

Paralel Plakalı Dalga Kılavuzunda Alan Daralmalı Filtrenin Mod Eşleştirme Yöntemi ile
Analizi

Amine Tuğçe Alkan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Kasım 2020

Mode-Matching Analysis of an Area Contraction Filter in a Parallel Plate Waveguide

Amine Tuğçe Alkan

MASTER OF SCIENCE

Department of Electrical and Electronics Engineering

November 2020

Paralel Plakalı Dalga Kılavuzunda Alan Daralmalı Filtrenin Mod Eşleştirme Yöntemi ile
Analizi

Amine Tuğçe Alkan

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı
Elektromanyetik Alanlar ve Mikrodalga Tekniği Bilim Dalı
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Doç. Dr. Özge Yanaz Çınar

Kasım 2020

ETİK BEYAN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Doç. Dr. Özge Yanaz Çınar danışmanlığında hazırlamış olduğum “**Paralel Plakalı Dalga Kılavuzunda Alan Daralmalı Filtrenin Mod Eşleştirme Yöntemi ile Analizi**” başlıklı tezimin özgün bir çalışma olduğunu; tez çalışmamın tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; tezimde verdiğim bilgileri, verileri akademik ve bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak elde ettiğimi; tez çalışmamda yararlandığım eserlerin tümüne atıf yaptığımı ve kaynak gösterdiğimi ve bilgi, belge ve sonuçları bilimsel etik ilke ve kurallara göre sunduğumu beyan ederim. 24/11/2020

Amine Tuğçe Alkan

ÖZET

Bu çalışmada paralel plakalı dalga kılavuzunda ani alan daralmalı filtrenin Mod Eşleştirme yöntemi ile analizi yapılmıştır. Dalga kılavuzu saçılma problemleri uzun yıllardır karşımıza çıkmakta olup analitik ve sayısal yöntemlerle analizi yapılabilmektedir. Bu yöntemlerden, temel mantığı alan bileşenlerinin modlar cinsinden ifade edilip problem geometrisine bağlı olarak süreksizliklerin olduğu bölgelerde sınır koşullarının uygulanması olan Mod Eşleştirme yöntemi tercih edilmiştir. Geometrisinde tek bir süreksizlik bulunan dalga kılavuzları için sözü edilen yöntem ile çözüme ulaşmak kolayken, tezin de konusu olan birden fazla süreksizlik içeren dalga kılavuzları için çözüm karmaşık bir hale gelmektedir. Bu sebeple Mod Eşleştirme yöntemi Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi tekniği ile birlikte kullanılmıştır. Geçiş bölgelerindeki süreklilik ifadelerinden sonsuz bilinmeyenli bir lineer cebirsel denklem sistemi elde edilmiştir. Bu denklem sistemi MATLAB yardımıyla çözülmüştür. Matematiksel çözümü takiben, geometrik parametrelerin saçılma katsayılarına etkileri sayısal yöntemlerle ortaya çıkarılmıştır.

Anahtar kelimeler

Dalga kılavuzları, Mod Eşleştirme Yöntemi, Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi Tekniği

SUMMARY

In this work, the analysis of the sudden area contraction in a parallel plate waveguide by the Mode Matching method is performed. Waveguide scattering problems have been encountered for many years and can be analyzed with analytical and numerical methods. Among these methods, Mode Matching method, which relies on the expression of field components in terms of modes and the implementation of boundary conditions in regions with discontinuities depending on the problem geometry, is preferred. While it is easy to reach a solution with the above-mentioned method for waveguides with a single discontinuity in their geometry, the solution for waveguides containing more than one discontinuity, which is the subject of this thesis, is more complex. For this reason, the Mode Matching method has been used together with the Generalized Scattering Matrix technique. A linear algebraic equation system with infinite numbers of unknowns has been obtained from the continuity relations in the transition regions. This system of equations has been solved with the help of MATLAB. Following the mathematical solution, the effects of geometric parameters on scattering coefficients are revealed by numerical methods.

Keywords

Waveguides, Mode Matching Method, Generalized Scattering Matrix Technique

TEŞEKKÜR



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	vi
SUMMARY	vii
TEŞEKKÜR	viii
İÇİNDEKİLER	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ VE AMAÇ	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	3
3. YÖNTEM	4
3.1. Birinci Alt Problem	5
3.2. İkinci Alt Problem	11
3.3. Üçüncü Alt Problem	12
3.4. Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi	14
4. BULGULAR VE TARTIŞMA	17
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	25
KAYNAKLAR DİZİNİ	26

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
3.1 Problemin geometrisi.	5
3.2 Birinci problemin geometrisi.	6
3.3 İkinci problemin geometrisi.	11
3.4 Üçüncü problemin geometrisi.	13
3.5 Genel kaskat yapı.	15
3.6 Oluşturulan alt problemler.	15
4.1 Tezde kullanılan yöntem ile CST simülasyonu karşılaştırması ($a = 1$ mm, $b = 7$ mm, $L = 100$ mm).	17
4.2 Tezde kullanılan yöntem ile CST simülasyonu karşılaştırması ($a = 1$ mm, $b = 7$ mm, $L = 100$ mm).	18
4.3 Tezde kullanılan yöntem ile CST simülasyonu karşılaştırması ($a = 3$ mm, $b = 7$ mm, $L = 50$ mm).	19
4.4 Tezde kullanılan yöntem ile CST simülasyonu karşılaştırması ($a = 3$ mm, $b = 7$ mm, $L = 50$ mm).	20
4.5 Yansımaya katsayısının a ile değişimi ($b = 8$ mm, $L = 100$ mm).	21
4.6 İletim katsayısının a ile değişimi ($b = 8$ mm, $L = 100$ mm).	22
4.7 Yansımaya katsayısının b ile değişimi ($a = 2$ mm, $L = 100$ mm).	22
4.8 İletim katsayısının b ile değişimi ($a = 2$ mm, $L = 100$ mm).	23
4.9 Yansımaya katsayısının L ile değişimi ($a = 2$ mm, $b = 8$ mm).	23
4.10 İletim katsayısının L ile değişimi ($a = 2$ mm, $b = 8$ mm).	24

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
E	Elektrik alan.
H	Manyetik alan.
J	Akım yoğunluğu.
ω	Açısal frekans.
ρ	Yük yoğunluğu.
σ	İletkenlik.
ε	Permitivite.

1. GİRİŞ VE AMAÇ

Bu tez çalışmasında bir paralel plakalı dalga kılavuzunda alan daralmalı türden bir basamak süreksizliği olması durumunda bunun yansıma ve iletme olan etkisi Mod Eşleştirme yönteminin Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi yöntemi ile bir arada kullanılması yoluyla incelenmiştir. Bu amaçla önce problem üç adet alt probleme indirgenmiştir. Söz konusu alt problemler, temeli modal analize dayanan Mod Eşleştirme yöntemi ile analiz edilmiş ve saçılma katsayıları tespit edilmiştir. Ardından üç probleme ilişkin saçılma katsayıları Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi yöntemi ile bir araya getirilerek kaskat yapıya ilişkin saçılma katsayılarına ulaşılmıştır.

Dalga kılavuzlarında bu türden süreksizlikler içeren saçılma problemleri, çok uzun yıllardır değişik mühendislik uygulamalarında karşımıza çıkmaktadır. Mikrodalga filtrelerin, kuplörlerin, güç bölücülerinin tasarımlarında bu yapılara sık rastlanmaktadır. Söz konusu tasarımlarda en önemli parametreler ise saçılma katsayılarıdır. Bu katsayıların kesin çözümlerinde klasik olarak kabul edilen integral dönüşümler ile (Fourier dönüşümü, Laplace dönüşümü, vb.) ele alınması, matematiksel olarak oldukça karmaşık denklemlerin (Wiener-Hopf denklemi, Hilbert denklemi gibi) çözümünü gerektirir. Özellikle Wiener-Hopf denklemlerinde çekirdek fonksiyonun faktörizasyonu her zaman mümkün olmayan çok karmaşık bir süreçtir. Saçılma katsayıları ancak bu yoğun matematiksel işlemlerin sonucunda elde edilebilmektedir. Buna karşın bu tür problemlerde modal analizi kullanma önerisi söz konusu güçlükler çok yalın bir çözüm getirmiş ve dalga kılavuzu süreksizliklerinde saçılma katsayıları çok daha kolayca elde edilebilmiştir. İki yaklaşım arasındaki matematiksel güçlük dışındaki temel fark, sayısal hesaplama sırasında harcanan zamandır. Wiener-Hopf denkleminin çözümü sırasında ayrıt koşulları da dikkate alındığından, sayısal hesaplama modal analize göre çok daha kısa sürede tamamlanmaktadır. Yine de, modal analizin getirdiği matematiksel kolaylık, bu tür problemlerde daha sık tercih edilmesini sağlamıştır.

Modal analize dayanan Mod Eşleştirme yöntemi, farklı dalga kılavuzu bölgelerinde alan bileşenlerinin modlar cinsinden yazılması ve süreksizliğin olduğu aralıkta sınır koşullarının uygulanması prensibine dayanır. Böylece ortogonal modların genliklerinin bilinmeyenler olarak yer aldığı bir lineer cebirsel denklem sistemi elde edilir. Bu denklemin çözülmesiyle saçılma probleminin de kesin çözümüne ulaşılmış olur.

İçinde bir adet süreksizlik (geometrik ya da elektromanyetik süreksizlik) barındıran dalga kılavuzlarında mod eşleştirme yöntemi ile problemin çözümünü elde etmek oldukça kolayken, birden fazla süreksizlik içeren uygulamalarda daha yalın bir biçimde bu yöntemi uygulamak karmaşık bir denklem sistemlerine ulaşılmasına, çözümün de daha karmaşık süreçlere ihtiyaç duymasına sebep olmaktadır. Bunun da önüne geçmek için Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi tekniği tercih edilmektedir. Bu teknikte, genel problem her bir süreksizlik için küçük problemlere ayrılır ve her bir küçük problemin mod eşleştirme yöntemi ile analizi yapılır. Ardından sözü edilen tekniğin son adımı olarak bunlar özel bir yaklaşım yardımıyla birleştirilir ve karmaşık denklem sistemlerinden kaçınılmış olunur. Öte yandan, bu yaklaşım sayesinde onlarca süreksizlik içeren substrat tümleşik dalga kılavuzları (substrate integrated waveguide - SIW) gibi yapıların da kesin analizinin yapılması mümkün olur.

Bu çalışmada da Mod Eşleştirme ve Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi bir arada kullanılarak, paralel plakalı bir dalga kılavuzunda alan daralmalı basamak süreksizliği analiz edilmiştir. Matematiksel çözümü takiben, geometrik parametrelerin saçılma katsayılarına etkileri sayısal yöntemlerle ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca, tutarlılığını ortaya koyabilmek için, burada elde edilen sonuçlar CST Studio Suite ile yapılan simülasyonlar ile karşılaştırılmıştır.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Bu çalışmada temel olarak tercih edilmiş olan Mod Eşleştirme yöntemine yaygın bir bilinirlik kazandıran çalışma, Wexler'in 1967 yılındaki çalışması (Wexler, 1967) ve ardından gelen Mitra ve Lee'nin 1965 tarihli kitabı (Mitra ve Lee, 1971) olmuştur. Bu çalışmalarda dalga kılavuzu süreksizliklerine modal analizi kullanma önerilmiş ve bu öneri bazı temel problemlere uygulanmıştır.

Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi ve Mod Eşleştirme yönteminin beraber kullanılması yaklaşımı özellikle basamak süreksizliği içeren tasarımlarda çok kullanışlı olmuş ve yoğun olarak uygulanmıştır. 1982 yılında Patzelt ve Amdt, dikdörtgen kesitli dalga kılavuzlarında çifte basamak süreksizliği problemi bu yaklaşım ile ele almıştır (Patzelt ve Amdt, 1982). Yine benzer biçimde, Safavi-Naini ve R. H. Macphie, bir dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunda çift eksenli süreksizlik olması durumunu aynı yöntem ile incelemiştir (Safavi-Naini ve Macphie, 1982). 1987 yılında ise Bornemann ve Amdt, basamak çıkıntılı ve kanatlı dalga kılavuzu dönüştürücülerin analizini Mod Eşleştirme ve Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi yönteminin beraber kullanılması yoluyla gerçekleştirmiştir (Bornemann ve Arndt, 1987).

Aynı yaklaşım homojen olmayan basamak süreksizliklerine de uygulanmıştır. Buna örnek olarak, Arndt vd. (Arndt vd., 1984), Strube ve Arndt'ın (Strube ve Arndt, 1985) ve Omar ve Schunemann'ın (Omar ve Schunemann, 1986) çalışmaları gösterilebilir. Öte yandan Mod Eşleştirme - Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi yaklaşımı mikroşerit hatlara (Chu vd., 1985; Chu ve Itoh, 1986), veya bazı horn antenlerin analizine de uygulanmış (Eleftheriades vd., 1991) ve bu durum yaklaşımı daha da yaygınlaştırmıştır. Ancak; bu ikili yaklaşımı belki de en sistematik bir biçimde olgun hale getiren çalışma Eleftheriades vd. 1994 yılında, bu iki yöntemin bir arada kullanılmasına ilişkin temel yaklaşımları ve yakınsaklığı ilgilendiren temel unsurları ortaya koydukları makale olmuştur (Eleftheriades vd., 1994).

Son yıllarda özellikle ilgi çekici bir alan haline gelmiş olan substrat tümleşik dalga kılavuzlarının kesin analizinde de Mod Eşleştirme yönteminin Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi tekniği ile bir arada kullanılması tercih edilmiştir. Bu alanda en çarpıcı çalışmalar Bornemann ve ekibi yapmaktadır (Bornemann ve Taringou, 2011; Kordiboroujeni vd., 2012b; Kordiboroujeni vd., 2012a; Kordiboroujeni ve Bornemann, 2013; Schorer ve Bornemann, 2015; Bornemann ve Hesari, 2017). Onların çalışmaları da göstermektedir ki; bu tez çalışmasında kullanılan yöntem, 5G teknolojisi ile birlikte gündeme gelen yüksek frekanslı uygulamalarda da çok yarar sağlayacaktır.

3. YÖNTEM

Bu çalışmada ele alınan problem, bir paralel-plakalı dalga kılavuzunda alan daralmalı süreksizliğin incelenmesi olduğundan, öncelikle alan bileşenleri arasındaki genel ilişkinin belirtilmesinde yarar vardır. ω açısıl frekans, dalganın zamanla değişimi $e^{j\omega t}$ olmak üzere, bir zamanda harmonik dalga için basit ortamda Maxwell denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}, \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega\varepsilon\mathbf{E}, \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\varepsilon, \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (3.4)$$

Burada \mathbf{E} ve \mathbf{H} , sırasıyla, elektrik ve manyetik alan, \mathbf{J} akım yoğunluğu, ρ yük yoğunluğu, ε permitivite ve μ manyetik geçirgenliktir. Söz konusu çalışmada düzlemsel dalgalar için analiz yapılacağından akım yoğunluğu ve yük yoğunluğu sıfıra eşit kabul edilir. Ayrıca, dalga kılavuzu ortamı iletken olmadığından ortamın iletkenliği de σ sıfırdır. Böylece yukarıdaki denklemler

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}, \quad (3.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon\mathbf{E}, \quad (3.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (3.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (3.8)$$

haline gelir. Bu denklemlerden alan bileşenleri arasındaki ilişkiler teker teker ifade edilir, sonunda E_x , E_y , H_x ve H_y bileşenleri E_z ve H_z bileşeni cinsinden yazılırsa

$$E_x = \frac{1}{K^2} \left[-j\alpha \frac{\partial E_z}{\partial x} - j\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial y} \right], \quad (3.9)$$

$$E_y = \frac{1}{K^2} \left[-j\alpha \frac{\partial E_z}{\partial y} + j\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial x} \right], \quad (3.10)$$

$$H_x = \frac{1}{K^2} \left[j\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} - j\alpha \frac{\partial H_z}{\partial x} \right] \quad (3.11)$$

ve

$$H_y = \frac{1}{K^2} \left[-j\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} - j\alpha \frac{\partial H_z}{\partial y} \right] \quad (3.12)$$

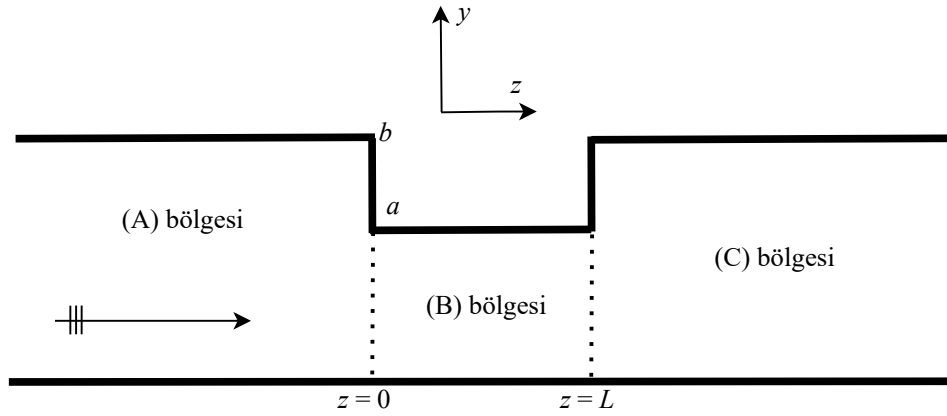
bulunur. Bunlar yazılırken, dalga kılavuzunun z eksenini boyunca uzandığı ve dalgaların $\pm z$ yönünde yayılabilecek olmalarından dolayı, z parametresi ile değişimlerinin $e^{j\alpha z}$ biçiminde olduğu varsayılmış; ayrıca, dalga sayısı

$$k = \omega \sqrt{\varepsilon\mu} \quad (3.13)$$

olmak üzere

$$K = \sqrt{k^2 - \alpha^2} \quad (3.14)$$

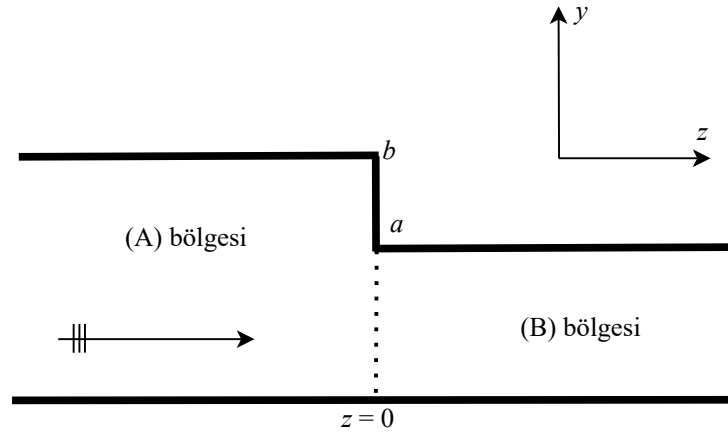
konmuştur. Bu ilişkiler yardımıyla, Şekil 3.1 ile gösterilmiş olan ana problem önce üç alt probleme kırılmış, ardından Bölüm 3.4'te anlatılan Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi Yöntemi ile ana problemin çözümüne ulaşılmıştır.



Şekil 3.1 Problemin geometrisi.

3.1 Birinci Alt Problem

Geometrisi Şekil 3.2 ile gösterilen bu problemde $\{(x, y, z) : x \in (-\infty, \infty), y \in (0, a), z \in (-\infty, 0)\}$ şeklinde tanımlı (A) bölgesinden gelen TM_ν modundaki bir dalganın yayılımı incelenecektir. Burada $\nu = 0$ durumu, TEM moduna karşılık gelecek şekilde analize dahil edilmiştir. (A) bölgesinde yayılan modların ifadelerini elde etmek için elektrik alanın z bileşeninin sağlamakta olduğu Helmholtz denkleminde yola çıkılmalıdır. E_z , ikinci



Şekil 3.2 Birinci problemin geometrisi.

mertebeden bir kısmi türevli diferansiyel denklem olan Helmholtz denklemini sağlar:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + k^2 E_z = 0 \quad (3.15)$$

E_z nin z ile değişimi bilindiğinden, z 'ye göre ikinci mertebeden kısmi türevi yerine $-\alpha^2$ konabilir. Ayrıca problem x 'e göre simetrik olduğundan bu parametreye göre kısmi türevler sıfır olacak ve denklemde yer almayacaktır. Bu bilgiler ışığında denklem düzenlenir, (3.14) ilişkisi dikkate alınır

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + (k^2 - \alpha^2) E_z = 0 \quad (3.16)$$

bulunur. Bu denklemin değişkenlerine ayırma yöntemi ile çözümü için

$$E_z(y, z) = U(y) e^{-j\alpha z} \quad (3.17)$$

formunda bir çözüm aranacaktır. Bu fonksiyon Helmholtz denkleminde yerine konursa

$$\frac{\partial^2 U(y)}{\partial y^2} + K^2 U(y) = 0 \quad (3.18)$$

elde edilir. Bu diferansiyel denklemin çözümü A ve B bilinmeyen katsayılar olmak üzere

$$U(y) = A \cos(Ky) + B \sin(Ky) \quad (3.19)$$

şeklinde olur. Bu durumda elektrik alanın z bileşeni

$$E_z(y, z) = [A \cos(Ky) + B \sin(Ky)] e^{-j\alpha z} \quad (3.20)$$

olarak belirlenir. (A) bölgesinde $y = 0$ 'da ve $y = b$ 'de mükemmel elektriksel iletken yüzeylerden dolayı elektrik alanın teğetsel bileşeni sıfıra eşit olmalıdır. Buna göre $E_z(0, z) = 0$ ve $E_z(b, z) = 0$ 'dır. $y = 0$ 'daki sınır koşulundan

$$E_z(0, z) = A e^{-j\alpha z} = 0 \quad (3.21)$$

dolayısıyla

$$A = 0 \quad (3.22)$$

bulunur. Böylece, E_z ,

$$E_z(y, z) = B \sin(Ky) e^{-j\alpha z} \quad (3.23)$$

haline gelir. $y = b$ 'deki sınır koşulundan ise

$$E_z(b, z) = B \sin(Kb) e^{-j\alpha z} = 0 \quad (3.24)$$

yazılır. Burada $B = 0$ olamayacağından $\sin(Kb) = 0$ olmalıdır. Bu da ancak K 'nın bazı özel değerlere eşit olması durumunda mümkün olur. Özdeğerler adı verilen bu özel değerler

$$\frac{n\pi}{b}, n = 1, 2, \dots \quad (3.25)$$

olarak belirlenir. Her bir özdeğere bir özçözüm karşılık gelmektedir. Bunların her biri bir mod olarak adlandırılır. n inci moda karşılık gelen dalga sayısı

$$\beta_n = \sqrt{k^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, n = 1, 2, \dots \quad (3.26)$$

olmak üzere, genel çözüm

$$E_z(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-j\beta_n z} \quad (3.27)$$

şeklinde elde edilmiş olur. (3.9-3.12) ilişkileri yardımıyla, diğer alan bileşenleri için de

$$E_x(y, z) = 0, \quad (3.28)$$

$$E_y(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-j\beta_n B_n}{n\pi/b} \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-j\beta_n z}, \quad (3.29)$$

$$H_x(y, z) = j\omega\varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{n\pi/b} \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-j\beta_n z} \quad (3.30)$$

ve

$$H_y(y, z) = 0 \quad (3.31)$$

bulunur. Elbette bu ifadelerde

$$A_n = j\omega\varepsilon \frac{B_n}{n\pi/b} \quad (3.32)$$

konarak formülasyon manyetik alanın x bileşeni üzerinden yalın bir biçimde yapılabilir. Bu bölümün devamında tercih edilen yaklaşım da bu olacaktır.

$$\alpha_n = \sqrt{k^2 - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2}, n = 1, 2, \dots \quad (3.33)$$

olmak üzere

$$E_z(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi}{a}y\right) e^{-j\alpha_n z}, \quad (3.34)$$

$$E_x(y, z) = 0, \quad (3.35)$$

$$E_y(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-j\alpha_n B_n}{n\pi/a} \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) e^{-j\alpha_n z}, \quad (3.36)$$

$$H_x(y, z) = j\omega\varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{n\pi/a} \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) e^{-j\alpha_n z} \quad (3.37)$$

ve

$$H_y(y, z) = 0 \quad (3.38)$$

alan bileşenlerine ulaşılır.

Problemin x 'e göre simetrik olmasından dolayı $E_x = H_y = 0$ olur. Buna göre, gelen dalgaya ilişkin H_x ve E_y bileşenleri, sırasıyla,

$$H_x^{(i)} = \cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right) e^{-j\beta_\nu z}, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (3.39)$$

ve

$$E_y^{(i)} = -\frac{\beta_\nu}{\omega\varepsilon} \cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right) e^{-j\beta_\nu z}, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (3.40)$$

şeklinde yazılır. Burada β_ν , TM_ν moduna karşı gelen dalga sayısıdır.

$$\beta_\nu = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\nu\pi}{b}\right)^2}, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (3.41)$$

Şekilde görülen basamak süreksizliği nedeniyle gelen dalganın taşıdığı enerjinin bir kısmı (A) bölgesine geri yansiyacak, kalan kısmı ise $\{(x, y, z) : x \in (-\infty, \infty), y \in (0, b), z \in (0, \infty)\}$ ile tanımlı (B) bölgesine iletilecektir. (A) bölgesine geri yansıyan enerjiyi taşıyan yansıyan dalganın manyetik ve elektrik alan bileşenleri

$$H_x^{(r)} = R_0 e^{jkz} + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j\beta_n z} \quad (3.42)$$

ve

$$E_y^{(r)} = \frac{k}{\omega\varepsilon} R_0 e^{jkz} + \frac{1}{\omega\varepsilon} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n R_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j\beta_n z} \quad (3.43)$$

formunda olacaktır. Burada R_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) yansıyan dalgadaki TM_ν moduna karşı gelen yansıma katsayısıdır. Öte yandan, (B) bölgesine iletilen enerjiyi taşıyan iletilen dalga için de

$$H_x^{(t)} = T_0 e^{-jkz} + \sum_{n=1}^{\infty} T_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) e^{-j\alpha_n z} \quad (3.44)$$

ve

$$E_y^{(t)} = -\frac{k}{\omega\varepsilon}T_0e^{-jkz} - \frac{1}{\omega\varepsilon}\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_nT_n\cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right)e^{-j\alpha_nz} \quad (3.45)$$

yazılır. Burada T_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) iletilen dalgadaki TM_ν moduna karşı gelen iletim katsayısı, α_ν ise bu modun dalga sayısıdır.

$$\alpha_\nu = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\nu\pi}{a}\right)^2}, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (3.46)$$

İki bölgenin arayüzü olan $z = 0$ 'da manyetik ve elektrik alanın teğetsel bileşenlerinin sürekli olması gerektiğinden, yukarıda sözü edilen alanlar arasında

$$H_x^{(i)} + H_x^{(r)} = H_x^{(t)}, \quad z = 0, \quad 0 < y < a \quad (3.47)$$

ve

$$E_y^{(i)} + E_y^{(r)} = \begin{cases} E_y^{(t)} & , \quad 0 < y < a \\ 0 & , \quad a < y < b \end{cases}, \quad z = 0 \quad (3.48)$$

ilişkileri elde edilir. (3.39), (3.42) ve (3.44) yardımıyla (3.47) koşulu açıkça yazılırsa

$$\cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right) + R_0 + \sum_{n=1}^{\infty}R_n\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty}T_n\cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right), \quad 0 < y < a \quad (3.49)$$

olur. Bu denklemin her terimi 1 ile çarpılıp $y = 0$ 'dan $y = a$ 'ya integre edilirse

$$E_\nu = \int_0^a \cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right) dy = \begin{cases} a & , \quad \nu = 0 \\ \frac{b}{\nu\pi} \sin\left(\frac{\nu\pi a}{b}\right) & , \quad \text{diğer} \end{cases}, \quad (3.50)$$

$$\int_0^a \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) dy = \frac{b}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi a}{b}\right) \quad (3.51)$$

ve

$$\int_0^a \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) dy = 0 \quad (3.52)$$

olmak üzere

$$aR_0 + \sum_{n=1}^{\infty}R_n\frac{b}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi a}{b}\right) - aT_0 = -E_\nu \quad (3.53)$$

elde edilir. Öte yandan, (3.49) denklemini $\cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right)$ ile çarpıp $y = 0$ 'dan $y = a$ 'ya integre edilirse

$$\Delta_{m\nu} = \int_0^a \cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right) \cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right) dy = \left(\frac{\nu\pi}{b}\right) \frac{(-1)^m \sin\left(\frac{\nu\pi a}{b}\right)}{\left(\frac{\nu\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}, \quad (3.54)$$

$$\Delta_{mn} = \int_0^a \cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) dy = \left(\frac{n\pi}{b}\right) \frac{(-1)^m \sin\left(\frac{n\pi a}{b}\right)}{\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}, \quad (3.55)$$

$$\int_0^a \cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right) dy = 0 \quad (3.56)$$

ve

$$\int_0^a \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right) dy = \begin{cases} a/2 & , n = m \\ 0 & , \text{diğer} \end{cases} \quad (3.57)$$

olmak üzere

$$-\sum_{n=1}^{\infty} R_n \Delta_{mn} + \frac{a}{2} T_m = \Delta_{m\nu} \quad (3.58)$$

bulunur. Benzer biçimde, (3.40), (3.43) ve (3.45) yardımıyla (3.48) açıkça yazılırsa

$$\begin{aligned} -\frac{\beta_\nu}{\omega\varepsilon} \cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right) + \frac{k}{\omega\varepsilon} R_0 + \frac{1}{\omega\varepsilon} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n R_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \\ = \begin{cases} -\frac{k}{\omega\varepsilon} T_0 - \frac{1}{\omega\varepsilon} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n T_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) & , 0 < y < a \\ 0 & , a < y < b \end{cases} \end{aligned}$$

olur. Bu denklemin 1 ile çarpılıp $y = 0$ 'dan $y = b$ 'ye integre edilmesi sonucunda

$$\int_0^b \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) dy = 0 \quad (3.59)$$

ve

$$B_\nu = \frac{\beta_\nu}{k} \int_0^b \cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right) dy = \begin{cases} b & , \nu = 0 \\ 0 & , \text{diğer} \end{cases} \quad (3.60)$$

olmak üzere

$$bR_0 + aT_0 = B_\nu \quad (3.61)$$

eşitliğine ulaşılır. Ayrıca, $\cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right)$ ile çarpılıp $y = 0$ 'dan $y = b$ 'ye integre edilmesiyle ise

$$C_\nu = \beta_\nu \int_0^b \cos\left(\frac{\nu\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right) dy = \begin{cases} \beta_\nu b/2 & , \nu = m \\ 0 & , \text{diğer} \end{cases} , \quad (3.62)$$

$$\int_0^b \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right) dy = \begin{cases} b/2 & , n = m \\ 0 & , \text{diğer} \end{cases} , \quad (3.63)$$

$$\int_0^b \cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right) dy = 0 \quad (3.64)$$

$$\int_0^a \cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right) dy = \frac{b}{m\pi} \sin\left(\frac{m\pi}{b}a\right) \quad (3.65)$$

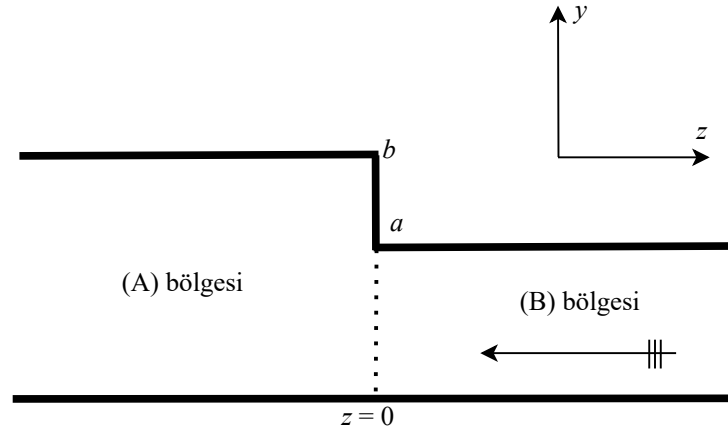
ve

$$\Delta_{nm} = \int_0^a \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) \cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right) dy = \left(\frac{m\pi}{b}\right) \frac{(-1)^n \sin\left(\frac{m\pi}{b}a\right)}{\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2} \quad (3.66)$$

olmak üzere

$$\frac{b}{2} \beta_m R_m + T_0 \frac{kb}{m\pi} \sin\left(\frac{m\pi}{b}a\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \Delta_{nm} T_n = C_\nu \quad (3.67)$$

elde edilir. Bu analiz sonucunda elde edilmiş olan (3.53), (3.58), (3.61) ve (3.67) denklemlerinin bir arada sayısal yöntemlerle çözülmesi sonucunda her bir moda ilişkin yansıma ve iletim katsayıları belirlenmiş olur.



Şekil 3.3 İkinci problemin geometrisi.

3.2 İkinci Alt Problem

İkinci alt problemin geometrisi Şekil 3.3 ile gösterilmektedir. Burada gelen dalga (B) bölgesinden $-z$ yönünde ilerleyerek basamak süreksizliğine doğru yayılmaktadır. Buna göre, gelen dalganın manyetik ve elektrik alanı için

$$H_x^{(i)} = \cos\left(\frac{\nu\pi}{a}y\right) e^{j\alpha_\nu z}, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (3.68)$$

ve

$$E_y^{(i)} = \frac{\alpha_\nu}{\omega\varepsilon} \cos\left(\frac{\nu\pi}{a}y\right) e^{j\alpha_\nu z}, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (3.69)$$

yazılabilir. Bu durumda, (B) bölgesine geri yansıyan dalga için

$$H_x^{(r)} = R_0 e^{-jkz} + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) e^{-j\alpha_n z} \quad (3.70)$$

ve

$$E_y^{(r)} = -\frac{k}{\omega\varepsilon} R_0 e^{-jkz} - \frac{1}{\omega\varepsilon} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n R_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) e^{-j\alpha_n z} \quad (3.71)$$

(A) bölgesine iletilen dalga için ise

$$H_x^{(t)} = T_0 e^{jkz} + \sum_{n=1}^{\infty} T_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j\beta_n z} \quad (3.72)$$

ve

$$E_y^{(t)} = \frac{k}{\omega\varepsilon} T_0 e^{jkz} + \frac{1}{\omega\varepsilon} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n T_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j\beta_n z} \quad (3.73)$$

Bu problem için $z = 0$ 'da süreklilik koşulları

$$H_x^{(i)} + H_x^{(r)} = H_x^{(t)}, \quad z = 0, \quad 0 < y < a \quad (3.74)$$

ve

$$E_y^{(t)} = \begin{cases} E_y^{(i)} + E_y^{(r)} & , \quad 0 < y < a \\ 0 & , \quad a < y < b \end{cases} , \quad z = 0 \quad (3.75)$$

şeklindedir. Birinci alt probleme benzer biçimde (3.74) denklemi önce 1 ile sonra $\cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right)$ ile çarpılıp $y = 0$ 'dan $y = a$ 'ya integrale edilirse, sırasıyla

$$A_\nu = \int_0^a \cos\left(\frac{\nu\pi}{a}y\right) dy = \begin{cases} a & , \quad \nu = 0 \\ 0 & , \quad \text{diğer} \end{cases} \quad (3.76)$$

olmak üzere

$$aR_0 - aT_0 - \sum_{n=1}^{\infty} T_n \frac{b}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi a}{b}\right) = -A_\nu \quad (3.77)$$

ve

$$D_\nu = \int_0^a \cos\left(\frac{\nu\pi}{a}y\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right) dy = \begin{cases} a/2 & , \quad \nu = m \\ 0 & , \quad \text{diğer} \end{cases} \quad (3.78)$$

olmak üzere

$$D_\nu + \frac{a}{2}R_m = \sum_{n=1}^{\infty} T_n \Delta_{mn} \quad (3.79)$$

bulunur. Benzer şekilde süreklilik koşulu (3.75) nın da önce 1 ile sonra $\cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right)$ ile çarpılıp $y = 0$ 'dan $y = b$ 'ye integrale edilmesiyle

$$bR_0 + aT_0 = A_\nu \quad (3.80)$$

ve

$$R_0 \frac{kb}{m\pi} \sin\left(\frac{m\pi a}{b}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \Delta_{nm} R_n + \beta_m \frac{b}{2} T_m = \alpha_\nu \Delta_{\nu m} \quad (3.81)$$

elde edilir. Yine birinci alt problemdekine benzer şekilde (3.77), (3.79), (3.80) ve (3.81) denklemlerinin sayısal yöntemlerle çözülmesi katsayıların belirlenmesi için yeterlidir.

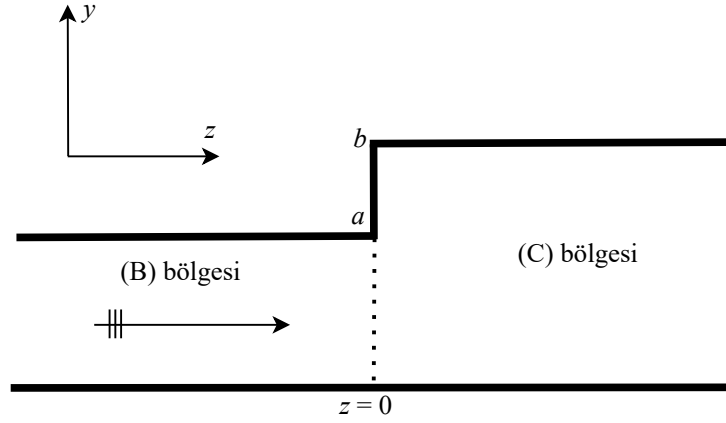
3.3 Üçüncü Alt Problem

Geometrisi Şekil 3.4 ile gösterilen üçüncü alt problemde gelen dalga (B) bölgesinden $+z$ yönünde ilerleyerek basamak süreksizliğine doğru yayılmaktadır. Buna göre, gelen dalganın manyetik ve elektrik alanı için

$$H_x^{(i)} = \cos\left(\frac{\nu\pi}{a}y\right) e^{-j\alpha_\nu z} , \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (3.82)$$

ve

$$E_y^{(i)} = -\frac{\alpha_\nu}{\omega\epsilon} \cos\left(\frac{\nu\pi}{a}y\right) e^{-j\alpha_\nu z} , \quad \nu = 0, 1, 2, \dots$$



Şekil 3.4 Üçüncü problemin geometrisi.

(B) bölgesine geri yansıyan dalganın manyetik ve elektrik alanı için

$$H_x^{(r)} = R_0 e^{jkz} + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) e^{j\alpha_n z} \quad (3.83)$$

ve

$$E_y^{(r)} = \frac{k}{\omega\epsilon} R_0 e^{jkz} + \frac{1}{\omega\epsilon} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n R_n \cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right) e^{j\alpha_n z} \quad (3.84)$$

(C) bölgesine iletilen dalganın manyetik ve elektrik alanı için ise

$$H_x^{(t)} = T_0 e^{-jkz} + \sum_{n=1}^{\infty} T_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-j\beta_n z} \quad (3.85)$$

ve

$$E_y^{(t)} = -\frac{k}{\omega\epsilon} T_0 e^{-jkz} - \frac{1}{\omega\epsilon} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n T_n \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-j\beta_n z} \quad (3.86)$$

yazılır. Burada da $z = 0$ 'da alanların teğetsel bileşenleri sürekli olacağından

$$H_x^{(i)} + H_x^{(r)} = H_x^{(t)}, \quad z = 0, \quad 0 < y < a \quad (3.87)$$

ve

$$E_y^{(t)} = \begin{cases} E_y^{(i)} + E_y^{(r)} & , \quad 0 < y < a \\ 0 & , \quad a < y < b \end{cases}, \quad z = 0 \quad (3.88)$$

koşulları söz konusudur. (3.87) koşulunun önce 1 ile sonra $\cos\left(\frac{n\pi}{a}y\right)$ ile çarpılıp $y = 0$ 'dan $y = a$ 'ya integre edilmesiyle

$$aR_0 - aT_0 - \sum_{n=1}^{\infty} T_n \frac{b}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi a}{b}\right) = -A_\nu \quad (3.89)$$

ve

$$\frac{a}{2}R_m - \sum_{n=1}^{\infty} T_n \Delta_{mn} = -D_\nu \quad (3.90)$$

bulunur. Süreklilik koşulu (3.88) önce 1 ile sonra $\cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right)$ ile çarpılıp $y = 0$ 'dan $y = b$ 'ye integre edilince ise

$$aR_0 + bT_0 = A_\nu \quad (3.91)$$

ve

$$R_0 \frac{kb}{m\pi} \sin\left(\frac{m\pi a}{b}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n R_n \Delta_{nm} + \frac{b}{2} \beta_m T_m = \alpha_\nu \Delta_{\nu m} \quad (3.92)$$

elde edilir. Saçılma katsayılarının belirlenmesi için yine (3.77), (3.79), (3.80) ve (3.81) denklemlerinin sayısal yöntemlerle aynı anda çözülmesi yeterlidir.

3.4 Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi

Önceki bölümlerde incelenmiş olan üç alt problem, Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi ile birleştirilerek Şekil 3.1 ile belirlenmiş probleme ilişkin saçılma katsayıları elde edilebilir. Şekil 3.5 ile gösterilen geometrideki gibi iki adet süreksizlik içeren bölge olması durumunda, problem Şekil 3.6 deki gibi iki parçaya ayrılabilir. Soldaki ve sağdaki yapılar için, saçılma matrisleri, sırasıyla

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_A \\ \mathbf{R}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_A \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \quad (3.93)$$

ve

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_3 \\ \mathbf{R}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{33} & \mathbf{S}_{34} \\ \mathbf{S}_{43} & \mathbf{S}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{I}_C \end{bmatrix} \quad (3.94)$$

şeklinde yazılır. Ayrıca

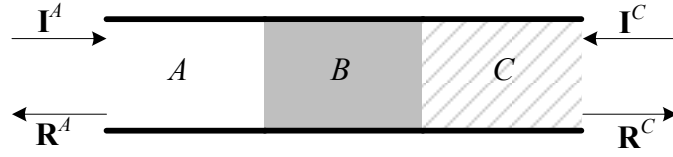
$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} e^{-j\beta_0 L} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-j\beta_1 L} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & e^{-j\beta_N L} \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

köşegen matris yardımıyla da

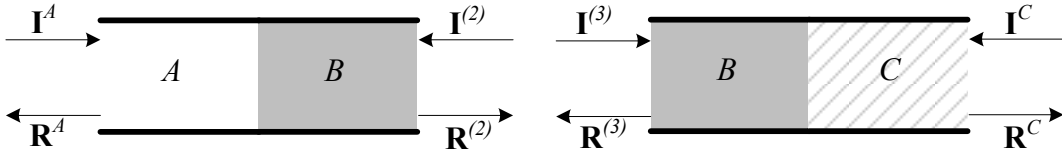
$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_3 \\ \mathbf{R}_2 \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

yazmak mümkündür. Bunlar yardımıyla, kolaylıkla

$$\mathbf{R}_A = \mathbf{S}_{11} \mathbf{I}_A + \mathbf{S}_{12} \mathbf{I}_2, \quad (3.97)$$



Şekil 3.5 Genel kaskat yapı.



Şekil 3.6 Oluşturulan alt problemler.

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{S}_{21}\mathbf{I}_A + \mathbf{S}_{22}\mathbf{I}_2, \quad (3.98)$$

$$\mathbf{R}_3 = \mathbf{S}_{33}\mathbf{I}_3 + \mathbf{S}_{34}\mathbf{I}_C, \quad (3.99)$$

$$\mathbf{R}_C = \mathbf{S}_{43}\mathbf{I}_3 + \mathbf{S}_{44}\mathbf{I}_C, \quad (3.100)$$

$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{D}\mathbf{R}_2 \quad (3.101)$$

ve

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{D}\mathbf{R}_3 \quad (3.102)$$

ilişkileri elde edilir. (3.101) ve (3.102) ilişkilerinin (3.97-3.100) eşitliklerinde yerine konmasıyla da

$$\mathbf{R}_A = \mathbf{S}_{11}\mathbf{I}_A + \mathbf{S}_{12}\mathbf{D}\mathbf{R}_3, \quad (3.103)$$

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{S}_{21}\mathbf{I}_A + \mathbf{S}_{22}\mathbf{D}\mathbf{R}_3, \quad (3.104)$$

$$\mathbf{R}_3 = \mathbf{S}_{33}\mathbf{D}\mathbf{R}_2 + \mathbf{S}_{34}\mathbf{I}_C \quad (3.105)$$

ve

$$\mathbf{R}_C = \mathbf{S}_{43}\mathbf{D}\mathbf{R}_2 + \mathbf{S}_{44}\mathbf{I}_C. \quad (3.106)$$

bulunur. (3.104) ve (3.105) ile \mathbf{R}_2 ve \mathbf{R}_3 için kapalı formda

$$\mathbf{R}_2 = [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{22}\mathbf{D}\mathbf{S}_{33}\mathbf{D}]^{-1} \mathbf{S}_{21}\mathbf{I}_A + [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{22}\mathbf{D}\mathbf{S}_{33}\mathbf{D}]^{-1} \mathbf{S}_{22}\mathbf{D}\mathbf{S}_{34}\mathbf{I}_C \quad (3.107)$$

ve

$$\mathbf{R}_3 = [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{33}\mathbf{D}\mathbf{S}_{22}\mathbf{D}]^{-1} \mathbf{S}_{33}\mathbf{D}\mathbf{S}_{21}\mathbf{I}_A + [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{33}\mathbf{D}\mathbf{S}_{22}\mathbf{D}]^{-1} \mathbf{S}_{34}\mathbf{I}_C. \quad (3.108)$$

açık ifadelerine ulaşılır. Bunlar (3.103) ve (3.106) eşitliklerinde yerine konursa

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_A = \{ \mathbf{S}_{11} + \mathbf{S}_{12}\mathbf{D} [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{33}\mathbf{D}\mathbf{S}_{22}\mathbf{D}]^{-1} \mathbf{S}_{33}\mathbf{D}\mathbf{S}_{21} \} \mathbf{I}_A \\ + \mathbf{S}_{12}\mathbf{D} [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{33}\mathbf{D}\mathbf{S}_{22}\mathbf{D}]^{-1} \mathbf{S}_{34}\mathbf{I}_C \end{aligned} \quad (3.109)$$

ve

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_C = \mathbf{S}_{43}\mathbf{D} [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{22}\mathbf{D}\mathbf{S}_{33}\mathbf{D}]^{-1} \mathbf{S}_{21}\mathbf{I}_A \\ + \{ \mathbf{S}_{44} + \mathbf{S}_{43}\mathbf{D} [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{22}\mathbf{D}\mathbf{S}_{33}\mathbf{D}]^{-1} \mathbf{S}_{22}\mathbf{D}\mathbf{S}_{34} \} \mathbf{I}_C. \end{aligned} \quad (3.110)$$

denklemleri elde edilmiş olur. Bu son denklemler matrisel formda

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_A \\ \mathbf{R}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{AA} & \mathbf{S}_{AC} \\ \mathbf{S}_{CA} & \mathbf{S}_{CC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_A \\ \mathbf{I}_C \end{bmatrix} \quad (3.111)$$

biçiminde de ifade edilebilir. Böylece, birinci ve ikinci alt problemlerin çözümlerinden elde edilen katsayılar \mathbf{S}_{11} , \mathbf{S}_{21} , \mathbf{S}_{22} ve \mathbf{S}_{12} , üçüncü alt problemin çözümünden elde edilen katsayılar ise \mathbf{S}_{33} ve \mathbf{S}_{43} olmak üzere; Şekil 3.1 ile gösterilen ana problem için

$$\mathbf{S}_{AA} = \mathbf{S}_{11} + \mathbf{S}_{12}\mathbf{D} [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{33}\mathbf{D}\mathbf{S}_{22}\mathbf{D}]^{-1} \mathbf{S}_{33}\mathbf{D}\mathbf{S}_{21}, \quad (3.112)$$

ve

$$\mathbf{S}_{CA} = \mathbf{S}_{43}\mathbf{D} [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{22}\mathbf{D}\mathbf{S}_{33}\mathbf{D}]^{-1} \mathbf{S}_{21} \quad (3.113)$$

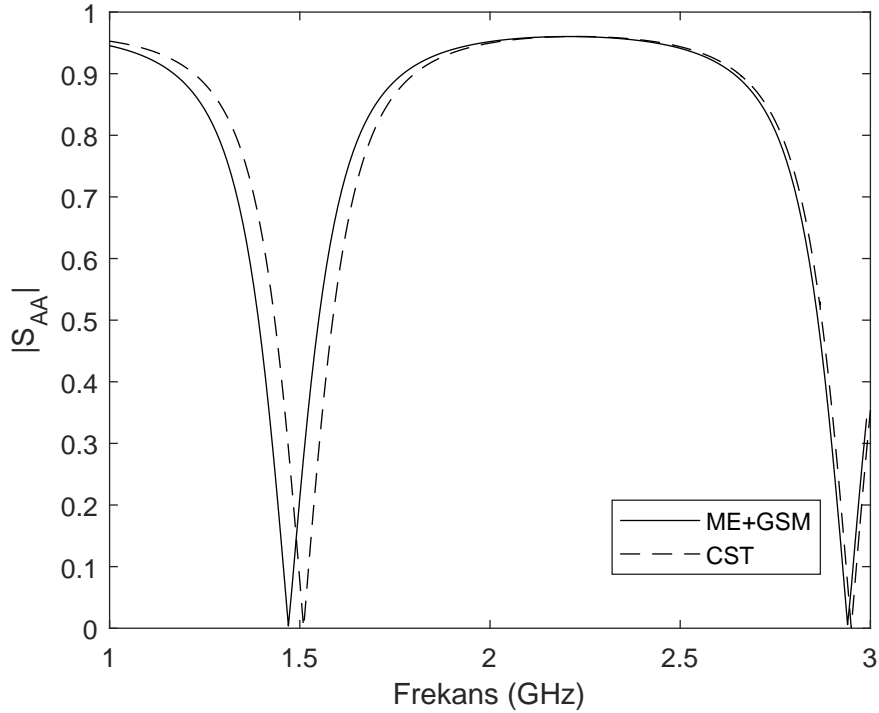
saçılma katsayılarına ulaşılmış olur.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada yapılan formülasyonun sayısal analizi için MATLAB programından yararlanılmıştır. Özel olarak, kablosuz haberleşme sistemlerinde sıklıkla kullanılan 1-3 GHz frekans aralığına odaklanılmıştır. Paralel plakalı dalga kılavuzlarında TM_n moduna ilişkin kesim frekansı, $c = 3 \times 10^8$ m/s ve b dalga kılavuzunun genişliği olmak üzere

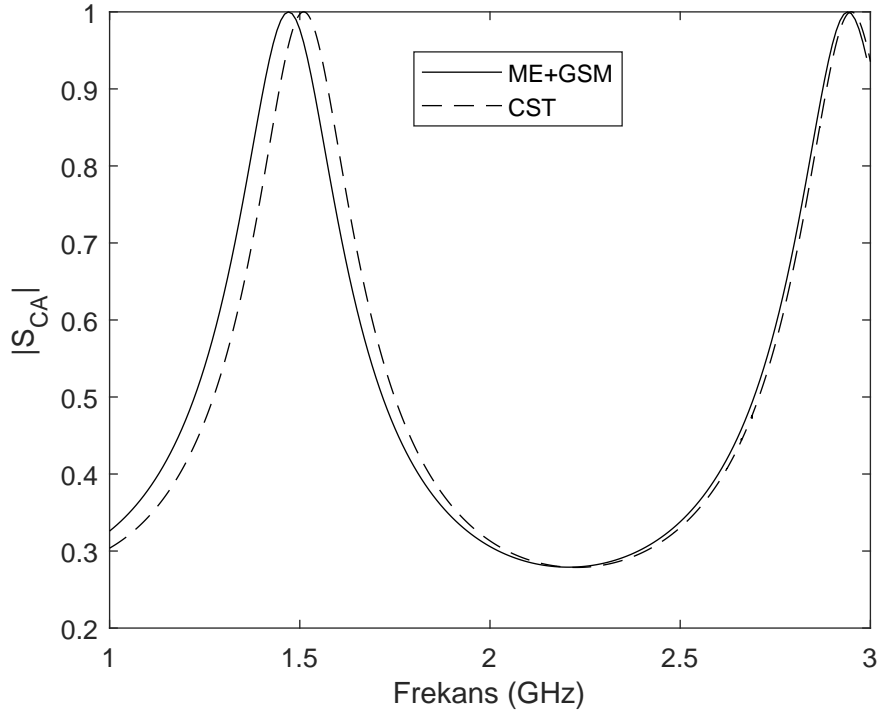
$$f_{cut-off,n} = c \frac{n}{2b} \quad (4.1)$$

ilişkisi ile belirlenir. Bu çalışmada dalga kılavuzlarının genişlikleri 1-10 mm arasında tercih edilmiştir. Bu genişlikler için TM_1 moduna ilişkin kesim frekansı da 15-150 GHz arasında olmaktadır. O halde, çalışmada odaklanılmış olan 1-3 GHz bandında, dalga kılavuzlarında yalnızca TEM modu yayılabilecektir. Bu durum, sayısal sonuçların yorumlanışında kolaylık sağlayacaktır.



Şekil 4.1 Tezde kullanılan yöntem ile CST simülasyonu karşılaştırması ($a = 1$ mm, $b = 7$ mm, $L = 100$ mm).

Sayısal analizde öncelikle bu çalışmadaki yöntemi doğrulama amacıyla CST Studio Suite ile bazı simülasyonlar yapılmış ve bulunan sonuçlar mevcut tez çalışmasındaki

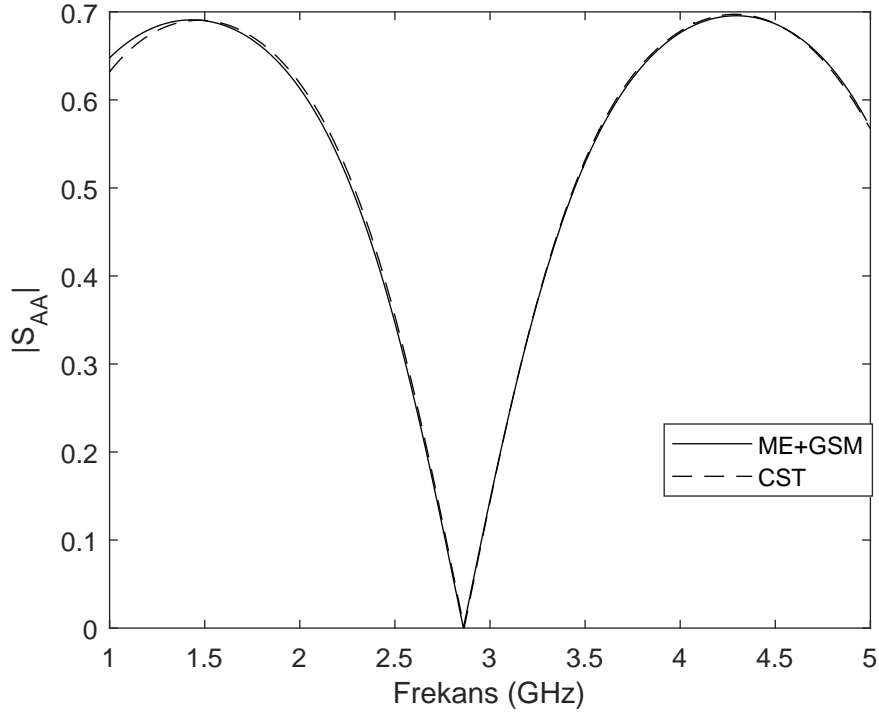


Şekil 4.2 Tezde kullanılan yöntem ile CST simülasyonu karşılaştırması ($a = 1$ mm, $b = 7$ mm, $L = 100$ mm).

yöntemin verdiği sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Bunun için önce $a = 1$ mm, $b = 7$ mm ve $L = 100$ mm için sonuçlar karşılaştırılmıştır. Şekil 4.1 ve Şekil 4.2 ile bu karşılaştırmalar, sırasıyla, yansıma katsayısının genliği ve iletim katsayısının genliği için gösterilmektedir. Görülmektedir ki, iki yöntem de birbirine çok yakın sonuçlar vermektedir. Aradaki fark temelde CST ile paralel plakalı bir dalga kılavuzu yerine kesit eksenindeki genişliği çok yüksek olan bir dikdörtgen dalga kılavuzu benzetiminin tercih edilmesinden kaynaklanmaktadır. Özellikle düşük frekanslarda bu durumun daha etkili olması doğaldır. Dolayısıyla, frekans yükseldikçe dalga boyu küçüldüğünden, söz konusu benzetimin olumsuz etkisi de azalmaktadır.

Benzer bir karşılaştırma $a = 3$ mm, $b = 7$ mm ve $L = 50$ mm için de yapılmış ve sonuçlar Şekil 4.3 ve Şekil 4.4 ile sunulmuştur. Burada da, iki yöntem arasında açık bir uyum görülmektedir. Hatta önceki değerlere göre daha yakın sonuçlara ulaşılmıştır. Yine de, aradaki çok küçük farkın frekans yükseldikçe kapandığı görülmektedir.

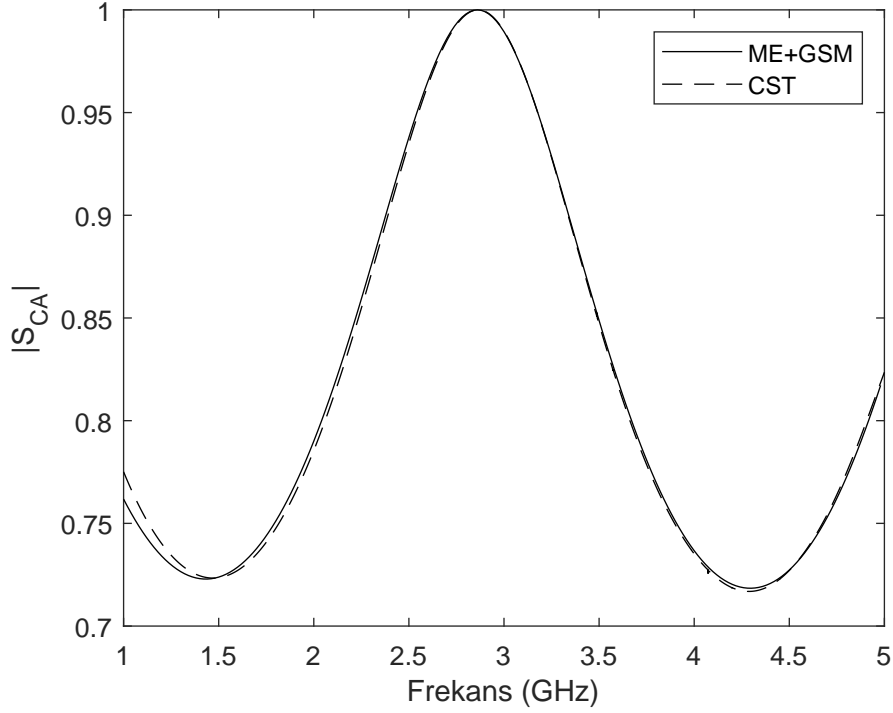
Mod Eşleştirme yönteminin Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi tekniği ile bir arada kullanılmasına dayanan mevcut çalışmanın CST'den elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmasından sonra, geometrik parametrelerinin saçılma katsayılarına olan etkileri



Şekil 4.3 Tezde kullanılan yöntem ile CST simülasyonu karşılaştırması ($a = 3$ mm, $b = 7$ mm, $L = 50$ mm).

incelenmiştir. Bu amaçla öncelikle, b ve L parametreleri sabit tutularak, $a = 1$ mm, $a = 2$ mm ve $a = 3$ mm için yansımaya ve iletim katsayılarının nasıl değiştiği ortaya çıkarılmıştır. Şekil 4.5 ile gösterildiği gibi, yansımaya katsayısının genliğinin sıfıra düştüğü frekanslar sabit kalmakla birlikte, a arttıkça genlik azalmaktadır. Bu da beklenen bir durumdur. a 'nın b 'ye eşit olana kadar artması durumunda, sonuç olarak bir basamak süreksizliği kalmayacaktır, bu durumda bir yansımaya da olmayacaktır. Dolayısıyla a 'nın düzenli artışının yansımaya katsayısının genliğini azaltması beklenir.

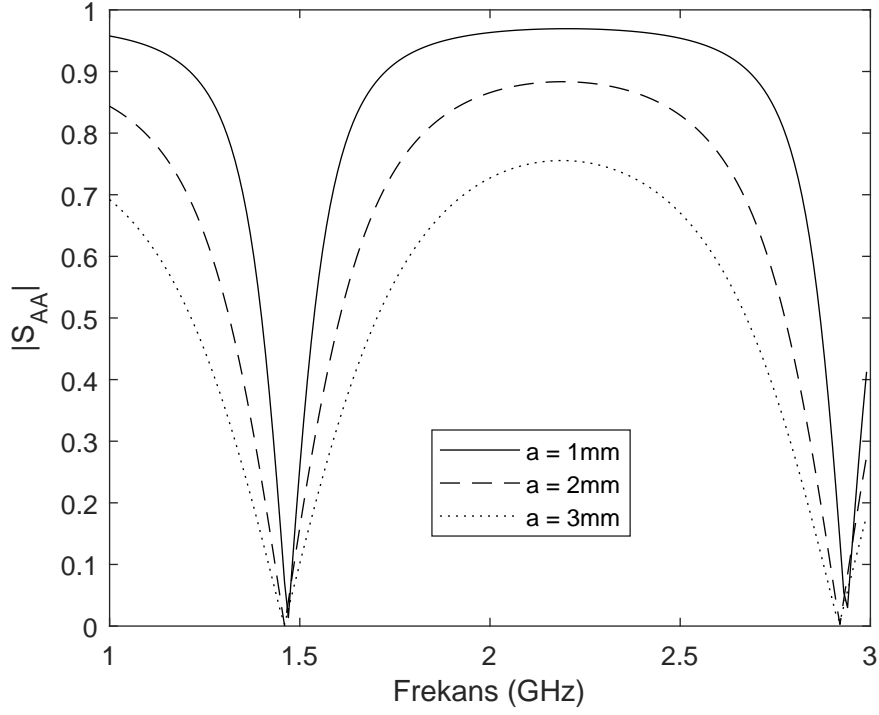
Şekil 4.6 ile, a 'nın artışının iletim katsayısının genliğine olan etkisi gösterilmektedir. Burada da, yine beklendiği üzere, a 'nın değeri arttıkça iletim katsayısının genliği de artmaktadır. Yine a 'nın b 'ye eşit olana kadar artması durumu düşünülecek olursa, bu durumda bir basamak süreksizliği kalmayacağından gelen dalganın tamamının iletileceği, dolayısıyla iletim katsayısının genliğinin 1'e yaklaşacağı açıktır. Özel olarak dikkati çeken bir durum da, bu yapının merkez frekansı yaklaşık 1.46 GHz olan bir bant geçiren filtre işlevi gördüğüdür. Burada gücün yarıya düştüğü aralıklara bakılacak olursa a 'nın değerinin artmasının merkez frekansı etkilemediği, ancak bant genişliğini artırdığı söylenebilir. Bant genişlikleri $a = 1$ mm için yaklaşık 260 MHz, $a = 2$ mm için yaklaşık 520 MHz ve $a = 3$ mm için ise yaklaşık 960 MHz olarak görülmektedir.



Şekil 4.4 Tezde kullanılan yöntem ile CST simülasyonu karşılaştırması ($a = 3$ mm, $b = 7$ mm, $L = 50$ mm).

İkinci olarak a ve L parametreleri sabit tutulmuş ve b 'nin saçılma katsayılarına olan etkisi incelenmiştir. $b = 7$ mm, $b = 8$ mm ve $b = 9$ mm için yansıma ve iletim katsayılarının genliklerinin değişimi Şekil 4.7 ve Şekil 4.8 ile gösterilmektedir. Burada ise b 'nin değeri arttıkça, a ve b arasındaki fark artmakta ve basamak süreksizliğinin etkisi de aynı oranda yüksek olmaktadır. Dolayısıyla, bekleneceği üzere b arttıkça yansıma katsayısının genliğinin arttığı, iletim katsayısının genliğinin ise azaldığı görülmektedir. Özel olarak, Şekil 4.8 ile, bu parametre değerleri ile bu yapının yine merkez frekansı yaklaşık 1.46 GHz olan bir bant geçiren filtre işlevi gördüğü anlaşılmaktadır. b arttıkça merkez frekans yine sabit kalmakta, ancak bu kez, filtrenin bant genişliği azalmaktadır. Sayısal sonuçlara göre, bant genişliği, $b = 7$ mm için yaklaşık 620 MHz, $b = 8$ mm için yaklaşık 520 MHz, $b = 9$ mm için ise yaklaşık 460 MHz olmaktadır.

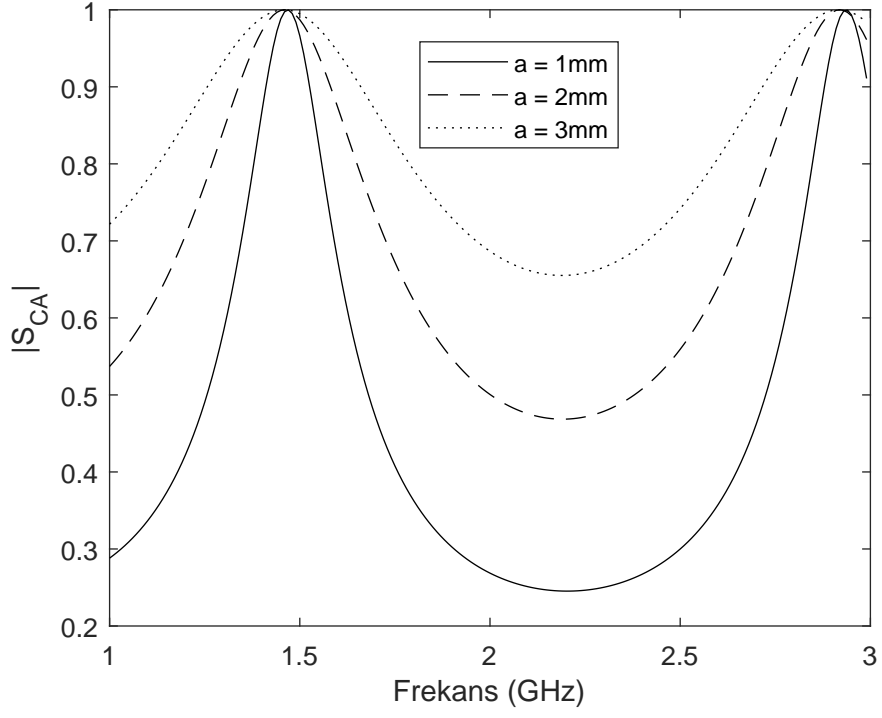
Son olarak, a ve b parametreleri sabit tutulmuş ve L 'nin etkisi incelenmiştir. $L = 50$ mm ve $L = 100$ mm için yansıma ve iletim katsayılarının genliklerinin değişimi Şekil 4.9 ve Şekil 4.10 ile gösterilmektedir. Bu sonuçlarda açıkça görülmektedir ki, L nin değişimi genliklere bir etki yapmaktan ziyade, merkez frekansın konumunu değiştirmektedir. Örneğin, bant geçiren filtre merkez frekansı $L = 50$ mm için yaklaşık 2.84 GHz'de iken, $L = 75$ mm olduğunda yaklaşık 1.93 GHz'e kaymıştır. Önceki şekillerden hatırlanacağı üzere, $L = 100$



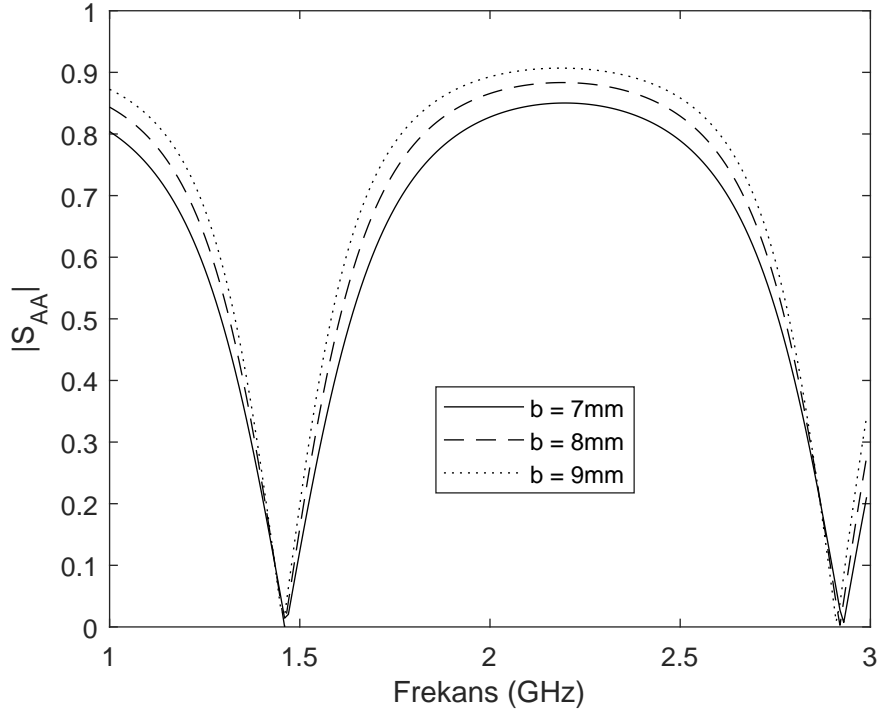
Şekil 4.5 Yansımaya katsayısının a ile değişimi ($b = 8$ mm, $L = 100$ mm).

mm iken de merkez frekans yaklaşık 1.46 GHz’de olduğuna göre, anlaşılmaktadır ki, L değeri arttıkça merkez frekansın konumu spektrumda sola kaymaktadır, bir başka deyişle, merkez frekansın değeri düşmektedir.

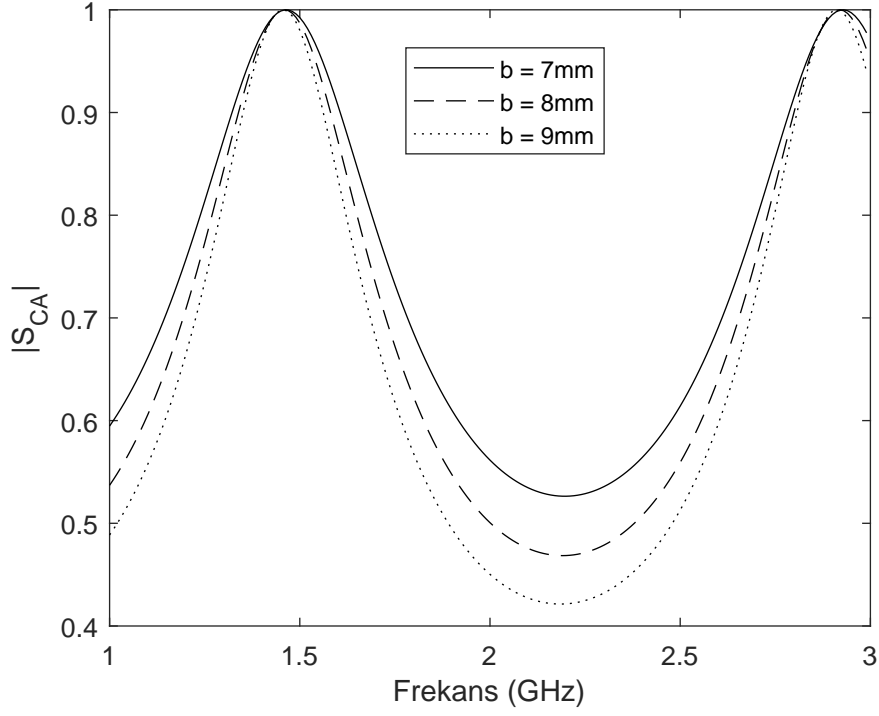
Tüm bu sayısal sonuçlar göstermektedir ki, bu yapı ile tasarlanabilecek bir bant geçiren filtrede, a ve b arasındaki farkın değiştirilmesiyle bant genişliği değiştirilebilmekte, L ’nin değiştirilmesiyle ise merkez frekansın konumu değiştirilebilmektedir. Böylece, tasarım açısından oldukça kolaylık sağlayacak bir değerlendirmeye ulaşılmıştır.



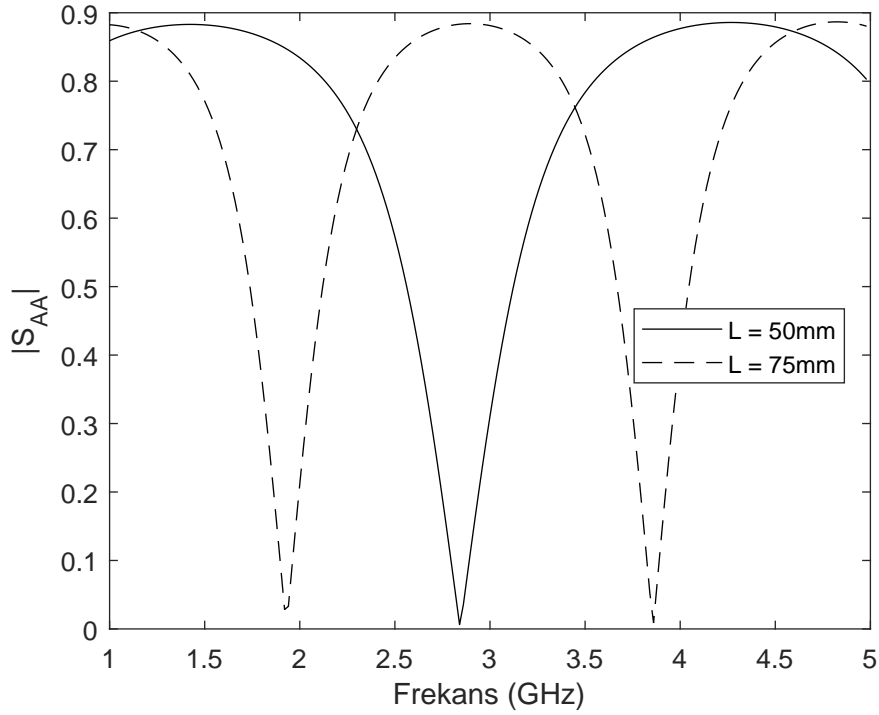
Şekil 4.6 İletim katsayısının a ile değişimi ($b = 8\text{ mm}$, $L = 100\text{ mm}$)



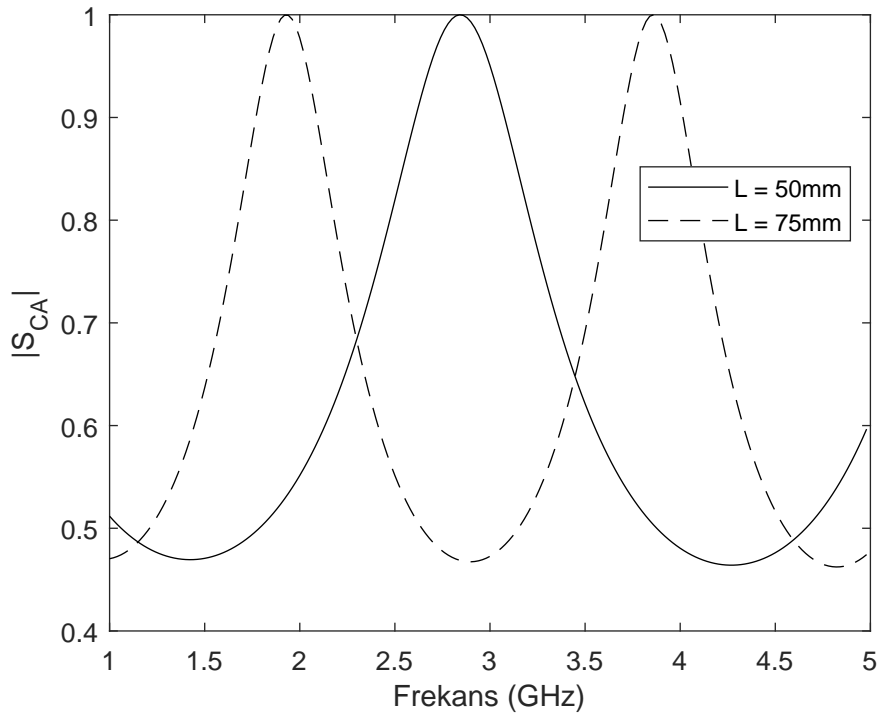
Şekil 4.7 Yansıma katsayısının b ile değişimi ($a = 2\text{ mm}$, $L = 100\text{ mm}$).



Şekil 4.8 İletim katsayısının b ile değişimi ($a = 2\text{ mm}$, $L = 100\text{ mm}$).



Şekil 4.9 Yansıma katsayısının L ile değişimi ($a = 2\text{ mm}$, $b = 8\text{ mm}$).



Şekil 4.10 İletim katsayısının L ile değişimi ($a = 2\text{ mm}$, $b = 8\text{ mm}$).

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, paralel plakalı bir dalga kılavuzunda ani alan daralmalı bir süreksizliğin saçılma katsayılarına etkileri, Mod Eşleştirme yönteminin Genelleştirilmiş Saçılma Matrisi tekniği ile birlikte kullanılması ile incelenmiştir. Söz konusu yapı matematiksel olarak cebirsel denklem sistemlerinin çözümlerine indirgenmiş ve bu denklem sistemleri MATLAB yardımıyla çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar CST Studio Suite ile yapılan simulasyon sonuçları ile karşılaştırılmış ve iki yaklaşımın uyumlu olduğu ortaya çıkartılmıştır.

Saçılma katsayılarının geometrik parametreler ile değişimi 1-3 GHz frekans aralığında incelenmiş ve bir tür bant geçiren filtre işlevi gören bu yapıda, dalga kılavuzu genişlikleri arasındaki farkın artmasıyla filtrenin bant genişliğinin azaldığı, alan daralmalı ara bölgenin uzunluğunun artmasıyla da filtrenin merkez frekansının değerinin düştüğü gözlemlenmiştir.

Bu sonuçlarla, böyle bir yapı yardımıyla, kablosuz haberleşme sistemlerinde sıklıkla kullanılan 1-3 GHz frekans bandında çalışacak bir bant geçiren filtre için, hangi parametre ile filtrenin hangi özelliğinin değiştirilebileceği anlaşılmıştır. Ayrıca, gelecekte bu yapıya kaskat olarak eklenecek başka yapılarla daha farklı tasarımların da yapılabilmesi mümkündür.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Arndt, F., Tucholke, U. ve Wriedt, T. (1984), Computer-Optimized Multisection Transformers Between Rectangular Waveguides of Adjacent Frequency Bands (Short Papers), *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 32(11): 1479–1484.
- Bornemann, J. ve Arndt, F. (1987), Modal-S-Matrix Design of Optimum Stepped Ridged and Finned Waveguide Transformers, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 35(6): 561–567.
- Bornemann, J. ve Hesari, S. S. (2017), Scattering matrix subtraction technique for mode-matching analysis of substrate integrated waveguide junctions, *2017 IEEE MTT-S International Conference on Numerical Electromagnetic and Multiphysics Modeling and Optimization for RF, Microwave, and Terahertz Applications (NEMO)*: 1–3.
- Bornemann, J. ve Taringou, F. (2011), Substrate-integrated waveguide filter design using mode-matching techniques, *2011 41st European Microwave Conference*: 1–4.
- Chu, T. S. ve Itoh, T. (1986), Generalized Scattering Matrix Method for Analysis of Cascaded and Offset Microstrip Step Discontinuities, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 34(2): 280–284.
- Chu, T. S., Itoh, T. ve Shih, Y.-C. (1985), Comparative Study of Mode-Matching Formulations for Microstrip Discontinuity Problems, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 33(10): 1018–1023.
- Eleftheriades, G. V., Ali-Ahmad, W. Y., Katehi, L. P. B. ve Rebeiz, G. M. (1991), Millimeter-wave integrated-horn antennas. I. Theory, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 39(11): 1575–1581.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Eleftheriades, G. V., Omar, A. S., Katehi, L. P. B. ve Rebeiz, G. M. (1994), Some important properties of waveguide junction generalized scattering matrices in the context of the mode matching technique, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 42(10): 1896–1903.
- Kordiboroujeni, Z. ve Bornemann, J. (2013), Mode Matching design of substrate integrated waveguide diplexers, *2013 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest (MTT)*: 1–3.
- Kordiboroujeni, Z., Bornemann, J. ve Sieverding, T. (2012a), Mode-matching design of substrate-integrated waveguide couplers, *2012 Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility*: 701–704.
- Kordiboroujeni, Z., Taringou, F. ve Bornemann, J. (2012b), Efficient mode-matching design of substrate-integrated waveguide filters, *2012 42nd European Microwave Conference*: 253–256.
- Mitra, R. ve Lee, S. W. (1971), *Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves*. MacMillan.
- Omar, A. S. ve Schunemann, K. F. (1986), The Effect of Complex Modes at Finline Discontinuities, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 34(12): 1508–1514.
- Patzelt, H. ve Amdt, F. (1982), Double-plane steps in rectangular waveguides and their application for transformers, irises and filters, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* MTI-30: 561–567.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Safavi-Naini, R. ve Macphie, R. H. (1982), Scattering at Rectangular-to-Rectangular Waveguide Junctions, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 30(11): 2060–2063.

Schorer, J. ve Bornemann, J. (2015), A mode-matching technique for the analysis of waveguide-on-substrate components, *2015 IEEE MTT-S International Conference on Numerical Electromagnetic and Multiphysics Modeling and Optimization (NEMO)*: 1–3.

Strube, J. ve Arndt, F. (1985), Rigorous Hybrid-Mode Analysis of the Transition from Rectangular Waveguide to Shielded Dielectric Image Guide, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 33(5): 391–401.

Wexler, A. (1967), Solution of Waveguide Discontinuities by Modal Analysis, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 15(9): 508–517.