$a = 4$ mm, $b = 9$ mm, $L = 43.5$ mm için S_{21} parametresinin genliği.	27
4.15	a ve b farkına göre S_{11} parametresinin genliğinin karşılaştırılması.	27
4.16	a ve b farkına göre S_{21} parametresinin genliğinin karşılaştırılması.	28
4.17	Farklı L değerleri için S_{11} parametresinin genliği.	28
4.18	Farklı L değerleri için S_{21} parametresinin genliği.	29

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	Açıklama
B	Manyetik akı yoğunluğu.
D	Elektriksel akı yoğunluğu.
E	Elektrik alan.
H	Manyetik alan.
J	Akım yoğunluğu.
μ	manyetik geçirgenlik.
ω	Açısal frekans.
ρ	Yük yoğunluğu.
ε	Permitivite.

1. GİRİŞ VE AMAÇ

Günümüzde teknoloji hızlıca günden güne gelişmekte ve gitgide daha fazla tasarımda yüksek frekanslı uygulamalara ihtiyaç doğmaktadır. Halihazırda bulunan ve gelecek senelerde karşımıza çıkabilecek bir takım sorunların (otonom araçlarda yüksek hızlı veri işlenmesi, insansız hava ve deniz araçları, vb.) çözülebilmesi için bu tip uygulamalar kullanılacaktır. Bu nedenle, bu türden uygulamalar için kesin analiz imkanı sağlayan yöntemler hem günümüzde hem gelecekte yararlı olacaktır.

Dalga kılavuzları elektromanyetik dalga spektrumunun geniş bir kısmında kullanılır. Özellikle mikrodalga adı verilen banttaki uygulamaları günlük yaşamımız içerisinde geniş yer tutar. Bu banttaki dalgalara mikrodalga denmesinin sebebi dalgaboylarının fiziksel olarak kısalığıdır. Kısa dalgaboyu çoğu uygulamada belirgin avantajlar sunar. Dalga kılavuzunun iletim hattı olarak kullanılabilmesi için boyutları en az ileteceği dalganın dalgaboyunun yarısına eşit veya daha büyük olması gerekmektedir.

Dalga kılavuzları, yalnızca üniform veya üniform olmayan bölgeleri değil aynı zamanda süreksizlik bölgelerini de içeren bileşik yapılardır. Bu bakımdan dalga kılavuzlarında elektromanyetik dalga yayılımı onyıllardır ilginç bir konu olmuş ve çeşitli mühendislik problemlerine temel teşkil etmiştir. Bu tarz mühendislik problemlerine örnek olarak mikrodalga ve iletim hattı ölçüm teknikleri, filtreler, konnektörler verilebilir.

Dalga kılavuzlarında süreksizlikler içieren saçılma problemleri yıllar içinde çeşitli mühendislik uygulamalarında ortaya çıkmıştır. Bunlara ilişkin saçılma katsayılarını elde edebilmek amacıyla pek çok çeşitten yaklaşımlar sergilenmiştir. Bu yaklaşımlardan, geleneksel olarak kabul edilmiş integral dönüşümlerle (Fourier dönüşümü, Laplace dönüşümü vb.) problem oldukça karmaşık matematiksel denklemlerin (Wiener-Hopf denklemi, Hilbert denklemi gibi) çözümüne indirgenir. Wiener-Hopf denklemlerinin çözümü çok karmaşık bir süreçtir ve her zaman mümkün değildir. Saçılma katsayıları, faktorizasyonu, dekompozisyonu, analitik devam ilkesini ve Liouville teoremini içeren bu yoğun sürecin sonucunda bulunabilmektedir. Ancak, özellikle bu tür basamak tipi süreksizlik içeren problemlerde modal analizi kullanmak aynı katsayıların çok daha kolay bir biçimde elde edilmesini sağlar. İki yaklaşım arasındaki matematiksel zorluk dışındaki temel bir başka fark da nümerik hesaplamalarda harcanan zamandır. Wiener-Hopf denklemlerinin çözümü esnasında ayrıt koşulları da dikkate alındığı için, nümerik hesaplamaları modal analize kıyasla çok daha kısa bir sürede tamamlanır. Bununla birlikte,

modal analizinin getirdiği matematiksel basitlik, bu tür problemlerin çözümünde tercih edilmesini sağlamıştır.

Modal analiz, dalga kılavuzunun değişik bölgelerinde alan bileşenlerinin modlar şeklinde yazılmasına ve süreksizlik içeren kesitlerde sınır koşullarıın uygulanmasını gerektiren Mod Eşleştirme Tekniği'ne dayanmaktadır. Bu işlemler sonucunda, bir doğrusal cebirsel denklem sistemi elde edilir. Bu denklem nğmerik yöntemlerle çözülerek aranan saçılma katsayılarına ulaşılır.

Dalga kılavuzlarında sadece bir süreksizlik içeren problemlerde Mod Eşleştireme Tekniği'ni kullanarak basit bir şekilde çözüm elde edilebilirken, bu yöntem birden fazla süreksizlik içeren uygulamalarda kullanılırsa, karmaşık bir denklem sistemi ile sonuçlanır ve çözüm için çok daha karmaşık işlemler gerekir. Bu sorunu engellemek için Mod Eşleştireme Tekniği'ne ek olarak Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi Yöntemi tercih edilmelidir. Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi Yöntemi'nde ana problemde bulunan süreksizlikler ayrılıp farklı alt problemler oluşturulur ve onları analiz etmek için Mod Eşleştireme Tekniği uygulanır. Ardından Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi Yöntemi ile alt problemler özel bir yaklaşım ile birleştirilir.

Bu çalışmada ele alınan paralel plakalı dalga kılavuzunda alan genişlemeli cinsinden olan basamak süreksizliğinden yansıma ve iletim, Mod Eşleştirme Tekniği ve Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi Yöntemi'nin birlikte kullanılmasıyla ele alınmıştır. İlk önce ana problem üç bölgeye ayrılmış ve böylece üç alt problem elde edilmiştir. Ardından bu üç problem Mod Eşleştirme Tekniği temelli modal analize göre incelenmiş ve saçılma katsayıları belirlenmiştir. Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi Yöntemi yardımıyla da üç probleme ait olan saçılma katsayılarından ana problemin saçılma katsayıları MATLAB programı kullanılarak nümerik olarak hesaplanmıştır. Sonuçların tutarlılığının gösterilmesi amacıyla, elde edilen bu sonuçlar CST Microwave Studio Suite ile yapılan benzetimlerde elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

Bu çalışmanın amacı, bir paralel plakalı dalga kılavuzunda ani alan genişlemesi ile bir bant geçiren süzgeç işlevi görecek tasarım yapmaktır.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Mod Eşleştirme Yöntemi, dalga kılavuzları içindeki elektromanyetik yayılmanın, özellikle yayılma yönü boyunca süreksizliklerin bulunması durumunda, benzetimlerini gerçekleştirmek etmek için etkili bir yaklaşımdır. Mod Eşleştirme Yöntemi'nde elektromanyetik alanlar her bir kesitte Maxwell denklemlerinin çözümüyle elde edilen özmodlar kümelerine ayrıştırılır. Süreksizliklere ara yüzey koşulu uygulanarak her iki taraf bir saçılma matrisi aracılığıyla ilişkilendirilir. Bu teknik, problemin geometrisinin, her biri ayrılabilir bir koordinat sistemine ait olan iki veya daha fazla bölgenin bir birleşimi olarak tanımlanabildiğinde yararlıdır.

Wexler, 1967 yılında yaptığı çalışmada geniş bir dalga kılavuzu süreksizlik sınıfını çözmek için modal analiz yaklaşımı ile bir yöntem türetmiştir (Wexler, 1967). 1971'de Mittra ve Lee, bu çalışmaları daha ileriye taşıyarak, Mod Eşleştirme Tekniği ile başka bazı karma sınır değer problemlerini de formüle etmiştir (Mittra ve Lee, 1971). Patzelt ve Amdt, 1982 yılında Mod Eşleştirme Tekniği'ni Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi Yöntemi ile birlikte kullanarak dalga kılavuzu formlarından biri olan dikdörtgen dalga kılavuzu çifte basmak süreksizlik problemini çözmüşlerdir (Patzelt ve Amdt, 1982).

Bornemann ve Arndt 1987 yılında, aynı şekilde Mod Eşleştirme Tekniği ve Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi Yöntemi'ni birlikte kullanarak basamak çıkıntılı ve kanatlı dalga kılavuzu konvektör analizini sağlamışlardır (Bornemann ve Arndt, 1987). Amdt vd. ise, 1984 yılında, yaptıkları çalışmada homojen olmayan basamak süreksizliklerini aynı iki yöntem yardımıyla incelemişlerdir (Arndt vd., 1984).

Eleftheriades vd., 1994 yılında Genelleştirilmiş Saçılma Matrislerinin Mod Eşleştirme Tekniği ile birlikte kullanılması yoluyla kayıpsız ve homojen olmayan malzemeler ile doldurulmuş, ani alan genişlemeleri içeren dalga kılavuzlarının bazı önemli özelliklerini ortaya çıkarmışlardır (Eleftheriades vd., 1994). Bu çalışmada ayrıca yakınsama için hangi kriterlerin söz konusu olduğu da belirlenmiştir.

2002 yılında Jiang vd., kısmen bir H-düzlemi dielektik levha ile yüklenmiş bir dikdörtgen dalga kılavuzu T-bağlantısının Mod Eşleştirme ve Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi tekniklerin birlikte kullanarak kesin analizini yapmışlardır (Jiang vd., 2002).

Bornemann ve Taringou 2011 yılında bu teknikler yardımıyla substrat tümleşik dalga kılavuzunu analiz ederek filtre tasarımında uygun bir seçenek olduğunu kanıtlanmışlardır (Bornemann ve Taringou, 2011). Kordiboroujeni vd. ise 2012 yılında aynı yaklaşımı substrat tümleşik dalga kılavuzu bağlaştırıcılarını tasarlamak için kullanmışlardır (Kordiboroujeni vd., 2012).

Christie ve Mondal 2016 yılında dikdörtgen dalga kılavuzunda basamak süreksizliklerini bu yaklaşım ile analiz etmişler ve dikdörtgen kesitli bir dalga kılavuzunda kademeli H-düzlemi süreksizliklerinin iletim özelliklerini ve VSWR'sini hesaplamışlardır (Christie ve Mondal, 2016).

3. YÖNTEM

Bir paralel plakalı dalga kılavuzuna ilişkin saçılma probleminin çözülebilmesi, öncelikle elektromanyetik alanın bileşenlerinin arasındaki ilişkilerin belirlenmesini gerektirmektedir. Bunun için de Maxwell denklemlerinden yararlanılmalıdır. Dalga kılavuzunun z ekseni boyunca uzandığı varsayımıyla, düzlemsel elektromanyetik dalganın z'ye paralel yönde yayılacağı aşikardır. ω açısal frekansı ile harmonik zaman bağımlılığı için dalganın zamanla değişimi $\exp(\mathrm{j}\omega t)$ olarak kabul edilmiştir. Monokromatik formda yazılan Maxwell denklemleri

$$\nabla \times \mathbf{E} + \mathrm{j}\omega\mathbf{B} = 0, \tag{3.1}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \mathrm{j}\omega\mathbf{D} = \mathbf{J}, \tag{3.2}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \tag{3.3}$$

ve

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{3.4}$$

şeklindedir.Burada **E** elektrik alan, **H** manyetik alan, **B** manyetik akı yoğunluğu, **D** elektriksel akı yoğunluğu, **J** akım yoğunluğu, ρ yük yoğunluğudur. Ayrıca manyetik akı yoğunluğu ve elektriksel akı yoğunluğu için bünye denklemleri yardımıyla, ε ortamın permitivitesi ve μ manyetik geçirgenliği olmak üzere

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \tag{3.5}$$

ve

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} \tag{3.6}$$

yazılabilir. Dalga kılavuzunun dolgu malzemesinde iletkenliğin olmadığı varsayımı altında ve (3.5) ve (3.6) yardımıyla (3.1-3.4) denklemleri

$$\nabla \times \mathbf{E} + \mathrm{j}\omega\mu\mathbf{H} = 0, \tag{3.7}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \mathrm{j}\omega\varepsilon\mathbf{E} = 0, \tag{3.8}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \tag{3.9}$$

ve

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \tag{3.10}$$

Dalga kılavuzu z eksi boyunca uzandığından ve dalgaların yayılma yönü de $\pm z$ olabileceğinden, alan bileşenlerinin z ile değişimi $\exp -\mathrm{j}\alpha z$ biçiminde olacaktır. Buna göre, yukarıdaki denklemlerden H_x, H_y, H_z, E_x, E_y ve E_z bileşenleri için, sırasıyla,

$$H_x = \frac{\mathrm{j}}{\omega\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} + \mathrm{j}\alpha E_y\right), \tag{3.11}$$

$$H_y = -\frac{\mathrm{j}}{\omega\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x} + \mathrm{j}\alpha E_x\right), \tag{3.12}$$

$$H_z = \frac{\mathrm{j}}{\omega\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_z}{\partial y}\right), \tag{3.13}$$

$$E_x = -\frac{\mathrm{j}}{\omega\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} + \mathrm{j}\alpha H_y\right), \tag{3.14}$$

$$E_y = \frac{\mathrm{j}}{\omega\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\partial x} + \mathrm{j}\alpha H_x\right) \tag{3.15}$$

ve

$$E_z = -\frac{\mathrm{j}}{\omega\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_z}{\partial y}\right) \tag{3.16}$$

bulunur. Bileşenler arasındaki ilişkiler yeniden düzenlenir, son olarak H_x, H_y, E_x ve E_y bileşenleri E_z ve H_z bileşenleri cinsinden yazılmak istenirse

$$H_x = \frac{1}{h^2}\left(\mathrm{j}\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial y} - \mathrm{j}\alpha\frac{\partial H_z}{\partial x}\right), \tag{3.17}$$

$$H_y = -\frac{1}{h^2}\left(\mathrm{j}\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial x} + \mathrm{j}\alpha\frac{\partial H_z}{\partial y}\right), \tag{3.18}$$

$$E_x = -\frac{1}{h^2}\left(\mathrm{j}\alpha\frac{\partial E_z}{\partial x} + \mathrm{j}\omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial y}\right) \tag{3.19}$$

ve

$$E_y = -\frac{1}{h^2}\left(\mathrm{j}\alpha\frac{\partial E_z}{\partial y} - \mathrm{j}\omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial x}\right) \tag{3.20}$$

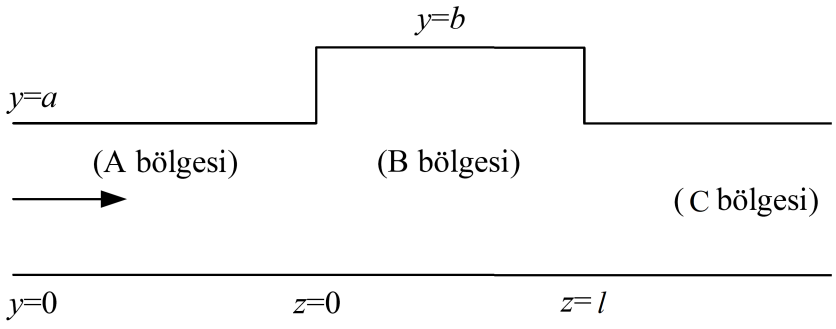
elde edilir. Burada dalgasayısı

$$k^2 = \omega^2\varepsilon\mu \tag{3.21}$$

yardımıyla

$$h = \sqrt{k^2 - \alpha^2} \tag{3.22}$$

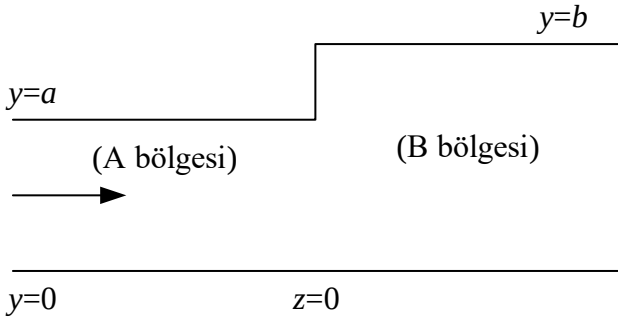
yazılmıştır. Bu çalışmanın esasını teşkil eden Şekil **??**'de görülen problemi çözebilmek için önce bunu üç alt probleme indirgemek gerekmetedir. Bu alt problemler Mod Eşleştirme Tekniği ile çözülecek ve sonunda bu çözümler Genelleştirilmiş Saçılma Matris Yöntemini kullanılarak birleştirilecek ve böylece ana problemin sonucuna varılacaktır.



Şekil 3.1 Ana problemin geometrisi.

3.1 Birinci Problem

Birinci alt problemin geometrisi Şekil 3.2 ile gösterilmektedir. Burada öncelikle paralel plakalı dalga kılavuzu uzaysal bölgede $\{(x, y, z) : x \in (-\infty, \infty), y \in (0, a), z \in (-\infty, 0)\}$ şeklinde ifade edilen (A) bölgesinde TM dalgaların ($H_z = 0$) yayılımı incelenecektir. Özel olarak TM_0, TEM dalgalara karşılık gelmektedir. Helmholtz denklemlerini kullanarak (A) bölgesinde dağılan modların tabirlerini bulmak için elektrik alanın z bileşenini karşılamaktadır. Helmholtz denklemi uyarınca



Şekil 3.2 Birinci alt problemin geometrisi.

$$\Delta E_z + k^2 E_z = 0 \tag{3.23}$$

olmaktadır. Bu denklem daha açık olarak

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + k^2 E_z = 0 \tag{3.24}$$

biçiminde de yazılabilir. Burada x değişkenine göre kısmi türev için sıfır konabilir çünkü problem x'e göre simetriktir. Ayrıca E_z'nin z ile değişimi exp $-\mathrm{j}\alpha z$ biçiminde olduğundan

eşitliğin sol yanındaki ikinci mertebeden z'ye göre türev yerine $-\alpha^2$ yazılabilir. Böylece (3.24) denklemi

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + h^2 E_z = 0 \tag{3.25}$$

haline gelir. Bu denklemin

$$E_z\left(y, z\right) = Y\left(y\right)\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha z} \tag{3.26}$$

yapısında çözümü aranmaktadır. (3.26) ifadesi (3.25) denkleminde yerine konursa

$$\frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} + h^2 Y(y) = 0 \tag{3.27}$$

bulunur. Bu adi türevli diferansiyel denklemin bilinen yöntemlerle çözülmesi ile, kolayca, A ve B bilinmeyen katsayılar olmak üzere

$$Y\left(y\right) = A\cos\left(hy\right) + B\sin\left(hy\right) \tag{3.28}$$

elde edilir. Bunun yardımıyla da E_z için

$$E_z\left(y, z\right) = \left[A\cos\left(hy\right) + B\sin\left(hy\right)\right]\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha z} \tag{3.29}$$

yazılır. Paralel plakalı dalga kılavuzunun mükemmel iletken yüzeyleri üzerinde elektrik alanın teğetsel bileşeni sıfıra eşit olmalıdır. O halde sırasıyla

$$E_z\left(0, z\right) = 0 \tag{3.30}$$

ve

$$E_z\left(a, z\right) = 0 \tag{3.31}$$

koşulları sağlanmalıdır. (3.30) koşulundan hemen

$$E_z\left(0, z\right) = A\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha z} = 0, \tag{3.32}$$

dolayısıyla

$$A = 0 \tag{3.33}$$

bulunur. Bu durumda E_z

$$E_z\left(y, z\right) = B\sin\left(hy\right)\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha z} \tag{3.34}$$

haline gelir. Öte yandan, sınır koşulu (3.31) ile

$$E_z\left(a, z\right) = B\sin\left(ha\right)\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha z} = 0 \tag{3.35}$$

elde edilir. Burada $B = 0$ olmayacağından $\sin(ha) = 0$ olmalıdır. Bu da yalnızca h parametresinin bazı özel değerlere eşit olması durumunda mümkün olur. Bu özel değerlere özdeğerler denir ve

$$h_n = \frac{n\pi}{a}\ ,\quad n = 1, 2, ... \tag{3.36}$$

biçiminde ifade edilirler. Bu özdeğerlere karşılık gelen her çözüme bir özçözüm adı verilir. Özel olarak dalga kılavuzlarında bu özçözümlere mod da denir. Genel çözüm bu özçözümlerin lineer kombinasyonu şeklinde yazılır ve

$$\alpha_n = \sqrt{k^2 - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2}, \quad n = 1, 2, ... \tag{3.37}$$

olmak üzere

$$E_z(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi}{a}y\right) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha_n z} \tag{3.38}$$

çözümüne ulaşılmış olur. (3.17-3.20) denklemleri yardımıyla diğer alan bileşenleri

$$E_x(y, z) = 0, \tag{3.39}$$

$$E_y(y, z) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathrm{j}\alpha_n a}{n\pi} B_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha_n z}, \tag{3.40}$$

$$H_x(y, z) = \mathrm{j}\omega\varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{n\pi} B_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha_n z} \tag{3.41}$$

ve

$$H_y(y, z) = 0 \tag{3.42}$$

olarak elde edilir. (B) bölgesinde ise mükemmel iletken duvarlar $y = 0$'da ve $y = b$'dedir. Bu durumda sınır koşulları $E_z(0, z) = 0$ ve $E_z(b, z) = 0$ olur. Benzer bir inceleme sonucunda bu bölge için alan bileşenleri

$$\beta_n = \sqrt{k^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad n = 1, 2, ... \tag{3.43}$$

olmak üzere

$$E_z(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_n z}, \tag{3.44}$$

$$E_x(y, z) = 0, \tag{3.45}$$

$$E_y(y, z) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathrm{j}\beta_n b}{n\pi} B_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_n z}, \tag{3.46}$$

$$H_x(y, z) = \mathrm{j}\omega\varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{n\pi} B_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_n z} \tag{3.47}$$

ve

$$H_y(y, z) = 0 \tag{3.48}$$

şeklinde belirlenir. Bu analizden TEM dalgalara ilişkin alan bileşenlerini bulabilimek için önce

$$A_n = \mathrm{j}\omega\varepsilon \frac{a}{n\pi} B_n \tag{3.49}$$

yazılır ve sonra $n = 0$ konursa

$$E_y\left(y,z\right) = -\frac{k}{\omega\varepsilon}A_0\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} \tag{3.50}$$

ve

$$H_x\left(y,z\right) = A_0\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} \tag{3.51}$$

elde edilir. $E_x = 0$ ve $H_y = 0$ olması esasen problemin x'e göre simetrik olmasından kaynaklanmaktadır.

O halde, gelen dalga için

$$H_x^{(i)} = \cos\left(\frac{\nu\pi}{a}y\right)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha_\nu z},\ \nu = 0,1,2,... \tag{3.52}$$

ve

$$E_y^{(i)} = -\frac{\alpha_\nu}{\omega\varepsilon}\cos\left(\frac{\nu\pi}{a}y\right)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha_\nu z},\ \nu = 0,1,2,... \tag{3.53}$$

yazılabilir. Burada

$$\alpha_\nu = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\nu\pi}{a}\right)^2},\ \ \nu = 0,1,2,... \tag{3.54}$$

ile tanımlı α_ν, gelen dalgaya ilişkin dalgasayısıdır (ortam kayıpsız olduğundan aynı zamanda yayılma sabitidir). Şekil 3.2'de görüldüğü gibi (A) bölgesinden gelen dalganın bir kısmı ters yönde yansıyacak, diğer kısmı ise (B) bölgesine iletilecektir. Yansıyan dalganın manyetik ve elektrik alan bileşenleri, sırasıyla,

$$H_x^{(r)} = R_0\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz} + \sum_{n=1}^{\infty} R_n\cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha_n z} \tag{3.55}$$

ve

$$E_y^{(r)} = \frac{k}{\omega\varepsilon}R_0\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}kz} + \frac{1}{\omega\varepsilon}\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n R_n\cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha_n z} \tag{3.56}$$

şeklinde ifade edilir. Benzer şekilde (B) bölgesine iletilen dalganın manyetik ve elektrik alan bileşenleri için ise

$$H_x^{(t)} = T_0\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} + \sum_{n=1}^{\infty} T_n\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_n z} \tag{3.57}$$

ve

$$E_y^{(t)} = -\frac{k}{\omega\varepsilon}T_0\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} - \frac{1}{\omega\varepsilon}\sum_{n=1}^{\infty}\beta_n T_n\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_n z} \tag{3.58}$$

yazmak mümkündür. Bu denklemlerde görülen R_n $(n = 0,1,2,...)$ yansıma katsayısı T_n $(n = 0,1,2,...)$ ise iletim katsayısıdır. (A) ve (B) bölgelerini birbirinden ayıran sınır üzerinde süreklilik koşulları

$$H_x^{(i)} + H_x^{(r)} = H_x^{(t)}\ ,\ z = 0,\ 0 < y < a \tag{3.59}$$

ve

$$E_x^{(t)} = \begin{cases} E_x^{(i)} + E_x^{(r)} & , \quad 0 < y < a \\ 0 & , \quad a < y < b \end{cases} \tag{3.60}$$

şeklindedir. (3.52-3.58) denklemleri (3.59) koşulunda dikkate alınırsa

$$\cos\left(\frac{\nu\pi}{a}y\right) + R_0 + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} T_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \; 0 < y < a \tag{3.61}$$

elde edilir. Bu denklem 1 ile çarpılıp $y = 0$'dan $y = a$'ya integre edilirse

$$A_\nu = \int_0^a \cos\left(\frac{\nu\pi}{a}y\right) \, \mathrm{d}y = \begin{cases} a & , \quad \nu = 0 \\ 0 & , \quad \nu \neq 0 \end{cases} \tag{3.62}$$

ve

$$\int_0^a \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \, \mathrm{d}y = \frac{b}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi a}{b}\right) \tag{3.63}$$

olmak üzere

$$aR_0 - aT_0 - \sum_{n=1}^{\infty} T_n \frac{b}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi a}{b}\right) = -A_\nu \tag{3.64}$$

bulunur. (3.62) denklemi bu kez $\cos(m\pi y/a)$ ile çarpılıp $y = 0$'dan $y = a$'ya integre edilirse

$$D_\nu = \int_0^a \cos\left(\frac{\nu\pi}{a}y\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right) \, \mathrm{d}y = \begin{cases} a/2 & , \quad \nu = m \\ 0 & , \quad \nu \neq m \end{cases}, \tag{3.65}$$

$$\int_0^a \cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right) \, \mathrm{d}y = 0, \tag{3.66}$$

$$\int_0^a \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right) \, \mathrm{d}y = \begin{cases} a/2 & , \quad n = m \\ 0 & , \quad n \neq m \end{cases} \tag{3.67}$$

ve

$$\Delta_{mn} = \int_0^a \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right) \, \mathrm{d}y = \left(\frac{n\pi}{b}\right) \frac{(-1)^m \sin\left(\frac{n\pi a}{b}\right)}{\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2} \tag{3.68}$$

olmak üzere

$$\frac{a}{2} R_m - \sum_{n=1}^{\infty} T_n \Delta_{mn} = -D_\nu \tag{3.69}$$

elde edilir. Elektromanyetik alanlara ilişkin (3.52-3.58) ifadeleri bu kez (3.60) koşulunda yerine konursa

$$\begin{aligned} &-\frac{k}{\omega\varepsilon} T_0 - \frac{1}{\omega\varepsilon} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n T_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \\ &= \begin{cases} -\frac{\alpha_\nu}{\omega\varepsilon} \cos\left(\frac{\nu\pi}{a}y\right) + \frac{k}{\omega\varepsilon} R_0 + \frac{1}{\omega\varepsilon} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n R_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) & , \quad 0 < y < a \\ 0 & , \quad a < y < b \end{cases} \end{aligned}$$

bulunur. Bu denklem 1 ile çarpıp $y = 0$'dan $y = b$'ye integre edilirse

$$\int_0^b \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\ \mathrm{d}y = 0 \tag{3.70}$$

olmak üzere

$$aR_0 + bT_0 = A_\nu \tag{3.71}$$

$\cos(m\pi y/b)$ ile çarpılıp $y = 0$'dan $y = b$'ye integre edilirse ise

$$\int_0^b \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right)\ \mathrm{d}y = \begin{cases} b/2 & , \quad n = m \\ 0 & , \quad n \neq m \end{cases}, \tag{3.72}$$

$$\Delta_{\nu m} = \int_0^a \cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right)\cos\left(\frac{\nu\pi}{a}y\right)\ \mathrm{d}y = \left(\frac{m\pi}{b}\right)\frac{(-1)^\nu \sin\left(\frac{m\pi a}{b}\right)}{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{\nu\pi}{a}\right)^2}, \tag{3.73}$$

$$\Delta_{nm} = \int_0^a \cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right)\cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right)\ \mathrm{d}y = \left(\frac{m\pi}{b}\right)\frac{(-1)^n \sin\left(\frac{m\pi a}{b}\right)}{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2} \tag{3.74}$$

ve

$$\int_0^a \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\ \mathrm{d}y = \frac{b}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi a}{b}\right) \tag{3.75}$$

olmak üzere

$$\frac{kb}{m\pi}R_0 \sin\left(\frac{m\pi a}{b}\right) + \sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n R_n \Delta_{nm} + \frac{b}{2}\beta_m T_m = \alpha_\nu \Delta_{\nu m} \tag{3.76}$$

elde edilir.

3.2 İkinci Problem

İkinci alt problemin geometrisi Şekil 3.3 ile gösterildiği gibidir. Bu problemin ilkinden farkı gelen daşganın (B) bölgesinden gelmesi ve -z yönünde ilerlemesidir. Buna göre gelen dalganın alan bileşenleri

$$H_x^{(i)} = \cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right)\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_\nu z},\ \nu = 0, 1, 2, ... \tag{3.77}$$

ve

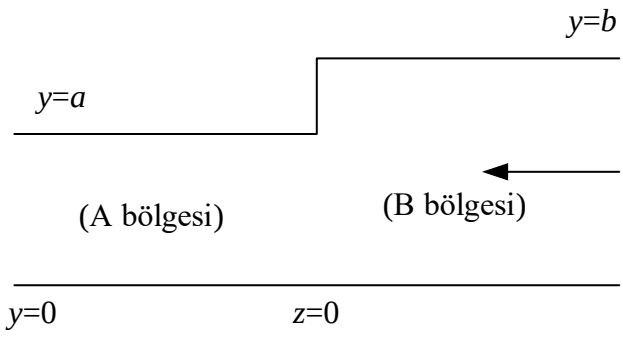
$$E_y^{(i)} = \frac{\beta_\nu}{\omega\varepsilon}\cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right)\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_\nu z},\ \nu = 0, 1, 2, ... \tag{3.78}$$

şeklinde yazılır. (B) bölgesine geri yansıyan dalganın alanları

$$H_x^{(r)} = R_0\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_n z} \tag{3.79}$$

ve

$$E_y^{(r)} = -\frac{k}{\omega\varepsilon}R_0\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} - \frac{1}{\omega\varepsilon}\sum_{n=1}^{\infty}\beta_n R_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_n z} \tag{3.80}$$



Şekil 3.3 İkinci alt problemin geometrisi.

olurken, (A) bölgesine iletilen dalganın alanları için de

$$H_x^{(t)} = T_0\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}kz} + \sum_{n=1}^{\infty} T_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right)\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha_n z} \tag{3.81}$$

ve

$$E_x^{(t)} = \frac{k}{\omega\varepsilon} T_0\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}kz} + \frac{1}{\omega\varepsilon} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n T_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right)\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha_n z} \tag{3.82}$$

yazılır. $z = 0$'da süreklilik koşulları

$$H_x^{(i)} + H_x^{(r)} = H_x^{(t)}\,,\ z = 0, 0 < y < a \tag{3.83}$$

ve

$$E_x^{(i)} + E_x^{(r)} = \begin{cases} E_x^{(t)} & , \quad 0 < y < a \\ 0 & , \quad a < y < b \end{cases} \tag{3.84}$$

biçimindedir. Birinci probleme benzer işlemler sonucunda, (3.83) denkleminden

$$\cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right) + R_0 + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} T_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right),\ 0 < y < a \tag{3.85}$$

elde edilir. Bu denklem önce 1 ile, daha sonra $\cos(m\pi y/a$ ile çarpılıp $y = 0$'dan $y = a$'ya integre edilirse

$$E_\nu = \int_0^a \cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right)\, \mathrm{d}y = \begin{cases} a & , \quad \nu = 0 \\ \frac{b}{\nu\pi} \sin\left(\frac{\nu\pi a}{b}\right) & , \quad \nu \neq 0 \end{cases}, \tag{3.86}$$

olmak üzere

$$aR_0 - aT_0 + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \frac{b}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi a}{b}\right) = -E_\nu \tag{3.87}$$

ve

$$\Delta_{mn} = \int_0^a \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right)\ \mathrm{d}y = \left(\frac{n\pi}{b}\right)\frac{(-1)^m \sin\left(\frac{n\pi a}{b}\right)}{\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}, \tag{3.88}$$

$$\Delta_{m\nu} = \int_0^a \cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right)\cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right)\ \mathrm{d}y = \left(\frac{\nu\pi}{b}\right)\frac{(-1)^m \sin\left(\frac{\nu\pi a}{b}\right)}{\left(\frac{\nu\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2} \tag{3.89}$$

olmak üzere

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_n \Delta_{mn} - \frac{a}{2}T_m = -\Delta_{m\nu} \tag{3.90}$$

bulunur. Elektirk alan için yazılmış (3.84) süreklilik koşulundan ise

$$\frac{\beta_\nu}{\omega\varepsilon}\cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right) - \frac{k}{\omega\varepsilon}R_0 - \frac{1}{\omega\varepsilon}\sum_{n=1}^{\infty}\beta_n R_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)$$
$$= \begin{cases} \frac{k}{\omega\varepsilon}T_0 + \frac{1}{\omega\varepsilon}\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n T_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) & , \quad 0 < y < a \\ 0 & , \quad a < y < b \end{cases}$$

yazılır. Bu denklem de önce 1 ile, daha sonra $\cos(m\pi y/b$ ile çarpılıp $y = 0$'dan $y = b$'ye integre edilirse

$$B_\nu = \frac{\beta_\nu}{k}\int_0^b \cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right)\ \mathrm{d}y = \begin{cases} b & , \quad \nu = 0 \\ 0 & , \quad \nu \neq 0 \end{cases} \tag{3.91}$$

olmak üzere

$$bR_0 + aT_0 = B_\nu \tag{3.92}$$

ve

$$C_\nu = \beta_\nu \int_0^b \cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right)\cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right)\ \mathrm{d}y = \begin{cases} \beta_\nu b/2 & , \quad \nu = m \\ 0 & , \quad \nu \neq m \end{cases}, \tag{3.93}$$

$$\int_0^a \cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right)\ \mathrm{d}y = \frac{b}{m\pi}\sin\left(\frac{m\pi a}{b}\right) \tag{3.94}$$

olmak üzere

$$\frac{b}{2}\beta_m R_m + \frac{kb}{m\pi}T_0 \sin\left(\frac{m\pi a}{b}\right) + \sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n T_n \Delta_{nm} = C_\nu \tag{3.95}$$

elde edilir. (3.87), (3.90), (3.92) ve (3.95) denklemleri sayısal yöntemlerle çözümleri yansıma ve iletim katsayıları tanımlanması için uygundur.

3.3 Üçüncü Problem

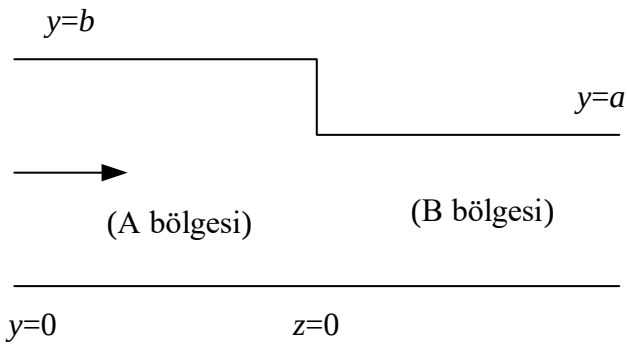
Şekil 3.4 ile gösterilen geometride görüldügü gibi, (A) bölgesinden gelmekte olan ve +z yönüne doğru yayılan dalganın manyetik ve elektrik alanı

$$H_x^{(i)} = \cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right)\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_\nu z},\ \nu = 0, 1, 2, ... \tag{3.96}$$

ve

$$E_y^{(i)} = -\frac{\beta_\nu}{\omega\varepsilon}\cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right)\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_\nu z},\ \nu = 0, 1, 2, ... \tag{3.97}$$

biçiminde ifade edilir.



Şekil 3.4 Üçüncü alt problemin geometrisi.

(A) bölgesine geri yansıyan dalganın manyetik ve elektrik alanı için

$$H_x^{(r)} = R_0\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}kz} + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_n z} \tag{3.98}$$

ve

$$E_y^{(r)} = \frac{k}{\omega\varepsilon}R_0\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}kz} + \frac{1}{\omega\varepsilon}\sum_{n=1}^{\infty}\beta_n R_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_n z} \tag{3.99}$$

(B) bölgesine iletilen dalganın manyetik ve elektrik alanı için ise

$$H_x^{(t)} = T_0\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} + \sum_{n=1}^{\infty} T_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right)\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha_n z} \tag{3.100}$$

ve

$$E_y^{(t)} = -\frac{k}{\omega\varepsilon}T_0\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} - \frac{1}{\omega\varepsilon}\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n T_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right)\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha_n z} \tag{3.101}$$

yazılır.$z = 0$'daki süreklilik koşulları

$$H_x^{(i)} + H_x^{(r)} = H_x^{(t)}\ ,\ z = 0, 0 < y < a \tag{3.102}$$

ve

$$E_y^{(i)} + E_y^{(r)} = \begin{cases} E_y^{(t)} & ,\ 0 < y < a \\ 0 & ,\ a < y < b \end{cases} \tag{3.103}$$

şeklindedir.(3.102) koşullu yardımı ile

$$\cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right) + R_0 + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)$$
$$= T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} T_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right), \ 0 < y < a \quad (3.104)$$

denklemine ulaşılır. Bu denklem önce 1 ile daha sonra cos($m\pi y/a$ ile çarpılıp $y = 0$'dan $y = a$'ya integre edilirse, sırasıyla,

$$aR_0 - aT_0 + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \frac{b}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi a}{b}\right) = -E_\nu \quad (3.105)$$

ve

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_n \Delta_{mn} - \frac{a}{2} T_m = -\Delta_{m\nu} \quad (3.106)$$

elde edilir.Benzer şekilde (3.103) koşulundan

$$-\frac{\beta_\nu}{\omega\varepsilon}\cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right) + \frac{k}{\omega\varepsilon}R_0 + \frac{1}{\omega\varepsilon}\sum_{n=1}^{\infty}\beta_n R_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)$$
$$= \begin{cases} -\frac{k}{\omega\varepsilon}T_0 - \frac{1}{\omega\varepsilon}\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n T_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) & , \ 0 < y < a \\ 0 & , \ a < y < b \end{cases}$$

yazılır. Bu denklem ise önce 1 ile ardından cos($m\pi y/b$ ile çarpılıp $y = 0$'dan $y = b$'ye integre edilirse, sırasıyla,

$$bR_0 + aT_0 = B_\nu \quad (3.107)$$

ve

$$\frac{b}{2}\beta_m R_m + \frac{kb}{m\pi}T_0 \sin\left(\frac{m\pi a}{b}\right) + \sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n T_n \Delta_{nm} = C_\nu \quad (3.108)$$

bulunur.Elde edilmiş olan (3.105), (3.106), (3.107) ve (3.108) denklemleri, birinci ve ikinci problemde olduğu gibi, sayısal yöntemler ile çözülebilir ve yansıma ve iletim katsayılarını hesaplanabilir.

3.4 Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi

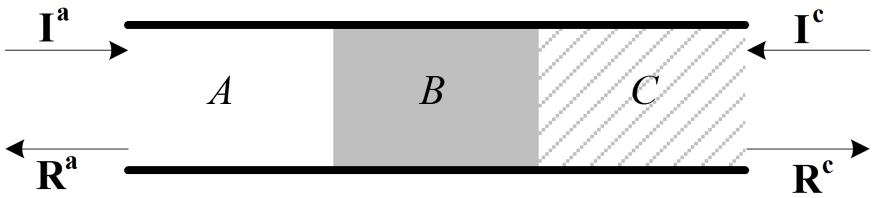
Geçen bölümlerde incelenen üç problem, Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi yöntemi kullanrak birleştirilebilir ve Şekil 3.1 ile gösterilen probleme ilişkin saçılma katsayıları bulunabilir. Bunun için öncelikle, Şekil 3.5'te olduğu gibi geometrinin iki farklı bölgede süreksizlik taşıyan bir problem Şekil 3.6'daki gibi iki parçaya bölünür.Her iki tarfta olan yapılar için,saçılma matrisleri

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_a \\ \mathbf{r}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_a \\ \mathbf{i}_2 \end{bmatrix} \quad (3.109)$$

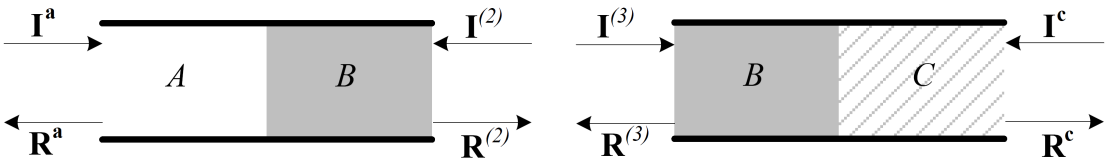
ve

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_3 \\ \mathbf{r}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{33} & \mathbf{S}_{34} \\ \mathbf{S}_{43} & \mathbf{S}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_3 \\ \mathbf{i}_c \end{bmatrix} \tag{3.110}$$

biçiminde olur. Buradan kolaylıkla



Şekil 3.5 Ana geometri.



Şekil 3.6 Alt problemler.

$$\mathbf{r}_a = \mathbf{S}_{11}\mathbf{i}_a + \mathbf{S}_{12}\mathbf{i}_2 \tag{3.111}$$

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{S}_{21}\mathbf{i}_a + \mathbf{S}_{22}\mathbf{i}_2 \tag{3.112}$$

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{S}_{33}\mathbf{i}_3 + \mathbf{S}_{34}\mathbf{i}_c \tag{3.113}$$

ve

$$\mathbf{r}_c = \mathbf{S}_{43}\mathbf{i}_3 + \mathbf{S}_{44}\mathbf{i}_c \tag{3.114}$$

ilişkilerine ulaşılır. Köşegen matris

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} e^{-j\beta_0 l} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{-j\beta_1 l} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & e^{-j\beta_N l} \end{bmatrix} \tag{3.115}$$

yardımıyla

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_2 \\ \mathbf{i}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_3 \\ \mathbf{r}_2 \end{bmatrix} \tag{3.116}$$

yazılabilir ve burada görünen

$$\mathbf{i}_2 = \mathbf{Z}\mathbf{r}_3 \tag{3.117}$$

ve

$$\mathbf{i}_3 = \mathbf{Z}\mathbf{r}_2 \tag{3.118}$$

ilişkileri sayesinde

$$\mathbf{r}_a = \mathbf{S}_{11}\mathbf{i}_a + \mathbf{S}_{12}\mathbf{Z}\mathbf{r}_3 \tag{3.119}$$

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{S}_{21}\mathbf{i}_a + \mathbf{S}_{22}\mathbf{Z}\mathbf{r}_3 \tag{3.120}$$

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{S}_{33}\mathbf{Z}\mathbf{r}_2 + \mathbf{S}_{34}\mathbf{i}_c \tag{3.121}$$

ve

$$\mathbf{r}_c = \mathbf{S}_{43}\mathbf{Z}\mathbf{r}_2 + \mathbf{S}_{44}\mathbf{i}_c \tag{3.122}$$

denklemleri bulunur. (3.117) ve (3.118) ilişkilerinin (3.119-3.122) denklemlerde yerine koyulursa kapalı formda

$$\mathbf{r}_2 = \left[\mathbf{I} - \mathbf{S}_{22}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{33}\mathbf{Z}\right]^{-1}\mathbf{S}_{21}\mathbf{i}_a + \left[\mathbf{I} - \mathbf{S}_{22}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{33}\mathbf{Z}\right]^{-1}\mathbf{S}_{22}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{34}\mathbf{i}_c \tag{3.123}$$

ve

$$\mathbf{r}_3 = \left[\mathbf{I} - \mathbf{S}_{33}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{22}\mathbf{Z}\right]^{-1}\mathbf{S}_{33}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{21}\mathbf{i}_a + \left[\mathbf{I} - \mathbf{S}_{33}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{22}\mathbf{Z}\right]^{-1}\mathbf{S}_{34}\mathbf{i}_c \tag{3.124}$$

açık ifadelerine ulaşılır. Bunlar (3.111) ve (3.114) denklemlerdeki yerlerine koyulursa

$$\mathbf{r}_a = \left\{\mathbf{S}_{11} + \mathbf{S}_{12}\mathbf{Z}\left[\mathbf{I} - \mathbf{S}_{33}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{22}\mathbf{Z}\right]^{-1}\mathbf{S}_{33}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{21}\right\}\mathbf{i}_a + \mathbf{S}_{12}\mathbf{Z}\left[\mathbf{I} - \mathbf{S}_{33}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{22}\mathbf{Z}\right]^{-1}\mathbf{S}_{34}\mathbf{i}_c \tag{3.125}$$

ve

$$\mathbf{r}_c = \mathbf{S}_{43}\mathbf{Z}\left[\mathbf{I} - \mathbf{S}_{22}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{33}\mathbf{Z}\right]^{-1}\mathbf{S}_{21}\mathbf{i}_a + \left\{\mathbf{S}_{44} + \mathbf{S}_{43}\mathbf{Z}\left[\mathbf{I} - \mathbf{S}_{22}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{33}\mathbf{Z}\right]^{-1}\mathbf{S}_{22}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{34}\right\}\mathbf{i}_c \tag{3.126}$$

elde edilir. Son olarak denklemleri matrisel olarak

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_a \\ \mathbf{r}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{aa} & \mathbf{S}_{ac} \\ \mathbf{S}_{ca} & \mathbf{S}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_a \\ \mathbf{i}_c \end{bmatrix} \tag{3.127}$$

şeklinde ifade etmek mümkündür. Son olarak, (3.125) ve (3.126) eşitlikleri yardımıyla

$$\mathbf{S}_{aa} = \mathbf{S}_{11} + \mathbf{S}_{12}\mathbf{Z}\left[\mathbf{I} - \mathbf{S}_{33}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{22}\mathbf{Z}\right]^{-1}\mathbf{S}_{33}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{21} \tag{3.128}$$

ve

$$\mathbf{S}_{ca} = \mathbf{S}_{43}\mathbf{Z}\left[\mathbf{I} - \mathbf{S}_{22}\mathbf{Z}\mathbf{S}_{33}\mathbf{Z}\right]^{-1}\mathbf{S}_{21} \tag{3.129}$$

saçılma katsayıları elde edilmiş olur.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde paralel plakalı dalga kılavuzunda alan genişlemeli filtrenin Mod Eşleştirme Tekniği ve Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi Yöntemi'nin birlikte kullanılmasının sonucu olarak yapılan sayısal analiz ile hesaplamalarının sonuçları sunulmaktadır. Bu sayısal hesaplamalarda MATLAB programı tercih edilmiştir. Paralel plakalı dalga kılavuzlarından TM_n moduna ilişkin kesim frekansı

$$f_c = n\frac{c}{2b} \tag{4.1}$$

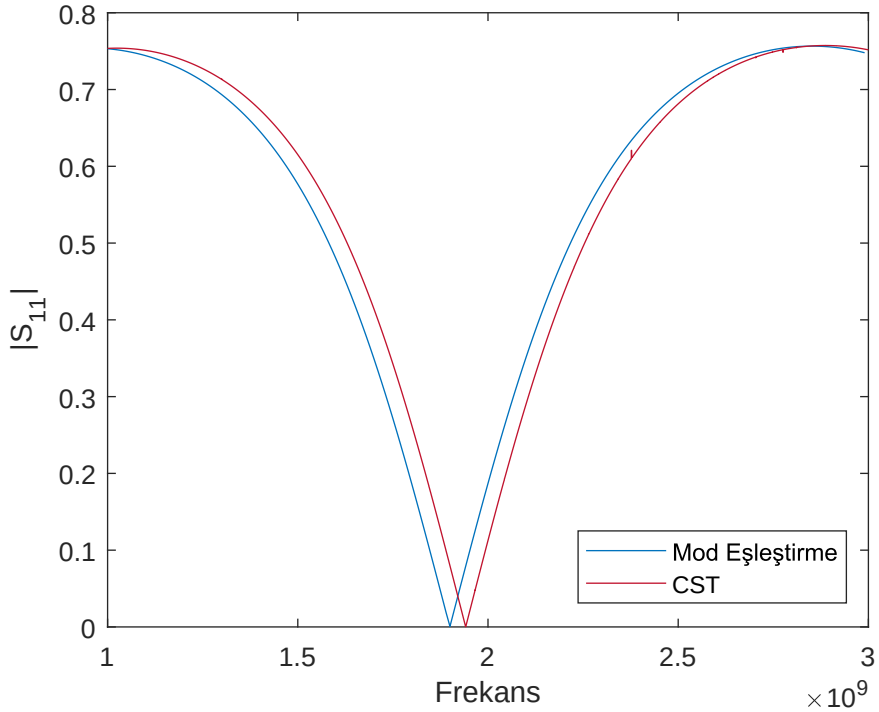
şeklindedir. Burada $c = 3 \times 10^8$ m/s ışık hızıdır. Bu çalışmada dalga kılavuzunun genişliği olarak 1-10 mm arasında değerler kullanılmıştır. (4.1) denkleminde $n = 1$ iken TM_1 moduna ilişkin kesim frekansı 15-150 GHz aralarında bulunmaktadır. Bu durumda, söz konusu problemdeki tüm dalga kılavuzu bölgelerinde sadece TEM modunun yayılacağı kesindir.

Aynı geometrik değerlere ilişkin grafiksel sonuçlar CST Microwave Studio Suite ile de benzetimler yoluyla üretilmiştir. Bu benzetimlerde elde edilen sonuçlar ile tez çalışmasında uygulanan yöntemin ürettiği sonuçlar her grafikte birbiriyle karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. İlk olarak $a = 3$ mm, $b = 8$ mm ve $L = 80$ için sonuçlar elde edilmiş ve birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Bu geometrik değerlere ilişkin yansıma ve iletim katsayıları, sırasıyla, Şekil 4.1 ve Şekil 4.2 ile gösterilmektedir. İki yöntem arasında çok az bir fark olduğu ve sonuçların birbirine oldukça yakın olduğunu görülmektedir. Bu şekiller ile söz konusu alan genişlemeli paralel plakalı dalga kılavuzunun merkezi yaklaşık 1.8 GHz frekansı civarında bulunan bir bant geçiren süzgeç gibi davranış gösterdiği anlaşılmaktadır.

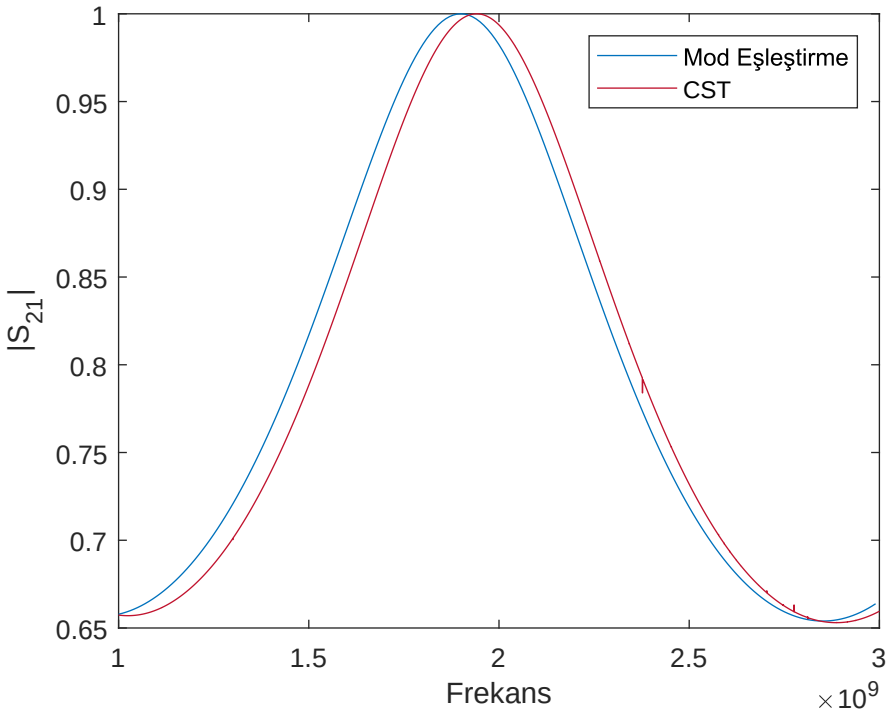
Ardından, Şekil 4.3 ve Şekil 4.4 ile $a = 4$ mm, $b = 8$ mm ve $L = 100$ için sonuçlar sunulmuştur. Burada özellikle merkez frekansın kaydığı açıkça görülmektedir. Esasen bunun sebebi L değerinin değişmiş olmasıdır.

Şekil 4.5 ile Şekil 4.16 arasındaki grafiklerde farklı a, b ve L değerleri için yansıma ve iletim katsayıları gösterilmektedir. Bunlarda da açıkça görülmektedir ki CST Microwave Studio Suite ile tezde kullanılan yöntemin sonuçları arasında oldukça iyi bir uyum söz konusudur. Ayrıca yine bu şekiller yardımıyla söylenebilir ki, a ve b arasındaki farkın değiştirilmesi bant geçiren süzgecin bant genişliğini etkilemektedir. Yalnızca L'nin

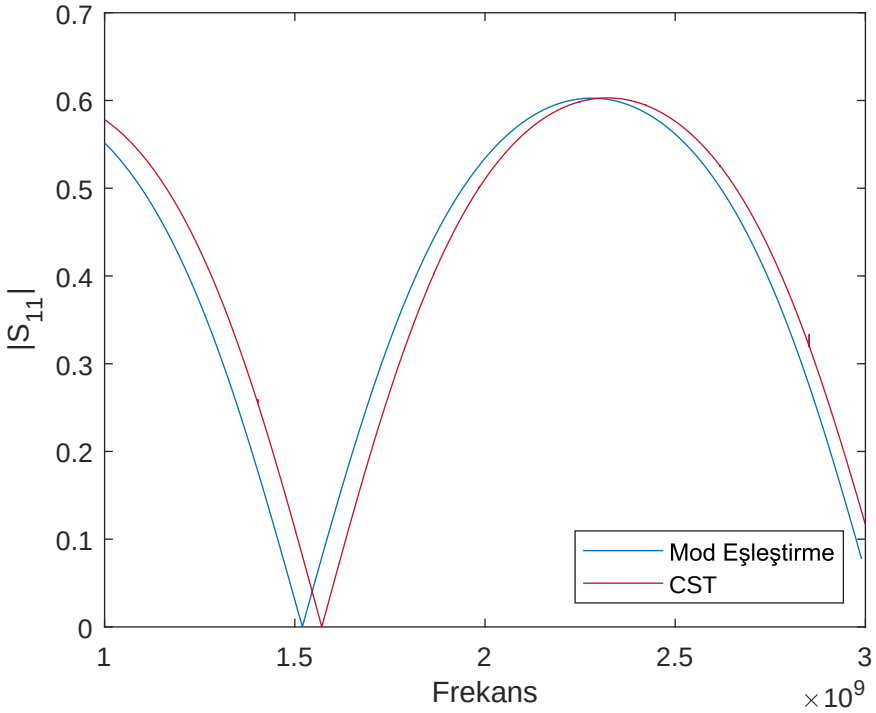
değiştirilmesinin merkez frekansı kaydırdığını açıkça sergilemek amacıyla da Şekil 4.17 ve Şekil 4.18 eklenmiştir.



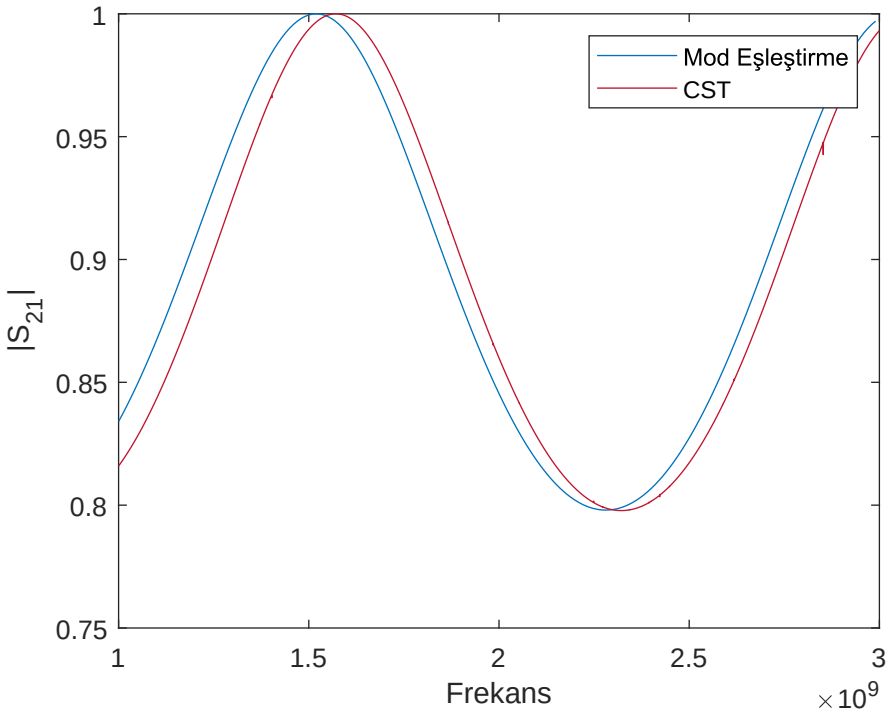
Şekil 4.1 $a = 3$ mm, $b = 8$ mm, $L = 80$ mm için S_{11} parametresinin genliği.



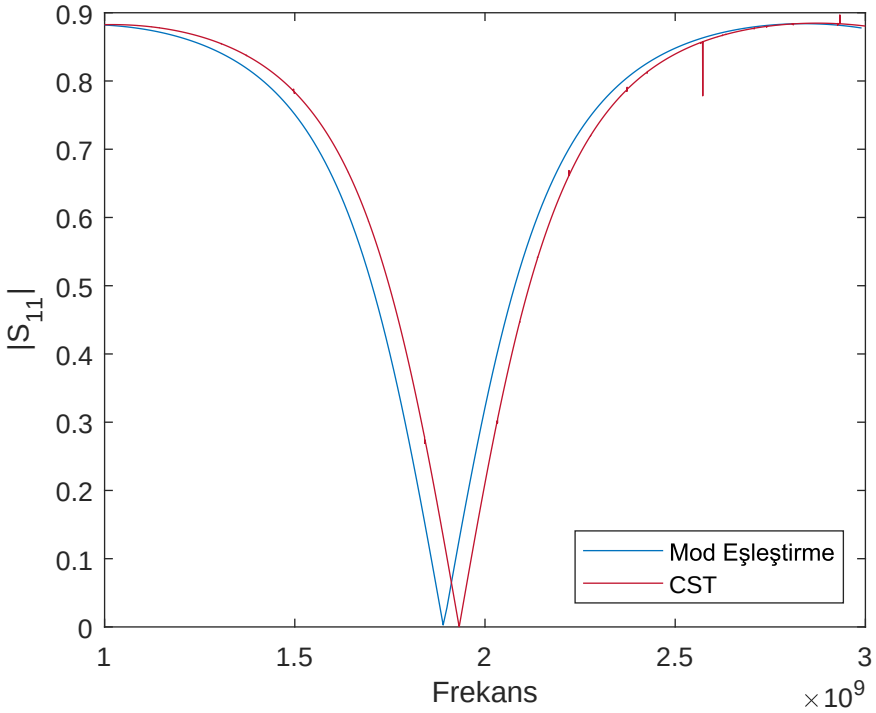
Şekil 4.2 $a = 3$ mm, $b = 8$ mm, $L = 80$ mm için S_{21} parametresinin genliği.



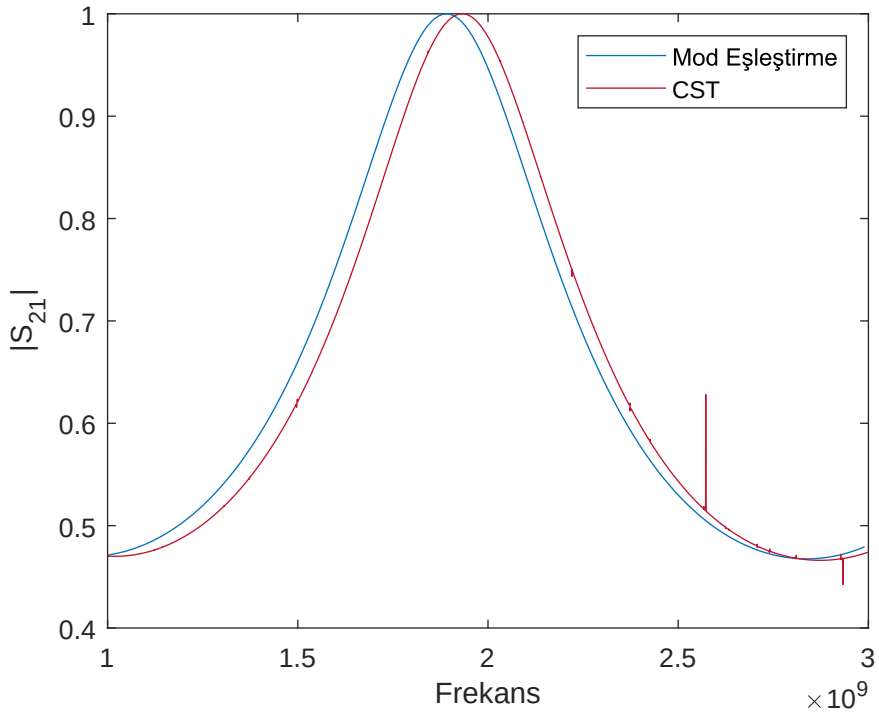
Şekil 4.3 $a = 4$ mm, $b = 8$ mm, $L = 100$ mm için S_{11} parametresinin genliği.



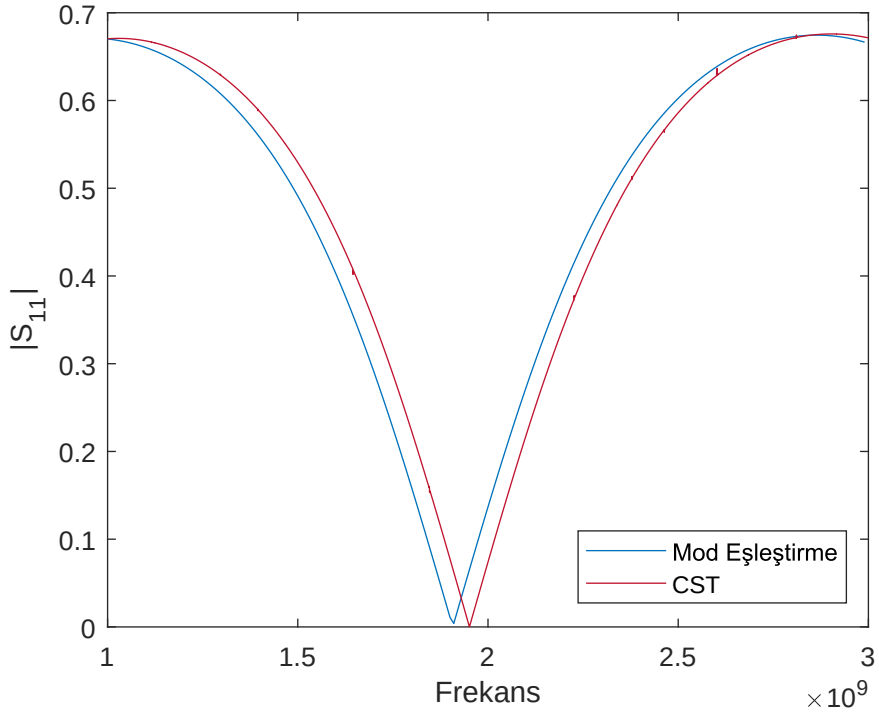
Şekil 4.4 $a = 4$ mm, $b = 8$ mm, $L = 100$ mm için S_{21} parametresinin genliği.



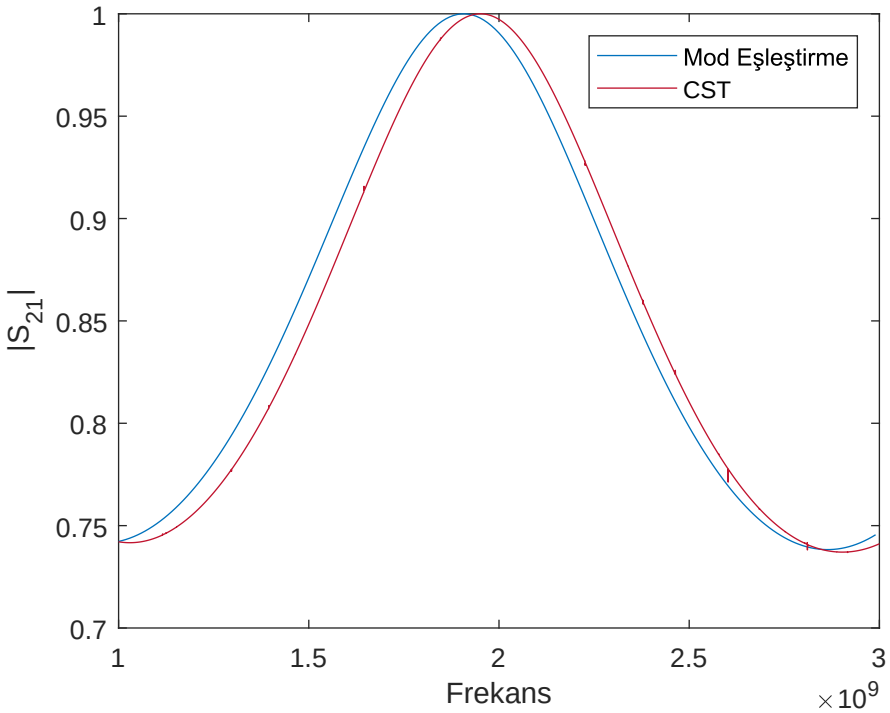
Şekil 4.5 $a = 2$ mm, $b = 8$ mm, $L = 80$ mm için S_{11} parametresinin genliği.



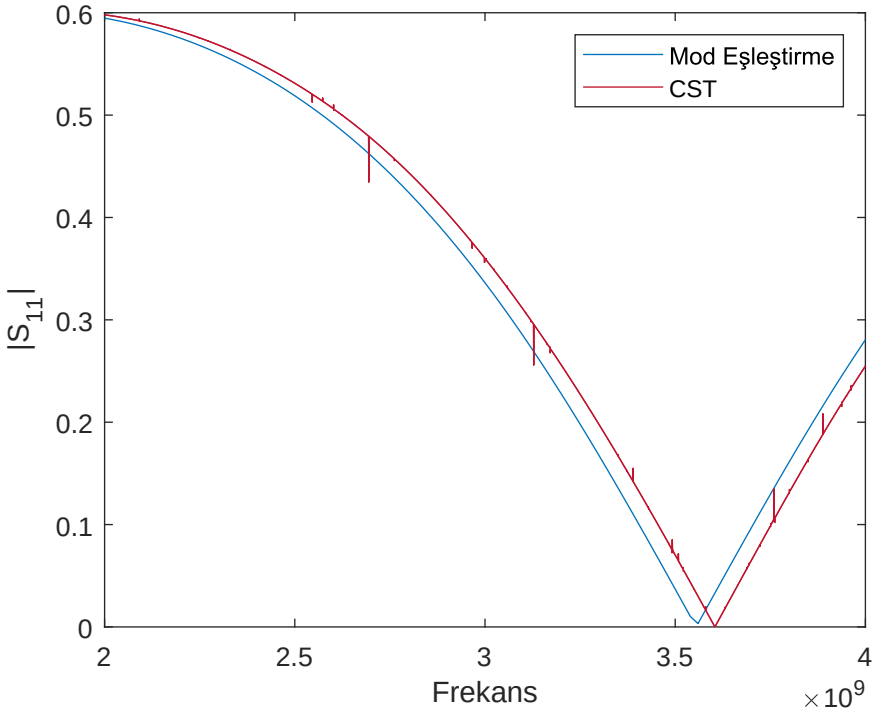
Şekil 4.6 $a = 2$ mm, $b = 8$ mm, $L = 80$ mm için S_{21} parametresinin genliği.



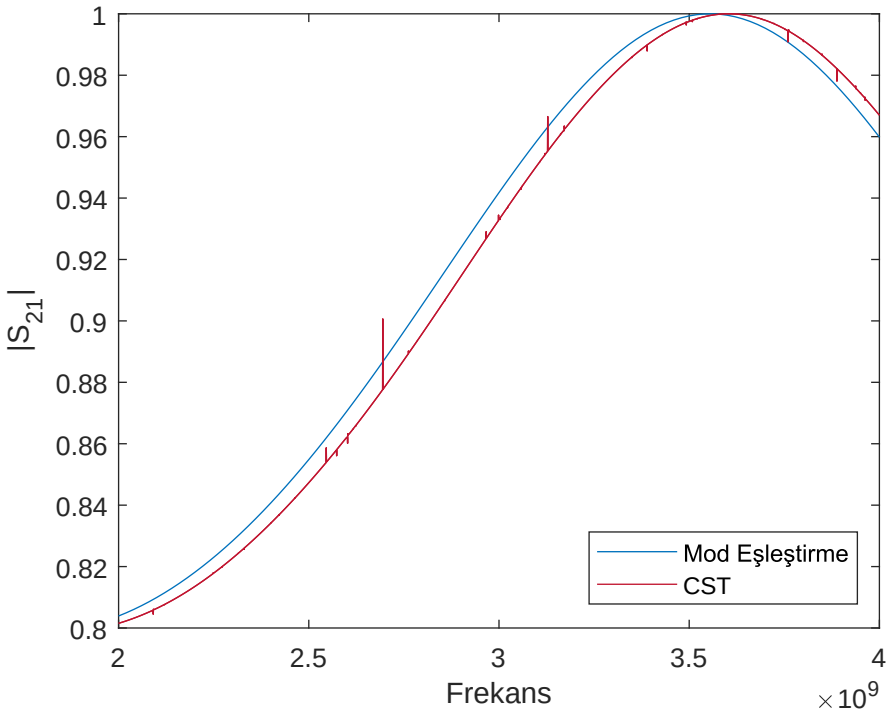
Şekil 4.7 $a = 4$ mm, $b = 9$ mm, $L = 80$ mm için S_{11} parametresinin genliği.



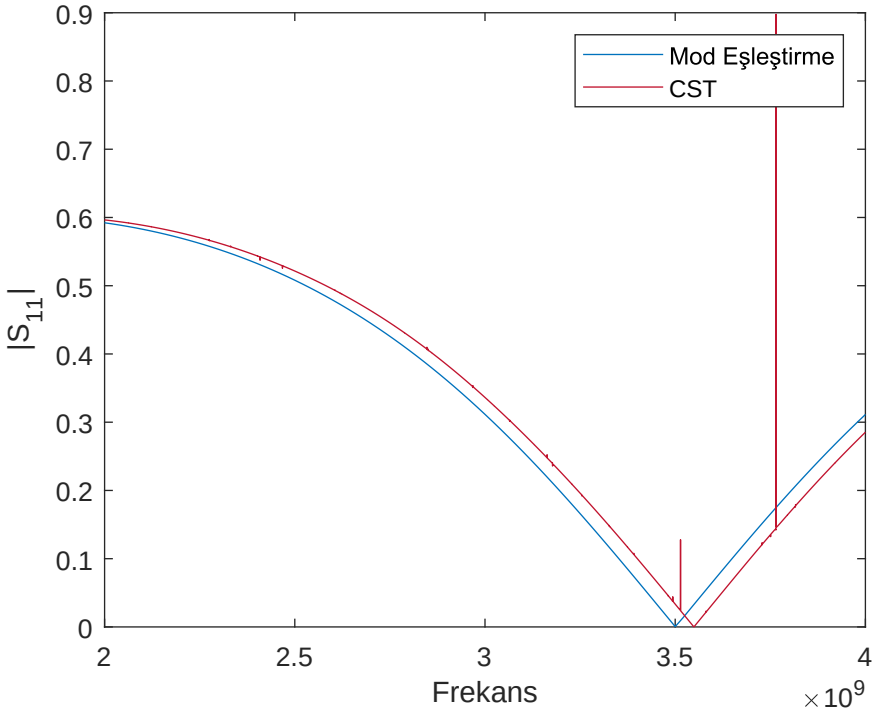
Şekil 4.8 $a = 4$ mm, $b = 9$ mm, $L = 80$ mm için S_{21} parametresinin genliği.



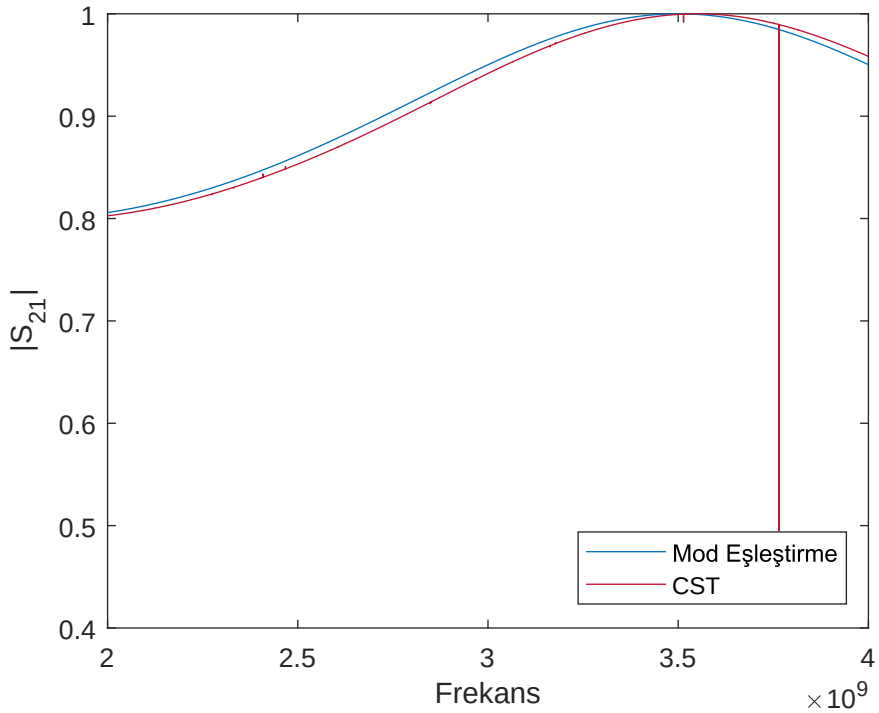
Şekil 4.9 $a = 4$ mm, $b = 8$ mm, $L = 43.5$ mm için S_{11} parametresinin genliği.



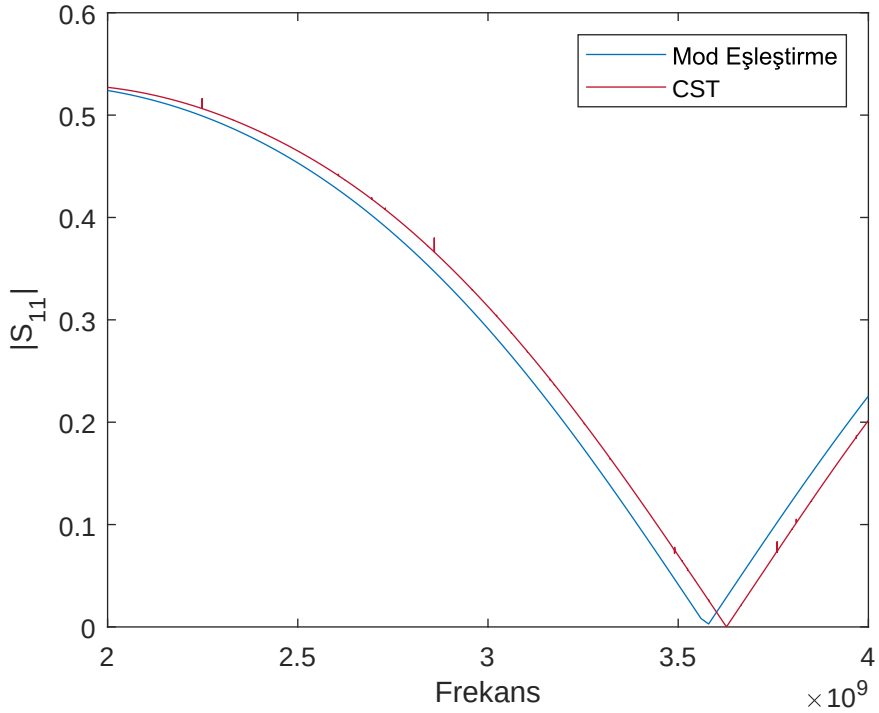
Şekil 4.10 $a = 4$ mm, $b = 8$ mm, $L = 43.5$ mm için S_{21} parametresinin genliği.



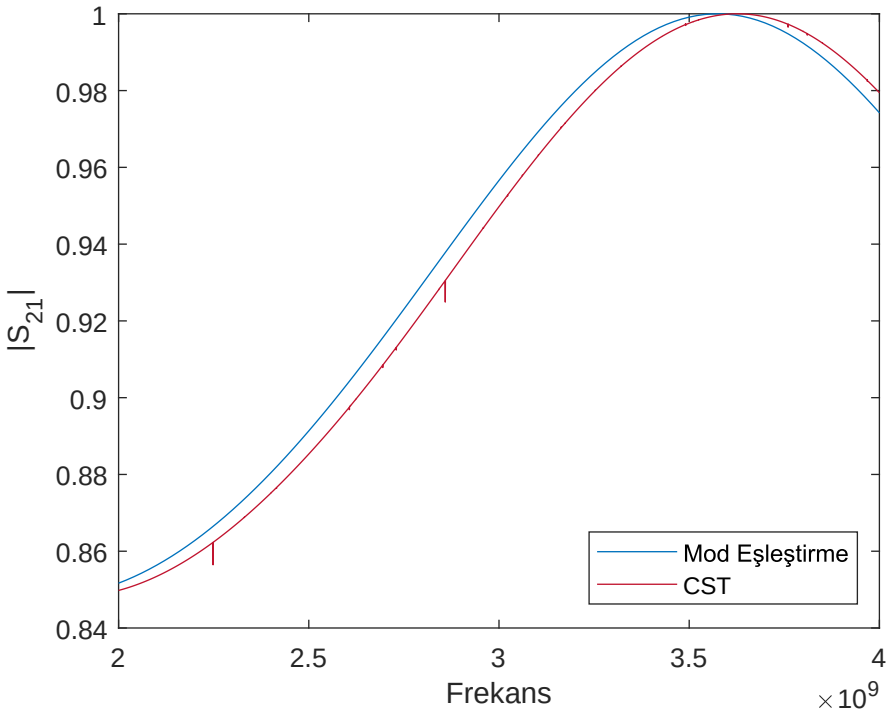
Şekil 4.11 $a = 2$ mm, $b = 4$ mm, $L = 43.5$ mm için S_{11} parametresinin genliği.



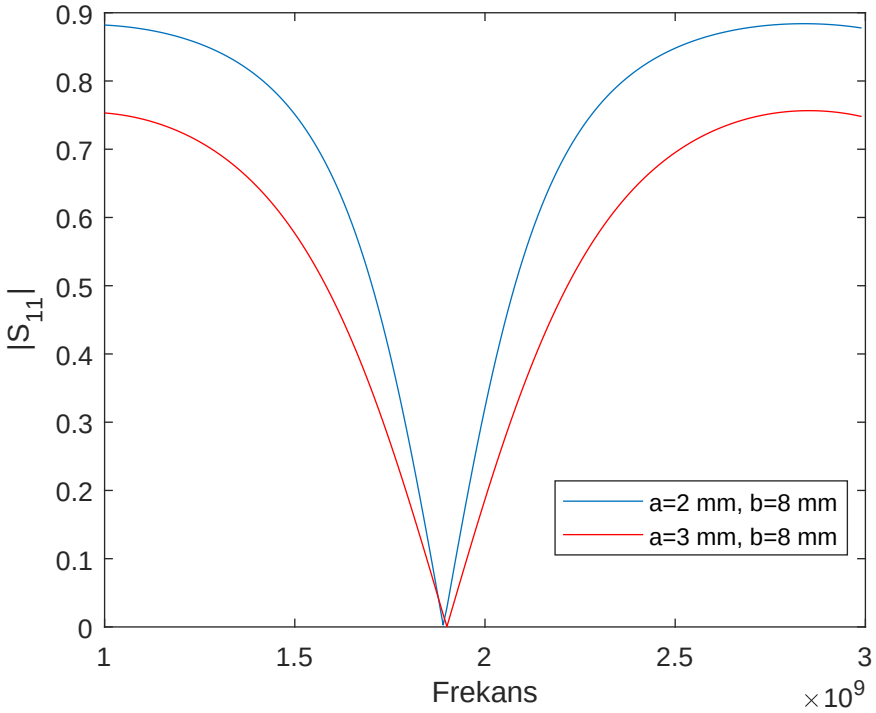
Şekil 4.12 $a = 2$ mm, $b = 4$ mm, $L = 43.5$ mm için S_{21} parametresinin genliği.



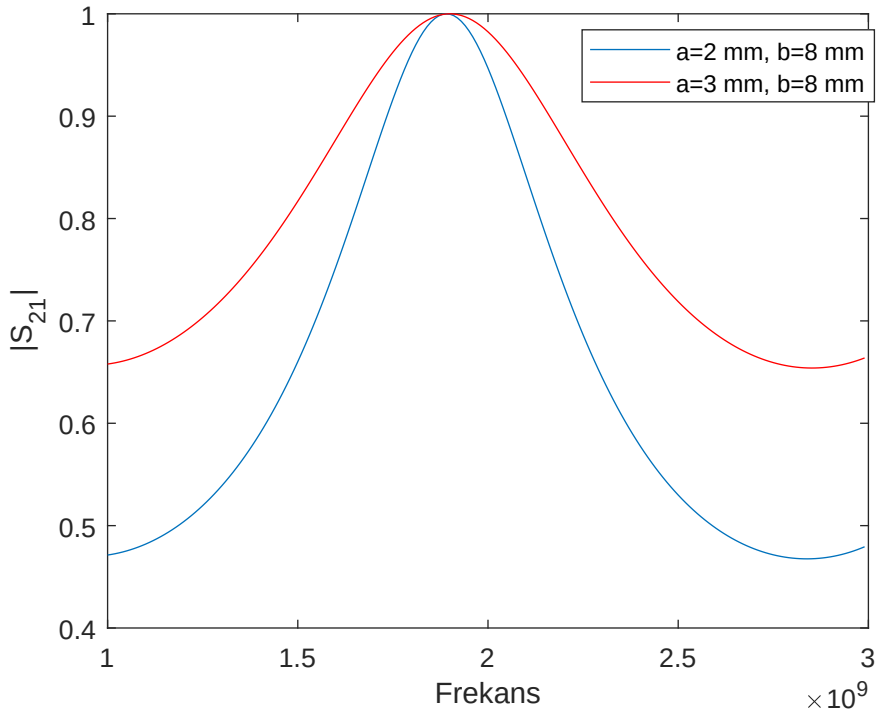
Şekil 4.13 $a = 4$ mm, $b = 9$ mm, $L = 43.5$ mm için S_{11} parametresinin genliği.



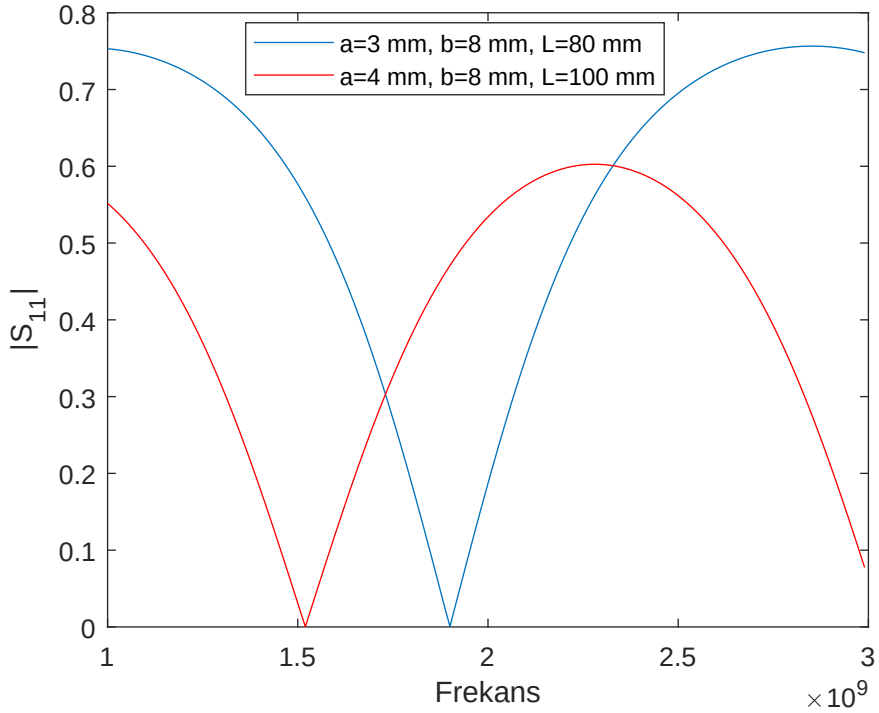
Şekil 4.14 $a = 4$ mm, $b = 9$ mm, $L = 43.5$ mm için S_{21} parametresinin genliği.



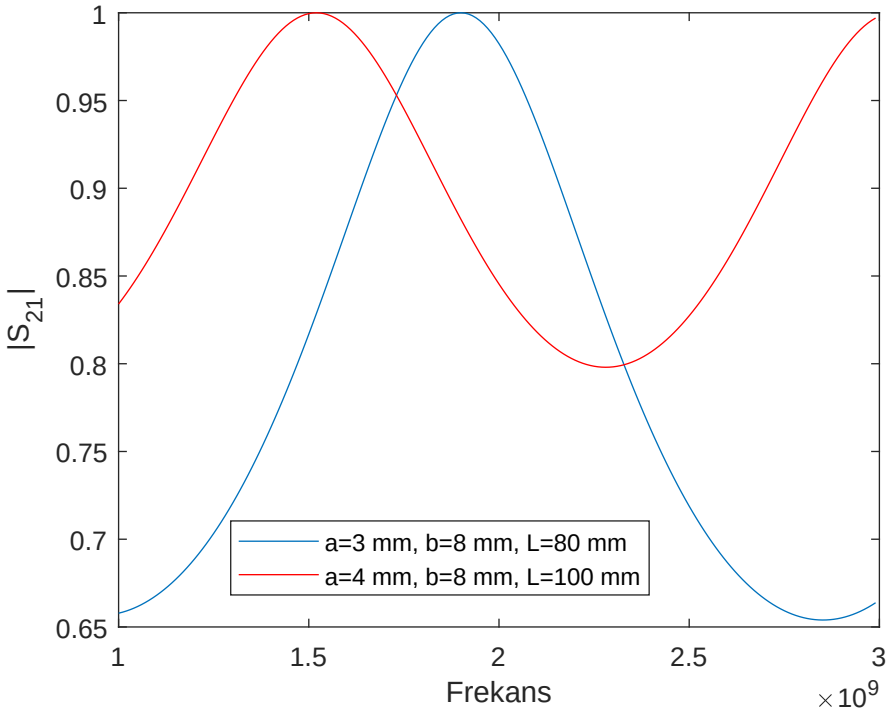
Şekil 4.15 a ve b farkına göre S_{11} parametresinin genliğinin karşılaştırılması.



Şekil 4.16 a ve b farkına göre S_{21} parametresinin genliğinin karşılaştırılması.



Şekil 4.17 Farklı L değerleri için S_{11} parametresinin genliği.



Şekil 4.18 Farklı L değerleri için S_{21} parametresinin genliği.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, bir paralel plaka dalga kılavuzunda ani alan genişlemesinin saçılma katsayıları üzerine etkisi incelenmiştir. Bunun için Mod Eşleştirme Yöntemi, Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi Yöntemi ile birlikte kullanılmıştır.

Analizin sonunda elde edilen cebirsel denklemlerin sayısal yöntemlerle çözülmesi işlemi için MATLAB programından yararlanılmıştır. Ayrıca, bu tezdeki yöntemden tamamen bağımsız olarak, aynı problemler, CST Microwave Studio Suite programı ile de benzetimler yoluyla incelenmiş ve her iki yöntemin verdiği sonuçlar birbiri ile kıyaslanmıştır..

1-3 GHz frekans aralığında yapılan incelemelerden anlaşılacağı üzere, söz konusu yapı bir bant geçiren süzgeç özelliği göstermektedir. Ayrıca sayısal sonuçlar göstermiştir ki; a ve b arasındaki farkın değiştirilmesi bant geçiren süzgecin bant genişliğini etkilemekte, L'nin değiştirilmesi ise süzgecin merkez frekansının kaymasına sebep olmaktadır.

Bu yapının sonuçları, kablosuz iletişim sistemlerinde yoğun bir şekilde kullanılan 1-3GHz frekans bandında çalışan bant geçiren süzgeç tasarımı amacıyla kullanılabilecektir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Arndt, F., Tucholke, U. ve Wriedt, T. (1984), Computer-Optimized Multisection Transformers Between Rectangular Waveguides of Adjacent Frequency Bands (Short Papers), *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 32(11): 1479–1484.

Bornemann, J. ve Arndt, F. (1987), Modal S-Matrix design of optimum stepped ridged and finned waveguide transformers, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 35(6): 561–567.

Bornemann, J. ve Taringou, F. (2011), Substrate-integrated waveguide filter design using mode-matching techniques, *2011 41st European Microwave Conference*: 1–4.

Christie, L. ve Mondal, P. (2016), Mode matching method for the analysis of cascaded discontinuities in a rectangular waveguide, *Procedia Computer Science* 93: 251–258.

Eleftheriades, G. V., Omar, A. S., Katehi, L. P. ve Rebeiz, G. M. (1994), Some important properties of waveguide junction generalized scattering matrices in the context of the mode matching technique, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 42.

Jiang, Z., Shen, Z. ve Shan, X. (2002), Mode-matching analysis of waveguide T-junction loaded with an H-plane dielectric slab, *Progress in Electromagnetics Research* 36: 319–335.

Kordiboroujeni, Z., Bornemann, J. ve Sieverding, T. (2012), Mode-matching design of substrate-integrated waveguide couplers, *2012 Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility*: 701–704.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Mittra, R. ve Lee, S. W. (1971), *Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves*. MacMillan.

Patzelt, H. ve Amdt, F. (1982), Double-plane steps in rectangular waveguides and their application for transformers, irises and filters, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 30(5): 771–776.

Wexler, A. (1967), Solution of waveguide discontinuities by modal analysis, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 15(9): 508–517.