

Girdi Gecikmeli Mobil Manipulatörlerin Pozisyon/Kuvvet Denetimi

Gülin Elibol Seçil

DOKTORA TEZİ

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Mayıs 2021

Position/Force Control of Mobile Manipulators Subject to Input Delay

Gülin Elibol Seçil

DOCTORAL DISSERTATION

Department of Electrical-Electronics Engineering

May 2021

Girdi Gecikmeli Mobil Manipulatörlerin Pozisyon/Kuvvet Denetimi

Gülin Elibol Seçil

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı
Kontrol ve Kumanda Sistemleri Bilim Dalında
DOKTORA TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Prof. Dr. Osman PARLAKTUNA

Mayıs 2021

ETİK BEYAN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Prof. Dr. Osman PARLAKTUNA danışmanlığında hazırlamış olduğum “**Girdi Gecikmeli Mobil Manipulatörlerin Pozisyon/Kuvvet Denetimi**” başlıklı tezimin özgün bir çalışma olduğunu; tez çalışmamın tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; tezimde verdiğim bilgileri, verileri akademik ve bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak elde ettiğimi; tez çalışmamda yararlandığım eserlerin tümüne atıf yaptığımı ve kaynak gösterdiğimi ve bilgi, belge ve sonuçları bilimsel etik ilke ve kurallara göre sunduğumu beyan ederim. 24/05/2021

Gülin Elibol Seçil

ÖZET

Mobil manipülatörlerin; manipülasyon için sabit tabanlı manipülatörlere göre daha geniş bir çalışma uzayına sahip olmaları, endüstriyel, savunma, uzay araştırmaları gibi pek çok alanda kullanımlarını yaygınlaştırmaktadır. Mobil manipülasyon sırasında platformun ve manipülatörün eş zamanlı olarak denetlenmesi gerekmektedir. Ancak mobil manipülatör dinamiğinin doğrusal olmaması, belirsizlikler, bozucu etkiler ve kısıt kuvvetleri içermesi, mobil manipülatörün girdi (giriş) zaman gecikmesine maruz kalması ve platform ile manipülatörün bağlantılı dinamiği sebebiyle eş zamanlı çalışan denetleyici tasarlamak oldukça zordur. Tez kapsamında mobil manipülatörün pozisyon ve kuvvet denetimi gerçekleştirilmektedir. Tezde dinamiği belirsizlik, bozucu etkiler, holonomik ve holonomik olmayan kısıtlar içeren mobil manipülatörün indirgenmiş durum dinamik modeli sunulmakta ve bu model hem platform ve manipülatörün eş zamanlı denetimi hem de manipülatörün yüzeye temas edip/etmediği durumlarda pozisyon/kuvvet denetimi için temel oluşturmaktadır. Literatürde mobil manipülatörün pozisyon/kuvvet denetimi için önerilen gürbüz denetleyicilerden farklı olarak; pozisyon/kuvvet takibinde daha iyi başarımlar sağlamak için gürbüz geri beslemeli denetleyici tasarlanmaktadır. Tasarlanan denetleyicinin gerçekçi kısıtlar altındaki başarımının gösterilmesi için Gazebo ve Matlab-Simulink ortamında benzetim gerçekleştirilmektedir. Buna ek olarak, giriş zaman gecikmesine maruz kalan mobil manipülatörlerin denetimi için var olan çalışmalarda, giriş gecikmesinin bilindiği ve sabit olduğu varsayılmaktadır. Literatürde bilinmeyen ve zamanla değişen giriş gecikmesine sahip mobil manipülatörün pozisyon/kuvvet denetimine yeterince değinilmediği göz önünde bulundurularak; tezde zaman gecikmelerinin sebep olduğu olumsuz etkilere karşı mobil manipülatör için bölgesel ve yarı-küresel pozisyon/kuvvet takibini sağlayan denetleyiciler tasarlanmaktadır. Dinamiğinde giriş zaman gecikmesi, belirsizlikler, çevresel ve modellenemeyen bozucu etkiler, holonomik/holonomik olmayan kısıtlar, kare olmayan giriş dönüşüm matrisi bulunan ve görev uzayının boyutundan fazla eyleyiciye sahip olan mobil manipülatörlerin yarı-küresel pozisyon/kuvvet yörüngelerinin takibini sağlayan özgün gürbüz geri beslemeli denetleyici tasarımının ise ilgili literatürde yapılan çalışmalara büyük katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Lyapunov tabanlı kararlılık analizi ile bölgesel/yarı-küresel ve hatanın mutlak bir sınıra yakınsadığı sonuçlar elde edilmekte olup; tasarlanan tüm denetleyiciler, hem pozisyon hem de pozisyon/kuvvet yörüngelerinin takibini başarılı bir şekilde sağlamaktadır.

Anahtar Kelimeler: Mobil manipülatör, pozisyon/kuvvet takibi, giriş gecikmeli sistemler, zamanla değişen giriş gecikmesi, kısıtlı hareket, gürbüz denetleyici

SUMMARY

Due to the fact that mobile manipulators have a more extensive workspace with respect to a fixed-base manipulator for manipulation; their use is becoming widespread in many areas such as industrial, space exploration, defense, etc. During mobile manipulation, both the platform and the manipulator need to be controlled simultaneously. Since the mobile manipulators have non-linear dynamics, uncertainties, disturbances and constraint forces, coupled dynamics between the platform and manipulator, and input delay in their dynamics, the simultaneous control design for mobile manipulator is challenging. The position/force control of the mobile manipulator is carried out within this dissertation. The reduced-order dynamic model of the mobile manipulator which has uncertainty, disturbances, holonomic and non-holonomic constraints in its dynamics is presented and this model provides the basis for both the simultaneous movement of the platform and the manipulator and the position/force control whether the end effector touches the surface or not. Unlike the proposed robust controllers in the relevant literature for position/force control for the mobile manipulator, a novel robust feedback controller is designed to provide better performance in position/force tracking. The simulation is carried out in the Gazebo with Matlab-Simulink environment to show that the designed controller operates under realistic constraints. In addition to that, in previous studies for the control of mobile manipulators, which is subjected to input time delay, the value of the input delay is assumed to be known and constant. Considering that the position/force control of the mobile manipulator with an unknown and time-varying input delay in the literature is not studied sufficiently, controllers that provides local and semi-global position/force tracking for the mobile manipulator and overcomes the disturbances caused by time delays is designed in the dissertation. The robust controller which provides semi-global tracking of position/force trajectories of the mobile manipulator; whose dynamic model has input delay, uncertain parameters, environmental and unmodelled disturbance effects, non-square input transformation matrix, both holonomic and non-holonomic constraints, redundancy; is considered as it contributes greatly to the studies in the relevant literature. Lyapunov based stability analysis is used to provide local/semi-global UUB results and designed controllers in this dissertation successfully track both the position and position/force trajectories.

Keywords: Mobile manipulator, position/force tracking, input delay systems, time-varying input delay, constrained motion, robust controller

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	vi
SUMMARY	vii
TEŞEKKÜR	viii
İÇİNDEKİLER	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xvi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xvii
1. GİRİŞ VE AMAÇ	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	3
2.1. Mobil Manipülator Tanımı	3
2.2. Mobil Manipülator Pozisyon-Kuvvet Denetimi	4
2.3. Gecikmeli Mobil Manipülator Sistemlerinde Pozisyon-Kuvvet Denetimi	7
3. MATEMATİKSEL MODEL	13
3.1. Kısıtlı Mobil Manipülator ve Dinamiği	13
3.1.1. Mobil manipülator	13
3.1.1.1. Hareketli platform	13
3.1.1.2. Manipülator	14
3.1.2. Kısıtlar ve Kısıt Kuvveti	16
3.1.2.1. Holonomik kısıtlar	17
3.1.2.2. Holonomik olmayan kısıtlar	17
3.1.3. Genelleştirilmiş Koordinatlar ile Dinamik Model	18
3.1.4. Birleşik Eklem Uzayı Dinamik Modeli	20
3.1.5. Görev Uzayı Dinamik Modeli	22
3.1.6. İndirgenmiş Durum Dinamik Modeli	23
4. YÖNTEM	27
4.1. Mobil Manipülatorün Pozisyon/Kuvvet Denetimi	27
4.1.1. Hesaplanmış tork denetleyici tasarımı	27

İÇİNDEKİLER (devam)

4.1.2.	Gürbüz denetleyici tasarımı	31
4.1.2.1.	<u>Denetleyici tasarımı</u>	31
4.1.2.2.	<u>Kararlılık analizi</u>	34
4.2.	Giriş Zaman Gecikmesine Maruz Kalmış Mobil Manipülatörün Pozisyon/Kuvvet Kontrolü	37
4.2.1.	Giriş zaman gecikmesine maruz kalmış mobil manipülatör dinamik modeli	38
4.2.2.	Bölgesel UUB pozisyon-kuvvet takibi için gürbüz denetleyici tasarımı	39
4.2.2.1.	<u>Denetleyici tasarımı</u>	39
4.2.2.2.	<u>Kararlılık analizi</u>	41
4.2.3.	Yarı-Küresel UUB pozisyon-kuvvet takibi için gürbüz denetleyici tasarımı	50
4.2.3.1.	<u>Denetleyici tasarımı</u>	50
4.2.3.2.	<u>Kararlılık analizi</u>	52
5.	BULGULAR VE TARTIŞMA	63
5.1.	Mobil Manipülatörler için Pozisyon-Kuvvet Denetimi Benzetim Sonuçları .	63
5.1.1.	Hesaplanan tork yöntemine ait benzetim sonuçları	63
5.1.2.	Gürbüz denetleyiciye ait benzetim sonuçları	66
5.1.2.1.	<u>Simulink platformundan elde edilen sonuçlar</u>	66
5.1.2.2.	<u>Gazebo platformunda elde edilen sonuçlar</u>	76
5.2.	Giriş Zaman Gecikmesine Maruz Kalmış Mobil Manipülatörler için Pozisyon-Kuvvet Denetimi Benzetim Sonuçları	82
5.2.1.	Bölgesel UUB pozisyon-kuvvet takibi sağlayan gürbüz denetleyici benzetim sonuçları	82
5.2.2.	Yarı-Küresel UUB pozisyon-kuvvet takibi sağlayan gürbüz denetleyici benzetim sonuçları	88
5.2.3.	Giriş gecikmesinin frekans değişimine göre gürbüzlük analizi	93
5.2.4.	Giriş gecikmesinde genlik değişimine göre gürbüzlük analizi	96
5.2.5.	Bozucu etkinin genlik değişimine göre gürbüzlük analizi	100
5.2.6.	Bozucu etkinin frekans değişimine göre gürbüzlük analizi	104
6.	SONUÇ VE ÖNERİLER	107
	KAYNAKLAR DİZİNİ	110

İÇİNDEKİLER (devam)

EK AÇIKLAMALAR	121
Ek Açıklama-A:Bölüm 5.1.1 Parametreler ve Matrisler	121
Ek Açıklama-B:Bölüm 5.1.2 Parametreler ve Matrisler	122
Ek Açıklama-C:Bölüm 5.2.1 Parametreler ve Matrisler	125
Ek Açıklama-D:Bölüm 5.2.2 Parametreler ve Matrisler	126

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
3.1 Hareketli platformun $\{p\}$, hareketli platformun ağırlık merkezinin $\{COG\}$ ve dünya $\{w\}$ koordinat sistemleri	14
3.2 Manipülâtörün uç noktasının $\{e\}$ ve tabanının $\{b\}$ koordinat sistemleri	15
5.1 Platform için hedeflenen ve takip edilen pozisyon yörüngesi	63
5.2 Manipülâtöre ait bağların ağırlık merkezlerinin izledikleri yörünge	64
5.3 Birinci eklem açısının takip ettiği yörünge	65
5.4 Pozisyon takip hatası	65
5.5 Kuvvet takibi hatası	66
5.6 Mobil Manipülâtör ve Dik Yüzey İçeren Benzetim Ortamı	67
5.7 (a) Uç Noktasının Hedeflenen 3 Boyutlu Yörüngesi, Uç noktası ve Platformun Hareketi: (b) X-Y-Z görünümü, (c) X-Y görünümü	71
5.8 Uç noktasının hedeflenen ve gerçek pozisyonu: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Uç noktasının hedeflenen ve gerçek kuvveti	72
5.9 Mobil manipülâtörün uç noktasının pozisyon takip hatası	73
5.10 Mobil manipülâtörün uç noktasının kuvvet takibi hatası	73
5.11 Denklem (5.8)'de verilen holonomik kısıt fonksiyonu değeri	74
5.12 Denklem (5.1)'de verilen holonomik olmayan kısıt fonksiyonu değeri	74
5.13 Uygulanan kontrol girişi: (a) mobil manipülâtör için, (b) kuvvet takibi için, (c) sol tekerlek için, (d) sağ tekerlek için, (e) birinci eklem için, (f) ikinci eklem için	75
5.14 Gazebo platformunda oluşturulan: (a) mobil manipülâtör, mobil manipülâtörün: (b) eklemleri, (c) ağırlık merkezleri, (d) koordinat sistemleri	76
5.15 Gazebo benzetimi akış diyagramı	77
5.16 Gazebo benzetiminden elde edilen eklem pozisyonları: (a) sağ tekerlek için, (b) sol tekerlek için, (c) birinci eklem için, (d) ikinci eklem için	78
5.17 Gazebo benzetiminden elde edilen eklem hızları: (a) sağ tekerlek için, (b) sol tekerlek için, (c) birinci eklem için, (d) ikinci eklem için	79
5.18 Hareketli platformun: (a) doğrusal hızı, (b) açısal hızı, (c) yörüngesi, (d) baş açısı	79
5.19 Gazebo benzetiminden elde edilen uç noktasının ve platformun hareketi: (a, b) X-Y-Z görünümü, (c) X-Y görünümü	80
5.20 Hedeflenen ve gerçek pozisyon yörüngeleri: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca	80

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
5.21 Hedeflenen yörüngeler için ölçülen ve Gazebo benzetiminden elde edilen ölçümlerden hesaplanan tork değerleri: (a) sağ tekerlek için, (b) sol tekerlek için, (c) birinci eklem için, (d) ikinci eklem için	81
5.22 Uç Noktasının Hedeflenen 3 Boyutlu Yörüngesi	83
5.23 Uç noktası ve Platformun Hareketinin X-Y-Z ve X-Y görünümü	83
5.24 Uç noktasının hedeflenen ve gerçek pozisyonu: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Uç noktasının hedeflenen ve gerçek kuvveti	84
5.25 Mobil manipülatörün uç noktasının pozisyon takip hatası	85
5.26 Mobil manipülatörün uç noktasının kuvvet takibi hatası	85
5.27 Denklem (5.8)'de verilen holonomik kısıt fonksiyonu değeri	86
5.28 Denklem (5.1)'de verilen holonomik olmayan kısıt fonksiyonu değeri	86
5.29 Uygulanan kontrol girişi: (a) mobil manipülatör için, (b) kuvvet takibi için, (c) sol tekerlek için, (d) sağ tekerlek için, (e) birinci eklem için, (f) ikinci eklem için	87
5.30 Uç noktası ve platformun hareketinin X-Y-Z ve X-Y görünümü	88
5.31 Uç noktasının hedeflenen ve gerçek pozisyonu: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Uç noktasının hedeflenen ve gerçek kuvveti	89
5.32 Mobil manipülatörün uç noktasının pozisyon takip hatası	90
5.33 Mobil manipülatörün uç noktasının kuvvet takibi hatası	90
5.34 Denklem (5.8)'de verilen holonomik kısıt fonksiyonu değeri	91
5.35 Denklem (5.1)'de verilen holonomik olmayan kısıt fonksiyonu değeri	91
5.36 Uygulanan kontrol girişi: (a) mobil manipülatör için, (b) kuvvet takibi için, (c) sol tekerlek için, (d) sağ tekerlek için, (e) birinci eklem için, (f) ikinci eklem için	92
5.37 Giriş gecikme frekansındaki değişimine göre elde edilen karekök ortalama pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Ortalama	94
5.38 Yarı-Küresel UUB sonuç veren denetleyiciye ait giriş gecikme frekansındaki değişime göre elde edilen pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca	95
5.39 Bölgesel UUB sonuç veren denetleyiciye ait giriş gecikme frekansındaki değişime göre elde edilen pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca	95

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
5.40 Giriş gecikmesinin ortalama değişimine göre elde edilen karekök ortalama pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Ortalama	96
5.41 Yarı-küresel UUB sonuç veren denetleyiciye ait giriş gecikmesinin ortalamasındaki değişime göre elde edilen pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca	97
5.42 Bölgesel UUB sonuç veren denetleyiciye ait giriş gecikmesinin ortalamasındaki değişime göre elde edilen pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca	97
5.43 Giriş gecikmesinin genlik değişimine göre elde edilen karekök ortalama pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Ortalama	98
5.44 Yarı-küresel UUB sonuç veren denetleyiciye ait giriş gecikmesinin genlik değişimine göre elde edilen pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca,	99
5.45 Bölgesel UUB sonuç veren denetleyiciye ait giriş gecikmesinin genlik değişimine göre elde edilen pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca,	99
5.46 Platforma ait bozucu etki değişimine göre elde edilen karekök ortalama pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Ortalama	100
5.47 Platforma ait bozucu etki değişimine göre yarı-küresel UUB denetleyici pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca	101
5.48 Platforma ait bozucu etki değişimine göre bölgesel UUB denetleyici pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca	101
5.49 Manipülatöre ait bozucu etki değişimine göre elde edilen karekök ortalama pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Ortalama	102
5.50 Manipülatöre ait bozucu etki değişimine göre yarı-küresel UUB denetleyici pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca	103

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
5.51 Manipülatöre ait bozucu etki değişimine göre bölgesel UUB denetleyici pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca	103
5.52 Bozucu etkinin frekans değişimine göre elde edilen karekök ortalama pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Ortalama	104
5.53 Bozucu etkinin frekans değişimine göre yarı-küresel UUB denetleyici pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca	105
5.54 Bozucu etkinin frekans değişimine göre bölgesel UUB denetleyici pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca	105

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
3.1 RR Manipülâtörün Denavit–Hartenberg (D-H) Parametreleri	15
A.1 Bölüm 5.1.1’de Gerçekleştirilen Benzetimde Kullanılan Dinamik Model Parametreleri	121
A.2 Bölüm 5.1.1’de Gerçekleştirilen Benzetimde Kullanılan Başlangıç Koşullarının ve Kontrol Kazançlarının Değerleri	121
A.3 Bölüm 5.1.1’de Gerçekleştirilen Benzetimde Kullanılan Hedeflenen Yörüngeler	121
B.1 Bölüm 5.1.2, 5.2.1 ve 5.2.2’te Gerçekleştirilen Benzetimlerde Kullanılan Mobil Manipülâtör Dinamik Modeli (Wu ve Hu, 2004)	122
B.2 Bölüm 5.1.2, 5.2.1 ve 5.2.2’te Gerçekleştirilen Benzetimlerde Kullanılan Dinamik Model Parametreleri	123
B.3 Birleşik Eklem Uzayı ile Görev Uzayı arasındaki Jacobian Matrisi ve Zamana Bağlı Türevi	123
B.4 Bölüm 5.1.2’de Gerçekleştirilen Benzetimde Kullanılan Hedeflenen Kuvvet ve Pozisyon Yörüngeleri	124
B.5 Bölüm 5.1.2’de Gerçekleştirilen Benzetimde Kullanılan Başlangıç Koşulları ve Kontrol Kazanç Matrisleri	124
C.1 Bölüm 5.2.1’de Gerçekleştirilen Benzetimde Kullanılan Başlangıç Koşulları ve Kontrol Kazanç Matrisleri	125
C.2 Bölüm 5.2.1 ve 5.2.2’te Gerçekleştirilen Benzetimlerde Kullanılan Hedeflenen Kuvvet ve Pozisyon Yörüngeleri	125
D.1 Bölüm 5.2.2’te Gerçekleştirilen Benzetimde Kullanılan Başlangıç Koşulları ve Kontrol Kazanç Matrisleri	126

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Kısaltma	Tanım
G-UUB	Küresel Düzgün Mutlak Sınırlı.
LP	Doğrusal parametrelerine ayrılabilme.
P	Oransal denetleyici.
PD	Oransal-türev denetleyici.
PID	Oransal-türev-tümlev denetleyici.
SG-UUB	Yarı-Küresel Düzgün Mutlak Sınırlı.
UUB	Düzgün Mutlak Sınırlı (ing. uniformly ultimately bounded).
WMR	Tekerlekli mobil robot.

1. GİRİŞ VE AMAÇ

Gelişen teknoloji ile birlikte robotik sistemlerin temin edilebilirliği ve kullanım alanları artmaktadır. Son yıllarda, hem kendi çevrelerinde hareket etme kabiliyetine sahip hareketli platformlar (mobil robot) hem de tut-yerleştir, temizleme gibi manipülasyon özelliğine sahip sabit tabanlı robot kolları (manipülatörler) endüstriyel ve servis robotları olarak sıkça kullanılmaktadır. Robotik sistemlerin geliştirilmesinde bu iki farklı robotik sistemin birlikte kullanılması ile mobil manipülatörler tasarlanmakta ve mobil manipülasyon gerçekleştirilmektedir.

Mobil manipülatör hareketli bir platform üzerine monte edilmiş manipülatörden oluşan robotik bir sistemdir. Manipülatöre hareket kabiliyetinin kazandırılması sonucunda, manipülatörün çalışma uzayı genişletilmektedir. Buna ek olarak, platforma monte edilmiş bir manipülatör belirli görevleri sabit tabanlı bir manipülatöre göre daha verimli bir şekilde yürütmek için kinematik artıklığa sahiptir (Tan ve Xi, 2001). Son yıllarda mobil manipülatörlere yönelik araştırmaların önemi ve sayısı artmaktadır (Schneier ve Bostelman, 2015). Bu robotik sistemler de endüstriyel uygulamalar için ticari araçlar haline gelmiş bulunmakta ve bu uygulamalara ek olarak uzay araştırmaları, savunma, sağlık, servis ve ev içi alanlarında da birbirinden farklı görevleri gerçekleştirmek için kullanılmaktadır. Bahsi geçen tüm bu alanlarda mobil manipülasyon sırasında mobil manipülatörün pozisyon denetimi (kontrolü) ve herhangi bir yüzey ya da nesne ile teması sırasında ise pozisyon/kuvvet denetimi gerçekleştirilmektedir. Mobil manipülatörlerin pozisyon/kuvvet denetimi için hem hareketli platformun hem de manipülatörün denetiminin sağlanması gerekmektedir. Mobil manipülatörler için denetim yöntemi geliştirilmesi, platform ve manipülatör arasındaki dinamik etkileşim, yapısal ve yapısal olmayan belirsizlikleri içeren doğrusal olmayan dinamiğe sahip olmaları (Kaczmarek vd., 2017; Li ve Ge, 2013), fazla serbestlik derecesine sahip olmaları sebebiyle artık serbestlik problemi içermeleri (Tan ve Xi, 2001; Weimin Ge vd., 2008), hedeflenen görevden ya da manipülatörün yapısından kaynaklanan holonomik kısıtlamalar ve platformun hareketini kısıtlayan holonomik olmayan kısıtlamalar (Tzafestas, 2014) sebebiyle oldukça zordur. Bu tezin amaçlarından ilki, dinamiğinde belirsizlikler ve bozan etkenler (bozucu etkiler) bulunan, holonomik ve holonomik olmayan kısıtlara sahip bir mobil manipülatörün uç noktasının hedeflenen pozisyon ve kuvvet yörüngelerini takip etmesini sağlayacak bir denetleyici (kontrolör) tasarlanması ve test edilmesidir.

Mobil manipulatörler tüm robotik sistemler gibi hareketlerini eklemlerinde bulunan motorlar aracılığıyla gerçekleştirmektedir. Tasarlanan denetleyiciler ile hedeflenen görevin yerine getirilmesi için gerekli olan tork değeri hesap edilmektedir. Özellikle gerçek zamanlı uygulamalarda, motor dinamiğinden, denetim işaretinin (sinyalinin) üretilmesi için gerçekleşen veri tabanlı işlemlerden veya denetim işaretinin üretilip, eyleyicinin hareket ettirilmesine kadar geçen süre sebebiyle gecikme yaşanmaktadır.

Gecikme algılayıcılardan gelen verinin elde edilmesi, işlenmesi ya da işlenen veriler sonucu motorların çalışması gibi işlemler için gerekli olan zamandan kaynaklanmaktadır. Zaman gecikmesi ise bir girdinin (girişin) sisteme uygulanması ile sistemin tepkisinin başlangıcı arasında kalan zaman ya da sisteme uygulanan girişin değiştirilmesi ile tepkisindeki değişim arasındaki zaman aralığı olarak tanımlanmaktadır. Sistemin girişinde veya durumlarında zaman gecikmesi olması, denetleyici tasarımında karmaşıklık ve kapalı döngü sistem için kararsızlık yaratan önemli bir etkidir (Bekiaris-Liberis ve Krstic, 2013a). Tez kapsamında gerçekleştirilmesi hedeflenen başka bir amaç ise, zamanla değişen ve bilinmeyen giriş zaman gecikmesine maruz kalmış, dinamiğinde kare olmayan giriş dönüşüm matrisine, denetlenecek durumlara göre fazla eyleyiciye, belirsizlik, bozucu etkilere, holonomik ve holonomik olmayan kısıtlara sahip bir mobil manipulatör için pozisyon/kuvvet yörüngelerinin takibini sağlayacak denetleyici tasarlanmasıdır.

Bu tez kapsamında, Bölüm 2’de hareketli platformların, manipulatörlerin, mobil manipulatörlerin pozisyon/kuvvet denetimi ve giriş zaman gecikmesine maruz kalmış mobil manipulatörlerin pozisyon/kuvvet denetimi hakkında yapılan literatür araştırması verilmektedir. Bölüm 3’te ise mobil manipulatör sistemi tanımlanmakta ve bu robotik sisteme ait dinamik modeller verilerek, kısıtlardan bağımsız ve görev uzayında ifade edilmiş indirgenmiş durum dinamik modeli elde edilmektedir. Bölüm 4’te zaman gecikmesi içermeyen indirgenmiş durum dinamik modeli kullanılarak hesaplanan tork (ing. computed torque) yöntemine dayalı denetleyici, yarı-küresel ve pozisyon/kuvvet hata işaretlerinin mutlak bir sınıra yakınsamasını sağlayan gürbüz denetleyici tasarımı, bilinmeyen ve zamanla değişen giriş gecikmeli indirgenmiş durum dinamik modelinin kullanımıyla sırasıyla bölgesel ve yarı-küresel olarak pozisyon ve kuvvet hata işaretlerinin mutlak bir sınıra yakınsamasını sağlayan gürbüz geri beslemeli ve zaman gecikmelerinin etkilerinin telafisini sağlayan denetleyici tasarımları sunulmaktadır. Bölüm 5’te tasarlanan tüm denetleyicilerin Matlab-Simulink ortamında gerçekleştirilen benzetim sonuçları ve giriş gecikmesiz sistem için yarı-küresel takip sağlayan gürbüz denetleyicinin Gazebo benzetim sonuçları paylaşılmaktadır. Bölüm 6’da ise elde edilen sonuçlar ve öneriler sunulmaktadır.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

2.1 Mobil Manipülatör Tanımı

Sabit tabanlı manipülatörlerin çalışma uzayları, manipülatörün kendi yapısına bağlı olarak, uç noktasının ulaşabileceği belirli bir alan ile sınırlıdır. Bu tür manipülatörlerin gerçekleştirebileceği görevler, manipülatörün yapısına ve sınırlı görev uzayına göre seçilmektedir. Hareketli platformlar ise yapısında lazer, sonar, enkoder, kamera vb. algılayıcılar (sensörler) bulunduran, geniş çalışma uzayına sahip robotik sistemlerdir. Platformlar verilen görev gereği hedeflenen konuma doğru hareket ederler, ancak manipülatörün gerçekleştirebildiği tut-yerleştir, temizleme vb. görevleri gerçekleştiremezler.

Mobil manipülatör, hareketli bir platformun üzerine monte edilmiş bir ya da birden fazla manipülatörden oluşan robotik bir sistemdir. Mobil manipülatörler; sabit tabanlı manipülatörlere göre daha geniş çalışma uzayına ve hareketli platformlara göre ise daha fazla görevi yerine getirebilecek yapıya sahip artık serbestlik dereceli robotik sistemlerdir. Bu sebeple mobil manipülatörün çalışma alanı, yapısını oluşturan manipülatör ve hareketli platforma göre daha çok çeşitlilik göstermektedir. Bu robotik sistemler uzay araştırmalarında, askeri uygulamalarda, nükleer ya da kimyasal tehlikeli alanlarda yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bu robotik sistemde kullanılan hareketli platformlar tek tekerlekli, diferansiyel sürüş ya da çok tekerlekli mobil robotlar olabilmektedir. Hareketli platformlar holonomik ya da holonomik olmayan kısıtlara sahip olmakta ve bu kısıtlara göre platformların hareket kabiliyetleri değişmektedir. Bu durum mobil manipülatörün yapısında da kısıtlar oluşturmakta ve hareketini sınırlandırmaktadır. Manipülatörler ise dönel ya da ötelemeli eklemlerden oluşan ve birden fazla serbestlik derecesine sahip sistemlerdir. Uç noktasına monte edilen araçlar aracılığıyla manipülatörler farklı görevler gerçekleştirebilmektedir. Manipülatör, yapısından kaynaklanan ya da hedeflenen görev gereği holonomik kısıtlara sahip olabilmekte ve mobil manipülatörün hareketini sınırlandırmaktadır.

Mobil manipülatör yapısı gereği hareketli platform ve robot kolu olmak üzere iki alt sistemi içermektedir. Her iki alt sistemin hareketi birbirini etkilemektedir. Mobil manipülatörlerin denetimi için hem hareketli platformun hem de manipülatörün denetiminin eş zamanlı olarak sağlanması gerekmektedir. Uygulanan denetim yöntemine ve

gerçekleştirilmesi hedeflenen göreve göre mobil manipülatör, manipülatörün ve hareketli platformun tek bir sistem ya da ayrı iki alt sistem olduğu düşünülerek denetlenebilmekte, ancak her iki durum için de pozisyon veya pozisyon/kuvvet denetimi gerekmektedir.

2.2 Mobil Manipülatör Pozisyon-Kuvvet Denetimi

Manipülatörler için pozisyon/kuvvet denetimi ve hareketli platformlar için pozisyon denetimi tasarımına ilişkin literatürde çeşitli yaklaşımlar sunulmaktadır. Manipülatörler için denetim yönteminin tasarlanması, manipülatörün dinamiğinde doğrusal olmayan terimler (Kumar vd., 2011), sürtünme kuvvetleri (Ghajar vd., 2018), parametrik ve parametrik olmayan belirsizlikler (Ghajar vd., 2018; Peng vd., 2019; Yu vd., 2015; Dogan vd., 2018) gibi bazı zorluklar içermektedir. Braaksma vd. (2006) ve Yim ve Singh (1993), yaptıkları çalışmada pozisyon/kuvvet takibini sağlayan bir denetim yöntemi geliştirmekte ve bu yöntemde manipülatörlerin dinamiklerindeki doğrusal olmayan terimleri ortadan kaldıran geri beslemeli doğrusallaştırma teknikleri kullanmaktadır. Mnif (2004) çalışmasında denetim yöntemi geliştirilirken iki serbestlik derecesine sahip manipülatörün dinamik modelinin nominal olduğu ve kısıtlamalara sahip olduğunu varsaymaktadır. Ancak bu çalışmalarda kullanılan denetim yöntemlerinde manipülatör dinamiğinin bir kısmının ya da tamamının bilinmesi gerekmektedir (Braaksma vd., 2006; Mnif, 2004; Yim ve Singh, 1993). Manipülatörlerinin dinamiklerindeki belirsizliklere rağmen pozisyon/kuvvet takibi için farklı denetleyiciler tasarlanmıştır (De Queiroz vd., 1997; Ghajar vd., 2018; Kumar vd., 2011; Lozano ve Brogliato, 1992; Tuan ve Hieu, 2019; Wei, 2018; Yu vd., 2015). Wei (2018) çalışmasında girişlerin bütün olası girişler arasından seçildiği durumda, durum vektörünün sınırlı kalacağını belirten hiper kararlılık teorisi ile Lyapunov kararlılık teorisine dayalı bir model referans uyarlamalı denetleyici tasarlanmakta ve pozisyon/kuvvet takibi gerçekleştirilmektedir. Uyarlamalı denetim içeren başka bir çalışmada pozisyon takibi gerçekleştirilirken artık serbestlik derecesi kullanılarak eklemlere ait açısız hızların denetimiyle alt görevler yerine getirilmektedir (Tatlicioglu vd., 2009). Başka bir çalışmada ise holonomik kısıta sahip bir manipülatör için pozisyon/kuvvet denetiminde kuvvet/hız gözlemcili bir doğrudan uyarlamalı denetleyici geliştirilmektedir (Tuan ve Hieu, 2019). Lozano ve Brogliato (1992), manipülatörlerin artık serbestlik derecelerini göz önünde bulundurarak, uyarlamalı bir hibrit pozisyon/kuvvet denetleyicisi kullanmaktadır. Denetim tasarımında hız ölçümlerine ihtiyaç duyulmasının ve dinamik modeldeki belirsizliklerin üstesinden gelmek için yüksek geçiren bir süzgeç ile uyarlamalı bir denetleyici tasarlanmaktadır (De Queiroz vd., 1997). De Queiroz vd. (1997), Lozano ve Brogliato (1992) ve Wei (2018) çalışmalarında manipülatörlerin dinamik modelinin belirsiz sistemlere göre doğrusal olarak parametrelerine ayrılabilir (ing. linearly parametrizable LP) olduğunu varsaymaktadır. Dogan vd. (2018) çalışmasında parametrik belirsizlikler içeren

manipülâtörün görev uzayında uç noktasının pozisyon takibi için gürbüz denetleyici tasarlamakta ve asimptotik sonuç elde etmektedir. Ghajar vd. (2018) ve Kumar vd. (2011) ise çalışmalarında dinamiğinde belirsiz parametreleri olan kısıtlı manipülâtörün pozisyonu ve kuvvetini takip edebilmek için sinir ağı tabanlı uyarlamalı denetleyici kullanmaktadır. Başka bir çalışmada ise dinamik modeldeki belirsizlik ve bozucu etkilerin varlığında manipülâtör için asimptotik olarak pozisyon/kuvvet takibini sağlamak için anahtarlamalı gürbüz geri beslemeli bir denetim yöntemi önerilmektedir (Yu vd., 2015).

Hareketli platformların pozisyon takibi de literatürde kapsamlı bir şekilde yer almaktadır (Dixon vd., 2001). Chwa (2010) yaptığı çalışmada geri adımlama (ing. backstepping) yöntemine benzer bir geri beslemeli doğrusallaştırma yaklaşımı ile holonomik olmayan kısıtlamalara ve diferansiyel sürüş özelliğine sahip hareketli platformun baş açısının pozisyon takibini sağlamaktadır. Tekerlekli mobil robot (WMR) kaymasını önlemek için kullanılan hız/ivme sınırlayıcıya sahip uyarlamalı bir denetleyici, holonomik olmayan kısıta sahip hareketli platformun belirli bir pozisyon yörüngesini takip etmesi için kullanılmaktadır (Pourboghrat ve Karlsson, 2002). Dixon vd. (2000) yaptığı çalışmada holonomik olmayan kısıtlama altındaki WMR kinematığını benzer bir endüksiyon motor modeline dönüştürmekte ve sabit bir ayar noktası için küresel üstel kararlılık sonucu elde etmektedir. Başka bir küresel asimptotik takip sonucu ise parametrik belirsizliklerin varlığında holonomik olmayan WMR için geliştirilen türevlenebilir bir kinematik denetleyicinin de içerisinde kullanıldığı uyarlamalı denetim yönteminden elde edilmektedir (Dixon vd., 2000). Holonomik olmayan hareketli platformun dinamik ve kinematığının tam modelinin eksiksiz bilgisini gerektirmeden, hedeflenen pozisyon yörüngesinin takibi için sinir ağı tabanlı uyarlamalı bir denetleyici sunulmaktadır (Fierro ve Lewis, 1998). Başka bir çalışmada holonomik olmayan hareketli platform için kayan modlu/kipli gürbüz (ing. sliding mode robust controller) bir denetleyici tasarlanmakta ve asimptotik olarak pozisyon takibi sağlanmaktadır (Jong-Min Yang ve Jong-Hwan Kim, 1999). Dixon vd. (2000) ise yaptığı çalışmada gürbüz kinematik denetleyici ile WMR için G-UUB takip sonucunu elde etmektedir.

Mobil manipülâtörlerin pozisyon ve kuvvet denetimi, mobil manipülâtör dinamiğinin doğrusal olmaması ve belirsizlikler içermesi sebebiyle oldukça zordur. Ayrıca, manipülâtörün platforma monte edilmesi sonucunda manipülâtör ile hareketli platform arasında etkileşim oluşmakta ve bu durum her iki alt sistem arasında bağlantılı (ing. coupled) bir yapı oluşturmaktadır. Bu bağlantılı yapı sebebiyle her iki sistem için eşzamanlı olarak çalışan bir denetleyici tasarlamak ise bu konudaki önemli bir problemdir. Mobil manipülâtörler için denetleyici tasarımında başka bir problem ise sistemin aynı anda hem holonomik hem de holonomik olmayan kısıtlamalara sahip olmasından kaynaklanmaktadır. Mobil manipülâtör kullanmanın daha geniş bir çalışma uzayına ve artık serbestlik

derecesine sahip olmak gibi avantajları olmasına rağmen, literatürde mobil manipülatörlerin aynı anda pozisyon ve kuvvet denetimi hakkında yapılan çalışmalar azdır (Tan ve Xi, 2001; Kaczmarek vd., 2017; Li vd., 2008b; Li vd., 2008; Li vd., 2007; Mashali vd., 2016; Patel vd., 2017; Shengfeng Zhou vd., 2015; Weimin Ge vd., 2008; Wu vd., 2005). Shengfeng Zhou vd. (2015), mobil manipülatörün hedeflenen yörüngesini dinamik geri beslemeli doğrusallaştırma yöntemi kullanarak oluşturmakta ve asimptotik pozisyon takibi için holonomik olmayan mobil manipülatöre geri adımlama yöntemine dayalı bir tork denetimi uygulamaktadır. Weimin Ge vd. (2008) hareketli platformun ve manipülatörün pozisyon denetimi için bir kayan mod ve tekil olmayan terminal kayan modlu/kipli denetleyici tasarlamak için mobil manipülatör sistemini iki alt sisteme ayrıştırarak kullanmaktadır. Başka bir çalışmada ise giriş-çıkış doğrusallaştırılması yöntemi kullanılarak, mobil manipülatörün pozisyon denetimi için uyarlamalı bir denetleyici önerilmektedir (Wu vd., 2005). Diğer bir uyarlamalı denetim çalışmasında ise geri adımlamalı denetim yöntemini uyarlamalı denetleyicide kullanarak, holonomik olmayan bir mobil manipülatör için asimptotik kararlılık sağlanmaktadır (Patel vd., 2017). Geliştirilen bu denetim yöntemleri sadece pozisyon takibi sağlamakta olup, mobil manipülatörler için kuvvet takibi gerçekleştirilmemiştir (Patel vd., 2017; Shengfeng Zhou vd., 2015; Weimin Ge vd., 2008; Wu vd., 2005). Ancak, mobil manipülatörün birçok görevinde; uç noktası nesnelerin yüzeylerine temas etmekte olup, temas sonucunda uç noktası ile yüzey arasında kuvvet oluşmaktadır. Bu sebeple, birçok robotik görev pozisyon takibine ek olarak kuvvet takibini de gerektirmektedir.

Mobil manipülatörün hem holonomik hem de holonomik olmayan kısıtlara ve kısıt kuvvetlerine sahip olması sebebiyle kuvvet denetimi oldukça zordur. Mobil manipülatörlerin pozisyon ve kuvvet takibinin sağlanması için denetleyici tasarlama konusunda birkaç araştırma sunulmaktadır (Tan ve Xi, 2001; Kaczmarek vd., 2017; Li vd., 2008b; Li vd., 2008; Li vd., 2007). Kaczmarek vd. (2017), hem holonomik olmayan hem de holonomik kısıtlamalara sahip bir mobil manipülatörün referans pozisyon/kuvvet yörüngelerini takip etmesi için denetleyici geliştirmektedir. Kaczmarek vd. (2017) tasarladığı bu denetleyicide mobil manipülatörün dinamik modelinin tamamen bilinmesine ihtiyaç duymaktadır. Holonomik ve holonomik olmayan kısıtlamalara sahip mobil manipülatörlerin, dinamiğindeki belirsizliklere ve bozucu etkilere rağmen pozisyon/kuvvet takibini sağlamak için uyarlamalı bir denetleyici tasarlanmaktadır (Li vd., 2007). Başka bir çalışmada ise holonomik olmayan mobil manipülatör için holonomik kısıtın belirsiz olduğu varsayılmakta ve önerilen uyarlamalı denetleyici dinamikteki belirsiz parametrelere ve bozucu etkilere rağmen pozisyon/kuvvet takibi sağlamaktadır (Li vd., 2008b). Li vd. (2008) çalışmasında çıkış-geri beslemeli denetleyicisi, holonomik kısıtlı holonomik olmayan mobil manipülatörlerin pozisyon/kuvvet takibi gerçekleştirilmesi için tasarlanmaktadır. Bu çalışmalar, mobil manipülatörlerin dinamiklerinin sistemdeki

belirsizliklere göre doğrusal parametrelerine ayrılabilir olma koşulunu sağladığını varsayarak mobil manipülatörler için pozisyon/kuvvet takibini sağlamaktadır (Li vd., 2008b; Li vd., 2007; Makkar vd., 2007). Ancak, özellikle sürtünme dinamiğinin sürekli olarak bu koşulu sağlayamaması gibi mobil manipülatörlerin dinamikleri bazı uygulamalarda bu koşulu sağlayamamaktadır (Makkar vd., 2007). Bu koşulun sağlanması gerekliliğinin üstesinden gelebilmek için, ilgili literatürde tasarlanmış çok az sayıda denetleyici bulunmaktadır (Wang vd., 2006). Bu çalışmalardan biri olan, Wang vd. (2006) çalışmasında kısıtlı bir tanım kümesinde kararlılık sağlamaktadır. Başka bir çalışma olan Li vd. (2008a), gürbüz oransal-türev (ing. proportional-derivative PD) tabanlı denetleyici ve uyarlamalı denetleyici birlikte kullanarak çoklu mobil manipülatörlerin ortak çalışması için denetim yöntemi geliştirmektedir.

Tez kapsamında; dinamiği bilinmeyen, zamanla değişen bozucu etkiler ve belirsizlikleri içeren, hem holonomik hem de holonomik olmayan kısıtlara sahip bir mobil manipülatör için gürbüz pozisyon/kuvvet denetleyicisi tasarlanmaktadır. Tasarlanan denetleyici Li vd. (2008b) ve Li vd. (2007) çalışmalarından farklı olarak doğrusal olarak parametrelerine ayrılabilir olma koşuluna ve dinamik modelin tamamen bilinmesine ihtiyaç duymamaktadır. Li vd. (2008a) çalışmasından farklı olarak, belirsizliklerin ve bozucu etkilerin varlığında denetleyicinin dayanıklılığını arttırmak ve pozisyon/kuvvet izleme başarımını iyileştirmek için oransal-türev-tümlev (ing. proportional-integral-derivative PID) tabanlı sürekli gürbüz bir denetleyici tasarlanmaktadır. Bunlara ek olarak uç noktasının hem yüzeye temas ettiği hem de etmediği durumlar için pozisyon/kuvvet denetimini sağlayan sadece tek bir denetleyici girişi tasarlanmaktadır.

2.3 Gecikmeli Mobil Manipülatör Sistemlerinde Pozisyon-Kuvvet Denetimi

Bir sistemde uygulanan bir kuvvete veya girişe karşı sistemin tepkisindeki gecikme ölü zaman olarak ifade edilmektedir (Richard, 2003; Krstic, 2009a). Başka bir ifade ile zaman gecikmesi, bir girişin sisteme uygulanması ile sistemin tepkisinin başlangıcı arasında kalan zaman ya da sisteme uygulanan girişin değiştirilmesi ile tepkisindeki değişimin arasındaki zaman aralığı olarak tanımlanabilmektedir. Ana-bağımlı robotik uygulamaları, haptik, teleoperasyon uygulamaları, ağlara dayalı, kimya ya da biyoloji gibi alanlarda kullanılan sistemlerde zaman gecikmesi bulunmaktadır (Obuz vd., 2015; Obuz vd., 2016b; Krstic, 2009a; Krstic, 2009b; Karafyllis ve Krstic, 2017). Bu alanlarda bulunan sistemlere ait zaman gecikmesi; sistemlerin dinamiklerinden, geri besleme döngülerinden, algılayıcılarından gelen verinin elde edilmesinden veya bu verilerin işlenmesinden, bunlara ek olarak denetleyiciler, algılayıcılar ve eyleyiciler arasında haberleşmeden kaynaklı

oluşabilmekte ve çoğunlukla sistemler üzerinde kararsızlık veya düşük başarımlar gibi olumsuz etkiler yaratmaktadır (Krstic, 2009a). Özellikle kontrol sistemlerinde; karar verme, denetim kararları oluşturma ve bu kararları uygulama aşamalarında gereken bilgileri elde etmek için geçen süre nedeniyle sistemler gecikmelerin varlığında çalışmaktadır (Sipahi vd., 2011). Kısaca; veri aktarımının olduğu her yerde ve eyleyicilerin gerekli olan torka ulaşmasında zaman gecikmesi olabilmekte, bu sebeple gerçek zamanlı uygulamalarda zaman gecikmesi kaçınılmaz olmaktadır. Denetleyici tasarımlarında bu durum mutlaka göz önünde bulundurulmalıdır (Krstic, 2009b).

Zaman gecikmesi, kontrol girişinde oluştuğunda sistemin girdi (giriş) gecikmesine sahip olduğu belirtilmektedir. Giriş gecikmesi sabit, zamanla değişen ya da durumlara bağlı olabilmektedir (Obuz, 2016). Giriş gecikmesine maruz kalmış sistemler için literatürde gerçekleştirilen ilk çalışmalarda kestirimci (öngörülü, ing. predictor) tabanlı geri beslemeli denetleyiciler kullanılmaktadır (Smith, 1957; Smith, 1959; Manitius ve Olbrot, 1979; Kwon ve Pearson, 1980; Artstein, 1982). Bu denetleyicilerde giriş gecikmesinin ve sistem modelinin tamamen ve eksiksiz bilindiğini varsayılmaktadır (Smith, 1957; Smith, 1959; Manitius ve Olbrot, 1979; Kwon ve Pearson, 1980; Artstein, 1982). Giriş gecikmesinin tamamen bilindiği ancak sistem dinamiklerinin belirsizlik içerdiği varsayılarak kestirimci tabanlı denetleyiciler de literatürde mevcuttur (Normey-Rico vd., 2009; Roh ve Oh, 1999; Lozano vd., 2004). Smith (1957), Smith (1959), Manitius ve Olbrot (1979), Kwon ve Pearson (1980), Artstein (1982), Normey-Rico vd. (2009), Roh ve Oh (1999) ve Lozano vd. (2004) çalışmalarında bulunan denetleyicilerin tamamı giriş gecikmesine sahip doğrusal sistemler için tasarlanmakta olup, robotik uygulamalarda ya da birçok gerçek zamanlı uygulamada kullanılan sistemlerin dinamikleri doğrusal değildir (Obuz vd., 2020). Henson ve Seborg (1994), Mazenc ve Bliman (2006) ve Krstic (2008) çalışmalarında giriş gecikmesine maruz kalmış doğrusal olmayan sistemlerin dinamiklerinin tamamen bilindiğini varsayılarak denetleyici tasarlanmaktadır. Ancak, sistem dinamikleri belirsizlikler içerebilmekte ve bu belirsizlikler ve doğrusal olmayan terimler diferansiyel denklemlerin çözümlerinin elde edilmesini zorlaştırmaktadır. Literatürde doğrusal olmayan ancak belirsizlik içeren sistemlerin giriş gecikmeli denetimi için kestirimci tabanlı olmayan çalışmalar bulunmaktadır (Sharma vd., 2011; Fischer vd., 2011; Fischer vd., 2012; Obuz vd., 2012; Dinh vd., 2013; Fischer vd., 2013; Kamalapurkar vd., 2015). Doğrusal olmayan sistemlerin modellerinin tamamen bilindiği ya da belirsizlik içerdiği bu çalışmalarda giriş gecikme değerinin tamamen bilinmesi gerekmektedir (Henson ve Seborg, 1994; Mazenc ve Bliman, 2006; Krstic, 2008; Sharma vd., 2011; Fischer vd., 2011; Fischer vd., 2012; Obuz vd., 2012; Dinh vd., 2013; Fischer vd., 2013), ancak giriş gecikme değerinin elde edilmesi ise oldukça zordur. Bu zorluğun üstesinden gelebilmek için bu değer bilinmediği ancak sistem dinamiğinin tamamen bilindiği varsayılarak çalışmalar gerçekleştirilmektedir (Nelson ve Balas, 2012; Bekiaris-Liberis ve Krstic,

2013b; Mazenc ve Niculescu, 2011; Bresch-Pietri ve Krstic, 2014). Hem dinamik modelin hem de giriş gecikmesinin bilinmesi oldukça zordur ve literatürdeki birçok robotik sistem için bu bilgiler mevcut değildir (Obuz vd., 2015; Obuz vd., 2016a). Bu sebeple, ilgili literatürde belirsizlikler içeren ve giriş gecikmesine maruz kalmış doğrusal olmayan sistemler için denetleyici tasarımında gecikme değerinin bilinmediğini varsayan çok az sayıda denetleyici mevcuttur. Bu alanda yapılan öncü çalışmalardan Obuz vd. (2017) bilinmeyen, zamanla değişen gecikme, toplamsal bozucu etkiler ve belirsizlik içeren doğrusal olmayan sistemler için gürbüz denetleyici tasarlamaktadır. Bir başka gürbüz denetleyici tasarımı ise Jain ve Bhasin (2020) çalışmasında bulunmakta olup; bu tasarımda yardımcı takip hatası ve süzgeçlenmiş kontrol girişinin geçmiş değerlerinin integralinden gelen değerler kullanılmaktadır. Jain ve Bhasin (2020) bozucu etkiler, belirsizlik, bilinmeyen ve zamanla değişen hem giriş hem de durum gecikmesi içeren doğrusal olmayan sistemler için G-UUB sonucunu elde etmektedir.

Zamanla değişen gecikmeye maruz kalmış manipülatörlerin denetimi için literatürde farklı çalışmalar bulunmaktadır (Kebria vd., 2019; Ren ve Sun, 2016; Li ve Li, 2017; Shen vd., 2019; Lin vd., 2015). Manipülatörlerin uygulama alanları açısından zaman gecikmesi haptik sistemlerde, ana-bağımlı robotik sistemlerde ya da teleoperasyon uygulamalarında haberleşme ya da durum gecikmesi olarak bulunmaktadır (Kebria vd., 2019; Ren ve Sun, 2016; Li ve Li, 2017; Shen vd., 2019; Lin vd., 2015). Shen vd. (2019) kestirimci tabanlı bir denetim yöntemi geliştirmekte olup, ölçümlerde zamanla değişen gecikmenin olduğu robotik sistemlerin hareket tahmini ve takibini gerçekleştirmektedir. Yapılan çalışmada modeldeki belirsizlikler göz önünde bulundurulmakta, sisteme ait kısıt bulunmamaktadır. Manipülatörlerde durum kısıtlamaları ve ağdan kaynaklanan bilinmeyen zamanla değişen gecikmelerin eşzamanlı olarak ortaya çıktığı belirtilerek, bu sorun için uyarlamalı bir sinir ağı denetim yöntemi önerilmektedir (Li ve Li, 2017). Bu çalışmada pozisyon kısıtı göz önünde bulundurulmuş ancak sisteminde doğrusal olarak parametrelerine ayrılabilme koşulunun sağlandığı varsayılmaktadır. Her iki çalışmada kuvvet takibi gerçekleştirilmemekte ve kararlılık analizleri sonucunda pozisyon takibi için SG-UUB sonuç elde edilmektedir. Başka bir haberleşme gecikmesi içeren çalışmada Kebria vd. (2019), manipülatörlerin teleoperasyon sistemlerinde bulunan zamanla değişen gecikmeler ve belirsizlikler ile başa çıkan gürbüz uyarlamalı bir denetleyici ile pozisyon ve kuvvet takibi gerçekleştirmektedir. Ancak bu çalışmada da holonomik kısıtlar kullanılmamaktadır. Lin vd. (2015) hem hareketli platformları hem de manipülatörlerin bir arada kullanıldığı çoklu robot sisteminde, insan-robot etkileşimi sırasında doğan zamanla değişen haberleşme gecikmesi için uyarlamalı denetim yöntemi önermektedir. Diğer çalışmalardan farklı olarak tasarımında platformlara ait holonomik olmayan kısıt için dinamik geri beslemeli doğrusallaştırma yöntemini uygulamaktadır. Manipülatörler için gerçekleştirilen başka bir çalışmada ise zamanla değişen gecikmenin girişte olduğu ve sistem modelinin belirsizlikler

içerdiği belirtilerek, Hamiltonian ve uyarlamalı denetleyici kullanılarak sadece pozisyon takibi yapılmaktadır (Ren ve Sun, 2016). Dinamik modelinde zamanla değişen gecikmeli girişe, belirsizliklere ve bozucu etkilere sahip bir manipülatör için gerçekleştirilen başka bir çalışmada ise gürbüz uyarlamalı denetleyici kullanılmakta olup, sadece pozisyon takibi gerçekleştirilmekte ve asimptotik kararlılık elde edilmektedir (Ahmed vd., 2019).

Manipülatörlerde olduğu gibi belirsizlikler, bozucu etkiler ya da haberleşme gecikmesi mobil manipülatörlerin denetimi için de problem oluşturmaktadır (Li ve Su, 2013; Ahmad vd., 2020; Wang vd., 2014; Mai ve Wang, 2014; Xu vd., 2020; Wang vd., 2012; Zhai ve Xia, 2016). Birden çok mobil manipülatörün teleoperasyon uygulaması için gürbüz bir denetleyici tasarlanmaktadır (Ahmad vd., 2020). Bu çalışmada ana-bağımlı uygulaması gerçekleştirilmekte ve uzaktan hedef nesneyi tutabilmek için operatörün belirlediği hedeflenen yörüngelerin takibi için uyarlamalı gürbüz bir denetleyici tasarlanmaktadır. Yapılan çalışmada hem pozisyon hem de kuvvet denetimi gerçekleştirilmiştir. Sistemde sadece haberleşme gecikmesi bulunmakta olup, belirsizlikler ve kuvvet tahmin edilmekte ancak bozucu etkiler göz önünde bulundurulmamaktadır. Haberleşme gecikmesi olan başka bir çalışmada, koordineli çalışması planlanan birden fazla mobil manipülatörün teleoperasyon uygulamasında doğrusal matris eşitsizlikleri ile uyarlamalı sinir ağları denetimi geliştirilmekte ve pozisyon/kuvvet takibi gerçekleştirilmektedir (Li ve Su, 2013). Li ve Su (2013) ve Ahmad vd. (2020) çalışmalarında haberleşme gecikmesine maruz kalmış mobil manipülatörler için mobil platformun holonomik olmayan kısıtları kullanılarak, dinamik model holonomik olmayan kısıt kuvvetinden bağımsız hale getirilmiş olmasına rağmen manipülatöre ait herhangi bir holonomik kısıt göz önünde bulundurulmamış; Ahmad vd. (2020) dinamik model sıfır uzayına aktarılmış, Li ve Su (2013)'de ise kuvvet nesneye hareket olarak etkiyen dahili kuvvet olarak ayrıştırılarak kullanılmaktadır. Mai ve Wang (2014) ve Wang vd. (2014) çalışmalarında belirsizlikler ve durum gecikmesi içeren paletli mobil manipülatörlerin pozisyon/kuvvet denetiminde tekrarlayan bulanık sinir ağlarına dayalı sırasıyla uyarlamalı ve uyarlamalı gürbüz denetleyici kullanılmakta olup, bu çalışmalarda sadece holonomik olmayan kısıt kullanılmaktadır. Başka bir sinir ağları yöntemini Xu vd. (2020) çalışmasında sunmakta olup, bu çalışma kapsamında belirsizlikler ve bozucu etkiler, zamanla değişen gecikme dahilinde holonomik olmayan mobil manipülatörün teleoperasyon uygulamasında sabit zaman senkronizasyonu yaklaşımını kullanmaktadır. Başka bir çalışmada ise mobil manipülatör ve kinect kullanılarak gerçekleştirilen bir teleoperasyon uygulamasında oluşan sabit ve bilinen haberleşme gecikme değeri kullanılarak, makine öğrenmesi algoritmaları ile denetim gerçekleştirilmektedir (Wang vd., 2012). Zhai ve Xia (2016) çalışmasında zamanla değişen gecikmelere ve belirsizliklere sahip birden fazla mobil manipülatörün ortak bir nesneyi taşıma uygulamasında pozisyon takibi için uyarlamalı bulanık denetim gerçekleştirilmektedir. Bu çalışmada haberleşme

gecikmesi bulunmakta olup, mobil manipülatörün hem holonomik hem de holonomik olmayan kısıtları göz önünde bulundurulmuştur. Bahsi geçen Li ve Su (2013), Ahmad vd. (2020), Wang vd. (2014), Mai ve Wang (2014), Xu vd. (2020), Wang vd. (2012) ve Zhai ve Xia (2016) çalışmalarında haberleşmeden kaynaklı zaman gecikmeleri göz önünde bulundurulmasına rağmen eyleyicilerin sebep olduğu gecikmeler göz önünde bulundurulmamaktadır.

Eyleyicilerden kaynaklı giriş gecikmesine maruz kalmış mobil manipülatör çalışmaları literatürde az olmasına rağmen yer almaktadır (Tang vd., 2014; Souzanchi-K vd., 2017; Nguyen ve Dankowicz, 2015). Tang vd. (2014) çalışmasında; mobil manipülatör bilinen ve sabit zaman gecikmesi içeren bir girişe sahip olmakla birlikte, sistemde sadece platforma ait holonomik olmayan kısıtların olduğu varsayılmaktadır. Yapılan çalışmada sadece pozisyon denetimi gerçekleştirilmekte ve hedeflenen yörünge zamanla değişmemektedir. Başka bir giriş gecikmesi olan çalışmada, mobil manipülatörler için platformun holonomik olmayan kısıtlarının, doğrusal olmayan dinamiğin ve motor dinamiklerinin varlığında, belirsizlikler ve bozucu etkiler de göz önünde bulundurulurken, zaman gecikmesi telafili (kompanzeli) gürbüz empedans denetleyicisi önerilmektedir (Souzanchi-K vd., 2017). Önerilen denetim yöntemi ile pozisyon ve kuvvet takip edilmekte, sistemde yine manipülatöre ait kısıt bulunmamakta ve uygulanan gecikme değerinin sabit olduğu varsayılmaktadır. Nguyen ve Dankowicz (2015) çalışmasında dinamik modelinde belirsizlik ve kontrol girişinde gecikme olan bir mobil manipülatör için gürbüz uyarlamalı denetleyici tasarlanmaktadır. Tasarlanan denetleyicide gecikme bilgisine ihtiyaç duyulmakta, sadece platforma ait holonomik olmayan kısıt kullanılmakta ve kuvvet denetimi gerçekleştirilmemektedir.

Bu tezde denetleyici tasarım aşamasında; dinamik modelinde belirsizlik, toplamsal bozucu etkiler ve holonomik/holonomik olmayan kısıtlar içeren, giriş zaman gecikmesine maruz kalmış mobil manipülatörler için pozisyon ve kuvvet denetimi gerçekleştirilmektedir. Tez kapsamında geliştirilen gürbüz denetim yönteminde Tang vd. (2014), Souzanchi-K vd. (2017) ve Nguyen ve Dankowicz (2015) çalışmalarından farklı olarak giriş gecikmesinin bilinmediği ve zamanla değiştiği kabul edilmekte ve indirgenmiş durum dinamik modelinin kullanımı ile yine yukarıda verilen çalışmalardan farklı olarak hem holonomik hem de holonomik olmayan kısıtlar bir arada kullanılmaktadır. Bunlara ek olarak, geliştirilen denetim yöntemi hem yüzeye temas edildiği hem de edilmediği durumlar için pozisyon/kuvvet denetimini sağlamaktadır. Doğrusal olmayan, belirsizlik, bozucu etki ve bilinmeyen, zamanla değişen giriş gecikmesi içeren sistemlerde, giriş dönüşüm matrisinin kare matris olmaması ve mobil manipülatör dinamiğinin denetlenebilen girişlerinin görev uzayının boyutundan fazla olması (ing. overactuated) denetleyici tasarımlarında problem oluşturmakta ve bu probleme literatürde yeterince

değinilmemektedir. Tez kapsamında bu koşullar dahilinde, Obuz vd. (2017) ve Jain ve Bhasin (2020) alışmalarında tasarlanan denetleyicilerden farklı olarak, hem pozisyon hem de kuvvet takibi sağlayan gürbüz geri beslemeli denetleyici tasarlanmaktadır.

3. MATEMATİKSEL MODEL

3.1 Kısıtlı Mobil Manipülatör ve Dinamiği

Tez kapsamında, pozisyon/kuvvet takibi sağlanacak olan mobil manipülatörün yapısı ve dinamik modeli sunulmaktadır. Bölüm 3.1.1’de mobil manipülatöre ait hareketli platform ve manipülatör sırasıyla Bölüm 3.1.1.1 ve 3.1.1.2’de tanıtılmaktadır. Mobil manipülatörün sahip olduğu holonomik ve holonomik olmayan kısıtlar ve kuvvetleri Bölüm 3.1.2’de verilmektedir. Gürbüz denetleyici tasarımında kullanılacak olan mobil manipülatörün i) genelleştirilmiş koordinatlara göre, ii) eklem uzayında, iii) görev uzayında ve iv) indirgenmiş durumlara göre dört farklı uzayda temsil edilen dinamik modelleri, i)-iv) sıralamasıyla Bölüm 3.1.3-3.1.6’da verilmektedir.

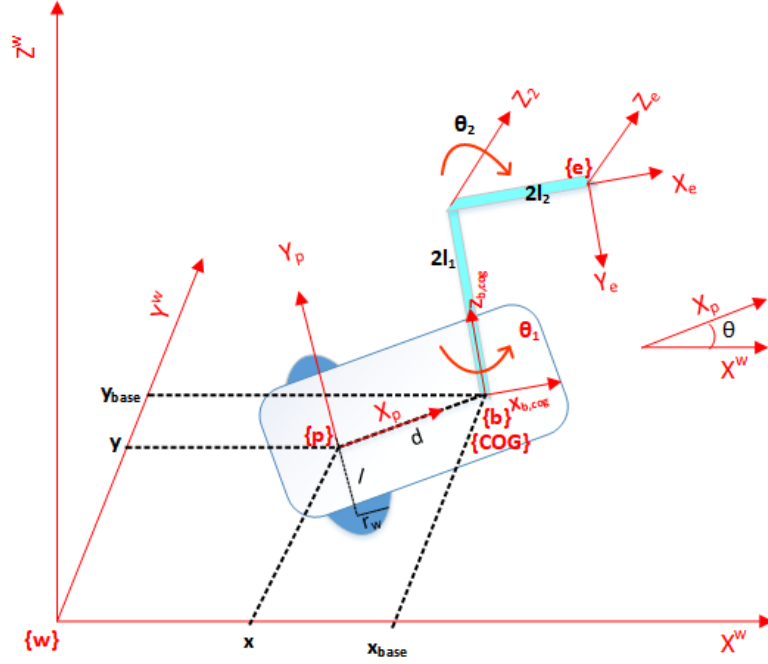
3.1.1 Mobil manipülatör

Mobil manipülatör hareketli bir platform üzerine monte edilmiş manipülatörden oluşan robotik bir sistemdir. Kullanılan mobil manipülatör diferansiyel sürüş özelliğine sahip hareketli platform ile iki serbestlik derecesine sahip manipülatörden oluşmaktadır.

3.1.1.1 Hareketli platform

Hareketli platform, bir hareket eksenini ile birbirine bağlı iki adet sürücü ve bir adet sarhoş tekerleğe ve diferansiyel sürüş özelliğine sahip bir mobil robottur. Şekil 3.1’de gösterildiği üzere iki tekerlek arasındaki mesafe ‘ $2l$ ’, bir sürücü tekerleğin yarı çapı ise ‘ r_w ’ ile temsil edilmektedir.

Hareketli platformun koordinat sistemi $\{p\}$ sürücü tekerlerin hareket ekseninin tam orta noktasında bulunmakta olup; $\{p\}$ ’nin ‘ d ’ mesafesi kadar uzağına, hareketli platformun ağırlık merkezine $\{COG\}$ koordinat sistemi atanmaktadır. Dünya koordinat sistemi $\{w\}$ ile gösterilmekte olup, mobil manipülatörün görev uzayı bu koordinat sistemine göre ifade edilmektedir. wT_p ve ${}^pT_{COG}$ dönüşüm matrisleri sırasıyla $\{p\}$ - $\{w\}$ ve $\{COG\}$ - $\{p\}$



Şekil 3.1: Hareketli platformun $\{p\}$, hareketli platformun ağırlık merkezinin $\{COG\}$ ve dünya $\{w\}$ koordinat sistemleri

koordinat sistemleri arasında yönelim ve pozisyon bilgilerini içeren dönüşüm matrislerini temsil etmektedir. Bu matrisler Denklem (3.1)'de verilmektedir.

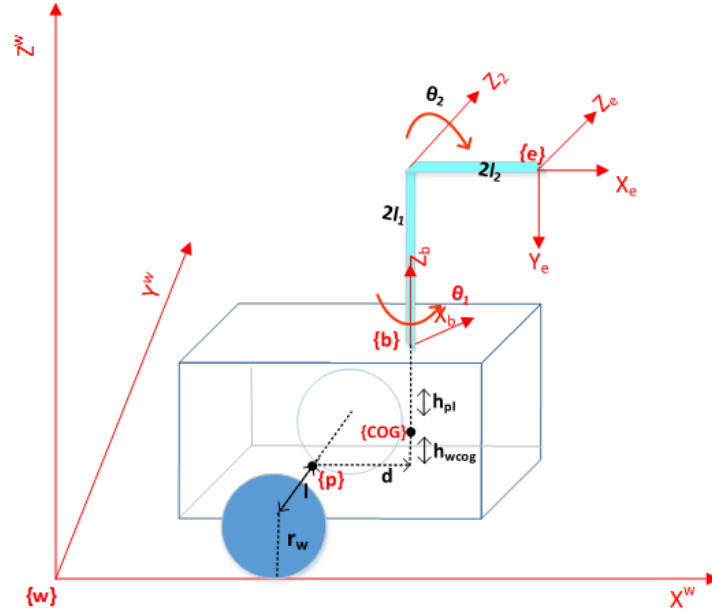
$${}^wT_p \triangleq \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & x \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^pT_{COG} \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_{wcog} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

olarak yazılmakta ve burada geçen ' h_{wcog} ' $\{COG\}$ ile tekerleklerin eksenleri arasındaki yüksekliği temsil etmektedir.

3.1.1.2 Manipülâtör

Benzetimlerde mobil manipülâtör olarak kullanılan manipülâtör iki dönel eklemden oluşmaktadır. Robot kolunun eklemlerinin dönüş eksenleri Şekil 3.2'de gösterilmektedir. Manipülâtörün bağ uzunlukları ise sırasıyla ' $2l_1$ ' ve ' $2l_2$ ' olarak isimlendirilmektedir.

Uç noktasına atanan koordinat sistemi olan $\{e\}$ manipülâtörün ucunda, tabana atanan koordinat sistemi olan $\{b\}$ ise manipülâtörün hareketli platforma monte edildiği



Şekil 3.2: Manipülâtörün uç noktasının {e} ve tabanının {b} koordinat sistemleri

noktaya atanmaktadır. Başka bir ifade ile {b} koordinat sistemi platformun ağırlık merkezinden Z^w ekseninde ' h_{pl} ' kadar uzağına, manipülâtörün tabanına atanmaktadır. ${}^{COG}T_b$ ve bT_e dönüşüm matrisleri ise sırasıyla {b}-{COG} ve {e}-{b} koordinat sistemleri arasındaki ilişkiyi göstermektedir. bT_e matrisi manipülâtörün uç noktası ile tabanı arasındaki dönüşüm matrisini temsil etmekte ve D-H parametreleri kullanılarak hesap edilmektedir. Kullanılan manipülâtörün D-H parametreleri Çizelge 3.1'de ve dönüşüm matrisleri ise Denklem (3.2)'de verilmektedir.

Çizelge 3.1: RR Manipülâtörün Denavit–Hartenberg (D-H) Parametreleri

i^{nci}	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	$2l_1$	θ_1
2	90	0	0	θ_2
3	0	$2l_2$	0	0

$${}^{COG}T_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_{pl} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^bT_e = \begin{bmatrix} c_1c_2 & -c_1s_2 & s_1 & 2l_2c_1c_2 \\ s_1c_2 & -s_1s_2 & -c_1 & 2l_2s_1c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & 2l_1 + 2l_2s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Dönüşüm matrisleri kullanılarak mobil manipülâtörün uç noktasının dünya koordinat sistemine göre pozisyonu ve hızı Denklem (3.3)'te gösterilmektedir.

$$X_T \triangleq \begin{bmatrix} x + dc_\theta + 2l_2c_2c_{\theta_1} \\ y + ds_\theta + 2l_2c_2s_{\theta_1} \\ z + h_{pl} + h_{wcoq} + 2l_1 + 2l_2s_2 \end{bmatrix}, \quad \dot{X}_T = \begin{bmatrix} \dot{x} - d\dot{\theta}s_\theta - 2l_2\dot{\theta}_2s_2c_{\theta_1} - 2l_2(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1)c_2s_{\theta_1} \\ \dot{y} + d\dot{\theta}c_\theta - 2l_2\dot{\theta}_2s_2s_{\theta_1} + 2l_2(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1)c_2c_{\theta_1} \\ 2l_2\dot{\theta}_2c_2 \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

olmakta ve burada geçen s_i, c_i terimleri $\sin(\theta_i), \cos(\theta_i)$ ve $s_{\theta_1}, c_{\theta_1}$ terimleri ise sırasıyla $\sin(\theta + \theta_1)$ ve $\cos(\theta + \theta_1)$ olmaktadır.

3.1.2 Kısıtlar ve Kısıt Kuvveti

Mobil manipülâtörün kısıtları, hareketli platformuna ait holonomik olmayan ve manipülâtörüne ait holonomik kısıtlardan oluşmaktadır. Kısıtlar; mekanik sistemin hareketini ve takip edeceği yörünge setlerini sınırlandırarak kısıtlama işlemini gerçekleştirmektedir. Bu sınırlandırma işlemi kısıt kuvvetleri kullanılarak gerçekleştirilmekte ve bu kuvvetlerin sisteme uygulanması ile sistemin hareketi değiştirilerek kısıtlar her zaman sağlanmaktadır (Murray vd., 1994). Denklem (3.4)'te gösterildiği üzere kısıtlar ($h_i(q)$) modelin durum değişkenlerine ($q = [q_1, q_2, \dots, q_n] \in \mathbb{R}^n$) bağlı bir fonksiyon olarak tanımlanmakta ve konfigürasyon uzayını (Q_{space}) haritalayarak sistemin hareketine sınır getirmektedir.

$$h_i : Q_{space} \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k \quad h_i(q) = 0 \quad i = 1, \dots, k. \quad (3.4)$$

Kısıt kuvvetleri, Denklem (3.4)'te verilen kısıt fonksiyonlarının gradyanlarının doğrusal kombinasyonları olarak ifade edilmektedir. Kısıt fonksiyonu $h_i : Q_{space} \rightarrow \mathbb{R}^k$ dönüşümü olarak seçilirse, kısıt kuvveti

$$\Gamma \triangleq \frac{\partial h^T}{\partial q} \lambda, \quad (3.5)$$

olarak yazılmaktadır. Denklem (3.5)'te geçen $\lambda = [\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_k]^T \in \mathbb{R}^k$ vektörü skaler sayılar içermekte olup, kısıt kuvvetlerinin göreceli büyüklüklerini temsil eden Lagrange

çarpanları olarak ifade edilmektedir. Denklem (3.6)'da gösterildiği üzere eğer sistem uygun yörüngede hareket ederse kısıtlar tarafından herhangi bir iş yapılmamış olmaktadır.

$$\Gamma^T \dot{q} \triangleq \lambda^T \frac{\partial h}{\partial q} \dot{q} = \lambda^T \frac{d}{dt} (h(q)) = 0. \quad (3.6)$$

Mekanik sistemlerde genel olarak izin verilen hareketler hız kısıtları tarafından sınırlandırılmaktadır. Bu sebeple $k \in \mathbb{Z}^+$ adet hız kısıtı, sisteme ait hız değişkenlerine $\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n]$ göre Denklem (3.7)'de gösterildiği gibi yazılmakta ve burada geçen $A(q) \in \mathbb{R}^{k \times n}$ matrisi kısıt matrisi olarak ifade edilmektedir.

$$A(q) \dot{q} = 0, \quad (3.7)$$

$$\Gamma \triangleq A(q)^T \lambda. \quad (3.8)$$

Pfaffian kısıtlarının kısıt kuvvetleri, kısıtlamaları (sınırlandırmaları) bozan yönde hareket edilmesini önlemektedir. Bu kuvvetlerin dinamiğin yapısına katılması içinse, kısıtlar tarafından oluşturulan kuvvetlerin sistem üzerinde iş yapmadığı ve dolayısıyla enerjinin korunduğu varsayılmaktadır. Bu varsayım d'Alembert kuralıdır (Murray vd., 1994). Denklem (3.7)'de verilen form Pfaffian kısıtı olarak isimlendirilmektedir (Murray vd., 1994). Pfaffian kısıtları sistemin izin verilen hızlarını sınırlandırmaktadır. Denklem (3.8)'de ise Pfaffian kısıtlarına göre kısıt kuvveti hesap edilmektedir.

3.1.2.1 Holonomik kısıtlar

Denklem (3.7)'de gösterildiği gibi vektör-değerli bir fonksiyon varsa, Pfaffian kısıtının integrallenebilir olduğu ve integrali alınabilen Pfaffian kısıtının holonomik kısıta eşit olduğu belirtilmektedir (Murray vd., 1994). Holonomik kısıtlar Denklem (3.9)'de verilmekte olup, sistemin hareketini konfigürasyon uzayında kısıtsız hiperyüzeye sınırlamaktadır.

$$h : Q_{space} \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k : A(q) \dot{q} = 0. \iff \frac{\partial h}{\partial q} \dot{q} = 0. \quad (3.9)$$

3.1.2.2 Holonomik olmayan kısıtlar

Pfaffian kısıtları integrallenemiyorsa, bu kısıtlar holonomik olmayan kısıtlar olarak isimlendirilmektedir. Holonomik olmayan kısıtların oluşması, sistemin anlık hızlarının

$h : Q_{space} \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n-k}$ boyutlu alt uzaya kısıtlanması sırasında ulaşılabilir konfigürasyonlarının aynı boyutta hiperyüze sınırlanmamış olmasından kaynaklanmaktadır.

3.1.3 Genelleştirilmiş Koordinatlar ile Dinamik Model

Kısıtlı mobil manipülatörün genelleştirilmiş koordinatlara göre dinamik modeli Denklem (3.10)'da tanımlanmakta olup (Yamamoto ve Yun, 1994),

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + N(q, \dot{q}) + d(t) = B(q)\tau(t) + f(t), \quad (3.10)$$

burada geçen $q \triangleq \begin{bmatrix} q_v^T & q_a^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^n$ mobil manipülatörün pozisyon vektörünü, $\dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^n$ ise sırasıyla hız ve ivme vektörlerini temsil etmektedir. Hareketli platformun ve manipülatörün pozisyonlarına ait genelleştirilmiş koordinatları sırasıyla $q_v(t) \in \mathbb{R}^m$ ve $q_a(t) \in \mathbb{R}^k$ olarak gösterilmektedir. Mobil manipülatörün eylemsizlik matrisi $M(q) \triangleq \begin{bmatrix} M_v & M_{va} \\ M_{av} & M_a \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ile gösterilmekte olup, burada geçen $M_v(q) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ve $M_a(q) \in \mathbb{R}^{k \times k}$ sırasıyla hareketli platformun ve manipülatörün eylemsizlik matrislerini, $M_{av}(q) \in \mathbb{R}^{k \times m}$ ve $M_{va}(q) \in \mathbb{R}^{m \times k}$ matrisleri ise sırasıyla platformun manipülatör üzerindeki dinamik etkisini ve manipülatörün hareketinin platform üzerindeki etkisini temsil etmektedir. Mobil manipülatörün merkezci ve Coriolis kuvvetleri $C(q, \dot{q}) \triangleq \begin{bmatrix} C_v & C_{va} \\ C_{av} & C_a \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ile gösterilmekte olup, bu matriste bulunan $C_v(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ve $C_a(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{k \times k}$ sırasıyla hareketli platforma ve manipülatöre ait merkezci ve Coriolis kuvvetlerini temsil etmekte olup, $C_{av}(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{k \times m}$ ve $C_{va}(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{m \times k}$ matrisleri ise sırasıyla hareketli platformun merkezci ve Coriolis kuvvetlerinin manipülatör üzerinde neden olduğu dinamik etki ve manipülatör hareketinin platform üzerindeki etkisini temsil etmektedir. Mobil manipülatörün yerçekimi, statik ve dinamik sürtünme dinamiğine ait bilgilerini $N(q, \dot{q}) \triangleq \begin{bmatrix} N_v^T & N_a^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^n$ vektörü içermekte olup, burada geçen $N_a(q, \dot{q}) \triangleq G_a(q) + F_a(\dot{q}) \in \mathbb{R}^k$ manipülatörün yerçekimi ve sürtünme bilgilerini ve $N_v(q, \dot{q}) \triangleq G_v(q) + F_v(\dot{q}) \in \mathbb{R}^m$ ise hareketli platformun yerçekimi ve sürtünme bilgilerini içermektedir. Bilinmeyen, zamanla değişen ve sınırlı olan toplamsal bozan etken (bozucu etki) $d(t) \triangleq \begin{bmatrix} d_v^T & d_a^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^n$ şeklinde tanımlanmakta olup, $d_v(t) \in \mathbb{R}^m$ ve $d_a(t) \in \mathbb{R}^k$ sırasıyla platforma ve manipülatöre ait toplamsal bozucu etkileri temsil etmektedir. Mobil manipülatörün giriş dönüşüm matrisi $B(q) \triangleq \begin{bmatrix} B_v & 0_{m \times k} \\ 0_{k \times w} & B_a \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times (w+k)}$ ile tanımlanmakta olup, bu matrisi oluşturan $B_v(q) \in \mathbb{R}^{m \times w}$ platformun ve $B_a(q) \in \mathbb{R}^{k \times k}$ ise manipülatörün giriş dönüşüm matrisleridir

ve $w \in \mathbb{Z}^+$ hareketli platformda bulunan sürücü tekerlek sayısını temsil etmektedir. Mobil manipülatörün torkları $\tau(t) \triangleq [\tau_v^T \tau_a^T]^T \in \mathbb{R}^{(w+k)}$ ile ifade edilmektedir. $\tau_v(t) \triangleq [\tau_L \ \tau_R]^T \in \mathbb{R}^w$ platformda bulunan sol ve sağ tekerleğe ait torkları ve $\tau_a(t) \triangleq [\tau_1 \ \tau_2 \ \dots \ \tau_k]^T \in \mathbb{R}^k$ ise manipülatörün eklemlerine uygulanan torkları göstermektedir. Kısıt kuvvet vektörü ise $f(t) \triangleq [f_n^T \ f_h^T]^T \in \mathbb{R}^n$ ile tanımlanmakta olup, burada geçen $f_n(t) \in \mathbb{R}^m$ holonomik olmayan kısıta ait kuvveti ve $f_h(t) \in \mathbb{R}^k$ holonomik kısıt kuvvetini temsil etmektedir. Bunlara ek olarak, denetleyici tasarımları ve sonrasında gerçekleştirilen kararlılık analizlerinde aşağıda verilmekte olan varsayımlar ve özellikler kullanılmaktadır.

Varsayım 3.1.1 *Hareketli platformun hareketi sırasında kaymadığı varsayılmaktadır. (Tzafestas, 2014).*

Varsayım 3.1.2 *Bilinmeyen, zamanla değişen toplamsal bozan etken $d(t)$ ve birinci dereceden türevinin bilinen sabit sayılar tarafından sınırlandırıldığı varsayılmaktadır (Obuz vd., 2017).*

Not 3.1.1 *Toplamsal bozan etken $d(t)$ hem parametrik belirsizlikleri ve modellenemeyen etkileri ($d_{\Delta_{unc}}(t) \in \mathbb{R}^n$) hem de harici bozucu etkenleri ($d_{ext}(t) \in \mathbb{R}^n$) içermektedir.*

$$d(t) \triangleq d_{ext}(t) + d_{\Delta_{unc}}(t). \quad (3.11)$$

Tez kapsamında Bölüm 4.1.1'de tasarlanan kontrol girişi hariç, Bölüm 4.1.2, 4.2.2 ve 4.2.3'de verilen kontrol girişlerinde $M(q)$, $C(q, \dot{q})$, $G(q)$ ve $F(\dot{q})$ matrislerinin tamamen bilinmesine ihtiyaç duyulmamaktadır. Denklem (3.10)'da verilen bu matrisler ve vektörler belirsizlikler içerebilmekte olup, bunlar $M_{unc} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $C_{unc} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $G_{unc} \in \mathbb{R}^n$ ve $F_{unc} \in \mathbb{R}^n$ olarak tanımlanmakta ve benzetimlerde Denklem (3.11)'de gösterildiği üzere ek parametrik belirsizlikler, modellenmemiş etkiler ve harici bozucu etkenlerin varlığında kontrolörün gürbüzlüğünü göstermek için kullanılmaktadır.

Özellik 3.1.1 *Eylemsizlik matrisi $M(q)$ simetrik artı tanımlı bir matris olup, aşağıdaki eşitsizlikleri sağlamaktadır (Lewis vd., 2003).*

$$\underline{m}\|x\|^2 \leq x^T M(q)x \leq \bar{m}\|x\|^2, \quad \forall x \in \mathbb{R}^n,$$

burada geçen $\underline{m}, \bar{m} \in \mathbb{R}$ bilinen artı sabit sayılardır.

Özellik 3.1.2 Eylemsizlik matrisi $M(q)$ ve merkezci ve Coriolis kuvvetleri matrisi $C(q, \dot{q})$ aşağıdaki özelliği sağlamaktadır (Lewis vd., 2003).

$$x^T \left(\frac{1}{2} \dot{M}(q) - C(q, \dot{q}) \right) x = 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}^n,$$

olup, $\dot{M}(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eylemsizlik matrisinin birinci dereceden zamana göre türevini temsil etmektedir.

Varsayım 3.1.3 $M(q)$, $C(q, \dot{q})$, $N(q, \dot{q})$ ve $B(q)$ matrisleri, birinci dereceden kısmi türevleri boyunca, q, \dot{q}, \ddot{q} fonksiyonlarının sınırlı olması şartıyla sınırlı olduğu varsayılmaktadır (Dixon vd., 2003).

Hareketli platformun ve manipülatörün dinamiği Denklem (3.10) kullanılarak,

$$M_v \ddot{q}_v + M_{va} \ddot{q}_a + C_v \dot{q}_v + C_{va} \dot{q}_a + N_v + d_v(t) = B_v \tau_v + f_n, \quad (3.12)$$

$$M_{av} \ddot{q}_v + M_a \ddot{q}_a + C_{av} \dot{q}_v + C_a \dot{q}_a + N_a + d_a(t) = B_a \tau_a + f_h. \quad (3.13)$$

olarak yazılmaktadır. Holonomik olmayan kısıt hareketli platformun mekanik yapısından dolayı oluşmaktadır ve platformun hızlarında kısıtlamalara neden olmaktadır. Bu tür hız kısıtları platformun hareketini sınırlandırmaktadır. Bu sebeple, hareketli platformun hareketi sırasında bu hız kısıtlarının mutlaka sağlanması gerekmektedir. Holonomik olmayan kısıt koşullarının yerine getirilmesi ve holonomik olmayan kısıt kuvvetlerinin yok edilmesi için mobil manipülatörün dinamik modelinin genelleştirilmiş birleşik eklem uzayı koordinatlarına göre yazılması gerekmektedir.

3.1.4 Birleşik Eklem Uzayı Dinamik Modeli

Holonomik olmayan kısıtlar platformun mekanik yapısı sebebiyle oluşmaktadır ve platformun yanal yönde hareket etmesini sınırlandırmaktadır (Tzafestas, 2014). Hareketli platform $c_n \in \mathbb{Z}^+$ adet holonomik olmayan kısıta sahiptir (Dong ve Huo, 1999). Hareketli platformun holonomik olmayan kısıtları Pfaffian formatında

$$A_v(q_v) \dot{q}_v = 0_{c_n}, \quad (3.14)$$

olarak tanımlanmakta olup, burada $A_v : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^{c_n \times m}$ kinematik kısıt matrisini temsil etmektedir. Holonomik olmayan kısıtlar, yörünge setlerini sınırlandırarak platformun

hareketini kısıtlamakta ve bu kısıtlar her zaman holonomik olmayan kısıt kuvvetleri aracılığıyla gerçekleştirilmektedir (Murray vd., 1994). Holonomik olmayan kısıtlara ait kısıt kuvvetleri

$$f_n \triangleq A_v^T(q_v) \lambda_n, \quad (3.15)$$

şeklinde yazılmakta olup, burada geçen $\lambda_n \in \mathbb{R}^{c_n}$ holonomik olmayan kısıta ait Lagrange çarpanıdır. $A(q_v)$ 'nin sıfır uzayını kapsayan, düzgün ve doğrusal bağımsız bir dizi vektör alanı, $S_v(q_v) \in \mathbb{R}^{m \times w}$, bulunmakta olup, bu alan

$$S_v^T(q_v) A_v^T(q_v) = 0_{w \times c_n}. \quad (3.16)$$

olarak tanımlanmaktadır. Yardımcı bir hız vektörü $\dot{\theta}_v \triangleq [\dot{\theta}_L \ \dot{\theta}_R] \in \mathbb{R}^w$ şeklinde tanımlanmakta ve bu vektörde bulunan $\dot{\theta}_R, \dot{\theta}_L \in \mathbb{R}$ değişkenleri hareketli platformun sağ ve sol tekerleklerinin açısal hızlarını temsil etmektedir. Tanımlanan yardımcı hız vektörü $\dot{\theta}_v$ ve vektör alanı S_v ,

$$\dot{q}_v = S_v(q_v) \dot{\theta}_v. \quad (3.17)$$

özelliğini sağlamaktadır. Denklem (3.12)'nin her tarafının $S_v^T(q_v)$ ile çarpılması, sonrasında Denklem (3.17)'nin ve zamana bağlı türevinin Denklem (3.12) ve (3.13)'te yerine konmasıyla Denklem (3.10)'da verilen dinamik model mobil manipülatörün birleşik eklem uzayına aktarılmaktadır. Dinamik modelin birleşik eklem uzayına aktarılması ile holonomik olmayan kısıt kuvveti ortadan kaldırılırken, platformun hareketi ise sınırlandırılmış olmaktadır. Birleşik eklem uzayına aktarılan dinamik model

$$M_j \ddot{\theta}_j + C_j \dot{\theta}_j + N_j + d_j = B_j \tau + f_j, \quad (3.18)$$

olmakta ve birleşik eklem uzayında mobil manipülatörün pozisyon vektörünü $\theta_j \triangleq \begin{bmatrix} \theta_v^T & q_a^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{w+k}$, mobil manipülatörün hız ve ivme vektörünü ise sırasıyla $\dot{\theta}_j, \ddot{\theta}_j \in \mathbb{R}^{w+k}$ temsil etmektedir. Denklem (3.18)'de verilen matris ve vektörler ise $C_j \triangleq \begin{bmatrix} S_v^T (C_v S_v + M_v \dot{S}_v) & S_v^T C_{va} \\ M_{av} \dot{S}_v + C_{av} S_v & C_a \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(w+k) \times (w+k)}$, $N_j \triangleq \begin{bmatrix} S_v^T N_v \\ N_a \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(w+k)}$,

$d_j \triangleq \begin{bmatrix} S_v^T d_v \\ d_a \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(w+k)}$, $B_j \triangleq \begin{bmatrix} S_v^T B_v & 0_{w \times k} \\ 0_{k \times w} & B_a \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(w+k) \times (w+k)}$, $f_j \triangleq \begin{bmatrix} 0 \\ f_h \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(w+k)}$,
 $M_j \triangleq \begin{bmatrix} S_v^T M_v S_v & S_v^T M_{va} \\ M_{av} S_v & M_a \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(w+k) \times (w+k)}$ olarak yazılmaktadır. Uç noktasına ait kuvvet görev uzayında ölçülmektedir; bu sebeple, birleşik eklem uzayı koordinatlarına göre ifade edilen dinamik modelin mobil manipülatörün görev uzayına aktarılması gerekmektedir.

3.1.5 Görev Uzayı Dinamik Modeli

Uç noktasının birleşik eklem uzayına ve görev uzayına göre tanımlanan hızları arasındaki ilişki

$$\dot{X}_T = J_{jt} \dot{\theta}_j, \quad (3.19)$$

olarak tanımlanmakta ve Denklem (3.19)'da geçen $\dot{X}_T \in \mathbb{R}^{c_t}$ uç noktasının görev uzayında ifade edilen hızını, $J_{jt} \in \mathbb{R}^{c_t \times (w+k)}$ Jacobian matrisini ve $c_t \in \mathbb{Z}^+$ görev uzayında kullanılan durum değişkeni sayısını temsil etmektedir. Mobil manipülatörün birleşik eklem uzayında tanımlanan hızı ve ivmesi Denklem (3.19) kullanılarak görev uzayında

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_j &= J_{jt}^\dagger \dot{X}_T, \\ \ddot{\theta}_j &= -J_{jt}^\dagger \dot{J}_{jt} J_{jt}^\dagger \dot{X}_T + J_{jt}^\dagger \ddot{X}_T, \end{aligned} \quad (3.20)$$

şeklinde tanımlanmakta olup, burada geçen $J_{jt}^\dagger \in \mathbb{R}^{(w+k) \times c_t}$ matrisi J_{jt} matrisinin sözde tersi, $\ddot{X}_T \in \mathbb{R}^{c_t}$ ise uç noktasının görev uzayında ifade edilen ivmesidir. Denklem (3.18)'de verilen ve birleşik eklem uzayında ifade edilen dinamik model, Denklem (3.20) kullanılarak görev uzayına aktarılmaktadır. Görev uzayında ifade edilen dinamik model

$$M_T \ddot{X}_T + C_T \dot{X}_T + N_T + d_T = B_T \tau + f_T, \quad (3.21)$$

şeklinde yazılmaktadır. Denklem (3.21)'de kullanılan matrisler ise $M_T \triangleq \left(J_{jt}^\dagger \right)^T M_j J_{jt}^\dagger \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$, $C_T \triangleq \left(J_{jt}^\dagger \right)^T \left(C_j - M_j J_{jt}^\dagger \dot{J}_{jt} \right) J_{jt}^\dagger \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$, $N_T \triangleq \left(J_{jt}^\dagger \right)^T N_j \in \mathbb{R}^{c_t}$, $d_T \triangleq \left(J_{jt}^\dagger \right)^T d_j \in \mathbb{R}^{c_t}$, $B_T \triangleq \left(J_{jt}^\dagger \right)^T B_j \in \mathbb{R}^{c_t \times (w+k)}$ ve $f_T \triangleq \left(J_{jt}^\dagger \right)^T f_j \in \mathbb{R}^{c_t}$ olarak hesaplanmaktadır.

Görev uzayında ifade edilen dinamik modelde hem pozisyona hem de kuvvete ait kontrol işaretleri (sinyalleri) birbirleri ile bağlantılı olmaları sebebiyle hem pozisyon hem de kuvvet takibinin eş zamanlı yapılmasını sağlayan kontrol işaretinin tasarlanması oldukça zordur. Birbirleri ile bağlantılı olan bu işaretlerim tasarımını kolaylaştırmak için McClamroch ve Wang (1988)'de gösterilen indirgenmiş durum dinamik modelinin kullanılması avantajlı olmaktadır.

3.1.6 İndirgenmiş Durum Dinamik Modeli

Mobil manipülâtörün uç noktasındaki holonomik kısıt, kısıt manifoldu üzerinde dinamiğin sınırlandırılması olarak tanımlanabilmekte ve

$$\Omega_h \triangleq \{(X_T, \dot{X}_T) | \Theta(X_T) = 0_{c_h}, A_a(X_T) \dot{X}_T = 0_{c_h}\}, \quad (3.22)$$

şeklinde yazılmakta, $c_h \in \mathbb{Z}^+$ parametresi holonomik kısıt sayısını göstermekte, $\Theta : \mathbb{R}^{c_t} \rightarrow \mathbb{R}^{c_h}$ ve Θ 'nin sıfır uzayı mobil manipülâtörün holonomik kısıtını $\Theta(X_T) = 0_{c_h}$ şeklinde tanımlamaktadır. Holonomik kısıt matrisi $A_a \in \mathbb{R}^{c_h \times c_t}$,

$$A_a(X_T) \triangleq \frac{\partial \Theta(X_T)}{\partial X_T}. \quad (3.23)$$

olarak tanımlanmaktadır.

Varsayım 3.1.4 *Uç noktasındaki kısıtların sürtünmesiz ve holonomik olduğu, buna ek olarak tamamen bilindiği varsayılmaktadır (De Queiroz vd., 1997).*

Varsayım 3.1.5 *Holonomik kısıt matrisi $A_a(X_T)$*

$$A_a \triangleq \begin{bmatrix} \underbrace{\frac{\partial \Theta(X_T)}{\partial x_1}}_{\in \mathbb{R}^{c_h \times c_t - c_h}} & \underbrace{\frac{\partial \Theta(X_T)}{\partial x_2}}_{\in \mathbb{R}^{c_h \times c_h}} \end{bmatrix}$$

olarak ayrılabilir ve burada kullanılan $x_2 \in \mathbb{R}^{c_h}$ durum değişkeni $\frac{\partial \Theta(X_T)}{\partial x_2}$ 'nin tam rank olmasını garanti edecek şekilde seçilmelidir (De Queiroz vd., 1997).

Görev uzayı değişkenleri $X_T \triangleq \begin{bmatrix} x_1^T & x_2^T \end{bmatrix}^T$, $x_1 \in \mathbb{R}^{c_t - c_h}$ ve $x_2 \in \mathbb{R}^{c_h}$ olacak şekilde parçalanabilir. Parçalanmış değişkenlerden x_1 kısıtlanmamış görev uzayı değişkenlerini temsil

ederken, x_2 görev uzayında ifade edilen mobil manipülatörün holonomik kısıtlarına bağlı bir fonksiyondur.

Varsayım 3.1.5 ve Kapalı Fonksiyon Teoremi (Dixon vd., 2003) kullanılarak, kısıtlı yüzey üzerinde bir tekil fonksiyon $\Omega : \mathbb{R}^{c_t - c_h} \rightarrow \mathbb{R}^{c_h}$ bulunmakta olup, bu fonksiyon $x_2 = \Omega(x_1)$ 'u sağlamaktadır. Tanımlanan Ω fonksiyonu ile holonomik kısıt fonksiyonu

$$\Theta(X_T) \triangleq \Theta(x_1, x_2) = \Theta(x_1, \Omega(x_1)) = 0_{c_h}. \quad (3.24)$$

olarak tekrar yazılmaktadır (De Queiroz vd., 1997). İndirgenmiş durum dinamik modeli değişkenleri $u_1 \in \mathbb{R}^{c_t - c_h}$ ve $u_2 \in \mathbb{R}^{c_h}$

$$u \triangleq \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 - \Omega(x_1) \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Görev uzayı ile indirgenmiş durum modellerinin değişkenlerinin arasındaki ilişki Denklem (3.25) kullanılarak elde edilmekte ve bu ilişki

$$\begin{aligned} \dot{X}_T &= T\dot{u}, \\ \ddot{X}_T &= \dot{T}\dot{u} + T\ddot{u}, \end{aligned} \quad (3.26)$$

olmakta ve burada kullanılan $T \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$ bir dönüşüm matrisidir. Denklem (3.26)'nın Denklem (3.21)'de yerine konması, sonrasında her tarafının T^T ile çarpılması ve holonomik kısıta ait Lagrange çarpanı $\lambda_h \in \mathbb{R}^{c_h}$ ile görev uzayında ölçülen kuvvetin $f_T = \left(J_{jt}^\dagger\right)^T f_j = A_a^T \lambda_h$ kullanılması ile kısıtlı mobil manipülatöre ait indirgenmiş durum dinamik modeli elde edilmektedir. İndirgenmiş durum dinamik modeli

$$M_{ST}\ddot{u} + C_{ST}\dot{u} + N_{ST} + d_{ST} = B_{ST}\tau + (A_a T)^T \lambda_h, \quad (3.27)$$

olarak tanımlanmakta olup, bu modelde kullanılan matrisler $M_{ST} \triangleq T^T M_T T \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$, $C_{ST} \triangleq \left(T^T M_T \dot{T} + T^T C_T T\right) \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$, $N_{ST} \triangleq T^T N_T \in \mathbb{R}^{c_t}$, $d_{ST} \triangleq T^T d_T \in \mathbb{R}^{c_t}$,

$B_{ST} \triangleq T^T B_T \in \mathbb{R}^{c_t \times (w+k)}$ olarak hesap edilmektedir. Denklem (3.27)'de verilen indirgenmiş durum dinamik modeli

$$\begin{bmatrix} M_{ST11} & M_{ST12} \\ M_{ST21} & M_{ST22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ST11} & C_{ST12} \\ C_{ST21} & C_{ST22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{ST11} \\ N_{ST21} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{ST11} \\ d_{ST21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ST11} \\ B_{ST21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_v \\ \tau_a \end{bmatrix} + (A_a T)^T \lambda_h, \quad (3.28)$$

olmaktadır. Denklem (3.28)'de verilen matrisler

$$\begin{aligned} M_{ST} &\triangleq \begin{bmatrix} m_{st11} & m_{st12} & m_{st13} \\ m_{st21} & m_{st22} & m_{st23} \\ m_{st31} & m_{st32} & m_{st33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{ST11} & M_{ST12} \\ M_{ST21} & M_{ST22} \end{bmatrix}, \\ C_{ST} &\triangleq \begin{bmatrix} c_{st11} & c_{st12} & c_{st13} \\ c_{st21} & c_{st22} & c_{st23} \\ c_{st31} & c_{st32} & c_{st33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{ST11} & C_{ST12} \\ C_{ST21} & C_{ST22} \end{bmatrix}, \\ B_{ST} &\triangleq \begin{bmatrix} b_{st11} & b_{st12} & b_{st13} & b_{st14} \\ b_{st21} & b_{st22} & b_{st23} & b_{st24} \\ b_{st31} & b_{st32} & b_{st33} & b_{st34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ST11} \\ B_{ST21} \end{bmatrix}, \\ N_{ST} &\triangleq \begin{bmatrix} n_{st11} \\ n_{st21} \\ n_{st31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{ST11} \\ N_{ST21} \end{bmatrix}, d_{ST} \triangleq \begin{bmatrix} d_{st11} \\ d_{st21} \\ d_{st31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{ST11} \\ d_{ST21} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.29)$$

olarak yazılmakta ve Denklem (3.28)'de verilen dinamik model uç noktası kısıtlı yüzey üzerinde hareket ederken,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} B_{ST11} \\ B_{ST21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_v \\ \tau_a \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} M_{ST11} & M_{ST12} \\ M_{ST21} & M_{ST22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ 0_{c_h \times 1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ST11} & C_{ST12} \\ C_{ST21} & C_{ST22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ 0_{c_h \times 1} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} N_{ST11} \\ N_{ST21} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{ST11} \\ d_{ST21} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0_{c_t - c_h \times 1} \\ \left(\frac{\partial \Theta(X_T)}{\partial x_2} \right)^T \lambda_h \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

olmaktadır. Uç noktası kısıtlı yüzeye temas ettiğinde holonomik kısıta bağlı olarak seçilen u_2 değişkeninin zamana bağlı türevleri sıfıra eşit olmakta ve Denklem (3.30) kullanılarak

$$M_{ST11}\ddot{u}_1 + C_{ST11}\dot{u}_1 + N_{ST11} + d_{ST11} = B_{ST11} [\tau_v \quad \tau_a]^T \quad (3.31)$$

$$M_{ST21}\ddot{u}_1 + C_{ST21}\dot{u}_1 + N_{ST21} + d_{ST21} = B_{ST21} [\tau_v \quad \tau_a]^T - \left(\frac{\partial \Theta(X_T)}{\partial x_2} \right)^T \lambda_h \quad (3.32)$$

eşitlikleri yazılmaktadır. Uç nokta kısıtlı yüzeye temas etmediğinde, uç nokta ile yüzey arasında kuvvet oluşmamakta (λ_h sıfıra eşit olmakta) ve Denklem (3.28) kullanılarak hem u_1 hem de u_2 değişkenlerinin pozisyon yörüngeleri takip etmesi sağlanmaktadır. Uç nokta yüzeye temas ettiğinde ise Denklem (3.31) kullanılarak, kısıtlanmamış durum değişkenlerini içeren u_1 ile pozisyon yörüngesi takip edilmekte ve Denklem (3.32) ile kuvvet kontrolü gerçekleştirilmektedir. Denetleyici tasarımında uç nokta ile yüzey arasında oluşan kuvvetin görev uzayında ölçüldüğü varsayılmakta ve benzetimlerde bu ölçüm Denklem (3.32) kullanılarak elde edilmektedir.

4. YÖNTEM

4.1 Mobil Manipülatörün Pozisyon/Kuvvet Denetimi

Mobil manipülatörün uç noktasının önceden belirlenmiş bir pozisyon ve kuvvet yörüngesini takip etmesi hedeflenmektedir. Bu hedef doğrultusunda ilk önce dinamik modelin tamamen bilindiği ve belirsizlik, bozucu etki ya da sürtünme bilgilerini içermediği düşünülerek hesaplanmış tork denetleyicisi tasarlanmaktadır. Tasarlanan hesaplanmış tork denetimi Bölüm 4.1.1’de ve benzetim sonuçları Bölüm 5.1.1’de sunulmaktadır. Gerçek zamanlı robotik uygulamalarında dinamik modelin belirsizlikler, bozucu etkiler içerdiği bilinmektedir. Bölüm 4.1.2’de bu tür dinamik modele sahip bir mobil manipülatörün pozisyon/kuvvet takibi için gürbüz denetleyici tasarlanmakta ve kararlılık analizi anlatılmaktadır. Bölüm 4.1.2’de tasarlanan kontrol girişinin başarımını göstermek için Matlab ve Gazebo platformlarında gerçekleştirilen benzetimlerin sonuçları ise Bölüm 5.1.2’de sunulmaktadır.

4.1.1 Hesaplanmış tork denetleyici tasarımı

Bu bölümde, aynı eksen üzerinde birbirine bağlı tek bir sürücü tekerleğe ve bir adet sarhoş tekerleğe sahip tek tekerlekli hareketli platformdan ve iki dönel eklemlili manipülatörden oluşan mobil manipülatör kullanılmaktadır. Kaczmarek vd. (2017) yaptıkları çalışma temel alınarak, Li vd. (2007)’da verilen kısıtlı mobil manipülatör dinamik modelinin tamamen bilindiği kabul edilerek, pozisyon ve kuvvet takibi gerçekleştirilmektedir.

Dinamik model Bölüm 3’te anlatılan dinamik modelden farklılık göstermekte olup, bozucu etki, belirsizlikler ve sürtünme bilgilerini içermemektedir. Kullanılan dinamik model

$$M_{uni}\ddot{q}_{uni} + C_{uni}\dot{q}_{uni} + G_{uni} = B_{uni}u_{uni} + f_{huni} + f_{nuni}, \quad (4.1)$$

olarak yazılmakta ve burada geçen $q_{uni} \triangleq \begin{bmatrix} q_{vuni} & q_{auni} \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n_{uni}}$ mobil manipülatörün genelleştirilmiş durum vektörünü, $q_{vuni} \triangleq \begin{bmatrix} x & y & \theta & \theta_L & \theta_R \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{m_{uni}}$ hareketli platformun genelleştirilmiş durum vektörü, $q_{auni} \triangleq \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{k_{uni}}$ ise manipülatörün genelleştirilmiş durum vektörüdür. $M_{uni} \in \mathbb{R}^{n_{uni} \times n_{uni}}$ eylemsizlik matrisini, $C_{uni} \in \mathbb{R}^{n_{uni} \times n_{uni}}$ merkezci ve Coriolis kuvvetlerini, $G_{uni} \in \mathbb{R}^{n_{uni}}$ yerçekimi bilgilerini içermekte olup, $B_{uni} \in \mathbb{R}^{n_{uni} \times (w_{uni} + k_{uni})}$ giriş dönüşüm matrisini, $u_{uni} \in \mathbb{R}^{(w_{uni} + k_{uni})}$

kontrol girişini ve f_{huni} , f_{nuni} ise sırasıyla holonomik ve holonomik olmayan kısıt kuvvetlerini temsil etmektedir. Platforma ait holonomik olmayan kısıt fonksiyonları

$$\begin{aligned} \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta &= 0, \\ \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta - l_{uni} \dot{\theta} - r_{wuni} \dot{\theta}_L &= 0, \\ \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta + l_{uni} \dot{\theta} - r_{wuni} \dot{\theta}_R &= 0, \end{aligned} \quad (4.2)$$

olarak yazılmaktadır. Bu kısıtlara ait kısıt matrisi ise $A_{vuni} \triangleq \begin{bmatrix} s_\theta & c_\theta & 0 & 0 & 0 \\ c_\theta & s_\theta & -l_{uni} & -r_{wuni} & 0 \\ c_\theta & s_\theta & l_{uni} & 0 & -r_{wuni} \end{bmatrix}$ ve kısıt kuvveti ise $f_{nuni} = A_{vuni}^T \lambda_{nuni}$ olarak hesap edilmektedir. Bu kısıtlar hem yanal hareketi kısıtlamakta hem de platformun kaymasını engellemektedir. A_{vuni} matrisinin sıfır uzayına haritalayan $S_{vuni} \triangleq \begin{bmatrix} c_\theta & s_\theta & 1/l_{uni} & 0 & 2/r_{wuni} \\ c_\theta & s_\theta & -1/l_{uni} & 2/r_{wuni} & 0 \end{bmatrix}^T$ ve $\dot{q}_{vuni} = S_{vuni} \eta_{vuni}$ eşitliği kullanılarak dinamik denklem

$$M_{juni} \ddot{\theta}_{juni} + C_{juni} \dot{\theta}_{juni} + G_{juni} = B_{juni} u_{juni} + f_{jhuni}, \quad (4.3)$$

olarak yazılmaktadır. Burada geçen $\theta_{juni} \triangleq \begin{bmatrix} \eta_{juni} & q_{ajuni} \end{bmatrix}^T$ olarak ifade edilmekte olup, platforma ait kısıt kuvveti yok edilmektedir. Platformun bu yeni durum değişkenlerinin denetimi yerine, üzerinde bulunan sabit bir nokta denetlenmektedir (Wit vd., 1996; Kaczmarek vd., 2017). Platformun durum vektörü kısmi olarak geri beslemeli doğrusallaştırma yöntemi ile doğrusallaştırılmakta (Kaczmarek vd., 2017) ve doğrusallaştırılmış koordinatlar manipülâtörün platforma monte edildiği nokta $\zeta_{1uni} \triangleq \begin{bmatrix} x + d_{uni} c_\theta & y + d_{uni} s_\theta \end{bmatrix}^T$ olarak hesap edilmektedir. Denklem (4.3)'te verilen dinamik model bu yeni durum değişkenine göre $\eta_{juni} \triangleq \begin{bmatrix} c_\theta & s_\theta \\ -\frac{1}{d_{uni}} s_\theta & \frac{1}{d_{uni}} c_\theta \end{bmatrix} \zeta_{1uni}$ dönüşümü kullanılarak,

$$M_{linuni} \ddot{\theta}_{linuni} + C_{linuni} \dot{\theta}_{linuni} + G_{linuni} = B_{linuni} u_{linuni} + f_{linhuni}, \quad (4.4)$$

olarak elde edilmekte ve burada geçen $\theta_{linuni} \triangleq \begin{bmatrix} \zeta_{1uni} & q_{ajuni} \end{bmatrix}^T$ olmaktadır. Manipülâtöre ait holonomik kısıt

$$\Theta(q_{auni}) = l_{1uni} + l_{2uni} \sin(\theta_2) = 0, \quad (4.5)$$

olarak yazılmakta ve bu kısıta ait kısıt matrisi ve kuvveti sırasıyla $A_{auni} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & l_2 \cos \theta_2 \end{bmatrix}$ ve $f_{huni} \triangleq J_{\zeta}^T \lambda_{huni} = A_{auni}^T \lambda_{huni}$ olarak hesap edilmektedir. Denklem (4.5)'te gösterildiği üzere sadece manipülatörün ikinci eklem açısı sınırlandırılmaktadır. Bu sınırlandırma kullanılarak Denklem (4.4)'te verilen dinamik model, T_{uni} dönüşüm matrisi ile $\dot{\theta}_{linuni} = T_{uni} \dot{\zeta}$ eşitliği kullanılarak kısıtlı durum değişkeni çıkartılmakta ve

$$M_{uniT} \ddot{\zeta} + C_{uniT} \dot{\zeta} + D_{uniT} = B_{uniT} u_{uni} + J_{\zeta}^T \lambda_{huni}, \quad (4.6)$$

indirgenmiş durum dinamik modeli elde edilmektedir. Burada kullanılan durum değişkeni $\zeta = \begin{bmatrix} \zeta_{1uni} & \theta_1 \end{bmatrix}^T$ olmakta ve kısıtlı durum değişkenini içermemektedir. Holonomik kısıta ait kuvvetin yok edilmesi için $T_{uni}^T J_{\zeta}^T = 0$ eşitliği kullanılarak Denklem (4.6)'da tanımlanan dinamik model

$$M_{uniST} \ddot{\zeta} + C_{uniST} \dot{\zeta} + D_{uniST} = B_{uniST} u_{uni}, \quad (4.7)$$

olarak yazılmaktadır. Hedeflenen pozisyon yörüngelerinin takibi için hesaplanmış tork denetimi, kuvvet takibi içinse kontrol girişi Li vd. (2007) çalışmasında gösterildiği üzere ayrı bir oransal (proportional-P) denetleyici kullanılmaktadır. Sisteme uygulanacak olan kontrol girişi

$$B_{uniST} u_{uni} \triangleq B_{uniST} u_{unip} - J_{\zeta}^T u_{unif}, \quad (4.8)$$

olmaktadır. Denklem (4.8)'de verilen τ_{unip} giriş değeri kısıtlı dinamik model için pozisyon denetimini, τ_{unif} girişi ise kuvvet denetimini sağlamaktadır. Hedeflenen yörünge takibi için tanımlanan pozisyon hatası

$$e_{\zeta} \triangleq \zeta_d - \zeta, \quad (4.9)$$

takip edilmesi istenilen yörünge ζ_d ile anlık konum ζ arasındaki fark olarak tanımlanmakta ve bu hata değerinin zamana bağlı ikinci dereceden türevi ve Denklem (4.7) kullanılarak

$$\ddot{e}_\zeta = \ddot{\zeta}_d - M_{uniST}^{-1} \left(\tau_{uni} - C_{uniST} \dot{\zeta} - D_{uniST} \right) \quad (4.10)$$

elde edilmektedir. Denklem (4.10) kullanılarak,

$$u_{uni} \triangleq \ddot{\zeta}_d - M_{uniST}^{-1} \tau_{uni} + M_{uniST}^{-1} \left(C_{uniST} \dot{\zeta} + D_{uniST} \right) \quad (4.11)$$

olarak yazılmakta ve kontrol girişi

$$u_{uni} \triangleq -K_D \dot{e}_\zeta - K_P e_\zeta \quad (4.12)$$

oransal-türev (PD) denetleyici olarak seçilmektedir. Hesaplanmış tork yöntemi ve Denklem (4.11), (4.12) kullanılarak; eklemlere uygulanacak tork değeri

$$\tau_{uni} \triangleq M_{uniST} (\ddot{\zeta}_d + K_D \dot{e}_\zeta + K_P e_\zeta) + \left(C_{uniST} \dot{\zeta} + D_{uniST} \right) \quad (4.13)$$

olarak hesaplanmaktadır. Kuvvet takibi için holonomik kısıta ait Lagrange çarpanı λ_h ve takip edilmesi hedeflenen kuvvet yörüngesi kullanılarak, kuvvet takip hatası

$$e_{\lambda uni} \triangleq \lambda_{huni} - \lambda_{hunid} \quad (4.14)$$

ve kuvvet kontrol girişi

$$u_{unif} \triangleq \left(J_\zeta M_{uniST}^{-1} J_\zeta^T \right)^{-1} J_\zeta M_{uniST}^{-1} M_{uniST} T_{uni} \ddot{\zeta}_d + \lambda_{hunid} - K_f e_{\lambda uni} \quad (4.15)$$

olarak tanımlanmaktadır.

4.1.2 Gürbüz denetleyici tasarımı

Bölüm 3.1.6'da verilen dinamik model kullanılarak mobil manipülatörün uç noktasının hedeflenen pozisyon/kuvvet yörüngelerini takip etmesi için gürbüz denetleyici tasarlanmaktadır. Mobil platformun hem holonomik hem de holonomik olmayan kısıtları göz önünde bulundurulmaktadır. Kuvvet denetiminde kullanılan, uç nokta ile yüzey arasında oluşan kuvvetin Dawson vd. (1992) çalışmasında olduğu gibi görev uzayında mevcut olduğu ve bu uzayda ölçüldüğü varsayılmaktadır. Tasarlanmış gürbüz denetleyici, pozisyon ve kuvvet yörüngeleri takibi için yarı-küresel UUB (SG-UUB) sonucu sağlamaktadır.

4.1.2.1 Denetleyici tasarımı

Denetimin amacı; mobil manipülatörün, dinamik modelinde bulunan ve toplamsal bozucu etkilere bağlı olan belirsizliklere rağmen uç noktasının hedeflenen pozisyon ve kuvvet yörüngelerini takip etmesini sağlayacak bir denetleyici tasarlanmasıdır. Denetim amacının niceliğini belirtebilmek adına pozisyon takibi için ölçülebilir bir hata işareti $e_0 \in \mathbb{R}^{c_t}$ tanımlanmaktadır. Bu işaretin zamana bağlı türevi uç noktasının pozisyonu ile hedeflenen yörüngesi arasındaki hatayı belirtmektedir. Buna ek olarak, bu hata işaretine bağlı yardımcı bir hata takip işareti olan $e_1 \in \mathbb{R}^{c_t}$ tanımlanmaktadır. Bu hata işaretleri e_0 ve e_1

$$e_0 \triangleq \int_{t_0}^t (u_d(\xi) - u(\xi)) d\xi, \quad (4.16)$$

$$e_1 \triangleq \dot{e}_0 + \alpha_1 e_0, \quad (4.17)$$

olarak tanımlanmakta ve kullanılan $u_d \in \mathbb{R}^{c_t}$ hedeflenen pozisyon yörüngesini, $\alpha_1 \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$ ise ayarlanabilir artı tanımlı köşgensel kontrol kazanç matrisini temsil etmektedir.

Varsayım 4.1.1 *Hedeflenen pozisyon yörüngesi $u_d \in \mathbb{R}^{c_t}$, zamana bağlı türevlerinin $\dot{u}_d, \ddot{u}_d \in \mathbb{R}^{c_t}$ var olacağı ve kendisi ve zamana bağlı türevlerinin $(u_d, \dot{u}_d, \ddot{u}_d)$ bilinen sabit sayılar tarafından sınırlandırılmış olacağı şekilde tasarlanmaktadır. Ek olarak, hedeflenen kuvvet yörüngesi $\lambda_d \in \mathbb{R}^{c_h}$, ile temsil edilmekte olup, sınırlı ve sürekli olduğu varsayılmaktadır.*

Denetleyici tasarımında kolaylık sağlaması için yardımcı bir işaret olan $r \in \mathbb{R}^{c_t}$

$$r \triangleq \dot{e}_1 + \alpha_2 e_1, \quad (4.18)$$

olarak tanımlanmakta ve kullanılan $\alpha_2 \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$ parametreleri ayarlanabilir artı tanımlı köşgensel kontrol kazanç matrisidir. Denklem (4.18)'in zamana bağlı türevinin her tarafı M_{ST} ile çarpılmakta ve Denklem (3.27), (4.16)-(4.18) kullanılarak r 'nin açık döngü dinamikleri elde edilmektedir. Bu model

$$M_{ST}\dot{r} = \tilde{N} + N_d - B_{ST}\tau - (A_a T)^T \lambda_h - e_1, \quad (4.19)$$

şeklinde yazılmakta ve burada geçen $\tilde{N}, N_d \in \mathbb{R}^{c_t}$

$$\begin{aligned} \tilde{N} &\triangleq M_{ST}(u)(\ddot{u}_d + (\alpha_1 + \alpha_2)\ddot{e}_0 + (\alpha_2\alpha_1)\dot{e}_0) + C_{ST}(u, \dot{u})(\dot{u}_d + (\alpha_1 + \alpha_2)\dot{e}_0 + (\alpha_2\alpha_1)e_0) \\ &\quad + d_{ST}(t) + N_{ST}(u, \dot{u}) + e_1 - M_{ST}(u_d)\ddot{u}_d - C_{ST}(u_d, \dot{u}_d)\dot{u}_d - N_{ST}(u_d, \dot{u}_d) - d_{ST}(t), \\ N_d &\triangleq M_{ST}(u_d)\ddot{u}_d + C_{ST}(u_d, \dot{u}_d)\dot{u}_d + N_{ST}(u_d, \dot{u}_d) + d_{ST}(t). \end{aligned} \quad (4.20)$$

olarak tanımlanmaktadır.

Not 4.1.1 Dawson vd. (1992)'da gösterildiği üzere; Varsayım 3.1.3 ve 4.1.1 temel alınarak ve Ortalama Değer Teoremi kullanılarak \tilde{N} için bir üst sınır aşağıdaki gibi tanımlanabilmekte olup,

$$\|\tilde{N}\| \leq \rho(\|z\|)\|z\|, \quad (4.21)$$

burada kullanılan $z \triangleq [e_0^T \ e_1^T \ r^T]^T \in \mathbb{R}^{3c_t}$ ve $\rho : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ is a radyal sınırsız, artı tanımlı ve sürekli artan bir fonksiyondur.

Not 4.1.2 Varsayım 3.1.2, 3.1.3 ve 4.1.1 temel alınarak, N_d için aşağıda tanımlanan üst sınır elde edilebilmekte olup,

$$\|N_d\| \leq \bar{N}_d, \quad (4.22)$$

burada kullanılan $\bar{N}_d \in \mathbb{R}$ bilinen artı sabit bir sayıdır.

Kararlılık analizine bağlı olarak, pozisyon ve kuvvet takibi için kontrol işareti

$$\tau \triangleq B_{ST}^\dagger(Kr + \tau_f), \quad (4.23)$$

olacak şekilde tasarlanmakta olup, kullanılan $K \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$ parametresi ayarlanabilir artı tanımlı köşegensel kontrol kazanç matrisidir. Denklem (4.23)'te geçen kuvvet kontrol giriş işareti $\tau_f \in \mathbb{R}^{c_t}$ ise

$$\tau_f \triangleq -(A_a T)^T \lambda_c, \quad (4.24)$$

şeklinde tasarlanmakta ve burada geçen kuvvet kontrol vektörü $\lambda_c \in \mathbb{R}^{c_h}$

$$\lambda_c \triangleq \lambda_d + K_\lambda e_\lambda, \quad (4.25)$$

olarak tanımlanmakta, kullanılan $K_\lambda \in \mathbb{R}^{c_h \times c_h}$ ayarlanabilir artı tanımlı köşegensel kontrol kazanç matrisi, $e_\lambda \in \mathbb{R}^{c_h}$ ölçülen kuvvet ile hedeflenen kuvvet arasındaki hatayı göstermektedir. Kuvvet hatası e_λ

$$e_\lambda \triangleq \lambda_d - \lambda_h, \quad (4.26)$$

olarak tanımlanmaktadır.

Denklem (4.23) ve (4.24)'te verilen kontrol işaretleri Denklem (4.19)'da yerine koyulduğunda r 'nin kapalı döngü dinamiği elde edilmekte ve bu dinamik

$$M_{ST}\dot{r} = \tilde{N} + N_d - (Kr - (A_a T)^T \lambda_c) - (A_a T)^T \lambda_h - e_1, \quad (4.27)$$

şeklinde yazılmaktadır.

Not 4.1.3 Denklem (4.25) ve (4.26) kullanılarak, aşağıdaki ifade elde edilmektedir (Dawson vd., 1995).

$$e_\lambda = \frac{\lambda_c - \lambda_h}{(1 + K_\lambda)}. \quad (4.28)$$

Denklem (4.19)-(4.23) kullanılarak, $\lambda_c - \lambda_h$ değeri mobil manipülatörün pozisyonuna, hızına ve bunların hedeflenen yörüngelerine bağlı olan $\zeta \left(\int_0^t u(\xi) d\xi, \int_0^t u_d(\xi) d\xi, u, u_d, \dot{u}, \dot{u}_d, \ddot{u}_d \right) \in \mathbb{R}$ fonksiyonu ile tanımlanmaktadır. Buna ek olarak, K_λ parametresinin değeri artırıldıkça, bu artışın hedeflenen ve gerçek kuvvet arasındaki hata değerini azaltacağına dikkat edilmesi gerekmektedir.

4.1.2.2 Kararlılık analizi

Teorem 1 Denklem (3.10)'da verilmekte olan dinamik model ve Denklem (4.23)-(4.24) 'te tanımlanmış denetleyici, takip hata işaretinin SG-UUB olmasını sağlamakta ve bu hata işaretinin üst sınırı

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \|u_d - u\| \leq \epsilon_1 \exp(-\epsilon_2(t - t_0)) + \epsilon_3, \quad (4.29)$$

şeklinde yazılmakta olup, burada kullanılan $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3 \in \mathbb{R}$ bilinen artı sabit sayılardır. Kontrol kazancı olan K parametresinin aşağıda verilen kazanç şartını

$$k_{min} \geq \frac{2\rho^2 (\|z(t_0)\|)}{\min \left\{ \left(\alpha_{1min} - \frac{1}{2} \right), \left(\alpha_{2min} - \frac{1}{2} \right), \frac{k_{min}}{2} \right\}}, \quad \alpha_{1min} \geq \frac{1}{2}, \quad \alpha_{2min} \geq \frac{1}{2}, \quad (4.30)$$

mutlaka sağlanması gerekmektedir.

İspat 1 Lyapunov fonksiyonu $V : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$

$$V \triangleq \frac{1}{2}e_0^T e_0 + \frac{1}{2}e_1^T e_1 + \frac{1}{2}r^T M_{ST}r, \quad (4.31)$$

olarak tanımlanmakta olup, aşağıda verilen özelliği

$$\lambda_1 \|z\|^2 \leq V(z) \leq \lambda_2 \|z\|^2. \quad (4.32)$$

sağlamaktadır. Burada kullanılan $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ bilinen artı sabit sayılardır ve bu sayılar $\lambda_1 \triangleq \frac{\min\{1, \underline{m}_{ST}\}}{2}$ ve $\lambda_2 \triangleq \frac{\max\{1, \bar{m}_{ST}\}}{2}$ olmaktadır. Denklem (4.18), (4.21)-(4.22) ve (4.27) kullanılarak, Denklem (4.31)'in zamana göre türevinin üst sınırı

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - \left(\alpha_{1min} - \frac{1}{2} \right) \|e_0\|^2 - \left(\alpha_{2min} - \frac{1}{2} \right) \|e_1\|^2 - k_{min} \|r\|^2 + \|r\| \rho(\|z\|) \|z\| + \|r\| \bar{N}_d \\ & + r^T \left((A_a T)^T (\lambda_c - \lambda_h) \right). \end{aligned} \quad (4.33)$$

olacak şekilde bulunabilmektedir.

Not 4.1.4 Uç noktasının kısıtlı yüzeye temas etmediğinde, uç noktasında kuvvet oluşmamakta ve bu sebeple kuvvet ölçümü yapılmamaktadır, başka bir ifade ile $f_T = A_a^T \lambda_h = 0$ olmaktadır. Denklem (3.23)'de verilen A_a 'nın tanımı kullanılarak, $A_a^T \neq 0, \forall t$ olduğu bilinmekte olup, ölçülen kuvvetin sıfır olması durumunda holonomik kısıta ait Lagrange çarpanının sıfır olduğu sonucuna varılmaktadır, $\lambda_h = 0_{c_h \times 1}$. Uç noktası yüzeye temas etmediğinde, takip edilmesi istenen kuvvet yörüngesi de sıfır olmakta ve bu koşullar altında kuvvet takibi için kullanılan kontrol girişi sıfıra eşit olmaktadır, $\lambda_c = 0_{c_h \times 1}$. Özet olarak, aşağıdaki özellik

$$r^T (A_a T)^T (\lambda_h - \lambda_c) = 0, \quad (4.34)$$

uç noktası kısıtlı yüzeye temas etmediğinde geçerli olmaktadır. Uç noktası yüzeye temas ettiğinde ise Denklem (3.27)'de verilmekte olan indirgenmiş durum dinamik modelinde bulunan kısıtlanmış değişken ve bu değişkenin zamana bağlı türevleri sıfır olmaktadır.

$$u_2 = \dot{u}_2 = \ddot{u}_2 = 0_{c_h \times 1}. \quad (4.35)$$

Denklem (4.35) 'teki ifade uç noktası yüzeye dokunduğunda geçerli olması sebebiyle yüzeye temas halinde bu değişkene ait hedeflenen pozisyon yörüngeleri ve bu yörüngelerin zamana bağlı türevleri de sıfıra eşit olmaktadır.

$$u_{d2} = \dot{u}_{d2} = \ddot{u}_{d2} = 0_{c_h \times 1}. \quad (4.36)$$

Uç noktası yüzeye temas ederken, Denklem (4.35) ve (4.36) kullanılarak,

$$\mu_1 \int_0^t (u_{d2}(\xi) - u_2(\xi)) d\xi + \mu_2 (u_{d2} - u_2) + \mu_3 (\dot{u}_{d2} - \dot{u}_2) = 0_{c_h \times 1}, \quad \forall \mu_1, \mu_2, \mu_3 \in \mathbb{R} \quad (4.37)$$

özellği yazılabilmektedir. Yardımcı işaret r Denklem (4.37) formunda yazılabilmekte olup, $r^T (A_a T)^T (\lambda_h - \lambda_c) = 0$ elde edilebilmektedir. Denklem (4.37) kullanılarak, Denklem (4.34)'de verilen ifade uç noktası yüzeye temas ettiğinde de geçerli olmaktadır. Özet olarak, uç noktasının kısıtlı yüzeye temas etmesi ya da etmemesi fark etmeksizin, Denklem (4.34)'de gösterilen özellik sağlanmakta ve $r^T (A_a T)^T (\lambda_h - \lambda_c) = 0$ olmaktadır.

Denklem (4.34) kullanılarak, Denklem (4.33)'te bulunan $\|r\| \rho(\|z\|) \|z\|$ ve $\|r\| \bar{N}_d$ terimlerini r 'ye göre karelerine tamamlanmasının ardından, Denklem (4.33)'in üst sınırı

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\left(\alpha_{1min} - \frac{1}{2}\right) \|e_0\|^2 - \left(\alpha_{2min} - \frac{1}{2}\right) \|e_1\|^2 - \frac{k_{min}}{2} \|r\|^2 + \frac{\rho^2(\|z\|) \|z\|^2}{k_{min}} \\ & + \frac{\bar{N}_d^2}{k_{min}}, \end{aligned} \quad (4.38)$$

olarak bulunabilmektedir. Denklem (4.30) ve (4.32) kullanılarak, Denklem (4.38)'de bulunan ifade

$$\dot{V} \leq -\frac{\min \left\{ \left(\alpha_{1min} - \frac{1}{2} \right), \left(\alpha_{2min} - \frac{1}{2} \right), \frac{k_{min}}{2} \right\}}{2\lambda_2} V + \frac{\bar{N}_d^2}{k_{min}}. \quad (4.39)$$

şeklinde üst sınırlandırılmaktadır.

Denklem (4.39) kullanılarak, $e_0, e_1, r \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu; Denklem (4.17) kullanılarak $\dot{e}_0 \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu bulunmuştur. Denklem (4.18) kullanıldığında ise $\dot{e}_1 \in \mathcal{L}_\infty$ olmaktadır. Denklem (4.18) ve $\dot{e}_0 \in \mathcal{L}_\infty$ kullanılarak, $u, \dot{u} \in \mathcal{L}_\infty$ sonucuna ulaşılmaktadır. Varsayım 3.1.3 ve $u, \dot{u} \in \mathcal{L}_\infty$ kullanılarak, $M_{ST}, C_{ST}, N_{ST}, B_{ST} \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu bulunmuştur. $u, \dot{u} \in \mathcal{L}_\infty$ ve Denklem (4.83) kullanılarak, $e_\lambda \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu bulunmakta olup, $e_\lambda \in \mathcal{L}_\infty$ olması durumunda $\lambda_c, \lambda_h \in \mathcal{L}_\infty$ ve $\tau_f \in \mathcal{L}_\infty$ olmaktadır. $r, \tau_f, B_{ST} \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu için, $\tau \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu bulunmuştur. $u, \dot{u}, M_{ST}, C_{ST}, N_{ST}, d_{ST}, B_{ST}, \tau, \lambda_h \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu için, $\ddot{u} \in \mathcal{L}_\infty$ olmaktadır. Kalan işaretlerin tamamının sınırlandırıldığını doğrulamak için standart işaret takip algoritmaları kullanılabilir.

4.2 Giriş Zaman Gecikmesine Maruz Kalmış Mobil Manipülatörün Pozisyon/Kuvvet Kontrolü

Zaman gecikmesi, kontrol girişinde oluştuğunda sistemin giriş gecikmesine maruz kaldığı belirtilmektedir. Giriş gecikmesi sabit/zamanla değişen ve bilinen/bilinmeyen bir değere sahip olabilmektedir (Obuz, 2016). Bu bölümde pozisyon/kuvvet takibi gerçekleştirilecek olan holonomik ve holonomik olmayan kısıtlara sahip bir mobil manipülatörün girişinde zamanla değişen ve bilinmeyen bir gecikme olduğu varsayılmaktadır. Giriş zaman gecikmesine maruz kalmış mobil manipülatör belirsizlikler ve toplamsal bozucu etkiler içermekte ve hedeflenen pozisyon ve kuvvet yörüngelerinin takibi için gürbüz denetleyici tasarlanmaktadır. Bölüm 4.2.1'de giriş zaman gecikmesine sahip mobil manipülatör dinamiği verilmekte olup, Bölüm 4.2.2 ve 4.2.3'de bu dinamik modelin kullanımı ile farklı takip sonuçları veren gürbüz denetleyiciler tasarlanmakta ve kararlılık analizleri gerçekleştirilmektedir. Tasarlanan denetleyicilerin benzetim sonuçları ise Bölüm 5.2.1 ve 5.2.2'de anlatılmaktadır.

4.2.1 Giriş zaman gecikmesine maruz kalmış mobil manipülatör dinamik modeli

Bölüm 3.1.6’da elde edilen ve Denklem (3.27)’de verilen indirgenmiş durum dinamik modeli zaman gecikmesine sahip bir giriş içerdiğinde

$$M_{ST}\ddot{u} + C_{ST}\dot{u} + N_{ST} + d_{ST}(t) = B_{ST}(t)\tau(t - \delta(t)) + (A_a T)^T \lambda_h, \quad (4.40)$$

olmakta ve burada kullanılan $\delta(t) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ bilinmeyen ve zamanla değişen gecikmeyi temsil etmektedir. Denklem (4.40)’ta verilen dinamik model aşağıda tanımlanan Varsayım 4.2.1-4.2.4 sağlamaktadır.

Varsayım 4.2.1 *Bilinmeyen ve zamanla değişen gecikmenin $\underline{\delta} \leq \delta(t) \leq \bar{\delta}$ şeklinde sınırlı olduğu varsayılmaktadır. Burada kullanılan $\underline{\delta}, \bar{\delta} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ bilinen sabit sayılar olup, zaman gecikmesinin sırasıyla alt ve üst sınırını temsil etmektedir.*

Varsayım 4.2.2 *Bilinmeyen ve zamanla değişen zaman gecikmesinin ($\delta(t)$) tahmini değerinin artı, sabit bir sayı olduğu varsayılmakta olup, $\hat{\delta} \in \mathbb{R}_{>0}$ ile temsil edilmektedir.*

Varsayım 4.2.3 *Bilinmeyen ve zamanla değişen gecikme $\delta(t)$ ile tahmini değeri $\hat{\delta}$ arasında bir değer $\tilde{\delta}$ olarak tanımlanmakta ve bu değer üst sınırı $|\tilde{\delta}| \leq \bar{\delta}$ ile temsil edilmektedir. Burada kullanılan üst sınır $\bar{\delta} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ tolere edilebilen giriş zaman gecikmesinin gerçek ve tahmini değerleri arasındaki farkın maksimum değerini ifade etmekte ve bu değer bilindiği varsayılmaktadır.*

Varsayım 4.2.4 *Denklem (3.27)’de verilen indirgenmiş dinamik model matrislerinin üst sınırlarının*

$$\begin{aligned} \|M_{ST}(q)\| &\leq m_{st} \\ \|B_{ST}(q)\| &\leq b_{st} \\ \|N_{ST}(q, \dot{q})\| &\leq n_{stc} + n_{sts} \|\dot{q}\| \\ \|C_{ST}(q, \dot{q})\| &\leq c_{stc} + b_{sts} \|\dot{q}\| \\ \|\dot{B}_{ST}(q, \dot{q})\| &\leq b_{stdc} + b_{stds} \|\dot{q}\| \end{aligned}$$

olduğu varsayılmaktadır (Li vd., 2007).

4.2.2 Bölgesel UUB pozisyon-kuvvet takibi için gürbüz denetleyici tasarımı

Denklem (4.40)'ta verilen indirgenmiş durum dinamik modeli hem mobil manipülatöre ait holonomik/holonomik olmayan kısıtları hem de zamanla değişen ve sadece üst sınırının bilindiği giriş gecikmesi içermektedir. Mobil manipülatörün motorlarının gecikmeli olarak uygulayabildiği tork değerleri bu bölümde tasarlanan kontrol girişinden elde edilmektedir. Bölüm 4.2.2.1 içerisinde tasarlanan kontrol girişi ve Bölüm 4.2.2.2'de bu denetleyiciye ait kararlılık analizi anlatılmaktadır.

4.2.2.1 Denetleyici tasarımı

Denetleyicinin amacı, Denklem (4.40)'ta verilen zaman gecikmeli girişe maruz kalmış mobil manipülatörün dinamik modelinde bulunan toplamsal bozucu etkilere ve girişin gecikmeli olarak motorlara uygulanmasına rağmen uç noktasının hedeflenen pozisyon ve kuvvet yörüngeleri takip etmesini sağlayacak bir denetleyicinin tasarlanmasıdır. Kontrol hedefinin gerçekleşip/gerçekleştirilmediğinin niceliksel olarak gösterebilmek için uç noktasının pozisyon takip hatası $e_0 \in \mathbb{R}^{c_t}$ ile temsil edilmekte olup, e_0 ve pozisyona bağlı yardımcı takip hatası $e_1 \in \mathbb{R}^{c_t}$,

$$e_0 \triangleq \int_{t_0}^t (u(\theta) - u_d(\theta)) d\theta, \quad (4.41)$$

$$e_1 \triangleq \dot{e}_0 + \alpha_{NT1}e_0, \quad (4.42)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada geçen $u, u_d \in \mathbb{R}^{c_t}$ sırasıyla uç noktasının gerçek ve hedeflenen pozisyonunu, $\alpha_{NT1} \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$ ise ayarlanabilir artı tanımlı köşegensel kontrol kazanç matrisini temsil etmektedir.

Denklem (4.42)'de verilen, tasarlanan hata işareti kullanılarak, denetleyicinin geliştirilmesi için yardımcı bir takip hatası işareti olan $r \in \mathbb{R}^{c_t}$

$$r \triangleq \dot{e}_1 + \alpha_{NT2}e_1 + \alpha_{NT3}e_u, \quad (4.43)$$

olarak tanımlanmakta ve burada geçen $\alpha_{NT2}, \alpha_{NT3} \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$ matrisleri ise ayarlanabilir, artı tanımlı köşegensel kontrol kazanç matrisleri olmaktadır. Buna ek olarak, denetleyici

tasarımında kullanılan hata takibine ait kapalı döngü sistemde, zaman gecikmesinden bağımsız girişin elde edilmesi için yardımcı bir işaret olan $e_u \in \mathbb{R}^{c_t}$

$$e_u \triangleq \int_{t-\hat{\delta}}^t \exp(\beta_{NT1}(\theta - t)) B_{ST}(\theta) \tau(\theta) d\theta, \quad (4.44)$$

olarak tanımlanmakta ve Denklem (4.43)'te kullanılmaktadır. Denklem (4.44)'te kullanılan $\beta_{NT1} \in \mathbb{R}_{>0}$ ayarlanabilir, artı kontrol kazancıdır. Denklem (4.44)'te kullanılan, indirgenmiş durumlara göre ifade edilen giriş dönüşüm matrisi $B_{ST}(t)$ ile girişin $\tau(t)$ çarpımı $\tau_{ST}(t) \in \mathbb{R}^{c_t}$

$$\tau_{ST}(t) \triangleq B_{ST}(t) \tau(t) \quad (4.45)$$

olarak tanımlanmakta ve Denklem (4.44)'te yerine koyulduğunda, e_u işareti

$$e_u \triangleq \int_{t-\hat{\delta}}^t \exp(\beta_{NT1}(\theta - t)) \tau_{ST}(\theta) d\theta. \quad (4.46)$$

olarak yazılmaktadır. Denklem (4.46)'nın zamana göre türevi

$$\dot{e}_u = -\beta_{NT1}e_u + \tau_{ST}(t) - \exp(-\beta_{NT1}\hat{\delta}) \tau_{ST}(t - \hat{\delta}) \quad (4.47)$$

olarak elde edilmektedir.

Bölüm 4.2.2.2'de verilmekte olan pozisyon denetimi için gerçekleştirilen kararlılık analizi doğrultusunda, Denklem (4.43) kullanılarak zaman gecikmeli girişe sahip mobil manipülatör için tasarlanan kontrol girişi

$$\tau(t) \triangleq -B_{ST}^\dagger(t) k_{NT1} r(t) \quad (4.48)$$

olarak elde edilmektedir. Burada kullanılan $B_{ST}^\dagger \in \mathbb{R}^{(w+k) \times c_t}$ giriş dönüşüm matrisinin sözde tersini, $k_{NT1} \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$ ise ayarlanabilir, artı tanımlı, köşegensel kontrol kazanç matrisini temsil etmektedir.

Not 4.2.1 *Kuvvet takibi için Bölüm 4.1.2’de tasarlanan ve Denklem (4.25)’te verilen kuvvet kontrol vektörü (λ_c) ve Denklem (4.26)’da kullanılan kuvvet hata işareti (e_λ) aynı şekilde kullanılarak, kuvvet kontrol girişi*

$$\tau_f \triangleq (A_a T)^T \lambda_c \quad (4.49)$$

olarak tanımlanmakta ve

$$\tau_{f_{ST}} \triangleq B_{ST}^\dagger(t) \tau_f \quad (4.50)$$

şeklinde sisteme uygulanmaktadır. Bölüm 5.2’de sonuçları gösterilmekte olan benzetimlerde kullanılan kontrol girişlerinin, kararlılık analizlerinde bulunmamasına rağmen Denklem (4.50)’de verilen kuvvet kontrolünü sağlayan giriş gecikmeli olarak sisteme uygulanmakta ve kuvvet kontrolünün de etkili olarak sağlandığı görülmektedir. Bölüm 4.1.2’de denetleyici tasarımında kullanılan Not 4.2.2 düzenlenerek, gecikmeli uygulanan kuvvet kontrolü için benzer sonuç elde edilebilir.

4.2.2.2 Kararlılık analizi

Uç noktasının hedeflenen pozisyon yörüngesini takip etmesini sağlayan kontrol girişi için kararlılık analizi gerçekleştirilmektedir. Yardımcı işaretin (r) açık döngü dinamikleri için önce bu işaretin zamana bağlı türevi hesap edilmektedir.

$$\dot{r} = \ddot{e}_1 + \alpha_{NT2}\dot{e}_1 + \alpha_{NT3}e_u \quad (4.51)$$

Denklem (4.51) M_{ST} matrisi ile çarpılmakta, sonrasında, Denklem (4.42)’nin zamana bağlı ikinci dereceden türevi, Denklem (4.42) ve (4.46)’nın zamana bağlı birinci dereceden türevi, Denklem (4.41)’in zamana bağlı üçüncü dereceden türevi ve Denklem (4.40)’tan elde edilen $M_{ST}(u)$ ü değeri bu çarpımda yerine koyulduğunda

$$\begin{aligned} M_{ST}\dot{r} = & -C_{ST}\dot{u} - N_{ST} - d_{ST} - M_{ST}\ddot{u}_d + M_{ST}(\alpha_{NT1} + \alpha_{NT2})\ddot{e}_0 \\ & + M_{ST}\alpha_{NT2}\alpha_{NT1}\dot{e}_0 - M_{ST}\alpha_{NT3}\beta_{NT1}e_u + B_{ST}(t)\tau(t - \delta(t)) \\ & + M_{ST}\alpha_{NT3}\tau_{ST}(t) - \exp(-\beta_{NT1}\hat{\delta})M_{ST}\alpha_{NT3}\tau_{ST}(t - \hat{\delta}) \end{aligned} \quad (4.52)$$

elde edilmektedir. Denklem (4.52)'ye $B_{ST}(t) \tau(t - \hat{\delta})$, $\tau_{ST}(t - \hat{\delta})$, $C_{ST}r$ ve e_1 terimleri eklenip çıkartıldığında

$$\begin{aligned}
M_{ST}\dot{r} = & B_{ST}(t) \left(\tau(t - \delta(t)) - \tau(t - \hat{\delta}) \right) + M_{ST}\alpha_{NT3}\tau_{ST}(t) \\
& + \left(\mathbb{I} - \exp(-\beta_{NT1}\hat{\delta}) M_{ST}\alpha_{NT3} \right) \tau_{ST}(t - \hat{\delta}) \\
& + \left(B_{ST}(t) - B_{ST}(t - \hat{\delta}) \right) \tau(t - \hat{\delta}) - e_1 - C_{ST}r \\
& - M_{ST}\ddot{u}_d - C_{ST}(\dot{u} - r) - N_{ST} - d_{ST} + M_{ST}(\alpha_{NT1} + \alpha_{NT2})\ddot{e}_0 \\
& + M_{ST}\alpha_{NT2}\alpha_{NT1}\dot{e}_0 - M_{ST}\alpha_{NT3}\beta_{NT1}e_u + e_1
\end{aligned} \tag{4.53}$$

elde edilmekte ve burada geçen $\mathbb{I} \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$ birim matris olarak tanımlanmaktadır. Kararlılık analizi; Not 4.1.1 ve 4.1.2 kullanılarak, Denklem (4.53)'te verilen terimlerin ayrıştırılması yoluyla sadeleştirilmektedir. Ayrıştırma sonrası

$$\begin{aligned}
M_{ST}\dot{r} = & B_{ST}(t) \left(\tau(t - \delta(t)) - \tau(t - \hat{\delta}) \right) + M_{ST}\alpha_{NT3}\tau_{ST}(t) \\
& + \left(\mathbb{I} - \exp(-\beta_{NT1}\hat{\delta}) M_{ST}\alpha_{NT3} \right) \tau_{ST}(t - \hat{\delta}) \\
& + \left(B_{ST}(t) - B_{ST}(t - \hat{\delta}) \right) \tau(t - \hat{\delta}) - e_1 - C_{ST}r + \tilde{N} + N_d
\end{aligned} \tag{4.54}$$

olmakta ve burada geçen \tilde{N} ve N_d terimleri aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned}
\tilde{N} \triangleq & -M_{ST}(u) (\ddot{u}_d - (\alpha_{NT1} + \alpha_{NT2})\ddot{e}_0 - \alpha_{NT2}\alpha_{NT1}\dot{e}_0 + \alpha_{NT3}\beta_{NT1}e_u) \\
& - C_{ST}(u, \dot{u}) (\dot{u}_d - (\alpha_{NT1} + \alpha_{NT2})\dot{e}_0 - \alpha_{NT2}\alpha_{NT1}e_0 - \alpha_{NT3}e_u) \\
& + M_{ST}(u_d) \ddot{u}_d + C_{ST}(u_d, \dot{u}_d) \dot{u}_d + N_{ST}(u_d, \dot{u}_d) - N_{ST}(u, \dot{u}) + e_1,
\end{aligned} \tag{4.55}$$

$$N_d \triangleq -M_{ST}(u_d) \ddot{u}_d - C_{ST}(u_d, \dot{u}_d) \dot{u}_d - N_{ST}(u_d, \dot{u}_d) - d_{ST}(t). \tag{4.56}$$

Varsayım 4.2.5 *Varsayım 3.1.3 ve 4.1.1 temel alınarak ve Ortalama Değer Teoremi kullanılarak \tilde{N} için bir üst sınır aşağıdaki gibi tanımlanabilmekte olup,*

$$\|\tilde{N}\| \leq \rho(\|z\|) \|z\| \tag{4.57}$$

burada kullanılan $z \triangleq [e_0^T \ e_1^T \ r^T \ e_u^T]^T \in \mathbb{R}^{4c_t}$ ve $\rho : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ radyal sınırsız, artı tanımlı ve sürekli artan bir fonksiyondur.

Varsayım 4.2.6 Varsayım 3.1.2, 3.1.3 ve 4.1.1 temel alınarak, N_d için aşağıda tanımlanan üst sınır elde edilebilmekte olup,

$$\|N_d\| \leq \bar{N}_d \quad (4.58)$$

burada kullanılan $\bar{N}_d \in \mathbb{R}$ bilinen artı sabit bir sayıdır.

Denklem (4.48)'de verilen kontrol girişi kuvvet kontrol girişinden bağımsız olarak Denklem (4.54)'te yerine koyulduğunda, r 'nin kapalı döngü dinamikleri

$$\begin{aligned} M_{ST}\dot{r} = & B_{ST}(t) \left(\tau(t - \delta(t)) - \tau(t - \hat{\delta}) \right) - M_{ST}\alpha_{NT3}k_{NT1}r(t) \\ & - \eta_1 k_{NT1}r(t - \hat{\delta}) - e_1 - C_{ST}r + \tilde{N} + N_d \end{aligned} \quad (4.59)$$

olarak bulunmaktadır. Denklem (4.59)'da kullanılan $\eta_1 \in \mathbb{R}$ aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır.

$$\eta_1 \triangleq \left(\left(B_{ST}(t) - B_{ST}(t - \hat{\delta}) \right) B_{ST}^\dagger(t - \hat{\delta}) + \left(\mathbb{I} - \exp(-\beta_{NT1}\hat{\delta}) M_{ST}\alpha_{NT3} \right) \right) \quad (4.60)$$

Denklem (4.60)'ta geçen B_{ST} matrisinin sınırlı olan trigonometrik fonksiyonlardan oluşması, M_{ST} 'in ise sınırlı bir matris olması sebebiyle η_1 terimi $\|\eta_1\| \leq \bar{\eta}_1$ şeklinde üst sınırlandırılmakta ve bu sınır $\bar{\eta}_1 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ bilinen, artı bir sayıdır.

Kararlılık analizinin kolaylaştırılması için yardımcı sınırlandırma parametreleri $\sigma_1, \sigma_2 \in \mathbb{R}$ ve bunlara ek olarak analiz sonucunda kalan sabit terimleri içeren $\sigma_3 \in \mathbb{R}$ parametreleri tanımlanmakta ve bu parametreler

$$\begin{aligned}
\sigma_1 \triangleq \min & \left\{ \left(\alpha_{NT1min} - \frac{1}{2} \right), (\alpha_{NT2min} - 1), \frac{m_{st}\alpha_{NT3min}k_{NT1min}}{2}, \dots \right. \\
& \dots - k_{NT1max} \left(\frac{\overline{b_{st}\delta}}{2} + \frac{\overline{\eta_1}k_{NT1max}}{2k_{NT1min}} + \frac{\exp(2\beta_{NT1}\hat{\delta})\overline{\eta_1}}{2} \right), \dots \\
& \left. \dots \left(\frac{\beta_{NT1} \exp(2\beta_{NT1}\hat{\delta})\overline{\eta_1}}{2k_{NT1max}\hat{\delta}} - \frac{\alpha_{NT3max}^2}{2} \right) \right\}, \\
\sigma_2 \triangleq \min & \left\{ \left(\frac{\sigma_1}{2}, \beta_{NT1} \right) \right\}, \\
\sigma_3 \triangleq & \frac{\overline{N_d}^2}{m_{st}\alpha_{NT3min}k_{NT1min}} + \frac{\overline{b_{st}\delta}}{2k_{NT1max}} \overline{\tau}^2, \tag{4.61}
\end{aligned}$$

olarak hesap edilmektedir. Burada geçen m_{st} , α_{NT1min} , α_{NT2min} , α_{NT3min} , k_{NT1min} parametreleri sırasıyla M_{ST} , α_1 , α_2 , α_3 , k_{NT1} matrislerinin en küçük özdeğerleri, $\overline{b_{st}}$, α_{NT3max} , k_{NT1max} parametreleri ise sırasıyla B_{ST} , α_3 , k_{NT1} matrislerinin en büyük özdeğerleridir. Analiz sırasında kullanılan $V_3 \in \mathbb{R}$ fonksiyonu

$$V_3(t) \triangleq \frac{\exp(2\beta_{NT1}\hat{\delta})\overline{\eta_1}}{2k_{NT1max}} \int_{t-\hat{\delta}}^t \exp(2\beta_{NT1}(\theta-t)) \|\tau_{ST}(\theta)\|^2 d\theta, \tag{4.62}$$

olarak tanımlanmakta ve $\|z\| \geq \|\dot{z}\|$ olacak şekilde, yeni bir değişken olan $\dot{z} \triangleq [e_0^T \ e_1^T \ r^T]^T$ yardımcı işaretleri kullanılarak tanımlanmaktadır. Denklem (4.62) ve \dot{z} kullanılarak

$$y \triangleq \begin{bmatrix} \dot{z}^T & \sqrt{V_3} \end{bmatrix}^T \tag{4.63}$$

elde edilmektedir. Burada geçen $y(t) \in \mathbb{R}^{3c_t+1} \subset \mathbb{D}$ olarak ifade edilmekte; açık ve bağlı bir küme olan $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^{3c_t+1}$ $\|z(\cdot)\| \leq \gamma$, $\forall \cdot \in [t_0, t]$ ile sınırlandırılmakta ve başlangıç koşullarını içeren küme $S_{\mathbb{D}} \subset \mathbb{D}$, $S_{\mathbb{D}} \triangleq \{y \in \mathbb{R}^{3c_t+1} \mid \|y\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \inf \left\{ \rho^{-1} \left(\sqrt{\frac{\sigma_1 m_{st} \alpha_{NT3min} k_{NT1min}}{2}} \right), \infty \right\} \}$ şeklinde tanımlanmaktadır.

Teorem 2 Denklem (4.40)'ta verilen dinamik model için tasarlanan ve Denklem (4.48)'de verilmekte olan kontrol girişi ve aşağıda verilen kontrol kazanç koşulları sağlandığında bölgesel UBB takibi sağlanmaktadır.

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \|u - u_d\| \leq \epsilon_1 \exp(-\epsilon_2(t - t_0)) + \epsilon_3 \quad (4.64)$$

olmakta ve burada geçen $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3 \in \mathbb{R}_{>0}$ sabit bir sayılardır. Kontrol kazanç matrisleri ve parametreleri yeterince büyük seçildiğinde aşağıda verilen kazanç koşulları

$$\begin{aligned} \alpha_{NT1min} &> \frac{1}{2}, \\ \alpha_{NT2min} &> 1, \\ \alpha_{NT3min} &> \frac{\bar{\eta}_1 \left(\frac{k_{NT1max}}{k_{NT1min}} + \exp(2\beta_{NT1}\hat{\delta}) \right)}{\frac{m_{st}k_{NT1min}}{k_{NT1max}}}, \\ \frac{m_{st}\alpha_{NT3min} \frac{k_{NT1min}}{k_{NT1max}} - \bar{\eta}_1 \left(\frac{k_{NT1max}}{k_{NT1min}} + \exp(2\beta_{NT1}\hat{\delta}) \right)}{\bar{b}_{st}} &> \bar{\delta}, \\ \beta_{NT1} &> \frac{\alpha_{NT3max}^2 k_{NT1max} \hat{\delta}}{\exp(2\beta_{NT1}\hat{\delta}) \bar{\eta}_1}. \end{aligned} \quad (4.65)$$

sağlanmaktadır.

İspat 2 Lyapunov fonksiyonu $V : D \rightarrow R$

$$V \triangleq \frac{1}{2}e_0^T e_0 + \frac{1}{2}e_1^T e_1 + \frac{1}{2}r^T M_{ST}r + V_3, \quad (4.66)$$

olarak tanımlanmaktadır. Denklem (4.66)'da verilen Lyapunov fonksiyonu

$$\lambda_1 \|y\|^2 \leq V(y) \leq \lambda_2 \|y\|^2 \quad (4.67)$$

olarak sınırlandırılmakta ve burada geçen $\lambda_1 \triangleq \frac{\min\{1, m_{st}\}}{2}$ ve $\lambda_2 \triangleq \frac{\max\{1, \overline{m_{st}}\}}{2}$ olmaktadır. Denklem (4.62)'de verilen $V_3(t)$ fonksiyonunun Leibniz İntegral kuralı ile zamana göre türevi Denklem (4.68)'de gösterildiği gibi hesap edilmektedir.

$$\dot{V}_3 = -2\beta_{NT1}V_3 + \frac{\exp(2\beta_{NT1}\hat{\delta})\bar{\eta}_1}{2k_{NT1max}} \|\tau_{ST}\|^2 - \frac{\bar{\eta}_1}{2k_{NT1max}} \left\| \tau_{ST}(t - \hat{\delta}) \right\|^2 \quad (4.68)$$

Denklem (4.68)'in üst sınırı ise

$$\dot{V}_3 \leq -2\beta_{NT1}V_3 + \frac{\exp(2\beta_{NT1}\hat{\delta})\bar{\eta}_1 k_{NT1max}}{2} \|r(t)\|^2 - \frac{\bar{\eta}_1 k_{NT1min}^2}{2k_{NT1max}} \left\| r(t - \hat{\delta}) \right\|^2 \quad (4.69)$$

şeklinde elde edilmektedir. Denklem (4.41),(4.42) türevleri ve Denklem (4.47), (4.59),(4.69), kullanılarak, (4.66)'nın zamana bağlı türevi

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -e_0^T \alpha_{NT1} e_0 - e_1^T \alpha_{NT2} e_1 - r^T M_{ST} \alpha_{NT3} k_{NT1} r(t) + e_0^T e_1 - e_1^T \alpha_{NT3} e_u \\ &- 2\beta_{NT1}V_3 + \frac{\exp(2\beta_{NT1}\hat{\delta})\bar{\eta}_1 k_{NT1max}}{2} \|r(t)\|^2 - \frac{\bar{\eta}_1 k_{NT1min}^2}{2k_{NT1max}} \left\| r(t - \hat{\delta}) \right\|^2 \\ &- r^T \eta_1 k_{NT1} r(t - \hat{\delta}) + r^T B_{ST}(t) \left(\tau(t - \delta(t)) - \tau(t - \hat{\delta}) \right) + r^T \tilde{N} + r^T N_d \end{aligned} \quad (4.70)$$

olarak bulunmaktadır. Cauchy-Schwarz eşitsizliği yöntemi ile

$$\|e_u\|^2 \leq \hat{\delta} \int_{t-\hat{\delta}}^t \exp(2\beta_{NT1}(\theta - t)) \|\tau_{ST}(\theta)\|^2 d\theta \quad (4.71)$$

olarak yazılmakta ve Denklem (4.71) kullanılarak, Denklem (4.62)'de verilen fonksiyon

$$-2\beta_{NT1}V_3 \leq -\frac{\beta_{NT1} \exp(2\beta_{NT1}\hat{\delta})\bar{\eta}_1}{2k_{NT1max}\hat{\delta}} \|e_u\|^2 - \beta_{NT1}V_3 \quad (4.72)$$

şeklinde sınırlandırılmaktadır. Denklem (4.72)'den elde edilen üst sınır ve Denklem (4.60)'ta verilen η_1 'in üst sınırı ile Denklem (4.70)'in üst sınırı

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -\alpha_{NT1min} \|e_0\|^2 - \alpha_{NT2min} \|e_1\|^2 - \underline{m}_{st}\alpha_{NT3min}k_{NT1min} \|r(t)\|^2 - \beta_{NT1}V_3 \\
& + \|e_0^T e_1\| + \alpha_{NT3max} \|e_1^T e_u\| + \|r^T \tilde{N}\| + \|r^T N_d\| - \frac{\beta_{NT1} \exp(2\beta_{NT1}\hat{\delta}) \bar{\eta}_1}{2k_{NT1max}\hat{\delta}} \|e_u\|^2 \\
& + \frac{\exp(2\beta_{NT1}\hat{\delta}) \bar{\eta}_1 k_{NT1max}}{2} \|r(t)\|^2 - \frac{\bar{\eta}_1 k_{NT1min}^2}{2k_{NT1max}} \|r(t-\hat{\delta})\|^2 \\
& + k_{NT1max} \bar{\eta}_1 \|r^T r(t-\hat{\delta})\| + \bar{b}_{st} \|r^T (\tau(t-\delta(t)) - \tau(t-\hat{\delta}))\| \quad (4.73)
\end{aligned}$$

olarak bulunmaktadır. Denklem (4.73)'ye bulunan $\|(\tau(t-\delta(t)) - \tau(t-\hat{\delta}))\|$ terimi Ortalama Değer Teoremi kullanılarak

$$\|(\tau(t-\delta(t)) - \tau(t-\hat{\delta}))\| \leq \bar{\delta} \|\dot{\tau}(t-\tilde{\delta}(t))\| \quad (4.74)$$

olarak sınırlandırılmaktadır.

Denklem (4.74) kullanılarak $\bar{b}_{st} \|r^T (\tau(t-\delta(t)) - \tau(t-\hat{\delta}))\|$ terimi Young Eşitsizlik Yöntemi ile

$$\bar{b}_{st} \bar{\delta} \|r(t)\| \|\dot{\tau}(t-\tilde{\delta})\| \leq \frac{k_{NT1max} \bar{b}_{st} \bar{\delta}}{2} \|r(t)\|^2 + \frac{\bar{b}_{st} \bar{\delta}}{2k_{NT1max}} \|\dot{\tau}(t-\tilde{\delta})\|^2 \quad (4.75)$$

olarak üst sınırlandırılmaktadır. Denklem (4.75) te bulunan $\dot{\tau}(t-\tilde{\delta})$ terimi

$$\dot{\tau}(t-\tilde{\delta}) = -\left(B_{ST}^\dagger(t-\tilde{\delta})k_{NT1}\dot{r}(t-\tilde{\delta}) + \dot{B}_{ST}^\dagger(t-\tilde{\delta})k_{NT1}r(t-\tilde{\delta})\right), \quad (4.76)$$

olmakta ve burada geçen

$$\dot{r}(t-\tilde{\delta}) = \ddot{e}_1(t-\tilde{\delta}) + \alpha_{NT2}\dot{e}_1(t-\tilde{\delta}) + \alpha_{NT3}\dot{e}_u(t-\tilde{\delta}), \quad (4.77)$$

olmaktadır. Denklem (4.77)'de geçen \bar{e}_1 'in kararlılık analizi sonucunda sınırlı olduğu ispat edilmekte, ancak, kararlılık analizine devam edebilmek için, analiz sırasında \bar{e}_1 'in sınırlı olduğu varsayılmaktadır. Analiz sırasındaki bu varsayım sebebiyle kararlılık analizi sonucu bölgesel olmakta ve \dot{r} 'nin bilinen bir sayı ile üst sınırlandırıldığı varsayılmaktadır. Bu sebeple $\left\| \dot{r}(t - \hat{\delta}) \right\| \leq \bar{\tau}$ olmakta (Obuz, 2016) ve burada geçen $\bar{\tau} \in \mathbb{R}$ teriminin bilinen, artı sabit bir sayı olduğu varsayılmaktadır.

Denklem (4.75)'te verilen üst sınır, Denklem (4.73)'te yerine koyulduğunda ve düzenlenerek tekrar yazıldığında

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -\alpha_{NT1min} \|e_0\|^2 - \alpha_{NT2min} \|e_1\|^2 - \left(\underline{m}_{st} \alpha_{NT3min} k_{NT1min} - \frac{k_{NT1max} \bar{b}_{st} \bar{\delta}}{2} \right) \|r(t)\|^2 \\
& + \|e_0^T e_1\| + \alpha_{NT3max} \|e_1^T e_u\| + \|r^T \tilde{N}\| + \|r^T N_d\| + k_{NT1max} \bar{\eta}_1 \|r^T r(t - \hat{\delta})\| \\
& - \frac{\beta_{NT1} \exp(2\beta_{NT1} \hat{\delta}) \bar{\eta}_1}{2k_{NT1max} \hat{\delta}} \|e_u\|^2 + \frac{\exp(2\beta_{NT1} \hat{\delta}) \bar{\eta}_1 k_{NT1max}}{2} \|r(t)\|^2 - \beta_{NT1} V_3 \\
& + \frac{\bar{b}_{st} \bar{\delta}}{2k_{NT1max}} \bar{\tau}^2 - \frac{\bar{\eta}_1 k_{NT1min}^2}{2k_{NT1max}} \|r(t - \hat{\delta})\|^2
\end{aligned} \tag{4.78}$$

elde edilmektedir. Young Eşitsizlik Yöntemi ile Denklem (4.78)'de verilen çarpımlar

$$\begin{aligned}
\|e_0^T e_1\| & \leq \frac{1}{2} \|e_0\|^2 + \frac{1}{2} \|e_1\|^2 \\
\alpha_{NT3max} \|e_1^T e_u\| & \leq \frac{1}{2} \|e_1\|^2 + \frac{\alpha_{NT3max}^2}{2} \|e_u\|^2 \\
\|r^T \tilde{N}\| & \leq \frac{\underline{m}_{st} \alpha_{NT3min} k_{NT1min}}{4} \|r(t)\|^2 + \frac{1}{\underline{m}_{st} \alpha_{NT3min} k_{NT1min}} \rho^2 (\|z\|) \|z\|^2 \\
\|r^T N_d\| & \leq \frac{\underline{m}_{st} \alpha_{NT3min} k_{NT1min}}{4} \|r(t)\|^2 + \frac{1}{\underline{m}_{st} \alpha_{NT3min} k_{NT1min}} \bar{N}_d^2 \\
\bar{\eta}_1 k_{NT1max} \|r^T r(t - \hat{\delta})\| & \leq \frac{\bar{\eta}_1 k_{NT1max}^2}{2k_{NT1min}} \|r(t)\|^2 + \frac{\bar{\eta}_1 k_{NT1min}}{2} \|r(t - \hat{\delta})\|^2
\end{aligned} \tag{4.79}$$

olarak yazılmaktadır. Denklem (4.79)'da verilen çarpımların üst sınırlarını oluşturan terimler Denklem (4.78)'de yerine koyulduğunda ve aynı terime ait katsayılar gruplandırıldığında

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & - \left(\alpha_{NT1min} - \frac{1}{2} \right) \|e_0\|^2 - (\alpha_{NT2min} - 1) \|e_1\|^2 \\
& - \left(\frac{m_{st}\alpha_{NT3min}k_{NT1min}}{2} - k_{NT1max} \left(\frac{\bar{b}_{st}\bar{\delta}}{2} + \frac{\bar{\eta}_1 k_{NT1max}}{2k_{NT1min}} + \frac{\exp(2\beta_{NT1}\hat{\delta})\bar{\eta}_1}{2} \right) \right) \|r(t)\|^2 \\
& - \left(\frac{\beta_{NT1} \exp(2\beta_{NT1}\hat{\delta})\bar{\eta}_1}{2k_{NT1max}\hat{\delta}} - \frac{\alpha_{NT3max}^2}{2} \right) \|e_u\|^2 + \frac{\rho^2 (\|z\|) \|z\|^2}{m_{st}\alpha_{NT3min}k_{NT1min}} \\
& + \frac{\bar{N}_d^2}{m_{st}\alpha_{NT3min}k_{NT1min}} - \beta_{NT1}V_3 + \frac{\bar{b}_{st}\bar{\delta}}{2k_{NT1max}}\bar{\tau}^2
\end{aligned} \tag{4.80}$$

elde edilmektedir. Denklem (4.65)'te verilen kazanç koşulları ve Denklem (4.61) uygulandığında

$$\dot{V} \leq \frac{-\sigma_2}{2\lambda_2}V + \sigma_3, \tag{4.81}$$

elde edilmektedir. Denklem (4.67) kullanılarak, Denklem (4.81) çözümü

$$V(t) \leq \left(V(t_0) - \frac{\lambda_2\sigma_3}{\sigma_2} \right) \exp\left(\frac{-\sigma_2(t-t_0)}{\lambda_2} \right) + \frac{\lambda_2\sigma_3}{\sigma_2} \tag{4.82}$$

olarak elde edilmektedir.

Denklem (4.81) kullanılarak $e_0, e_1, r, V_3 \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu; Denklem (4.42) ve $e_0, e_1 \in \mathcal{L}_\infty$ kullanılarak $\dot{e}_0 \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu bulunmaktadır. Varsayım 4.1.1, $\dot{e}_0 \in \mathcal{L}_\infty$ ve Denklem (4.41) kullanıldığında $u \in \mathcal{L}_\infty$ olmaktadır. Denklem (4.71) ve $V_3 \in \mathcal{L}_\infty$ birlikte kullanıldığında $e_u \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu bulunmaktadır. Denklem (4.43) ve $e_1, r, e_u \in \mathcal{L}_\infty$ kullanılarak, $\dot{e}_1 \in \mathcal{L}_\infty$ olmakta ve buradan yola çıkarak Denklem (4.42)'nin birinci dereceden türevinin kullanımı ile $\dot{u} \in \mathcal{L}_\infty$ olarak bulunmaktadır. Varsayım 3.1.3 ve $u, \dot{u} \in \mathcal{L}_\infty$ kullanılarak $M_{ST}, C_{ST}, N_{ST}, B_{ST} \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu bulunmaktadır. Denklem (4.45), $B_{ST} \in \mathcal{L}_\infty$ ve $e_u \in \mathcal{L}_\infty$ kullanılarak $\tau \in \mathcal{L}_\infty$ olarak bulunmaktadır. Varsayım 3.1.2 ve $u, \dot{u}, M_{ST}, C_{ST}, N_{ST}, B_{ST}, \tau, \lambda_h \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu için, $\ddot{u} \in \mathcal{L}_\infty$ olmaktadır. Kalan işaretlerin tamamının sınırlandırıldığını doğrulamak için standart işaret takip algoritmaları kullanılabilir.

Not 4.2.2 Denklem (4.25) ve (4.26) kullanılarak, aşağıdaki ifade elde edilmektedir (Dawson vd., 1995).

$$e_\lambda = \frac{\lambda_c - \lambda_h}{(1 + K_\lambda)}. \quad (4.83)$$

Denklem (4.40), (4.45), (4.54)-(4.59) kullanılarak, $\lambda_c - \lambda_h$ değeri mobil manipülatörün pozisyonuna, hızına ve bunların hedeflenen yörüngelerine bağlı olan $\zeta \left(\int_0^t u(\xi)d\xi, \int_0^t u_d(\xi)d\xi, u, u_d, \dot{u}, \dot{u}_d, \ddot{u}_d \right) \in \mathbb{R}$ fonksiyonu ile tanımlanmaktadır. Bu fonksiyonun bağlı olduğu tüm işaretlerin sınırlı olduğu kararlılık analizi sonucunda elde edilmekte ve Varsayım 3.1.3 kullanılarak bu fonksiyonun da sınırlı olduğu sonucuna varılmaktadır. Buna ek olarak, K_λ parametresinin değeri arttırıldıkça, bu artışın hedeflenen ve gerçek kuvvet arasındaki hata değerini azaltacağı Denklem (4.83) kullanılarak gösterilebilir.

4.2.3 Yarı-Küresel UUB pozisyon-kuvvet takibi için gürbüz denetleyici tasarımı

Bölüm 4.2.2’de pozisyon/kuvvet takibi için tasarlanan denetleyiciden farklı olarak yarı-küresel takip sağlayan denetleyici tasarlanmaktadır. Bölüm 4.2.3.1’de pozisyon/kuvvet takibini sağlayan gürbüz denetleyici tasarımı, Bölüm 4.2.3.2’de ise bu denetleyiciye ait kararlılık analizi verilmektedir. Tasarlanan denetleyicinin benzetim sonuçları ise Bölüm 5.2.2’de gösterilmektedir.

4.2.3.1 Denetleyici tasarımı

Bölüm 4.2.1’de Denklem (4.40)’ta verilen bilinmeyen ve zamanla değişen gecikmeye sahip indirgenmiş durum dinamik modeli kullanılmaktadır. Denklem (4.40)’ta verilen dinamik model Varsayım 4.2.1, 4.2.2 ve 4.2.3’ün bu bölümde de sağlandığı varsayılmaktadır.

Denetleyicinin amacı, Denklem (4.40)’ta verilen zaman gecikmeli girişe sahip mobil manipülatörün dinamik modelinde bulunan toplamsal bozucu etkilere ve girişin gecikmeli olarak motorlara uygulanmasına rağmen uç noktasının hedeflenen pozisyon ve kuvvet yörüngeleri takip etmesini sağlayacak bir denetleyicinin tasarlanmasıdır. Bölüm 4.2.2’de tasarlanan denetleyiciden farklı olarak, bu bölümde kararlılık analizinin sonucunda bölgesel bir sonuç yerine yarı-küresel bir sonuç elde edilmektedir. Kontrol hedefinin gerçekleşip/gerçekleştirilmediğini nicelik olarak gösterebilmek için uç noktasının pozisyon takip hatası olarak Denklem (4.41) ve (4.42)’de verilen $e_0, e_1 \in \mathbb{R}^{c_t}$ hata işaretleri kullanılmaktadır.

Denklem (4.41), (4.42)'de verilmekte olan hata işaretleri kullanılarak, denetleyicinin geliştirilmesi için yardımcı bir takip hatası olan $r \in \mathbb{R}^{c_t}$

$$r \triangleq \dot{e}_1 + \alpha_{NT2}e_1 + \alpha_{NT3}B_{ST}(t)e_u + B_{ST}(t)k_{NT2}\tau(t) \quad (4.84)$$

olarak tanımlanmakta olup, burada kullanılan $B_{ST} \in \mathbb{R}^{c_t \times (w+k)}$ indirgenmiş durum dinamik modelinde giriş dönüşüm matrisini, $\alpha_{NT2}, \alpha_{NT3} \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$ ve $k_{NT2} \in \mathbb{R}^{(w+k) \times (w+k)}$ matrisleri ise ayarlanabilir, artı tanımlı köşegen kontrol kazanç matrislerini temsil etmektedir.

Denklem (4.84)'te kullanılan; denetleyici tasarımında hata takibine ait kapalı döngü sistemde zaman gecikmesinden bağımsız girişin elde edilebilmesi için yardımcı bir işaret olan $e_u \in \mathbb{R}^{w+k}$

$$e_u \triangleq \int_{t-\hat{\delta}}^t \exp(\beta_{NT1}(\theta - t)) \tau(\theta) d\theta, \quad (4.85)$$

şeklinde yazılmaktadır. Burada geçen $\hat{\delta}, \beta_{NT1} \in \mathbb{R}_{>0}$ sırasıyla bilinmeyen ve zamanla değişen gecikmenin tahmini değeri ve ayarlanabilir, artı kontrol kazancıdır. Denklem (4.85)'in zamana göre türevi

$$\dot{e}_u = -\beta_{NT1}e_u + \tau(t) - \exp(-\beta_{NT1}\hat{\delta}) \tau(t - \hat{\delta}), \quad (4.86)$$

olarak elde edilmektedir. Denklem (4.84)'te kullanılan ve Bölüm 4.2.3.2'de verilmekte olan kararlılık analizi doğrultusunda giriş gecikmesine maruz kalmış mobil manipülatör için tasarlanan kontrol girişi ($\tau(t) \in \mathbb{R}^{(w+k)}$) ve zamana bağlı türevi ($\dot{\tau}(t) \in \mathbb{R}^{(w+k)}$)

$$\dot{\tau}(t) \triangleq k_{NT2}^{-1} \left(-\tau(t) - B_{ST}^\dagger(t) k_{NT1} r(t) \right), \quad (4.87)$$

$$\tau(t) \triangleq -k_{NT2} \dot{\tau}(t) - B_{ST}^\dagger(t) k_{NT1} r(t), \quad (4.88)$$

olarak tasarlanmakta, burada geçen $B_{ST}^\dagger \in \mathbb{R}^{(w+k) \times c_t}$ giriş dönüşüm matrisinin sözde tersini, $k_{NT1} \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$ ise ayarlanabilir artı tanımlı köşegen kontrol kazanç matrisini temsil etmektedir.

4.2.3.2 Kararlılık analizi

Bu denetleyici kapsamında da uç noktasının hedeflenen pozisyon yörüngesini takip etmesini sağlayan kontrol girişi için kararlılık analizi gerçekleştirilmektedir. Yardımcı işaretin açık döngü dinamiklerini elde etmek için önce bu işaretin zamana bağlı türevi hesap edilmektedir.

$$\begin{aligned} \dot{r} \triangleq & \ddot{e}_1 + \alpha_{NT2}\dot{e}_1 + \alpha_{NT3}\dot{B}_{ST}(t)e_u + \alpha_{NT3}B_{ST}(t)\dot{e}_u + \dot{B}_{ST}(t)k_{NT2}\tau(t) \\ & + B_{ST}(t)k_{NT2}\dot{r}(t) \end{aligned} \quad (4.89)$$

Denklem (4.89) M_{ST} matrisi ile çarpılmakta, sonrasında, Denklem (4.42)'nin zamana bağlı ikinci dereceden türevi, Denklem (4.42) ve (4.85)'in zamana bağlı birinci dereceden türevi, Denklem (4.41)'in zamana bağlı üçüncü dereceden türevi ve Denklem (4.40)'tan elde edilen $M_{ST}(u)$ ü değeri ve bu çarpımda yerine koyulduğunda

$$\begin{aligned} M_{ST}\dot{r} = & B_{ST}(t)\tau(t - \delta(t)) - C_{ST}\dot{u} - N_{ST} - d_{ST} \\ & - M_{ST}\ddot{u}_d + M_{ST}(\alpha_{NT1} + \alpha_{NT2})\ddot{e}_0 + M_{ST}\alpha_{NT2}\alpha_{NT1}\dot{e}_0 \\ & - M_{ST}\alpha_{NT3}B_{ST}\beta_{NT1}e_u + M_{ST}\alpha_{NT3}\dot{B}_{ST}e_u + M_{ST}\dot{B}_{ST}(t)k_{NT2}\tau(t) \\ & + M_{ST}\alpha_{NT3}B_{ST}(t)\tau(t) - M_{ST}\alpha_{NT3}B_{ST}(t)\exp(-\beta_{NT1}\hat{\delta})\tau(t - \hat{\delta}) \\ & + M_{ST}B_{ST}(t)k_{NT2}\dot{r}(t) \end{aligned} \quad (4.90)$$

elde edilmektedir. Denklem (4.90)'a $B_{ST}(t)\tau(t - \hat{\delta})$, $C_{ST}r$ ve e_1 terimleri eklenip çıkartıldığında

$$\begin{aligned} M_{ST}\dot{r} = & B_{ST}(t)\left(\tau(t - \delta(t)) - \tau(t - \hat{\delta})\right) - C_{ST}r - e_1 + M_{ST}B_{ST}(t)k_{NT2}\dot{r}(t) \\ & + M_{ST}\alpha_{NT3}B_{ST}(t)\tau(t) - \eta_1\tau(t - \hat{\delta}) - M_{ST}\ddot{u}_d - C_{ST}(\dot{u} - r) \\ & - N_{ST} - d_{ST}(t) + e_1 + M_{ST}(\alpha_{NT1} + \alpha_{NT2})\ddot{e}_0 + M_{ST}\alpha_{NT2}\alpha_{NT1}\dot{e}_0 \\ & - \beta_{NT1}M_{ST}\alpha_{NT3}B_{ST}(t)e_u + M_{ST}\alpha_{NT3}\dot{B}_{ST}(t)e_u + M_{ST}\dot{B}_{ST}(t)k_{NT2}\tau(t) \end{aligned} \quad (4.91)$$

elde edilmekte ve burada geçen $\mathbb{I} \in \mathbb{R}^{c_t \times c_t}$ birim matris olarak tanımlanmaktadır. Denklem (4.91)'de kullanılan η_1 terimi

$$\eta_1 \triangleq \left(\exp \left(-\beta_{NT1} \hat{\delta} \right) M_{ST} \alpha_{NT3} - \mathbb{I} \right) B_{ST} (t) \quad (4.92)$$

olarak tanımlanmaktadır. Denklem (4.92)'de kullanılan B_{ST} ve M_{ST} matrislerinin sınırlı olmaları sonucunda η_1 terimi $\|\eta_1\| \leq \bar{\eta}_1$ şeklinde üst sınırlandırılmakta ve bu sınır $\bar{\eta}_1 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ şeklinde gösterilmekte olup, $\bar{\eta}_1$ terimi bilinen, artı sabit bir sayıdır. Kararlılık analizi; Not 4.1.1 ve 4.1.2 kullanılarak, Denklem (4.91)'de verilen terimlerin ayrıştırılması yoluyla sadeleştirilmektedir. Ayrıştırma sonrası

$$\begin{aligned} M_{ST} \dot{r} = & B_{ST} (t) \left(\tau (t - \delta (t)) - \tau (t - \hat{\delta}) \right) + M_{ST} \alpha_{NT3} B_{ST} (t) \tau (t) \\ & - \eta_1 \tau (t - \hat{\delta}) - C_{ST} r - e_1 + \tilde{N} + N_d + M_{ST} B_{ST} (t) k_{NT2} \dot{r} (t) \end{aligned} \quad (4.93)$$

olmakta ve burada geçen N_d ve \tilde{N} terimleri aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned} \tilde{N} \triangleq & -M_{ST} (u) (\ddot{u}_d - (\alpha_{NT1} + \alpha_{NT2}) \ddot{e}_0 - \alpha_{NT2} \alpha_{NT1} \dot{e}_0) \\ & - C_{ST} (u, \dot{u}) (\dot{u}_d - (\alpha_{NT1} + \alpha_{NT2}) \dot{e}_0 - \alpha_{NT2} \alpha_{NT1} e_0) \\ & - N_{ST} (u, \dot{u}) + e_1 + M_{ST} (u_d) \ddot{u}_d + C_{ST} (u_d, \dot{u}_d) \dot{u}_d + N_{ST} (u_d, \dot{u}_d) \\ & - \left(M_{ST} (u) \alpha_{NT3} \left(\beta_{NT1} B_{ST} (u) - \dot{B}_{ST} (u, \dot{u}) \right) - C_{ST} (u, \dot{u}) \alpha_{NT3} B_{ST} (u) \right) e_u \\ & + \left(M_{ST} (u) \dot{B}_{ST} (u, \dot{u}) + C_{ST} (u, \dot{u}) B_{ST} (u) \right) k_{NT2} \tau (t) \end{aligned} \quad (4.94)$$

$$N_d \triangleq -M_{ST} (u_d) \ddot{u}_d - C_{ST} (u_d, \dot{u}_d) \dot{u}_d - N_{ST} (u_d, \dot{u}_d) - d_{ST} (t) \quad (4.95)$$

Varsayım 4.2.7 *Varsayım 3.1.3 ve 4.1.1 temel alınarak ve Ortalama Değer Teoremi kullanılarak \tilde{N} için bir üst sınır aşağıdaki gibi tanımlanabilmekte olup,*

$$\|\tilde{N}\| \leq \rho (\|z\|) \|z\|, \quad (4.96)$$

burada kullanılan $z \triangleq [e_0^T \ e_1^T \ r^T \ e_u^T \ \tau^T]^T \in \mathbb{R}^{3c_t+2(w+k)}$ ve $\rho : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ radyal sınırsız, artı tanımlı ve kesinlikle artan bir fonksiyondur.

Varsayım 4.2.8 Varsayım 3.1.2, 3.1.3 ve 4.1.1 temel alınarak, N_d için aşağıda tanımlanan üst sınır elde edilebilmekte olup,

$$\|N_d\| \leq \bar{N}_d, \quad (4.97)$$

burada kullanılan $\bar{N}_d \in \mathbb{R}$ bilinen artı sabit bir sayıdır.

Denklem (4.87)'de verilen kontrol girişinin zamana bağlı türevi, Denklem (4.93)'te yerine koyulduğunda, r 'nin kapalı döngü dinamikleri

$$\begin{aligned} M_{ST}\dot{r} = & B_{ST} \left(\tau(t - \delta(t)) - \tau(t - \hat{\delta}) \right) - \eta_1 \tau(t - \hat{\delta}) + \eta_2 \tau(t) \\ & - C_{ST}r - e_1 + \tilde{N} + N_d - M_{ST}k_{NT1}r(t) \end{aligned} \quad (4.98)$$

olarak elde edilmekte ve burada geçen $\eta_2 \in \mathbb{R}$ terimi

$$\eta_2 \triangleq M_{ST}(\alpha_{NT3} - \mathbb{I}_{c_t \times c_t}) B_{ST}(t) \quad (4.99)$$

olarak tanımlanmaktadır. Denklem (4.99)'da geçen B_{ST} ve M_{ST} matrislerinin sınırlı olmaları sonucunda η_2 terimi $\|\eta_2\| \leq \bar{\eta}_2$ şeklinde üst sınırlandırılmakta ve bu sınır $\bar{\eta}_2 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ bilinen, pozitif sabit bir sayıdır. Kararlılık analizinin kolaylaştırılması için yardımcı sınırlandırma parametreleri olan $\sigma_1, \sigma_2 \in \mathbb{R}$ ve bunlara ek olarak analiz sonucunda kalan sabit terimleri içeren $\sigma_3 \in \mathbb{R}$ parametreleri tanımlanmakta ve bu parametreler

$$\begin{aligned} \sigma_4 \triangleq & \min \left\{ \left(\alpha_{NT1min} - \frac{1}{2\alpha_{NT2min}} \right), \left(\frac{\alpha_{NT2min}}{2} - \frac{\alpha_{NT3max}\bar{b}_{st}}{2\beta_{NT1}} - \frac{(\bar{b}_{st}k_{NT2max})^2}{\phi_{NT1}} \right), \dots \right. \\ & \dots \left(\frac{m_{st}k_{NT1min}}{2} - \phi_{NT1} (\bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max})^2 - 1 - \frac{\bar{\delta}\bar{b}_{st}}{2k_{NT2min}} \left(1 + \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max} + \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max} \right) \right), \dots \\ & \left. \dots \frac{\beta_{NT1}}{2} \left(\frac{(\exp(\beta_{NT1}\hat{\delta})\bar{\eta}_1)^2}{\hat{\delta}} - \alpha_{NT3max}\bar{b}_{st} \right), \frac{1}{2} \left(\phi_{NT1} - \bar{\eta}_2^2 - (\exp(\beta_{NT1}\hat{\delta})\bar{\eta}_1)^2 - \frac{\bar{\delta}\exp(2\beta_{NT2})\bar{b}_{st}}{k_{NT2min}} \right) \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_5 &\triangleq \min\left\{\frac{\sigma_1}{2}, \beta_{NT1}, \frac{2\beta_{NT2}}{\bar{\delta}}\right\}, \\ \sigma_6 &\triangleq \frac{\|N_d\|^2}{\underline{m}_{st}k_{NT1min}},\end{aligned}\quad (4.100)$$

olarak hesap edilmektedir. Burada geçen \underline{m}_{st} , α_{NT1min} , α_{NT2min} , α_{NT3min} , \underline{k}_{NT1min} parametreleri sırasıyla M_{ST} , α_1 , α_2 , α_3 , k_{NT1} matrislerinin en küçük özdeğerleri, \bar{b}_{st}^\dagger , \bar{b}_{st} , α_{NT3max} , k_{NT1max} , k_{NT2max} parametreleri ise sırasıyla B_{ST}^\dagger , B_{ST} , α_3 , k_{NT1} , k_{NT2} matrislerinin en büyük özdeğerleridir. Analiz sırasında kullanılan $V_2, V_3, V_4 \in \mathbb{R}$ fonksiyonları

$$V_2(t) \triangleq \frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st} \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max}}{2k_{NT2min}} \int_{t-\bar{\delta}}^t \exp\left(\frac{2\beta_{NT2}(\theta-t)}{\bar{\delta}}\right) \|r(\theta)\|^2 d\theta, \quad (4.101)$$

$$V_3(t) \triangleq \frac{\left(\exp(\beta_{NT1}\hat{\delta}) \bar{\eta}_1\right)^2}{2} \int_{t-\hat{\delta}}^t \exp(2\beta_{NT1}(\theta-t)) \|\tau(\theta)\|^2 d\theta, \quad (4.102)$$

$$V_4(t) \triangleq \frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st}}{2k_{NT2min}} \int_{t-\bar{\delta}}^t \exp\left(\frac{2\beta_{NT2}(\theta-t)}{\bar{\delta}}\right) \|\tau(\theta)\|^2 d\theta, \quad (4.103)$$

olarak tanımlanmakta ve burada geçen $\bar{\delta}$ değeri Varsayım 4.2.3'te açıklanmakta, $\beta_{NT2} \in \mathbb{R}_{>0}$ ise artı sabit bir sayı olarak kullanılmaktadır. Yeni bir değişken olan \hat{z} vektörü, $\|z\| \geq \|\hat{z}\|$ olacak şekilde, yardımcı işaretler kullanılarak $\hat{z} \triangleq [e_0^T, e_1^T, r^T, \tau^T]^T \in \mathbb{R}^{3c_t+(w+k)}$ olarak tanımlanmakta

$$y \triangleq \left[\hat{z}^T \quad \sqrt{V_2} \quad \sqrt{V_3} \quad \sqrt{V_4} \right]^T \quad (4.104)$$

elde edilmektedir. Burada geçen $y(t) \in \mathbb{R}^{3c_t+(w+k)+3} \subset \mathbb{D}$ olarak ifade edilmekte ve $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^{3c_t+(w+k)+3}$ açık ve bağlı bir küme olmakta ve başlangıç koşullarını içeren küme $S_{\mathbb{D}} \subset \mathbb{D}$, $S_{\mathbb{D}} \triangleq \left\{ y \in \mathbb{R}^{3c_t+(w+k)+3} \mid \|y\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \inf\left\{ \rho^{-1} \left(\sqrt{\frac{\sigma_1 \underline{m}_{st} k_{NT1min}}{2}} \right) \right\} \right\}$ şeklinde tanımlanmaktadır.

Teorem 3 Denklem (4.40)'ta verilen dinamik model için tasarlanan ve Denklem (4.88)'de verilmekte olan kontrol girişi ve aşağıda verilmekte olan kontrol kazanç koşulları sağlandığında yarı-küresel UBB takibi sağlanmaktadır.

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \|u - u_d\| \leq \epsilon_1 \exp(-\epsilon_2(t - t_0)) + \epsilon_3 \quad (4.105)$$

olmakta ve burada geçen $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3 \in \mathbb{R}_{>0}$ sabit sayılardır. Kontrol kazanç matrisleri ve parametreleri yeterince büyük seçildiğinde ve Not 4.2.3 kullanılarak aşağıda verilen kazanç koşulları

$$\begin{aligned} \alpha_{NT1min} &> \frac{1}{2\alpha_{NT2min}} \\ \alpha_{NT2min} &> \frac{\alpha_{NT3max} \bar{b}_{st}}{\beta_{NT1}} + \frac{2(\bar{b}_{st} k_{NT2max})^2}{\phi_{NT1}} \\ \beta_{NT1} &> \frac{In\left(\frac{\bar{\delta} \bar{b}_{st} \alpha_{NT3max}}{\bar{\eta}_1^2}\right)}{2\hat{\delta}} \\ \frac{k_{NT2min} \left(\underline{m}_{st} k_{NT1min} - 2 \left(1 + \phi_{NT1} \left(\bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max} \right)^2 \right) \right)}{\bar{b}_{st} \left(1 + \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max} + \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max} \right)} &> \bar{\delta} \\ \frac{In\left(\frac{\phi_{NT1} - \bar{\eta}_2^2 - \frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st}}{k_{NT2min}}}{\bar{\eta}_1^2}\right)}{2\beta_{NT1}} &> \hat{\delta} \end{aligned} \quad (4.106)$$

sağlanmaktadır.

Not 4.2.3 Denklem (4.106)'da kullanılmakta olan ϕ_{NT1} teriminin

$$\frac{\underline{m}_{st} k_{NT1min} + 2}{2 \left(\bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max} \right)^2} > \phi_{NT1} > \bar{\eta}_2^2 + \frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st}}{k_{NT2min}} \quad (4.107)$$

aralığından seçildiği varsayılmaktadır.

İspat 3 Lyapunov fonksiyonu $V : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R}$

$$V \triangleq \frac{1}{2}e_0^T e_0 + \frac{1}{2}e_1^T e_1 + \frac{1}{2}r^T M_{STR} r + \frac{\phi_{NT1}}{2}\tau^T k_{NT2}\tau + V_2 + V_3 + V_4, \quad (4.108)$$

olarak tanımlanmakta ve burada geçen $\phi_{NT1} \in \mathbb{R}$ ayarlanabilir, artı sabit bir sayıdır. Denklem (4.108)'de verilen Lyapunov fonksiyonu

$$\lambda_1 \|y\|^2 \leq V(y) \leq \lambda_2 \|y\|^2 \quad (4.109)$$

olarak sınırlandırılmakta ve burada geçen $\lambda_1 \triangleq \frac{\min\{1, \underline{m}_{st}, \phi_{NT} k_{NT2min}\}}{2}$ ve $\lambda_2 \triangleq \frac{\max\{1, \overline{m}_{st}, \phi_{NT} k_{NT2max}\}}{2}$ olmaktadır. Denklem (4.101)-(4.103)'de verilen $V_2(t)$, $V_3(t)$ ve $V_4(t)$ fonksiyonlarının Leibniz İntegral kuralı ile zamana göre türevi

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \left(\frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st} \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max}}{2k_{NT2min}} \right) \|r\|^2 - \frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st} \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max}}{\exp\left(2\beta_{NT2} \frac{\bar{\delta}}{\delta}\right) 2k_{NT2min}} \left\| r(t - \bar{\delta}) \right\|^2 \\ &\quad - \frac{2\beta_{NT2}}{\bar{\delta}} V_2 \end{aligned} \quad (4.110)$$

$$\dot{V}_3(t) = -2\beta_{NT1} V_3 + \frac{\left(\exp(\beta_{NT1} \hat{\delta}) \bar{\eta}_1 \right)^2}{2} \|\tau\|^2 - \frac{\bar{\eta}_1^2}{2} \left\| \tau(t - \hat{\delta}) \right\|^2 \quad (4.111)$$

$$\dot{V}_4(t) = -\frac{2\beta_{NT2}}{\bar{\delta}} V_4 + \frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st}}{2k_{NT2min}} \|\tau\|^2 - \frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st}}{\exp\left(2\beta_{NT2} \frac{\bar{\delta}}{\delta}\right) 2k_{NT2min}} \left\| \tau(t - \bar{\delta}) \right\|^2 \quad (4.112)$$

olarak bulunmaktadır. Denklem (4.110) ve (4.112)'de geçen $\exp\left(2\beta_{NT2} \frac{\bar{\delta}}{\delta}\right)$ terimi, $\frac{\bar{\delta}}{\delta} \leq 1$ eşitsizliği kullanılarak $\exp\left(2\beta_{NT2} \frac{\bar{\delta}}{\delta}\right) \leq \exp(2\beta_{NT2})$ şeklinde sınırlandırılmakta ve bu denklemlerin üst sınırları ise

$$\dot{V}_2 \leq -\frac{2\beta_{NT2}}{\bar{\delta}} V_2 + \left(\frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st} \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max}}{2k_{NT2min}} \right) \|r\|^2 - \left(\frac{\bar{\delta} \bar{b}_{st} \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max}}{2k_{NT2min}} \right) \left\| r(t - \bar{\delta}) \right\|^2 \quad (4.113)$$

$$\dot{V}_4 \leq -\frac{2\beta_{NT2}}{\bar{\delta}} V_4 + \frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st}}{2k_{NT2min}} \|\tau\|^2 - \frac{\bar{\delta} \bar{b}_{st}}{2k_{NT2min}} \left\| \tau(t - \bar{\delta}) \right\|^2 \quad (4.114)$$

olarak elde edilmektedir. Denklem (4.42),(4.84),(4.87), (4.98), (4.86), (4.111),(4.113) ve (4.114) kullanılarak, (4.108)'in zamana bağlı türevi

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -e_0^T \alpha_{NT1} e_0 - e_1^T \alpha_{NT2} e_1 - r^T M_{ST} k_{NT1} r - \phi_{NT1} \tau^T \tau \\
& + e_0^T e_1 - e_1^T \alpha_{NT3} B_{ST} e_u + r^T \tilde{N} + r^T N_d - e_1^T B_{ST} k_{NT2} \tau \\
& - \phi_{NT1} \tau^T B_{ST}^\dagger k_{NT1} r - r^T \eta_1 \tau (t - \hat{\delta}) + r^T \eta_2 \tau \\
& - \frac{2\beta_{NT2}}{\bar{\delta}} V_2 - 2\beta_{NT1} V_3 - \frac{2\beta_{NT2}}{\bar{\delta}} V_4 \\
& + \left(\frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st} \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max}}{2k_{NT2min}} \right) \|r\|^2 - \left(\frac{\bar{\delta} \bar{b}_{st} \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max}}{2k_{NT2min}} \right) \|r(t - \bar{\delta})\|^2 \\
& + \frac{(\exp(\beta_{NT1} \hat{\delta}) \bar{\eta}_1)^2}{2} \|\tau\|^2 - \frac{\bar{\eta}_1^2}{2} \|\tau(t - \hat{\delta})\|^2 + \frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st}}{2k_{NT2min}} \|\tau\|^2 \\
& - \frac{\bar{\delta} \bar{b}_{st}}{2k_{NT2min}} \|\tau(t - \bar{\delta})\|^2 + r^T B_{ST} (\tau(t - \delta(t)) - \tau(t - \hat{\delta})) \tag{4.115}
\end{aligned}$$

elde edilmektedir. Cauchy-Schwarz eşitsizliği yöntemi ile

$$\|e_u\|^2 \leq \hat{\delta} \int_{t-\hat{\delta}}^t \exp(2\beta_{NT1}(\theta - t)) \|\tau(\theta)\|^2 d\theta \tag{4.116}$$

olmakta ve Denklem (4.116) kullanılarak, Denklem (4.102)'de verilen fonksiyon

$$-2\beta_{NT1} V_3 \leq -\frac{\beta_{NT1} (\exp(\beta_{NT1} \hat{\delta}) \bar{\eta}_1)^2}{2\hat{\delta}} \|e_u\|^2 - \beta_{NT1} V_3 \tag{4.117}$$

şeklinde sınırlandırılmaktadır. Denklem (4.117) elde edilen üst sınır ve η_1, η_2 'in üst sınırları ile Denklem (4.115)'in üst sınırı

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -\alpha_{NT1min} \|e_0\|^2 - \alpha_{NT2min} \|e_1\|^2 - \underline{m}_{st} k_{NT1min} \|r\|^2 - \phi_{NT1} \|\tau\|^2 \\
& + \|r\| \rho(\|z\|) \|z\| + \|r^T \bar{N}_d\| + \|e_0^T e_1\| + \alpha_{NT3max} \bar{b}_{st} \|e_1^T e_u\| \\
& + \phi_{NT1} \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max} \|r^T \tau\| + \bar{b}_{st} k_{NT2max} \|e_1^T \tau\| \\
& - \frac{2\beta_{NT2}}{\bar{\delta}} V_2 - \beta_{NT1} V_3 - \frac{2\beta_{NT2}}{\bar{\delta}} V_4 - \frac{\beta_{NT1} \left(\exp(\beta_{NT1} \hat{\delta}) \bar{\eta}_1 \right)^2}{2\hat{\delta}} \|e_u\|^2 \\
& + \bar{\eta}_1 \left\| r^T \tau(t - \hat{\delta}) \right\| + \bar{\eta}_2 \|r^T \tau\| \\
& - \left(\frac{\bar{\delta} \bar{b}_{st} \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max}}{2k_{NT2min}} \right) \|r(t - \tilde{\delta})\|^2 - \frac{\bar{\eta}_1^2}{2} \|\tau(t - \hat{\delta})\|^2 - \frac{\bar{\delta} \bar{b}_{st}}{2k_{NT2min}} \|\tau(t - \tilde{\delta})\|^2 \\
& + \left(\frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st} \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max}}{2k_{NT2min}} \right) \|r\|^2 + \left(\frac{\left(\exp(\beta_{NT1} \hat{\delta}) \bar{\eta}_1 \right)^2}{2} + \frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st}}{2k_{NT2min}} \right) \|\tau\|^2 \\
& + \bar{b}_{st} \|r\| \left\| \tau(t - \delta(t)) - \tau(t - \hat{\delta}) \right\| \tag{4.118}
\end{aligned}$$

olarak bulunmaktadır. Denklem (4.118)'de bulunan $\tau(t - \delta(t)) - \tau(t - \hat{\delta})$ terimi Ortalama Değer Teoremi kullanılarak

$$\left\| \tau(t - \delta(t)) - \tau(t - \hat{\delta}) \right\| \leq \bar{\delta} \left\| \dot{\tau}(t - \tilde{\delta}) \right\| \tag{4.119}$$

olarak sınırlandırılmaktadır. Burada geçen $\tilde{\delta}$ değeri ve üst sınırı Varsayım 4.2.3'te tanımlanmaktadır. Denklem (4.87)'de verilen kontrol girişinin türevine ait üst sınırı ise

$$k_{NT2min} \|\dot{\tau}\| \leq \|k_{NT2} \dot{\tau}\| \leq \|\tau\| + \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max} \|r\| \tag{4.120}$$

$$\|\dot{\tau}\| \leq \frac{1}{k_{NT2min}} \|\tau\| + \frac{\bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max}}{k_{NT2min}} \|r\| \tag{4.121}$$

olarak elde edilmekte ve Denklem (4.118)'de bulunan $\bar{b}_{st} \|r\| \left\| \tau(t - \delta(t)) - \tau(t - \hat{\delta}) \right\|$ teriminin üst sınırı ise Denklem (4.121) kullanılarak

$$\begin{aligned} \overline{b_{st}} \|r\| \left\| \tau(t - \delta(t)) - \tau(t - \hat{\delta}) \right\| &\leq \frac{\overline{\delta b_{st}}}{k_{NT2min}} \|r\| \left\| \tau(t - \tilde{\delta}) \right\| \\ &+ \frac{\overline{\delta b_{st} b_{st}^\dagger} k_{NT1max}}{k_{NT2min}} \|r\| \left\| r(t - \tilde{\delta}) \right\| \end{aligned} \quad (4.122)$$

elde edilmekte ve Denklem (4.118)'de yerine koyulduğunda

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\alpha_{NT1min} \|e_0\|^2 - \alpha_{NT2min} \|e_1\|^2 - \underline{m}_{st} k_{NT1min} \|r\|^2 - \phi_{NT1} \|\tau\|^2 \\ &+ \|r\| \rho(\|z\|) \|z\| + \|r^T \bar{N}_d\| + \|e_0^T e_1\| + \alpha_{NT3max} \overline{b_{st}} \|e_1^T e_u\| \\ &+ \phi_{NT1} \overline{b_{st}^\dagger} k_{NT1max} \|r^T \tau\| + \overline{b_{st}} k_{NT2max} \|e_1^T \tau\| \\ &- \frac{2\beta_{NT2}}{\overline{\delta}} V_2 - \beta_{NT1} V_3 - \frac{2\beta_{NT2}}{\overline{\delta}} V_4 - \frac{\beta_{NT1} \left(\exp(\beta_{NT1} \hat{\delta}) \overline{\eta_1} \right)^2}{2\hat{\delta}} \|e_u\|^2 \\ &+ \overline{\eta_1} \left\| r^T \tau(t - \hat{\delta}) \right\| + \overline{\eta_2} \|r^T \tau\| + \left(\frac{\overline{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \overline{b_{st} b_{st}^\dagger} k_{NT1max}}{2k_{NT2min}} \right) \|r\|^2 \\ &- \left(\frac{\overline{\delta b_{st} b_{st}^\dagger} k_{NT1max}}{2k_{NT2min}} \right) \left\| r(t - \tilde{\delta}) \right\|^2 - \frac{\overline{\eta_1}^2}{2} \left\| \tau(t - \hat{\delta}) \right\|^2 - \frac{\overline{\delta b_{st}}}{2k_{NT2min}} \left\| \tau(t - \tilde{\delta}) \right\|^2 \\ &+ \left(\frac{\left(\exp(\beta_{NT1} \hat{\delta}) \overline{\eta_1} \right)^2}{2} + \frac{\overline{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \overline{b_{st}}}{2k_{NT2min}} \right) \|\tau\|^2 \\ &+ \frac{\overline{\delta b_{st}}}{k_{NT2min}} \|r\| \left\| \tau(t - \tilde{\delta}) \right\| + \frac{\overline{\delta b_{st} b_{st}^\dagger} k_{NT1max}}{k_{NT2min}} \|r\| \left\| r(t - \tilde{\delta}) \right\| \end{aligned} \quad (4.123)$$

elde edilmektedir. Young Eşitsizlik Yöntemi ile Denklem (4.123)'te verilen çarpımlar

$$\begin{aligned} \frac{\overline{\delta b_{st}}}{k_{NT2min}} \|r\| \left\| \tau(t - \tilde{\delta}) \right\| &\leq \frac{\overline{\delta b_{st}}}{2k_{NT2min}} \|r\|^2 + \frac{\overline{\delta b_{st}}}{2k_{NT2min}} \left\| \tau(t - \tilde{\delta}) \right\|^2 \\ \frac{\overline{\delta b_{st} b_{st}^\dagger} k_{NT1max}}{k_{NT2min}} \|r\| \left\| r(t - \tilde{\delta}) \right\| &\leq \frac{\overline{\delta b_{st} b_{st}^\dagger} k_{NT1max}}{2k_{NT2min}} \|r\|^2 + \frac{\overline{\delta b_{st} b_{st}^\dagger} k_{NT1max}}{2k_{NT2min}} \left\| r(t - \tilde{\delta}) \right\|^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\|e_0^T e_1\| &\leq \frac{1}{2\alpha_{NT2min}} \|e_0\|^2 + \frac{\alpha_{NT2min}}{2} \|e_1\|^2 \\
\alpha_{NT3max} \bar{b}_{st} \|e_1^T e_u\| &\leq \frac{\alpha_{NT3max} \bar{b}_{st}}{2\beta_{NT1}} \|e_1\|^2 + \frac{\alpha_{NT3max} \bar{b}_{st} \beta_{NT1}}{2} \|e_u\|^2 \\
\bar{b}_{st} k_{NT2max} \|e_1^T \tau\| &\leq \frac{(\bar{b}_{st} k_{NT2max})^2}{\phi_{NT1}} \|e_1\|^2 + \frac{\phi_{NT1}}{4} \|\tau\|^2 \\
\bar{\eta}_1 \|r^T \tau (t - \hat{\delta})\| &\leq \frac{1}{2} \|r\|^2 + \frac{\bar{\eta}_1^2}{2} \|\tau (t - \hat{\delta})\|^2 \\
\bar{\eta}_2 \|r^T \tau\| &\leq \frac{1}{2} \|r\|^2 + \frac{\bar{\eta}_2^2}{2} \|\tau\|^2 \\
\phi_{NT1} \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max} \|r^T \tau\| &\leq \phi_{NT1} (\bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max})^2 \|r\|^2 + \frac{\phi_{NT1}}{4} \|\tau\|^2 \\
\|r\| \rho(\|z\|) \|z\| &\leq \frac{m_{st} k_{NT1min}}{4} \|r\|^2 + \frac{1}{m_{st} k_{NT1min}} \rho^2(\|z\|) \|z\|^2 \\
\|r^T \bar{N}_d\| &\leq \frac{m_{st} k_{NT1min}}{4} \|r\|^2 + \frac{1}{m_{st} k_{NT1min}} \|\bar{N}_d\|^2
\end{aligned} \tag{4.124}$$

olarak yazılmaktadır. Denklem (4.124) 'te elde edilmiş olan üst sınırlar, Denklem (4.118) 'de yerine koyulduğunda ve elde edilen denklem düzenlenerek tekrar yazıldığında

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq - \left(\alpha_{NT1min} - \frac{1}{2\alpha_{NT2min}} \right) \|e_0\|^2 - \left(\frac{\alpha_{NT2min}}{2} - \frac{\alpha_{NT3max} \bar{b}_{st}}{2\beta_{NT1}} - \frac{(\bar{b}_{st} k_{NT2max})^2}{\phi_{NT1}} \right) \|e_1\|^2 \\
&\quad - \left(\frac{m_{st} k_{NT1min}}{2} - \phi_{NT1} (\bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max})^2 - 1 - \frac{\bar{\delta} \bar{b}_{st}}{2k_{NT2min}} \left(1 + \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max} + \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st}^\dagger k_{NT1max} \right) \right) \|r\|^2 \\
&\quad - \frac{\beta_{NT1}}{2} \left(\frac{(\exp(\beta_{NT1} \hat{\delta}) \bar{\eta}_1)^2}{\hat{\delta}} - \alpha_{NT3max} \bar{b}_{st} \right) \|e_u\|^2 \\
&\quad - \frac{1}{2} \left(\phi_{NT1} - \bar{\eta}_2^2 - (\exp(\beta_{NT1} \hat{\delta}) \bar{\eta}_1)^2 - \frac{\bar{\delta} \exp(2\beta_{NT2}) \bar{b}_{st}}{k_{NT2min}} \right) \|\tau\|^2 \\
&\quad + \frac{\rho^2(\|z\|) \|z\|^2}{m_{st} k_{NT1min}} + \frac{\|\bar{N}_d\|^2}{m_{st} k_{NT1min}} - \frac{2\beta_{NT2}}{\bar{\delta}} V_2 - \beta_{NT1} V_3 - \frac{2\beta_{NT2}}{\bar{\delta}} V_4
\end{aligned} \tag{4.125}$$

olmaktadır. Denklem (4.106) 'da verilen kazanç koşulları ve Denklem (4.100), Denklem (4.125) 'te yerine koyulduğunda

$$\dot{V} \leq \frac{-\sigma_5}{2\lambda_2} V + \sigma_6, \tag{4.126}$$

elde edilmektedir. Denklem (4.109) kullanılarak, Denklem (4.126) çözümü

$$V(t) \leq \left(V(t_0) - \frac{\lambda_2 \sigma_6}{\sigma_5} \right) \exp \left(\frac{-\sigma_5 (t - t_0)}{\lambda_2} \right) + \frac{\lambda_2 \sigma_6}{\sigma_5} \quad (4.127)$$

olarak elde edilmektedir.

Denklem (4.126) kullanılarak $e_0, e_1, r, \tau, V_2, V_3, V_4 \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu; Denklem (4.42) ve $e_0, e_1 \in \mathcal{L}_\infty$ kullanılarak $\dot{e}_0 \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu bulunmaktadır. Varsayım 4.1.1, $\dot{e}_0 \in \mathcal{L}_\infty$ ve Denklem (4.41) kullanıldığında $u \in \mathcal{L}_\infty$ olmaktadır. Denklem (4.84) ve $e_1, r, e_u, \tau, B_{ST} \in \mathcal{L}_\infty$ kullanılarak, $\dot{e}_1 \in \mathcal{L}_\infty$ ve bundan yola çıkarak Denklem (4.42)'nin birinci dereceden türevinin kullanımı ile $\ddot{u} \in \mathcal{L}_\infty$ olarak bulunmaktadır. Varsayım (3.1.3) kullanılarak $M_{ST}, C_{ST}, N_{ST}, B_{ST} \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu bulunmaktadır. Not 4.2.1 kullanılarak, $e_\lambda \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu varsayılmakta, bu varsayım, $\tau \in \mathcal{L}_\infty$ ve Denklem (4.25),(4.26) ile $\lambda_c, \lambda_h \in \mathcal{L}_\infty$ ve $\tau_f \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu bulunmaktadır. Denklem (4.87), $B_{ST}, r, \tau \in \mathcal{L}_\infty$ ve $\lambda_c \in \mathcal{L}_\infty$ kullanılarak $\dot{\tau} \in \mathcal{L}_\infty$ olarak bulunmaktadır. Varsayım 3.1.2 ve $u, \dot{u}, M_{ST}, C_{ST}, N_{ST}, B_{ST}, \tau, \dot{\tau}, \lambda_h \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu için, $\ddot{u} \in \mathcal{L}_\infty$ olmaktadır. Kalan işaretlerin tamamının sınırlandırıldığını doğrulamak için standart işaret takip algoritmaları kullanılabilir.

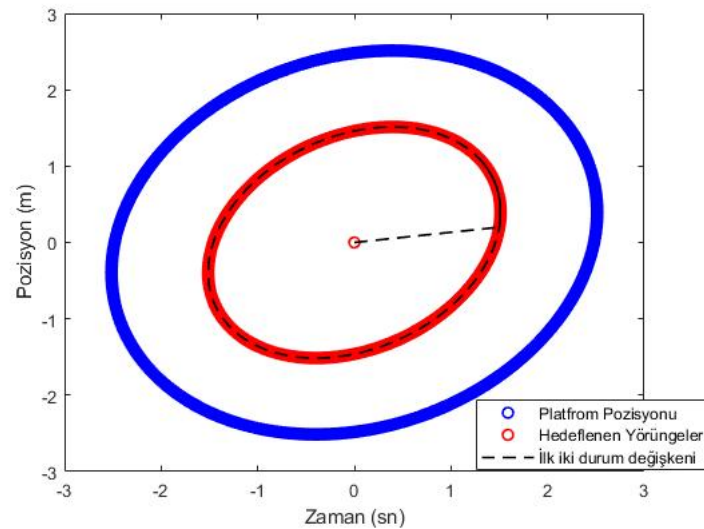
5. BULGULAR VE TARTIŞMA

Tez kapsamında tasarlanan denetleyicilerin başarımlarının gösterilmesi için Gazebo, Matlab-Simulink ortamlarında benzetimler gerçekleştirilmektedir. Bölüm 4.1.1’de tasarlanan hesaplanmış tork denetleyicisinin Matlab platformunda gerçekleştirilen benzetim sonuçları ve Bölüm 4.1.2’de tasarlanmış olan gürbüz denetleyicisinin Matlab ve Gazebo platformlarında gerçekleştirilen benzetim sonuçları sırasıyla Bölüm 5.1.1, 5.1.2.1 ve 5.1.2.2’de anlatılmaktadır. Giriş gecikmesine maruz kalmış mobil manipülatörün pozisyon/kuvvet denetimi için tasarlanan denetleyicilerin Matlab platformunda gerçekleştirilen benzetimleri ise sırasıyla Bölüm 5.2.1 ve 5.2.2’de sunulmakta ve bu denetleyicilerin gürbüzlük analizleri ise Bölüm 5.2.3-5.2.6’de verilmektedir. Tez kapsamında tasarlanan denetleyicilerin tamamı, mobil manipülatörün uç noktasının hedeflenen pozisyon ve kuvvet yörüngelerinin takibini başarılı bir şekilde sağlamaktadır.

5.1 Mobil Manipülatörler için Pozisyon-Kuvvet Denetimi Benzetim Sonuçları

5.1.1 Hesaplanan tork yöntemine ait benzetim sonuçları

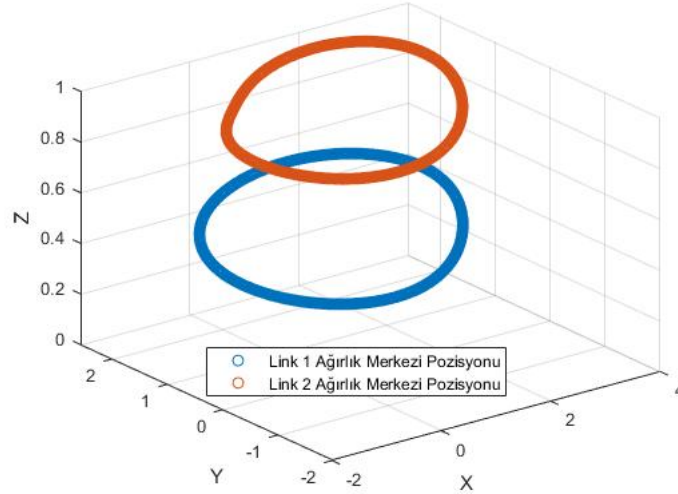
Tasarlanan denetleyicinin başarımını göstermek için Matlab platformunda benzetim gerçekleştirilmektedir. Benzetimde kullanılan başlangıç koşulları, hedeflenen yörüngeler,



Şekil 5.1: Platform için hedeflenen ve takip edilen pozisyon yörüngesi

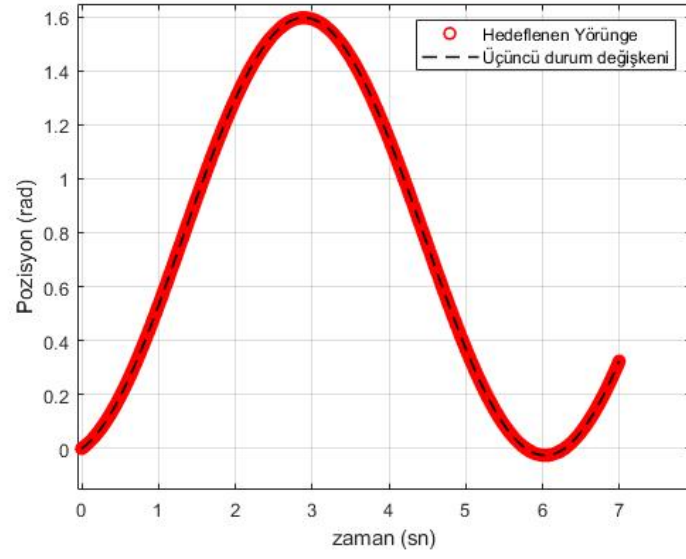
dinamik model parametrelerinin ve kontrol kazançlarının değerleri Ek Açıklamalar A'da Çizelge A.1-A.2'de verilmektedir.

Hedeflenen pozisyon yörüngeleri dairesel hareketi sağlayacak şekilde seçilmektedir. Şekil 5.1'de mobil manipülörün takip etmesi istenen yörünge ile pozisyon-kuvvet denetimi sonucunda izlediği yörünge gösterilmektedir. İndirgenmiş durum vektörünün ilk iki değişkeni platform üzerinde seçilen noktanın (x, y) bileşenleri olup, hedeflenen yörüngeyi takip etmektedir. Aynı şekil üzerinde platformun ağırlık merkezinin izlediği yörünge de gösterilmektedir. Platformun ağırlık merkezi hedeflenen yörüngeyi sabit bir uzaklıktan takip etmektedir. Bunun sebebi ise manipülörün, platformun ağırlık merkezinin ' d_{uni} ' mesafesi kadar uzağında platforma monte edilmiş olmasıdır.

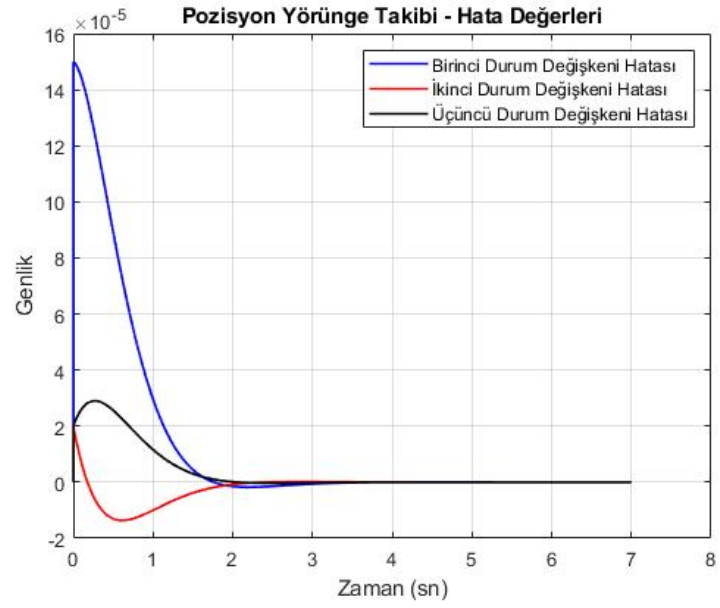


Şekil 5.2: Manipülöre ait bağların ağırlık merkezlerinin izledikleri yörünge

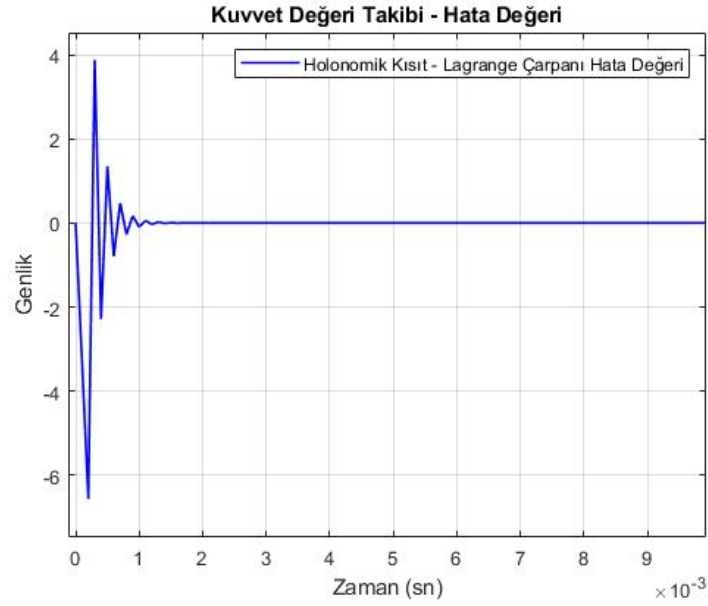
Şekil 5.2'de ise manipülörün her iki bağının ağırlık merkezlerinin izledikleri yörüngeler gösterilmektedir. Holonomik kısıtın her zaman sağlanması için Denklem (4.5) kullanılarak ikinci eklem (açısal) pozisyonu hesaplanmakta ve sabit kalmaktadır. Bu sebeple manipülörün hareketi sadece birinci eklem ve platformun hareketine bağlı olmaktadır. Manipülörün bağlarının ağırlık merkezlerinin izlediği yörüngeler incelendiğinde platformun hareketi ile aynı dairesel hareketin gerçekleştiği gözlemlenmektedir. İndirgenmiş üçüncü durum değişkeni olan manipülörün birinci eklemi de hedeflenen pozisyon yörüngesini hatasız takip etmektedir. Birinci eklem izlediği pozisyon yörüngesi Şekil 5.3'te verilmektedir.



Şekil 5.3: Birinci eklem açısının takip ettiği yörünge



Şekil 5.4: Pozisyon takip hatası



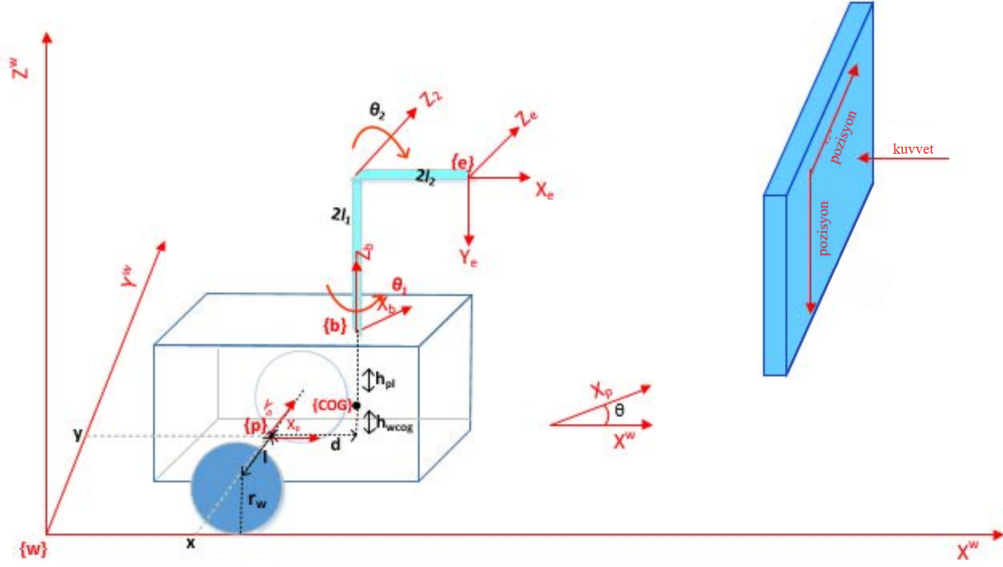
Şekil 5.5: Kuvvet takibi hatası

Uygulanan denetim sonrasında pozisyona ve kuvvete bağlı hataların sifira gittiği gözlemlenmekte olup, sırasıyla hata değerleri ($e_{\zeta}, e_{\lambda uni}$) Şekil 5.4 ve 5.5'te gösterilmektedir. Pozisyon takibi sırasında oluşan hata değeri yaklaşık 2,5 saniye gibi bir sürede sifira ulaşmaktadır. Kuvvet takibinde ise holonomik kısıta ait Lagrange çarpanlarının hedeflenen değere ulaşması istenmektedir. Denklem (4.14)'te verilen hata değerinin K_f değerine bağlı olarak sifira ulaşma süresi değiştiği gibi bu değere yaklaşırken yaptığı salınımda değişmektedir.

5.1.2 Gürbüz denetleyiciye ait benzetim sonuçları

5.1.2.1 Simulink platformundan elde edilen sonuçlar

Denklem (4.23)-(4.25)'te verilen denetleyicinin başarımının gösterilmesi için sayısal bir benzetim gerçekleştirilmektedir. Şekil 5.6'da gösterilmekte olan mobil manipülatör bir adet RR (iki adet döner eklem içeren) manipülatör ve iki adet sürücü, bir adet sarhoş tekerlekli ve diferansiyel sürüş özelliğine sahip bir mobil robottan oluşmaktadır. Kullanılan mobil manipülatör Bölüm 3.1.1'de tanıtılmakta ve mobil manipülatöre ait dinamik model ve parametrelerin değerleri sırasıyla Ek Açıklamalar B'de Çizelge B.1 ve B.2'de verilmektedir.



Şekil 5.6: Mobil Manipülâtör ve Dik Yüzey İçeren Benzetim Ortamı

Sağ ve sol sürücü tekerleklerin pozisyon ve hızları sırasıyla $\theta_R, \dot{\theta}_R, \theta_L, \dot{\theta}_L$ ile temsil edilmektedir. Manipülâtörün birinci ve ikinci eklemlerinin açılmal pozisyonları ise sırasıyla θ_1 ve θ_2 ile gösterilmekte, birinci ve ikinci bağlarının uzunlukları ise sırasıyla $2l_1$ ve $2l_2$ olarak tanımlanmaktadır. Mobil manipülâtörün platforma ve manipülâtöre ait genelleştirilmiş koordinatları sırasıyla $q_v = \begin{bmatrix} x & y & \theta \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^3$ ve $q_a = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^2$ olarak verilmektedir. q_v hareketli platformun konumunu (x, y) ve baş açısını (θ) içerirken, q_a eklemlerinin açılmal pozisyonlarını içermektedir. Hareketli platform tekerleklerinin yapısı sebebiyle bir adet holonomik olmayan kısıta sahiptir. Varsayım 3.1.1 göz önünde bulundurularak, hareketli platformun ağırlık merkezinin x_p eksenini boyunca hareket ettiğini ve y_p eksenini boyunca hızının sıfır olduğunu gösteren (Tzafestas, 2014), Denklem (5.1)'de verilen holonomik olmayan kısıt

$$-\dot{x}s_\theta + \dot{y}c_\theta - d\dot{\theta} = 0, \quad (5.1)$$

şeklinde tanımlanmakta olup, burada geçen s_θ ve c_θ terimleri sırasıyla $\sin(\theta)$ ve $\cos(\theta)$ 'ya eşit olmaktadır. Tanımlanan kısıta göre, holonomik olmayan kısıt matrisi ise

$$A_v = \begin{bmatrix} -s_\theta & c_\theta & -d \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

olarak yazılmaktadır. Hareketli platformun genelleştirilmiş koordinatları ve tekerlerine ait açısal hızları arasındaki ilişki Jacobian matrisi $J_v \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ ile gösterilmekte olup, bu ilişki

$$\dot{\theta}_v = J_v \dot{q}_v, \quad (5.3)$$

olarak ifade edilmektedir. Bu ifadeye kullanılan $\theta_v = [\theta_L \ \theta_R]^T$ olmakta ve θ_v 'nin zamana bağlı türevi platformun linear v ve açısal w hızları cinsinden $\dot{\theta}_v = \begin{bmatrix} \frac{v-lw}{r_w} & \frac{v+lw}{r_w} \end{bmatrix}^T$ olarak yazılabilmektedir (Wu ve Hu, 2004). Denklem (5.3)'te kullanılan J_v matrisi ise $J_v = \frac{1}{(r_w(d^2+1))} \begin{bmatrix} (c_\theta d^2 + l s_\theta d + c_\theta) & (s_\theta d^2 - l c_\theta d + s_\theta) & -l \\ (c_\theta d^2 - l s_\theta d + c_\theta) & (s_\theta d^2 + l c_\theta d + s_\theta) & l \end{bmatrix}$ olarak elde edilmekte ve burada kullanılan $r_w \in \mathbb{R}$ platformun tekerleklerinin yarıçapını, $l \in \mathbb{R}$ ise platformun ağırlık merkezi ile bir tekeri arasında kalan uzaklığı temsil etmektedir. Denklem (5.3) kullanılarak, platformun genelleştirilmiş Lagrange koordinatları ile birleşik eklem uzayı koordinatları arasındaki dönüşüm

$$\dot{q}_v = J_v^\dagger \dot{\theta}_v = S_v \dot{\theta}_v, \quad (5.4)$$

olarak yazılmakta, burada kullanılan $J_v^\dagger \triangleq S_v \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ matrisi platformun Jacobian matrisinin sözde tersidir ve

$$S_v = \begin{bmatrix} \frac{(r_w c_\theta + d r_w s_\theta / l)}{2} & \frac{(r_w c_\theta - d r_w s_\theta / l)}{2} \\ \frac{(r_w s_\theta - d r_w c_\theta / l)}{2} & \frac{(r_w s_\theta + d r_w c_\theta / l)}{2} \\ \frac{-r_w}{2l} & \frac{r_w}{2l} \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

olarak hesaplanmaktadır. Homojen dönüşüm matrisleri ardışık koordinat sistemleri arasındaki rotasyonel ve pozisyon bilgilerini vermektedir. Uç noktasının manipülatörün tabanına göre pozisyonu Denavit-Hartenberg parametrelerine göre hesaplanmakta olan ${}^b T_e$ matrisinden elde edilebilmektedir (Tzafestas, 2014). Eklem eksenlerine atanan koordinat sistemleri Şekil 5.6'da gösterilmekte olup, kullanılan manipülatöre ait D-H parametreleri Çizelge 3.1'de verilmektedir. Uç noktasının dünya koordinat sistemine göre pozisyonu ise Denklem (3.1)-(3.2)'de verilen ilgili dönüşüm matrislerinden elde edilmektedir. Mobil manipülatörün görev uzayı değişkenleri holonomik kısıta göre Varsayım 3.1.4 göz önünde bulundurularak, uç noktasının dünya koordinat sistemine göre pozisyonu olarak atanmaktadır. Görev uzayı değişkenleri X_T ile temsil edilmekte olup, \dot{X}_T ise uç noktasının görev uzayında ifade edilen hızlarını temsil etmektedir. $X_T = \begin{bmatrix} {}^w P_{y_e} & {}^w P_{z_e} & {}^w P_{x_e} \end{bmatrix}^T$ ve \dot{X}_T Denklem (3.3)'te verilmektedir.

Birleşik eklem uzayında ifade edilen hızların görev uzayında ifade edilmesi için gerekli dönüşüm bilgisini içeren Jacobian matrisi, dinamik modelin birleşik eklem uzayından görev uzayına aktarılmasında kullanılmakta olup, bu iki uzay arasındaki ilişkiyi gösteren Jacobian matrisi $J_{jt} \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ olarak tanımlanmaktadır. J_{jt} matrisi ve birinci dereceden zamana bağlı türevi olan $\dot{J}_{jt} \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ matrisleri Ek Açıklamalar B'de Çizelge B.3'te verilmektedir.

$$J_{jt} = \begin{bmatrix} J_{jt}(1,1) & J_{jt}(1,2) & J_{jt}(1,3) & J_{jt}(1,4) \\ J_{jt}(2,1) & J_{jt}(2,2) & J_{jt}(2,3) & J_{jt}(2,4) \\ J_{jt}(3,1) & J_{jt}(3,2) & J_{jt}(3,3) & J_{jt}(3,4) \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

$$\dot{J}_{jt} = \begin{bmatrix} \dot{J}_{jt}(1,1) & \dot{J}_{jt}(1,2) & \dot{J}_{jt}(1,3) & \dot{J}_{jt}(1,4) \\ \dot{J}_{jt}(2,1) & \dot{J}_{jt}(2,2) & \dot{J}_{jt}(2,3) & \dot{J}_{jt}(2,4) \\ \dot{J}_{jt}(3,1) & \dot{J}_{jt}(3,2) & \dot{J}_{jt}(3,3) & \dot{J}_{jt}(3,4) \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

Uç noktasının yüzey ile teması nedeniyle manipülatör holonomik bir kısıta sahiptir. Temas edilecek yüzey, $X^w Y^w$ -düzlemine dik (ya da $Y^w Z^w$ -düzlemine paralel) olacak şekilde, benzetim ortamında X^w eksenini üzerinde $X_{surface}$ pozisyonuna yerleştirilmektedir. Bu dik yüzey üzerinde Y^w ve Z^w eksenleri boyunca hareket edilirken X^w eksenini yönünde kuvvet oluşmaktadır. Benzetim ortamı Şekil 5.6'da gösterilmektedir. Yüzeye temas edilip, üzerinde hareket edilebilmesi için; uç noktasının dünya koordinat sistemine göre pozisyonunun X^w bileşeninin, yüzeyin X^w eksenindeki pozisyonuna eşit olması gerekmektedir. Benzetimde manipülatörün bir adet holonomik kısıta ($c_h = 1$) sahip olduğu varsayılmakta ve bu kısıt

$$\Theta(X_T) = {}^w P_{x_e} - X_{surface} = 0, \quad (5.8)$$

olarak belirlenmekte ve holonomik kısıta göre indirgenmiş durum değişkenleri $u = \begin{bmatrix} u_1^T & u_2^T \end{bmatrix}^T$, $u_1 = \begin{bmatrix} {}^w P_{y_e} & {}^w P_{z_e} \end{bmatrix}^T$ ve $u_2 = [{}^w P_{x_e} - X_{surface}]$ olarak seçilmektedir. Görev uzayı ile indirgenmiş durum modeli arasındaki dönüşümü tanımlayan $T = I_{3 \times 3} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ matrisi ise birim matris olarak hesaplanmaktadır. Mobil manipülatörün gerçekleştirilmesi hedeflenen görevi ise

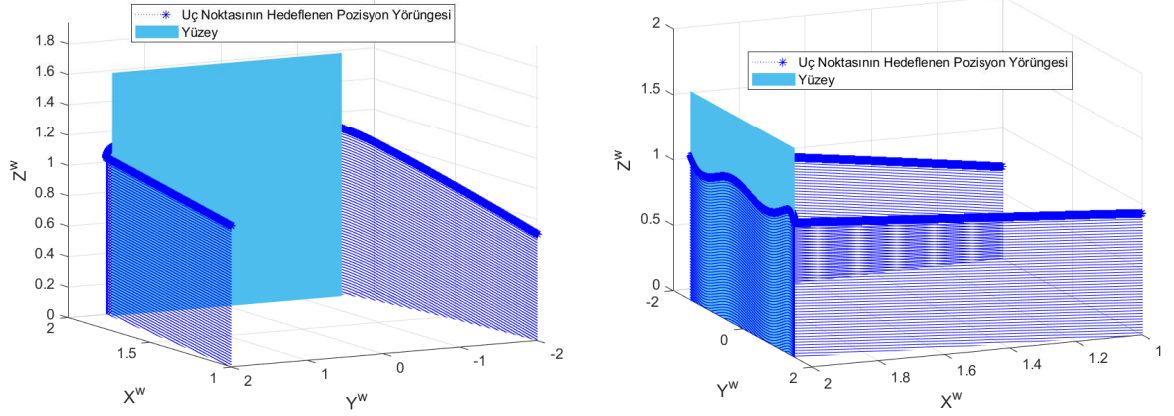
- $t \in [0, T_1)$ aralığında, uç noktası hedeflenen pozisyon yörüngesini takip ederken, daha önceden konumu tanımlanmış yüzeye yaklaşacak,
- $t \in [T_1, T_2)$ aralığında, uç noktası yüzeye temas ettiğinde, hem hedeflenen pozisyon hem de hedeflenen kuvvet yörüngelerini takip edecek,

- $t \in [T_2, T_3]$ aralığında, uç noktası yüzeyden ayrılmakta ve sadece hedeflenen pozisyon yörüngesini takip edecek,

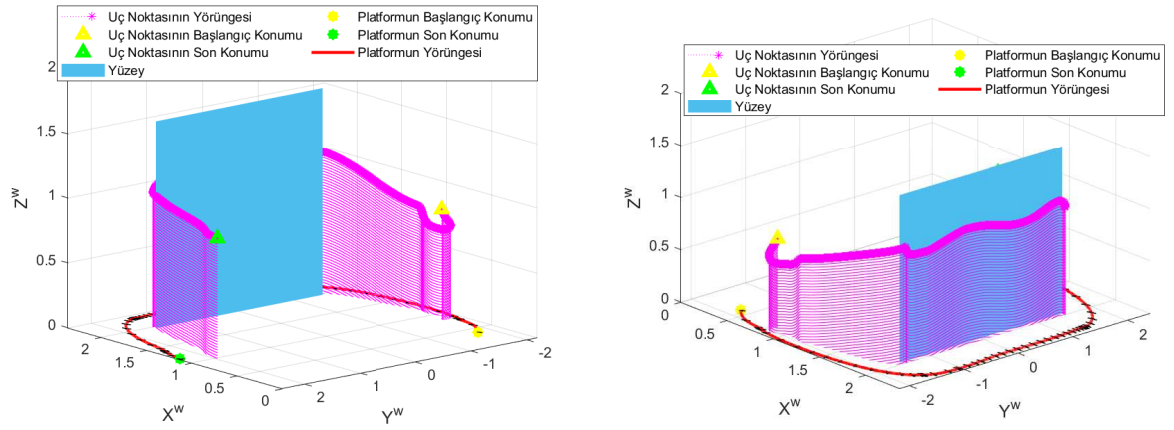
şekilde tanımlanmaktadır.

Tasarlanan denetleyicinin başarımını göstermek için Şekil 5.7(a)'da gösterilen hedeflenen pozisyon yörüngesi kullanılmaktadır. Hedeflenen pozisyon ve kuvvet yörüngeleri Ek Açıklamalar B'de Çizelge B.4'te verilmektedir. Hedeflenen yörüngeler; uç noktasının yüzey üzerinde olmadığı zamanlarda, hedeflenen kuvvet yörüngesinin sıfıra eşit olduğunu, böylece sadece uç noktasının pozisyonunun denetlenmesi gerektiğini göstermektedir. Uç noktası yüzeye temas ettiğindeyse, uç noktası ile yüzey arasında X^w eksenini boyunca bir kuvvet oluşmaktadır. Holonomik kısıtın sağlanması içinse, uç noktası Y^w ve Z^w eksenleri boyunca hareket ederken, uç noktasının X^w eksenini boyunca pozisyonunun değişmemesi gerekmektedir. Bu nedenle, uç noktası yüzey ile etkileşime geçtiğinde uç noktasının hem kuvvetinin hem pozisyonun mutlaka denetlenmesi gerekmektedir.

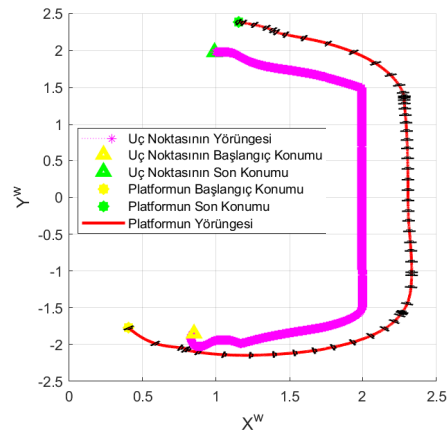
Mobil manipülâtörün Denklem (3.10)'da verilmekte olan dinamik modelinde bulunan matrisler Wu ve Hu (2004)'dan elde edilmekte ve Ek Açıklamalar B'de Çizelge B.1'de verilmektedir. Dinamik modelde kullanılan parametrelerin değerleri ise Ek Açıklamalar B'de Çizelge B.2'de verilmektedir. Parametrik bozucu etki değerlerinin $m_{1unc} = 0,10m_1\sin(3t)$, $m_{2unc} = 0,10m_2\sin(2t)$, $m_{punc} = 0,05m_p\sin(t)$ olduğu varsayılmakta ve sürtünmede bulunan bozucu etki ise $f_{1unc} = f_{2unc} = 0,01\sin(3t)$ olarak tanımlanmaktadır. Benzetim için parametrik belirsizlikler ($d_{\Delta_{unc}}(t)$) Ek Açıklamalar B'de verilen Çizelge B.1'de bulunan denklemlere göre parametrik bozucu etki değerleri kullanılarak hesap edilmektedir. Mobil manipülâtörün bozucu etkisinin ve sürtünmesinin sırasıyla $d_{ext}(t) = [0,05\sin(3t) \ 0,025\sin(3t) \ 0,04\sin(3t) \ 0,05\sin(3t) \ 0,1\sin(2t)]^T$ ve $F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1\dot{\theta}_1 & 0,1\dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$ olduğu varsayılmaktadır. Mobil manipülâtörün genelleştirilmiş koordinatlarına dair başlangıç koşulları, uç noktasının başlangıç konumu ve kontrol kazanç matrislerinin değerleri Ek Açıklamalar B'de verilen Çizelge B.5'te gösterilmektedir. Benzetimde, uç noktasının başlangıç konumu, $\{w\}$ koordinat sistemine göre ifade edilen hedeflenen yörüngenin başlangıç konumuna her ekseninde 0,15 m hata eklenmesi ile oluşturulmaktadır. Denklem (3.3)'te verilen, X_T 'nin Z^w bileşeni kullanılarak manipülâtöre ait ikinci eklemin başlangıç açısı hesap edilmektedir. Hareketli platformun baş açısının ve manipülâtörün birinci ekleminin başlangıç açıları uygun değerler seçilerek, platforma ait diğer bileşenlerin başlangıç değerleri $\{w\}$ koordinat sistemine göre Denklem (3.3)'te verilen eşitliklerin kullanılması ile hesap edilmektedir.



(a)

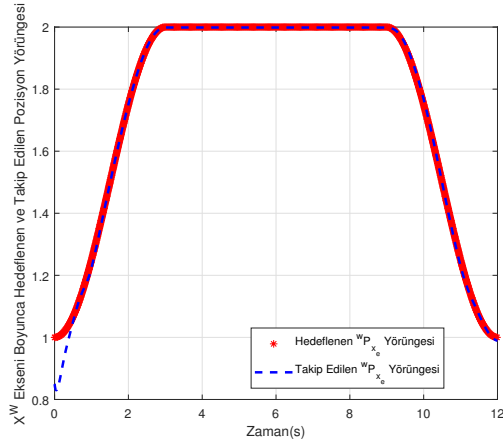


(b)

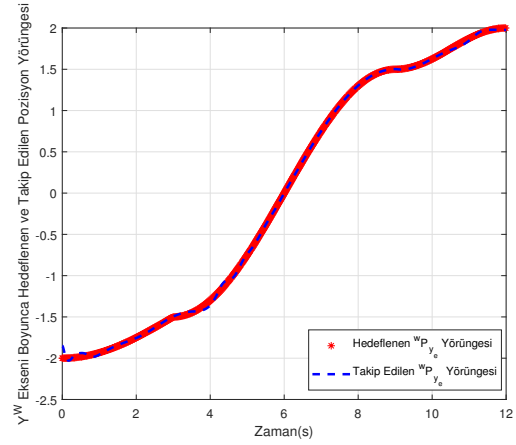


(c)

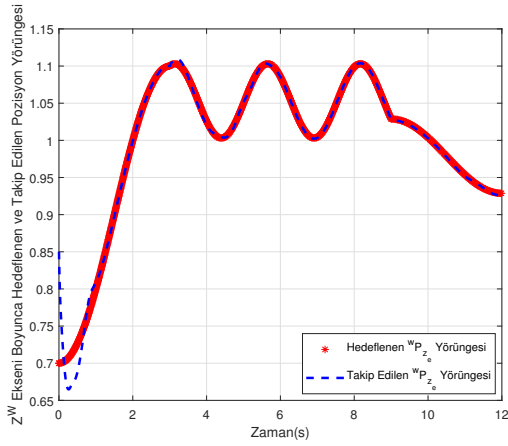
Şekil 5.7: (a) Uç Noktasının Hedeflenen 3 Boyutlu Yörüngesi, Uç noktası ve Platformun Hareketi: (b) X-Y-Z görünümü, (c) X-Y görünümü



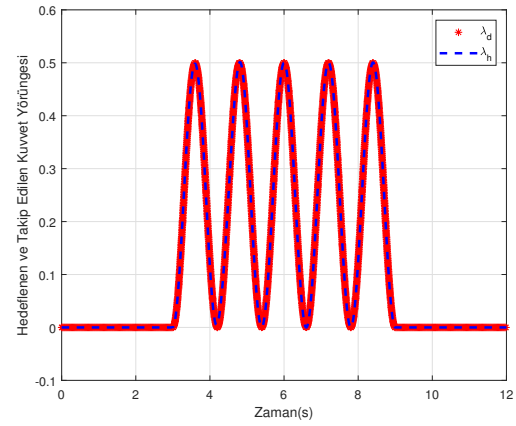
(a)



(b)



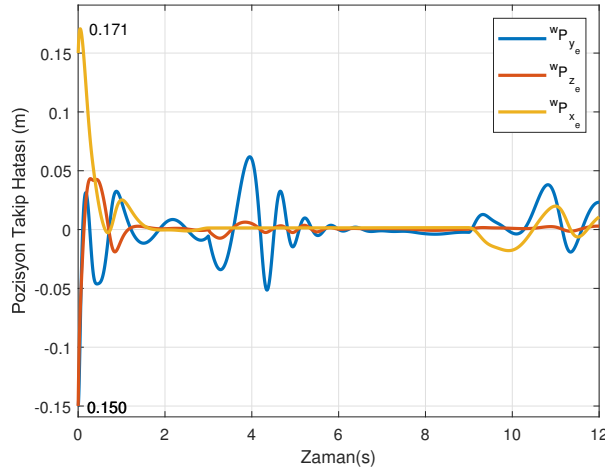
(c)



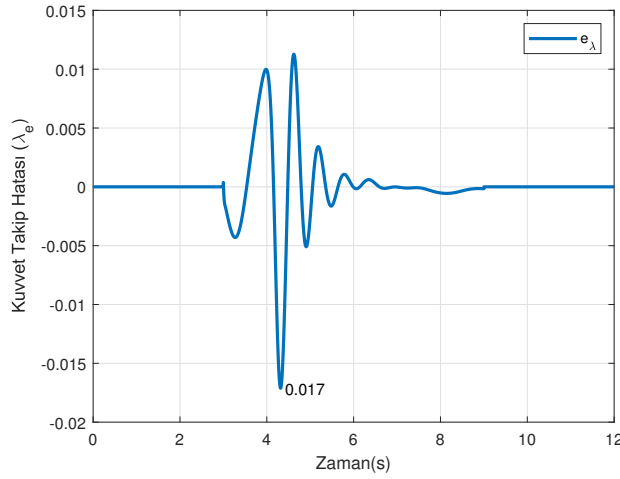
(d)

Şekil 5.8: Uç noktasının hedeflenen ve gerçek pozisyonu: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Uç noktasının hedeflenen ve gerçek kuvveti

Uç noktasının hedeflenen ve gerçek pozisyonu Şekil 5.8’de gösterilmektedir. İlk üç saniye içerisinde, uç noktası istenilen pozisyonu takip ederken, yüzeye yaklaşmaktadır. Üçüncü ve dokuzuncu saniyeler arasında, uç noktası yüzey üzerinde hareket etmekte ve hedeflenen pozisyon yörüngesi olan sinüs dalgasını takip etmektedir. Uç noktası yüzey üzerindeyken, uç noktasının pozisyonunun kısıtlanmış bileşeni yüzey konumu nedeniyle sabit bir değere sahipken, kısıtsız bileşenler yüzeyde istenilen hareketi sağlamaktadır. Benzetimin son periyodunda ise, uç noktası istenilen yörüngeyi takip ederken, yüzeyden ayrılmaktadır. Şekil 5.7(b, c)’de uç noktasının ve platformun gerçek pozisyon yörüngeleri ve Şekil 5.9’da ise uç noktasının pozisyon takip hatası gösterilmektedir. Uç noktası yüzeye temas etmediğinde hedeflenen kuvvet yörüngesi sıfıra eşit olmaktadır, uç noktası yüzeye değdiğinde hedeflenen kuvvet yörüngesi bir sinüs dalgası olarak kullanılmakta olup, hedeflenen kuvvet yörüngesi Ek Açıklamalar B’de Çizelge B.4’te verilmektedir.



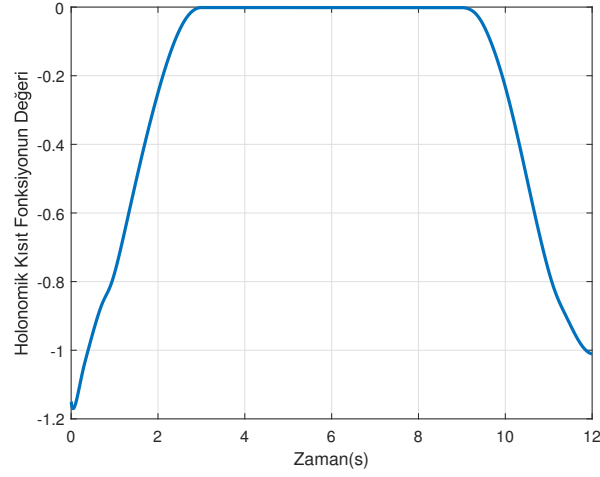
Şekil 5.9: Mobil manipülatörün uç noktasının pozisyon takip hatası



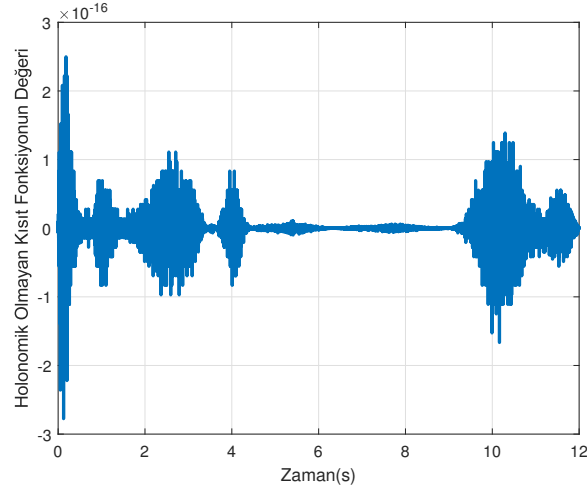
Şekil 5.10: Mobil manipülatörün uç noktasının kuvvet takibi hatası

Hedeflenen ve gerçek kuvvet yörüngeleri Şekil 5.8(d)'de gösterilmektedir. Uç noktası ile yüzey arasında etkileşim başladığında, kuvvet denetimi gerçekleştirilmekte ve Şekil 5.10'da gösterilen kuvvet takibi hatası incelendiğinde kuvvet takibi için maksimum mutlak hata değerinin 0,017'den küçük olduğu gözlemlenmektedir. Kuvvet takibi sırasında, holonomik kısıta ait Lagrangian çarpanı Denklem (3.27) kullanılarak hesaplanmaktadır. Holonomik ve holonomik olmayan kısıt fonksiyonlarının değerleri ise Şekil 5.11,5.12'de gösterilmektedir. Şekil 5.11'de uç noktası yüzeye temas ettiğinde Denklem (5.8)'de verilen holonomik kısıt fonksiyonunun sağlandığı gösterilmektedir.

Tüm benzetim boyunca, Denklem (5.1)'de verilen holonomik olmayan kısıt sebebiyle hareketli platform yanal yönde hareket edememektedir. Şekil 5.12 incelendiğinde, platformun baş açısı ve hızları kullanılarak hesap edilen Denklem (5.1)



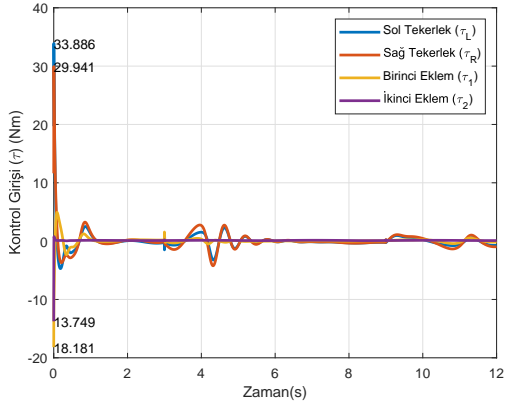
Şekil 5.11: Denklem (5.8)'de verilen holonomik kısıt fonksiyonu değeri



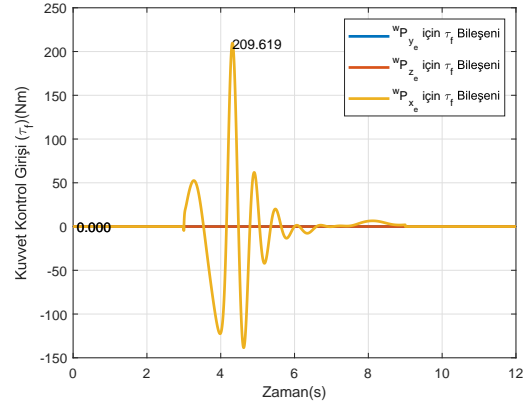
Şekil 5.12: Denklem (5.1)'de verilen holonomik olmayan kısıt fonksiyonu değeri

değerinin 3×10^{-16} 'dan küçük olduğu gözlemlenmekte ve holonomik olmayan kısıtın sağlandığı gösterilmektedir.

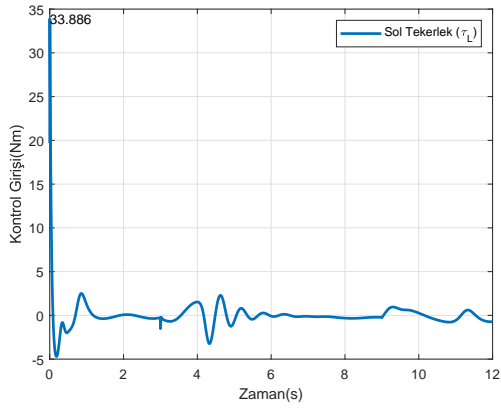
Mobil manipülâtörün kontrol girişi (τ) Şekil 5.13(a)'da gösterilmektedir. Sağ-sol tekerleklerin ve manipülâtörün eklemlerinin tork değerlerini gösteren giriş işaretleri ise Şekil 5.13(c, d, e, f)'de gösterilmektedir. Uç noktası ile yüzey arasında oluşan kuvvet, görev uzayında sadece X^w yönünde oluşmakta, bu sebeple hedeflenen kuvvet yörüngesi aynı yönde takip edilmekte ve kuvvet kontrol girişinin diğer bileşenleri sıfır olmaktadır. Şekil 5.13(b)'de gösterildiği üzere kuvvet kontrol girişi (τ_f) sadece X^w yönünde uygulanmaktadır.



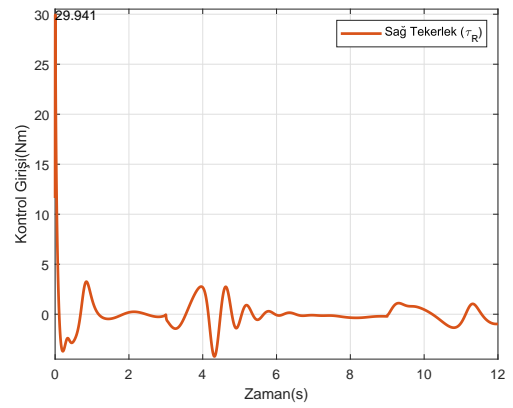
(a)



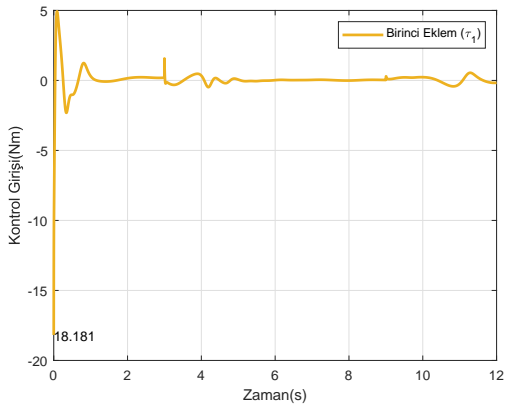
(b)



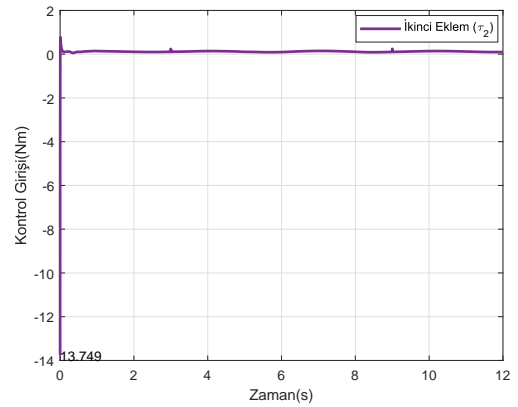
(c)



(d)



(e)



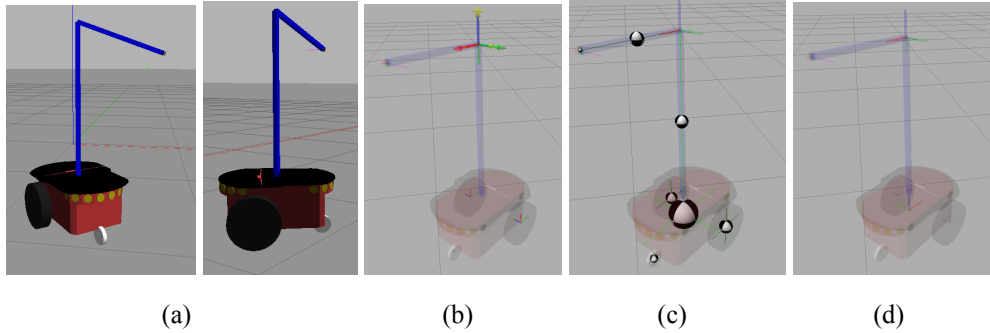
(f)

Şekil 5.13: Uygulanan kontrol girişi: (a) mobil manipülatör için, (b) kuvvet takibi için, (c) sol tekerlek için, (d) sağ tekerlek için, (e) birinci eklem için, (f) ikinci eklem için

5.1.2.2 Gazebo platformunda elde edilen sonuçlar

Bu bölüm içerisinde yapılacak benzetimler için Gazebo (Anonim, 2021) platformunda kullanılmak üzere bir mobil manipülatör URDF (Unified Robotic Description Format) dosyası oluşturularak gerçekleştirilmektedir. Wu ve Hu (2004)'de verilen mobil manipülatör Gazebo ortamında oluşturulmakta ve bu mobil manipülatör iki serbestlik derecesine sahip manipülatör ve diferansiyel sürüş özelliğine sahip hareketli platformdan oluşmaktadır. Gazebo platformunda hazır bulunan Pioneer DX2 diferansiyel sürüslü mobil robotu ve bu mobil robotu ait SDF dosyası herhangi bir değişiklik yapılmadan URDF'e dönüştürülerek kullanılmaktadır. Manipülatör için, Çizelge 3.1'deki veriler kullanılarak manipülatörün URDF'i oluşturulmakta ve URDF dosyaları kullanılarak manipülatör Pioneer DX2'in ağırlık merkezinin üzerine yerleştirilmektedir (Wu ve Hu, 2004).

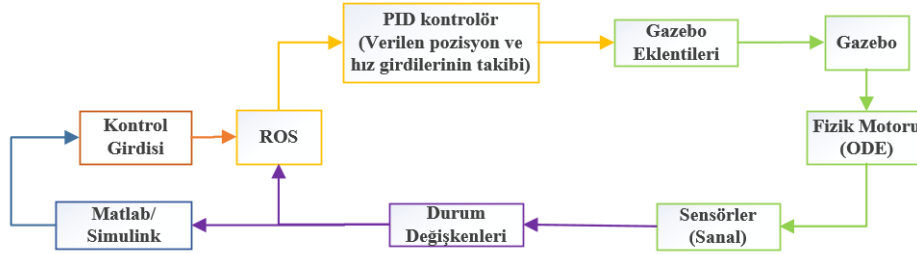
Oluşturulan mobil manipülatör Şekil 5.14(a)'da gösterilmektedir. Platforma ve manipülatöre atanan koordinat sistemler, ağırlık merkezleri ve eklemlerin konumları sırasıyla Şekil 5.14(b, c, d)'de gösterilmektedir.



Şekil 5.14: Gazebo platformunda oluşturulan: (a) mobil manipülatör, mobil manipülatörün: (b) eklemleri, (c) ağırlık merkezleri, (d) koordinat sistemleri

Oluşturulan mobil manipülatörde kullanılan parametrelerin değerleri Çizelge B.2'de verilmektedir. Hareketli platform (Pioneer DX2) ivme kısıtlarına sahiptir. Açısal ve doğrusal ivmeleri sırasıyla $[-3, 5; 3, 5] \text{ rad/s}^2$ ve $[-2, 5; 2, 5] \text{ m/s}^2$ aralıklarındadır. Manipülatörün eklemleri de hız kısıtlarına sahiptir ve birinci ve ikinci eklemin üst hız sınırı 20 rad/s 'dir. Her eklemin iletim arayüzü "SimpleTransmission" seçilmekte ve Gazebo-ROS kontrol eklentisinde robot benzetim türü olarak "DefaultRobotHWSim" kullanılmaktadır. Donanım arayüzü olarak ise platform ve manipülatör için sırasıyla "Velocity Joint Interfaces" and "Effort Joint Interfaces" seçilmektedir. Fizik motoru "ODE" olarak seçilmekte ve benzetim ortamında kullanılan yüzey ile mobil manipülatör farklı

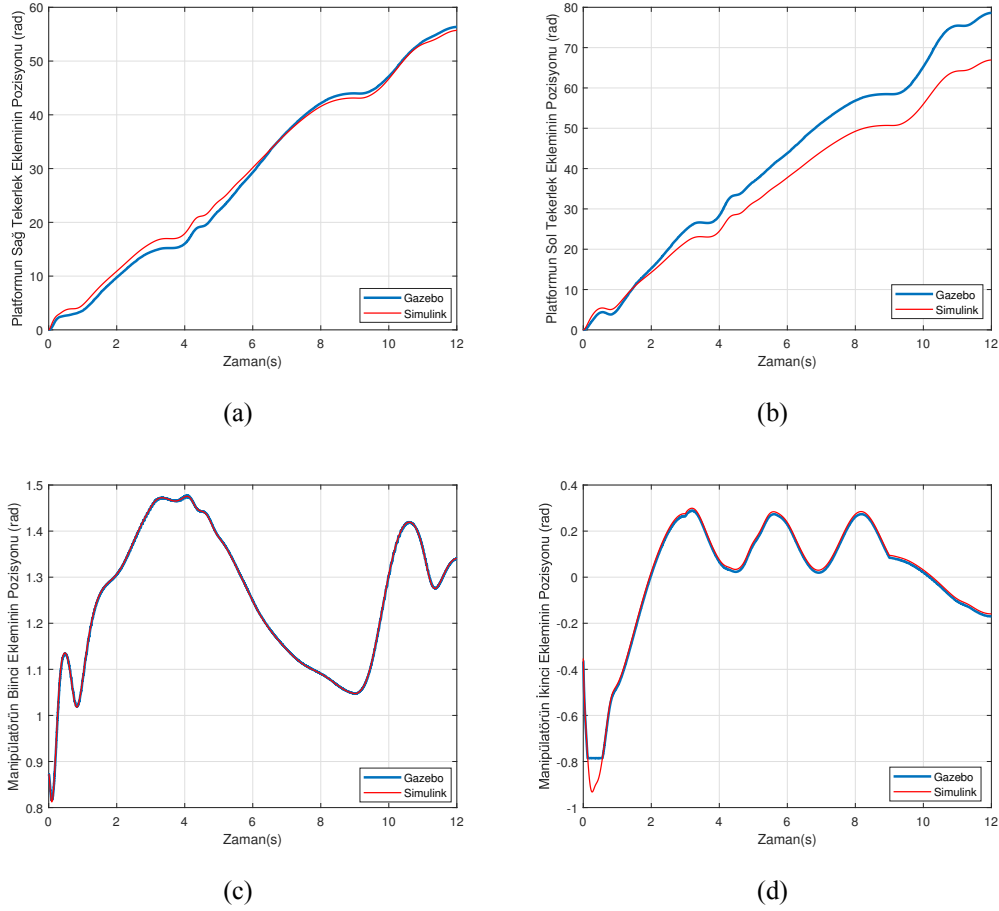
dosyalar aracılığıyla üretilmektedir. Benzetim akış diyagramı Şekil 5.15'te gösterilmektedir.



Şekil 5.15: Gazebo benzetimi akış diyagramı

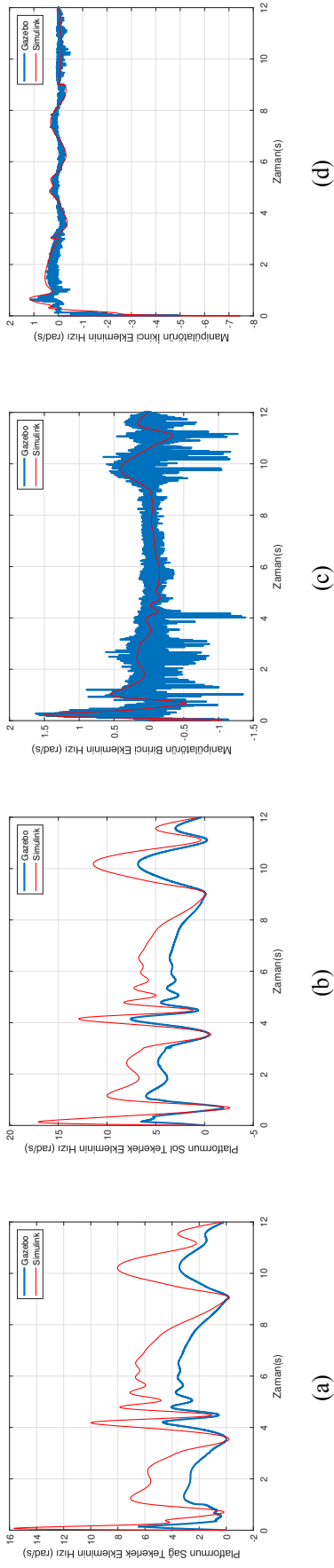
Gazebo benzetimi Simulink ve ROS ile iş birliği içerisinde çalışmaktadır (Doukhi vd., 2017; Anonim, 2020). Bunlara ek olarak, benzetimi gerçekleştirmek için Gazebo'da birkaç eklenti ve denetleyici kullanılmaktadır. Gazebo'nun diferansiyel sürüş, Gazebo-ROS kontrol ve kuvvet-tork algılayıcı eklentileri kullanılmaktadır. Ayrıca, mobil manipülatör eklemlerinin torklarını ölçmek için özel bir eklenti kodlanmıştır. Denetleyici kısmında ise ROS tarafından sağlanan konum ve hız denetleyicileri, uç noktasının konumunu izlemek için kullanılmaktadır.

Simulink'te pozisyon/kuvvet denetleyicisinin gerçekleşmesi Gazebo platformunda yapılacak olan benzetimin ilk adımını oluşturmaktadır. Gerçeklenen denetleyici, Gazebo benzetimi için gerekli kontrol girişlerini (komutları) üretmektedir. Bu girişler, manipülatörün eklem açıları ve hareketli platformun doğrusal ve açısal hızlarıdır. Elde edilen kontrol girişleri ROS'a aktarılmakta ve ROS'ta gömülü olan PID denetleyicinin çıktıları, ilgili Gazebo eklentilerinde kullanılmaktadır. Son olarak, platformun pozisyonu ve baş açısı, tekerleklerin eklem pozisyonları (açıları) ve hızları (açısal), manipülatörün eklem pozisyonları (açıları) ve hızları (açısal) ölçümleri, uç noktasının pozisyonu, doğrusal ve açısal hızları, platformun tekerleklerinin ve manipülatörün eklemlerinin torku, ROS ve Gazebo başlıklarından (topics) elde edilmektedir. Elde edilen bu ölçümler Simulink ve Gazebo sonuçlarını karşılaştırmak için Matlab'a aktarılmaktadır. Matlab'da Gazebo'dan alınan ölçümler, mobil manipülatördeki her bir eklemin torkunu hesaplamak için tasarlanmış denetleyicide kullanılmaktadır. Hesaplanan ve ölçülen torklar, tasarlanan denetleyicinin gerçek kısıtlamalar altında çalıştığını göstermek için karşılaştırılmaktadır (Zhao vd., 2018; Zhou vd., 2018).

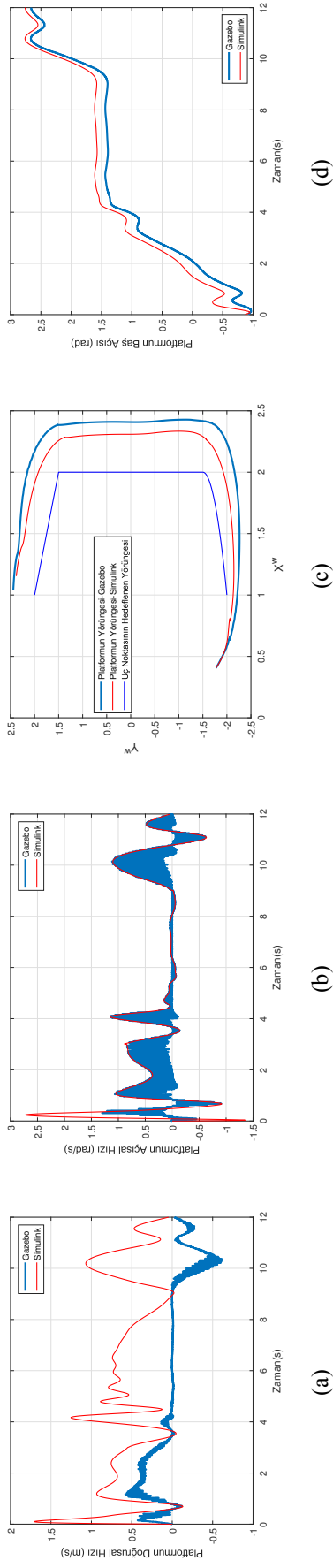


Şekil 5.16: Gazebo benzetiminden elde edilen eklem pozisyonları: (a) sağ tekerlek için, (b) sol tekerlek için, (c) birinci eklem için, (d) ikinci eklem için

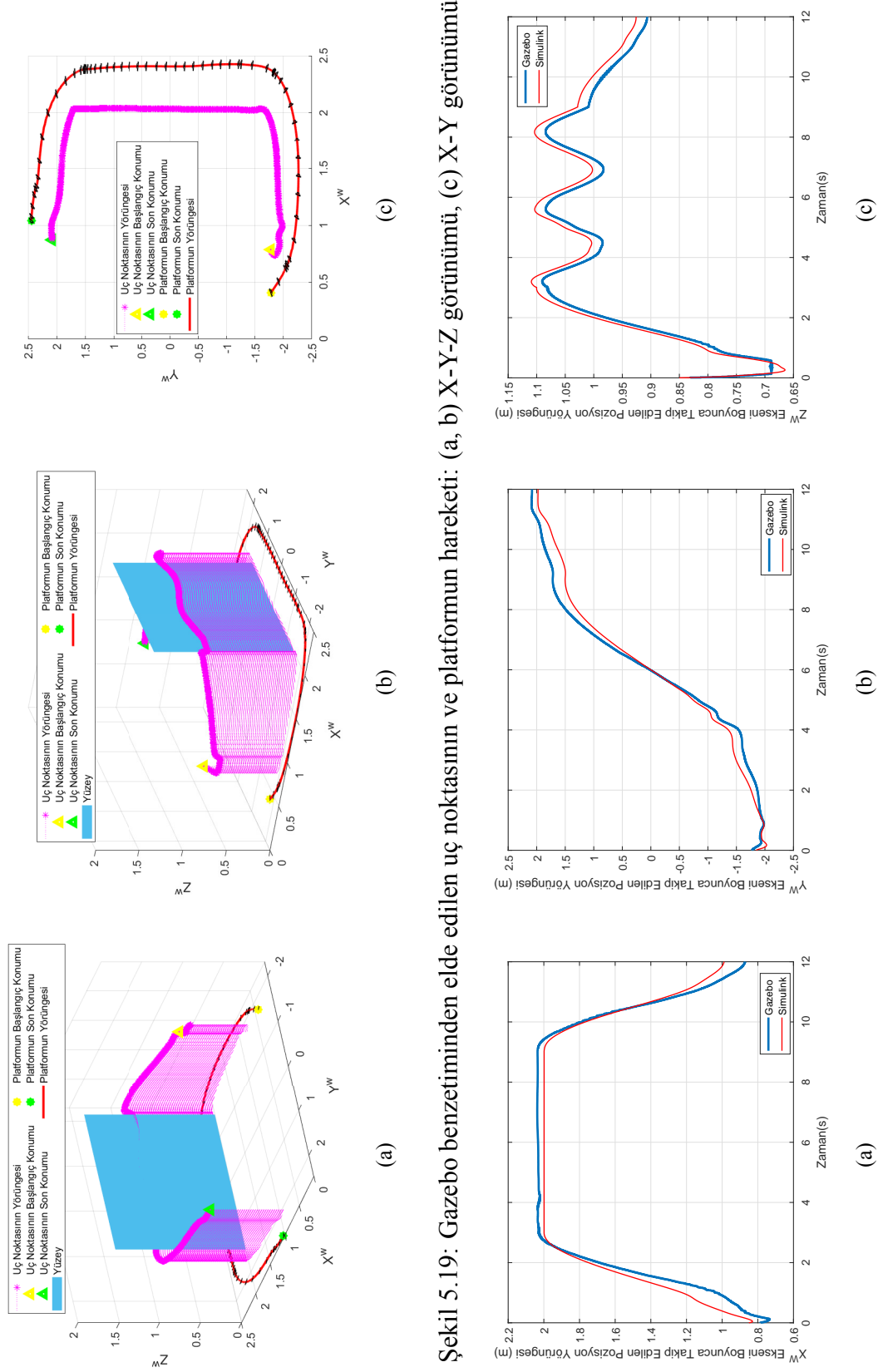
Mobil manipülâtörün eklemlerinin pozisyonları Şekil 5.16’da gösterilmektedir. Gazebo benzetiminden elde edilen ölçümler ve Simulink benzetiminden elde edilen veriler aynı şekil üzerinde çizdirilerek gösterilmekte ve her iki benzetim sonucunda elde edilen eklem pozisyonlarının neredeyse aynı oldukları gözlemlenmektedir. Şekil 5.17’de eklemlerin açısal ve doğrusal hızları gösterilmekte ve Gazebo’dan Simulink’ten elde edilen eklem hızlarına benzer eklem hızları ölçülmektedir. Hareketli platform, bir diferansiyel sürüş kontrol eklentisi kullanılarak ana gövdesinin açısal ve doğrusal hızları ile hareket ettirilmektedir. Pioneer 2DX, Simulink’te kullanılan mobil manipülâtörün platformundan farklı olarak çoğu uygulamada sınırlara sahiptir; bu nedenle Simulink’ten hesaplanan doğrusal hız girişinin yarısı Gazebo’da doğrusal hız girişi olarak platforma uygulanmaktadır. Pioneer 2DX’in açısal ve doğrusal hız ölçümleri Şekil 5.18(a, b)’de gösterilmektedir. Hareketli platformun ivme sınırları olması sebebiyle, Gazebo’daki platformun hızlarının başlangıç değerleri Simulink’te elde edilen verilerden farklılık göstermektedir.



Şekil 5.17: Gazebo benzetiminden elde edilen eklem hızları: (a) sağ tekerlek için, (b) sol tekerlek için, (c) birinci eklem için, (d) ikinci eklem için



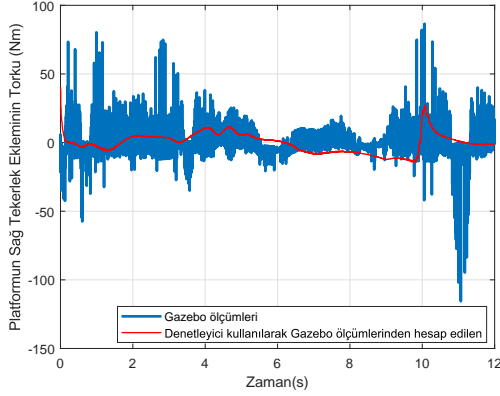
Şekil 5.18: Hareketli platformun: (a) doğrusal hızı, (b) açısal hızı, (c) yörüngesi, (d) baş açısı



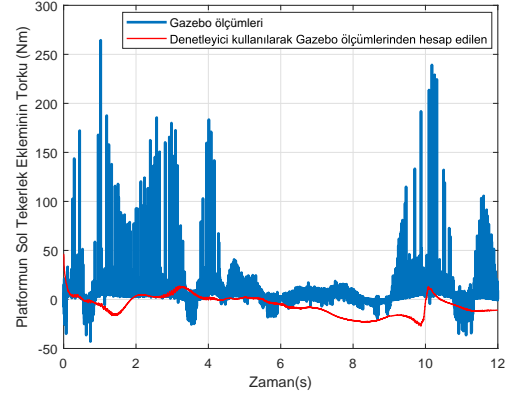
Şekil 5.19: Gazebo benzetiminden elde edilen uç noktasının ve platformun hareketi: (a) X^w - Y^w - Z^w görünümü, (b) X^w - Y^w görünümü, (c) X^w - Z^w görünümü

Şekil 5.20: Hedeflenen ve gerçek pozisyon yörüngeleri: (a) X^w eksenli boyunca, (b) Y^w eksenli boyunca, (c) Z^w eksenli boyunca

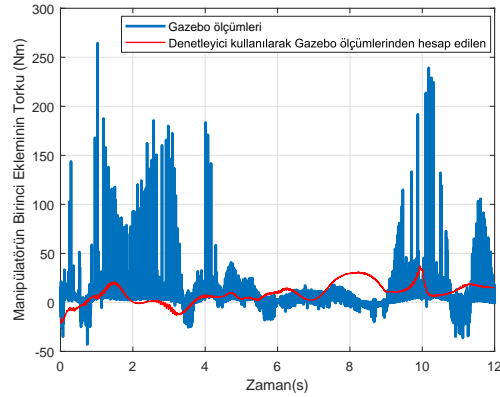
Ancak, başlangıç anı dışında kalan hız değerleri Simulink'ten sağlanan hızlar ile örtüşmektedir. Hareketli platformun yörüngesi ve baş açısı sırasıyla Şekil 5.18(c, d)'de gösterilmektedir.



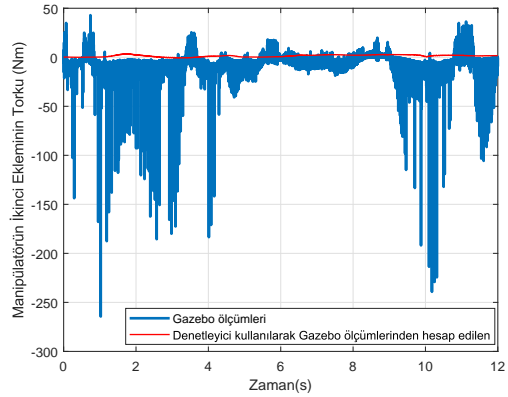
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 5.21: Hedeflenen yörüngeler için ölçülen ve Gazebo benzetiminden elde edilen ölçümlerden hesaplanan tork değerleri: (a) sağ tekerlek için, (b) sol tekerlek için, (c) birinci eklem için, (d) ikinci eklem için

Gazebo benzetiminden elde edilen platforma ve uç noktasına ait pozisyon yörüngeleri Şekil 5.19(a, b, c)'de gösterilmektedir. Uç noktasının her eksen boyunca takip etmesi istenilen ve takip ettiği pozisyon yörüngeleri Şekil 5.20(a, b, c)'de verilmektedir. Gazebo benzetiminde, mobil manipülâtörün eklemlerine ait torklar özel bir Gazebo eklentisinden ölçülmektedir. Tasarlanan denetleyicinin başarımını göstermek için, Gazebo'da kullanılan mobil manipülâtörden elde edilen ölçümler, mobil manipülâtörün eklemlerinin torkunu hesaplamak için kullanılmaktadır.

Her bir eklem için hesaplanan ve ölçülen torklar Şekil 5.21(a, b, c, d)'de gösterilmektedir. Hareketli platformun tekerleklerinin torkları, ölçülen torklara benzer bir model göstermektedir. Şekil 5.21'de gösterildiği üzere hesaplanan torklar ölçülen torklar ile benzerlik göstermektedir; ancak torkların büyüklükleri Simulink'ten gelen tork büyüklüklerinden farklıdır. ROS'ta çalışan PID denetleyicilerinin geliştirilen denetleyiciden farklı olması ve Gazebo'daki ivme ve hız sınırlamaları nedeniyle, eklemlerin ölçülen ve hesaplanan torkları birebir aynı değildir. Bununla birlikte, istenen pozisyon ve kuvvet yörüngeleri, hem Gazebo hem de Simulink'teki mobil manipülatör tarafından tam olarak doğru bir şekilde izlenmektedir.

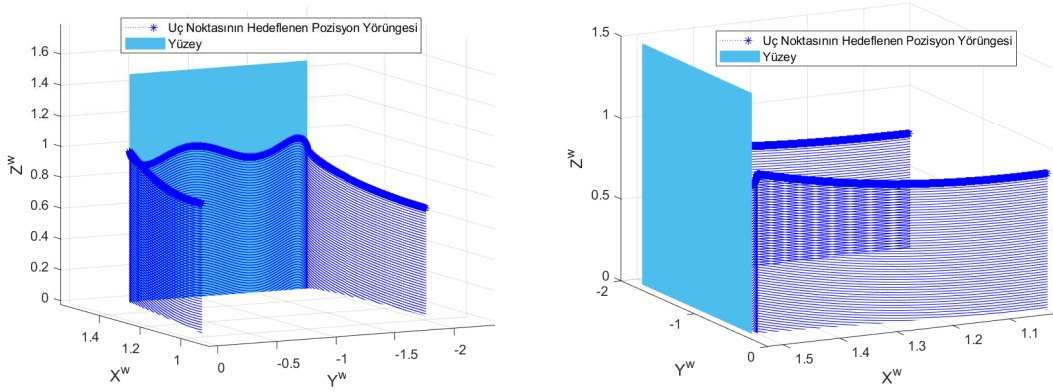
5.2 Giriş Zaman Gecikmesine Maruz Kalmış Mobil Manipülatörler için Pozisyon-Kuvvet Denetimi Benzetim Sonuçları

5.2.1 Bölgesel UUB pozisyon-kuvvet takibi sağlayan gürbüz denetleyici benzetim sonuçları

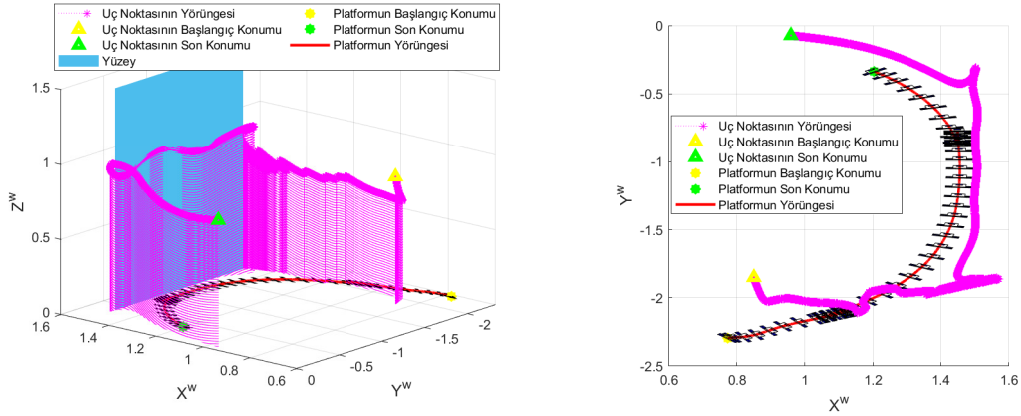
Bu bölümde gerçekleştirilen benzetimlerde Ek Açıklamalar B'de Çizelge B.1'de verilen dinamik modelin kullanılması ile elde edilen indirgenmiş durum dinamik modeli kullanılmaktadır. Dinamik modelde ek bozucu etkiler ve belirsizlikler bulunmakta olup, bu değerler Bölüm 5.1.2.1'de gerçekleştirilen benzetimde kullanılmış olan değerleridir.

Mobil manipülatör sisteminin içerdiği holonomik ve holonomik olmayan kısıtlar Bölüm 5.1.2.1'de Denklem (5.1),(5.8)'de verilmektedir. Pozisyon yörüngelerinin takibi için Bölüm 4.2.2.2'de kararlılık analizi yapılan ve Denklem (4.48)'de tasarlanan kontrol girişi kullanılmaktadır. Buna ek olarak, benzetim sırasında kuvvet denetimi için Not 4.2.1 varsayılmakta, kullanılan başlangıç koşulları ve kontrol kazanç değerleri Çizelge C.1'de, hedeflenen kuvvet ve pozisyon yörüngeleri ise Çizelge C.2'de verilmektedir.

Giriş gecikmesine maruz kalmış mobil manipülatör sisteminin bozucu etki ve belirsizlikleri Bölüm 5.1.2.1'de verilen değerleri ile kullanılmakta olup, bilinmeyen ve zamanla değişen gecikme değeri $\delta(t) = 45 + 25 \sin(t)ms$ olarak seçilmekte ve bilinmeyen giriş değeri (20,70)ms arasında değişmektedir. Şekil 5.22'de hedeflenen pozisyon yörüngesi ve Şekil 5.23'te mobil manipülatörün uç noktasının ve platformun hareketi gösterilmektedir.

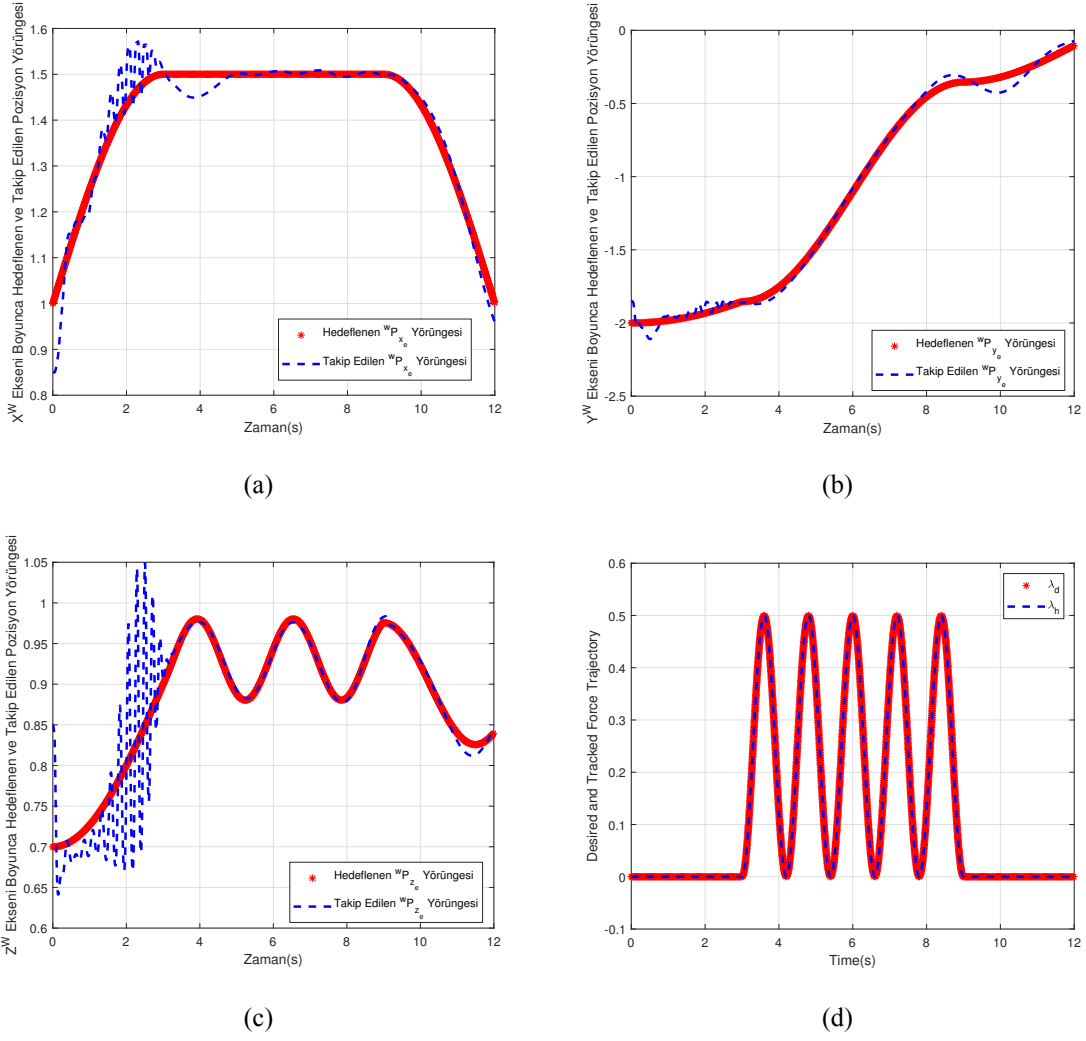


Şekil 5.22: Uç Noktasının Hedeflenen 3 Boyutlu Yörüngesi



Şekil 5.23: Uç noktası ve Platformun Hareketinin X-Y-Z ve X-Y görünümü

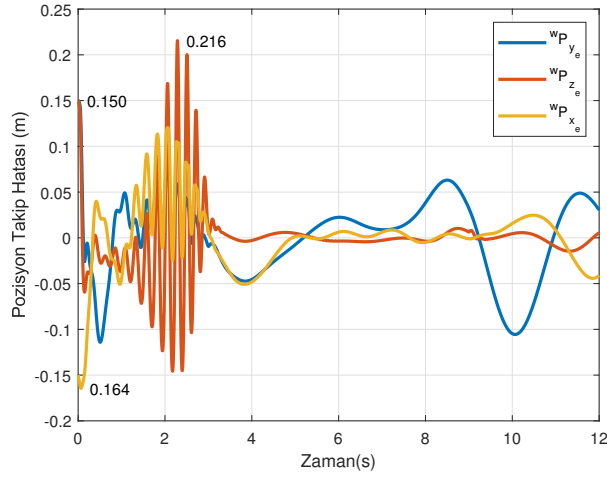
Bölüm 5.1.2.1'de gerçekleştirilen benzetimde olduğu gibi, giriş gecikmeli denetleyicinin testinde de uç noktasının başlangıç konumu $\{w\}$ koordinat sistemine göre ifade edilen hedeflenen yörüngenin başlangıç konumuna her ekseninde 0,15 m hata eklenip/çıkartılması ile oluşturulmaktadır. Pozisyon yörüngesinin farklılık göstermesine rağmen benzetim koşulları ve süresi aynı kalmakta olup; ilk üç saniye içerisinde uç noktası istenilen pozisyonu takip ederek yüzeye yaklaşmakta, üçüncü ve dokuzuncu saniyeler arasında yüzey üzerinde hem kuvvet hem de pozisyon yörüngelerini takip etmektedir. Son üç saniyede ise yüzeyden ayrılarak hedeflenen pozisyon yörüngesini takip etmektedir.



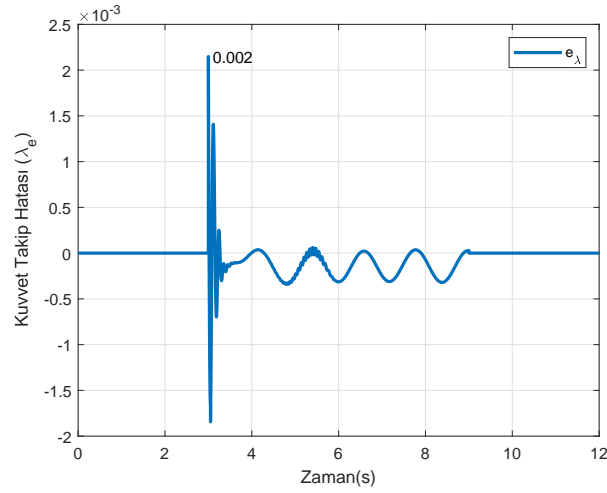
Şekil 5.24: Uç noktasının hedeflenen ve gerçek pozisyonu: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Uç noktasının hedeflenen ve gerçek kuvveti

Giriş gecikmesine maruz kalmış olan mobil manipülatörün uç noktasının gerçek ve hedeflenen pozisyonu Şekil 5.24(a, b, c) ve pozisyon takip hatası Şekil 5.25'te verilmektedir. Mobil manipülatör kontrol girişinin gecikmeli gelmesine rağmen başlangıç hatasını sınırlandırmakta ve zamanla azaltmaktadır.

Kuvvet takibi için izlenen yörünge Şekil 5.24(d)'de gösterilmektedir. Bu yörüngeyi takibi sırasında elde edilen hata işareti Şekil 5.26'da gösterilmektedir. Kuvvet takibi sırasında yörünge başarılı bir şekilde takip edilmekte ve 0,002'den küçük hata değeri elde edilmektedir.

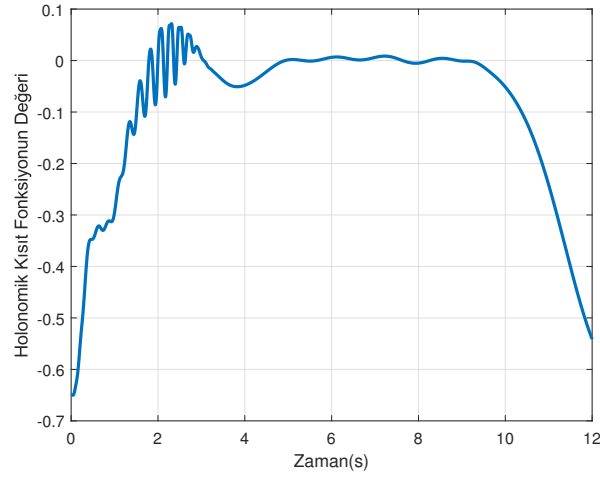


Şekil 5.25: Mobil manipulatörün uç noktasının pozisyon takip hatası

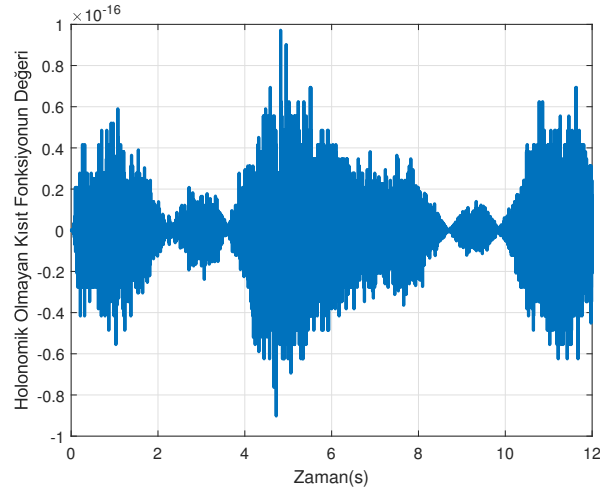


Şekil 5.26: Mobil manipulatörün uç noktasının kuvvet takibi hatası

Mobil manipulatörün sahip olduğu holonomik ve holonomik olmayan kısıtlara ait fonksiyonların değerleri sırasıyla Şekil 5.27 ve 5.28’de gösterilmektedir. Benzetimin tamamında hareketli platform yanal hareket etmemekte ve Denklem (5.1) değerinin 1×10^{-16} ’dan küçük olduğu gözlemlenmekte ve holonomik olmayan kısıtın sağlandığı gösterilmektedir. Holonomik kısıtsa, sadece uç noktasının yüzeye temas etmeye başladığı anda yüzeyden maksimum 0,0506 m uzakta kalması sebebiyle kısa süreliğine sağlanamamaktadır (Bknz. Şekil 5.27). Ancak, bu zaman aralığı hariç kalan benzetim süresince bu kısıt sağlanmaktadır.

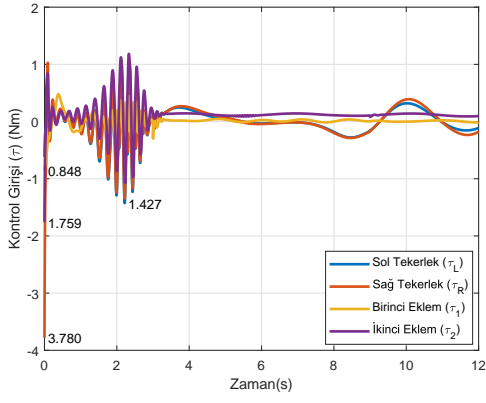


Şekil 5.27: Denklem (5.8)'de verilen holonomik kısıt fonksiyonu değeri

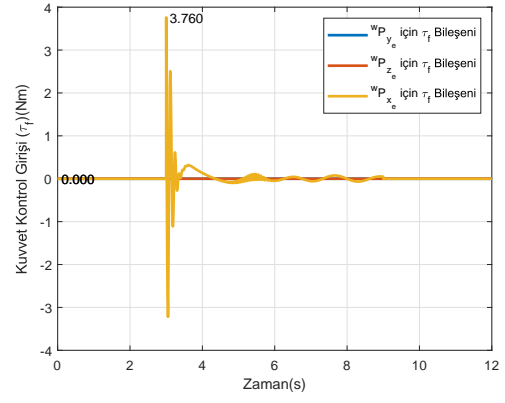


Şekil 5.28: Denklem (5.1)'de verilen holonomik olmayan kısıt fonksiyonu değeri

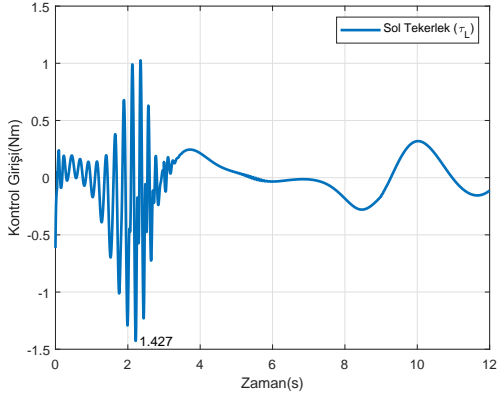
Şekil 5.29(a, b)'de sırasıyla kontrol girişi (τ) ve kuvvet kontrol girişi (τ_f) gösterilmektedir. Mobil manipülatörün sol-sağ tekerleklerin (τ_L , τ_R) ve manipülatörün eklemlerinin (τ_1 , τ_2) tork değerlerini gösteren kontrol giriş işaretleri ise Şekil 5.29(c, d, e, f)'de gösterilmektedir.



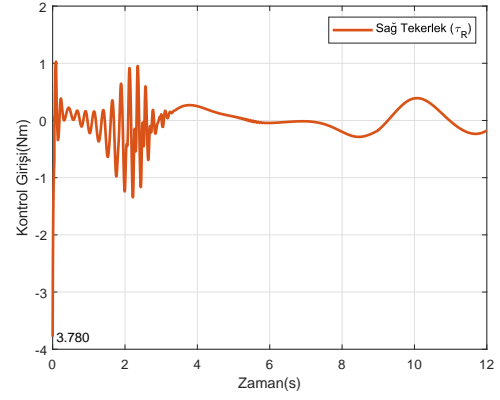
(a)



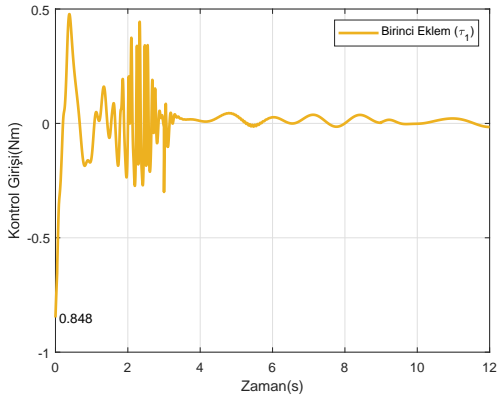
(b)



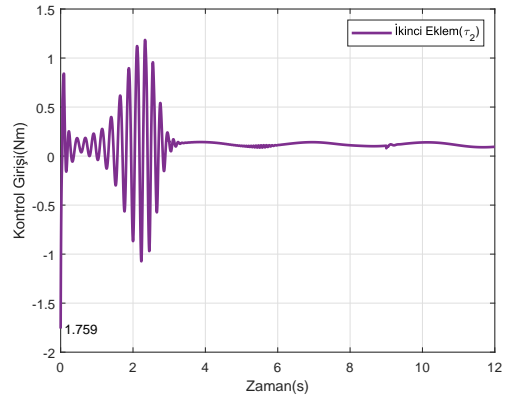
(c)



(d)



(e)



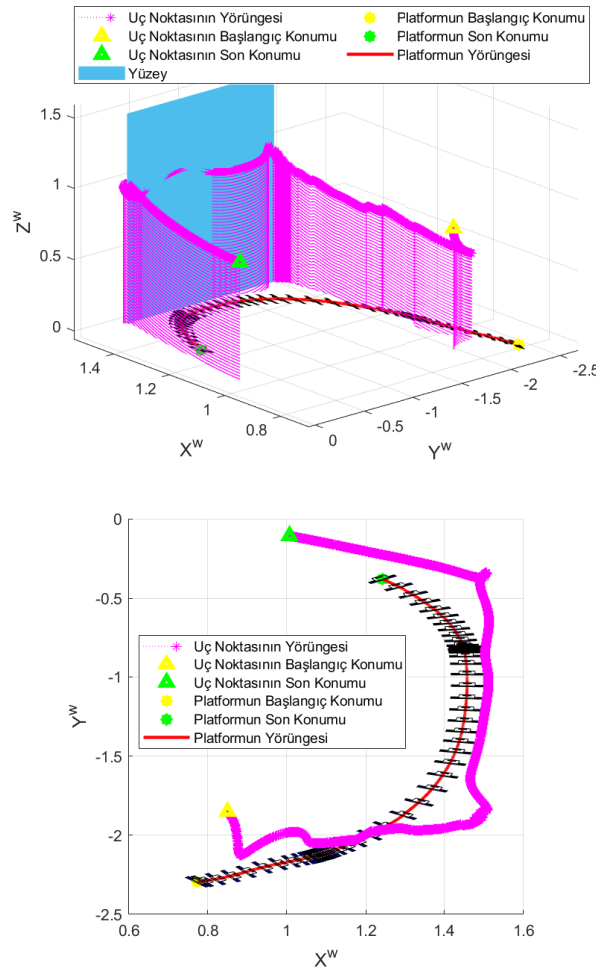
(f)

Şekil 5.29: Uygulanan kontrol girişi: (a) mobil manipütatör için, (b) kuvvet takibi için, (c) sol tekerlek için, (d) sağ tekerlek için, (e) birinci eklem için, (f) ikinci eklem için

5.2.2 Yarı-Küresel UUB pozisyon-kuvvet takibi sağlayan gürbüz denetleyici benzetim sonuçları

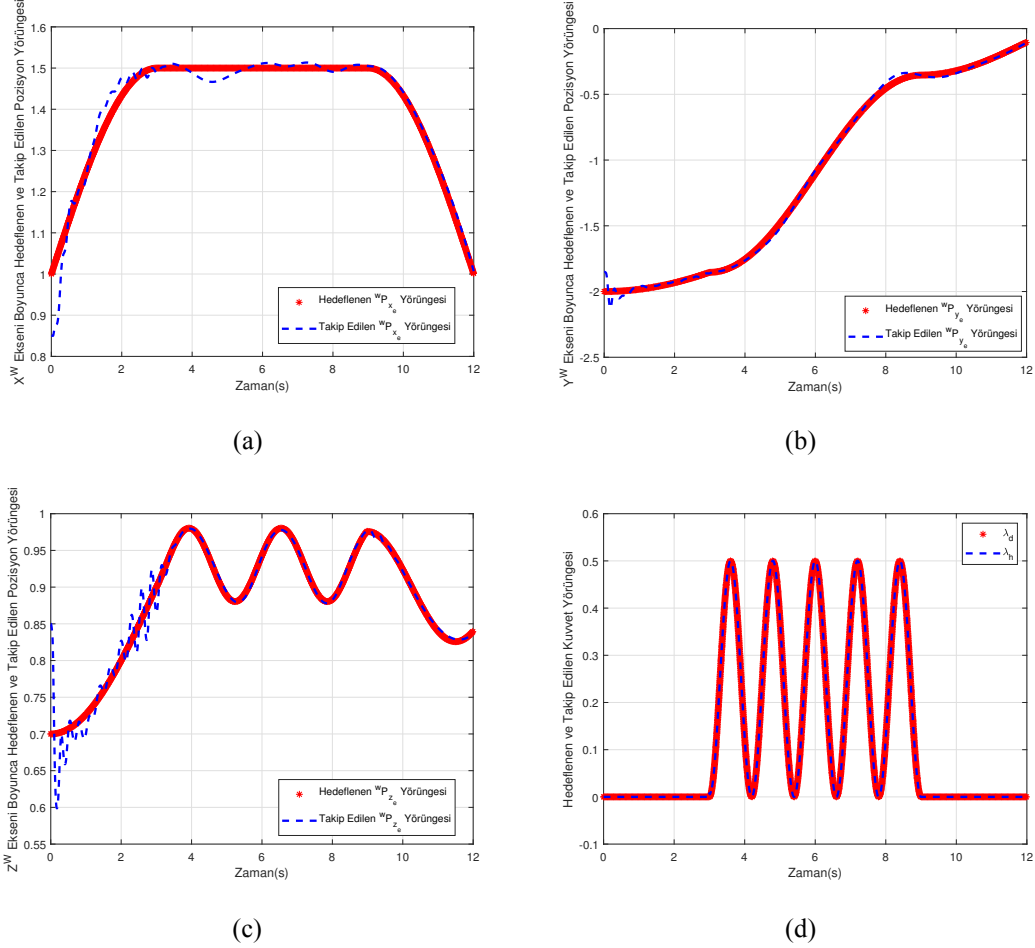
Bu bölümde gerçekleştirilen benzetimlerde Bölüm 5.2.1’de kullanılan holonomik/holonomik olmayan kısıtlar, dinamik model, bozucu etki, belirsizlik, hedeflenen yörüngeler aynı şekilde kullanılmaktadır. Kuvvet takibi için benzetim sırasında Not 4.2.1 varsayılmaktadır.

Benzetim süresince kullanılan başlangıç koşulları ve kontrol kazanç değerleri ise Çizelge D.1’de verilmektedir. Giriş gecikmesine maruz kalmış mobil manipülatör sisteminin bilinmeyen ve zamanla değişen gecikme değeri aynı şekilde $\delta(t) = 45 + 25 \sin(t)ms$ olarak seçilmektedir. Şekil 5.30’da mobil manipülatörün uç noktasının ve platformun hareketi gösterilmektedir.



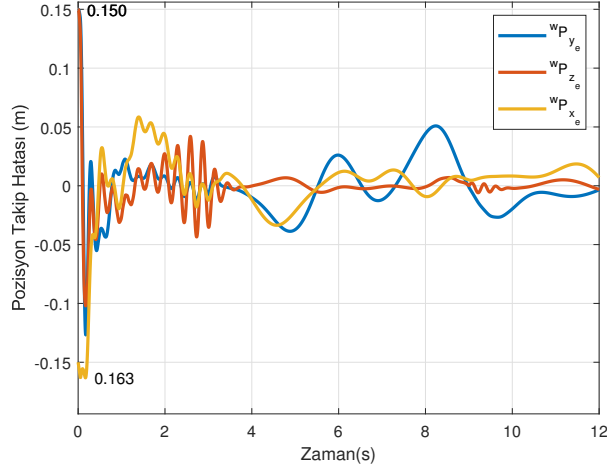
Şekil 5.30: Uç noktası ve platformun hareketinin X-Y-Z ve X-Y görünümü

Şekil 5.23 ve Şekil 5.30 karşılaştırıldığında, yarı-küresel takibi sağlayan ve Denklem (4.119)'da verilmekte olan kontrol girişinin daha iyi başarımla gösterdiği gözlemlenmektedir.

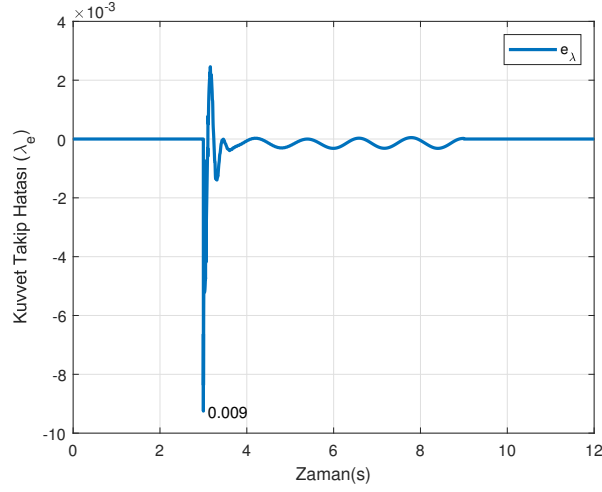


Şekil 5.31: Uç noktasının hedeflenen ve gerçek pozisyonu: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Uç noktasının hedeflenen ve gerçek kuvveti

Giriş gecikmeli mobil manipülatörün uç noktasının gerçek ve hedeflenen pozisyonu Şekil 5.31(a, b, c) ve pozisyon takip hatası Şekil 5.32'de verilmektedir. Benzetim sırasında elde edilen pozisyon takip hatası incelendiğinde, başlangıç hatasını daha hızlı sınırlandırmakta ve zamanla azaltmaktadır. Kuvvet takibi için izlenen yörünge 5.31(d)'de ve elde edilen hata değeri Şekil 5.33'te gösterilmektedir. Kuvvet takibi sırasında yörünge başarılı bir şekilde takip edilmekte ve 9×10^{-3} 'den küçük hata değeri elde edilmektedir.



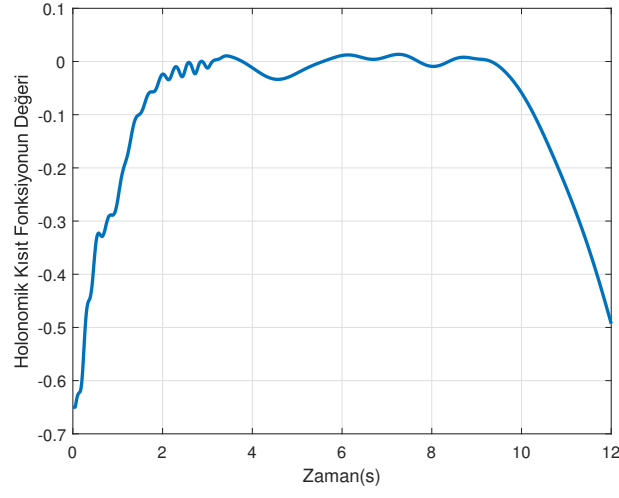
Şekil 5.32: Mobil manipulatörün uç noktasının pozisyon takip hatası



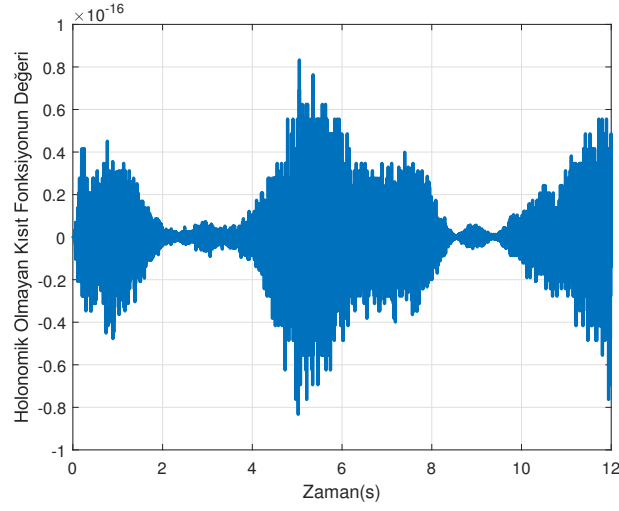
Şekil 5.33: Mobil manipulatörün uç noktasının kuvvet takibi hatası

Mobil manipulatörün sahip olduğu holonomik ve holonomik olmayan kısıtlara ait fonksiyonların değerleri sırasıyla Şekil 5.34 ve 5.35'te gösterilmektedir. Benzetimin tamamında hareketli platform yanal hareket etmemekte ve Denklem (5.1) değerinin 1×10^{-16} 'dan küçük olduğu gözlemlenmekte ve holonomik olmayan kısıtın sağlandığı gösterilmektedir. Şekil 5.34'te gösterildiği üzere holonomik kısıt, uç noktasının yüzeye teması sırasında yüzeyden maksimum 0,033 m uzakta kalması sebebiyle kısa süreliğine sağlanamamaktadır. Ancak, bu zaman aralığı hariç kalan benzetim süresince bu kısıt sağlanmaktadır.

Şekil 5.36(a, b)'de sırasıyla kontrol girişi (τ) ve kuvvet kontrol girişi (τ_f) gösterilmektedir. Mobil manipulatörün sol-sağ tekerleklerin (τ_L , τ_R) ve manipulatörün

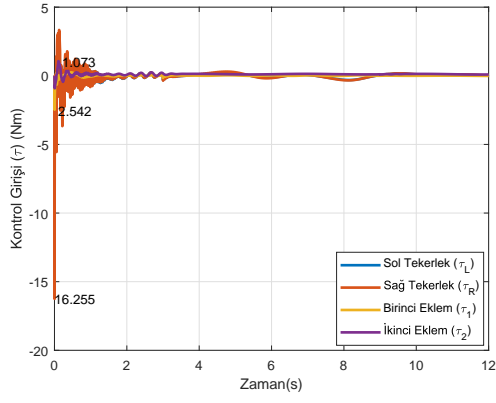


Şekil 5.34: Denklemler (5.8)'de verilen holonomik kısıt fonksiyonu değeri

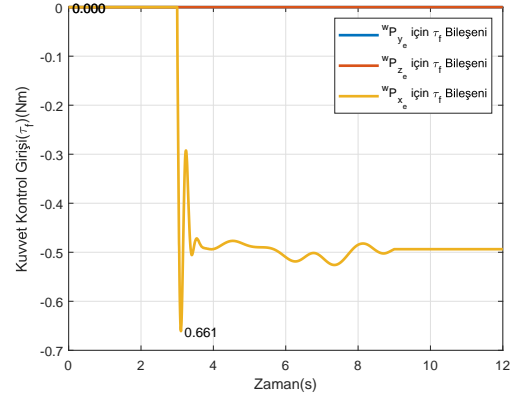


Şekil 5.35: Denklemler (5.1)'de verilen holonomik olmayan kısıt fonksiyonu değeri

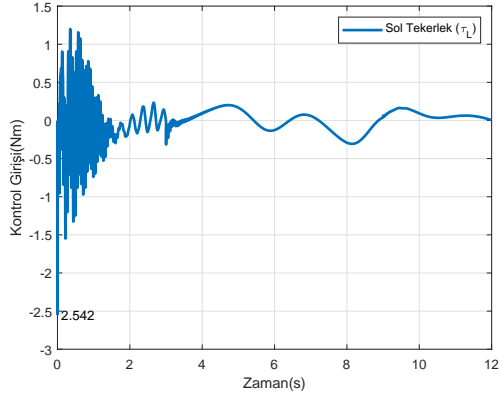
eklemlerinin (τ_1 , τ_2) tork değerlerini gösteren kontrol giriş işaretleri ise Şekil 5.36(c, d, e, f)'de gösterilmektedir.



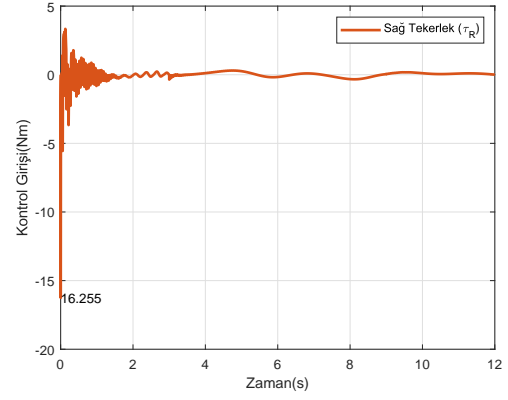
(a)



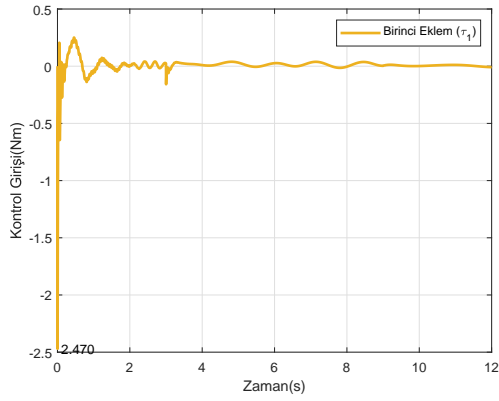
(b)



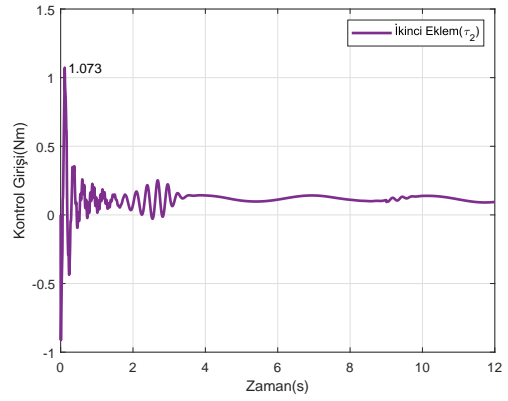
(c)



(d)



(e)



(f)

Şekil 5.36: Uygulanan kontrol girişi: (a) mobil manipülatör için, (b) kuvvet takibi için, (c) sol tekerlek için, (d) sağ tekerlek için, (e) birinci eklem için, (f) ikinci eklem için

5.2.3 Giriş gecikmesinin frekans değişimine göre gürbüzlük analizi

Bu bölüm içerisinde Bölüm 4.2.2 ve 4.2.3'te tasarlanan ve sırasıyla bölgesel ve yarı-küresel UUB sonuç üreten denetleyicilerin farklı frekanslarda giriş gecikmesine karşı gürbüz olup/olmadığını gösteren benzetimler gerçekleştirilmektedir.

Benzetimde bilinmeyen, zamanla değişen giriş gecikmesi $\delta(t) = 45 + 25 \sin(\alpha t)$ ms olarak kullanılmakta ve α değerinin $[1, 150]$ rad/s aralığında değiştiği kabul edilmektedir. Benzetim sırasında kullanılan başlangıç koşulları ve kontrol katsayıları Bölüm 5.2.1 ve 5.2.2'de gerçekleştirilen benzetimlerde kullanılan ve Çizelge C.1 ve D.1'de verilen değerlerdir.

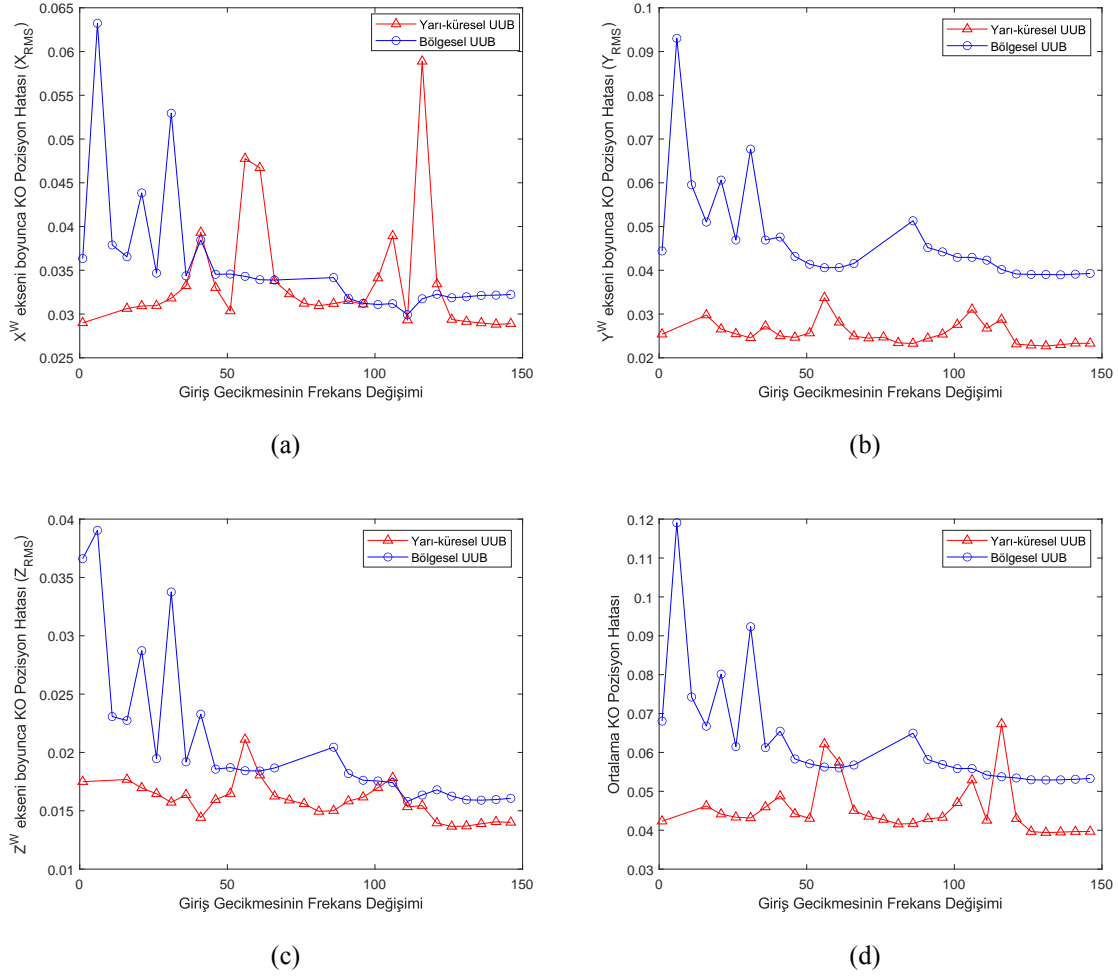
Bölgesel ve yarı-küresel UBB sonuç veren denetleyiciler kullanıldığında, gecikme frekansının değişimine göre uç noktasının hedeflenen pozisyon yörüngesi takibinde $\{w\}$ koordinat sisteminin eksenleri boyunca oluşan hata kullanılarak elde edilen karekök ortalama hata (ing. Root Mean Square Error) değerleri

$$\begin{aligned} X_{RMS} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (u_x - u_{xdesired})^2}{N}}, \\ Y_{RMS} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (u_y - u_{ydesired})^2}{N}}, \\ Z_{RMS} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (u_z - u_{zdesired})^2}{N}} \end{aligned} \quad (5.9)$$

olarak hesaplanmaktadır. Karekök hata değerleri olan X_{RMS} , Y_{RMS} ve Z_{RMS} sırasıyla Şekil 5.37(a, b, c)'de verilmektedir. Bu hata değerlerine ek olarak, karekök ortalama hatanın bütün eksenler dikkate alındığında değeri ise

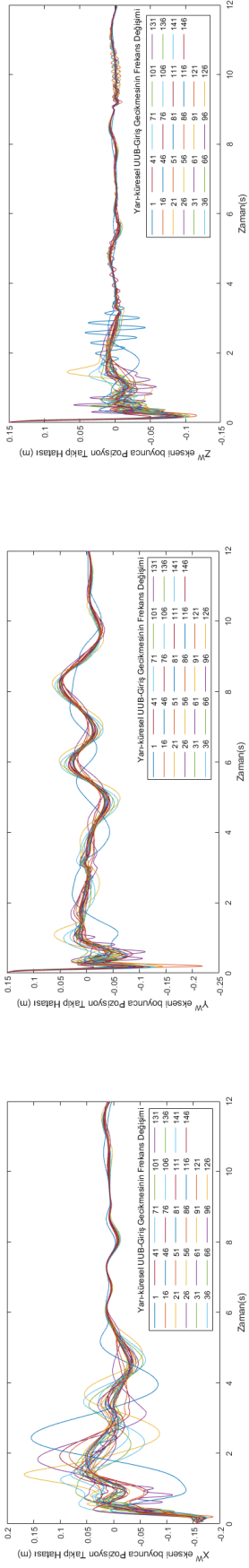
$$Average_{RMS} = \sqrt{\frac{(\sum_{i=1}^N (u_x - u_{xdesired})^2 + (u_y - u_{ydesired})^2 + (u_z - u_{zdesired})^2)}{N}} \quad (5.10)$$

şeklinde hesaplanmakta olup, hem yarı-küresel hem de bölgesel UUB sonuç veren denetleyicilere ait sonuçlar Şekil 5.37(d)'de gösterilmektedir.



Şekil 5.37: Giriş gecikme frekansındaki değişimine göre elde edilen karekök ortalama pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Ortalama

Düşük frekanslar için bölgesel UUB sonuç veren denetleyici daha fazla ve farklı frekans değerlerinde sonuç vermekte, ancak Şekil 5.37(a, b, c, d) gösterildiği üzere daha yüksek hata sonucu üretmektedir. Hem yarı-küresel hem de bölgesel UUB sonuç veren denetleyicilerde, giriş gecikmesinin frekans değişimine göre gerçekleştirilen benzetimler sonucunda elde edilen uç noktasının $\{w\}$ koordinat sistemine göre pozisyon takip hataları Şekil 5.38(a, b, c) ve 5.39(a, b, c)'de gösterilmektedir. Bölgesel UUB denetleyicisi kullanıldığında frekans değerinin artması ile pozisyon takip hata değerinin azaldığı gözlemlenmektedir. Yarı-küresel UUB denetleyicisinin yüksek frekanslarında başarımının daha yüksek olduğu gözlemlenmektedir. Gerçekleştirilen benzetimler sonucunda, hem bölgesel hem de yarı-küresel UUB takip sağlayan denetleyicilerin farklı gecikme frekanslarına karşı gürbüz ve kararlı olduğu sonucuna varılmaktadır.

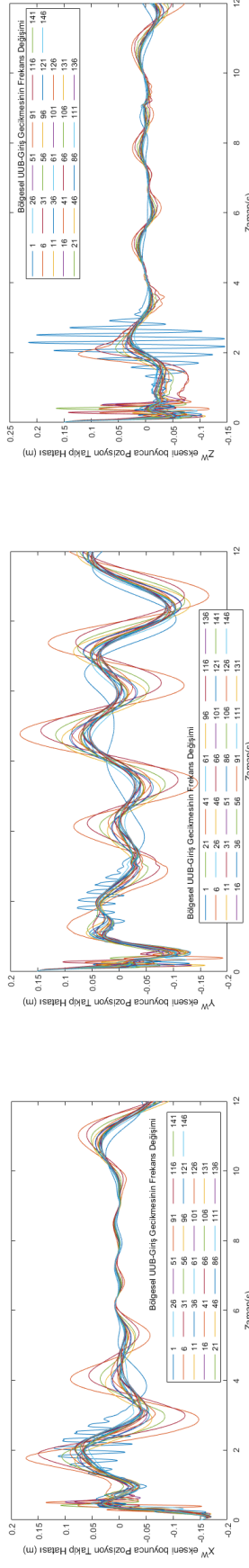


(a)

(b)

(c)

Şekil 5.38: Yarı-Küresel UUB sonuç veren denetleyiciye ait giriş gecikme frekansındaki değişime göre elde edilen pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca



(a)

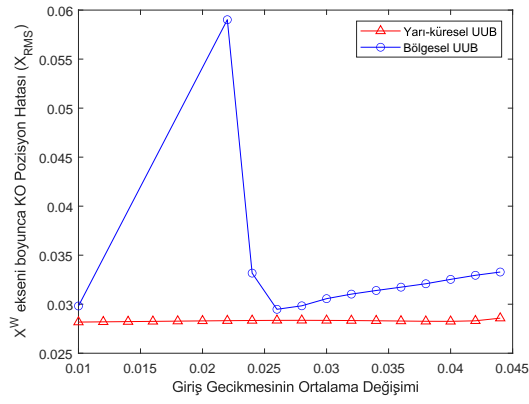
(b)

(c)

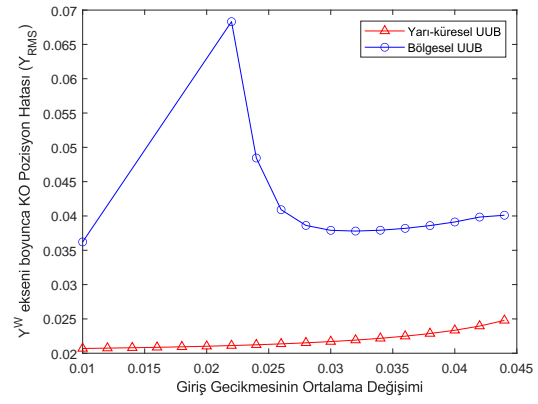
Şekil 5.39: Bölgesel UUB sonuç veren denetleyiciye ait giriş gecikme frekansındaki değişime göre elde edilen pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca

5.2.4 Giriş gecikmesinde genlik değişimine göre gürbüzlük analizi

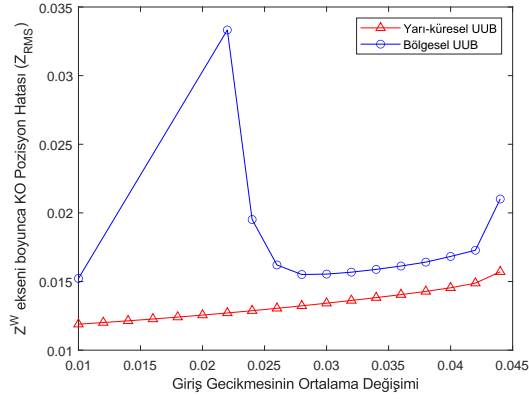
Bilinmeyen ve zamanla değişen giriş gecikmesi $\delta(t) = \alpha + 25 \sin(t)$ ms olarak tanımlanmakta ve gecikme değerinin ortalamasını gösteren α 'nın $[10, 44]$ ms aralığında değiştiği varsayılmaktadır. Benzetim sırasında kullanılan başlangıç koşulları ve kontrol katsayıları Bölüm 5.2.3'te gerçekleştirilen benzetimlerde kullanılan değerlerdir. Gecikmenin ortalama değerinin değişimine göre gerçekleştirilen benzetimler sonucunda elde edilen ve Denklem (5.9,5.10) kullanılarak hesaplanan karekök ortalama hata değerlerine ait sonuçlar Şekil 5.40(a, b, c, d)'de gösterilmektedir.



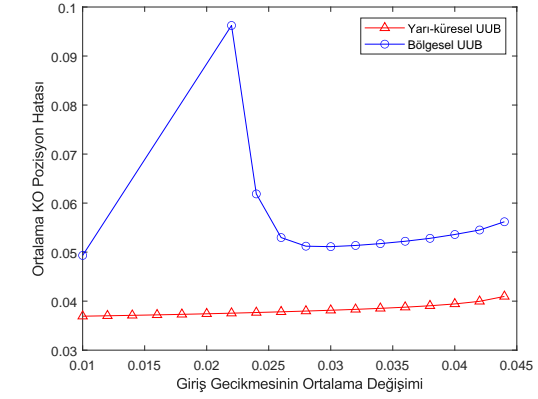
(a)



(b)

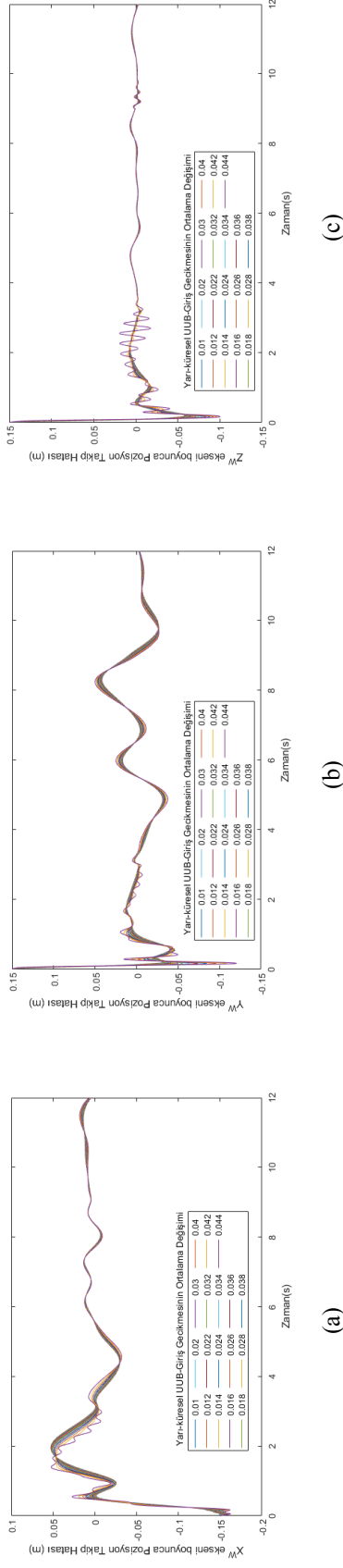


(c)

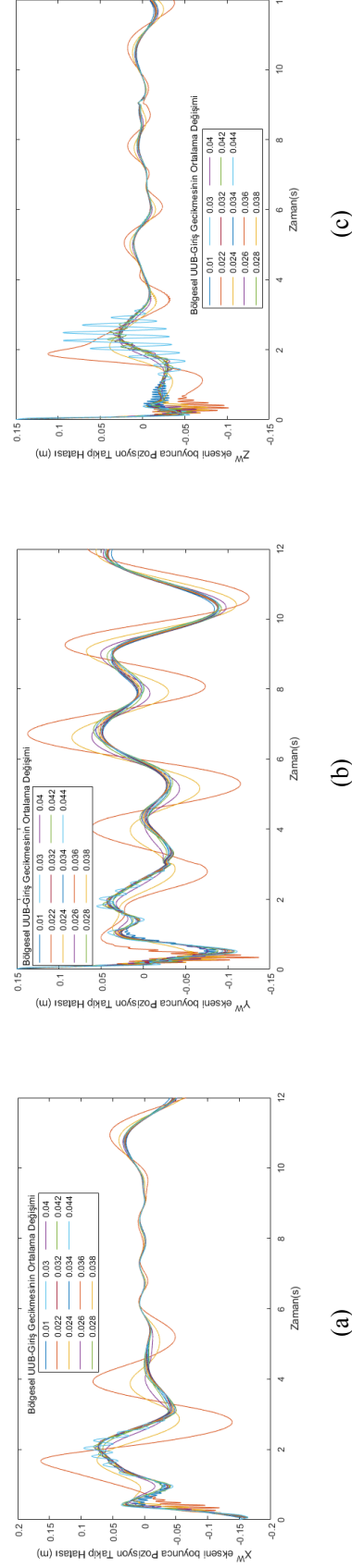


(d)

Şekil 5.40: Giriş gecikmesinin ortalama değişimine göre elde edilen karekök ortalama pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenli boyunca, (b) Y^w eksenli boyunca, (c) Z^w eksenli boyunca, (d) Ortalama

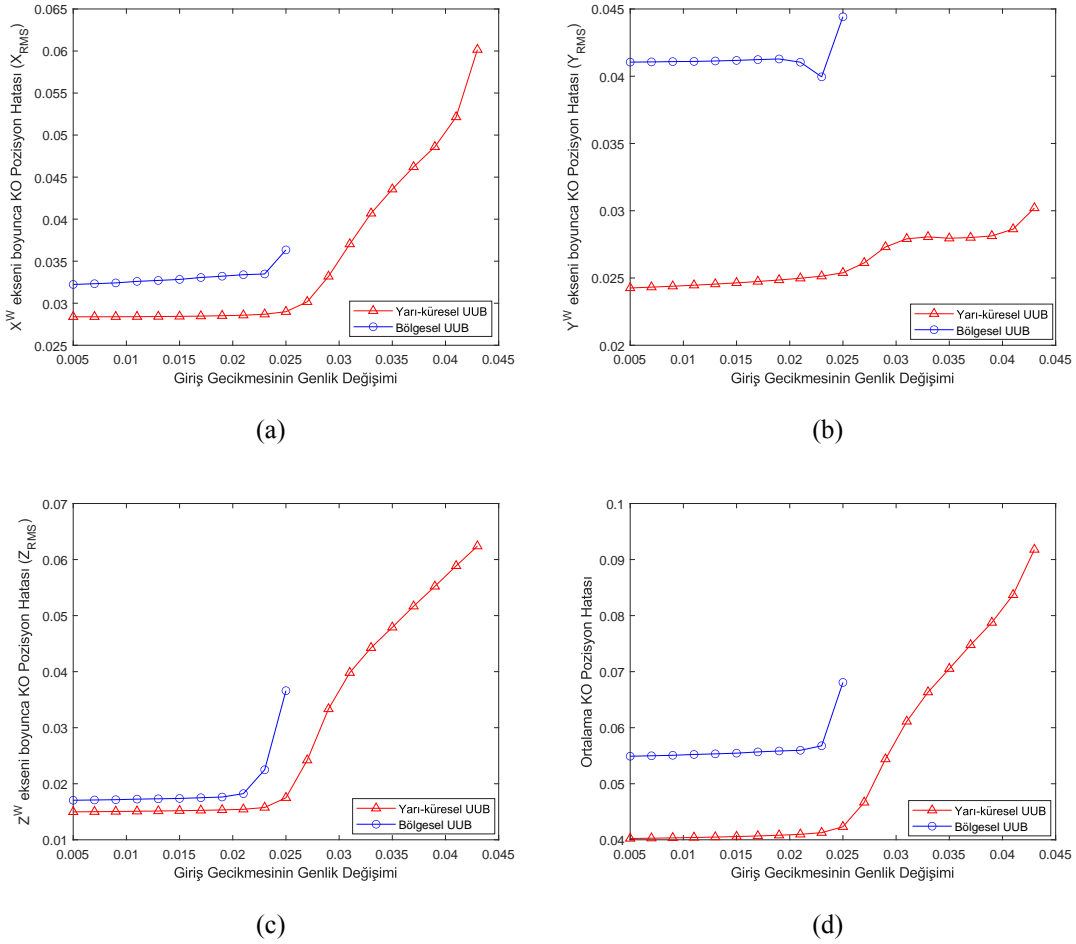


Şekil 5.41: Yarı-küresel UUB sonuç veren denetleyiciye ait giriş gecikmesinin ortalamasındaki değişime göre elde edilen pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca

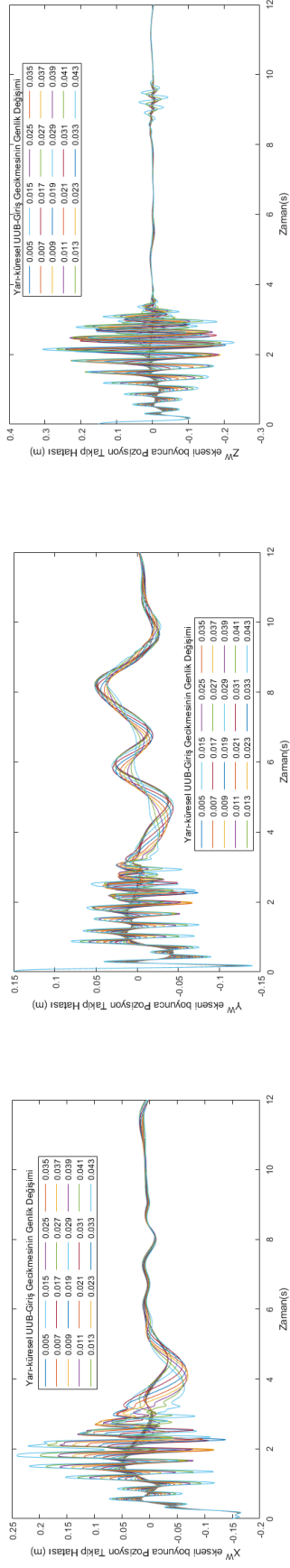


Şekil 5.42: Bölgesel UUB sonuç veren denetleyiciye ait giriş gecikmesinin ortalamasındaki değişime göre elde edilen pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca

Uç noktasının hedeflenen yörüngeyi takibinde oluşan pozisyon hataları yarı-küresel ve bölgesel UUB denetleyicileri için sırasıyla Şekil 5.41 ve 5.42’de gösterilmektedir. Her iki denetleyici de düşük gecikme ortalamalarında daha az hata ile takip sağlamakta ve gecikmenin ortalama değerinin değişimine gürbüzlük göstermektedir. Bu benzetimlere ek olarak zamanla değişen giriş gecikmesinin $\delta(t) = 45 + \alpha \sin(t)$ ms olduğu varsayılmakta ve gecikme değerinin ortalamaya göre artış/azalış değerini (genliğini) gösteren α değeri [5, 43] aralığından seçilmektedir. Bu değer değişiminin pozisyon takip hatasına etkisi gözlemlenmektedir. Denklem (5.9,5.10) kullanılarak elde edilen karekök ortalama pozisyon takip hatası ve ortalaması Şekil 5.43’te gösterilmektedir. Bölgesel UUB denetleyicisi α ’nın farklı değerlerine daha az sağlamlık göstermektedir. Şekil 5.44 ve 5.45’te uç noktasının pozisyon takip hatası gösterilmektedir. Giriş gecikmesinin genliği arttıkça pozisyon takibindeki hata değeri artmakta, Şekil 5.43-5.44 incelendiğinde yarı-küresel UUB denetleyicisi α ’nın farklı değerlerine gürbüzlük gösterdiği sonucuna varılmaktadır.



Şekil 5.43: Giriş gecikmesinin genlik değişimine göre elde edilen karekök ortalama pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Ortalama

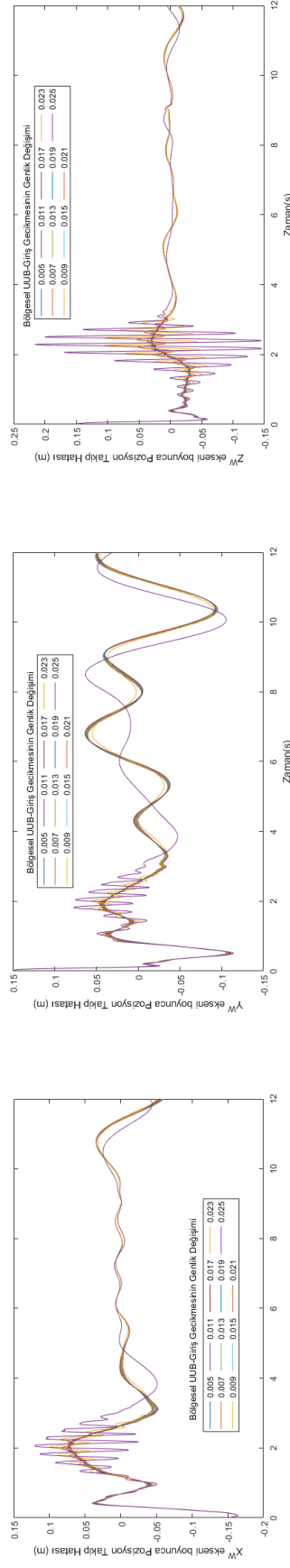


(a)

(b)

(c)

Şekil 5.44: Yarı-küresel UUB sonuç veren denetleyiciye ait giriş gecikmesinin genlik değişimine göre elde edilen pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca,



(a)

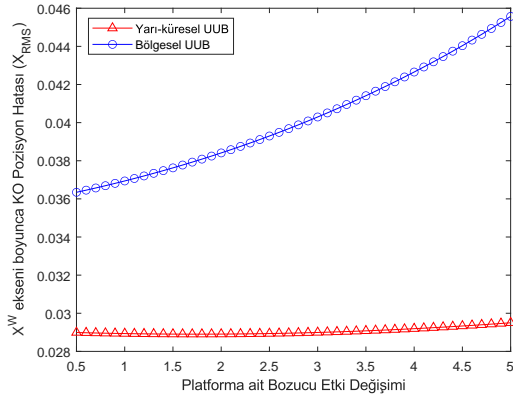
(b)

(c)

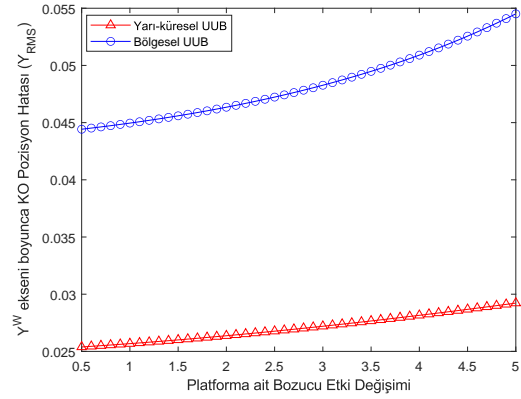
Şekil 5.45: Bölgesel UUB sonuç veren denetleyiciye ait giriş gecikmesinin genlik değişimine göre elde edilen pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca,

5.2.5 Bozucu etkinin genlik değişimine göre gürbüzlük analizi

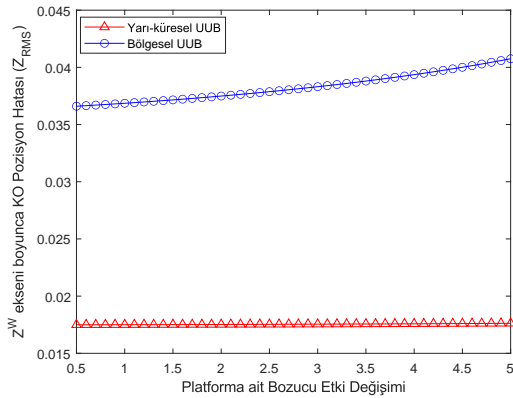
Bu bölümde gerçekleştirilen benzetimlerde bozucu etki $d(t) = \begin{bmatrix} d_{vcoef}d_v & d_{acoef}d_a \end{bmatrix}^T$ olarak tanımlanmakta ve bozucu etkinin katsayıları olan $d_{vcoef}, d_{acoef} \in \mathbb{R}$ parametrelerinin değişimine göre bölgesel ve yarı-küresel UUB denetleyicilerinin gürbüzlüğü test edilmektedir. Platforma ait bozucu etki parametresi d_{vcoef} 'in değerinin $[0.5, 5]$ aralığında değiştii varsayılmakta, başlangıç koşulları ve kontrol katsayıları Bölüm 5.2.3'te gerçekleştirilen benzetimlerde kullanılan değerler seçilmektedir. Şekil 5.46(a, b, c, d)'de platforma ait bozucu etkinin değişimine göre bölgesel ve yarı-küresel UUB takip sağlayan denetleyicilerin benzetimlerden elde edilen karekök ortalama hata sonuçları gösterilmektedir.



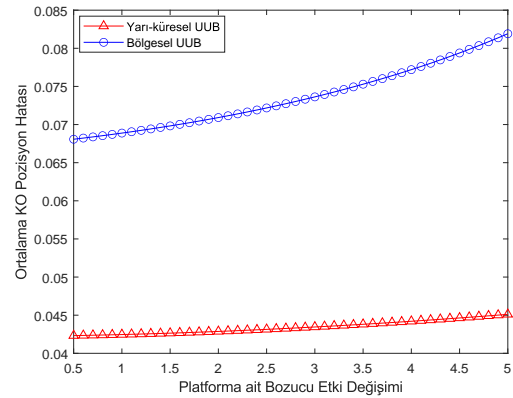
(a)



(b)

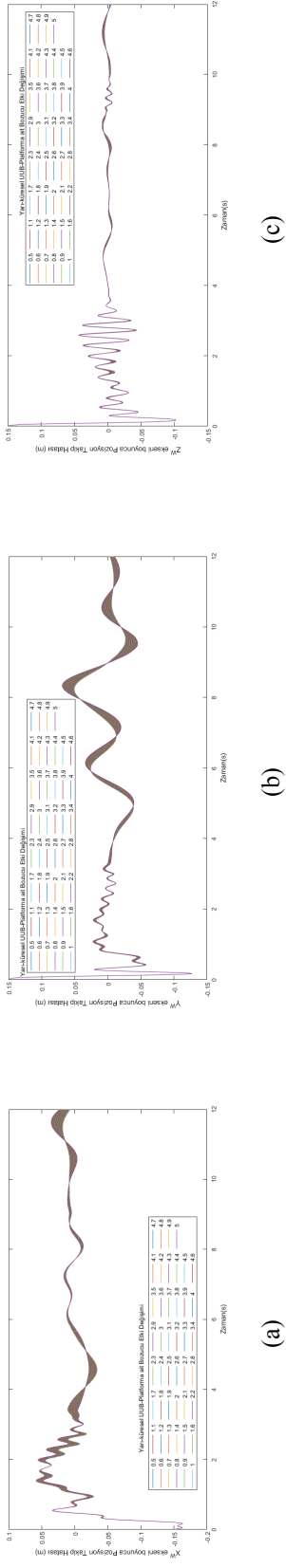


(c)

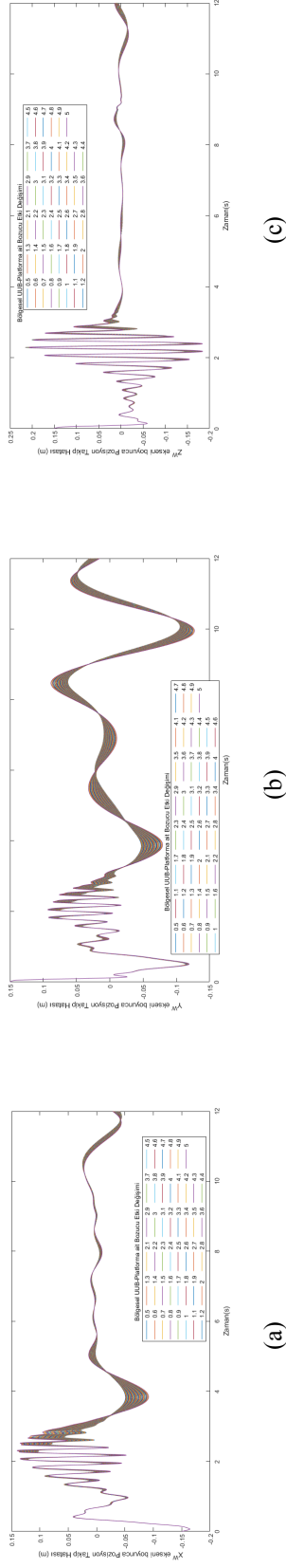


(d)

Şekil 5.46: Platforma ait bozucu etki değişimine göre elde edilen karekök ortalama pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenli boyunca, (b) Y^w eksenli boyunca, (c) Z^w eksenli boyunca, (d) Ortalama



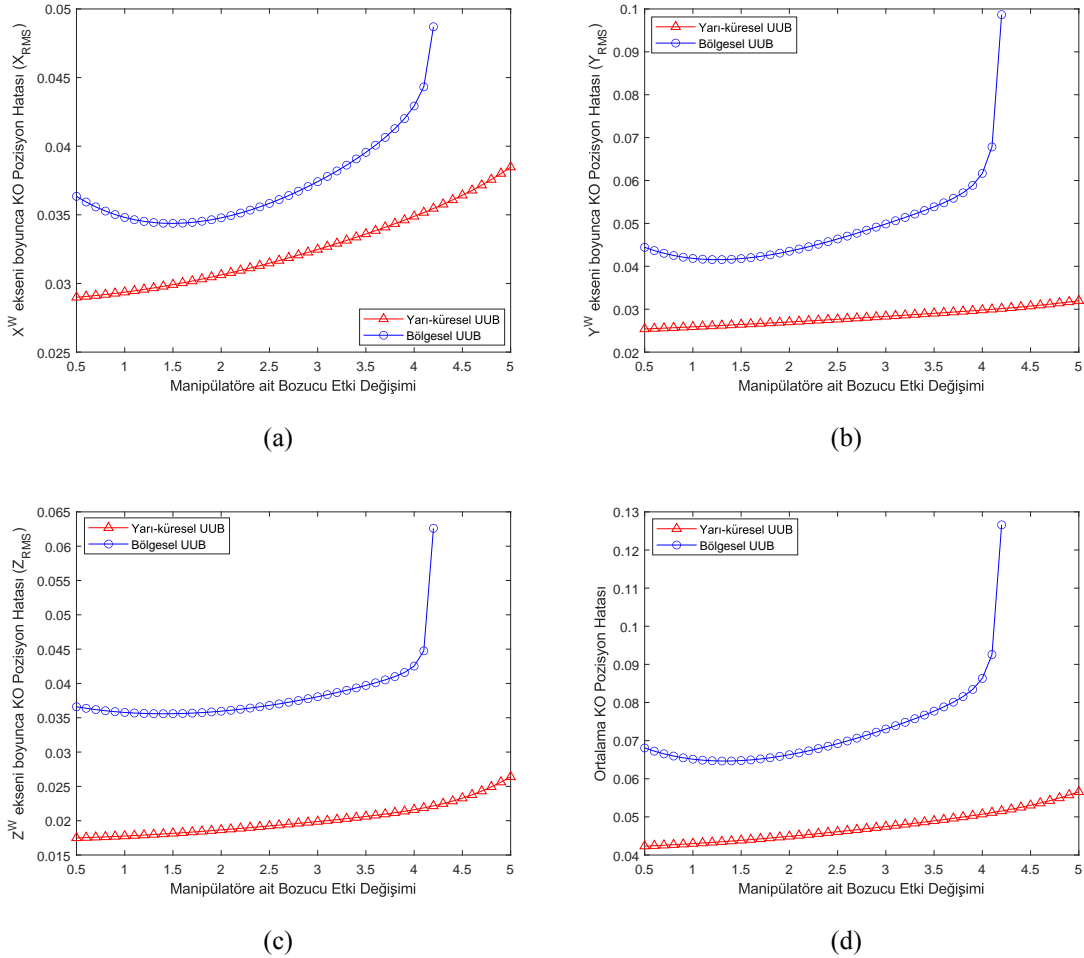
Şekil 5.47: Platforma ait bozucu etki değişimine göre yarıküresel UUB denetleyici pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca



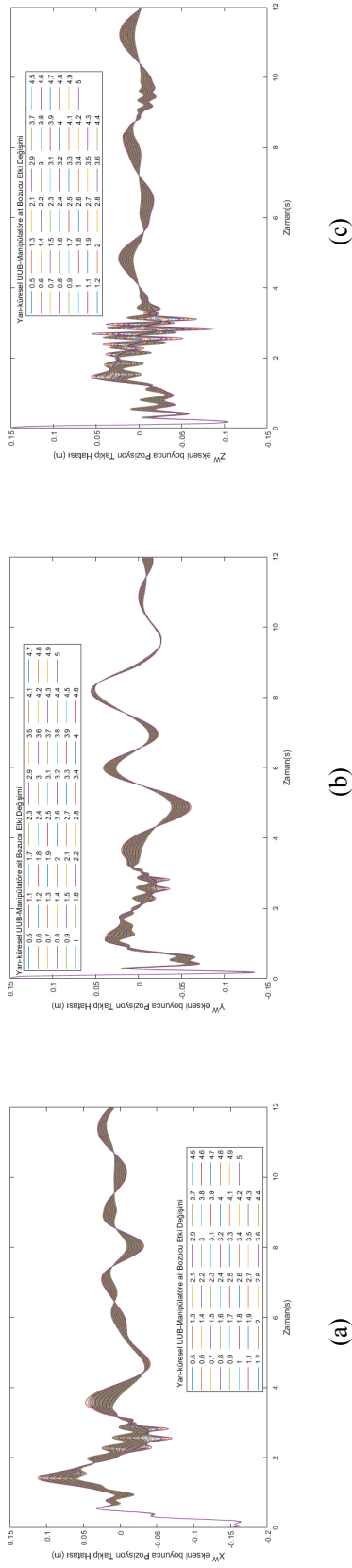
Şekil 5.48: Platforma ait bozucu etki değişimine göre bölgesel UUB denetleyici pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca

Platforma ait bozucu etkiye gösterilen gürbüzlük, yarı-küresel ve bölgesel UUB denetleyici kullanıldığında elde edilen ve Şekil 5.47 ve 5.48’de verilen uç noktasının $\{w\}$ koordinat sisteminin eksenleri boyunca oluşan pozisyon takip hatalarından da gözlemlenmektedir. Şekil 5.47, 5.48’de gösterildiği üzere bozucu etkinin artışına rağmen elde edilen pozisyon hataları sınırlı kalmaktadır.

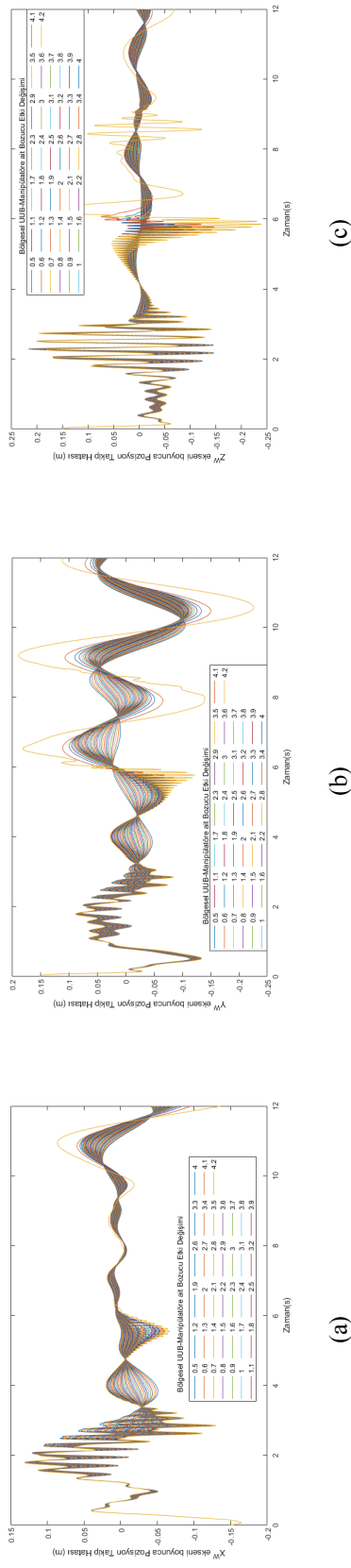
Manipülatöre ait bozucu etki katsayısı $d_{acoe\dot{f}}$ ’in değişimine göre testler gerçekleştirilerek, yarı-küresel ve bölgesel UUB takip sağlayan denetleyicilerin manipülatöre ait bozucu etkiye gürbüzlük gösterip/göstermediği test edilmektedir. Belirtilen katsayının değişim aralığı $[0.5, 5]$ olmakta ve elde edilen karekök ortalama pozisyon takip hata sonuçları Şekil 5.49(a, b, c, d)’de gösterilmektedir.



Şekil 5.49: Manipülatöre ait bozucu etki değişimine göre elde edilen karekök ortalama pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Ortalama



Şekil 5.50: Manipülatöre ait bozucu etki değişimine göre yarı-küresel UUB denetleyici pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca

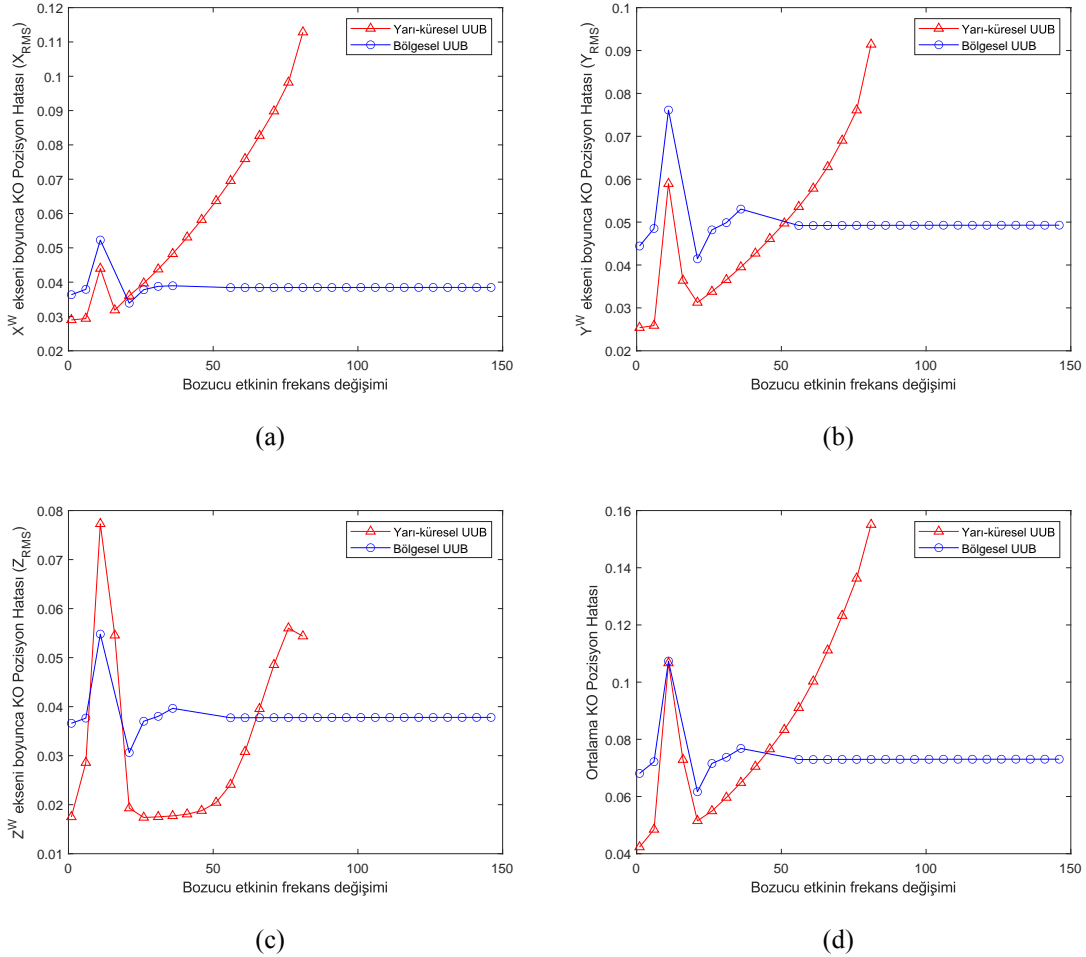


Şekil 5.51: Manipülatöre ait bozucu etki değişimine göre bölgesel UUB denetleyici pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca

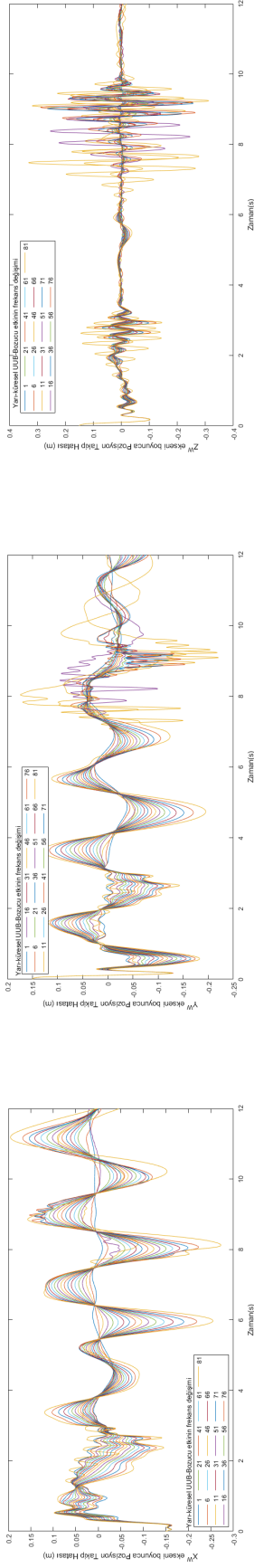
Şekil 5.49, 5.50 ve 5.51’de gösterildiği üzere yarı-küresel ve bölgesel UUB denetleyicileri manipülâtörün bozucu etkisine karşı gürbüzlük göstermektedir.

5.2.6 Bozucu etkinin frekans değişimine göre gürbüzlük analizi

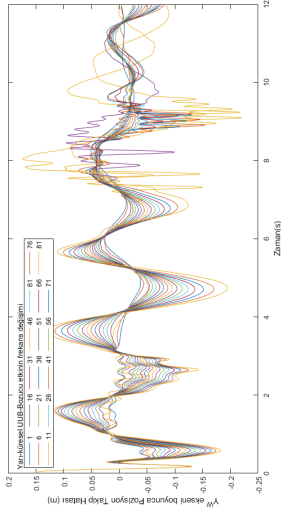
Bozucu etkinin frekansının $\alpha \in \mathbb{R}$ ’ye bağlı olduğu varsayılmakta ve bozucu etki $d(\alpha t) = \begin{bmatrix} d_v(\alpha t) & d_a(\alpha t) \end{bmatrix}^T$ olarak tanımlanmaktadır. Frekans değişimini sağlayan α değeri $[1, 150]$ aralığından seçilmekte ve Bölüm 5.2.3’te uygulanan başlangıç koşulları ve kontrol katsayıları kullanılarak benzetim gerçekleştirilmektedir. Uç noktasının pozisyonunun takibinde elde edilen karekök ortalama hata değerleri Şekil 5.52(a, b, c, d)’de gösterilmektedir.



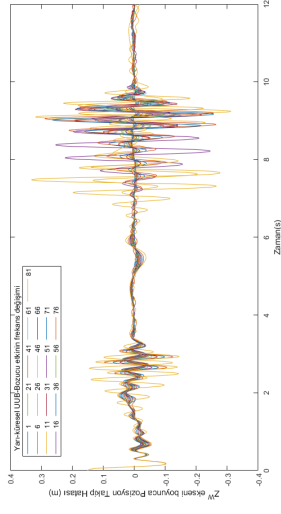
Şekil 5.52: Bozucu etkinin frekans değişimine göre elde edilen karekök ortalama pozisyon takip hatası: (a) X^w eksenini boyunca, (b) Y^w eksenini boyunca, (c) Z^w eksenini boyunca, (d) Ortalama



(a)

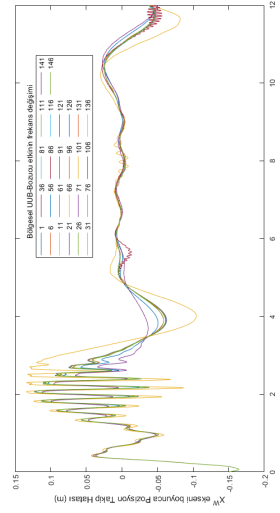


(b)

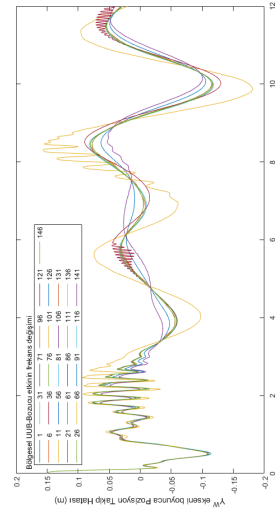


(c)

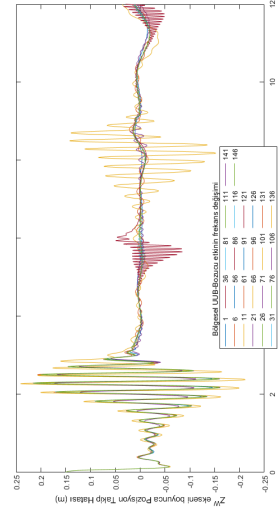
Şekil 5.53: Bozucu etkinin frekans değişimine göre yarı-küresel UUB denetleyici pozisyon takip hatası: (a) X^w ekseninde, (b) Y^w ekseninde, (c) Z^w ekseninde



(a)



(b)



(c)

Şekil 5.54: Bölgesel etkinin frekans değişimine göre bölgesel UUB denetleyici pozisyon takip hatası: (a) X^w ekseninde, (b) Y^w ekseninde, (c) Z^w ekseninde

Bölgesel UUB denetleyicisinin, bozucu etkinin frekans değişimine karşı gürbüz olduğu gözlemlenmektedir. Şekil 5.53 ve 5.54'te bozucu etkinin frekans değişimine göre gerçekleştirilen benzetimlerde elde edilen pozisyon takip hataları gösterilmektedir. Yarı-küresel UUB takip sağlayan denetleyicinin frekans değerinin artışına bağlı olarak hatasının arttığı gözlemlenmektedir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında holonomik kısıtlı holonomik olmayan mobil manipülatörün uç noktasının pozisyon ve kuvvet yörüngesinin takibini sağlayan denetim yöntemleri geliştirilmektedir. Denetim yöntemleri, mobil manipülatörün zaman gecikmesiz ve giriş zaman gecikmesine maruz kalmış olması durumuna göre iki ayrı alanda geliştirilmektedir.

Tez kapsamında kullanılan mobil manipülatörün yapısında holonomik ve holonomik olmayan kısıtlar bulunmaktadır. Mobil manipülatörün pozisyon/kuvvet denetimi için uç noktasının hedeflenen yörüngeleri takip etmesini sağlayacak denetleyici tasarımında bu kısıtlar mutlaka göz önünde bulundurulmalıdır. Bu sebeple, kısıt kuvvetlerinden bağımsız dinamik modelin elde edilmesi gerekmektedir. Bu doğrultuda, tezde indirgenmiş durum dinamik modeli elde edilerek, kısıt kuvvetlerinden bağımsız bir model elde edilmekte ve tezdeki tüm denetleyici tasarımlarında bu model kullanılmaktadır. İndirgenmiş durumlardan olan kısıtlı durum değişkeni holonomik kısıta bağlı olarak seçilmektedir. Manipülatöre ait farklı holonomik kısıtlara göre bu modelin durumları değişiklik gösterse de farklı kısıtlar için kullanılabilir bir model olduğu öngörülmektedir. İndirgenmiş durum dinamik modelinin bir başka avantajı ise uç noktasının yüzeye temas edip etmemesine bağlı olmaksızın tek bir dinamik model olarak kullanılmasına ve bu yönüyle tek bir denetleyici tasarlanmasına olanak vermesidir.

Dinamik modelinde zaman gecikmesi içermeyen mobil manipülatörlerin pozisyon kontrolü için önce hesaplanmış tork yöntemi ile PD tabanlı pozisyon ve P tabanlı kuvvet denetleyicisi tasarlanmaktadır. Tasarlanan bu denetleyici, uç noktasının sadece kısıtlı yatay yüzeye temas ettiği durum için test edilmekte ve pozisyon ile kuvvetin başarılı bir şekilde takip edildiği gözlemlenmektedir. Ancak bu denetleyici dinamik model bilgisine ihtiyaç duymaktadır. Birçok gerçek zamanlı uygulamada elde edilmesi mümkün olmayan bu bilgiye ihtiyaç duymayan bir denetleyicinin tasarlanması gerekmektedir. Bu alanda yapılan diğer çalışma ise PID tabanlı pozisyon ve P tabanlı kuvvet denetimi yapan gürbüz denetleyici tasarlanmasıdır. Tasarlanan bu denetleyici dinamik model bilgisine ihtiyaç duymamakta ve zamanla değişen, bilinmeyen toplamsal bozucu etki ile belirsizliklere karşı gürbüzlük göstermektedir. Bu denetleyici, uç noktasının dikey bir yüzeye temas edip/etmediği durumlar için test edilmekte ve denetleyicinin pozisyon ve kuvvet takibini başarılı bir şekilde gerçekleştirdiği gözlemlenmektedir. Yapılan kararlılık analizi sonucunda yarı-küresel olarak hatanın mutlak bir sınıra yakınsadığı sonuçlar elde edilmektedir.

Tasarlanan denetleyicinin Gazebo ve Simulink platformlarında benzetimleri gerçekleştirilmektedir. Gerçekleştirilen benzetim sonucunda elde edilen veriler karşılaştırılmaktadır. Oldukça yakın sonuçlar elde edilmesine rağmen, Gazebo platformundan elde edilen tork sonuçları farklılık göstermektedir. Bu aşamada her iki platformda kullanılan mobil manipülatörün parametre değerlerinin aynı olmasına rağmen, dinamik modelleri ve hız/ivme kısıtları farklılık göstermektedir. Her iki platformda bire bir aynı dinamik modele, eyleyiciye sahip mobil manipülatörün bulunmasının gerekli olduğu düşünülmektedir.

Mobil manipülatörde bulunan platformun ve manipülatörün hareketleri birbirlerini etkilemektedir. Bu durum, hedeflenen yörünge takiplerinde kontrol kazanç matris ve parametrelerinin seçimini oldukça zorlaştırmaktadır. Tez kapsamındaki benzetimlerde kullanılan bu matris ve parametrelerin değerleri deneysel olarak bulunmaktadır. Uygun kontrol kazanç değerlerinin bulunmasını kolaylaştırmak için Monte Carlo, genetik gibi farklı algoritmaların kullanılabilmesi öngörülmektedir.

Mobil manipülatörün dinamik modeli parametrik belirsizlikler ve bozucu etkiler içermektedir. Tasarlanan gürbüz denetleyici ile bu olumsuz etkilerin önüne geçilmekte ve pozisyon/kuvvet denetimi gerçekleştirilmektedir. Bu denetleyicide giriş dönüşüm matrisi dışında dinamik modelde bulunan herhangi bir matris kullanılmayarak, model bilgisine ihtiyaç duymayan bir denetleyici tasarlanmaktadır. Giriş dönüşüm matrisi ise mekanik yapıdan kaynaklanmakta olup, mobil manipülatörlerin tüm uygulamalarında bilinmektedir.

Uç noktası ile yüzey arasında oluşan kuvvet görev uzayında ölçülmektedir. Bu ölçüm için kullanılan kuvvet algılayıcılarının maliyeti yüksektir. Özellikle gerçek zamanlı uygulamalarda bu algılayıcılardan bağımsız olarak, eklemelerden ölçülen tork değerleri kullanılarak bu kuvvetin hesaplanmasının olası olduğu ve daha az maliyet ile kuvvet ölçümlerinin elde edilebileceği öngörülmektedir.

Mobil manipülatörün giriş gecikmesine maruz kaldığı durumda ise iki farklı denetleyici tasarlanmaktadır. Her iki durum için de giriş gecikmesinin bilinmediği ve zamanla değiştiği kabul edilmekte, mobil manipülatörün belirsizlik ve bozucu etki içerdiği varsayılarak gürbüz denetleyici tasarlanmaktadır. Tasarlanan denetleyicide kullanılan dinamik model aynı olup, hata işaretleri, denetleyiciler ve kararlılık analizleri tamamen farklılık göstermektedir. Gecikmesiz sistemde olduğu gibi tasarlanan denetleyicilerin testleri dik yüzey kullanılarak gerçekleştirilmekte ve bu yüzeye temas edildiği ve edilmediği durumların tamamında pozisyon ve kuvvet takibinin başarılı bir şekilde gerçekleştirildiği gözlemlenmektedir. Takip hatalarının sırasıyla bölgesel ve yarı-küresel olduğu Lyapunov kararlılık analizi ile kanıtlanmaktadır. Zamanla değişen ve bilinmeyen

giriş gecikmesinin mobil manipülatörler için kararsızlık ve verilen görevi yerine getirme aşamasında olumsuzluk yaratmasına rağmen tasarlanan PID tabanlı gürbüz denetleyiciler ile pozisyon/kuvvet takibi başarılı bir şekilde sağlanmaktadır.

Tez kapsamında tasarlanan denetleyicilerin tamamı, uç noktasının hedeflenen pozisyon ve kuvvet yörüngelerinin takibini başarılı bir şekilde sağlamaktadır. Tüm denetleyicilerde kullanılan pozisyon kontrol girişi için kararlılık analizi gerçekleştirilmektedir. Kuvvet takibi için kullanılan P tabanlı denetleyicinin kararlılık analizi ise sadece giriş gecikmesi içermeyen dinamik model için gerçekleştirilmektedir. Giriş gecikmesi olan mobil manipülatör dinamiği için benzetimlerde kullanılan kuvvet kontrol girişinin kararlılık analizinin gelecek çalışmalarda gerçekleştirilmesi öngörülmektedir.

Tasarlanan bu denetleyicilerin gerçek zamanlı testlerinin gelecek çalışmalarda gerçekleştirilmesi planlanmaktadır. Mobil manipülatörün zaman gecikmesiz indirgenmiş durum dinamik modeli için literatürde yer alan yöntemlerden biri olan, önceden tanımlanmış sürede durumların kararlı alana ulaşmasını sağlayan öntanımlı başarımlı yöntemi ya da kalıcı uyarıya ihtiyaç duymadan parametre yakınsamasını ve küresel üstel takibi sağlayan eş zamanlı öğrenme (ing. integral concurrent learning) kullanılarak farklı denetleyicilerin tasarlanması hedeflenmektedir. Ayrıca, mobil manipülatörün artık serbestlik derecesinin (engelden kaçınma, tekillikten kaçınma vb.) farklı görevleri gerçekleştirmesini sağlayacak denetleyici tasarımı da hedeflenmektedir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Ahmad, U., Pan, Y.-J. ve Shen, H. (2020), Robust control design for teleoperation of multiple mobile manipulators under time delays, *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 30.16, 6454–6472.
- Ahmed, S., Wang, H., Aslam, M. S., Ghous, I. ve Qaisar, I. (2019), Robust adaptive control of robotic manipulator with input time-varying delay, *International Journal of Control, Automation and Systems* 17.9, 2193–2202.
- Anonim (2020), *The Robot Operating System (ROS)*. <http://ros.org/>. erişim Tarihi: 05.05.2021.
- (2021), *Gazebo Robot Simulator*. <http://gazebosim.org/>. erişim Tarihi: 05.05.2021.
- Artstein, Z. (1982), Linear systems with delayed controls: A reduction, *IEEE Transactions on Automatic control* 27.4, 869–879.
- Bekiaris-Liberis, N. ve Krstic, M. (2013a), *Nonlinear control under nonconstant delays*. SIAM.
- (2013b), Robustness of nonlinear predictor feedback laws to time-and state-dependent delay perturbations, *Automatica* 49.6, 1576–1590.
- Braaksma, J., Klaassens, B., Babuska, R. ve Keizer, C. de (2006), Hybrid control design for a robot manipulator in a shield tunneling machine, *Informatics in Control, Automation and Robotics I*, 143–150.
- Bresch-Pietri, D. ve Krstic, M. (2014), Delay-adaptive control for nonlinear systems, *IEEE Transactions on Automatic Control* 59.5, 1203–1218.
- Chwa, D. (2010), Tracking Control of Differential-Drive Wheeled Mobile Robots Using a Backstepping-Like Feedback Linearization, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans* 40.6, 1285–1295.
- Dawson, D., Lewis, F. ve Dorsey, J. (1992), Robust Force Control of a Robot Manipulator, *The International Journal of Robotics Research* 11.4, 312–319.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Dawson, D. M., Bridges, M. M., Qu, Z. ve Jamshidi, M. (1995), *Nonlinear Control of Robotic Systems for Environmental Waste and Restoration*. Prentice-Hall, Inc.
- De Queiroz, M. S., Jun Hu, Dawson, D. M., Burg, T. ve Donepudi, S. R. (1997), Adaptive position/force control of robot manipulators without velocity measurements: theory and experimentation, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)* 27.5, 796–809.
- Dinh, H. T., Fischer, N, Kamalapurkar, R ve Dixon, W. E. (2013), Output feedback control for uncertain nonlinear systems with slowly varying input delay, *2013 American Control Conference*. IEEE, 1745–1750.
- Dixon, W. E., Dawson, D. M., Zergeroglu, E. ve Zhang, F. (2000), Robust tracking and regulation control for mobile robots, *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 10.4, 199–216.
- Dixon, W. E., Dawson, D. M., Zhang, F. ve Zergeroglu, E. (2000), Global exponential tracking control of a mobile robot system via a PE condition, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)* 30.1, 129–142.
- Dixon, W. E., AmanBehal, Dawson, D. M. ve Nagarkatti, S. P. (2003), *Nonlinear Control of Engineering Systems A Lyapunov-Based Approach*. Springer.
- Dixon, W. E., Dawson, D. M., Zergeroglu, E. ve Behal, A. (2001), *Nonlinear control of wheeled mobile robots*. Springer-Verlag London.
- Dixon, W. E., Jiang, Z.-P. ve Dawson, D. M. (2000), Global exponential setpoint control of wheeled mobile robots: a Lyapunov approach, *Automatica* 36.11, 1741–1746.
- Dogan, K., Tatlicioglu, E., Zergeroglu, E ve Çetin, K. (2018), Learning control of robot manipulators in task space, *Asian Journal of Control* 20.3, 1003–1013.
- Dong, W. ve Huo, W. (1999), Tracking control of wheeled mobile robots with unknown dynamics, *Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. **volume** 4. IEEE, 2645–2650.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Doukhi, O., Fayjie, A. R. ve Lee, D. J. (2017), Intelligent controller design for quad-rotor stabilization in presence of parameter variations, *Journal of Advanced Transportation* 2017.
- Fierro, R. ve Lewis, F. L. (1998), Control of a nonholonomic mobile robot using neural networks, *IEEE Transactions on Neural Networks* 9.4, 589–600.
- Fischer, N, Dani, A, Sharma, N. ve Dixon, W. E. (2011), Saturated control of an uncertain Euler-Lagrange system with input delay, *2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. IEEE, 7587–7592.
- (2013), Saturated control of an uncertain nonlinear system with input delay, *Automatica* 49.6, 1741–1747.
- Fischer, N, Kamalapurkar, R, Fitz-Coy, N ve Dixon, W. E. (2012), Lyapunov-based control of an uncertain Euler-Lagrange system with time-varying input delay, *2012 American Control Conference (ACC)*. IEEE, 3919–3924.
- Ghajar, M.-H., Keshmiri, M. ve Bahrami, J. (2018), Neural-network-based robust hybrid force/position controller for a constrained robot manipulator with uncertainties, *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 40.5, 1625–1636.
- Henson, M. A. ve Seborg, D. E. (1994), Time delay compensation for nonlinear processes, *Industrial & engineering chemistry research* 33.6, 1493–1500.
- Jain, A. K. ve Bhasin, S. (2020), Global tracking of nonlinear systems with simultaneous unknown time-varying state and input delays, *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 30.3, 882–893.
- Jong-Min Yang ve Jong-Hwan Kim (1999), Sliding mode control for trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 15.3, 578–587.
- Kaczmarek, M., Domski, W. ve Mazur, A. (2017), Position-force control of mobile manipulator nonadaptive and adaptive case, *Archives of Control Sciences* 27.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Kamalapurkar, R., Fischer, N., Obuz, S. ve Dixon, W. E. (2015), Time-varying input and state delay compensation for uncertain nonlinear systems, *IEEE Transactions on Automatic Control* 61.3, 834–839.
- Karafyllis, I. ve Krstic, M. (2017), *Predictor feedback for delay systems: Implementations and approximations*. Springer.
- Kebria, P. M., Khosravi, A., Nahavandi, S., Shi, P. ve Alizadehsani, R. (2019), Robust adaptive control scheme for teleoperation systems with delay and uncertainties, *IEEE transactions on cybernetics* 50.7, 3243–3253.
- Krstic, M. (2008), On compensating long actuator delays in nonlinear control, *2008 American Control Conference*. IEEE, 2921–2926.
- (2009a), *Delay compensation for nonlinear, adaptive, and PDE systems*. Springer.
- (2009b), Nonlinear stabilization through long input delay—Part I: Forward complete systems, *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*, 5245–5250.
- Kumar, N., Panwar, V., Sukavanam, N., Sharma, S. ve Borm, J. (2011), Neural network-based nonlinear tracking control of kinematically redundant robot manipulators, *Mathematical and Computer Modelling* 53.9, 1889–1901.
- Kwon, W. ve Pearson, A. (1980), Feedback stabilization of linear systems with delayed control, *IEEE Transactions on Automatic Control* 25.2, 266–269.
- Lewis, F. L., Dawson, D. M. ve Abdallah, C. T. (2003), *Robot manipulator control: theory and practice*. CRC Press.
- Li, D.-P. ve Li, D.-J. (2017), Adaptive neural tracking control for an uncertain state constrained robotic manipulator with unknown time-varying delays, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems* 48.12, 2219–2228.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Li, Z., Ge, S. S., Adams, M. ve Wijesoma, W. S. (2008), Adaptive Robust Output-Feedback Motion/Force Control of Electrically Driven Nonholonomic Mobile Manipulators, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 16.6, 1308–1315.
- Li, Z., Ge, S. S. ve Ming, A. (2007), Adaptive Robust Motion/Force Control of Holonomic-Constrained Nonholonomic Mobile Manipulators, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)* 37.3, 607–616.
- Li, Z. ve Ge, S. S. (2013), *Fundamentals in Modeling and Control of Mobile Manipulators*. CRC Press.
- Li, Z., Ge, S. S. ve Wang, Z. (2008a), Robust adaptive control of coordinated multiple mobile manipulators, *Mechatronics* 18.5, 239–250.
- Li, Z., Ge, S., Adams, M. ve Wijesoma, W. (2008b), Robust adaptive control of uncertain force/motion constrained nonholonomic mobile manipulators, *Automatica* 44, 776–784.
- Li, Z. ve Su, C.-Y. (2013), Neural-adaptive control of single-master–multiple-slaves teleoperation for coordinated multiple mobile manipulators with time-varying communication delays and input uncertainties, *IEEE transactions on neural networks and learning systems* 24.9, 1400–1413.
- Lin, C.-W., Khong, M.-H. ve Liu, Y.-C. (2015), Experiments on human-in-the-loop coordination for multirobot system with task abstraction, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 12.3, 981–989.
- Lozano, R. ve Brogliato, B. (1992), Adaptive hybrid force-position control for redundant manipulators, *IEEE Transactions on Automatic Control* 37.10, 1501–1505.
- Lozano, R., Castillo, P., Garcia, P. ve Dzul, A. (2004), Robust prediction-based control for unstable delay systems: Application to the yaw control of a mini-helicopter, *Automatica* 40.4, 603–612.
- Mai, T. ve Wang, Y. (2014), Adaptive Force/Motion Control System Based on Recurrent Fuzzy Wavelet CMAC Neural Networks for Condenser Cleaning Crawler-Type Mobile Manipulator Robot, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 22.5, 1973–1982.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Makkar, C., Hu, G., Sawyer, W. G. ve Dixon, W. E. (2007), Lyapunov-Based Tracking Control in the Presence of Uncertain Nonlinear Parameterizable Friction, *IEEE Transactions on Automatic Control* 52.10, 1988–1994.
- Manitius, A. ve Olbrot, A. (1979), Finite spectrum assignment problem for systems with delays, *IEEE Transactions on Automatic Control* 24.4, 541–552.
- Mashali, M., Alqasemi, R. ve Dubey, R. (2016), Mobile manipulator dual-trajectory tracking using control variables introduced to end-effector task vector, *2016 World Automation Congress (WAC)*, 1–6.
- Mazenc, F. ve Bliman, P.-A. (2006), Backstepping design for time-delay nonlinear systems, *IEEE Transactions on Automatic Control* 51.1, 149–154.
- Mazenc, F. ve Niculescu, S.-I. (2011), Generating positive and stable solutions through delayed state feedback, *Automatica* 47.3, 525–533.
- McClamroch, N. H. ve Wang, D. (1988), Feedback stabilization and tracking of constrained robots, *IEEE Transactions on Automatic Control* 33.5, 419–426.
- Mnif, F. (2004), A robust feedback linearization control for constrained mechanical systems, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part I-Journal of Systems and Control Engineering* 218.I4, 299–310.
- Murray, R. M., Li, Z. ve Sastry, S. S. (1994), *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press.
- Nelson, J. P. ve Balas, M. J. (2012), Model reference adaptive control of spacecraft attitude for a PNP satellite with unknown time varying input/output delays, *2012 IEEE International Systems Conference SysCon 2012*. IEEE, 1–6.
- Nguyen, K.-D. ve Dankowicz, H. (2015), Adaptive control of underactuated robots with unmodeled dynamics, *Robotics and Autonomous Systems* 64, 84–99.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Normey-Rico, J. E., Guzman, J. L., Dormido, S., Berenguel, M. ve Camacho, E. F. (2009), An unified approach for DTC design using interactive tools, *Control Engineering Practice* 17.10, 1234–1244.
- Obuz, S. (2016), Unknown Time-Varying Input Delay Compensation For Uncertain Nonlinear Systems, phdthesis. University of Florida.
- Obuz, S, Parikh, A, Chakraborty, I ve Dixon, W. (2016a), Lyapunov-based control of an uncertain euler-lagrange system with uncertain time-varying input delays without delay rate constraints, *IFAC-PapersOnLine* 49.10, 141–146.
- Obuz, S., Downey, R. J., Klotz, J. R. ve Dixon, W. E. (2015), Unknown time-varying input delay compensation for neuromuscular electrical stimulation, *2015 IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, 365–370.
- Obuz, S., Downey, R. J., Parikh, A. ve Dixon, W. E. (2016b), Compensating for uncertain time-varying delayed muscle response in isometric neuromuscular electrical stimulation control, *2016 American Control Conference (ACC)*. IEEE, 4368–4372.
- Obuz, S., Duenas, V. H., Downey, R. J., Klotz, J. R. ve Dixon, W. E. (2020), Closed-Loop Neuromuscular Electrical Stimulation Method Provides Robustness to Unknown Time-Varying Input Delay in Muscle Dynamics, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 28.6, 2482–2489.
- Obuz, S., Klotz, J. R., Kamalapurkar, R. ve Dixon, W. (2017), Unknown time-varying input delay compensation for uncertain nonlinear systems, *Automatica* 76, 222–229.
- Obuz, S., Tatlicioglu, E., Cekic, S. C. ve Dawson, D. M. (2012), Predictor–Based Robust Control of Uncertain Nonlinear Systems Subject to Input Delay, *IFAC Proceedings Volumes* 45.14, 231–236.
- Patel, B., Pan, Y. ve Ahmad, U. (2017), Adaptive backstepping control approach for the trajectory tracking of mobile manipulators, *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, 1769–1774.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Peng, J., Yang, Z. ve Ma, T. (2019), Position/Force Tracking Impedance Control for Robotic Systems with Uncertainties Based on Adaptive Jacobian and Neural Network, *Complexity*.
- Pourboghrat, F. ve Karlsson, M. P. (2002), Adaptive control of dynamic mobile robots with nonholonomic constraints, *Computers & Electrical Engineering* 28.4, 241 –253.
- Ren, Y. ve Sun, W. (2016), Robust adaptive control for robotic systems with input time-varying delay using Hamiltonian method, *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica* 5.4, 852–859.
- Richard, J.-P. (2003), Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems, *Automatica* 39.10, 1667–1694.
- Roh, Y.-H. ve Oh, J.-H. (1999), Robust stabilization of uncertain input-delay systems by sliding mode control with delay compensation, *Automatica* 35.11, 1861–1865.
- Schneier, M. ve Bostelman, R. (2015), *Literature review of mobile robots for manufacturing*. US Department of Commerce, National Institute of Standards and Technology.
- Sharma, N., Bhasin, S., Wang, Q. ve Dixon, W. E. (2011), Predictor-based control for an uncertain Euler–Lagrange system with input delay, *Automatica* 47.11, 2332–2342. ISSN: 0005-1098.
- Shen, S., Song, A. ve Li, T. (2019), Predictor-based motion tracking control for cloud robotic systems with delayed measurements, *Electronics* 8.4, 398.
- Shengfeng Zhou, Pradeep, Y. C. ve Chen, P. C. Y. (2015), Simultaneous base and end-effector motion control of a nonholonomic mobile manipulator, *6th International Conference on Automation, Robotics and Applications*, 143–148.
- Sipahi, R., Niculescu, S.-i., Abdallah, C. T., Michiels, W. ve Gu, K. (2011), Stability and Stabilization of Systems with Time Delay, *IEEE Control Systems Magazine* 31.1, 38–65.
- Smith, O. J. (1957), Closed control of loop with dead time, *Chemical engineering progress* 53, 217–219.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Smith, O. J. (1959), A controller to overcome dead time, *ISA J.* 6, 28–33.
- Souzanchi-K, M., Arab, A., Akbarzadeh-T, M.-R. ve Fateh, M. M. (2017), Robust impedance control of uncertain mobile manipulators using time-delay compensation, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 26.6, 1942–1953.
- Tan, J. ve Xi, N. (2001), Unified model approach for planning and control of mobile manipulators, *Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 01CH37164)*. volume 3. IEEE, 3145–3152.
- Tang, Z.-L., Ge, S. S. ve He, W. (2014), Predictive control for a class of nonholonomic constrained mechanical systems with input delay, *Proceeding of the 11th World Congress on Intelligent Control and Automation*. IEEE, 879–884.
- Tatlicioglu, E., Braganza, D., Burg, T. C. ve Dawson, D. M. (2009), Adaptive control of redundant robot manipulators with sub-task objectives, *Robotica* 27.6, 873–881.
- Tuan, D. M. ve Hieu, P. D. (2019), Adaptive Position/Force Control for Robot Manipulators Using Force and Velocity Observer, *Journal of Electrical Engineering & Technology* 14.6, 2575–2582.
- Tzafestas, S. G. (2014), *Introduction to Mobile Robot Control*. Elsevier.
- Wang, B., Yang, C. ve Xie, Q. (2012), Human-machine interfaces based on EMG and Kinect applied to teleoperation of a mobile humanoid robot, *Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation*, 3903–3908.
- Wang, Y., Mai, T. ve Mao, J. (2014), Adaptive motion/force control strategy for non-holonomic mobile manipulator robot using recurrent fuzzy wavelet neural networks, *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 34, 137–153.
- Wang, Z. P., Ge, S. S. ve Lee, T. H. (2006), Motion/force control of uncertain constrained nonholonomic mobile manipulator using neural network approximation, *IEEE Conference on Computer Aided Control System Design*, 2343–2348.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Wei, B. (2018), Adaptive Control Design and Stability Analysis of Robotic Manipulators, *Actuators* 7.4.
- Weimin Ge, Duofang Ye, Wenping Jiang ve Xiaojie Sun (2008), Sliding mode control for trajectory tracking on mobile manipulators, *IEEE Asia Pacific Conference on Circuits and Systems*, 1834–1837.
- Wit, C. C. de, Siciliano, B. ve Bastin, G. (1996), *Theory of Robot Control*. Springer.
- Wu, Y.-X., Feng, Y. ve Hu, Y.-M. (2005), Dynamical adaptive sliding mode output tracking control of mobile manipulators, *2005 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. **volume** 2. IEEE, 731–736.
- Wu, Y. ve Hu, Y. (2004), Kinematics, dynamics and motion planning of wheeled mobile manipulators, *Pro of Int on CSIMTA* 4, 221–226.
- Xu, G.-H., Qi, F., Lai, Q. ve Iu, H. H.-C. (2020), Fixed Time Synchronization Control for Bilateral Teleoperation Mobile Manipulator With Nonholonomic Constraint and Time Delay, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs* 67.12, 3452–3456.
- Yamamoto, Y. ve Yun, X. (1994), Modeling and compensation of the dynamic interaction of a mobile manipulator, *Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2187–2192.
- Yim, W. ve Singh, S. N. (1993), Feedback linearization of differential-algebraic systems and force and position control of manipulators, *Dynamics and Control* 3.4, 323–352.
- Yu, L., Fei, S., Sun, L., Huang, J. ve Yang, G. (2015), Design of Robust Adaptive Neural Switching Controller for Robotic Manipulators with Uncertainty and Disturbances, *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 77, 571–581.
- Zhai, D.-H. ve Xia, Y. (2016), Adaptive Fuzzy Control of Multilateral Asymmetric Teleoperation for Coordinated Multiple Mobile Manipulators, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 24.1, 57–70.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Zhao, B., Tang, Y., Wu, C. ve Du, W. (2018), Vision-based tracking control of quadrotor with backstepping sliding mode control, *IEEE Access* 6, 72439–72448.

Zhou, L., Tzoumas, V., Pappas, G. J. ve Tokekar, P. (2018), Resilient active target tracking with multiple robots, *IEEE Robotics and Automation Letters* 4.1, 129–136.

EK AÇIKLAMALAR

Ek Açıklama-A:Bölüm 5.1.1 Parametreler ve Matrisler

Çizelge A.1: Bölüm 5.1.1’de Gerçekleştirilen Benzetimde Kullanılan Dinamik Model Parametreleri

Parametre	Mobil Manipülatör Dinamik Model Parametreleri (Li vd., 2007)	Değeri
m_{puni}	Hareketli platformun ağırlığı	1
m_{wuni}	Sabit tekerleğin ağırlığı	1
m_{1uni}, m_{2uni}	Bağ ağırlıkları	1
I_{puni}	Platformun eylemsizliği	1
I_{wuni}	Tekerleklerinin eylemsizliği	1
I_{1uni}, I_{2uni}	Bağların eylemsizliği	1
d_{uni}	Robot kolunun monte edildiği noktanın platformun ağırlık merkezine olan uzaklığı	1
l_{uni}	Platformun ağırlık merkezinden tekerlere olan uzaklık	1
r_{wuni}	Platformun tekerlerinin yarıçapı	0,5
l_{1uni}, l_{2uni}	Robot kolunun bağ uzunlukları	0,5 ; 0,3

Çizelge A.2: Bölüm 5.1.1’de Gerçekleştirilen Benzetimde Kullanılan Başlangıç Koşullarının ve Kontrol Kazançlarının Değerleri

Parametre	Başlangıç Koşulları ve Kontrol Kazançları	Değeri
K_f	Kuvvet Kontrolü Kazancı	0,9
K_p, K_v	Pozisyon Kontrolü Kazancı	6 ; 4
$\zeta(0)$	İndigenmiş Durum Vektörü	$0,2\ m \quad 1,5\ m \quad 0\ rad$

Çizelge A.3: Bölüm 5.1.1’de Gerçekleştirilen Benzetimde Kullanılan Hedeflenen Yörüngeler

Parametre	Hedeflenen Yörüngeler	Değeri
ζ_d	Hedeflenen Pozisyon Yörüngesi	$\begin{bmatrix} 1,7 \cos \theta \\ 1,7 \sin \theta \\ \frac{\pi}{4} (1 - \cos(t)) + 0,2 \sin(t) \end{bmatrix}$
λ_d	Hedeflenen Kuvvet Yörüngesi	10 N

Ek Açıklama-B:Bölüm 5.1.2 Parametreler ve Matrisler

Çizelge B.1: Bölüm 5.1.2, 5.2.1 ve 5.2.2’te Gerçekleştirilen Benzetimlerde Kullanılan Mobil Manipülatör Dinamik Modeli (Wu ve Hu, 2004)

	M	C
(1, 1)	$m_p + m_1 + m_2$	0
(1, 2)	0	0
(1, 3)	$-m_2 l_2 c_2 s_{\theta_1}$	$-m_2 l_2 c_2 c_{\theta_1}(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1) + m_2 l_2 s_2 s_{\theta_1} \dot{\theta}_2$
(1, 4)	$-m_2 l_2 c_2 s_{\theta_1}$	$-m_2 l_2 c_2 c_{\theta_1}(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1) + m_2 l_2 s_2 s_{\theta_1} \dot{\theta}_2$
(1, 5)	$-m_2 l_2 s_2 c_{\theta_1}$	$-m_2 l_2 c_2 c_{\theta_1} \dot{\theta}_2 + m_2 l_2 s_2 s_{\theta_1}(\dot{\theta} + \dot{\theta}_2)$
(2, 1)	0	0
(2, 2)	$m_p + m_1 + m_2$	0
(2, 3)	$m_2 l_2 c_2 c_{\theta_1}$	$-m_2 l_2 c_2 s_{\theta_1}(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1) - m_2 l_2 s_2 c_{\theta_1} \dot{\theta}_2$
(2, 4)	$m_2 l_2 c_2 c_{\theta_1}$	$-m_2 l_2 c_2 s_{\theta_1}(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1) - m_2 l_2 s_2 c_{\theta_1} \dot{\theta}_2$
(2, 5)	$-m_2 l_2 s_2 s_{\theta_1}$	$-m_2 l_2 s_2 c_{\theta_1}(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1) - m_2 l_2 c_2 s_{\theta_1} \dot{\theta}_2$
(3, 1)	$-m_2 l_2 c_2 s_{\theta_1}$	0
(3, 2)	$m_2 l_2 c_2 c_{\theta_1}$	0
(3, 3)	$I_p + I_1 + I_2 + m_2(l_2^2)(c_2)^2$	$-m_2 l_2^2 c_2 s_2 \dot{\theta}_2$
(3, 4)	$I_2 + m_2(l_2^2)(c_2)^2$	$-m_2 l_2^2 c_2 s_2 \dot{\theta}_2$
(3, 5)	0	$m_2 l_2^2 c_2 s_2(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1)$
(4, 1)	$-m_2 l_2 c_2 s_{\theta_1}$	0
(4, 2)	$m_2 l_2 c_2 c_{\theta_1}$	0
(4, 3)	$I_2 + m_2(l_2^2)(c_2)^2$	$-m_2 l_2^2 c_2 s_2 \dot{\theta}_2$
(4, 4)	$I_1 + I_2 + m_2(l_2^2)(c_2)^2$	$-m_2 l_2^2 c_2 s_2 \dot{\theta}_2$
(4, 5)	0	$m_2 l_2^2 c_2 s_2(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1)$
(5, 1)	$-m_2 l_2 s_2 c_{\theta_1}$	0
(5, 2)	$-m_2 l_2 s_2 s_{\theta_1}$	0
(5, 3)	0	$m_2 l_2^2 c_2 s_2(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1)$
(5, 4)	0	$m_2 l_2^2 c_2 s_2(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1)$
(5, 5)	$I_2 + m_2(l_2^2)(s_2)^2$	$m_2 l_2^2 c_2 s_2 \dot{\theta}_2$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ m_2 g l_2 c_2 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ f_1 \dot{\theta}_1 \\ f_2 \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}, \quad B = \frac{l}{r_w} \begin{bmatrix} c_{\theta} & c_{\theta} & 0 & 0 \\ s_{\theta} & s_{\theta} & 0 & 0 \\ -l & l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

s_{θ} , s_2 , c_{θ} ve c_2 terimleri sırasıyla $\sin(\theta)$, $\sin(\theta_2)$, $\cos(\theta)$ ve $\cos(\theta_2)$ olmaktadır.

M_{unc} , C_{unc} ve G_{unc} matris ve vektörü parametrik bozucu etki olan m_{punc} , m_{1unc} ve m_{2unc} değerlerinin sırasıyla m_p , m_1 ve m_2 , Çizelge B.1 matrislerde yerine konarak elde edilmektedir. F_{unc} ise f_{1unc} ve f_{2unc} değerlerinin sırasıyla Çizelge B.1’de f_1 ve f_2 ’de yerine konmasıyla hesap edilmektedir.

Çizelge B.2: Bölüm 5.1.2, 5.2.1 ve 5.2.2’te Gerçekleştirilen Benzetimlerde Kullanılan Dinamik Model Parametreleri

Parametre	Açıklaması	Değeri
$m_{chassis}, m_p, m_w$	MP kasası, platformu, sürücü tekerlerin ağırlığı	5,67 ; 10,57 ; 1,5 kg
m_1, m_2, m_{sensor}	M bağları ve kuvvet sensörü ağırlığı	1 ; 0,55 ; 0.0075 kg
$I_{p_{xx}}, I_{p_{yy}}, I_{p_{zz}}$	MP Eylemsizliği	0,07 ; 0,08 ; 0.1 kgm ²
$I_{w_{xx}}, I_{w_{yy}}, I_{w_{zz}}$	MP Tekerleklerin Eylemsizliği	0,0051 ; 0,0051 ; 0,009 kgm ²
$I_{1_{xx}}, I_{1_{yy}}, I_{1_{zz}}$	M Birinci Eklem Eylemsizliği	0,0444 ; 0,0444 ; 6,6667e-05 kgm ²
$I_{2_{xx}}, I_{2_{yy}}, I_{2_{zz}}$	M İkinci Eklem Eylemsizliği	0,0076 ; 0,0076 ; 3,7167e-05 kgm ²
d	COG ve tekerleklerin orta noktası AraMes.	0,1 m
l	COG ve tekerleklerin AraMes.	0,17 m
r_w	Tekerleğin yarıçapı	0,11 m
h_{pl}	MP COG ve en üst noktası AraMes.	0,05 m
h_{wcog}	COG ile tekerleklerin eksenindeki yükseklik	0,1 m
$2l_1, 2l_2$	Bağ uzunlukları	0,73 ; 0,405 m

MP:Hareketli Platform,M: Manipülator,-AraMes.: -Arasındaki mesefe.

Çizelge B.3: Birleşik Eklem Uzayı ile Görev Uzayı arasındaki Jacobian Matrisi ve Zamana Bağlı Türevi

	J_{jt}		\dot{J}_{jt}
(1, 1)	$-\frac{r_w}{2l}(-ls_\theta + dc_\theta + 2l_2c_2c_{\theta_1})$	(1, 1)	$\frac{r_w}{2l}(l\dot{\theta}c_\theta + d\dot{\theta}s_\theta + 2l_2\dot{\theta}_2s_2c_{\theta_1} + 2l_2(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1)c_2s_{\theta_1})$
(1, 2)	$\frac{r_w}{2l}(ls_\theta + dc_\theta + 2l_2c_2c_{\theta_1})$	(1, 2)	$-\frac{r_w}{2l}(-l\dot{\theta}c_\theta + d\dot{\theta}s_\theta + 2l_2\dot{\theta}_2s_2c_{\theta_1} + 2l_2(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1)c_2s_{\theta_1})$
(1, 3)	$2l_2c_2c_{\theta_1}$	(1, 3)	$-2l_2(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1)s_{\theta_1}c_2 - 2l_2\dot{\theta}_2c_{\theta_1}s_2$
(1, 4)	$-2l_2s_2s_{\theta_1}$	(1, 4)	$-2l_2(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1)c_{\theta_1}s_2 - 2l_2\dot{\theta}_2s_{\theta_1}c_2$
(2, 1)	0	(2, 1)	0
(2, 2)	0	(2, 2)	0
(2, 3)	0	(2, 3)	0
(2, 4)	$2l_2c_2$	(2, 4)	$-2l_2\dot{\theta}_2s_2$
(3, 1)	$\frac{r_w}{2l}(lc_\theta + ds_\theta + 2l_2c_2s_{\theta_1})$	(3, 1)	$\frac{r_w}{2l}(-l\dot{\theta}s_\theta + d\dot{\theta}c_\theta - 2l_2\dot{\theta}_2s_2s_{\theta_1} + 2l_2(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1)c_2c_{\theta_1})$
(3, 2)	$-\frac{r_w}{2l}(-lc_\theta + ds_\theta + 2l_2c_2s_{\theta_1})$	(3, 2)	$-\frac{r_w}{2l}(l\dot{\theta}s_\theta + d\dot{\theta}c_\theta - 2l_2\dot{\theta}_2s_2s_{\theta_1} + 2l_2(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1)c_2c_{\theta_1})$
(3, 3)	$-2l_2c_2s_{\theta_1}$	(3, 3)	$2l_2\dot{\theta}_2s_2s_{\theta_1} - 2l_2(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1)c_2c_{\theta_1}$
(3, 4)	$-2l_2s_2c_{\theta_1}$	(3, 4)	$-2l_2\dot{\theta}_2c_2c_{\theta_1} + 2l_2(\dot{\theta} + \dot{\theta}_1)s_2s_{\theta_1}$

Çizelge B.4: Bölüm 5.1.2’de Gerçekleştirilen Benzetimde Kullanılan Hedeflenen Kuvvet ve Pozisyon Yörüngeleri

Zaman		Hedeflenen Yörünge
$0 \leq t < T_1$	${}^w P_{x_{de}}(m)$	$2 - \cos((\pi t)/(2T_1))^2$
	${}^w P_{y_{de}}(m)$	$-1,5 - 0,5 \cos((\pi t)/(2T_1))^2$
	${}^w P_{z_{de}}(m)$	$1,1 - 0,4 \cos((\pi t)/(2T_1))^2$
	$\lambda_d (Nm)$	0
$T_1 \leq t < T_2$	${}^w P_{x_{de}}(m)$	2
	${}^w P_{y_{de}}(m)$	$1,5 - 3 \cos((\pi(t - T_1))/(2(T_2 - T_1)))^2$
	${}^w P_{z_{de}}(m)$	$1,0531 + 0,05 \sin(2,5t)$
	$\lambda_d (Nm)$	$0,5 \sin((5\pi(t - T_1))/(T_2 - T_1))^2$
$T_2 \leq t < T_3$	${}^w P_{x_{de}}(m)$	$1 + \cos(-\pi(t - T_2)/(2(T_3 - T_2)))^2$
	${}^w P_{y_{de}}(m)$	$2 - 0,5 \cos(\pi(t - T_2)/(2(T_3 - T_2)))^2$
	${}^w P_{z_{de}}(m)$	$0,9287 + 0,1 \cos(-\pi(t - T_2)/(2(T_3 - T_2)))^2$
	$\lambda_d (Nm)$	0

Çizelge B.5: Bölüm 5.1.2’de Gerçekleştirilen Benzetimde Kullanılan Başlangıç Koşulları ve Kontrol Kazanç Matrisleri

Başlangıç Koşulu	Değeri
$x(0)$	0,4057 m
$y(0)$	-1,7734 m
$z(0)$	0,16 m
$\theta(0)$	-0,8727 rad
$\theta_1(0)$	0,8727 rad
$\theta_2(0)$	-0,3530 rad
${}^w P_{x_e}(0)$	0,85 m
${}^w P_{y_e}(0)$	-1,85 m
${}^w P_{z_e}(0)$	0,85 m
K	$diag(48, 6; 37, 8; 468)$
K_λ	12250
α_1	$diag(0,036; 0,036; 3)$
α_2	$diag(28; 71,68; 0.0056)$
T_1, T_2, T_3	3 sn, 9 sn, 12 sn

Ek Açıklama-C:Bölüm 5.2.1 Parametreler ve Matrisler

Çizelge C.1: Bölüm 5.2.1’de Gerçekleştirilen Benzetimde Kullanılan Başlangıç Koşulları ve Kontrol Kazanç Matrisleri

Başlangıç Koşulu	Değeri
$x(0)$	0,773 m
$y(0)$	-2,294 m
$z(0)$	0,16 m
$\theta(0)$	0,6981 rad
$\theta_1(0)$	0,8727 rad
$\theta_2(0)$	-0,3530 rad
${}^w P_{x_e}(0)$	0,85 m
${}^w P_{y_e}(0)$	-1,85 m
${}^w P_{z_e}(0)$	0,85 m
β_{NT1}	0,95
$\hat{\delta}$	0,05
K_λ	1750
α_1	diag (7, 5; 5; 10)
α_2	diag (0, 5; 12; 0,05)
α_3	diag (1; 5; 0,8)
k_{NT1}	diag (37, 5; 10; 9)
T_1, T_2, T_3	3 sn, 9 sn, 12 sn

Çizelge C.2: Bölüm 5.2.1 ve 5.2.2’te Gerçekleştirilen Benzetimlerde Kullanılan Hedeflenen Kuvvet ve Pozisyon Yörüngeleri

Zaman		Hedeflenen Yörünge
$0 \leq t < T_1$	${}^w P_{x_{de}}(m)$ ${}^w P_{y_{de}}(m)$ ${}^w P_{z_{de}}(m)$ $\lambda_d (Nm)$	$1,5 - \cos(-0,5\pi((t - T_2)/(2(T_3 - T_2))))^2$ $-1,5 - 0,5\cos((0,5\pi t)/(2T_1))^2$ $1,1 - 0,4\cos((0,5\pi t)/(2T_1))^2$ 0
$T_1 \leq t < T_2$	${}^w P_{x_{de}}(m)$ ${}^w P_{y_{de}}(m)$ ${}^w P_{z_{de}}(m)$ $\lambda_d (Nm)$	1,5 $-0,354 - 1,5\cos((0,5\pi(t - T_1))/(T_2 - T_1))^2$ $0,9803 - 0,1\cos(-1,2t)^2$ $0,5\sin((5\pi(t - T_1))/(T_2 - T_1))^2$
$T_2 \leq t < T_3$	${}^w P_{x_{de}}(m)$ ${}^w P_{y_{de}}(m)$ ${}^w P_{z_{de}}(m)$ $\lambda_d (Nm)$	$0,5 + \cos(-0,5\pi(t - T_2)/(2(T_3 - T_2)))^2$ $0,1464 - 0,5\cos(0,5\pi(t - T_2)/(2(T_3 - T_2)))^2$ $0,8257 + 0,15\cos(-1,2\pi(t - T_2)/(2(T_3 - T_2)))^2$ 0

Ek Açıklama-D:Bölüm 5.2.2 Parametreler ve Matrisler

Çizelge D.1: Bölüm 5.2.2’te Gerçekleştirilen Benzetimde Kullanılan Başlangıç Koşulları ve Kontrol Kazanç Matrisleri

Başlangıç Koşulu	Değeri
$x(0)$	0,773 m
$y(0)$	-2,294 m
$z(0)$	0,16 m
$\theta(0)$	0,6981 rad
$\theta_1(0)$	0,8727 rad
$\theta_2(0)$	-0,3530 rad
${}^w P_{x_e}(0)$	0,85 m
${}^w P_{y_e}(0)$	-1,85 m
${}^w P_{z_e}(0)$	0,85 m
β_{NT1}	0,95
$\hat{\delta}$	0,05
K_λ	1750
α_1	<i>diag</i> (12 ; 10 ; 6)
α_2	<i>diag</i> (0,01 ; 12 ; 0,1)
α_3	<i>diag</i> (2 ; 5 ; 2)
k_{NT1}	<i>diag</i> (1120 ; 800 ; 800)
k_{NT2}	<i>diag</i> (0,008 ; 0,008 ; 0,02 ; 0,2)
T_1, T_2, T_3	3 sn ,9 sn, 12 sn