

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**DOKUZUNCU SINIF ÖĞRENCİLERİNİN
CEBİR PROBLEMLERİNDEKİ SEMBOL HİSSİ
DAVRANIŞLARININ İNCELENMESİ: BİR DURUM ÇALIŞMASI**

Tuğba TAT

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Pınar ANAPA SABAN

Eskişehir, 2021

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Tuğba TAT tarafından hazırlanan **Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Cebir Problemlerindeki Sembol Hissi Davranışlarının İncelenmesi: Bir Durum Çalışması** başlıklı bu tez, **22/06/2021** tarihinde *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği*'nin ilgili maddeleri uyarınca yapılan **Tez Savunma Sınavı** sonucunda **başarılı** bulunarak, jürimiz tarafından oy birliği ile Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

<u>Görevi</u>	<u>Unvanı Adı SOYADI</u>	<u>İmza</u>
Jüri Başkanı :	Doç. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN	
Danışman :	Prof. Dr. Pınar ANAPA SABAN	
Üye :	Dr. Öğr. Üyesi Emre EV ÇİMEN	

Prof. Dr. Mustafa Zafer BALBAĞ
Enstitü Müdürü

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Cebir Problemlerindeki Sembol Hissi Davranışlarının İncelenmesi: Bir Durum Çalışması başlıklı tezin bizzat tarafımca hazırlanan, özgün bir çalışma olduğunu; bu çalışmanın tüm aşamalarında (hazırlık, veri toplama, analiz, bilgilerin sunumu ve raporlaştırma vb.) bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak hareket ettiğimi; bu çalışma kapsamında elde edilmeyen tüm veri, bilgi vb. için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara çalışmanın kaynakçasında yer verdiğimi; bu çalışmanın Eskişehir Osmangazi Üniversitesi tarafından kullanılan “Bilimsel İntihal Tespit Programı”yla tarandığını ve hiçbir “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, herhangi bir biçimde bu çalışmamla ilgili yukarıdaki beyanıma aykırı bir durumun saptanması halinde, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçların sorumluluğunu kabul ettiğimi bildiririm.

22/06/2021

Tuğba TAT

Teşekkür

Yüksek lisans eğitimim sürecinde desteğini benden esirgemeyen, bana çiçekli bir yaşam kapısı aralayan, bilgi ve tecrübeleriyle bana ışık olan, kıymetli danışman hocam Prof. Dr. Pınar ANAPA SABAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimimde bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ, Doç. Dr. Melih TURĞUT ve Dr. Öğr. Üyesi Gülay BOZKURT'a; yolum iyi ki kesişmiş dediğim değerli hocalarım Prof. Dr. Eyüp ARTVINLİ, Prof. Dr. Aytaç KURTULUŞ, Prof. Dr. Mustafa Zafer BALBAĞ ve Dr. Öğr. Üyesi Candaş UYGAN'a; yüksek lisans eğitimim boyunca kalbimden tutan, benim için yeri her zaman çok özel olan ve tez savunma sürecimde değerli görüşleriyle bana destek olan çok değerli hocam Dr. Öğr. Üyesi Emre EV ÇİMEN'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışma sürecimde çok değerli görüşleriyle bana destek olan değerli hocalarım Prof. Dr. Adnan BAKİ, Prof. Dr. Yaşar AKKAN ve Prof. Dr. Yüksel DEDE'ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez savunma sürecimde çok değerli görüşleriyle bana destek olan değerli hocam Doç. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bugünlere gelmemde üzerimde çok büyük emekleri olan, beni her zaman tüm sevgisiyle saran, elimden tutan, dağıldığımda beni toplayan, dualarıyla huzur bulmamı sağlayan, canım annem Yıldız TAT'a ve canım babam Hasan TAT'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Her zaman yanımda olduklarını bildiğim, sevgilerini her zaman kalbimde hissettiğim biricik kardeşim Tuğçe TAT'a ve canım yeğenim Dilara ÖZTÜRK'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans hayatımda Eskişehir'in bana en güzel armağanlarından biri olan canım arkadaşım, Esra AKDOĞAN'a ve yüksek lisansta aynı ortamı paylaşmaktan büyük mutluluk duyduğum canım sınıf arkadaşlarım Aslıhan, Dudu, Esra, Havva, İrem, Kübra ve Semanur'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Hayatımın en zor döneminde umutlarımın yeniden yeşerdiği şehir, Eskişehir'e...

Sevgilerimle...

İçindekiler

Teşekkür.....	i
İçindekiler	ii
Tablolar Listesi	iv
Şekiller Listesi	vi
Özet.....	1
Abstract.....	3
BİRİNCİ BÖLÜM	5
1. Giriş	5
1.1. Problem Durumu.....	7
1.2. Araştırmanın Amacı	9
1.3. Araştırmanın Önemi.....	9
1.4. Varsayımlar	12
1.5. Sınırlılıklar	12
1.6. Tanımlar	13
1.7. Kısaltmalar	14
İKİNCİ BÖLÜM.....	16
2. Kavramsal Çerçeve	16
2.1. Problem Çözme Aşamaları	16
2.1.1. Problem çözme aşamaları ile ilgili çalışmalar	19
2.1.1.1. Araştırma problemlerine/amaçlarına göre	19
2.1.1.2. Yöntemlerine göre	20
2.1.1.3. Sonuçlarına göre	21
2.2. Cebirsel Düşünme.....	23
2.2.1. Cebirsel düşünme ile ilgili çalışmalar	30
2.2.1.1. Araştırma problemlerine/amaçlarına göre	30
2.2.1.2. Yöntemlerine göre	31
2.2.1.3. Sonuçlarına göre	33
2.3. Sembol Hissi Davranışları.....	35
2.3.1. Sembol hissi davranışları ile ilgili çalışmalar.....	56
2.3.1.1. Araştırma problemlerine/amaçlarına göre	56
2.3.1.2. Yöntemlerine göre	58
2.3.1.3. Sonuçlarına göre	63

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	68
3. Yöntem.....	68
3.1. Araştırma Deseni	68
3.2. Çalışma Grubu	68
3.2.1. Öğrenci özellikleri	69
3.3. Veri Toplama Araçları	70
3.3.1. Ön görüşme soruları	70
3.3.2. Çalışma problemleri	71
3.3.3. Son görüşme soruları	73
3.4. Verilerin Toplanması	74
3.5. Verilerin Analizi.....	74
3.6. Pilot Uygulamalar	91
3.6.1. Pilot uygulama.....	92
3.7. Geçerlik ve Güvenirlik	92
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM	94
4. Bulgular	94
4.1. Ön Görüşme Sorularından Elde Edilen Bulgular	94
4.2. Çalışma Problemlerinden Elde Edilen Bulgular	96
4.3. Son Görüşme Sorularından Elde Edilen Bulgular	148
BEŞİNCİ BÖLÜM	150
5. Sonuç, Tartışma ve Öneriler	150
5.1. Sonuç.....	150
5.2. Tartışma.....	153
5.3. Öneriler	155
5.3.1. Uygulayıcılara yönelik öneriler	155
5.3.2. Araştırmacılara yönelik öneriler.....	155
KAYNAKÇA.....	157
EKLER.....	173
ÖZGEÇMİŞ	188

Tablolar Listesi

Tablo Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
2.1	Problem Çözmede Aşamalar ve Kritik Davranışlar	18
2.2	Cebirsel Düşünmenin Bileşenleri	28
2.3	Sayı Hissini ve Sembol Hissini Sergileyen Davranışların Özeti	40
2.4	Problem Çözme Aşamalarına Göre Sıralanmış Sembol Hissini Gösteren Davranışlar	43
2.5	Sembol Hissi Bileşenleri Kodlama Tablosu	45
2.6	Sembol Hissi Davranışları Gösterge Tablosu	55
3.1	Başarı Düzeylerine Göre Öğrenci Kod İsimleri	69
3.2	Çalışma Problemlerinin Literatürdeki Yeri ve Dayandığı Cebir Anlayışları	73
3.3	Veri Toplama Sürecinde Gerçekleştirilen Görüşme Süreleri	74
3.4	Polya'nın Problem Çözme Aşamalarına Göre Sembol Hissi Davranışları Kodlama Tablosu	77
3.5	Problem 1 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları	81
3.6	Problem 2 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları	82
3.7	Problem 3 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları	83
3.8	Problem 4 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları	85
3.9	Problem 5 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları	87
4.1	Problem 1 İçin Serkan'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	98
4.2	Problem 2 İçin Serkan'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	100

4.3	Problem 3 İçin Serkan'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	101
4.4	Problem 4 İçin Serkan'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	103
4.5	Problem 5 İçin Serkan'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	106
4.6	Problem 1 İçin Eda'nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	108
4.7	Problem 2 İçin Eda'nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	111
4.8	Problem 3 İçin Eda'nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	113
4.9	Problem 4 İçin Eda'nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	118
4.10	Problem 5 İçin Eda'nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	122
4.11	Problem 1 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	127
4.12	Problem 2 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	130
4.13	Problem 3 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	133
4.14	Problem 4 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	138
4.15	Problem 5 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları	145

Şekiller Listesi

Şekil Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
2.1	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	17
2.2.(a)	Sayı Örüntüsü 1	25
2.2.(b)	Sayı Örüntüsü 2	25
2.3	Cebirsel Düşünmeyi Etkileyen Bazı Hisler	29
2.4	Sayı Hissi, Sembol Hissi ve Cebirsel Düşünme Arasındaki İlişki	38
2.5	Problem Çözme Döngüsü	43
2.6	Sembol Hissi ve Temel Beceriler	48
2.7	Gestalt Bakış Açısı	48
2.8	Sihirli Kutular	49
2.9	Dikdörtgen Problemi	52
4.1	Denklem Çözme (P1, Serkan)	97
4.2	Mutlak Değeri Yalnız Bırakma (P2, Serkan)	99
4.3	Eşitsizliği Çözme (P2, Serkan)	99
4.4	Problem İçin Uygun Olduğunu Düşündüğü Denklemini İşaretleme (P3, Serkan)	101
4.5	Küçük Sayıyı Bulma (P4, Serkan)	102
4.6	Denklem Kurma (P4, Serkan)	102
4.7	Dikdörtgenin Kenar Uzunluklarını Belirleme (P5, Serkan)	105
4.8	Dikdörtgenin Alanındaki Değişimi Hesaplama (P5, Serkan)	105
4.9	Denklem Çözme (P1, Eda)	107
4.10	Eşitsizliği Çözme (P2, Eda)	110
4.11	Problem İçin Uygun Olduğunu Düşündüğü Denklemini İşaretleme (P3, Eda)	112
4.12	Ardışık Sayıları Belirleme (P4, Eda)	116
4.13	Denklem Kurma (P4, Eda)	117
4.14	Denklem Çözme (P4, Eda)	117
4.15	İki Farklı Dikdörtgen Çizme (P5, Eda)	120
4.16	Dikdörtgenlerin Alanını Yazma (P5, Eda)	121

4.17	Dikdörtgenin Kenarlarındaki ve Alanındaki Değişimi Hesaplama (P5, Eda)	121
4.18	Denklem Çözme (P1, Yıldız)	125
4.19	Denklemin Sağlamasını Yapma (P1, Yıldız)	126
4.20	Mutlak Değeri Yalnız Bırakma (P2, Yıldız)	129
4.21	Eşitsizliği Çözme (P2, Yıldız)	129
4.22	İşlemin Sağlamasını yapma (P2, Yıldız)	130
4.23	Problem İçin Uygun Olduğunu Düşündüğü Denklemleri İşaretleme (P3, Yıldız)	132
4.24	Ardışık Sayıları Belirleme (P4, Yıldız)	137
4.25	Denklem Kurma ve Çözme (P4, Yıldız)	137
4.26	Dikdörtgenin Kenar Uzunluklarını Belirleme (P5, Yıldız)	142
4.27	Dikdörtgenin Alanını Yazma (P5, Yıldız)	143
4.28	Dikdörtgenin Kenarlarındaki Değişimi Hesaplama (P5, Yıldız)	143
4.29	Dikdörtgenin Alanındaki Değişimi Hesaplama (P5, Yıldız)	144

Özet

Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Cebir Problemlerindeki Sembol Hissi

Davranışlarının İncelenmesi: Bir Durum Çalışması

Tuğba TAT

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Pınar ANAPA SABAN

2021

Amaç: Bu araştırmada dokuzuncu sınıf öğrencilerinin problem çözme aşamalarında ortaya çıkan sembol hissi davranışlarını incelemek amaçlanmıştır.

Yöntem: Araştırmada, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Gümüşhane ilinde bulunan bir devlet lisesinde eğitim öğretim gören toplam üç öğrenci araştırmanın çalışma grubunu oluşturmaktadır. Çalışmaya katılan öğrencilerin belirlenmesinde; dersi yürüten matematik öğretmenin görüşleri, cebirsel düşünme testi sonucundaki düzeyleri ve öğrencilerin matematik dersi akademik başarıları kriterleri dikkate alınmıştır. Bu kriterler dikkate alınarak akademik başarı düzeyi düşük, orta ve yüksek düzeyde olmak üzere her başarı düzeyinden bir öğrenci seçilmiştir. Veriler, öğrencilerle yapılan ön ve son görüşmelerden, ve de alanyazınında yer alan ve uzman görüşleri doğrultusunda uyarlanan beş adet çalışma probleminden elde edilmiştir. Verilerin analizi alanyazınında yer alan Polya'nın problem çözme aşamaları ve Arcavi'nin sembol hissi davranışları birleştirilerek uzman görüşü doğrultusunda hazırlanan bir analiz tablosuyla tematik kodlama kullanılarak yapılmıştır.

Bulgular: Başarı düzeyi düşük olan öğrenci temel becerilerde eksiktir, ve bu öğrenci sembolleri problemlerle ilişkilendirememiştir. Bu öğrenci problem çözme aşamalarında ise en fazla problem çözmek için plan yapma aşamasına kadar ilerleyebilmiştir. Bu öğrencinin sergilediği sembol hissi davranışları; 'sembollerle dostluk', 'sembolik ifadeleri tasarlama' ve 'sembolik ifadeleri okuma ve kullanma'dır. Başarı düzeyi orta olan öğrenci problem çözme aşamalarının tamamında sembol hissi davranışı sergilemiştir ancak bu öğrenci "geriye dönme ve çözümü kontrol etme" aşamasında yer alan 'sembol anlamlarının kontrol edilmesi' davranışını sergilememiş, bulduğu sonuçların doğruluğunu kontrol etmemiştir. Bu öğrencinin sergilediği sembol hissi davranışları 'sembollerle dostluk', 'sembolik ifadeleri tasarlama', 'sembol seçimi',

‘sembolik ifadeleri okuma ve kullanma’ ve ‘sembol bağlamı’dır. Başarı düzeyi yüksek olan öğrenci çalışma görevlerinde iyi derecede temel beceri ve cebirsel yeterlilik göstermiştir. Bu öğrenci aynı zamanda problem çözme aşamalarının hemen her adımında yüksek düzeyde sembol hissi davranışı sergilemiştir. Bu öğrencinin sergilediği sembol hissi davranışları ‘sembollerle dostluk’, ‘sembolik ifadeleri tasarlama’, ‘sembol seçimi’, ‘sembolik ifadeleri okuma ve kullanma’, ‘sembol bağlamı’ ve ‘sembol anlamlarının kontrol edilmesi’dir.

Sonuç ve Öneriler: Öğrencilerin problem çözmede ortaya çıkan sembol hissi davranışlarının incelendiği bu araştırmada alanda yapılan araştırmalara benzer sonuçlara ulaşılmıştır. Başarı düzeyi düşük olan öğrenci sembollerini okumada, anlamada ve kullanmada yetersiz olup az sayıda sembol hissi davranışı sergilemiştir. Bu öğrenci problem çözme aşamalarından olan “problem çözme planını uygulama” ve “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamalarına ilerleyememiştir. Başarı düzeyi orta olan öğrenci “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasında ‘sembollerin anlamını kontrol etme’ davranışını sergileyememiş ve problemlerin çözümünde yanılgılar yaşamıştır. Başarı düzeyi yüksek olan öğrenci problem çözme aşamalarının tamamında yüksek düzeyde sembol hissi davranışları sergilemiştir. Cebirsel düşünme düzeyi yüksek olan bu öğrencinin sembol hissi davranışlarının sayısının da yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Cebir başarısı için sembol hissi konusunun araştırılmasının ve geliştirilmesinin önemli olduğu düşüncesi araştırmanın diğer bir sonucudur. İleri araştırma önerileri kapsamında sembol hissi davranışları kodlama tablosu daha da geliştirilebilir. Farklı problem görevleriyle, farklı sınıf düzeylerinde ve cebir alanında yer alan farklı matematik konularında (fonksiyonlar, polinomlar, ikinci dereceden denklemler, denklem ve eşitsizlik sistemleri, üstel ve logaritmik fonksiyonlar, türev, integral, vs.) öğrencilerde var olan sembol hissi davranışı araştırılabilir. Bu çalışma kırsal bölgede yer alan bir okulda yapılmış olup merkezde yer alan okullarda da böyle bir çalışma yapılabilir.

Anahtar kelimeler: Sembol hissi, Sembol hissi davranışları, Polya’nın problem çözme aşamaları, Cebirsel düşünme.

Abstract

Examining the Symbol Sense Behaviors of Ninth Grade Students In the Algebra Problems: A Case Study

Tuğba TAT

Eskişehir Osmangazi University, Institute of Education

Department of Mathematics and Science Education

Advisor: Prof. Dr. Pınar ANAPA SABAN

2021

Aim: The aim of this research is to examine the symbol sense behaviors of ninth grade students during problem solving stages.

Method: In this research, the case study design, a qualitative research method, was used. A total of three students attending a public high school in the province of Gümüşhane/Turkey formed the working group of this research.

In selecting the students who participated in the research there were three criteria. These are; the views of the mathematics teacher who conducted the lesson, the levels in the algebraic thinking test results and the academic success of the students in the mathematics course. Considering these criteria, a student was selected from each level of academic achievement, low, medium and high. The data were collected from pre and post interviews with students and five study problems in the literature and adapted in line with expert opinions.

Findings: The student with the low level of achievement lacks basic skills and, this student could not associate symbols with problems. In the problem solving stages, this student was able to progress to the stage of making plans for problem solving. The symbol sense behaviors of this student are as follows: ‘friendliness with symbols’, ‘designing symbolic expressions’ and ‘reading and using symbolic expressions’.

The student with the medium level of success exhibited a symbol sense behavior in all of the problem solving stages. However, this student could not exhibit the behavior of ‘checking the meanings of symbols’ in the stage of ‘going back and checking the solution’, and did not check the accuracy of the results she found. The symbol sense behaviors displayed by this student are: ‘friendliness with symbols’,

'designing symbolic expressions', 'choosing symbols', 'reading and using symbolic expressions' and 'symbol context'.

The student with the high level of success showed good basic skills and algebraic competence in the study tasks. The symbol sense behaviors displayed by this student are: 'friendliness with symbols', 'designing symbolic expressions', 'symbol selection', 'reading and using symbolic expressions', 'symbol context' and 'controlling symbol meanings'.

Result and Suggestions: In this research, which examines the symbol sense behaviors of students in problem solving, similar results have been reached to the researches in the literature.

The student with the low level of success was insufficient in reading, understanding and using symbols, and displayed a small number of symbol sense behaviors. This student could not progress to the stages of "applying the problem solving plan" and "going back and checking the solution", which are the stages of problem solving.

The student with the medium level of success could not exhibit the behavior of "checking the meaning of symbols" during the "going back and checking the solution" stage and had mistakes in solving the problems.

The student with the high level of success exhibited high level of symbol sense behaviors in all the problem solving stages. It was concluded that this student who had a high level of algebraic thinking also had a high number of symbol sense behaviors.

Another result of the research is the idea that researching and developing the subject of symbol sense is important for algebra success. Within the scope of further research suggestions, the coding chart for symbol sense behaviors can be further developed. With different problem tasks, different grade levels and different mathematical topics in algebra (functions, polynomials, quadratic equations, systems of equations and inequalities, exponential and logarithmic functions, derivative, integral, etc.), students' symbol sense behavior can be investigated. This study was carried out in a school located in a rural area, and such a study can be done in schools located in city centers.

Keywords: Symbol sense, Symbol sense behaviors, Polya's problem solving stages, Algebraic thinking.

BİRİNCİ BÖLÜM

1. Giriş

Matematik, insanlık tarihinin en eski bilimlerinden (Ülger, 2003, s. 49). Matematik sayılarla, sayıların yazılışının ise 10.000 yıl kadar önce Yakın Doğu'da kilden yapılmış minik pullarla başlamıştır. Eski çağlardaki muhasebeciler, sayı sembolleri yerine o zamanın ambarlarını temsil eden, kilden yapılmış minik pullar kullanmışlardır. Kıl üzerindeki işaretler kesinlikle sayının ilk yazılı örnekleridir ama ilk semboller birer çizikten, sayıları çentiklerle kaydeden çetele çizgilerinden farklıdır. Bu tür işaretler içinde bilinen en eski işaret neredeyse 37.000 yıl öncesine ait olan bir babunun kalça kemiğine atılmış 29 çentiktir. Çentiklerden, pullara; pullardan günümüz matematiğine uzanan tarihi yol Mezopotamya, Çin, Eski Mısır, Hint, Yunan, Roma, Maya ve Arap toplulukları gibi birçok toplumun katkısıyla oluşmuş, uzun ve dolambaçlı bir yoldur (Stewart, 2012, s. 11-14). Matematik insanlığın ortak bir değeridir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018a). Matematik, modern bilim ve teknolojiyi geliştirmenin temeli olan, çeşitli disiplinlerde önemli bir role sahip ve insan düşüncesini geliştiren bir bilim dalıdır (Nurjanah, Kadarisma ve Setiawan, 2019, s. 372).

Russell'e göre matematik, sembol artı mantıktır (Hui, 2006). Matematik, doğal dilden, matematiksel işaretlerden, grafiklerden ve diyagramlardan oluşmuş sembolik bir sistem olup kendi başına bir dil olarak kabul edilebilir (Drouhard ve Teppo, 2004). Matematik, insanların düşünme sürecini yansıtmak, ifade etmek ve iletişim kurmak için semboller kullanır. "Sembol" kelimesi eski Yunanca kelime σύμβολον'dan türetilmiştir ve etimolojik anlamı "bir araya getirme"dir. Günümüzde ise sembol kelimesi "bir şeyi başka bir şey olarak ifade etme" anlamına gelmektedir (Kumekawa, 2020, s. 499). Sembol, matematiksel varoluşun somut örneğidir. Semboller matematiğin dilidir ve insanların problemleri ifade etmeleri, hesaplamaları, akıl yürütmeleri, iletmeleri ve çözmeleri için gerekli olan araçlardır (Hui, 2006). Sembolik ifadeler ve bu ifadelerdeki işlemler öğrenenlere dünyayı anlamak için çok önemli ve güçlü bir mercekle sağlar (Goldin, 1987).

Sembollerle akıl yürütmeye doğru ilk büyük adım problem çözme bağlamında atılmıştır. Problem çözme; analiz etme, yorumlama, akıl yürütme, tahmin etme, değerlendirme ve yansıtmaya gibi bir dizi süreci içeren önemli bir yaşam becerisi olarak kabul edilmektedir (Anderson, 2009, s. 1). Problem çözme, matematiğin kalbidir

(Altun, 2015, s. i). Problem çözmeye, matematikte ve yaşamda önemli bir yere sahiptir (Ev-Çimen, 2008, s. 9). Tarihi gelişimine bakıldığında matematiğin insanların günlük yaşamda karşılaştıkları problemleri çözmeye isteğinden doğduğu görülmektedir. Sayma, hesaplama ve ölçme gibi etkinlikler insanoğlunun ihtiyacı sonunda doğmuş ve matematiğin gelişimine katkıda bulunmuştur (Yılmaz, 2006, s. 6). Stewart'a (2012, s. 14) göre Eski Babil dönemine kadar uzanan sayısız eski metinde bir problem şöyle der: *"Bir taş buldum ama tartmadım"*. Biraz daha bilgi verdikten sonra (örneğin *"ağırlığının yarısı kadar ikinci bir taş ekleyince, toplam ağırlık 15 gin oldu"*), öğrenciden ilk taşın ağırlığını hesaplaması istenir. Bu tür problemler, sayıların harflerle temsil edildiği ve günümüzde "cebir" dediğimiz şeyin ortaya çıkmasına yol açmıştır.

Matematiğin öğrenilmesiyle ilgili olarak kendi içinde problemleri çözmek ve durumları modellemek için güçlü bir araç olan cebir matematiğin diğer pek çok bölümünün de öğrenilmesi için gereklidir ve bundan dolayı çok özel bir yere sahiptir (Lins, 1992). Arapça'dan gelen cebir (el-jabr) "kırık parçaların yeniden birleşmesi" ve "kemikleşme" anlamlarına gelmektedir (Elazzabi, 2020, s. 2). Ususkin'e (1997) göre ise cebir kendine has özellikleri olan bir dildir ve cebir dilinde akıcı olmak, kelime dağarcığını (yani semboller ve değişkenler) ve dilbilgisi kurallarını (yani matematiksel özellikleri ve kuralları) kullanma esnekliğini anlamayı gerektirir. Cebir bir dildir, cebir bir problem çözmeye aracıdır, cebir bir düşünce aracıdır, cebir bir okul dersidir (Dede ve Argün, 2003, s. 180).

Cebir alanındaki bilgi ve becerilerin artması aynı zamanda cebirsel düşünme becerilerinin de gelişimini sağlar (Yenilmez ve Teke, 2008, s. 231). Kieran'a (2004, s. 140-141) göre cebirsel düşünme aritmetikten cebire yumuşak bir geçiştir ve bu geçişin başarılı olması için (1) yalnızca sayısal cevapların hesaplanmasına değil ilişkilere odaklanma, (2) işlemlere ve bunların tersine odaklanma, (3) bir problemi sadece çözmek yerine hem temsil etmeye hem de çözmeye odaklanma, (4) tek başına sayılardan ziyade hem sayılara hem de harflere odaklanma ve (5) eşittir işaretinin anlamına yeniden odaklanma biçiminde sıralanan bir dizi önemli düzenleme gereklidir. Cebirsel düşünme, problem çözmeye, akıl yürütme, gösterimleri kullanma, değişkenleri anlama, sembolik gösterimlerin anlamını açıklama, matematiksel fikirlerin gelişimi için modellerle çalışma, gösterimler arasında dönüşüm yapma becerilerini içerir. Cebirsel düşünme, araştırmacılar ve eğitimciler tarafından matematik eğitiminin bir merkezi olarak tasvir edilmiştir (Blanton ve Kaput, 2003; Carraher, Martinez ve Schliemann

2008; Jacobs, Franke, Carpenter, Levi ve Battey, 2007; Rittle-Johnson, Matthews, Taylor ve McEldoon, 2011).

Cebirsel düşünme, gibi sayı hissi de matematik eğitiminin önemli bir konusu olarak kabul edilir ve her ikisinin de geliştirilmesi matematik öğrenimi için gereklidir (Molina ve Ambrose, 2008; Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi-National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Warren ve Cooper, 2003). Sayı hissi; zihinsel hesaplama, hesaplama tahmini, sayıların göreceli büyüklüğünün farkına varılması, parça-bütün ilişkilerinin tanınması ve problem çözme konusundaki yeterliliği ifade etmektedir (Somasundram, Akmar ve Eu, 2019, s. 101-102). Sayı hissi değişkenlerin ve eşittir işaretinin anlaşılmasına katkıda bulunur, bu da cebirsel düşüncede daha iyi performansa yol açar (Jacobs vd., 2007). Sayı hissine sahip bireyler; sayılar, işlemler ve birbirleri arasındaki ilişkiler hakkında iyi bir bilgiye sahip olup bu bilgiyi sayısal problemlerde ve sayıları içeren günlük durumlarda esnek biçimde kullanarak farklı stratejiler üretebilmektedirler (McIntosh, Reys ve Reys, 1992; Şengül ve Dede, 2014; Yang, 2003).

Uluslararası alanda yapılan araştırmalara göre (Ulusal Araştırma Konseyi-National Research Council [NRC], 1989); ortaokul matematiğin temel hedefi sembol hissini geliştirmek ve sayı hissini geliştirmeye devam etmek olmalıdır (Keller, 1993). Sayıların anlamlandırılması, değişkenlerin anlaşılmasına yani sembol hissine katkıda bulunur (Jacobs vd., 2007). Sayı hissini mantıksal bir uzantısı, sembol hissidir (Pierce ve Stacey, 2001). Sembol hissi, aritmetik için "sayı hissini" ne anlama geldiğini cebir etmektir yani temel işlemleri planlarken ve gerçekleştirirken genellikle arka planda rol oynayan bir tür cebirsel uzmanlıktır. Sembol hissi sembollere, ifadelere, formüllere anlam verme ve önemli yapıları görme yeteneğini ifade eder (Arcavi, 1994; Arcavi, 2005; Drijvers, 2003). Sembol hissi sembollerin kullanılabileceği durumların anlaşılmasıdır. Sembol hissini geliştirmek, öğrencilerin soyutlama ve genelleme becerilerini geliştirmenin önemli bir yoludur (Hui, 2006). Bu açıdan sembol hissine gereken önemin verilmesi ve uygulamalara da yansması beklenmektedir. Bu kapsamda ilerleyen başlıkta araştırmanın problem durumuna ilişkin bilgi verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Toplumun ihtiyaç duyduğu matematik değiştikçe, öğrencilerin matematiği nasıl öğrendikleri hakkındaki bakış açıları da değişmektedir (Keller, 1993). Matematiğe değer veren, matematiksel düşünme gücü gelişmiş, matematiği modelleme ve problem

çözmede kullanabilen bireylere her zaman olduğundan daha çok ihtiyaç duyulmaktadır. (MEB, 2018b). Matematik öğretiminin amacı öğrencilerin bir dizi niceliksel mercekle sayesinde dünyayı nasıl göreceklarını öğrenmelerine yardımcı olarak dünyayı anlamak için güçlü bir yol sağlamak, elde ettikleri bilginin ışığını bu mercekler sayesinde yansıtır ve daha gelişmiş ve güçlü mercekler oluşturmayı öğrenmek ve bu merceklerin kültürün gelişimindeki önemini kabul etmektir (Confrey, 1990, s. 110-111).

Gözen'e (2001) göre matematik kaba çizgilerle aritmetik, cebir ve geometriden oluşan bir bilim dalıdır. Cebir ise aritmetik ve geometri arasındaki boşlukta yaşayan, aritmetik ve geometrik nesnelerin özlerini soyutlayan ve bir tür gerçeklikten diğerine bir dönüşüm aracı sağlayan güçlü ve ifade edici bir ortamdır (Rogers, 2002, s. 577). Cebir genellikle yüksek matematiğe açılan kapı olarak tanımlansa da birçok öğrenci bu kapıdan başarıyla geçememektedir (Somasundram, 2018; Swangrojn, 2003). Cebirde başarı dünya çapında bir sorundur ve birçok öğrencinin özellikle yapıyı görme ve soyut sembollerle cebirsel formülleri anlamlandırma gibi cebirle ilgili ciddi bilişsel sorunları vardır (Arcavi, Drijvers ve Stacey, 2017; Drijvers, Goddijn ve Kindt, 2011; Kieran, 2006). Dede ve Argün (2003) tarafından yapılan araştırma sonuçları da, gerek ulusal alanda gerekse uluslararası alanda öğrencilerin cebiri anlama konusunda büyük zorluklar yaşadığını bir kez daha ortaya koymuştur. Öğrencilerin cebir öğrenirken yaşadığı zorluklar en az iki kaynaktan gelmektedir. Birincisi, cebir öğrenmek, öğrencilerin önceki deneyimlere tamamen yabancı olan matematiksel sembollerin dilini öğrenmelerini gerektirir. Bu nedenle, öğrencilerin cebir öğrenirken sembollerini anlamasına ihtiyaç vardır. İkincisi, cebir, öğrencilerin soyut akıl yürütme ve problem çözme geliştirmelerini gerektiren bir derstir (Kusaeri, 2012). Öğrencilerin cebiri öğrenebilmeleri için, sembollerin kullanımı hakkında daha derin bir anlayışa sahip olmaları gerekir, bu derin anlayışa "sembol hissi" denir (Darojaturrofiah, 2017). Sembol hissini kazanılması, cebir başarısı için önemli bir konu olarak görülmektedir (Bokhove ve Drijvers, 2010; Van Stiphout, Drijvers ve Gravemeijer, 2013). Sembol hissi cebirin kalbinde olmalı ve cebir öğretimi buna yönelik olmalıdır (Arcavi, 1994, s. 33).

Matematiksel problemlerin çözümleri; semboller, diyagramlar veya diğerleri şeklinde temsil edilir. Sembol hissi, yalnızca cebir kavramına atıfta bulunmakla kalmaz, aynı zamanda matematiksel bir problemi çözerken gerekli olan temel bir unsur olarak, çeşitli işaretlere bakmanın sezgisel bir hissini ifade eder (Arcavi, 1994, s. 32). Matematiksel düşüncede ve dolayısıyla matematik eğitiminde problem çözmenin önemi açıkça vurgulanmıştır (Doorman, vd. 2007, s. 405). Problem çözme becerisini oluşturan

davranışların matematik başarısını olumlu yönde etkilediği bilinmektedir. Problem çözmenin değerlendirilmesi çalışmalarına ağırlık verilmeli, özellikle problem çözme sürecini ve bu süreçteki öğrenci davranışlarını ölçme tekniklerini geliştirici çalışmalar yapılmalıdır. Bu çalışmalar, problem çözme sürecinde öğrencilerin hangi zihinsel süreçlerden geçtiklerini daha ayrıntılı biçimde görülmesi bakımından yarar sağlayacak; dolayısıyla problem çözme öğretimi etkinliklerine ışık tutacaktır (Özsoy, 2005, s. 189). Problem çözmede en çok kabul gören model Polya'nın (1945) problem çözme modelidir ve sembol hissi, matematik problemlerini anlamada önemli bir role sahiptir (Rini, Hussen, Hidayati ve Muttaqien, 2021).

İlgili alanyazın incelendiğinde, cebir başarısı için problem çözmede ortaya çıkan sembol hissi davranışları ile ilgili çalışmalara (Arcavi 1994; Darojaturrofiah, 2017; Kenney, 2008; Rini vd., 2021; Somasundram, 2018) önem verildiği görülmektedir. Bu önemden hareketle, bu çalışmada öğrencilerin sembol hissi davranışları Polya'nın problem çözme aşamaları olan problemi anlama, problemi çözmek için plan yapma, belirlenen planı uygulama ve elde edilen çözümü kontrol etme aşamalarına göre incelenmiştir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Çalışmanın amacı dokuzuncu sınıf öğrencilerinin problem çözme aşamalarında ortaya çıkan sembol hissi davranışlarını incelemek olarak belirlenmiştir. Bu amaç doğrultusunda araştırmanın problem cümlesi “dokuzuncu sınıf öğrencilerinin problem çözme aşamalarında ortaya çıkan sembol hissi davranışları nelerdir?” olarak ifade edilmiştir.

Araştırmanın amacına ve problem cümlesine uygun olarak oluşturulmuş alt problemi aşağıdaki gibi verilebilir:

- Düşük, orta ve yüksek olmak üzere farklı başarı düzeylerindeki dokuzuncu sınıf öğrencilerinin sembol hissi davranışları Polya'nın problem çözme aşamalarına göre nelerdir ?

1.3. Araştırmanın Önemi

Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması-International Study of Mathematics and Science Trends [TIMMS] ve International Student Assessment Program-Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı [PISA] gibi uluslararası ölçekli sınavlarda matematik alanında başarılı olan Singapur, Hong Kong, Yeni Zellanda gibi

lkeler başta olmak üzere birçok ülkenin matematik ğretim programında öğrenciler, ilkokulda aritmetik, geometri ve veri işlemeyi öğrendikten sonra cebir öğrenmeye başlarlar. Cebir aritmetiğın sembolik yüzüdür (Tabach ve Friedlander, 2003). MacGregor ve Stacey’e (1999) göre, aritmetik dili cevaplara, cebir dili ilişkilere odaklanır. Cebir, aritmetiğı genelleştirmek için semboller kullanır. Aritmetikten cebire yumuşak bir geçiş, okul matematiğının merkezinde yer alan gelecekteki cebir öğrenimini de etkileyecektir (Naidoo, 2009). Ülkemizde uygulanan Matematik Dersi ğretim Programlarında okul cebiri öğrenme alanına ilişkin kazanımlar ilk olarak ortaokul altıncı sınıfta yer almaktadır (MEB, 2018b). Bu aşamada öğrenciler komut sayılarla çalışmaktan, özelliklerinden ve işlemlerinden genellemeler, özellikler ve denklem çözme için sembollerin girişine geçiş yaparlar ve öğrencilerden sembolik ifadelerin söz dizimini öğrenmeleri ve uygulamaları beklenir (Tabach, Arcavi ve Hershkowitz, 2008). Öğrenciler sembollerin anlamlarını esnek bir şekilde kavrayamazlarsa sembollerini soyutlamada çok da başarılı olamazlar (Arcavi, 1994, s. 32).

Okul cebiri “harflerin” yani günümüzde genellikle kullanılan ismiyle *değışkenlerin* ve *işlemlerin* anlaşılmasıyla ilgilidir (Ususkin, 1999, s. 7). Cebirde başarılı olabilmek için sağlam bir değışken kavramı oluşturulmalıdır. Bunun için öğrencilerin harfleri *bilinmeyen* veya *genellenmiş sayı*, bir başka ifade ile “*değışken*” olarak yorumlaması gerekir. Değışkeni genellenmiş sayı olarak düşünmek, harflerin sayıların bütün özeliklerini taşıdığını ve sayılarla yapılabilecek bütün işlemlerin harflerle de yapılabileceğini bilmeyi gerektirir. Fakat Herscovics ve Linchevski (1994, s. 59) ğrencilerin değışkeni genellenmiş sayı olarak görmelerine rağmen işlem yapmakta zorlandıklarını tespit etmiştir. Bu bilişsel zorluk da aritmetikten cebire geçişteki “bilişsel boşluk” olarak nitelendirilmiştir. Aritmetik ve cebir arasındaki boşluğu anlamlı bir şekilde kapatmak için cebir öğrenimine farklı yaklaşımlar önerilmiştir. Bu tür yaklaşımlar, "sayısal ve geometrik kalıpların ve sayısal ilişkileri düzenleyen yasaların genelleştirilmesi, problem çözme, somut modellerin kullanımıyla desteklenen denklem çözme, işlevsel durumların tanıtımı ve fiziksel ve matematiksel olayların modellenmesini" içerir (Bednarz, Kieran ve Lee, 1996, s. 3). Cebir, temel becerilerde ustalaşmayı ve daha fazlasını, bir problemin üstesinden gelmek için mantıklı bir strateji seçmeyi, bir model oluşturmayı, çözüm sürecini gözden geçirmeyi, sonraki adımları akıllıca seçmeyi, ifadelere küresel olarak bakmayı, ilgili ve daha az ilgili özellikleri ayırt etmeyi, sonuçları anlamlı yorumlamayı gerektirir. Kemme (2002), bu tanıma

cebirsel akıl yürütme demektir (Drijvers, 2012). Profesyonel literatürde ise bu tanıma *sembol duyarlılığı* veya *sembol hissi* denir (Arcavi, 1994; Drijvers, 2003).

Fey (1990), sayı hissine paralel bir kavram olan sembol hissini, problem çözmede *sayı hissi*, *işlev hissi* ve *grafik hissi* gibi diğer hislerle etkileşimi nedeniyle tanımlamanın zor olduğunu belirtmektedir. Arcavi (1994, s. 32) ise sembol hissini sayı hissi, fonksiyon hissi, grafik hissi, vb. matematik hisleriyle beslenip büyüyeceğini belirtmektedir. Sembol hissi, sembollerin “ne zaman ve nasıl” kullanılacağına dair çok genel bir kavramla ilgilidir (Arcavi, 1994, s. 31). Arcavi (1994, s. 24) sembol hissi kavramıyla ilgili açık bir tanım yapmak yerine sembol hissi örneklerini içeren davranışları tanımlamaya ve tartışmaya odaklanmanın daha makul olduğunu belirtmiştir. Arcavi'ye (1994; 2005) göre sembol hissi davranışlarının ana bileşenleri; “sembollerle dostluk”, “sembolik ifadeleri okuma ve kullanma”, “sembolik ifadeleri tasarlama”, “sembollerin seçimi”, “bir prosedürün uygulanması sırasında sembol anlamlarının kontrol edilmesi”, ve “sembol bağlamı”dır. Sembol hissindeki bir eksiklik, temel becerilere, yeni öğrenilen yöntemlere ve sembolik temsillere aşırı güvenerek zayıf başarıya yol açar (Eisenberg ve Dreyfus, 1994; Kieran, 2006; Knuth, 2000; Pierce ve Stacey, 2007). Ancak sembol hissini nasıl doğru bir şekilde öğretileceği açık değildir (Arcavi, 2005; Hoch ve Dreyfus, 2005). Sembol hissini geliştirmek eğitici bir zorluktur (Kop, Janssen, Drijvers ve Van Driel, 2020).

Konu ile ilgili alanyazın incelendiğinde uluslararası alanda sembol hissi üzerine yapılan araştırmalar, *sembol hissini çağrışımlarını ve bileşenlerini içeren teorik çalışmalara* (Arcavi, 1994; Arcavi, 2005; Bergsten, 1999; Fey, 1990; Fuadiah, 2016; Jupri ve Sispiyati, 2020; Keller, 1993; Kinzel, 2001; Yu-xin, 2002; Zhu, Hu ve Ma, 2017), *matematik eğitiminde sembol hissi ile ilgili yapılan uygulamalara* (Henderson, Rasmussen, Zandieh, Wawro ve Sweeney, 2010; Kenney, 2008; Kop vd., 2020; Lamb vd., 2012; Naidoo, 2009; Pope ve Sharma, 2001; Sharma, 2000; Sugilar, Kariadinata ve Sobarningsih, 2019; Thompson, Cheepurupalli, Hardin, Lienert ve Selden, 2010; Turşucu, Spandaw ve de Vries, 2018; Rini vd., 2021) ve *öğrencilerde sembol hissini gelişimini sağlayabileceği düşünülen teknolojik araçlar kullanılarak yapılan çalışmalara* (Bokhove, 2010; Bokhove ve Drijvers, 2010; Gierdien ve Olivier, 2013; Keller, 1993; Kenney, 2008; Papadopoulos, 2019; Pierce ve Stacey, 2004) odaklanmaktadır.

Sembol hissi ile ilgili olarak alanyazınında yapılan çalışmalar sınıf düzeyine göre incelendiğinde ise; *ilkokul düzeyinde* (Lamb vd., 2012; Papadopoulos, 2019),

ortaokul düzeyinde (Cho ve Song, 2010; Tabach vd., 2008), *lise düzeyinde* (Kop vd., 2020; Pope ve Sharma, 2001) ve *lisans düzeyinde* (Henderson vd., 2010; Kenney, 2008; Pierce ve Stacey, 2004) çalışmalara ulaşılmıştır. Ortaokuldaki öğrenciler sembol hissiyle, yani genellikle sembollerle başa çıkma ve cebirsel formüllerin yapısını tanımada mücadele ederler. Öğrencilerin ortaokul seviyesinde cebir öğrenmede zorluk yaşadıklarında, bir sonraki seviyede cebiri öğrenirken de zorluk yaşama olasılığı yüksektir (Darojaturrofiah, 2017).

Ortaokuldan liseye geçişteki ilk basamak olan dokuzuncu sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen ve öğrencilerin problem çözme aşamalarında ortaya çıkan sembol hissi davranışlarını incelemeyi amaçlayan bu çalışmanın; ulusal ve uluslararası alanda sembol hissiyle ilgili yapılan araştırmaların genişletilmesi, sembol hissini analiz ve değerlendirme çerçevesinin oluşturulması; sembol hissi ilgili teorik bilgilere katkıda bulunulması, sembol hissi ile ilgili olarak öğretmen uygulamalarına bilgi vermesi ve matematikte sembol hissini geliştirmek için destek sunmaya katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Ayrıca konu ile ilgili alanyazın incelendiğinde, dokuzuncu sınıf öğrencilerinin sembol hissi davranışlarının problem çözme aşamalarına göre incelendiği ulusal kaynaklı bir çalışmaya ulaşılamamıştır. Alanyazındaki bu boşluğu gidermek, matematik eğitime katkıda bulunmak amacıyla, bu çalışmada Arcavi'nin (1994) sembol hissi davranışlarını içeren bileşenlerin Polya'nın (1945) problem çözme aşamalarıyla uzman görüşü doğrultusunda birleştiği bir çerçevede dokuzuncu sınıf öğrencilerinin problem çözmede ortaya çıkan sembol hissi davranışları incelenmiştir. Araştırmanın varsayım ve sınırlılıklarına, konu ile ilgili tanımlara ve araştırmada geçen kısaltmalara aşağıda yer verilmiştir.

1.4. Varsayımlar

Araştırmada kullanılan etkinliklerdeki problemlerle ilgili uzman görüşlerinin yerinde ve yeterli olduğu kabul edilmiştir. Görüşmeler sırasında öğrencilerin kendilerine yöneltilen sorulara objektif ve doğru cevap verdikleri varsayılmıştır.

1.5. Sınırlılıklar

Bu bölümde araştırmanın konu, örneklem, veri toplama araçları bakımından sınırlılıklarına yer verilmiştir.

- Araştırmanın pilot çalışması 2019-2020 ve araştırmanın kendisi ise 2020-2021 eğitim-öğretim yılı ile sınırlıdır.
- Çalışmanın dokuzuncu sınıflarla ve belirlenen beş adet problemle yapılması çalışmanın sınırlılıklarından biridir.
- Araştırma dokuzuncu sınıf seviyesinde öğrenim gören düşük, orta ve yüksek akademik başarıya sahip üç öğrenci ile sınırlıdır.
- Araştırmada öğrencilerin problem çözme aşamalarının Polya modeline göre incelenmesi ve öğrencilerin problem çözme aşamalarında sadece sembol hissi davranışlarının incelenmesi çalışmanın diğer sınırlılıklarından biridir.
- Araştırmanın kırsalda yer alan bir devlet okulunda gerçekleştirilmesi çalışmanın sınırlılıklarından biridir.
- Araştırma sorusu üretme ve veri toplamaya yönelik kazanımlar bu araştırmanın kapsamı dışındadır.
- Araştırmanın bulguları öğrencilerin verdikleri bilgiler ve süreç boyunca toplanan verilerle sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Problem Çözme: Alanyazınında problem çözme ile ilgili farklı tanımlar yer almaktadır. Bu çalışmada yer alan problemlerin analizi Polya'nın problem çözme aşamalarına göre yapıldığı için operasyonel tanım olarak Polya'nın bahsettiği problem çözme tanımı kullanılmıştır. "Problem çözme", bir zorluktan çıkış yolu bulmak, bir engelin etrafından dolaşmak, hemen ulaşılamayan bir amaca ulaşmak demektir (Polya, 1945, s. v.).

Sembol Hissi: Alanyazınında "symbol sense" kavramı ile ilgili farklı tanımlar yer almaktadır (Arcavi, 1994; Fey, 1990; Keller, 1993). "Symbol Sense", 'sembol hassasiyeti/sembol algısı/sembol ustalığı/sembol duygusu/sembol duygusu' anlamlarına gelmektedir (Darojaturrofiah, 2017). Sayı hissinin mantıksal bir uzantısı, sembol hissidir (Pierce ve Stacey, 2001, s. 141); sembol hissi, aritmetik için "sayı hissinin" ne anlama geldiğini cebir etmektir (Arcavi, 1994) gibi tanımlardan da yola çıkarak bu çalışmada "symbol sense" kavramı "sembol hissi" olarak kullanılmıştır. Bu çalışmada öğrencilerde ortaya çıkan sembol hissi Arcavi'nin sembol hissi tanımı ile açıklandığı için operasyonel tanım olarak Arcavi'nin sembol hissi tanımı kullanılmıştır. "Sembol

hissi” sembollerle ilgili hızlı veya doğru bir değerlendirme, anlayıştır (Arcavi 1994, s. 31).

Başarı: Başarı, okul ortamında belirli bir ders ya da akademik programlardan bireyin ne derece yararlandığının bir ölçüsü ya da göstergesidir (Dane, Kudu ve Balkı, 2009, s. 19). Bu çalışmada “başarı” tanımı operasyonel tanım olarak “başarı düzeyi” şeklinde ifade edilmiş olup öğrencilerin başarı düzeyleri; a) dersi yürüten matematik öğretmenin görüşleri, b) cebirsel düşünme düzeyleri testi sonucundaki düzeyi ve c) öğrencilerin matematik dersi akademik başarısı dikkate alınarak belirlenmiştir.

Cebir: Cebir, belirli türden sayısal problemleri çözmek için kullanılan, nicelikler arasındaki ilişkilerin genelleştirildiği bir dildir (Ususkin, 1995, s. 33).

Değişken: Cebirsel ifadelerde kullanılan sayıları temsil eden harflere denir (MEB, 2018b, s. 61).

Cebirsel Düşünme: Değişkenler arasındaki ilişkileri açık hale getirmeyi destekleyen nicel durumlar hakkında düşünmedir (Driscoll, 1999).

Sembol: Bir sayıyı, bir işlemi veya bir insan düşüncesini temsil eden bir harf, sayı veya işarettir (Darojaturrofiah, 2017).

His: Duygu, duyu, sezgi, sezme anlamlarına gelmektedir (Türk Dil Kurumu [TDK], 2020).

1.7. Kısaltmalar

CAS: Computer Algebra System (Bilgisayar Cebir Sistemi)

CSMS: Concepts in Secondary Mathematics and Science (Ortaöğretim Matematik ve Fen Bilimleri Kavramları)

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

NRC: National Research Council (Ulusal Araştırma Konseyi)

OECD: Organization for Economic Co-operation and Development (Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü)

PISA: International Student Assessment Program (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)

SHD: Sembol Hissi Davranışı

SHDG: Sembol Hissi Davranışı Göstergesi

TIMMS: International Study of Mathematics and Science Trends (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)

İKİNCİ BÖLÜM

2. Kavramsal Çerçeve

Bu bölümde çalışmanın kavramsal çerçevesini oluşturan “problem çözme aşamaları”, “cebirsel düşünme” ve “sembol hissi davranışları” kavramları için alanyazından hareketle oluşturulan içeriğe yer verilmiştir.

2.1. Problem Çözme Aşamaları

Polya’ya (1945) göre problem, belirsizliği ortadan kaldırmak için bilinçli bir şekilde atılması gereken uygun adımı aramak fakat istenene ulaşamamaktır. Problem; karmaşık ya da sonucu belirsiz bir soru, araştırma, tartışma ya da bir düşünme meselesidir (Özsoy, 2005, s. 180). Dewey’e (1991) göre problem insan zihnini karıştırarak belirsizliğe yol açan durumdur (Baykul, 2014). Baki’ye (2006) göre ise problem, bireyde rahatsızlık uyandıran, buna bağlı olarak kendi bilgi ve deneyimlerini kullanarak bireyi çözüm aramaya yönlendiren bir kavramdır. Bir durumun problem olması için sahip olması gereken üç özellik; insan zihnini karıştırması, çözümüne ihtiyaç duyulması ve karşılaştıran için yeni bir durum olması olarak belirtilebilir (Ev-Çimen, 2008, s. 38).

Problemler rutin (sıradan) ve rutin olmayan (sıra dışı) problemler şeklinde sınıflandırılabilirler. Rutin problemler, günlük yaşamda sıkça karşılaşılan kar-zarar, yol-zaman hesabı daha çok dört işlem becerilerini gerektiren ve bunların bilinip doğru kullanılmasıyla çözülen problemlerdir (Altun, 2008). “*Okulumuzun matematik dersi başarı ortalaması kaçtır?*” gibi problemler rutin problemlere örnek olarak verilebilir. Rutin olmayan problemler ise çözümleri, işlem becerisinin ötesinde, verileri organize etme, sınıflandırma ve ilişkileri görme gibi becerilere sahip olmayı ve bir takım eylemleri arka arkaya yapmayı gerektiren problemlerdir (Zhu ve Fan, 2006). Örneğin, “*Bir adam bir yarışmadan bir kurt, bir kuzu ve bir tutam ot kazanır. Bunlarla bir sal yardımıyla nehri geçmesi gerekir. Ancak sala kendisi ile birlikte bunlardan yalnız birini alabilir. Adam yanlarında olmadığına göre kuzuyu kurda, otu kuzuya yedirmeden karşı kıyıya nasıl geçilebilir? Açıklayarak gösteriniz.*” problemi rutin olmayan bir problemidir (Yazgan ve Arslan, 2017, s. 26).

Schoenfeld (1992), problem ve problem çözme terimlerinin uzun bir süre birbiriyle çelişen ve çok anlamlı olarak kullanıldığını belirtmiştir. Polya'ya (1962) göre problem çözme insan olmanın bir özelliğidir. Problem çözme, zekanın özel başarısıdır ve zeka, insanlığın özel armağanıdır. Problem çözme, en karakteristik olarak insan etkinliği olarak kabul edilebilir (Polya 1962, s. v.). Problem çözme sadece matematik öğrenmenin bir amacı değil aynı zamanda onun temel bir aracı olup matematik öğrenmenin temel bir parçasıdır (NCTM, 2000). Problem çözme öğrenme için güçlü ve etkili bir araçtır. Çeşitli alanlarda problem çözme becerilerini uygulayabilmek birçok ülkede önemli bir eğitim hedefidir ve (Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü-Organization for Economic Co-operation and Development [OECD], 2003) tarafından belirtildiği gibi, bu yetkinlikler topluma etkin katılımın ve kişisel ve mesleki yaşamda yeteneklerin geliştirilmesinin temelidir (Doorman vd., 2007, s. 405). Baykul'a (1996, s. 60) göre matematik problemleri de dahil olmak üzere her problem ayrı çözüm yolu gerektirse de genel olarak matematik problemlerini çözmeye bazı adımlar olduğu sonucuna varılmıştır (Akt. Özsoy, 2005, s. 180-181). Bu adımlar:

1. Problemin anlaşılması,
2. Problemden verilenler ve istenen (ya da istenenler) arasında matematiksel ilişkilerin kurulması, çözüm için gerekli matematik cümlesinin yazılması, başvurulacak işlemlerin belirlenmesi,
3. İşlemlerin yapılması,
4. Sonucun doğru olup olmadığının kontrol edilmesi, şeklindedir.

Bu adımlardan problem çözmenin, öğrencilerin bilgi, beceri ve anlayışlarını kullanarak bir problemi çözmek için yürüttüğü süreç olduğu sonucuna varılabilir. Problem çözme konusunda en çok kullanılan teorilerden biri de Polya'nın problem çözme teorisidir. Polya'ya (1945) göre problem çözme; problemi anlama, plan yapma, uygulama ve tekrar kontrol etme olmak üzere 4 aşamadan oluşmaktadır (bkz. Şekil 2.1).



Şekil 2.1. Polya'nın Problem Çözme Aşamaları

1. *Problemi Anlama*: İlk adımda problem mümkün olduğu kadar iyi okunmalı ve anlaşılmalıdır. Bu aşamada verilen problemde neyin bilindiğini, neyin sorulduğu ve verilen problemi çözmek için şartların yeterli olup olmadığı belirlenmelidir.

2. *Problemi Çözmek İçin Plan Yapma*: Problemi çözmek için plan yapma fikri yavaş yavaş ya da deneme yanılma sonrasında aniden ortaya çıkabilir. Bu aşamada verilenler-istenenler arasındaki ilişki gösterilmeli ve problemin çözümünde kullanacak strateji ve yöntem belirlenmelidir.

3. *Belirlenen Planı Uygulama*: Bu aşamada belirlenen plan uygulanır. Gerekli tablolar hazırlanır, grafik ve şekiller çizilir, formüller uygulanır ve kurulan denklemler çözülerek sonuca ulaşılmaya çalışılır.

4. *Elde Edilen Çözümü Kontrol Etme (Geriye Dönüp Bakma)*: Bu aşamada elde edilen çözümü kontrol eden veya test eden bir refleks ortaya çıkar. Bu sayede problemlere verilen yanlış cevaplar düzeltilebilir.

Polya'nın (1945) belirttiği Şekil 2.1'de yer alan problem çözmedeki dört aşama göz önüne alınarak problem çözmedeki kritik davranışlar belirlenmiş ve bunlar uzmanlar (Erden, 2000; Baykul, 1996 ve Tertemiz, 1994) tarafından Tablo 2.1'deki gibi özetlenmiştir (Akt. Özsoy, 2005, s. 181).

Tablo 2.1

Problem Çözmede Aşamalar ve Kritik Davranışlar

Aşamalar	Davranışlar
1. Problemi anlama	a. Problemde verilen ve istenenleri söyleme/yazma. b. Problemi kendi ifadesiyle söyleme/ yazma. c. Probleme uygun şekil/ şema çizme.
2. Problemin çözümü için bir plan yapma	a. Problemin çözümünde kullanılacak matematik cümlesini yazma. b. Problemin sonucunu tahmin etme.
3. Çözüm planını uygulama	a. Problemin çözümünde kullanılacak işlemleri yapma.

Tablo 2.1 (Devam)

Problem Çözmede Aşamalar ve Kritik Davranışlar

Aşamalar	Davranışlar
4. Geriye dönme ve çözümü kontrol etme	a. Problemin çözümünde başvurulmuş işlemlerin sağlanmasını yapma. b. Problemin sonucunu tahmin edilenle karşılaştırarak sonucun doğru olup olmadığını nedenleri ile söyleme/ yazma

Araştırmanın bir sonraki bölümünde çalışmanın amacına uygun olarak “problem çözme aşamaları” ile ilgili çalışmalardan bahsedilmektedir.

2.1.1. Problem çözme aşamaları ile ilgili çalışmalar

Problem çözme aşamaları ile ilgili olarak ulusal ve uluslararası alanyazınında yapılan çalışmalar bu araştırmanın daha tutarlı yapılabilmesi için araştırma problemlerine/amaçlarına, yöntemlerine ve sonuçlarına göre ayrılmış ve bu başlıkların her biri ile ilgili bilgilere ayrı ayrı yer verilmiştir.

2.1.1.1. Araştırma problemlerine/amaçlarına göre

Ulusal ve uluslararası alanyazınında problem çözme aşamaları ile ilgili yapılan çalışmalarda belirlenen araştırma problemlerinin/amaçlarının ayrı bir başlık altında verilmesinin yapılan bu çalışmaya daha iyi yön vereceği düşünülmüştür. Bu nedenle alanyazınında yer alan çalışmalar, araştırma problemlerine/amaçlarına göre şunlardır:

- Özsoy (2005) yaptığı çalışmada, ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme beceri testindeki; problemi anlama, plan yapma, planı uygulama ve kontrol etme puanları ile matematik başarı testi puanları arasındaki ilişkiyi incelemiştir.
- Yeşilova'nın (2013) araştırmasının amacı, matematik başarı düzeyinin problem çözme başarısını nasıl etkilediğini araştırmak, matematik başarıları ortalamasının altında ve ortalamasının üstünde olan öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejilerinin neler olduğunu belirlemek ve problem çözerken öğrencilerin sergiledikleri problem çözme davranışları arasındaki benzerlik ve farklılıkları keşfetmek ve problem çözme başarısını etkileyen faktörleri araştırmaktır.

- Gökkurt, Örnek, Hayat ve Soylu (2015) tarafından yapılan çalışmanın katılımcılarını iki farklı ortaokulda öğrenim gören 69 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmanın amacı, alternatif değerlendirme yaklaşımına dayalı olan aşamalı puanlama ölçeği ile Polya (1997)'nin tanımlamış olduğu dört aşamadan oluşan (problemi anlama, çözüm için plan hazırlama, planı uygulama, değerlendirme) problem çözme süreçlerini ve problem kurma becerilerini incelemektir.
- Netriwati (2016) çalışmasında, öğrencilerin matematik problemlerini çözme yeteneklerini incelemeyi amaçlamıştır.
- Dölek'in (2018) çalışmasının amacı ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme ve kurma becerilerini incelemektir.
- Akten'in (2019), ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel problemleri çözme ve kurma süreçlerini incelemeyi ve bu süreçlerde öğrencilerin kullandıkları adımları ortaya koymayı amaçlayan bu çalışmasının araştırma problemleri şu şekildedir: (1) İlkokul dördüncü sınıf öğrencileri bir problemi çözerken problem çözme adımlarını kullanıyorlar mı?, (2) İlkokul dördüncü sınıf öğrencileri problem çözme adımlarından hangilerini gerçekleştirmekte ve hangilerini yeterince gerçekleştirememektedir?
- Umurbek'in (2020) araştırmasının amacı, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme sürecini incelemektir.
- Widiyaningsih, Zaenuri ve Dwijanto (2020) çalışmalarında, van Hiele'nin farklı geometrik düşünme düzeylerinde bulunan öğrencilerin problem çözme yeteneklerini incelemeyi amaçlamışlardır.

2.1.1.2. Yöntemlerine göre

Ulusal ve uluslararası alanyazınında problem çözme aşamaları ile ilgili yapılan çalışmalarda belirlenen yöntemlerin ayrı bir başlık altında verilemesinin yapılan bu çalışmaya daha iyi yön vereceği düşünülmüştür. Bu nedenle alanyazınında yer alan çalışmalar, yöntemlerine göre şunlardır:

- Özsoy (2005) araştırmasında betimsel model yöntemini kullanmıştır. Araştırmasını iki devlet okulunun beşinci sınıflarından ikişer şubede öğrenim gören 107 öğrenciyle gerçekleştirmiştir. Araştırmadaki veriler literatürde yer

alan “matematik başarı testi” ve araştırmacı tarafından geliştirilen “problem çözme beceri testi” ile toplanmıştır.

- Yeşilova’nın (2013) araştırmasının çalışma grubunu bir devlet okulunda öğrenim gören yedinci sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Bu çalışmada özel durum çalışması yaklaşımı ve modeli kullanılmıştır. Veriler on sorudan oluşan açık uçlu problem çözme testi ve görüşme yöntemiyle elde edilmiştir.
- Gökkurt vd. (2015) çalışmalarında, Polya’nın tanımlamış olduğu dört aşamadan oluşan problem çözme süreci ile problem kurma becerilerini incelenmiş ve bu becerileri aşamalı puanlama ölçeği ile değerlendirmiştir.
- Netriwati (2016) çalışmasında, öğrencilerin matematik problemlerini çözme yeteneklerini Polya’nın problem çözme modeline göre incelemiştir.
- Dölek (2018) çalışmasında, ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme öğretimini Polya’nın problem çözme aşamalarına göre yapılandırmış, öğrencilerin çözdükleri problemleri Polya’nın dört aşamasının her biri için belirlenen kritik davranışlara göre değerlendirmiştir.
- Akten (2019) çalışmasında, ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel problemleri çözme ve kurma süreçlerinde kullandıkları adımları Polya’nın problem çözme aşamalarına göre incelemiştir.
- Umurbek (2020) araştırmasını bir devlet okulunda öğrenim gören altı, yedinci sınıf öğrencileriyle yapmıştır. Araştırmada verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak, öğrencilerin yazılı dokümanları ve görüşmeler kullanılmıştır. Araştırma sonucunda elde edilen verilerde her bir soru Polya’nın problem çözme aşamalarına göre incelenmiştir. Verilerin analiz edilmesinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır.
- Widiyaningsih vd. (2020) yaptıkları çalışmada, van Hiele’nin farklı geometrik düşünme düzeylerinde bulunan öğrencilerin problem çözme yeteneklerini Polya modeline göre incelemiştir.

2.1.1.3. Sonuçlarına göre

Ulusal ve uluslararası alanyazınında problem çözme aşamaları ile ilgili yapılan çalışmalarda belirlenen araştırma sonuçlarının ayrı bir başlık altında verilmesinin

yapılan bu çalışmaya daha iyi yön vereceği düşünülmüştür. Bu nedenle alanyazınında yer alan çalışmalar, sonuçlarına göre şunlardır:

- Özsoy'un (2005) çalışmasının sonucunda, problem çözme becerisinin matematik başarısı üzerinde etkili olduğu, problem çözme aşamalarından ise en çok 'planı uygulama' aşamasının matematik başarısı üzerinde etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın diğer bir sonucu da matematik başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin problem çözme davranışları arasında en fazla "problemi anlama" aşamasında başarılı olduklarıdır. Matematik başarısı orta ve yüksek düzeydeki öğrencilerin de problemi anlama sorularında diğer sorulara oranla daha başarılı oldukları gözlenmiştir.
- Yeşilova'nın (2013) çalışmasının sonucunda, matematik başarısı ortalamanın üstünde olan öğrencilerin problem çözerken problemleri aşamalı bir şekilde, dört adımı izleyerek çözmeye çalıştıkları, ortalamanın altında olan öğrencilerin ise genellikle üç aşamalı bir problem çözme süreci izledikleri, problem çözme ile ilgili kritik davranışları ortalamanın üstünde olan öğrenciler kadar belirgin şekilde gösteremedikleri ve çözümlerinin doğruluğunu her zaman kontrol etmedikleri ortaya çıkmıştır.
- Gökkurt vd. (2015) çalışmalarının sonucu, öğrencilerin genel olarak Polya'nın problem çözme sürecinde ortaya koyduğu üç aşamada (problemi anlama, çözüm için plan hazırlama ve değerlendirme) ve problem kurma aşamasında yeterli olmadıklarını göstermiştir. Buna karşın problemin çözümüyle ilgili planı doğru belirleyen öğrencilerin çoğunun planı uygulama aşamasında zorlanmadıkları ortaya çıkmıştır.
- Netriwati'nin (2016) çalışmasının sonucunda, cebirsel ön bilgileri yüksek olan öğrencilerin problemleri doğru ve akıcı bir şekilde anlayıp çözebildikleri, cebirsel ön bilgileri düşük olan öğrencilerin ise problem çözme aşamalarında zorlandıkları görülmüştür.
- Dölek (2018) araştırması sonucunda, ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme aşamaları olan problemi anlama, plan hazırlama, planı uygulama ve sonucu değerlendirme aşamalarında performanslarının düşük olduğu sonucuna ulaşmıştır.
- Akten (2019) araştırmasında, ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin, problem çözme aşamalarının farkında olmasalar da problem çözme aşamalarını uygu-

ladıkları sonucuna ulaşmıştır. Bununla beraber araştırmanın sonunda öğrencilerin, problemi anlama ve planı uygulama aşamalarını gerçekleştirdikleri ancak sonucu kontrol etme ve değerlendirme aşamalarını ise yeterince gerçekleştiremedikleri sonucuna ulaşılmıştır. Gözlemlenen öğrencilerde problem çözme sürecinin en çok atlanan ve belki de unutulmuş adımları olan sonucu kontrol etme adımını, öğrencilerin çoğunlukla gerçekleştiremedikleri görülmüştür.

- Umurbek (2020) çalışmasında, yedinci sınıf öğrencilerinin genel olarak cebirsel sözel problemleri çözerken problemi anlama aşamasında beklenen kritik davranışları gösterdiklerinde “plan yapma” ve “planı uygulama” aşamalarında sıkıntı yaşamadıklarını, “planı uygulama” aşamasında benzer stratejileri kullandıklarını ancak “kontrol etme” aşamasını uygulamadan problem çözme sürecini tamamladıkları sonucuna ulaşmıştır.
- Widiyaningsih vd. (2020) çalışmalarının sonuçlarına göre, Seviye 2'deki öğrenciler Polya modeline göre problem çözme aşamalarının tümünü gerçekleştirebilmişlerdir. Seviye 1'deki öğrenciler problem çözme aşamalarından olan “problem çözmeyi planlama” aşamasında, Seviye 0'daki öğrenciler ise “problemi anlama” aşamasından sonraki diğer aşamalarda zorlanmışlardır.

Araştırmanın bir sonraki bölümünde kavramsal çerçevenin diğer bir alt başlığı olan “cebirsel düşünme” kavramına yer verilmiştir.

2.2. Cebirsel Düşünme

Cebir Nedir?: Cebir, matematiğin bir parçasıdır. Cebir, matematiğin sadık bekçisidir (Schoenfeld, 2002). Cebir, içinde çok sayıda sembol kullanan bir konudur (Darojaturrofiah, 2017). Cebir, denklemleri çözmek veya ifadeleri basitleştirmek için temel becerilerden çok daha fazlasıdır. Cebir, nicel değişkenler ve ilişkiler hakkındaki bilgileri ifade etmek için fikirler ve semboller sağlar (Zeller ve Barzel, 2010, s. 775). Cebirde, değişkenleri veya sabitleri içeren cebirsel bir form vardır. Örneğin; $5x$, $2x + 4$, gibi cebirsel ifadelerde; değişkenler, sabit terim, katsayılar, benzer ve farklı terimler dahil olmak üzere cebirsel elemanlar vardır (Darojaturrofiah, 2017, s. 21).

1. Değişken, değeri henüz net olarak bilinmeyen bir sayının yerine geçen semboldür. Değişkenler genellikle a, b, c, \dots, x, y, z küçük harfleriyle gösterilir. Örneğin: $5x - 3 = 12$, denkleminde x bir değişkendir.

2. Sabit terim, cebirsel ifadelerdeki değişken içermeyen sayılardır. Örneğin: $2x^2 + 3xy + 7x - y - 8$ cebirsel ifadesinin sabit terimi -8 'dir.
3. Cebirsel ifadelerdeki katsayılar, terimin sayı olan kısmıdır ve genellikle değişken sembolünden önce yazılır. Örneğin: $5x^2y + 3x$ cebirsel ifadesinde x 'in katsayısı 3'tür.
4. Benzer terimler, değişkenleri aynı olan terimlerdir. Örneğin: $2x$ ile $5x$, $3a$ ile a , y ile $4y$ benzer terimlerdir.
5. Farklı bir terim, her bir değişkenin farklı değişkenleri ve güçleri olan bir terimdir. Örneğin $2x$ ile -3 , $-y$ ile x .

Cebir; bilinmeyenler, değişkenler ve parametreler gibi belirsiz nitelikteki nesneleri analitik bir şekilde ele alır (Radford, 2010, s. 2). Cebirde, bilinmeyenler ve parametreler sanki belirli sayıların gibi toplanıp, çıkarılıp, çarpılıp, bölünerek hesaplama yapılır (Cortes, Vergnaud ve Kavafian, 1990; Filloy ve Rojano, 1989; Kieran, 1990; Puig ve Rojano, 2004; Radford ve Puig, 2007; Van Stiphout). Birçok ülkede öğrenciler, temel cebiri öğrenmeye başlamadan önce sayılar, aritmetik işlemler, eşittir işareti, aritmetik ifadeler ve denklemler gibi farklı aritmetik nesneleri kullanmaktadırlar (Zeller ve Barzel, 2010, s. 775). Cebir, aritmetiği genelleştirmek için semboller kullanır (Samo, 2008). Öğrenciler ortaokulda cebiri öğrenmeye başlarlar. Bu aşamada, öğrenciler komut sayılarla çalışmaktan, özelliklerinden ve işlemlerinden genellemeler, özellikler ve denklem çözme için sembollerin girişine geçiş yapar. Öğrencilerden sembolik ifadelerin söz dizimini öğrenmeleri ve uygulamaları beklenir. Dahası, öğrencilerden dolaylı olarak bazı görüş ve uygulamalarını terk etmeleri istenir (Knuth, Stephens, McNeil ve Alibali, 2006). Cebir öğrenmedeki en önemli adımlardan biri, harflerin matematiksel ifadelerdeki rolünün bilinmeyenlerden değişkenlere geçişini anlamaktır (Ely ve Adams, 2012). Öğrencilerin cebirde harflerin kullanımını anlamakta zorluk yaşamalarının bir nedeni, değişkenin ne olduğunun kullanıldığı durumlara göre farklılık göstermesidir (Ususkin, 1999, s. 7). Ususkin'e göre, bu durumlar şu şekildedir:

- 1) *Genelleştirilmiş Aritmetik Olarak Cebir Anlayışı*: Ususkin'e (1999, s. 9) göre bu anlayışta, değişkenleri "örüntü genelleyicisi" olarak düşünmek doğaldır. Örneğin, toplamının değişme özelliğinin ifade edildiği $a + b = b + a$ durumunda *değişken* bir "örüntü genelleyicisi"dir. Örüntü genelleyicisi olarak cebir anlayışında, bilinmeyenler bulunmamaktadır.

Sayılar arasındaki bilinen ilişkiler genellenmekte ve bilinmeyenlere dair herhangi bir algı bulunmamaktadır. Örüntünün genel terimi bulunduğunda problem çözülmüş olmaktadır.

$$\begin{aligned} 3.5 &= 15 \\ 2.5 &= 10 \\ 1.5 &= 5 \\ 0.5 &= 0 \end{aligned}$$

Şekil 2.2. (a). Sayı Örüntüsü 1

$$\begin{aligned} (-1).5 &= -5 \\ (-2).5 &= -10 \end{aligned}$$

Şekil 2.2. (b). Sayı Örüntüsü 2

Şekil 2.2.(a)'da yer alan bir örüntü negatif tamsayılarla çarpımı vermek için Şekil 2.2.(b)'deki gibi genişletilir. Bu fikir $(-x).y = -x.y$ gibi bir özelliği vermek için genelleştirilir. Daha ileri seviyede, örüntü genelleştiricisi olarak değişken kavramı matematiksel modellemenin temelini oluşturur. Bu cebir anlayışındaki bir öğretimde anahtar kelimeler “dönüştür” ve “genelle” dir. Bunlar sadece cebir için değil aritmetik içinde önemli becerilerdir.

2) *Belirli Tipteki Problemlerin Çözümleri için Prosedürel Bir Çalışma Alanı Olarak Cebir:* Ususkin (1999, s. 9-10) bu cebir anlayışını açıklamak için sözel bir problem örnek verilmiştir. Örneğin sözel olarak “5 katına 3 eklendiğinde 40'ı veren sayıyı bulunuz.” şeklinde verilen bu problem cebirsel olarak “ $5x + 3 = 40$ ” olarak ifade edilir. Prosedürel bir çalışma alanı olarak cebir anlayışında, belirli prosedürler ile problem çözülür. Eşitliğin her iki tarafına -3 eklenir ve denklem $5x + 3 - 3 = 40 - 3$ denklemi haline getirilir. Daha sonra öğrenci seviyesine ve öğretmenin tercihinine göre gerekli adımlarda sadeleştirmeler yapılarak $5.x = 37$ denklemi elde edilir ve denklem çözülerek $x = 7,4$ çözümüne ulaşılır.

Ususkin (1999, s. 10) bu tarz problemlerin çözüm sürecinde, birçok öğrencinin aritmetikten cebire geçişte zorluk yaşadığını dile getirmiştir. Aritmetiksel çözümde 40'tan 3 çıkarılıp 5'e bölünmesine karşın $5x + 3$ cebirsel formu 5 ile çarpmayı ve 3 eklemeyi içermektedir ki bu işlemler birbirinin tersi işlemlerdir. Denklemi kurmak için, onun aritmetik çözümünde kullanılan işlemlerin tersi kullanılmalıdır. Bu cebir görüşünde, “değişkenler” ya *bilinmeyenler* ya da *sabitlerdir*. Örüntü genelleyicisi olarak değişken kullanımındaki ana komut “dönüştür” ve “genelle” iken, bu kullanımdaki anahtar komut “sadeleştir” ve “çöz”dür. Aslında, “sadeleştir” ve “çöz” aynı fikir için

farklı isimlendirmedir. Örneğin, bir öğrenciden $|x - 2| = 5$ denklemini çözmesi istendiğinde $x = -3$ veya $x = 7$ cevapları alınabilir fakat öğrenciden $|x - 2| = 5$ ifadesinin mutlak değerini yazması istendiğinde $(x - 2)^2 = 25$ gibi denklem olan bir ifade cevap olarak alınabilir.

3) *Değişkenler Arasındaki İlişkilerin Çalışma Alanı Olarak Cebir*: Ususkin (1999, s. 10), bu cebir anlayışında şöyle bir örnek vermiştir: Bir dikdörtgen için alan formülü olan $S = a.b$ eşitliğini göz önüne alalım. Bu eşitlik dikdörtgenin uzun, kısa kenar uzunlukları ile alan nicelikleri arasındaki ilişkiyi açıklamaktadır. Eşitlikte çözümlenmesi gereken bir bilinmeyen olmadığı için değişken bilinmeyen olarak düşünülmez. $S = a.b$ formül anlamı $1 = n\left(\frac{1}{n}\right)$ formülü gibi bir genelleştirme anlamı taşımamakla birlikte bir özel genelleştirme formülü olarak da düşünülebilir. Nicelikler arasındaki ilişkilerin incelendiği bir çalışma alanı olarak belirlenen cebir görüşünün formüllerle başlamasına karşın bu görüşün diğer görüşlerden farkı burada değişkenin değişmesidir.

Ususkin (1999, s. 11) bu anlayışa ilişkin başka bir örneği de şu şekilde açıklamıştır: Kümeler veya nicelikler dilinde, x ve y “*takma değişkenler*” olarak bilinir çünkü bunların yerine herhangi bir sembol kullanılabilir. Öğrencileri ve hatta bazı öğretmenleri $\{x: 3x = 6\}$ ve $\{y: 3y = 6\}$ kümelerinin her ikisinin de çözüm kümesi $\{2\}$ olmasına rağmen bu kümelerin eşit kümeler olduklarına ikna etmek zordur. Birçok insan $f(x) = x + 1$ fonksiyonu ile aynı tanım kümesine sahip $g(y) = y + 1$ fonksiyonlarını farklı fonksiyonlar olarak düşünmektedirler. Burada durum sadece değişkenlerin argüment olarak kullanıldığında *takma değişken* olarak düşünülebileceğidir ki bu özel durum birçok öğrenci tarafından tam olarak anlaşılmamaktadır.

4) *Yapıların İncelenmesi Olarak Cebir*: Ususkin’e (1999, s. 11) göre bu cebir üzerindeki işlemlere atfedilen özelliklerle yapıların incelenmesidir. Yapıların incelenmesi olarak cebir anlayışında temsil edilen değişken kavramı daha önceki cebir anlayışlarda yer alan değişken kavramından farklıdır. Bu anlayışta temsil edilen değişkenin hiçbir işlevi veya ilişkisi yoktur; değişken bir argüman değildir. Örneğin $3x^2 + 4ax - 132a^2$ ifadesini çarpanlarına ayırınız sorusunda çözülecek denklem olmadığından değişken bir bilinmeyen gibi davranmamaktadır çünkü burada genelleştirilmiş bir model yoktur. Buradaki değişken, belirli özelliklerle ilişkili bir yapıda rastgele bir nesne haline gelmiştir.

Cebirsel Düşünme Nedir?: Cebir genellikle yüksek matematiğe açılan kapı olarak tanımlansa da birçok öğrenci bu kapıdan başarıyla geçememektedir (Somasundram, 2018; Swangrojn, 2003). Cebir matematiğin birçok alanını etkileyen güçlü bir araçtır ve her seviyedeki matematik öğreniminin merkezinde yer almaktadır (Irwin ve Britt, 2007; Kieran ve Drijvers, 2006; Lacampagne, 1995). Cebirin matematikteki bu güçlü rolleri cebirsel düşünmeyi öğrenmeyi de bir zorunluluk haline getirmektedir (Usta ve Özdemir, 2018, s. 428). Van de Walle, Karp ve Bay-Williams'a (2014) göre cebirsel düşünme, matematiğin tümü üzerine hâkim olan ve matematiği günlük hayatta faydalı kılan esas unsurlardan biridir. Matematikte başarılı olabilmek için cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesi gerekir (Bozkurt, Çırak-Kurt ve Tezcan, 2020, s. 155). NCTM (2000)'e göre cebirsel düşünme kalıpları tanımayı ve analiz etmeyi, ilişkileri incelemeyi ve temsil etmeyi, genellemeler yapmayı ve değişiklikleri analiz etmeyi içerir. Blanton ve Kaput'a (2003) göre cebirsel düşünme, mevcut aritmetik etkinliklerin kullanılmasıyla geliştirilebilir, bunları tek bir doğru çözüme sahip problemlerden örüntüleri belirleme ve matematiksel gerçekler ve ilişkiler hakkında varsayımlar veya genelleme üretme ve gerekçelendirme şansına dönüştürür. Bu strateji, "cebir üretimi öğretim materyalleri" olarak adlandırılır. Swafford ve Langrall (2000), cebirsel düşünmeyi bilindiği şekliyle bilinmeyen büyüklükler hakkında düşünme yeteneği olarak yorumlarken Kieran ve Chalouh (1993) ise cebirsel düşünmeyi cebirin aritmetik açıdan semboller ve işlemlerinin anlamını inşa etmesi olarak görmüştür (Magiera, Van den Kieboom ve Moyer, 2013, s. 94). Cebirsel düşünmenin önemi ülkemizde uygulanan matematik öğretim programlarında da etkisini hissettirmiştir. Cebir öğretiminde ilk basamak olan Ortaokul Matematik Öğretim Programı'nda yer alan cebir öğrenme alanı da cebirsel düşünme açısından matematik öğretimi alanında yapılan çalışmalar dikkate alınarak, ulusal ve uluslararası çalışmalar incelenerek hazırlanmıştır (MEB, 2018a).

Kriegler (2008, s. 1) cebirsel düşünmeyi "matematiksel düşünme araçlarının geliştirilmesi" ve "temel cebirsel fikirlerin incelenmesi" olmak üzere iki ana bileşenden oluşan bir yapı olarak tanımlamıştır. Matematiksel düşünme araçları analitik zihin alışkanlıkları olup problem çözme becerileri, temsil becerileri ve nicel muhakeme becerileri olmak üzere üç konu etrafında şekillenmiştir. Temel cebirsel fikirler ise matematiksel düşünme araçlarının geliştiği içerik alanını temsil eder. Bu bileşen genelleştirilmiş aritmetik olarak cebir, bir dil olarak cebir ve fonksiyonlar ve

matematiksel modelleme için bir araç olarak cebir olmak üzere üç mercekten incelenir. Kriegler (2008, s. 2) cebirsel düşünmenin bileşenlerini Tablo 2.2'deki gibi özetlemiştir.

Tablo 2.2

Cebirsel Düşünmenin Bileşenleri (Kriegler, 2008, s. 2)

Matematiksel Düşünme Araçları	Temel Cebirsel Fikirler
Problem Çözme Becerileri	Genelleştirilmiş Aritmetik Olarak Cebir
<ul style="list-style-type: none"> • Problem çözme stratejilerinin kullanımı • Birden çok yaklaşımı/birden çok çözümü keşfetmek 	<ul style="list-style-type: none"> • Kavramsal olarak hesaplama stratejileri • Oran ve orantı • Tahmin
Temsil Becerileri	Matematik Dili Olarak Cebir
<ul style="list-style-type: none"> • İlişkilerin görsel, sembolik, sayısal olarak gösterilmesi • Farklı temsiller arasında geçiş yapmak • Temsiller içindeki bilgileri yorumlama 	<ul style="list-style-type: none"> • Değişkenlerin anlamı • Çözümlerin anlamı • Sayı sisteminin özelliklerini anlama ve kullanma • Cebirsel kuralları kullanarak sayıları ve sembolleri okumak, yazmak, değiştirmek
Nicel Muhakeme Becerileri	Fonksiyonlar ve Matematiksel Modelleme İçin Bir Araç Olarak Cebir
<ul style="list-style-type: none"> • Temel özellikleri çıkarmak ve ölçmek için problemleri analiz etme • Tümevarımsal ve tümdengelimli akıl yürütme 	<ul style="list-style-type: none"> • Formülleri, ifadeleri, denklemleri, eşitsizlikleri işlemek için eşdeğer sembolik temsilleri kullanma • Gerçek dünya bağlamlarında kalıpları ve kuralları aramak, ifade etmek, genellemek • Denklemler, tablolar, grafikler veya sözcükler kullanarak matematiksel fikirleri temsil etme • Giriş/çıkış modelleriyle çalışma • Grafik becerilerinin geliştirilmesi

İngiltere’de 13 ve 15 yaş grubundaki öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini belirlemek amacıyla (Ortaöğretim Matematik ve Fen Bilimleri Kavramları-Concepts in Secondary Mathematics and Science [CSMS], 1975) tarafından yapılan çalışmanın bulgularına göre, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri aşağıda verildiği gibi sıralı dört düzeyde incelenebilir (Hart vd., 1998; Akt., Altun, 2005).

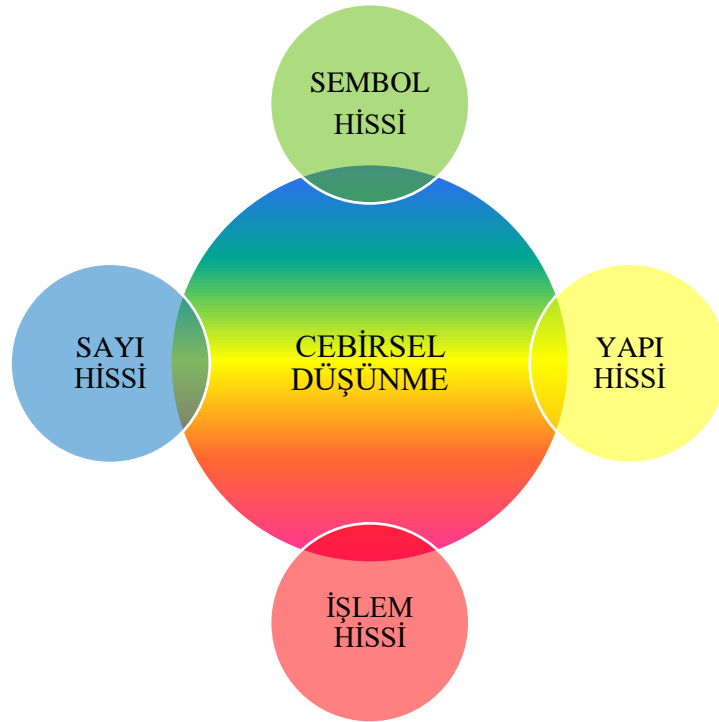
Düzyey 1: Bu düzey aritmetik işlemlerin sonucunda bir harfin değeri bulabilme, harfleri birer nesne olarak almak suretiyle bir problemi sonuçlandırma veya harf içermesine rağmen bu harflere değeri vermeden bir işlemi sonuçlandırma şeklindeki soruların çözülebildiği düzeydir.

Düzyey 2: Bu düzey, birinci düzeyle soyutluluk bakımından aynı olup; farkı soruların daha karmaşık olmasıdır.

Düzyey 3: Bu düzey, harflerin birer bilinmeyen olarak algılandığı ve kullanıldığı düzeydir.

Düzyey 4: Bu düzeyde öğrenciler üçüncü düzeydekilere benzer ancak daha karmaşık ifadelerle anlamlar yükleyebilir ve işlemleri sonuçlandırabilirler.

Cebirsel düşünmeyi etkileyen hislerden bazıları (Somasundram, 2018, s. 70); *işlem hissi, yapı hissi, sayı hissi ve sembol hissidir* (bkz. Şekil 2.3).



Şekil 2.3. Cebirsel Düşünmeyi Etkileyen Bazı Hisler

Picciotto'ya (1998) göre *işlem hissi* kavramsal olarak, *sayı hissi*, *fonksiyon hissi* ve *sembol hissinin* önemli bir ortak bileşenidir. *Yapı hissi* manipülatif yetenekten ayrı, öğrencilerin önceden öğrenilmiş cebirsel teknikleri daha iyi kullanmalarını sağlayan bir yetenek koleksiyonudur (Hoch ve Dreyfus, 2004; Linchevski ve Livneh, 1999).

McIntosh, Reys ve Reys'e (1992, s. 3) göre *sayı hissi*, bir kişinin sayı ve işlemlere ilişkin genel anlayışının yanı sıra, bu anlayışı matematiksel yargılarda bulmak, sayıları ve işlemleri ele almak için yararlı stratejiler geliştirmek amacıyla esnek yollarla kullanma yeteneği ve eğilimini ifade eder. *Sembol hissi*, diğer bir ifadeyle sembol duyarlılığı sayı hissinin ötesinde bir matematiksel okuryazarlık seviyesidir (Picciotto ve Wah, 1993, s. 42).

Araştırmanın bir sonraki bölümünde çalışmanın amacına uygun olarak “cebirselle düşünme” ile ilgili çalışmalardan bahsedilmektedir.

2.2.1. Cebirsel düşünme ile ilgili çalışmalar

Cebirsel düşünme ile ilgili olarak ulusal ve uluslararası alanyazınında yapılan çalışmalar bu araştırmanın daha tutarlı yapılabilmesi için araştırma problemlerine/amaçlarına, yöntemlerine ve sonuçlarına göre ayrılmış ve bu başlıkların her biri ile ilgili bilgilere ayrı ayrı yer verilmiştir.

2.2.1.1. Araştırma problemlerine/amaçlarına göre

Ulusal ve uluslararası alanyazınında cebirsel düşünme ile ilgili yapılan çalışmalarda belirlenen araştırma problemlerinin/amaçlarının ayrı bir başlık altında verilemesinin yapılan bu çalışmaya daha iyi yön vereceği düşünülmüştür. Bu nedenle alanyazınında yer alan çalışmalar, araştırma problemlerine/amaçlarına göre şunlardır:

- Öner-Sünkür, İlhan ve Kılıç (2012) yaptıkları çalışmada 7. Sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile zeka alanları arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır.
- Bağdat ve Anapa-Saban'ın (2014) çalışmasının amacı, sekizinci sınıf öğrencilerinin, genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve SOLO Taksonomisi ile çoklu temsilleri kullanma şeklinde listelenen cebirsel düşünme becerilerini incelemektir.
- Akkan ve Baki'nin (2016) yaptıkları çalışmanın amacı, 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerini sembollerin kullanımı ve

harflerin anlamını yorumlama bağlamında araştırmak ve araştırmanın sonuçlarına göre önerilerde bulunmaktır.

- Tagle, Belecina ve Ocampo Jr (2016) çalışmalarında, resimsel modeller kullanılarak yapılan eğitimin cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesine olan etkisini araştırmışlardır.
- Bal ve Karacaoğlu'nun (2017) çalışmasının amacı ortaokul matematik öğretim programının cebir ve denklemler konusuyla ilgili yer alan kazanımları doğrultusunda, ortaokul 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme stratejileri ve yaptıkları hataların belirlenmesidir.
- Muthmainnah, Priatna ve Priatna (2017) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin cebirsel düşünme testini çözmedeki hatalarının belirlenmesi amaçlanmıştır.
- Chimoni, Pitta-Pantazi ve Christou (2018) çalışmalarının amacı, 4-7. Sınıf öğrencilerinin temel cebirsel kavramlar hakkındaki düşüncelerindeki farklılıkları tanımlayarak erken cebirsel düşünme kavramını daha iyi anlamaktır.
- Usta ve Özdemir'in (2018), çalışmasının amacı ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini incelemektir.
- Acar'ın (2019) çalışmasının amacı, ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı hissi ve cebirsel düşünme düzeylerini belirleyerek sayı hissi ile cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemektir.
- Rahmawati, Kartono ve Hidayah (2019) çalışmalarında 7E öğrenme modeli çerçevesinde öğrencilerin cebirsel bir problemi çözerken sergiledikleri cebirsel düşünme becerilerini matematik yeteneklerine göre incelemiştir.

2.2.1.2. Yöntemlerine göre

Ulusal ve uluslararası alanyazınında cebirsel düşünme ile ilgili yapılan çalışmalarda belirlenen yöntemlerin ayrı bir başlık altında verilemesinin yapılan bu çalışmaya daha iyi yön vereceği düşünülmüştür. Bu nedenle alanyazınında yer alan çalışmalar, yöntemlerine göre şunlardır:

- Öner-Sünkür vd. (2012) yaptıkları araştırmada, ilişkisel tarama modeli kullanılmıştır. Araştırma beş farklı ilköğretim okulunda öğrenim gören toplam 297 öğrenci ile yapılmıştır. Araştırmada öğrencilerin cebirsel

düşünme düzeylerinin belirlenmesinde ‘Cebirsel Düşünme Testi’, zeka alanlarının ölçülmesinde ise ‘Çoklu Zeka Envanteri’ kullanılmıştır.

- Bağdat ve Anapa-Saban’ın (2014) çalışmalarında, nitel araştırma yöntemini kullanmışlardır. Araştırma bir devlet okulundan seçilen sekizinci sınıfta okuyan 15 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Veriler araştırmacılar tarafından hazırlanan sekiz problem kullanılarak toplanmıştır. Verilerin analizi çift kodlama prosedürü ile yapılmıştır.
- Akkan ve Baki (2016) yaptıkları çalışmada, enlemesine çalışma yöntemini kullanmışlardır. Çalışmada farklı öğrenim seviyelerinden 285 ortaokul öğrencisine yazılı sınavlar uygulanmış, 24 öğrenciyle ise klinik mülakat yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak aritmetikten cebire geçişi inceleyen 2 soru ve ek sorular kullanılmıştır. Veri analizinde aritmetik ve cebir konularına ilişkin hazırlanan karakterizasyon tablolarından yararlanılmıştır. Ayrıca klinik mülakatlardan elde edilen verilerle farklı öğrenim seviyelerindeki ortaokul öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş sürecindeki değişim ve gelişimleri incelenmiştir.
- Tagle vd. (2016) çalışmalarında, deneysel araştırma deseninin kullanmışlardır. Çalışma 28 ilkokul üçüncü sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Çalışmada resimli model kullanımının etkisini belirlemek için resimli modellerin kullanımından önce ve sonra çocuklara cebirsel düşünme becerileri testi uygulanmıştır.
- Bal ve Karacaoğlu’nun (2017) çalışmalarında, tarama modeli yöntemini kullanmışlardır. Araştırmanın çalışma grubunu orta sosya ekonomik düzeyde öğrenim gören 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinden toplam 1017 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen “Öğrencilerin Cebirsel Sözel Problemleri Çözme Stratejilerini ve Hatalarını Belirleme Formu” kullanılmıştır. Araştırmanın bulguları “Stratejilere Göre Cebirsel Problem Çözmede Akıl Yürütme Kategorilerine” göre analiz edilmiştir.
- Muthmainnah vd. (2017) tarafından yapılan çalışma betimsel nitelikte bir nitel çalışma olup çalışmanın katılımcılarını bir lisede öğrenim gören 33 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır.

- Chimoni vd. (2018) çalışmalarında, 4-7. Sınıflardan 684 öğrenciye genelleştirilmiş aritmetik, işlevsel düşünme ve modelleme görevlerini içeren bir test uygulamışlardır.
- Usta ve Özdemir (2018) araştırmalarında, durum çalışması yöntemini kullanmışlardır. Çalışma bir devlet okulunda öğrenim gören ortaokul (6., 7. ve 8. sınıf) öğrencileriyle gerçekleştirilmiştir. Çalışma grubu amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilen on iki öğrenciden oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak, “Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu” kullanılmıştır.
- Acar (2019) araştırmasında, ilişkisel araştırma yöntemlerinden keşfedici korelasyonel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırma iki devlet okulunda yedi ve sekizinci sınıf düzeyinden 330 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma verileri “Cebirsel Düşünme Testi” ve “Sayı Duyusu Ölçeği” ile toplanmıştır. Verilerin analizinde betimsel istatistik yöntemleri, bağımsız örnekler t-testi, korelasyon hesaplaması ve regresyon analizi kullanılmıştır.
- Rahmawati vd. (2019) araştırmalarını, yedinci sınıf öğrencileri ile karma yöntem kullanarak gerçekleştirmişlerdir.

2.2.1.3. Sonuçlarına göre

Ulusal ve uluslararası alanyazınında cebirsel düşünme ile ilgili yapılan çalışmalarda belirlenen araştırma sonuçlarının ayrı bir başlık altında verilmesinin yapılan bu çalışmaya daha iyi yön vereceği düşünülmüştür. Bu nedenle alanyazınında yer alan çalışmalar, sonuçlarına göre şunlardır:

- Öner-Sünkür vd. (2012) çalışmasının sonucunda, öğrencilerin mantıksal, sözel ve müzikal zekaları ile cebirsel düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir ilişki saptanmıştır. Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri ile görsel, bedensel, sosyal, içsel ve doğacı zekaları arasında anlamlı bir ilişki bulunmamıştır.
- Bağdat ve Anapa-Saban’ın (2014) çalışmasının sonuçlarına göre, öğrencilerin çoğunluğunun ilişkisel düşünme düzeyinin altında bir bölüme sahip olduğu tespit edilmiştir. Araştırmanın diğer bir sonucuna göre semboller ve cebirsel ilişkileri kullanmak öğrenciler için en zorlayıcı beceridir. Ayrıca araştırma sonucunda başarılı öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin diğerlerine göre daha yüksek olduğu bulunmuştur.

- Akkan ve Baki (2016) çalışmalarının sonucunda, farklı öğrenim seviyelerindeki öğrencilerin öğrenim seviyeleri arttıkça aritmetikten cebire geçişin olumlu yönde değiştiği ve geliştiği, öğrenim seviyeleri arasındaki değişim ve gelişim farkının ise çok az olduğu sonucuna ulaşılmıştır.
- Tagle vd. (2016) çalışmalarının sonuçları, resimsel modellerin kullanımının öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini önemli ölçüde geliştirmiş olduğunu göstermiştir. Öğrencilerle yapılan görüşmeler, resimli modellerin problemleri daha kolay çözmelerine yardımcı olduğunu göstermiştir bu da cebirsel düşünmenin erken yaşta öğretilbileceği sonucunu ortaya çıkarmıştır.
- Bal ve Karacaoğlu'nun (2017) araştırmasının sonucunda, ortaokul öğrencilerinin cebirsel sözel problemlerin çözümünde özellikle sistematik dağıtma, ters işlem, bölme sonrası düzenleme, deneme yanılma ve denklem kurma stratejilerini kullandıkları ancak şekil çizerek sayma, grafik (tablo) yoluyla kontrol etme, görselleştirme yoluyla yapıyı yakalama, orantısal akıl yürütmesi, sayısal akıl yürütme, genel çözüm arama gibi stratejileri ise çok az kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin cebirsel sözel problemlerin çözüm sürecinde en çok mantık ve işlem hataları yapmaları araştırmanın diğer bir sonucudur.
- Muthmainnah vd. (2017) tarafından yapılan çalışmanın sonuçları öğrencilerin problemleri çözmeye mantık ve kavram arasında yorumlama, anlama ve birleştirme eksikliği olduğunu göstermiştir.
- Chimoni vd. (2018) çalışmalarındaki verilerin nicel analizi, bu görevlerde geniş bir performans yelpazesi sergileyen dört farklı öğrenci grubu ortaya çıkarmıştır. Öğrencilerin çözümlerinin nitel analizi, temel cebirsel kavramları anlamalarına ve kullandıkları akıl yürütme süreçlerinin ve biçimlerinin doğasına ilişkin daha fazla bilgi sağlamıştır. Her gruptaki öğrencilerin farklı stratejiler kullanarak farklı sayı ve türde görevleri çözebildiği bilgisi araştırmanın diğer bir sonucudur.
- Usta ve Özdemir'in (2018) çalışmasının sonucunda, öğrencilerin Düzey-1'e ilişkin cevaplarında harfleri birer nesne olarak gördükleri ve sorularda yer alan harflere herhangi bir sayısal değer vermeden işlemi sonuçlandırabildikleri, Düzey-2'de bulunan bir soruda bazı öğrencilerin verilen şeklin çevre uzunluğunu bilinmeyen eşit uzunluktaki kenarlara

sayısal değerler vererek sonucu bulmaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. Düzey-3'te yer alan bazı sorularda öğrencilerin zorlandıkları görülmüştür. Düzey-4'te bulunan sorulara istenen yeterlikte doğru cevaplar veremeyen bazı öğrencilerin çarpma işleminin cebirsel ifadenin değerini arttıracığı yanlışlığına sahip oldukları görülmüştür.

- Acar'ın (2019) araştırması sonucunda, öğrencilerin sayı hissi puan ortalamalarının oldukça düşük olduğu, öğrencilerin sayı hissi kullanması gereken soruları kural temelli yollarla çözdükleri tespit edilmiştir. Araştırmanın diğer bir sonucuna göre, cebirsel düşünme düzeyi ile cinsiyet ve sınıf düzeyi arasında anlamlı bir farklılık vardır. Sayı hissi ile cebirsel düşünme düzeyleri arasında pozitif yönde güçlü düzeyde anlamlı bir ilişki olduğu bilgisi de araştırmanın başka bir sonucudur.
- Rahmawati vd. (2019) yaptıkları çalışmada yüksek düzey matematik yeteneğine sahip öğrencilerin cebirsel problemi genelleme, dönüşüm seviyelerinden meta-küresel seviyeye kadar olan seviyelerde, orta düzey matematik yeteneğine sahip öğrencilerin cebirsel problemi genelleme ve dönüşüm seviyelerinde ve düşük düzey matematik yeteneğine sahip öğrencilerin de cebirsel problemi yalnızca genelleme düzeyinde çözebildikleri sonucuna ulaşmışlardır.

Araştırmanın bir sonraki bölümünde kavramsal çerçevenin diğer bir alt başlığı olan “sembol hissi davranışları” kavramına yer verilmiştir.

2.3. Sembol Hissi Davranışları

Sembol Hissi: Sembol, soyut olan bir şeyi sunmak için bir araç olarak hizmet eden bir nesnedir (Darojaturrofiah, 2017). Semboller matematiğin en belirgin özelliğidir. Semboller, bir kişinin soyut matematiksel kavramlarla; iletişim kurmasını, kullanmasını ve üzerinde düşünmesini mümkün kılan matematik dilinin bileşenleridir (Kenney, 2008). Rubenstein ve Thompson (2001), sembollerin oynadığı rollerin kapsamlı bir tanımını sağlamayı imkansız bulsalar da, matematiksel semboller için bazı farklı rollerin bir listesini oluşturmuşlardır ve bu liste; (a) isim kavramlarını, (b) durum ilişkilerini, (c) işlemleri belirten, (d) kelimeleri kısaltan ve (e) gruplamayı gösteren sembollerini içermektedir. Driscoll (1999), Stacey ve MacGregor (1999) ve Usiskin (1988) ise cebirdeki harf sembollerinin genelleştirilmiş sayılar, parametreler, bilinmeyen sayılar ve değişkenler olarak kullanılabileceğinden bahsetmektedirler.

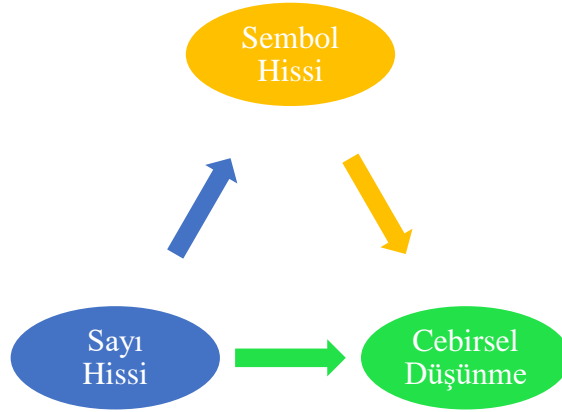
Örneğin, bir doğrunun denklemini $y = mx + b$ olarak temsil ederken, öğrenciler değişken olarak y ve x harflerini ve belirli bir doğrusal işlevi tanımlayan parametreler olarak m ve b harflerini ayırt etmelidir. Matematiksel sembollerin faydası, alanyazınında birçok farklı şekilde yorumlanmıştır. Örneğin, semboller isim, etiket, ifade eder, iletişim kurar, basitleştirir, temsil eder, ortaya çıkarır ve ilişkiyi gösterir (Arcavi, 1994; Driscoll, 1999; Kaput, 1991; Kinzel, 1999; Kirshner, 1989; Pimm, 1995; Stacey ve MacGregor, 1999). Bu kadar çok yorum ve amaç varken, matematiğin sembolik dilinin genellikle öğrenciler için büyük bir kafa karışıklığına neden olması şaşırtıcı değildir (Rubenstein ve Thompson, 2001). Matematiksel anlamı semboller aracılığıyla yorumlama yeteneği, matematik öğretmenlerinin öğrencilerinde sıklıkla geliştirmeye çalıştıkları bir beceridir. Araştırmacılar, öğrencilere matematiksel sembollerle genellikle neyi görecekleri ve nasıl akıl yürüteceklerinin söylenmesi gerektiğini öne sürmektedir (Bakker, Doorman ve Drijvers, 2003; Kinzel, 1999; Stacey ve MacGregor, 1999). Öğrencilerin sadece neyi bileceklerini söyleyerek sembollerini bilmeleri mümkün değildir; matematiğin semboller ve sözdizimsel kuralları birey tarafından yorumlanıncaya kadar öğrenciler için anlam ifade etmez (Goldin ve Kaput, 1996; Kaput, 1991; Kinzel, 1999; Von Glasersfeld, 1996). Öğrenciler, geçmiş matematik derslerinde sembollerle önceki etkileşimlerine, başarılarına ve başarısızlıklarına dayalı olarak semboller için kendi yorumlarını sınıfa getirirler (Kinzel, 1999; Stacey ve MacGregor, 1999). Matematiksel dili anlamlandırmalarına yardımcı olmak için doğal dilin kurallarını ve sözdizimini anlamalarına da güvenirlir (Kirshner, 1989; Rubenstein ve Thompson, 2001). Öğrencilere basitçe kuralların farklı olduğunu söylemek, öğrencilerin sembolik gösterim anlayışını değiştirmesi garanti edilmez. Matematiksel dili anlama eksikliği, öğrencilerin problem çözme becerileri ve muhakeme yetenekleri üzerinde olumsuz bir etkiye sahip olabilir (Kieran, 2007; Neria ve Amit, 2004). Sembol hissinin kazanılması, öğrencilerin matematiğin karmaşık diliyle akıcılık kazanmasına yardımcı olabilir (Kenney, 2008, s. 286).

NCTM (1989), bilginin kapsamlı olarak algılanması için çoklu hissin önemine vurgu yapmaktadır. Buna göre, uzun bir cebir eğitiminden sonra bile birçok öğrenci için zor olan değişkenlerin, işlemlerin, sembollerin çeşitli anlamlarının, matematiksel terimlerin tanıtılmasının ve cebirsel kavramların anlaşılmasına yardımcı olabilecek bir matematik hissi geliştirmek gerekir (Cho ve Song, 2010, s. 937).

Alanyazınında matematik hisleriyle ilgili yapılan çalışmalar artarak devam etmekte olup (Hoch ve Dreyfus, 2004; Jupri ve Sispiyati, 2021; Kop vd., 2020;

Linchevski ve Linveh, 1999; Novatna ve Hoch, 2008; Papadopoulos, 2019; Slavitt 1998) bunlardan “sayı hissi” konusu hem ulusal hem de uluslararası araştırmalarda en yaygın araştırılan konudur (Çekirdekçi, Şengül ve Doğan, 2016; Olkun, 2018; Rotem ve Henik, 2020; Şengül ve Dede, 2014; Yang ve Sianturi, 2021). *Sayı hissi* 'sağduyuya' benzer şekilde, değerli ancak karakterize edilmesi zor bir kavramdır (McIntosh, Reys ve Reys, 1992). Literatür, sayı hissini tanımlanmasının zor olduğunu çünkü tek bir boyutu olmadığını, aksine birçok boyutu olduğunu belirtmiştir. Sayı hissi, "sayının tüm değişik anlamlarından çıkarılan sayılarla ilgili bir sezgi " olarak tanımlanmaktadır (NCTM, 1989, s. 39). Howden (1989, s. 11) sayı hissini “sayılar ve ilişkileri hakkında iyi sezgi” olarak tanımlamaktadır. Sowder (1988, s. 183) sayı hissini "bir kişinin sayılar ile işlemin özelliklerini ilişkilendirmesini sağlayan iyi organize edilmiş kavramsal ağ" olarak tanımlamıştır. Alternatif olarak, Greeno (1991, s. 185) sayı hissini, bilişsel süreçleri ön planda tutan durum; sayıların ve miktarların varlığının farkında olmak şeklinde de tanımlamaktadır. Sayı hissi; a) sayı kavramları ve işlemleri içinde ve arasında birçok bağlantının mevcut olduğu iyi geliştirilmiş bir kavramsal ağı içerir b) sayı hissi bu kavramsal ağın kendi kendini düzenleme, izleme ve strateji yapmasını gerektirir c) sayı hissini gelişimi, çeşitli hesaplama biçimleri ve sayıların temsili ile deneyim sahibi olmayı gerektirir d) son olarak, çevre ve deneyimlerin sayı hissini gelişiminde matematiğe karşı genel olarak anlam katan bazı yaklaşımları teşvik ettiği söylenebilir (Keller, 1993). NCTM (1989, s. 38)'e göre, sayı hissi iyi olan çocuklar; (1) sayıların anlamlarını iyi kavrarlar, (2) sayılar arasında birçok ilişki kurarlar, (3) sayıların göreceli büyüklüklerini fark ederler, (4) sayılarla işlem yapmanın etkilerini bilirler ve (5) ortak nesnelerin ve durumların ölçümleri için referanslar geliştirirler. Sayı hissi kuvvetli olan kişiler çevrelerini, bulundukları konumu, etraflarında nelerin olduğunu, bulundukları yerden nelere kolayca ulaşabileceklerini, diğer yerlere en iyi şekilde gidebilmek için mevcut yol seçeneklerinin neler olduğunu, çevrelerindeki nesneleri ihtiyaç duyduğu başka nesnelere kombinasyon, fark ve diğer işlemler yardımıyla nasıl dönüştüreceğini bilirler (Greeno, 1991, s. 185). Bu, sembol anlamındaki bilginin, cebirsel düşünme görevleriyle çalışırken sayı hissini nasıl kullanılabileceğine aracılık ettiğini gösterir. Bununla ilgili olarak, sayıların anlamlandırılması, değişkenlerin anlaşılmasına yani sembol hissine katkıda bulunur ve cebirsel düşünmeye yol açar. Başka bir deyişle, sayı hissi cebirsel düşünmeyi geliştirmede önemli bir rol oynamaktadır (Molina ve Ambrose, 2008; NCTM, 2000). Cebirsel düşünmede, sayı hissini mantıksal bir uzantısı sembol hissidir. Kinzel (2001), sembol hissini ifadelerin

notasyonel farkındalığı ile bu ifadeleri manipüle etme ve yorumlama becerisinin birleşimi olarak tanımlamaktadır. Somasundram vd., (2019) çalışmalarında sembol hissinin sayı hissi ile cebirsel düşünme arasında potansiyel bir araç olduğu bulgusuna ulaşmışlardır (bkz. Şekil 2.4).



Şekil 2.4. Sayı Hissi, Sembol Hissi ve Cebirsel Düşünme Arasındaki İlişki (Somasundram vd., 2019, s. 107).

Sayı hissi kavramına benzer olarak sembol hissi de sembolik ifadeler ve cebirsel işlemlerle başa çıkmada sezgi ve iç görü içerir ancak sembol hissi için fikirler ve öğretim materyalleri, sayı hissinde olduğu kadar tam anlamıyla gelişmemiştir (Fey, 1990, s. 80). Sembol hissi kavramını açıklığa kavuşturma denemeleri Cebir ve Nicel Analiz Öğrenme ve Öğretme Çalışma Grubu (Matematik Bilimleri Eğitiminde Ulusal Araştırma Merkezi, 1993) tarafından başlatılmıştır. Arcavi (1994, s. 31) sembol hissini, sembollerle ilgili hızlı veya doğru bir değerlendirme, anlayış veya içgüdü olarak açıklamaktadır.

Bir his olarak sembol hissini iç doğasına gelince, “his” kelimesinin psikolojik anlamına bir benzetme yapmak Oxford Ansiklopedik İngilizce Sözlüğü’nün yaptığı gibi açıklayıcı olabilir: “duyuların uyandırıldığı özel vücut kısımlarından herhangi biri”. Biz bu tanımla sembol hissine “anlamının uyandırıldığı özel matematiksel kısımlarından herhangi biri” şeklinde uyarlayabiliriz. Bu matematik eğitiminin sembol hissini yetiştirip büyümesi için istendik bir amacı olur ve bu sayede fizyolojik duyuların biyolojik varlığımızın ayrılmaz bir parçası olduğu gibi sembol hissi de matematik takım çantamızın vazgeçilmez bir parçası olur. Bu benzetme, sembol hissini neredeyse refleks seviyesinde harekete geçmeye hazır bulunan bir

parçamız olması gerektiğini savunmaktadır. Ancak aynı zamanda, hislerimiz bizi yanılttığında yedek duyularımızın olduğu gibi, sembol hissinin de bu yanılgıyı düzeltebilecek yollar geliştirmesi (örneğin, her durum için sembolik yanılsamalar içeren bir sorun giderme bilinci) beklenmektedir (Arcavi, 1994, s. 32).

Arcavi'ye (1994, s. 31) göre sembol hissi;

- İlişkileri, genellemeleri ve kanıtları göstermek için sembollerin nasıl ve ne zaman kullanılması gerektiğinin anlaşıldığı, sembollerin gücü için estetik bir his veya anlayış biçimidir.
- Bir problem üzerinde ilerleme kaydetmek veya daha kolay ve açık bir çözüm bulabilmek için diğer yaklaşımlar uğruna semboller gözden çıkarmayı gerektiren histir.
- Cebirsel problemleri çözmek için sembolik ifadeleri okuma ve kullanma yeteneğidir. Bir yandan sembolik ifadelerin küresel bir “gestalt” görünümü ile birleştğinde sembollerle uğraşmayı nispeten hızlı ve etkili hale getirir diğer yandan sembolik ifadelerin anlamlarını okumak sonuçlara bağlantı katmanları ve mantıklılık katabilir.
- Kişinin bir problemde ilerleme kaydetmesi için gerekli olan sözel ve grafiksel bilgileri ifade etmesi ve sembolik ilişkileri başarılı bir şekilde tasarlayabilmesi için gerekli olan farkındalıktır.
- Bir problemi sembolik olarak temsil etmeyi mümkün kılan yetenek ve eğer gerekliyse cesarete sahip olmak, önce seçimlerinden dolayı duymuş olduğu memnuniyetsizliği fark etmek ve buna kulak vermek, daha sonra ise daha başarılı olabilmek için yaptığı araştırmalarda becerikli olmaktır.
- Bir problemi çözerken sembollerin anlamlarını sürekli kontrol etmek, bunları kendi sezgileriyle ya da problemin beklenen sonuçlarıyla karşılaştırıp kıyaslamalarda bulunmaktır.
- Sembollerin farklı bağlamlarda farklı roller üstlenebileceğinin farkında olmaktır.

Sembol Hissi Davranışları: Sembol hissi gelişimi öğrencinin sembolik ifadelerle olan deneyimlerine bağlıdır. Sayı hissinde olduğu gibi sembol hissi de bu hissi içeren ve bu hissin gelişimine yardımcı olan davranışlar ve deneyimler ile tanımlanmaktadır (Kenney, 2008).

Fey (1990, s. 80), sembol hissini, sembolik ifadeler ve cebirsel işlemlerle etkili bir şekilde başa çıkmak için gereken sezgisel bir beceri olarak tanımlamaktadır. Fey (1990, s. 80) “sembol hissini öğretmek için olması gereken hedefler kümesi en azından aşağıdaki ana temaları içermelidir” şeklinde belirtmiştir.

- Kabaca sonuçlarını tahmin etmek için cebirsel bir ifadeyi sayısal veya grafik sunumu olarak tarama yeteneği,
- $n, n^2, n^3, \dots a^n$ şeklinde kurallara sahip fonksiyonlardaki büyüklükleri sıralamak için karşılaştırma yapma yeteneği,
- Fonksiyon değerleri tablosunu veya grafiği tarama veya sözlü olarak belirtilen koşullara uygun örüntüyü ifade eden bir cebirsel kuralın muhtemel şeklini tanımlayabilme,
- Cebirsel işlemleri inceleme ve sonucun şeklini tahmin etme veya aritmetikte olduğu gibi, sonuca doğru şekilde ulaşılma olasılığını değerlendirme,
- Belirli soruları cevaplamak için birkaç eşdeğer formdan hangisinin en uygun olabileceğini belirleme yeteneği.

Keller (1993), sembol hissini kişinin sembolik ifadeler ve işlem özelliklerini ilişkilendirmesini sağlayan iyi organize edilmiş bir kavramsal ağ olarak tanımlamaktadır. Sembol hissi hem sözdizimsel hem de anlamsal hem yatay hem de dikey büyümeyi ve hem temsiller hem de dönüşümleri anlamaya yarayan bilişsel ve üstbilişsel yetenekleri içerir (Keller, 1993). Tablo 2.3’te sayı hissi ve sembol hissini sergileyen davranışların özeti yer almaktadır.

Tablo 2.3

Sayı Hissini ve Sembol Hissini Sergileyen Davranışların Özeti (Keller, 1993)

Problem Çözme Becerileri	Sayı Hissi	Sembol Hissi
Temsil Sistemindeki Dönüşüm	Sayıları oluşturma ve ayrıştırma	Cebirsel ifadelerdeki işlemleri inceleme ve sonucun biçimini tahmin etme
Diğer Sistemlerine Dönüşüm	Farklı temsiller arasında esnek olarak hareket etme	Cebirsel bir ifadeyi gözden geçirme ve sayısal veya grafik gösterimleri olarak ortaya çıkabilecek kalıpları tahmin etme

Tablo 2.3 (Devam)

Sayı Hissi ve Sembol Hissi Sergileyen Davranışların Özeti (Keller, 1993)

Problem	Çözme	Sayı Hissi	Sembol Hissi
Becerileri			
DiğerTemsil Sistemlerinden Dönüşüm			Fonksiyon değerleri tablosunu veya bir grafiği, sözlü olarak ifade edilen şartları yorumlama ya da cebirsel bir kuralı uygun bir şekilde ifade edebilecek olası kalıpları belirlemek için inceleme
Büyüklük		Sayıların göreceli büyüklüklerinin farkına varma Sayıların mutlak değer büyüklükleri ile uğraşma	$n, n^2, n^3, \dots a^n$ şeklinde kurallara sahip fonksiyonlardaki büyüklükleri sıralama
Tahmin		Hesaplamaların sayısal cevaplarını tahmin etmek için sayıları esnek bir şekilde kullanma Bir tahmin uygun olduğunda tanıma	Cebirsel ifadelerin özelliklerini tahmin etme Bir tahmin uygun olduğunda tanıma
İzleme		Numaralandırma, işlem ve ilişkisel sembolleri anlamlı şekillerde bağlama	Bir muhakeme sürecine rehberlik etmek için cebirsel semboller kullanma
Düzenleme		Sonucundan emin olmadığınız işlemler için karşılaştırma ölçütlerini veya bilindik ispatlar kullanma	Doğru şekilde yapılan bir işlemin diğer olası çözümlerini inceleme ve sorgulama

Tablo 2.3 (Devam)

Sayı Hissi ve Sembol Hissi Sergileyen Davranışların Özeti (Keller, 1993)

Problem	Çözme	Sayı Hissi	Sembol Hissi
Becerileri			
Strateji Yapma	Bir	gösterimin diğerlerinden daha yararlı olduğunu fark etme	Belirli problemler için birkaç eşdeğer yoldan hangisinin daha uygun olduğunu belirleme
	Sayısal ve işlemsel olarak avantaj sağlayacak stratejiler kullanarak zihinden hesaplamalar yapma		
Tutum	Sayı hissine yönelik bir tutum sergileme	Sayı hissine yönelik bir tutum sergileme	Sembol hissine yönelik bir tutum sergileme

Driscoll'a (1999) göre sembol hissi davranışları şunlardır:

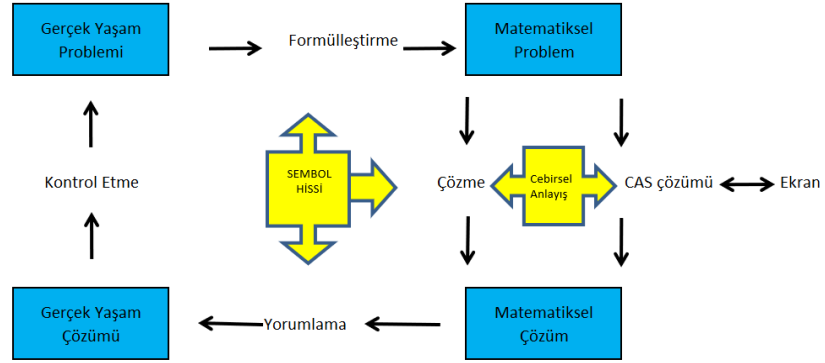
- Sembollere ne zaman ihtiyaç duyulduğunu ve ne zaman gereksiz olduklarını bilme yeteneği,
- Sembollerin anlamını yorumlayabilme yeteneği,
- Cebirsel manipülasyonları kontrol etme ve sonucun şeklini tahmin etme yeteneği,
- Bir dizi sayıya, tabloya ve grafiğe bakarak cebirsel temsilleri veya örüntüleri tahmin etme yeteneği,
- Cebirsel temsilleri görme ve bunları tablolarda, grafiklerde ve dilde nasıl ifade edileceğini bilme yeteneği.

Pierce ve Stacey'e (2001) göre sembol hissi davranışları şunlardır:

- İlişkileri ifade etmek için sembolleri kullanma yeteneği,
- Sembolün ne zaman kullanılacağına ve sembole farklı şekillerde nasıl yaklaşılabileceğine dair bir his,
- Problemleri çözmek için sembolik aritmetik sürecine yardımcı olma hissi,
- Eşdeğer sembolik ifadeleri tanıma yeteneği,

- Belirli bir problem durumunda veya ötesinde sembollerin anlamını yorumlayabilme yeteneği.

Pierce ve Stacey'nin (2002) formüle etme, çözme, yorumlama ve kontrol etmeyi içeren problem çözme döngüsü Şekil 2.5'te gösterilmiştir. Şekil 2.5'te belirtildiği gibi sembol hissi, problem çözme aşamalarının 'formülleştirme', 'çözme' ve 'yorumlama' aşamalarının en az üçünde önemlidir.



Şekil 2.5. Problem Çözme Döngüsü (Pierce ve Stacey, 2002)

Pierce ve Stacey (2001) çalışmasında Arcavi'nin (1994) problem çözme aşamaları için geçerli olan sembol hissi tanımının yönlerini nasıl izole ettiğinin ayrıntılarını sunmaktadır (Kenney, 2008). Tablo 2.4'ten de görüldüğü üzere 1-3 arasındaki bileşenler, problem çözmenin formülleştirme aşaması için, 4. bileşen hem formülleştirme hem de çözme aşamalarına uygulanabilmektedir. 5-7 bileşenleri çözme aşaması için, 8. bileşen ise hem çözme hem de yorumlama aşamaları için geçerlidir. Son olarak 9. bileşen ise yorumlama aşamasının bir parçasıdır.

Tablo 2.4

Problem Çözme Aşamalarına Göre Sıralanmış Sembol Hissini Gösteren Davranışlar (Pierce ve Stacey, 2001)

Çözme Aşaması	No	Sembol Hissinin Bileşenleri
Formülleştirme	1	Problem çözmek için sembollerin ne zaman çağrılacağını anlama ve daha iyi araçlar için onları ne zaman terk edeceğini bilme
	2	En uygun sembol seçimi hissine sahip olma

Tablo 2.4 (Devam)

Problem Çözme Aşamalarına Göre Sıralanmış Sembol Hissini Gösteren Davranışlar (Pierce ve Stacey, 2001)

Çözme Aşaması	No	Sembol Hissinin Bileşenleri
Formülleştirme	3	Olası sembolik temsilleri seçme ve ilk tercihin işe yaramaz problem çözme yi kanıtlaması durumunda bunların yerini alma becerisi
Formülleştirme/Çözme	4	Sembol anlamını yeniden kazanmaya yardımcı olmak için mevcut diğer araçları kullanarak kafa karışıklığından kurtulma yeteneği
Çözme	5	Sembollerin anlamsız değiştirme ve sembolik ifadelerin anlamını "okuma" yeteneği
Çözme	6	Sembolik bir ifadenin gerekli olduğunu ve onu tasarlama becerisinin farkına varma
Çözme	7	Sembollerin oynadığı farklı rolleri anlama
Çözme/Yorumlama	8	Sembollerin anlamını sürekli olarak kontrol etme ve kişinin kendi beklentileri ve sezgileriyle karşılaştırma ihtiyacını anlama
Yorumlama	9	İlişkileri sergilemek ve kanıtlamak için sembollerin iletilebilirliğinin ve gücünün takdir edilmesi

Kenney (2008) çalışmasında, Arcavi'nin (1994; 2005) sembol hissi bileşenleri ile Pierce ve Stacey'nin (2001), sembol hissi çerçevesini araştırması için kullanmış ve "sembollerin nasıl ve ne zaman kullanacağını bil" ve "bir temsili ne zaman terk edeceğini bil" aşamalarını ekleyerek Tablo 2.5'te yer alan yeni bir sembol hissi kodlama tablosu oluşturmuştur.

Tablo 2.5

Sembol Hissi Bileşenleri Kodlama Tablosu (Kenney, 2008, s. 319)

Çözme Aşaması	No	Sembol Hissinin Bileşenleri	No	Sembol Hissi Göstergeleri	Örnekler
Formülleştirme	1.1.	Sözlü ve cebirsel temsilleri bağlama	1.1.1.	Sembollerin nasıl ve ne zaman kullanılacağını bilme	Sözel problemlerde sembolleri seçme
			1.1.2.	Semboller ne zaman terk edeceğini bilme	Problemin özelliklerini keşfetmek için grafik veya tabloyu kullanma
			1.1.3.	Olası sembolik temsilleri seçme yeteneği	Bir sözel problemde bir denklem oluşturma
			1.1.4.	Seçilen temsilin terk edilebileceğini bilme	İki harf aynı şeyi temsil ettiğinde isimleri değiştirme
Çözme (Cebirsel İçgörü)	2.1.	Temel özellikleri tanıma	2.1.1.	Sembollerin anlamını bilme	$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunda yer alan harflerin parametre, isim veya değişken olduğunu bilme
			2.1.2.	İşlemlerin sırasını bilme	$a + b / c$ ya da $(a + b) / c$ olduğunu bilme
			2.1.3.	İşlemlerin özelliklerini bilme	Her işlemin ters işlem özelliği olmadığını bilme örn; $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$

Tablo 2.5 (Devam)

Sembol Hissi Bileşenleri Kodlama Tablosu (Kenney, 2008, s. 319)

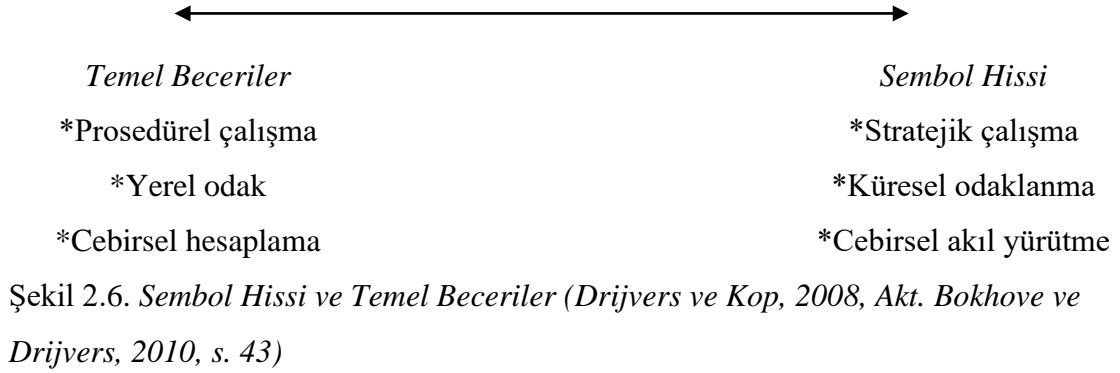
Çözme Aşaması	No	Sembol Hissinin Bileşenleri	No	Sembol Hissi Göstergeleri	Örnekler
Çözme (Cebirsel İçgörü)	2.2.	Yapıyı tanımlama	2.2.1.	Nesneleri tanımlama	Bir nesne olarak işleve bakma yani eşdeğer ifadeleri belirleme
			2.2.2.	Stratejik bileşen gruplarını belirleme	Kesirleri en sade hali ile yazma
			2.3.	Anahtar özellikleri tanımlama	
	2.3.	Anahtar özellikleri tanımlama	2.3.1.	Formu tanımlama	$2 + e^x$ ifadesinin üstel fonksiyon olduğunu bilme
			2.3.2.	Baskın terimi tanımlama	Polinomun derecesini belirleme
			2.3.3.	Formu çözüm türüne bağlama	$x^2 + 3x + 12$ 'de sanal sıfırlar olduğunu bilme
Çözme (Bağlantı Temsilleri)	3.1.	Sembolik ve grafik gösterimlerini bağlama	3.1.1.	Formu şekle bağlama	$\frac{x^2-1}{x+1}$ ifadesini doğrusal grafik olarak çizme
			3.1.2.	Anahtar özellikleri olası pozisyonlara bağlama	Kesişmeleri, maksimum noktaları vb. Fark etme
			3.1.3.	Anahtar özellikleri kesişimlere veya asimptotlara bağlama	Kesişimleri, fonksiyonun sıfırlarını veya dikey asimptotları bulma

Tablo 2.5 (Devam)

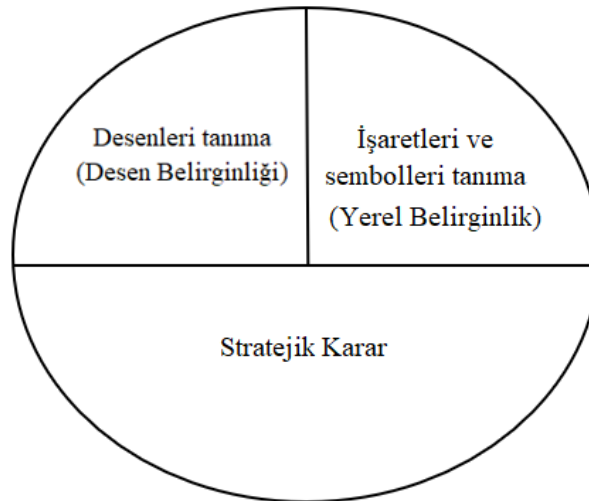
Sembol Hissi Bileşenleri Kodlama Tablosu (Kenney, 2008, s. 319)

Çözme Aşaması	No	Sembol Hissinin Bileşenleri	No	Sembol Hissi Göstergeleri	Örnekler
Çözme (Bağlantı Temsilleri)	3.2.	Sembolik ve sayısal gösterimleri bağlama	3.2.1.	Temel özellikleri tablo için kritik aralıklara bağlama	Sıfırın bir tamsayı olmadığını bilme
Yorumlama	4.1.	Anlamı tanıma	4.1.1.	Sembolik anlamı probleme bağlama	İlgili probleme geri dönme
			4.1.2.	Sembolik anlamı kişisel beklentilerle ilişkilendirme	İşlem sonucunu önceki tahminiyle karşılaştırma

Sembol hissi sembollere karşı olumlu bir tutum ve küresel bir bakış açısı veya ‘Gestalt görüşü’ içeren semboller için karmaşık bir histir (Arcavi, 2005). Arcavi’nin (1994) çalışmasına paralel olarak çalışmalarında, Bokhove ve Drijvers’in (2010) çalışmalarında sembol hissi temel becerilerle ilişkili olarak tanımlanmıştır. Sembol hissi temel becerileri kullanırken bir pusula işlevi görmektedir. Sembol hissi ve temel beceriler birbirini tamamlayıcıdır (bkz. Şekil 2.6).



Temel beceriler, yerel bir odaklanma ve cebirsel hesaplamalara vurgu yapan prosedürel çalışmayı içerirken; sembol hissi, cebirsel ifadeler, formüller ve cebirsel muhakeme üzerine küresel bir bakış açısıyla stratejik çalışmayı içerir. Küresel bir görüş veya bir Gestalt görüşü, bir cebirsel formülü bir bütün olarak görme, onu “okuma”, yapısını ve küresel özelliklerini tanıma yeteneği ile ilgilidir (bkz. Şekil 2.7).



Şekil 2.7. Gestalt Bakış Açısı (Bokhove ve Drijvers, 2010, s. 44)

Arcavi'ye (1994) göre sembol hissi problem çözmenin tüm aşamalarında ortaya çıkan bir histir. Örnekler aracılığıyla Arcavi (1994), sembol hissi davranışını gösteren sekiz adet davranış tanımlamıştır.

Davranış 1: Sembollerle Dostluk: Arcavi'ye (1994, s. 25) göre sembollerle dostluk, ilişkilerin, genellemelerin ve kanıtların görüntülenmesi için sembollerin ne zaman ve nasıl kullanılabileceğinin anlaşılması ile ilgilidir. Arcavi sembollerle dostluk davranışını “iyi arkadaşlar ne içindir” ve “daha az arkadaş canlısı olduklarında” şeklinde iki alt başlık altında incelemiştir. Arcavi'ye (1994, s. 25) göre *sembollerle dostluk* bir problemi çözme sürecinde sembole ne zaman ihtiyaç duyulacağını sezmeyi, tam tersi olarak da, daha iyi bir uygulama için bir sembolden ne zaman vazgeçileceğini bilmeyi gerektirir.

Arcavi, Şekil 2.8'de gösterildiği gibi 9 hücrenin olduğu sihirli bir kutu kullanarak sembollerle dostluk davranışına örnek vermiştir.

	3	
2		1

(a)

	4	
2		2

(b)

Şekil 2.8. *Sihirli Kutular* (Arcavi, 1994, s. 25)

Arcavi (1994, s. 25), öğrencilerden (a) kutusunda yer alan boş hücreleri tamamlayarak satır, sütun veya çapraz olarak toplamı 9 olan sihirli kareler elde etmelerini, (b) kutusunda ise öğrencilerin boş hücreleri, satır, sütun veya çapraz olarak toplamı 10 olan sihirli kutular haline gelecek şekilde tamamlamalarını ister. Birinci problem (a)'nın çözümünde öğrenciler her iki satır, sütun ve köşegenlerden gelen üç sayının toplamını 9 olarak bulurlar. Ancak ikinci problemin çözümünde satır, sütun veya köşegenlerin toplamı 10 olan bir çözüm elde edemezler. Bunun gibi problemleri çözmek için semboller kullanımı gerekliyse de çoğu öğrenci problemler için sembolleri kullanamamaktadır. Sembol hissini bu bileşeni, durumları anlamak için sembolleri kullanmak, sembollere duyarlı olmaktır.

Davranış 2: Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma: Cebir problemlerini çözmenin iki tamamlayıcı yönü olarak *sembolik ifadeleri okuma ve kullanma*, problemlerin ve problem anlamlarının hissedilmesi beklentisi ile sembollerin önceden incelenmesi ve anlam üretme ile sembolik kullanım arasındaki zıtlığı kontrol etme

anlamına gelmektedir (Arcavi, 2005, s. 43). Öğrencilerden semboller içeren problemleri çözmeleri istendiğinde otomatik manipülasyon kullanarak çözüme geçme eğilimindedirler. Sembolik bir ilişkiyi okuma ve fark etmek için neredeyse otomatik bir rutini yarıda kesmek sembol hissini küçük bir örneğidir. Okuma, sembol hissine sahip olmanın problemin çözülmesi için gerekli olup olmadığı veya problem ile ilgili ek kavrayışa katkıda bulunmasının sembolik bir yönüdür. Arcavi (1994, s. 26-27), bu davranışı “manipüle etmek yerine okuma”, “okuma ve manipüle etme”, “manipülasyonların hedefi olarak okuma” ve “mantıklı olmak için okuma” olmak üzere dört alt başlık altında incelemiştir.

Davranış 3: Sembolik İfadeleri Tasarlama: Arcavi (1994, s. 28)’e göre sembolik ifadeleri tasarlama, bir problemde ilerleme sağlamak ve sembolik ifadeleri tasarlamak için gerekli olan sözel veya grafiksel bilgileri ifade etmektedir. Bu sembol hissi davranışını açıklamak için bahsedilen “Yeşil Küreler” bilgisayar oyunu (Dugdale ve Kibbey, 1986) rastgele yerleştirilmiş “kürelerin” bulunduğu kartezyen bir ızgaranın ekran görüntüsünden oluşmaktadır. Oyunun amacı, cebirsel biçimde bir fonksiyon girerek grafiğin mümkün olan en fazla küreye vurmasını sağlamaktır. Oyuncu, tasarlayacağı cebirsel ifadeye karşılık gelecek olan grafiği hayal etmelidir çünkü bu bilgisayarın grafiği çizmesinin tek yoludur. Dugdale (1993) bir öğrencinin bu oyun ile ilgili ilginç bir davranışının örneğini vermiştir. Vurulan küre sayısını artırmak için öğrenci $y = 13(x + 2)^2 - 7 + \frac{1}{x - 3,5}$ şeklinde ikinci dereceden basit bir denklem düzenlemiştir: Öğrenci fonksiyona ilk olarak $1 / (x - 3,5)$ rasyonel sayıyı ekleyerek parabol şeklinde bir grafik etmiştir. Arcavi’ye (1994) göre öğrenci bu davranışıyla önemli derecede sembol hissine sahip olduğunu göstermiştir. Öğrenci hemen hemen her yerde parabol olması istenilen bir grafik için cebirsel bir ifade kurabilmiştir fakat bulunduğu fonksiyon istenilen komşulukta dikey bir çizgi gibi davranmıştır. Bu yüzden öğrenci fonksiyona çok fazla etki etmeyen rasyonel bir sayı eklemiştir. Fakat x sayısı 3,5 değerine yaklaştığında grafik fazladan küreye vurmak için fonksiyonun süreksizliğinin olduğu alanlarda “zıplamalar” ve “kırılmalar” yapmıştır. Arcavi (1994), bu akıl yürütmeyi, Davranış 2’de gösterilenden daha yüksek bir bilişsel sembol hissi seviyesi olarak görmektedir. Burada Arcavi’nin (1994) sembol hissinden kastı ilk olarak istenen amaç için geçici bir sembolik ifadenin oluşturulabileceği ve bunun tasarlanabileceği daha sonra belli özelliklere sahip bir ifadenin (bu örnek için rasyonel

bir sayı) gerekli olduğunun farkına varılması, son olarak da sembol hissini bu ifadeyi başarılı bir şekilde tasarlama yeteneği gerektirdiğidir.

Davranış 4: Eşdeğer Olmayan Anlamlar İçin Eşdeğer İfadeler: Arcavi (1994, s. 28) bu davranış için iki örnek vermiştir. Bir öğrencinin a ve b şeklinde iki sayının aritmetik ortalamasını hesaplayan bir formül ile uğraşırken, $(a + b) / 2$ 'yi $a/2 + b/2$ şeklinde basit bir sembole dönüştürebildiğini gözlemlemiştir. Ancak öğrenci bununla kalmamış, iki sayının ortalamasını yeni bir şekilde kavramsallaştırmıştır. Öğrenciye göre bu sayı bir sayının yarısı ile diğerinin yarısının oluşturduğu bir sayıdır. Yeniden yapılan bu kavramsallaştırma sadece resmi sonuçlardan değil, aynı zamanda yeni anlamların kaynağı olarak eşdeğer sembolik ifadelerden de ortaya çıkmıştır. Benzer bir davranışın başka bir örneği de şu şekildedir: “*Tek bir sayı seç, karesini al ve 1 çıkar. Sonuç hakkında ne söylenebilir?*”. Problem şu şekilde formüle edilmiştir: “ $(2n - 1)^2 - 1$ ”. Daha sonra genel bir sonuca ulaşmak için buna eşdeğer olan “ $4n^2 - 4n$ ” ifadesi elde edilmektedir. İlk bakışta, sonuç 4’ün katı gibi gözükse de problemin başında elde edilen semboller tekrardan düzenlendiğinde $4n^2 - 4n = 4n(n - 1)$ ifadesi bulunmakta ve semboller okunduğunda sonucun her zaman 8’in bir katı olduğu görülmektedir. Çünkü “n” ve “n - 1” ardışık tam sayılardır ve biri mutlaka çifttir. Sembollerin daha fazla düzenlemeleri daha da fazlasını açıklar. $4n(n - 1)$ ifadesi “ $8[n(n - 1)/2]$ ” olarak yazılırsa elde edilen sayıların sadece 8’in katları olduğu değil aynı zamanda 8’in çok özel katları oldukları görülmektedir. Bu iki örneğin de ortak bir “hikâyesi” bulunmaktadır. Her iki örnekte de sembol kullanımları ile elde edilen eşdeğer ifadeler sayesinde daha zengin anlamlar kazanmıştır. Arcavi (1994), orijinal anlamlarının yeni yönlerini araştırmaya rehberlik eden semboller için hissetme ve güven duygusunun, sembol hissini başka bir yönünü oluşturduğunu düşünmektedir.

Davranış 5: Sembollerin Seçimi: Sembol seçimi, verilen problem için olası bir sembolik temsili seçmeyi ifade eder. Semboller aynı “tür” sayıları temsil etseler bile bunları seçmenin farklı yolları olabilir. Örneğin, üç ardışık tam sayı hem $n, n + 1, n + 2$ şeklinde hem $n - 1, n, n + 1$ şeklinde hem de $n - 2, n - 1$ ve n şeklinde temsil edilebilir. Seçim nihai sonuç olmasa bile hesaplamayı basitleştirebilmektedir. Sembol seçimi sonuç açısından bağlayıcı değildir, eğer kişi isterse veya orijinal seçim yetersiz görülürse problem daha farklı şekillerde de temsil edilebilir (Arcavi, 1994, s. 28-29).

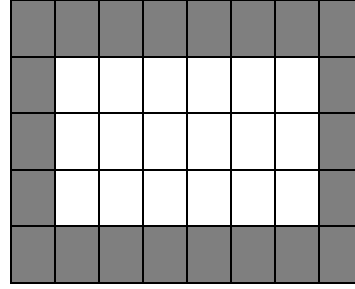
Davranış 6: Sembollerin Esnek Kullanma Becerileri: Arcavi’ye (1994, s. 29) göre sembollerin doğru olarak kullanımı kurallara körü körüne itaat etmekten fazlasını

gerektirir. Sembolleri hissetmenin birçok farklı yönü vardır. Örneğin sembol kullanımında potansiyel bir “daireliliğin farkına varma”, bazı sembolik ifadelerin “gestalt görüşü” ve “resmi hedefler”e yönelik kullanımlardır.

Daireselliği öngörme yeteneği sembol hissinin bir dışa vurumudur. Bir “gestalt” görüşüne sahip olmak ise sembolleri sadece harflerin birleşimi olarak değil onları belirli bir biçimde düzenlenmiş olarak algılamaktır.

Öğrenciler, “ $v\sqrt{u} = 1 + 2v\sqrt{1+u}$ denkleminde v ’nin, u ’ya bağlı çözümü nedir?” gibi denklem problemlerini çözmekte büyük zorluklar yaşamaktadırlar. Bazı öğrenciler bu tarz denklemlerde sık sık geçerli dönüşümler uygulasalar da çözüme ulaşmaları git gide zorlaşmakta ve sürekli “daireler çizerek” oldukları noktaya geri gelmektedirler. Bu davranış “daireliliğin farkına varma”ya bir örnektir. Bazı öğrenciler ise $a \neq c$ olmak üzere bu denklemi $av = b + cv$ biçimindeki bir denklem olarak düşünüp $v = b/(a-c)$ şeklinde bir çözüm bulurlar. Bu davranış ise “gestalt görüşüne” bir örnektir (Arcavi, 1994, s. 29).

Arcavi (1994, s. 29), “resmi hedefler” başlığında ise örnek olarak Şekil 2.9’da yer alan dikdörtgenle oluşturulmuş bir probleme ve bu problemin bir matematikçi tarafından yapılan çözümüne yer vermiştir.



Şekil 2.9. Dikdörtgen Problemi (Longley-Cook, 1965, Problem 87; Gardner, 1983)

Şekil 2.9’da yer alan kenarları taranmış, birim kareler içeren bir dikdörtgenin kenarlardaki taranmış karelerin sayısı içteki taranmamış karelerin sayısına eşit değildir. Buna göre kenarları birim karelerden oluşan ve içte eşit sayıda hücreler içeren böyle bir dikdörtgeni çizmek mümkün müdür şeklindeki problem için bir matematikçinin uyguladığı çözüm şu şekildedir: Matematikçi, denklemi kurmaya dıştaki toplam hücre sayısını $2a + 2(b - 2)$ ile içteki hücre sayısını ise $ab - [2a + 2(b - 2)]$ ile ifade ederek başlamıştır. Daha sonra terimleri azalttıktan sonra, $ab - 4a - 4b - 8 = 0$ şeklindeki (1) numaralı denklemi elde etmiştir. Bu ifade onu, tüm a ve b tamsayı

değişken değerlerinin okumanın daha kolay olabileceği bir çarpanlarına ayırmaya yöneltmiştir. İlk denemesi $a(b - 4) - 4(b - 2) = 0$ sonucunu vermiş fakat çarpanlara ayırmayı tamamlayamamıştır. Ancak, $(b - 2)$ 'yi $(b - 4)$ 'e dönüştürürse çarpanlarına ayırmanın tamamlanabileceğini fark etmiş ve (1) numaralı denkleminin her iki tarafına 16 ekleyerek $(b - 4)(a - 4) = 8$ sonucunu elde etmiş ve bu durumda problemin çözümü için “6 x 8” ve “5 x 12” lik iki farklı dikdörtgen bulmuştur. Arcavi'ye (1994, s. 30) göre bu çözüm sembol hissini iki aşamada göstermektedir: Birincisi, problemi çözen kişi çözümü ele alan ve yorumunu kolaylaştıran sembolik bir hedef öngörmüş, daha sonra, seçilen hedef için gerekli olan işlemleri bilinçli bir şekilde kullanmıştır.

Davranış 7: Geçmişteki Semboller: Arcavi'ye (1994, s. 30) göre bu davranış bir prosedürün uygulanması, bir problemin çözümü veya sonuçların incelenmesi sırasında sembollerin anlamını kişinin beklenen sonuç hakkındaki sezgisiyle karşılaştırılması ve karşıtlığını incelemesidir. Tamamlama prosedürünün yürütülmesi sırasında, öğrencinin sembolün anlamını kontrol etmesi gerekir; bu, baştan sona seçilen sembolün tam olarak başlangıçta ayarlandığı anlamına gelir. Bir öğrenci tamamlamada sembollerin uygunluğunu kontrol etmediğinde, tamamlama adımı ile yapılan örnekler arasında sembollerin kullanımında farklılıklar olacaktır. Prosedürün yürütülmesi sırasında sembollerin anlamının kontrol edilmesi, sembollerin kullanımındaki hataları en aza indirir.

Davranış 8: Sembol Bağlamı: Arcavi'ye (1994, s. 30-31) göre bu davranış aynı değişkenin kullanımın farklı problemlerde farklı bir anlama sahip olabildiğini anlamakla ilgilidir. Örneğin; A) “Yıldız'ın yaşı Tuğçe'nin yaşından 7 yaş büyük olduğuna ve ikisinin yaşları toplamı 43 olduğuna göre her birinin kaç yaşında olduğunu bulunuz.” ve B) 5 kalem ve 6 silginin fiyatının 21 TL, 2 kalem ve 3 silginin fiyatı ise 9 TL'dir. Buna göre 8 silgi ve 4 kalemin fiyatı kaç TL'dir?” problemleri verilsin. Her iki problemin çözümünde de bilinmeyenler için “x” ve “y” değişkenleri kullanabilir. Örneğin ilk problemde “x” değişkeni Yıldız'ın yaşı ve “y” değişkeni de Tuğçe'nin yaşı anlamına gelmekteyken ikinci problemde “x” değişkeni kalemin, “y” değişkeni ise silginin fiyatı anlamına gelebilir. Bu örneklerden, sembollerin farklı bağlamlarda farklı rollere sahip olabileceği sonucuna varılabilir.

Arcavi (2005, s. 42-43), çalışmasında bahsettiği sekiz adet sembol hissi davranışının bazı ana bileşenlerini özetleyen ve gösteren bir liste oluşturmuştur. Bu listede yer alan sembol hissi davranışları; “sembollerle dostluk”, “sembolik ifadeleri okuma ve kullanma”, “sembolik ifadeleri tasarlama”, “sembol seçimi”, “bir prosedürün

uygulanması sırasında sembollerin anlamlarının kontrol edilmesi” ve “sembol bağlamı” olmak üzere altı adettir. Bu davranışlara ait genel açıklamalar şu şekildedir:

- ✓ *Sembollerle Dostluk*: Sembollere dostluk sembollerin anlaşılması ve sembollerin gücünü hissedebilmektir. Gizli ve görünmeyen ilişkileri, genellemeleri ve diğer kanıtları göstermek için sembollerin nasıl ve ne zaman kullanılması gerektiğini bilmek anlamına gelmektedir.
- ✓ *Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma*: Sembolleri okuma ve aynı zamanda kullanma yeteneği, cebirsel problemleri çözmenin iki tamamlayıcı yönüdür. Cebirsel problemlerle karşılaştıklarında, öğrencilerin var olan sembollerini anlamaları istenmektedir. Cebir problemlerini semboller kullanarak çözmek daha kolaydır.
- ✓ *Sembolik İfadeleri Tasarlama*: Cebir problemlerini çözerken öğrenciler sayılar, harfler ve cebirsel işlemler şeklinde çeşitli sembollerle karşı karşıya kalmaktadırlar. Bir öğrenci semboller arasındaki ilişkiyi anladığında, değişkenleri, katsayıları veya sabitleri çözerken veya yazarken hata yapmayacaktır. Bu davranış bir problemde ilerleme sağlamak için gereken sözlü veya grafiksel bilgileri ifade eden sembolik ilişkileri başarılı bir şekilde düzenleyebileceğinin farkındalığı ve bu ifadeleri tasarlama becerisi anlamına gelmektedir.
- ✓ *Sembol Seçimi*: Sembolleri belirli değişkenlere atama örneğinde olduğu gibi bir problem için olası sembol temsillerinden birini seçme yeteneğidir.
- ✓ *Bir Prosedürün Uygulanması Sırasında Sembollerin Anlamlarının Kontrol Edilmesi*: Bir prosedürün uygulanması, bir problemin çözümü veya sonuçların incelenmesi sırasında veya öncesinde sembollerin anlamını kontrol etme ve sembol anlamının kişinin beklenen sonuç hakkındaki sezgisiyle karşılaştırılmasını içerir.
- ✓ *Sembol Bağlamı*: Sembollerin farklı bağlamlarda (değişkenler gibi) farklı rolleri olabileceği bilincidir. Aynı değişkenin kullanımı farklı problemlerde farklı anlamlar gerektirebilir.

Sembol hissinin’ bu altı davranışı birbiriyle ilişkilidir ve yakından bağlantılıdır. Bir öğrencinin bir sembol hissi davranışı varsa, o zaman muhtemelen diğer davranışları gösterecektir, ancak bir davranışın olmaması, davranışların hiçbirine sahip olmamasına neden olabilir. Başka bir deyişle, eğer bir öğrenci ‘sembollerle dostluk’ davranışına sahipse, o zaman iki tamamlayıcı yön olarak ‘sembolik ifadeleri okuma ve kullanma’ davranışına da sahip olmalıdır (Arcavi, 2005, s. 42-43).

Alanyazınında yer alan sembol hissi davranışları ile ilgili çalışmalar (Arcavi, 1994, 2005; Darojaturrofiah, 2017; Jupri ve Sispiyati, 2020; Rini vd., 2021) ve uzman görüşü doğrultusunda Tablo 2.6’da yer alan sembol hissi davranışları gösterge tablosu oluşturulmuştur.

Tablo 2.6

Sembol Hissi Davranışları Gösterge Tablosu

Kod	Sembol Hissi Davranışı	No	Gösterge
A	Sembollerle Dostluk	1	Sembollerin nasıl ve ne zaman kullanacağını bilme
		2	Sembolleri ne zaman terk edeceğini bilme
		3	Problemdeki sembollerin anlamlarını belirleyebilme
		4	Problemdeki anlamlarına göre semboller yazma
		5	Problem çözmenin her adımında sembolleri doğru şekilde kullanma
B	Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma	1	Problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembolleri ifade etme
		2	Problemleri çözmek için matematiksel modeller kullanma
		3	Problemde oluşturulan matematiksel modelin anlamını açıklama
C	Sembolik İfadeleri Tasarlama	1	Sembolleri problemlerle ilişkilendirme
		2	Problemin çözümü için gerekli olan sözel ve grafiksel bilgileri başarılı bir şekilde tasarlayabilme

Tablo 2.6 (Devam)

Sembol Hissi Davranışları Gösterge Tablosu

Kod	Sembol Hissi Davranışı	No	Gösterge
D	Sembol Seçimi	1	Problemi çözmek için doğru sembolü seçme
		2	Problemde seçilen sembolün uygun temsil yöntemini seçme
		3	Problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma
E	Bir prosedürün uygulanması sırasında sembol anlamlarının kontrol edilmesi	1	Problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kanıtlama
F	Sembol Bağlamı	1	Kullanılan sembollerin farklı problemlerde farklı anlamları olacağını açıklama

Araştırmanın bir sonraki bölümünde çalışmanın amacına uygun olarak “sembol hissi davranışları” ile ilgili çalışmalardan bahsedilmektedir.

2.3.1. Sembol hissi davranışları ile ilgili çalışmalar

Sembol hissi davranışları ile ilgili ulusal alanda bir çalışmaya ulaşamamış olup uluslararası alanyazınında yapılan çalışmalar bu araştırmanın daha tutarlı yapılabilmesi için araştırma problemlerine/amaçlarına, yöntemlerine ve sonuçlarına göre ayrılmış ve bu başlıkların her biri ile ilgili bilgilere ayrı ayrı yer verilmiştir.

2.3.1.1. Araştırma problemlerine/amaçlarına göre

Ulusal ve uluslararası alanyazınında sembol hissi davranışları ile ilgili yapılan çalışmalarda belirlenen araştırma problemlerinin/amaçlarının ayrı bir başlık altında verilemesinin yapılan bu çalışmaya daha iyi yön vereceği düşünülmüştür. Bu nedenle alanyazınında yer alan çalışmalar, araştırma problemlerine/amaçlarına göre şunlardır:

- Keller’in (1993) çalışmasının amaçları; (a) sembol hissinin doğasını açıklamak, (b) CAS’nin öğrencilerin sembol hissi gelişimi üzerindeki etkilerini belirlemek, (c) CAS kullanan ve kullanmayan öğrenciler arasındaki sembol

hissi farklılıklarını incelemek ve (d) CAS kullanan ve kullanmayan öğrencilerin kalkülüs başarılarını incelemektir.

- Arcavi (1994) teorik çalışmasında, “Nedir Bu Sembol Hissi?-İlk Tur”, “Sembol Hissi Nedir?-İkinci Tur” başlıkları altında sembol hissi tanımı ve sembol hissi davranışlarına yer vermiştir.
- Pope ve Sharma (2001) çalışmalarında, öğretmenlerin ve öğrencilerin, yaygın hatalara ve yanlış anlamalara dayanan maddelere verdiği tepkileri keşfederek, bu iki grubun sembol hissi davranışlarına ne derecede sahip olduğunu belirlemeyi amaçlamışlardır.
- Zehavi’nin (2004) teorik çalışması; 1995, 1998 ve 2001’de (CAS) kullanmayı öğrenirken cebirsel bir problemi çözen lise öğretmenlerinin bir üçlemesinden oluşmaktadır. Öğretmenlerin kullandığı farklı yaklaşımlar ve sembolik-grafik yazılımın onları nasıl etkilediği çözüm süreci, “sembol hissi” üzerine teorik görüşler ve CAS eğitim camiasında geliştirilen “enstrümantasyon” kavramı üzerinden tartışılmıştır.
- Pierce ve Stacey’nin (2004) çalışmalarının amacı, araştırmacılara CAS ile matematik öğrenmeye yönelik araştırmaların tutarlılığını geliştirmek için ortak bir çerçeve sunmak, terminoloji ve araç sağlamak ve bulgularının önemli bir bilgi birikimine dönüşmesine yardımcı olmaktır.
- Arcavi (2005) çalışmasında, matematikte sembol hissini kullanımı ve geliştirilmesi ile ilgili teorik bir araştırmaya yer vermiştir. Sembol hissini altı bileşene ayırmış ve her bir bileşeni örneklerle açıklamıştır.
- Kenney’nin (2008) yaptığı çalışmanın amacı, bir grafik hesap makinesi ile ve grafik hesap makinesi olmadan problem görevlerini çözerken öğrencilerin matematiksel sembollerin kullanımlarını ve yorumlarını çalışmanın hedefleri ve etkinlikleri üzerindeki etkilerini araştırmaktır.
- Naidoo’nun (2009) çalışması öğrencilerin problem çözme görevlerinde harfleri nasıl yorumladıklarını araştırarak erken cebirde genelleştirilmiş aritmetik üzerine odaklanmaktadır. Araştırmanın amacı, ortaokul cebirinin temelini oluşturan cebirde harflerin merkezi yönü ile ilgili kavram yanlışlarını araştırmaktır.

- Cho ve Song (2010) çalışmalarında, Arcavi'nin sembol hissi davranışları çerçevesinden hareketle sembol hissini özelliklerini keşfetmeyi amaçlamışlardır.
- Darojaturrofiah (2017) çalışmasında, cebirsel problemlerin çözümünde sembol hissi profilini açıklamayı amaçlamaktadır. Çalışmasının katılımcıları dokuzuncu sınıf düzeyinde matematiksel yetenekleri açısından başarı düzeyi düşük, orta ve yüksek olan ikişer öğrenciden oluşmaktadır.
- Turşucu vd. (2018) çalışmalarında, cebirsel fizik problemlerini çözen onuncu sınıf lise öğrencilerinin sembol hissi davranışlarını incelemişlerdir.
- Sugilar vd. (2019) araştırmasında, cebirsel problemlerin çözümünde iki farklı okulda öğrenim gören ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin sergilediği “sembol hissi” ve “yapı hissi” yeteneklerini incelemiştir. Çalışmanın amacı, öğrencilerin cebirsel problemleri veya sembol ifadesi veya yapısı gerektiren diğer matematik problemlerini çözebilmeleri açısından sembol anlamı ve matematiksel anlamın yapısını belirlemektir.
- Somasundram vd. (2019) çalışmalarının amacı, beşinci sınıf öğrencilerinin sayı hissi ile cebirsel düşünme arasındaki ilişkide sembol hissi ve örüntü hissini aracı etkilerini belirlemektir.
- Kop vd. (2020) çalışmalarında, on ikinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan cebir görevlerini çözerken öğrencilerin grafik yetenekleri ile sembol hissi davranışları arasındaki ilişkiyi keşfetmeyi amaçlamışlardır.
- Jupri ve Sispiyati (2020) çalışmalarında, Arcavi'nin sembol hissi davranışları çerçevesini kullanarak ikinci dereceden denklemlerle ilgili cebirsel yeterliliği ölçen üç görev tasarlamayı amaçlamışlardır.
- Jupri ve Sispiyati (2021) çalışmalarında, sembol hissini özelliklerini kullanarak matematik görevleri tasarlamayı amaçlamışlardır.
- Rini vd. (2021) çalışmalarında, Polya'nın problem çözme aşamalarına dayanarak, öğrencilerin cebir problemini çözmek için sembol hissi davranışlarını ne ölçüde kullandığını belirlemeyi amaçlamışlardır.

2.3.1.2. Yöntemlerine göre

Ulusal ve uluslararası alanyazınında sembol hissi davranışları ile ilgili yapılan çalışmalarda belirlenen yöntemlerin ayrı bir başlık altında verilemesinin yapılan bu

çalışmaya daha iyi yön vereceği düşünülmüştür. Bu nedenle alanyazınında yer alan çalışmalar, yöntemlerine göre şunlardır:

- Keller'in (1993) Western Michigan Üniversitesi'nde gerçekleştirdiği çalışmada öğrenciler tarafından sergilenen sembol hissi davranışları, kalkülüs dersinin işlendiği üç farklı ortamda incelenmiştir. Bu ortamlar CAS uygulamalarının kullanıldığı iki ortam ve grafik hesap makinelerinin kullanımını içeren geleneksel ders tabanlı bir ortamdır. Veriler araştırmacı tarafından geliştirilen sembol hissi testinin uygulama öncesi ve sonrası sonuçlarından, bölümün kapsamlı final sınavlarından, laboratuvar uygulamalarından ve her bölümde 4 öğrenci ile yapılan mülakatların yer aldığı 5 video kaydından elde edilmiştir. Sayısal veriler ön test ve son test yöntemi ile analiz edilmiştir. Kalkülüsteki sembolik dönüşümleri CAS öğrencileri karşılaştırma öğrencilerine kıyasla daha amaca yönelik olarak kullanmışlardır.
- Arcavi (1994), çalışmasının ilk başlığı olan “Nedir Bu Sembol Hissi-İlk Tur” başlığında sembol hissi ile ilgili örnekler göstererek sembol hissi davranışlarını tanımlamaya ve tartışmaya odaklanmıştır. Sembol hissini oluşturan sekiz temel davranış örneklerle açıklamış ve bu davranışları, Davranış 1) Sembollerle Dostluk, 1a) İyi Arkadaşlar Ne İçindir?, 1b) Arkadaşlar Daha Az Arkadaş Canlısı Olduklarında?; Davranış 2) Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma, 2a) Kullanma Yerine Okuma, 2b) Okuma ve Kullanma, 2c) Kullanmanın Hedefi Olarak Okuma, 2d) Mantıklı Olmak İçin Okuma; Davranış 3) Sembolik İfadeleri Tasarlama; Davranış 4) Eşdeğer Olmayan Anlamlar İçin Eşdeğer İfadeler; Davranış 5) Sembollerin Seçimi; Davranış, 6) Esnek Kullanma Yetenekleri, 6a) Dairesellik, 6b) Gestalt, 6c) Resmi Hedefler; Davranış 7) Geçmişteki Semboller ve Davranış 8) Sembol Bağlamı olarak kategorilendirilmiştir. Çalışmanın ikinci başlığı olan “Sembol Hissi Nedir?-İkinci Tur” başlığında ise sembol hissi tanımlarını listelemiştir.
- Pope ve Sharma (2001) çalışmalarında, Arcavi (1994)'nin sembol hissi tanımını kullanarak, 15, 16, 17, 18 yaş grubundan sekizer öğrenci olmak üzere toplam 32 yüksek başarılı kız öğrenci, üç deneyimli orta öğretim öğretmeni ve dokuz stajyer ile çalışmıştır. Bu çalışmada sembol hissi davranışları ve kavram yanılgıları ile ilgili on soruluk bir test kullanılmıştır.

Verilen yanıtlar puanlanmış ve veriler elektronik bir tablo ile analiz edilmiştir.

- Zehavi (2004) çalışmasında enstrümantasyon şemalarının oluşturulmasında yer alan (a) CAS yazılımının, cebirsel işlemlerde ve örtük çizimde sembollerini kullandığı (anlamlandırdığı) özel yolların farkındalığı ve (b) problemin bağlamıyla ilgili olarak karmaşık grafiklerin cebirsel yorumlarını açık hale getirme ihtiyacı olan iki epistemolojik sembol hissi perspektifi belirlemiştir.
- Pierce ve Stacey'nin (2004) çalışmalarında, aritmetikte hesap makineleriyle ilgili deneyimin sayı hissi için bir çerçeveye yol açtığını, cebir için de bu durumun bariz bir paralellik taşıdığını bu nedenle bu çalışmanın sembolik çalışmayı izlemek için cebirsel kavrayışın geliştirilmesinde büyük önem taşıdığından bahsetmişlerdir. Çalışmalarında cebirsel içgörü için bir çerçeve sunmuşlar, ardından cebirsel içgörünün bir yönü olan cebirsel beklentiyi ayrıntılı olarak araştırmışlardır.
- Arcavi (2005) bir diğer teorik çalışmasında, sembol hissini “sembollerle dostluk”, “sembollerin düzenleme yeteneğinin ve sembolik ifadeleri okumanın cebirsel ifadelerin çözümünde iki tamamlayıcı unsur olması”, “sembolik ifadeleri tasarlama”, “sembol seçimi”, “problemin çözümünü uygularken sembollerin anlamlarını kontrol etmenin gerekliliğini fark etme veya çözümleri incelerken beklenen bu anlamların beklenen sonuçlar hakkındaki kendi sezgileriyle karşılaştırılması” ve “sembollerin farklı bağlamlarda farklı roller oynayabileceğinin farkında olma ve bu farklılıklar için sezgisel bir his geliştirilmesi” olmak üzere altı ana davranış olarak özetlemiştir.
- Kenney (2008) çalışmasında, matematik problemleri üzerinde çalıştıkları sırada seçtikleri hedefler ve aktiviteler ile yaptıkları öngörü ve düşünceler üzerine odaklanan matematik öncesi üniversite öğrencileri üzerinde çok durumlu bir çalışma yürütmüştür. Veriler, etkinlik etkili bir ilişki çerçevesinin kavramsal merceği ve bir sembol hissi çerçevesi altında toplanmış ve analiz edilmiştir. Altı farklı öğrenci vakası incelenmiş ve hem vaka içi hem de vaka içi veri analizi yapılmış ve rapor edilmiştir.

- Naidoo (2009) çalışmasını, şehir merkezindeki bir okuldan otuz, dokuzuncu sınıf öğrencisi ile gerçekleştirmiştir. Cebirsel semboller, bu çalışmanın araştırma sorularının merkezinde yer almış ve bu örneklemdeki öğrencilerin yaptığı tüm kağıt ve kalem görevlerine yerleştirilmiştir. Harflerin altı farklı yorumunu kapsayan on yedikağıt-kalem görevi ile çalışan öğrenciler arasından seçilen altı öğrenci ile görüşme yapılmıştır. Verilerin analizi, öğrencilerin genel performansının çok zayıf olduğunu ve çoğu öğrencinin aritmetikten cebire geçişte başarılı olamadığını göstermiştir.
- Cho ve Song (2010) çalışmalarında, matematiksel becerisi 6. Sınıf düzeyine uygun olan öğrencilerin sembol hissiyle ilgili öğrenme durumlarını; “sembollerini tanıma”, “sembollerin anlamını okuma becerisi”, “bağlama göre uygun sembol seçimi”, “görselleştirme yoluyla desen tahmin etme” ve “sembollerin diğer bağlamdaki rolünün farkına varılması” olmak üzere sembol hissinin beş davranışı açısından analiz etmişlerdir.
- Darojaturrofiah (2017) çalışmasında, nitel bir yöntem kullanmıştır. Öğrencilere matematik yetenek testleri yapılmış ve matematik yeteneği yüksek, orta ve düşük olmak üzere her seviyeden ikişer öğrenci ile çalışılmıştır. Araştırmanın veri toplama aracını iki adet cebirsel soru oluşturmaktadır. Öğrencilerin sergilediği sembol hissi davranışları araştırmacının geliştirdiği kodlama tablosuna göre analiz edilmiştir.
- Turşucu vd. (2018) çalışmalarını nicel bir desende gerçekleştirilmişlerdir. Çalışmada toplanan verilerde öğrencilerin sembol hissi davranışları Bokhove ve Drijvers (2010)’ın sembol hissine dijital bakış açısı çerçevesine göre analiz edilmiştir.
- Sugilar vd. (2019) çalışmalarında nitel betimsel bir yöntem kullanılmışlardır. Çalışmanın evrenini ortaokul yedinci sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Çalışmada kullanılan veri toplama araçları sembol ve yapı hissi testleri, anketler ve görüşme formlarıdır.
- Somasundram vd. (2019) önceki çalışmaların cebirsel düşünmenin gelişmesinde sayı hissinin önemli bir rol oynadığına dair kanıtlar sağladığından, sembol ve örüntü hissinin rolünün, sayı hissi ve cebirsel düşünme açısından henüz keşfedilmemiş olmasından yola çıkarak çalışmalarının odak noktasını sayı hissi ile cebirsel düşünme arasındaki ilişki olarak belirlemişlerdir. Araş-

tırmada Malezya'nın Malacca ilçesinde 720, beşinci sınıf öğrencisine iki matematik testi yapılmıştır. Toplanan veriler, kısmi en küçük kareler-yapısal eşitlik modelleme yaklaşımı yoluyla SPSS 22.0 ve SmartPLS 3.0 kullanılarak analiz edilmiştir.

- Kop vd. (2020) araştırmalarında, test, grafik ve akıl yürütme ile çözülebilen sekiz grafik görevi ve on iki rutin olmayan cebir görevinden oluşan bir veri toplama aracı kullanmışlardır.
- Jupri ve Sispiyati'nin (2020) yaptıkları çalışmada görevler Arcavi'nin sembol hissi davranışlarından olan “bir prosedürün uygulanması, bir problemin çözümü veya bir sonucun incelenmesi sırasında veya öncesinde sembol anlamlarını kontrol etme”, “sembolik ifadeleri okuma ve manipüle etme” ve “sembolik ilişkileri tanıma, sembolik genelleme ve ispatlar sergileme ve yapma” davranışları için tasarlanmıştır. Araştırmada geliştirilen soruların sembol hissi davranışlarına ve lise öğrencilerinin seviyelerine uygun olup olmadığı ile ilgili olarak yedi matematik eğitim uzmanından uzman görüşü alınmıştır.
- Jupri ve Sispiyati'nin (2021) çalışması, üç adımlı teorik bir tasarım çalışmasıdır. Çalışmada sembol hissini özellikleri toplanmış, sembol hissiyle ilgili önceki çalışmalar hakkında bilgi edinmek ve genel olarak matematik görevleri tasarlama olanaklarını görmek için cebir eğitimi alanında bir alan yazın çalışması yapılmıştır. İkinci olarak sembol hissi özelliklerine karşılık gelen altı tür matematik görevi tasarlanmıştır. Matematik görevlerini tasarlarken, araştırma makalelerinden ve okul ders kitaplarının yanı sıra hazırlık test kitaplarından için ilham alınmıştır. Tasarlanan altı görevin üçü sözel problemlerle, diğer üçü ise sembolik matematik problemleriyle ilgilidir.
- Rini vd. (2021) çalışmalarında, matematik eğitimi çalışma programından öğrenim gören birinci yarıyıldan 8, üçüncü yarıyıldan 14 ve beşinci yarıyıldan 10 öğrenciyle çalışmışlardır. Tüm bu öğrencilerden, cebir problemleri üzerinde çalışmaları istenmiştir. Bu cevapların sonuçlarına göre dönemin her kademesinden cebir problemlerini doğru çözebilen ve iyi iletişim becerisine sahip bir öğrenci seçilmiştir. Veri toplama aracı bir cebir testi ve öğrencilerle yapılan görüşmelerdir. Bu cebir testi bir dikdörtgenin alanını ve genişliğini belirlemek için cebirsel çarpanlara ayırma, cebirsel ifadeleri sadeleştirme ve

sözel problemleri içermektedir. Öğrencilerin problem çözme davranışları hakkında bilgi edinmek ve öğrencilerin cebir problemlerini çözmedeki bilişsel gelişimlerini daha derinlemesine anlamak için görüşmeler yapılmış, ses kaydı alınmıştır. Bu çalışmada sembol hissi öğrencilerin problemleri çözmedeki sembollerini kullanma becerisidir. Elde edilen veriler Polya'nın problem çözme aşamaları olan problemi anlama, plan yapma, planı uygulama ve problem çözmeye dönüp bakma gibi adımları kullanarak göre analiz edilmiştir.

2.3.1.3. Sonuçlarına göre

Uluslararası alanyazınında sembol hissi davranışları ile ilgili yapılan çalışmalarda belirlenen araştırma sonuçlarının ayrı bir başlık altında verilemesinin yapılan bu çalışmaya daha iyi yön vereceği düşünülmüştür. Bu nedenle alanyazınında yer alan çalışmalar, sonuçlarına göre şunlardır:

- Keller (1993) çalışmasının sonucunda, sembolik manipülasyon tarzının öğrencilerin sembol hissi gelişiminde bir etken olmadığı ve bir laboratuvar yaklaşımının matematik öğrencilerinin sembol hissinde daha fazla gelişmelerine yardımcı olabileceği sonucuna varmıştır.
- Arcavi (1994) çalışmasının sonunda, sembol hissi tanımı ile ilgili yaptığı listelemenin yeterli olmadığını, sembol hissinin; sayı hissi, yapı hissi, fonksiyon hissi ve grafik hissi ile etkileşimleri sayesinde bunlardan beslenerek büyüüp değişeceğini belirtmiştir. Arcavi (1994) ayrıca “İnsanlar sembol hissinde nasıl sahip olur?”, “Gerekli olan alt bilgiler nelerdir?”, “Sembollerin teknik kullanımdaki rolü nedir?”, “Alıştırma ve pratik yaparken bu uygulamalardan birinin diğerine karşı önceliği var mıdır, bunlar eş zamanlı mıdır ya da sembol hissinin gelişmesini engellerler mi?”, “Sembol hissi uzmana özgü bir duruş mudur yoksa acemilerden de beklenir mi, evet ise ne ölçüde?” vb. birçok soruya yanıt bulabilmek için öğretimsel çıkarımların daha fazla genişletilebileceği zengin öğrenme ortamları sunulmasını, sembol hissinin ortaya çıkaracak tarzındaki problemleri üretilmesini ve bu problemler üzerinde sınıf ortamlarında uygulamalı çalışmalar yapılarak sembol hissi çerçevesinin genişletilebileceğini önermiştir.

- Pope ve Sharma'nın (2001) çalışmalarından elde ettikleri bulgular, cebir öğretimi için hem öğrencilerde hem de öğretmenlerde sembol hissini geliştirmeye yardımcı olabilecek bazı önemli çıkarımlara sahiptir. Bu çıkarımlar; sembollerin içerisindeki hissi, sembollerin, işlevlerin ve değişkenlerin doğasını ve temsiller arasındaki ilişkileri anlamak şeklindedir. Ayrıca sonuçlar, sembol hissini sembollerini anlayarak kullanma becerisinin olgunlaştıkça arttığını ve ne öğrencilerin ne de öğretmenlerin sembol hissine sahip olmadığını göstermektedir. Grafikselleştirme ve sembolik ilişkiler arasında esnek bir şekilde hareket etme yeteneğinin yaşla birlikte geliştiği araştırmanın bir diğer sonucudur.
- Zehavi (2004) çalışmasının sonucunda enstrümantasyon şemalarının sembol hissini geliştirmesine yol açtığını bulmuşlardır.
- Pierce ve Stacey'nin (2004) çalışmalarının sonunda tahmin yeteneğinin, aritmetik hesaplamaları izlemek için değerli bir beceri olduğu gibi, özellikle sembolik teknoloji mevcut olduğunda, cebir öğretiminde beklentinin bir odak noktası olması gerektiğini önermişler, cebirsel içgörünün geliştirilmesini gerektiğinden bahsetmişlerdir. Tipik örnekler aracılığıyla, öğrencilerin CAS ile çalışmalarını izlemek için cebirsel içgörü çerçevesinin değerini göstermişlerdir. Problem çözmenin çözme aşamasında gerekli olan sembol hissini temsiller ve cebirsel beklentiler arasında bağlantı kurma yeteneğinden oluşan kavramsallaştırılması, CAS kullanımının müfredat, öğretme ve öğrenme üzerindeki olası etkilerini incelemek için bir çerçeve sağladığından bahsetmişlerdir. Son olarak bu çalışmada sunulan resmi sembolik işlemlere eşlik edecek cebirsel beklentiler çerçevesinin müfredat planlaması, öğrenci gelişiminin izlenmesi ve araştırma planlaması için ortak bir yapı sağlayabileceği düşünülmüştür.
- Arcavi (2005), çalışmasının sonunda sembol hissini nasıl geliştirilebileceği ile ilgili öneri ve açıklamalara yer vermiştir.
- Kenney (2008) çalışmasının sonunda bazı sembollerin ve sembolik yapıların öğrencilerin problem çözmedeki seçimleri üzerinde güçlü etkileri olduğunu bulmuştur. Grafik hesap makineleri sembolik kullanımdan vazgeçmenin bir yolu olarak kullanılmış ancak sembolik ve grafik veya sayısal formlar ara-

sında çok az ilişki kurulmuştur. Öğrenciler, sembolik matematik problemleri üzerinde çalışırken sembol hissini bir karışımını göstermişlerdir.

- Naidoo'nun (2009) çalışmasının sonucundaki öğrenci yanıtları, güçlü bir aritmetik etki ve cebirsel harf ve temel manipülatif becerilerin zayıf bir şekilde anlaşılmasını önermiştir. Bulgular bu örnekteki çoğu öğrencinin 'sembol hissinden' yoksun olduğunu ortaya çıkarmıştır.
- Cho ve Song (2010) çalışmalarının sonucunda, öğrencilerin matematik yetenekleri olmasına rağmen sembol hissi seviyesi açısından bazı farklılıklar olduğu, bunun yanında sembol hissini beş davranışının tamamen ayrılmadığı, temelde sembol hissi açısından bu davranışların oldukça yakından ilişkili olduğu ve bu nedenle birkaç davranışın birleştirilebileceği önerilmiştir.
- Darojaturofiah (2017) çalışmasının sonucu matematiksel yetenekleri yüksek öğrencilerin cebir problemlerini çözmenin her adımında sembol hissini maksimum düzeyde kullandıklarını göstermiştir. Matematiksel yetenekleri düşük olan öğrenciler problemi anlama aşamasında sembollerle ilişki kuramamışlardır. Planlama aşamasında seçilen yöntemi yazarken dikkatli davranmamışlardır. Semboller arasındaki ilişkiyi açıklayamamışlardır. Matematiksel yetenekleri orta olan öğrenciler ise problem planını uygulama aşamalarına kadar ilerlemiş ancak geriye dönme ve çözümü kontrol etme aşamalarında yetersiz kalmışlardır.
- Turşucu vd. (2018) çalışmalarının sonucu, öğrencilerin yeterli sembol hissi davranışı ve temel cebirsel becerilere sahip olmadıkları için cebiri fiziğe uygulamakta zorlandıklarını göstermiştir. Bu zorlukların dokuzuncu sınıftaki cebirsel becerilerin eksikliğinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Cebirsel becerilerin etkili öğretiminin, temel cebirsel beceriler veya sembol hissi davranışına odaklanmak yerine her iki yönde entegre bir şekilde öğretilmesinin ve sembol hissi davranışının işlevsel hale getirilmesinin faydalı olacağı önerilmiştir.
- Sugilar vd. (2019) araştırmasının sonuçları, kavramsal bilgi ve cebirsel manipülasyon eksikliğinden kaynaklı olarak öğrencilerin sembol hissi ve yapı hissi yeteneklerinin de düşük olduğunu, bu nedenle bu yeteneklerin her

ikisini de geliştirmek için uygun bir öğrenme modelinin uygulanması gerektiğini göstermiştir.

- Somasundram vd. (2019) alışmasının sonuçları, sembol hissi ve örüntü hissinin, beşinci sınıf ğrencilerinin sayı hissi ile cebirsel düşünmesi arasında iyi aracılar olduğunu göstermiştir. Çalışmanın bu sonucu, cebirsel düşünmeyi geliştirmede sayı hissi, sembol hissi ve örüntü hissinin rolü ile ilgili geçmiş çalışmaları desteklediğini göstermiştir. Çalışmanın sonunda öğrencilerin cebirsel düşünmeyi geliştirmek için sayılar, semboller ve örüntülerde anlamlandırma becerilerini artırmaya yönelik öneriler sunulmuştur.
- Kop vd. (2020), araştırmasının bulguları, grafik görevlerindeki puanlar ile cebir görevlerindeki puanlar ve bu görevleri çözerken kullanılan sembol hissiarasında güçlü bir pozitif korelasyon olduğunu göstermektedir. Bulgular ayrıca grafik oluşturma görevlerinde yüksek puan alan öğrencilerin, hem grafik hem de cebir görevlerinde, sembol hissinin benzer yönlerini kullandıklarını göstermektedir.
- Jupri ve Sispiyati (2020) alışmalarında tasarlanan çalışma görevlerinde bazı revizyonlara ihtiyaç duyulsa bile, görevlerin cebirsel yeterliliği ölçmede etkili olduğu sonucuna ulaşmışlardır.
- Jupri ve Sispiyati (2021) alışmalarının sonunda, öğrencilerin, özellikle de ortaokul ğrencilerinin, her görev türü için örneklere olası yanıtları tahmin edilmiş ve araştırmacılar tarafından tasarlanan görevlerin eğitim uygulamalarında kullanılabilmesi için olası stratejiler önerilmiştir. Matematiğin ilgili içeriğine bağlı olarak ortaokul veya lise seviyelerinde öğrencilerin sembol hissi yeteneğini değerlendirmek için tasarlanmış görevlerin kullanılması araştırmanın nerilerindendir.
- Rini vd. (2021) alışmalarının sonucuna göre öğrencilerin problem çözme aşamasında geriye dönme ve çözümü kontrol etme aşamasına gelebilmeleri için sembol hissinin tüm göstergelerini iyi bir şekilde yerine getirmeleri gerekmektedir. Beşinci dönem öğrencileri problem çözmede aynı sembolü farklı anlamlar için kullandıklarını fark edebilmişler yani sembol bağlamı davranışını göstermişlerdir. Birinci dönem öğrencileri problemi anlama aşamasında sembol hissi göstergelerinden sadece iki tanesini sergileyebilmişlerdir. Öğrenciler, sembollerini verilen problemlerle ilişkilendirmede yetersiz

kalmışlar bu nedenle problemleri anlama aşamasında önceden belirlenmiş semboller yerine kelimeleri kullanmayı tercih etmişlerdir. Üçüncü dönem öğrencileri sembol hissinin tüm göstergelerini yerine getirememişlerdir. Beşinci dönem öğrencileri problemdeki anlamlarına göre sembol yazmada daha hassas davranmışlardır. Polya'nın ikinci adımı olan problem çözme planı oluşturma aşamasında tüm öğrenciler, sembol hissinin tüm göstergelerini doğru bir şekilde yerine getirebilmişlerdir. Üçüncü aşama olan problem çözme planını uygulama aşamasında tüm öğrenciler tüm sembol göstergelerini maksimum düzeyde yerine getirebilmişlerdir. Ancak, ilk dönem öğrencileri problemleri çözmek için bazı yeni semboller kullanmışlardır.

Ulusal alanyazınında sembol hissi ile ilgili yapılan bir çalışmaya ulaşılammıştır. Alan yazınındaki bu eksikliği gidermek için yapılan bu çalışmanın yöntem bölümüne ilerleyen bölümde yer verilmiştir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. Yöntem

Bu bölümde araştırmanın deseni, çalışma grubu, kullanılan veri toplama araçları, verilerin toplanması ve verilerin çözümlenmesi ile ilgili bilgilere, ek olarak pilot uygulamalar ile araştırmanın geçerlik ve güvenirliğine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

3.1. Araştırma Deseni

Bu çalışmada, örnek olay çalışması olarak da bilinen nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışması, bir olayı meydana getiren ayrıntıları tanımlamak ve görmek, bir olaya ilişkin olası açıklamaları geliştirmek ve bir olayı değerlendirmek amacıyla kullanılır (Gall, Borg ve Gall, 1996). Guba ve Lincoln (1981, s. 371) durum çalışmasını "çalışılan örneğin ait olduğu sınıfın özelliklerini ortaya çıkarmak" olarak tanımlamıştır. Yin'e (1994, s. 13) göre ise durum çalışması güncel bir olgunun, olayın veya durumun, birey ve gruplar üzerine odaklanılarak, gerçek yaşam bağlamında özellikle de olgu ve bağlam arasındaki sınırlar açıkça belli olmadığında derinlemesine araştırılmaya çalışılmasıdır.

Bu çalışmada, öğrencilerin problem çözerken sergiledikleri sembol hissi davranışlarının derinlemesine incelenmesini amaçladığı için durum çalışması en uygun yol olarak belirlenmiştir.

3.2. Çalışma Grubu

Nitel araştırmaların amacı betimlemelerin ve anlamların derinliğini ortaya çıkarmaktır (Büyüköztürk, Kılıç-Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2017, s. 271). Nitel araştırmalarda az sayıdaki bireye ve küçük kümelere odaklanmak daha derin anlamaları sağlamaktadır (Moser ve Korstjens, 2018, s. 12).

Amaçlı örnekleme yöntemi kullanılarak belirlenen bu çalışmanın, çalışma grubunu 2019-2020 eğitim öğretim yılında, Gümüşhane ilinde bulunan bir lisede, dokuzuncu sınıfta öğrenim gören üç öğrenci oluşturmaktadır. Bu grubun seçilmesinin nedeni, seçilen öğrencilerin akademik başarı açısından heterojen bir grup olması ve öğretmen görüşüne göre iletişimi iyi olan ve kendini ifade edebileceği düşünülen öğrenciler olmasıdır. Çalışmanın yürütüldüğü okul sosyo-ekonomik olarak orta seviyede olan ve yerleşim yeri olarak kırsal bölgede yer alan bir okuldur. Araştırmanın belirlenen devlet

okulunda yürütülebilmesi için Gümüşhane İl Milli Eğitim Müdürlüğünden (bkz. EK 1), öğrencilerden (bkz. EK 2) ve öğrencilerin ailelerinden gerekli izinler alınmıştır (bkz. EK 3). Araştırma için ayrıca, sosyal ve beşeri bilimler bilimsel araştırma ve yayın etik kurulu izni alınmıştır (bkz. EK 8).

3.2.1. Öğrenci özellikleri

Araştırmada çalışma grubu için oluşturulan üç kişinin belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden, seçkisiz olmayan örnekleme çeşitlerinden, amaçlı örnekleme türlerinden olan maksimum çeşitlilik örnekleme ve ölçüt örnekleme kullanılmıştır. Maksimum çeşitlilik, seçilmesindeki amaç araştırmacının tutarlı olarak belirlenen farklı durumlar arasındaki ortak ya da ayrılan yönlerin, örüntülerin ortaya çıkarılması ve bu vasıta ile problemin daha geniş bir çerçevede betimlenmesidir (Büyüköztürk vd., 2017, s. 93). Bir araştırmada gözlem birimleri belli niteliklere sahip kişiler, olaylar, nesneler ya da durumlardan oluşturulabilir. Bu durumda örneklem için belirlenen ölçütü karşılayan birimler (nesneler, olaylar, vb.), örnekleme alınırlar. Bu duruma ölçüt örnekleme denir (Büyüköztürk vd., 2017, s. 94). Bu amaçla öğrencilerin seçiminde a) dersi yürüten matematik öğretmenin görüşleri, b) cebirsel düşünme düzeyleri testi sonucundaki düzeyi ve c) öğrencilerin matematik dersi akademik başarıları dikkate alınmıştır. Araştırmanın etiği açısından çalışma grubundaki katılımcıların gerçek isimleri kullanılmamış bunun yerine kod isimler kullanılmıştır. Ülkemizde uygulanan matematik öğretim programında cebir öğrenme alanına ilişkin kazanımlar ilk olarak 6. sınıfta ele alındığı için öğrencinin matematik dersi akademik başarıları da 6., 7. ve 8. sınıf notları ile belirlenmiştir.

Bu maddeler dikkate alınarak seçilen üç öğrencinin matematik başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek olmak üzere Tablo 3.1’de gösterilmiştir.

Tablo 3.1

Başarı Düzeylerine Göre Öğrenci Kod İsimleri

Başarı Düzeyleri	Öğrenci Kod İsimleri
Düşük Başarı Düzeyi	Serkan
Orta Başarı Düzeyi	Eda
Yüksek Başarı Düzeyi	Yıldız

Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin tespit etmek için Altun'un (2005) çalışmasında yer alan CSMS (Cebirsel Düşünme Düzeyleri Testi) kullanılmış olup testin kullanılmasına yönelik gerekli izin alınmıştır (bkz. EK 7). Uygulanan testin 1, 2 ve 3. soruları Düzey-1; 4, 5 ve 6. soruları Düzey-2; 7, 8, 9, 10, 11 ve 12. soruları Düzey-3 ve sonraki sorular da Düzey-4'ü belirlemeye yöneliktir. "Cebirsel Düşünme Düzeyleri" testi doğru cevaplarına göre öğrencilerin bulundukları cebirsel düşünme düzeyleri belirlenmiştir. Dört düzeyden oluşan cebir düşünme düzeyleri sırasına göre 1-4 arasında numaralandırılmıştır. Düzey sorularının 3/4 ünü doğru cevaplayan öğrenci o düzeydedir şeklinde belirlenmiştir. Cebirsel düşünme testine göre Yıldız, Düzey-4'de; Eda, Düzey-2'de ve Serkan ise Düzey-1 seviyesindedir.

3.3. Veri Toplama Araçları

Veri toplama; çalışmanın sınırlarının çizilmesini, bilginin kaydedilmesi için protokol yapılmasının yanında yapılandırılmamış ve yarı-yapılandırılmış gözlemler, mülakatlar, dokümanlar ve görsel materyaller vasıtasıyla bilginin toplanmasını içerir (Moser ve Korstjens, 2018).

Bu araştırmada aşağıda verilen veri toplama araçları kullanılmıştır:

- Ön görüşme soruları (EK 4)
- Çalışma problemleri (EK 5)
- Son görüşme soruları (EK 6)

Yukarıda isimleri ve ekte içerikleri verilen her bir veri toplama aracı sırası ile tanıtılmıştır.

3.3.1. Ön görüşme soruları

Araştırmada öğrencilerden geçmiş deneyimlerine dayanarak matematik dersi ile ilgili görüşleri, problem çözme konusundaki görüşleri ve matematiksel sembollerle ilgili görüşleri alınmak istenmiştir. Öğrencilere aşağıda yer alan altı adet soru yöneltilmiştir (bkz. EK 4).

- Matematik dersini seviyor musun? Nedenini açıkla mısın?
- Kaçıncı sınıfta matematik dersinde daha başarılı olduğunu düşünüyorsun? Nedenini açıkla mısın?
- Matematikte sevdiğin bir alan (sayılar, cebir, geometri, ölçme, veri sayma ve olasılık) var mı? Nedenini açıkla mısın?
- Matematik problemlerini çözerken zorlanır mısın?

- Sence ‘cebir’ ne demek?
- Matematikte ‘sembol’ denilince aklına ne geliyor? En çok kullandığın sembol ya da semboller hangileridir?

3.3.2. Çalışma problemleri

Çalışmada yer alan beş adet çalışma problemi bazen bir gerçek yaşam problemi bazen de cebirsel ifade gerektiren bir durum olarak verilmiştir. Özgün alıntı yapılan araştırmacılar (Arcavi, 1994; Kenney, 2008) bu görevleri *problem* olarak isimlendirmiştir. Bu nedenle alan yazınında yer alan alıntılara bağlı kalınarak her bir görev için *soru*, *madde* gibi ifadeler yerine *problem* ifadesinin kullanımı tercih edilmiştir. Bu çalışmada yer alan beş adet çalışma problemi; *Problem 1*, *Problem 2*, *Problem 3*, *Problem 4* ve *Problem 5* şeklinde isimlendirilmiştir (bkz. EK 5).

- **Problem 1:** Bu problem Arcavi’nin (1994, s. 27) çalışmasından uyarlanmış rasyonel bir denklemdir. Bu problemin dayandığı cebir anlayışına göre öğrencilerden *problemi çözmek için işlem ve algoritma kullanmaları* beklenmektedir.

Problem 1:

$$\frac{(3x+6)}{(x+2)} = 5 \quad (\text{adım 1})$$

$$3x + 6 = 5(x + 2) \quad (\text{adım 2})$$

$$3x + 6 = 5x + 10 \quad (\text{adım 3})$$

$$-4 = 2x \quad (\text{adım 4})$$

$$-2 = x \quad (\text{adım 5})$$

Buna göre cevap;

Kesinlikle doğrudur	Muhtemelen doğrudur	Asla doğru değildir
------------------------	------------------------	------------------------

İşaretlediğiniz ifadeyi açıklayınız.

- **Problem 2:** Bu problem Kenney’nin (2008, s. 310) çalışmasından uyarlanan doğrusal bir eşitsizlik problemidir. Bu problemin dayandığı cebir anlayışına göre öğrencilerden *problemi çözmek için işlem ve algoritma kullanmaları* beklenmektedir.

Problem 2:

$$|3x - \frac{2}{4}| + 1,2 > 5 \text{ eşitsizliğinde } x \text{ kaçtır?}$$

- **Problem 3:** Bu problem ilk olarak Clement, Lochhead ve Monk’un (1981, s. 286-290) çalışmasında yer alan ve literatürde “öğrenciler ve profesörler” problemi olarak bilinen cebirsel sözel bir problemidir (Arcavi, 1994).

Bu problemin dayandığı cebir anlayışına göre öğrencilerden *niceliksel ilişkiyi* görmeleri beklenmektedir.

Problem 3:

Bir üniversitede, profesörlerin 6 katı kadar öğrenci vardır. "P" profesör sayısını, "Ö" öğrenci sayısını göstermek üzere bu durumu temsil eden denklem/denklemler aşağıdakilerden hangisi ya da hangileridir?

No	Denklem
1	$P=6=Ö$
2	$6Ö=P$
3	$6P=Ö$
4	$Ö+6=P$
5	$\frac{Ö}{6}=P$
6	$\frac{P}{6}=Ö$

- Problem 4: Bu problem Arcavi'nin (1994, s. 29) çalışmasından uyarlanmış sözel bir problemdir. Bu problemin dayandığı cebir anlayışına göre öğrencilerden öğrencilerden ardışık üç doğal sayının $n - 1$, n , $n + 1$ veya n , $n + 1$, $n + 2$ genellemelerini problem bağlamına uygun olarak kullanmaları beklenmektedir.

Problem 4: Ardışık üç sayının toplamı 54 ise küçük sayı kaçtır?

- Problem 5: Bu problem Arcavi'nin (1994, s. 25-26) çalışmasından uyarlanan sözel bir problemdir. Bu problemin dayandığı cebir anlayışına göre öğrencilerden *niceliksel ilişkiyi* görmeleri beklenmektedir.

Problem 5:

Bir dikdörtgenin **bir kenarı** % 10 arttırıldığında ve **diğer kenarı** % 10 azaltıldığında dikdörtgenin alanında nasıl bir değişim meydana gelirdi? Aşağıda verilen seçeneklerden sizin için uygun olanı işaretleyiniz ve cevabınızı açıklayınız.

A) Bir değişim olmazdı, çünkü...

AÇIKLAMA:

B) Alan artar, çünkü...

AÇIKLAMA:|

C) Alan azalır, çünkü...

AÇIKLAMA:

Baki (2008) cebiri; ‘genelleme yapma’, ‘problemleri çözmek için işlem ve algoritmaları kullanma’, ‘nicelikler arasındaki ilişkileri çalışma’ ve ‘grup, halka, vektör uzayları gibi soyut yapıları inceleme’ olarak tanımlamıştır. Bu tanımdaki her bir bileşen Ususkin’in (1999) çalışmasında okul cebir anlayışı olarak betimlenmiştir. Bu araştırmada kullanılan çalışma problemleri Ususkin’in (1999) ve Baki’nin (2008) çalışmalarında yer alan bileşenlere dayalı, öğrencilerin problem çözmede ortaya çıkan sembol hissi davranışlarını inceleyen beş adet çalışma probleminin literatürdeki yeri ve dayandığı cebir anlayışları Tablo 3.2’de gösterilmiştir:

Tablo 3.2

Çalışma Problemlerinin Literatürdeki Yeri ve Dayandığı Cebir Anlayışları

Çalışma Problemleri	Literatürdeki Yerleri	Genelleme Yapma	Problemi Çözmek İçin İşlem ve Algoritma Kullanma	Niceliksel İlişki
Problem 1	Arcavi (1994)		X	
Problem 2	Kenney (2008)		X	
Problem 3	Clement, Lochhead ve Monk (1981)			X
Problem 4	Arcavi (1994)	X		
Problem 5	Arcavi (1994)			X

3.3.3. Son görüşme soruları

Araştırmanın sonunda öğrencilerin problem çözme davranışları hakkında bilgi edinmek ve öğrencilerin cebir problemlerini çözmedeki bilişsel gelişimlerini daha derinlemesine anlamak için üç sorudan oluşan yarı yapılandırılmış görüşme sorusu hazırlanmıştır. Formun içeriğinde problem çözme uygulamasının öğrenciler tarafından karşılaşılan zorlukları, öğrencilerin söz konusu uygulamadaki memnuniyetleri/hoşnutsuzluklarına ilişkin sorulara yer verilmiştir. Söz konusu bu forma EK 6’da yer verilmiştir.

- Araştırmada yer alan problemlerde karşılaştığın değişkenler, katsayılar, sabitler veya işaretler (cebirsal işlemler) gibi semboller nelerdir?
- Hangi problemi çözmek senin için daha kolaydı? Neden?
- En çok hangi problemi çözerken zorlandın?

3.4. Verilerin Toplanması

Nitel araştırmada araştırmacı tümevarımlı bir veri toplama süreci kullanır ve veriyi önce kod, sonra tema ve son olarak da daha geniş perspektifler şeklinde gruplandırarak anlamlı hale getirir (Creswell, 2017). Araştırmadaki veri toplama süreci Tablo 3.3'te yer almaktadır.

Tablo 3.3

Veri Toplama Sürecinde Gerçekleştirilen Görüşme Süreleri

Veri Toplama Araçları	Başarı Düzeyi Düşük Olan Öğrenci (Serkan) ile Görüşme Süresi	Başarı Düzeyi Orta Olan Öğrenci (Eda) ile Görüşme Süresi	Başarı Düzeyi Yüksek Olan Öğrenci (Yıldız) ile Görüşme Süresi
Ön Görüşme Soruları	2 dakika	5 dakika	9 dakika
Problem 1	4 dakika	7 dakika	6 dakika
Problem 2	5 dakika	5 dakika	4 dakika
Problem 3	2 dakika, 10 saniye	3 dakika	2 dakika, 15 saniye
Problem 4	1 dakika, 25 saniye	2 dakika, 25 saniye	1 dakika, 25 saniye
Problem 5	4 dakika, 7 saniye	5 dakika	3 dakika
Son Görüşme Soruları	2 dakika, 40 saniye	2 dakika	3 dakika
Toplam Süre	21 dakika, 22 saniye	29 dakika, 25 saniye	28 dakika, 40 saniye

3.5. Verilerin Analizi

Nitel yaklaşımlar oldukça çeşitli, karmaşık ve küçük ayrıntılar içerir (Holloway ve Todres, 2003). Araştırma bir durum çalışması olduğu için verilerin analizi nitel araştırmalarda verilen genel adımlar olan; toplanan belgelerin ve alan notlarının düzenlenmesi, kodlanması, özetlenmesi ve yorumlanması şeklinde olmak üzere sırayla yapılmıştır (Büyüköztürk vd., 2017, s. 271). Bu çalışmada öğrencilerin problem çözme

sırasında sergiledikleri sembol hissi davranışları analiz edilmiş, elde edilen veriler belli kategoriler altında sunulmuştur. Verilerin çözümlenmesinde durum çalışmalarında kullanılan veri analiz yöntemlerinden tematik kodlama kullanılmıştır. Tematik analiz, bir tür nitel analizdir. Verilerle ilgili sınıflandırmaları analiz etmek ve temaları sunmak için kullanılır. Boyatzis (1998), tematik kodlamayı özel bir yöntem olarak değil, farklı araştırma yöntemleri için kullanılabilecek bir araç olarak nitelendirmektedir. Bu çalışmada, Polya'nın (1945) problem çözme aşamaları ve alanyazınında yer alan sembol hissi davranışları tematik kodlamaları (Arcavi, 1994; Arcavi, 2005; Darojaturrofiah, 2017; Kenney, 2008; Rini vd. 2021) uzman görüşü doğrultusunda birleştirilmiş ve bir tematik kodlama tablosu elde edilmiştir (bkz. Tablo 3.4).

Problem çözme uygulamalarında tasarlanan problemler araştırmacının uzman görüşü olarak hazırladığı sembol hissi davranışları kodlama tablosu (bkz. Tablo 3.4) kullanılarak her bir problem için oluşturulan ayrı kodlama tabloları ile analiz edilmiştir.

Tablo 3.4'ün ilk sütununda Arcavi'nin (1994) sembol hissi davranışları yer almaktadır. Bu davranışlar “sembollerle dostluk”, “sembolik ifadeleri tasarlama”, “sembolik ifadeleri okuma ve kullanma”, “sembol seçimi”, “sembol anlamlarının kontrol edilmesi” ve “sembol bağlamı”dır.

Tablo 3.4'ün ikinci sütununda Polya'nın problem çözme aşamaları olan “problemi anlama”, “problem çözmeyi planlama”, “problem çözme planını uygulama” ve “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamaları yer almaktadır.

Tablo 3.4'ün üçüncü sütununda problem çözmeye ortaya çıkan sembol hissi göstergeleri tematik olarak kodlanmıştır. Problem çözme aşamalarında sırasıyla yer alan tematik kodlar şunlardır:

“Problemi anlama” aşamasında öğrencilerden beklenen sembol hissi davranışları; *‘sembollerin nasıl ve ne zaman kullanacağını bilme’*, *‘sembolleri ne zaman terk edeceğini bilme’*, *‘sembolleri problemlerle ilişkilendirme’*, *‘problemdeki sembollerin anlamını belirleyebilme’* ve *‘problemdeki anlamlarına göre semboller yazma’*dır.

“Problem çözmeyi planlama” aşamasında öğrencilerden beklenen sembol hissi davranışları; *‘problemi çözmek için doğru sembolü seçme’*, *‘problemde oluşturulan matematiksel modeldeki sembolleri ifade etme’*, *‘problemde oluşturulan matematiksel modelin anlamını açıklama’* ve *‘problemde seçilen sembolün uygun temsil yöntemini seçme’* dir.

“Problem çözme planını uygulama” aşamasında öğrencilerden beklenen sembol hissi davranışları; *‘problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma’*, *‘problemi çözmek için matematiksel modeller kullanma’*, *problem çözmenin her adımında sembolleri doğru şekilde kullanma’* ve *‘problemin çözümü için gerekli olan sözel ve grafiksel bilgileri başarılı bir şekilde tasarlayabilme’*dir.

Problem çözmenin son aşaması olan “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasında ise öğrencilerden beklenen sembol hissi davranışları; *‘problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kanıtlama’* ve *‘kullanılan sembollerin farklı problemlerde farklı anlamları olacağını açıklama’* dır.

Tablo 3.4

Polya'nın Problem Çözme Aşamalarına Göre Sembol Hissi Davranışları Kodlama Tablosu

Sembol Hissi Davranışları (Arcavi, 1994)	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Kod	Problem Sembol Hissi Davranışları Göstergesi	Çözmede Ortaya Çıkan Davranışları	Örnekler
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	1.1.	Sembollerin nasıl ve ne zaman kullanacağını bilme		Sözel problemlerde sembolleri seçme.
Sembollerle Dostluk			1.2.	Sembolleri ne zaman terk edeceğini bilme		Problemin özelliklerini keşfetmek için grafik veya tabloyu kullanma.
Sembolik İfadeleri Tasarlama			1.3.	Sembolleri problemlerle ilişkilendirme		Bir sözel problemde cebirsel ifadeler oluşturma.
Sembollerle Dostluk			1.4.	Problemdeki sembollerin anlamını belirleyebilme		$f(x)=ax^2 + bx + c$ fonksiyonunda yer alan harflerin parametre, isim veya değişken olduğunu bilme.
Sembollerle Dostluk			1.5.	Problemdeki anlamlarına göre semboller yazma		Bir sayının iki katının beş eksiği ifadesi için $2x-5$ cebirsel ifadesini yazma.

Tablo 3.4 (Devam)

Polya'nın Problem Çözme Aşamalarına Göre Sembol Hissi Davranışları Kodlama Tablosu

Sembol Davranışları	Hissi No	Polya'nın Çözme Aşamaları	Problem Kod	Problem Çözmede Sembol Hissi Davranışları Göstergesi	Örnekler
(Arcavi, 1994)					
Sembol Seçimi	2	Problem Çözmeyi Planlama	2.1.	Problemi çözmek için doğru sembolü seçme	Ardışık üç sayı için " x ", " $x + 1$ " ve " $x + 2$ " ifadelerini kullanma.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			2.2.	Problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembolleri ifade etme	$A=a.b$ denkleminde kullanılan " A "nın iki sayının çarpımını, " a "nın ise çarpanlardan birini ifade ettiğini belirtme.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			2.3.	Problemde oluşturulan matematiksel modelin anlamını açıklama	Kısa kenar uzunluğu a br, uzun kenar uzunluğu b br olan dikdörtgenin alanının " $a.b$ " olduğunu söyleme.
Sembol Seçimi			2.4.	Problemde seçilen sembolün uygun temsil yöntemini seçme	Tek bir sayının gösterimi için " n " yerine " $2n - 1$ " ifadesini seçme.

Tablo 3.4 (Devam)

Polya'nın Problem Çözme Aşamalarına Göre Sembol Hissi Davranışları Kodlama Tablosu

Sembol Davranışları	Hissi No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Kod	Problem Çözmede Ortaya Çıkan Sembol Hissi Davranışları Göstergesi	Örnekler
Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	3.1.	Problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma	160=20.m denkleminde m'yi bulmak için $m=\frac{160}{20}$ işlemini yapma.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			3.2.	Problemi çözmek için matematiksel modeller kullanma	Problemi çözmek için gerekli işlemleri yapma.
Sembollerle Dostluk			3.3.	Problem çözmenin her adımında sembolleri doğru şekilde kullanma	Problemin çözümü için kurulan denklemi çözerken işlemlerin sırasını ve işlemlerin özelliklerini bilme.
Sembolik İfadeleri Tasarlama			3.4.	Problemin çözümü için gerekli olan sözel ve grafiksel bilgileri başarılı bir şekilde tasarlayabilme	$\frac{x^2-1}{x+1}$ ifadesini doğrusal grafik olarak çizme.

Tablo 3.4 (Devam)

Polya'nın Problem Çözme Aşamalarına Göre Sembol Hissi Davranışları Kodlama Tablosu

Sembol	Hissi	No	Polya'nın	Problem	Kod	Problem Çözmede Ortaya Çıkan	Örnekler
Davranışları			Çözme Aşamaları			Sembol Hissi Davranışları Göstergesi	
(Arcavi, 1994)							
Sembol Anlamlarının Kontrol Edilmesi		4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme		4.1.	Problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kanıtlama	Bulunan cevaba göre işlemin sağlamasını yapma.
Sembol Bağlamı					4.2.	Kullanılan sembollerin farklı problemlerde farklı anlamları olacağını açıklama	Başka bir problemde de bilinmeyen olarak x kullanabilme.

Tablo 3.5

Problem 1 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları

Problem 1	SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Kod	Örnekler			
<div><p>Problem 1:</p><div><div>$\frac{(3x+6)}{(x+2)}=5$</div><div>(adm1)</div></div><div>$3x+6=5(x+2)$</div><div>(adm2)</div><div>$3x+6=5x+10$</div><div>(adm3)</div><div>$-4=2x$</div><div>(adm4)</div><div>$-2=x$</div><div>(adm5)</div><div>Buna göre cevap;</div><div><table><tr><td>Kesinlikle doğrudur</td><td>Muhtemelen doğrudur</td><td>Asla doğru değildir</td></tr></table></div><div>İşaretlediğiniz ifadeyi açıklayınız.</div></div>	Kesinlikle doğrudur	Muhtemelen doğrudur	Asla doğru değildir	Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	1.4.	“x” sembolünün bilinmeyen anlamında olduğunu bilme
	Kesinlikle doğrudur	Muhtemelen doğrudur	Asla doğru değildir					
	Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma	2	Problem Çözmeyi Planlama	2.2.	$\frac{3x+6}{x+2}$ ifadesinin rasyonel bir ifade olduğunu bilme 3x + 6 ifadesini 3.(x + 2) olarak yani çarpmanın toplama üzerinde dağılma özelliğini kullanarak ifade etme ve $x + 2 \neq 0$ ile sadeleştirebilme			
	Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	3.1	İşlemleri yapma ve işlem sırasını			
	Semboller Dostluk			3.3.	bilme			
Sembol Anlamlarının Kontrol Edilmesi	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	4.1.	3 ≠ 5 olduğunu açıklama				

Tablo 3.6

Problem 2 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları

Problem 2	SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Kod	Örnekler
<div style="border: 1px dashed blue; padding: 5px; width: fit-content;"> Problem 2: $3x - \frac{2}{4} + 1,2 > 5$ eşitsizliğinde x kaçtır? </div>	Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	1.1. 1.4.	Mutlak değer ve eşitsizlik sembollerini nasıl ve ne zaman kullanacağını bilme, “x” sembolünün bilinmeyen anlamına sahip olduğunu bilme.
	Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma	2	Problem Çözmeyi Planlama	2.2. 2.3.	$ 3x - \frac{1}{2} > \frac{19}{5}$ eşitsizliğinin çözüm kümesinin düzlemsel bir bölge olduğunu ifade etme
	Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	3.1	Mutlak değer ve eşitsizlik çözümlerinde negatif bir sayı ile çarpma ve bölme
	Semboller Dostluk			3.3.	
	Sembolik İfadeleri Tasarlama			3.4.	İşlemi uygulayabilme ve çözüm kümesini koordinat düzleminde çizerek gösterebilme
	Sembol Anlamlarının Kontrol Edilmesi	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	4.1.	

Tablo 3.7

Problem 3 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları

Problem 3	SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Kod	Örnekler														
<div><div>Problem 3:</div><div>Bir üniversitede, profesörlerin 6 katı kadar öğrenci vardır. "p" profesör sayısını, "ö" öğrenci sayısını göstermek üzere bu durumu temsil eden denklemler/denklem/denklemeler aşağıdakilerden hangisi ya da hangileridir?</div><div><table><tr><th>No</th><th>Denklem</th></tr><tr><td>1</td><td>$P=6=Ö$</td></tr><tr><td>2</td><td>$6Ö=P$</td></tr><tr><td>3</td><td>$6P=Ö$</td></tr><tr><td>4</td><td>$Ö+6=P$</td></tr><tr><td>5</td><td>$\frac{Ö}{6}=P$</td></tr><tr><td>6</td><td>$\frac{P}{6}=Ö$</td></tr></table></div></div>	No	Denklem	1	$P=6=Ö$	2	$6Ö=P$	3	$6P=Ö$	4	$Ö+6=P$	5	$\frac{Ö}{6}=P$	6	$\frac{P}{6}=Ö$	Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	1.1.	"Ö" ve "P"yi seçerek sözel ifadelerde sembolleri kullanma
	No	Denklem																	
	1	$P=6=Ö$																	
	2	$6Ö=P$																	
	3	$6P=Ö$																	
	4	$Ö+6=P$																	
5	$\frac{Ö}{6}=P$																		
6	$\frac{P}{6}=Ö$																		
Sembolik İfadeleri Tasarlama		1.3.	$Ö = 6P$ ve $\frac{Ö}{6}=P$ cebirsel ifadesini oluşturma																
Sembollerle Dostluk		1.4.	"Ö" ve "P" sembollerinin değişen nicelik olduğunu bilme ve "Ö" ve "P" sembollerinin anlamını bilme																
		1.5.	Öğrenci sayısının profesör sayısının 6 katı olduğunu yazma																
Sembol Seçimi	2	Problem Çözmeyi Planlama	2.1.	"Ö" ve "P" sembollerini seçme															
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			2.2.	Seçilen semboller $Ö = 6P$ denkleminde kullanma															

Tablo 3.7 (Devam)

Problem 3 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları

Problem 3	SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Kod	Örnekler														
<div>Problem 3: Bir üniversitede, profesörlerin 6 katı kadar öğrenci vardır. "P" profesör sayısını, "Ö" öğrenci sayısını göstermek üzere bu durumu temsil eden denklemler/aşağıdakilerden hangisi ya da hangileridir?</div> <table><tr><th>No</th><th>Denklem</th></tr><tr><td>1</td><td>$P=6\cdot Ö$</td></tr><tr><td>2</td><td>$6Ö=P$</td></tr><tr><td>3</td><td>$6P=Ö$</td></tr><tr><td>4</td><td>$Ö+6=P$</td></tr><tr><td>5</td><td>$\frac{Ö}{6}=P$</td></tr><tr><td>6</td><td>$\frac{P}{6}=Ö$</td></tr></table>	No	Denklem	1	$P=6\cdot Ö$	2	$6Ö=P$	3	$6P=Ö$	4	$Ö+6=P$	5	$\frac{Ö}{6}=P$	6	$\frac{P}{6}=Ö$	Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma	2	Problem Çözmeyi Planlama	2.3.	$Ö = 6P$ modelinin anlamını açıklama
	No	Denklem																	
	1	$P=6\cdot Ö$																	
2	$6Ö=P$																		
3	$6P=Ö$																		
4	$Ö+6=P$																		
5	$\frac{Ö}{6}=P$																		
6	$\frac{P}{6}=Ö$																		
Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	3.1.	Profesör sayısını 6 ile çarpma ve öğrenci sayısını 6'ya bölme															
Sembol Bağlamı	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	4.2.	Kullanılan sembollerin farklı problemlerde de kullanılabileceğini bilme															

Tablo 3.8

Problem 4 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları

Problem 4	SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Kod	Örnekler
<div style="border: 1px dashed blue; padding: 5px; width: fit-content;"> Problem 4: Ardışık üç sayının toplamı 54 ise küçük sayı kaçtır? </div>	Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	1.1.	Ardışık üç sayı için “x”, “x+1” ve “x+2” gibi cebirsel ifadeler belirleyebilme
	Sembolik İfadeleri Tasarlama			1.3.	
	Sembollerle Dostluk			1.5.	
	Sembol Seçimi	2	Problem Çözmeyi Planlama	2.1.	$3x+3=54-3$ $3x=51$ $x=17$ işlemine yaparak küçük sayıyı bulma
	Sembolik İfadeleri Okuma			2.2.	
	ve Kullanma			2.3.	

Tablo 3.8 (Devam)

Problem 4 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları

Problem 4	SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Kod	Örnekler
<div>Problem 4: Ardışık üç sayının toplamı 54 ise küçük sayı kaçtır?</div>	Sembol Seçimi	2	Problem Çözmeyi Planlama	2.4.	Bilinmeyeni belirterek küçük, ortanca ve büyük sayıyı yazabilme
	Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	3.1.	İşlemleri yapma
	Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			3.2.	Denklemini doğru bir şekilde kurma
	Sembollerle Dostluk			3.3.	Denklemini doğru bir şekilde çözme
	Sembol Anlamlarının Kontrol Edilmesi	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	4.1.	İşlemin sağlamasını yapma
	Sembol Bağlamı			4.2.	Seçtiği bilinmeyenin herhangi bir problem için de kullanılabileceğini bilme

Tablo 3.9

Problem 5 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları

Problem 5	SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Kod	Örnekler
<p>Problem 5: Bir dikdörtgenin bir kenarı % 10 arttırıldığında ve diğer kenarı % 10 azaltıldığında dikdörtgenin alanında nasıl bir değişim meydana gelirdi? Aşağıda verilen seçeneklerden sizin için uygun olanı işaretleyiniz ve cevabınızı açıklayınız.</p> <p>A) Bir değişim olmazdı, çünkü... AÇIKLAMA: B) Alan artar, çünkü... AÇIKLAMA: C) Alan azalır, çünkü... AÇIKLAMA:</p>	Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	1.1	Problemin çözümü için x ve y değerlerini kullanma
	Sembollerle Dostluk			1.2	Problemi çözmek için bir dikdörtgen çizme
	Sembolik İfadeleri Tasarlama			1.3	Dikdörtgenin kısa kenarını " $10x$ ", uzun kenarını " $10y$ " olarak belirleme
	Sembollerle Dostluk			1.5	" $10x$ " ve " $10y$ " nin yüzdesini hesaplamanın kolay olduğunu bilme

Tablo 3.9 (Devam)

Problem 5 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları

Problem 5	SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Kod	Örnekler
Problem 5: Bir dikdörtgenin bir kenar % 10 arttırıldığında ve diğer kenar % 10 azaltıldığında dikdörtgenin alanında nasıl bir değişim meydana gelirdi? Aşağıda verilen seçeneklerden sizin için uygun olanı işaretleyiniz ve cevabınızı açıklayınız. A) Bir değişim olmadı, çünkü... AÇIKLAMA: B) Alan artar, çünkü... AÇIKLAMA: C) Alan azalır, çünkü... AÇIKLAMA:	Sembol Seçimi	2	Problem Çözmeyi Planlama	2.1	Yüzdelerle işlem yapmayı kolaylaştırmak için "10x" ve "10y" ifadelerini seçme
	Sembolik İfadele-ri Okuma ve Kul-lanma			2.2	Dikdörtgenin kenar uzun-luklarını şeklin üzerine yerleştirme
	Sembolik İfadele-ri Okuma ve Kul-lanma			2.3	$10x \cdot 10y = 100xy$ denkleminin kısa kenar uzun-luğu x , uzun kenar uzun-luğu $10y$ olan dikdörtge-nin alanı olduğunu yazma

Tablo 3.9 (Devam)

Problem 5 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları

Problem 5	SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Kod	Örnekler
<p>Problem 5: Bir dikdörtgenin bir kenarı % 10 arttırıldığında ve diğer kenarı % 10 azaltıldığında dikdörtgenin alanında nasıl bir değişim meydana gelirdi? Aşağıda verilen seçeneklerden sizin için uygun olanı işaretleyiniz ve cevabınızı açıklayınız.</p> <p>A) Bir değişim olmazdı, çünkü... AÇIKLAMA: B) Alan artar, çünkü... AÇIKLAMA: C) Alan azalır, çünkü... AÇIKLAMA:</p>	Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	3.1.	Dikdörtgenin kenar uzunluklarındaki artış ve azalış yüzdele- rini hesaplayabilme
	Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			3.2.	
	Sembollerle Dostluk			3.3	Dikdörtgenin işlemler yapıldıktan sonraki alanını $198xy$ olarak doğru bir şekilde bulabilme
	Sembolik İfadeleri Tasarlama			3.4	Dikdörtgenin kenar uzunluklarındaki artış ve azalış yüzdele- rini hesaplayabilme

Tablo 3.9 (Devam)

Problem 5 İçin Sergilenmesi Beklenen Sembol Hissi Davranışları

Problem 5	SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Kod	Örnekler
<p>Problem 5: Bir dikdörtgenin bir kenarı % 10 arttırıldığında ve diğer kenarı % 10 azaltıldığında dikdörtgenin alanında nasıl bir değişim meydana gelir? Aşağıda verilen seçeneklerden sizin için uygun olanı işaretleyiniz ve cevabınızı açıklayınız.</p> <p>A) Bir değişim olmazdı, çünkü... AÇIKLAMA:</p> <p>B) Alan artar, çünkü... AÇIKLAMA:</p> <p>C) Alan azalır, çünkü... AÇIKLAMA:</p>	Sembol	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	4.1	İşlemin sağlamasını yapma
	Anlamalarının Kontrol Edilmesi Sembol Bağlamı			4.2	Dikdörtgenin kenar uzunlukları için $10m$ ve $10n$ değerlerini de verebilme

3.6. Pilot Uygulamalar

Pilot uygulamalar bir anket veya görüşme programı gibi belirli bir araştırma aracının spesifik ön testini ifade eder. Pilot çalışmalar, iyi bir çalışma tasarımının çok önemli bir unsurudur. Bir pilot çalışma yürütmek, ana çalışmada başarıyı garanti etmez, ancak olasılığı artırır. Pilot çalışmalar, bir dizi önemli işlevi yerine getirir ve diğer araştırmacılar için değerli bilgiler sağlayabilir (Van Teijlingen ve Hundley, 2001, s. 1). Araştırma uygulamalarında yer alan problemlerin öğrenciler tarafından anlaşılabilirliğini ve bu etkinlikleri uygulama sırasında çıkabilecek olası durumları/sorunları önceden belirlemek amacıyla pilot uygulama yapılmıştır.

İlk pilot uygulamada uzman görüşü alınarak “sembollerle dostluk”, “sembolik ifadeleri okuma ve kullanma”, “sembolik formları tasarlama”, “denk olmayan anlamlar için denk ifadeler”, “sembollerin seçimi”, “esnek hesaplama becerileri” “sembollerin gerisinde” ve “bağlam içinde semboller” olmak üzere toplam sekiz adet sembol hissi davranışı belirlenmiştir. Daha sonra bu davranışların her biri için alanyazınında yer alan ilgili davranışa ait problemler uyarlanarak; “sembollerle dostluk” davranışı için 3 adet, “sembolik ifadeleri okuma ve kullanma” davranışı için 2 adet, “sembolik formları tasarlama” davranışı için 2 adet, “denk olmayan anlamlar için denk ifadeler” davranışı için 1 adet, “sembollerin seçimi” davranışı için 3, “esnek hesaplama becerileri” davranışı için 1 adet, “sembollerin gerisinde” davranışı için 1 adet ve “bağlam içinde semboller” davranışı için 1 adet olmak üzere toplam on dört adet problem oluşturulmuştur. Bu problemlerden oluşan veri toplama aracı 2019-2020 güz döneminde 9. sınıf seviyesinden altı öğrenciye gönüllülük esasına göre sessiz bir ortam olan okul kütüphanesinde uygulanmıştır. Uygulama öğrencilerin uygun olduğu saatlerde ortalama 40’ar dakika olmak üzere toplam 240 dakikada gerçekleştirilmiş olup iki hafta sürmüştür. 9. sınıf öğrencilerinin seçilme nedeni cebir bilgilerinin taze olduğunun düşünülmesidir.

Yapılan uygulama neticesinde çalışmada yer alan problemlerden dört tanesi çok az öğrenci tarafından çözülebildiği ayrıca çalışmanın zaman olarak uzun sürmesinin öğrenciyi yorduğu gözlemlenmiştir. Bunun yanı sıra her bir sembol davranışı için problem oluşturmanın uygun olmadığı bunun yerine oluşturulan problemlerde sembol hissi davranışlarının incelenmesinin daha uygun olacağı konusunda uzmanlar fikir birliğine varmışlardır. Ayrıca uzmanlar bir sonraki pilot uygulamada öğrencilere problemleri çözmeden önce matematik dersi, cebir, matematiksel problemler ve matematiksel semboller ile ilgili görüşlerini içeren ön görüşme soruları; problemleri çözdükten sonra

ise uygulanan problemler, karşılaşılan semboller ile ilgili düşüncelerini içeren son görüşme formu şeklinde yarı yapılandırılmış görüşme formlarının uygulanmasının çalışmayı zenginleştirmesi açısından etkili olacağını belirtmişlerdir.

3.6.1. Pilot uygulama

Uzman görüşü doğrultusunda hazırlanan ön görüşme ve son görüşme soruları ve sekiz adet problemi içeren çalışma 2020-2021 güz döneminde 9. sınıf seviyesinden rastgele seçilen 3'er öğrenciyle sessiz bir ortam olan okul kütüphanesinde maske-mesafe ve hijyen kurallarına uygun olarak gerçekleştirilmiştir. Uygulama her bir öğrenci için ortalama 30 dakika olmak üzere toplam 1 hafta sürmüştür. Uygulamada yer alan üç problemde sergilenen sembol hissi davranışları diğer beş problemde sergilenen sembol hissi davranışlarıyla örtüştüğünden dolayı uzman görüşüyle çalışmanın nihai halinde beş adet problemin uygulanmasına karar verilmiştir. Bu beş adet problemin problem çözme aşamasında ortaya çıkan sembol hissi davranışlarını inceleme aşamasında kullanılmasına karar verilmiştir.

3.7. Geçerlik ve Güvenirlik

Nitel araştırma yöntemlerinin doğası, istatistiksel veya deneysel hesaplamalara dayanmamaktadır (Brink, 1991, s. 167). Bu nedenle nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik kavramları için; “iç geçerlilik” yerine ‘inandırıcılık’ (Merriam ve Tisdell, 2015), “dış geçerlilik” yerine ‘aktarılabirlik’ (Guba ve Lincoln, 1981), “iç güvenirlik” yerine ‘tutarlık’ (Guba, 1981), “dış güvenirlik” yerine ‘teyit edilebilirlik’ (Guba, 1981; Guba ve Lincoln, 1981) kavramları kullanılmıştır.

İnandırıcılık: İnandırıcılık bulguların gerçeklikle ne düzeyde uyumlu olduğudur. Nitel bir çalışmada inandırıcılığı sağlamak için “uzun süreli etkileşim”, “katılımcı teyidi” ve “uzman incelemesi” gerekmektedir (Shenton, 2004). Araştırma sürecinin ve sonuçlarının açık açık, tutarlı ve başka araştırmacılar tarafından teyit edilebilir olması gerekir (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 277). Araştırmacı, veri toplamak amacıyla çalışmanın yapıldığı ortamda yeterli zaman geçirmiş ve çalışma grubuyla uzun süreli etkileşim içinde bulunmuştur. Araştırmacının öznelliğinden ya da verileri yanlış yorumlamasından doğabilecek önyargıları azaltmak için katılımcı teyidi de önemlidir. İlk olarak veri toplamak sonrasında ise sonuçların doğruluğunu ve bütünlüğünü kontrol etmek için her bir katılımcıyla ikişer kez görüşülmüş bu sayede bulguların doğruluğu ve tutarlılığı desteklenmiştir. İnandırıcılık konusunda alınabilecek bir diğer önlem de

uzman incelemesine başvurmaktır. Bu sayede araştırmadan bağımsız ancak çalışmayöntemini bilen uzman kişilerden araştırmada analizlerini ve sonuçlarını eleştirel bir bakış açısıyla incelemesi ve dönütte bulunması beklenmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 279). Bu araştırmada yarı yapılandırılmış görüşme formlarında kullanılan soruların, veri toplama araçlarının seçimi ve uygulanmasında, yapılan uygulamaların eğitim alanı uzmanları tarafından incelenmesiyle inandırıcılık sağlanmaya çalışılmıştır.

Aktarılabirlik: Aktarılabirlik, bulguların diğer bağlamlara hangi düzeyde uyarlanabildiği ile ilgilidir (Moon, Brewer, Januchowski-Hartley, Adams ve Blackman, 2016, s. 17). Nitel araştırmalarda odak noktası, bireyin durumunu anlamak olduğu için katılımcıların yaşadıkları deneyimlerin detaylı olarak tanımlanması; çalışmayı okuyanların, benzer çalışmalardaki sonuçları kendi çalışmalarında uygulayabilmesi açısından önemlidir (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 281). Guba ve Lincoln'e (1981) göre aktarılabirliğin kanıtlanması için amaçlı örnekleme ve ayrıntılı betimleme gerekmektedir. Bu yüzden araştırmanın çalışma grubu amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Ortam ve katılımcılar; yorum katılmadan, verinin doğasına sadık kalınarak, doğrudan alıntılarla ayrıntılı olarak tanıtılmıştır. Bu da sonraki çalışmalarda benzer durumlara aktarılabirliği kanıtlamıştır.

Tutarlık: Tutarlıktaki amaç araştırmaya dışardan bir gözle bakılması ve araştırmacının baştan sona gerçekleştirdiği araştırma etkinliklerinde tutarlı davranıp davranmadığını ortaya koymaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 283). Veri toplama araçlarının oluşturulması, verilerin toplanması ve analizi aşamalarında tutarlık incelemesi araştırmacı ve üç alan uzmanı olmak üzere dört kişi tarafından yapılmıştır. Araştırmanın görüşme ses kayıtları bir matematik öğretmeni tarafından yorumlanmış olup, yorumların araştırmacı yorumları ile tutarlı olduğu görülmüştür.

Teyit edilebilirlik: Bilimsel araştırma sonuçlarının gerçeği yansıtmalı ve araştırmacı öznel yargılardan uzak olmalıdır. Araştırmacının herhangi bir biçimde toplanan veriyi varlığı ile veya varsayımları ve inançları ile etkilememek adına önlem alması gerekir. Araştırmacı ulaştığı sonuçları topladığı verilerle her daim teyit etmeli ve okuyucuya mantıklı bir açıklama sunabilmelidir (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 272). Bu amaçla bu araştırmada ulaşılan sonuçlar elde edilen verilerle teyit edilmiştir.

Araştırmanın amacına ve yöntemine uygun olarak oluşturulan bulgulara bir sonraki bölümde yer verilmiştir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. Bulgular

Araştırmanın bu bölümünde uygulama öncesi görüşme formundan elde edilen bulgulara, alt problemler çerçevesinde yapılan beş adet çalışma probleminden elde edilen ilgili analiz sonuçlarına ve uygulama sonrası görüşme formundan elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

4.1. Ön Görüşme Sorularından Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde sırasıyla düşük, orta ve yüksek başarı düzeyinde olmak üzere öğrencilerin uygulama öncesi görüşme formundan elde edilen bulgularına yer verilmiştir.

Öğrencilere uygulama öncesinde matematik dersi, matematiksel problemler ve matematiksel semboller ile ilgili görüşleri sorulmuştur. İlk soru olan *"Matematik dersini seviyor musun? Nedenini açıklar mısın?"* sorusuna ilişkin olarak başarı düzeyi düşük olan öğrenci Serkan matematiğin kendisine soyut geldiğini bu yüzden sevmediğini, başarı düzeyi orta olan öğrenci Eda çözebildiği sorularda matematiği sevdiğini çözemediği sorularda matematiği sevmediğini, başarı düzeyi yüksek olan öğrenci Yıldız matematik dersinde net cevaplar olduğunu bu yüzden matematiği sevdiğini belirtmiştir. İlk görüşme sorusuna ilişkin öğrenci görüşleri aşağıdaki gibidir.

"Matematikteki birçok kavramı anlamakta zorlanıyorum çünkü matematiği kafamda canlandırmak çok güç. Matematik çok soyut, kağıda yazılmamış bir şeyi anlayamıyorum. 'x'ler, 'y'ler, kesirler ve karekökler de işin içine girince daha da zorlanıyorum. Bu yüzden matematiği sevmiyorum" [Başarı Düzeyi Düşük Öğrenci, Serkan].

"Matematiği bazen seviyorum bazen sevmiyorum. Örneğin soruları çözersem matematik eğlenceli geliyor. Ama çözemediğim sorular olduğunda matematikten soğuyorum." [Başarı Düzeyi Orta Öğrenci, Eda].

"Matematikte çoğunlukla tek bir doğru cevap varken, diğer bazı derslerde birden fazla cevap olabiliyor ve bundan hoşlanmıyorum. Matematikte net bir cevabın olduğunu bilmek hoşuma gidiyor. Matematikte her zaman oldukça iyiydim ve sanırım bu yüzden matematiği seviyorum". [Başarı Düzeyi Yüksek Öğrenci, Yıldız].

İkinci soru olan *"Kaçınıcı sınıfta matematik dersinde daha başarılı olduğunu düşünüyorsun? Nedenini açıklar mısın?"* sorusuna başarı düzeyi düşük olan öğrenci

Serkan ilkokulda matematikte daha başarılı olduğunu düşündüğünü çünkü sayılarla işlemlerin kendisine daha kolay geldiğini, başarı düzeyi orta olan öğrenci Eda bu durumun sınıftan sınıfa değişkenlik gösterdiğini çünkü matematik başarısının değişken olduğunu, başarı düzeyi yüksek olan öğrenci Yıldız ise yedinci sınıftan itibaren matematiği sevmeye başladığını çünkü denklem çözmeyi bu sınıftan itibaren öğrendiğini ve denklem çözmenin matematik problemlerini çözmeyi kolaylaştırdığını belirtmiştir. Öğrencilere üçüncü soru olarak “*Matematikte sevdiğin bir alan (sayılar, cebir, geometri, ölçme, veri sayma ve olasılık) var mı? Nedenini açıklar mısın?*” şeklinde bir soru yöneltilmiş ve öğrencilerden şu şekilde yanıtlar alınmıştır. Başarı düzeyi orta olan öğrenci Eda matematikte sayıları diğer alanlara göre nispeten daha çok sevdiğini çünkü diğer alanların kendisine karmaşık geldiğini, başarı düzeyi yüksek olan öğrenci Yıldız, matematikte en sevdiği alanın cebir olduğunu çünkü cebirin kendisine gizemli geldiğini ve harflerle sayıların birlikteliğinden hoşlandığını belirtmiştir. Başarı düzeyi düşük olan öğrenci Serkan ise bu soruya aşağıda verildiği şekilde görüş belirtmiştir.

“Matematikte geometri alanını daha çok seviyorum. Çünkü geometrik şekiller diğer matematik alanlarına göre daha somut geliyor bana. Günlük hayatta sayıları ya da cebiri göremiyorum ama geometrik şekilleri görebiliyorum. Geometrik şekilleri bazen çizebiliyorum hatta oluşturup dokunabiliyorum.” [Başarı Düzeyi Düşük Öğrenci, Serkan].

“Matematik problemlerini çözerken zorlanır mısın?” sorusuna başarı düzeyi düşük olan öğrenci Serkan matematik problemleri çözerken genellikle zorlandığını çünkü okuduğunu zihninde canlandıramadığını bu yüzden de işlem olarak kağıda dökemediğini, başarı düzeyi yüksek olan öğrenci Yıldız, problem çözerken zorlanmadığını çünkü soruları okuyunca zihninde canlandırabildiğini belirtmiştir. Yıldız çok kitap okumasının problemleri anlamasına olumlu etki yaptığını düşünmektedir. Başarı düzeyi orta olan öğrenci Eda ise bu soruya aşağıdaki şekilde görüş belirtmiştir.

“Problemi çözüp sonuca ulaştığım zaman mutlu oluyorum. Böyle zamanlarda matematiği seviyorum. Bazı problemlerde ise formülleri hatırlayamamak ya da problemin karmaşık gözükmesi beni korkutuyor ve problemi belli bir yere kadar çözüp devamını getiremiyorum.” [Başarı Düzeyi Orta Öğrenci, Eda].

Bir diğer soru olan “*Sence cebir ne demek?*” sorusuna başarı düzeyi düşük olan öğrenci Serkan ortaokuldaki bir matematik konusu olduğunu, başarı düzeyi orta olan öğrenci Eda matematikte kullanılan harfler demek olduğunu, başarı düzeyi yüksek olan öğrenci Yıldız ise matematikte sayıları ve harfleri kullanarak hesap yapma işlemi oldu-

ğunu söylemiştir. Ön görüşme sorularından bir diğeri olan “*Matematikte ‘sembol’ denilince aklına ne geliyor? En çok kullandığın sembol ya da semboller hangileridir?*” sorusu ile ilgili olarak başarı düzeyi düşük olan öğrenci Serkan sembolün kendisi için harf demek olduğunu, başarı düzeyi orta olan öğrenci Eda büyüktür, küçüktür, vb. gibi işaretlerin sembol olduğunu belirtmiştir. Başarı düzeyi yüksek olan öğrenci Yıldız ise bilinmeyen, harf, işlem işaretleri olmak üzere kapsamlı bir şekilde sembollere ilişkin görüşlerini belirtmiştir. Öğrencilerin bu soru için görüşleri aşağıdaki gibidir.

“*Sembol harf demek benim için. Soruların içinde ne zaman harflerle karşılaşsam soru çok zor gelir ve aklım karışır. En çok x sembolünü kullanıyorum.*” [Başarı Düzeyi Düşük Öğrenci, Serkan].

“*Sembol demek $>$, $<$, $=$ veya mantık konusundaki p ve q demek sanırım. x ve y ’yi bilinmeyen olarak değerlendiriyorum. En çok kullandığım semboller büyüktür, küçüktür, eşittir, benzerdir, elemanındır sembolleridir.*” [Başarı Düzeyi Orta Öğrenci, Eda].

“*Bir şeyleri uzun uzun yazmaktansa sembol kullanarak yazmak çok daha pratiktir. Matematik sorularını çözerken semboller sayesinde zamandan tasarruf ederiz. Matematikte sembol denilince aklıma ilk gelen şey rakamlardır. Çünkü rakamların ‘sayıları göstermek için kullanılan semboller’ olduğunu hatırlıyorum. Bunun yanında işlemler için kullanılan $+$, $-$, \times , $:$ sembolleri, bilinmeyenler için x , y , z gibi harfler ve $>$, $<$, $=$, ... gibi diğer semboller de vardır. En çok kullandığım sembol x ve y ’dir.*” [Başarı Düzeyi Yüksek Öğrenci, Yıldız].

4.2. Çalışma Problemlerinden Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde sırasıyla düşük, orta ve yüksek başarı düzeyinde yer alan öğrencilerin, bir problemi çözerken sergiledikleri sembol hissi davranışlarına yer verilmiştir. Bulguların odak noktası, öğrencilerin bir problemi çözerken ortaya çıkan sembol hissi davranışlarını Polya’nın problem çözme aşamaları olan problemi anlama, plan yapma, planı uygulama ve kontrol etme adımlarına göre incelemek üzerinedir.

Düşük Başarı Düzeyinde Yer Alan Öğrenciden Elde Edilen Bulgular: Serkan, akademik başarı düzeyi düşük ve cebirsel düşünme testine göre Düzey-1’de yer alan bir erkek öğrenci olup Serkan’ın beş problem görevinin her birinde yaptığı çalışmalardan elde edilen bulgulara aşağıda yer verilmiştir.

Problem 1: Serkan ile Problem 1 için yapılan çalışma şu şekildedir:

Problem 1:

$$\frac{(3x+6)}{(x+2)} = 5 \quad (\text{adım 1})$$
$$3x + 6 = 5(x + 2) \quad (\text{adım 2})$$
$$3x + 6 = 5x + 10 \quad (\text{adım 3})$$
$$-4 = 2x \quad (\text{adım 4})$$
$$-2 = x \quad (\text{adım 5})$$

Buna göre cevap:

	Kesinlikle doğrudur	Muhtemelen doğrudur	Asla doğru değildir
--	------------------------	------------------------	------------------------

İşaretlediğiniz ifadeyi açıklayınız.

Serkan problemin çözüm adımlarını incelemiş ve “Kesinlikle doğrudur” seçeneğini işaretlemiştir. Serkan’a neden bu seçeneği işaretlediği sorulduğunda “Adımların hepsini kontrol ettim. İçler dışlar çarpımı yapılmış ve x bulunmuş. O yüzden kesinlikle doğrudur” demiştir. Araştırmacı Serkan’dan bu problemi çözmesini istendiğinde

Serkan, Şekil 4.1’deki gibi problemi çözmüştür. Serkan’ın bu davranışı “problemi anlama” aşamasına ait ‘problemdeki sembollerin anlamını belirleyebilme’ davranışına karşılık gelmektedir.

$$\begin{array}{l} \frac{3x+6}{x+2} = 5 \\ \hline 3x+6 = 5x+10 \\ \hline 6-10 = 5x-3x \\ -4 = 2x \\ -2 = x \end{array}$$

Şekil 4.1. Denklem Çözme (P1, Serkan)

Serkan bu problemin çözümünde “5” ile “ $x + 2$ ” ifadesini doğru bir şekilde çarpmış ve “ $5x + 10$ ” ifadesini yazabilmiştir. Serkan’ın bu davranışı çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanabildiğini yani “problem çözmeyi planlama” aşamasına ait ‘problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembolleri ifade etme’ davranışına karşılık gelmektedir. Öğrenci bu denklemin çözümünde işlem sırasını ve işlem adımlarını takip ederek içler dışlar çarpımını doğru bir şekilde yapmış ve “ $x = -2$ ” değerini bulmuştur. Serkan’ın bu davranışı “problem çözme planını uygulama” aşamasına ait ‘problem çözmek için matematiksel modeller kullanma’ ve ‘problem çözmenin her adımında sembolleri doğru bir şekilde kullanma’ davranışlarına karşılık gelmektedir.

Serkan bu problem için bulduğu $x = -2$ 'nin denklemi sağlayıp sağlamadığını kontrol etmemiştir. Serkan'ın Problem 1 için sergilediği sembol hissi davranışları Polya'nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.1'de tematik olarak kodlanmıştır.

Tablo 4.1

Problem 1 İçin Serkan'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Problemdeki sembollerin an- lamını belirleye- bilme	1.4.	“ x ” sembolünün bi- linmeyen anlamına geldiğini belirleye- bilmiştir.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembollerini ifade etme	2.2.	5 ile $(x + 2)$ ifadesi- ni çarpmanın toplama üzerindeki dağılma özellikliğini kullanarak doğru bir şekilde çarpmış ve $5x + 10$ ifadesini bulmuştur.
Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	Problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma	3.1.	Problemin çözümü için kurulan denkle- mi çözmüş, işleme- rin sırasını takip et- miş ve işlemlerin
Semboller Dostluk			Problem çözmenin her adımında sembollerini doğru şekilde kullanma	3.3.	özelliklerini kullan- mıştır.

Serkan bu problemde “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasına ait herhangi bir davranış sergilememiştir. Serkan Problem 1’de “problemi anlama” ve

“problem çözmeyi planlama” ve “problem çözme planını uygulama” aşamalarına ait davranışlar sergilemiş $x = -2$ değerini yerine yazarak işlemin sağlanmasını yapmamıştır. Problem 1’in çözümünde Serkan’ın sergilediği sembol hissi davranışları ‘sembollerle dostluk’, ‘sembolik ifadeleri okuma ve kullanma’ ve ‘sembol seçimi’dir.

- *Problem 2:* Serkan ile Problem 2 için yapılan çalışma şu şekildedir:

Problem 2:

$$|3x - \frac{2}{4}| + 1,2 > 5 \text{ eşitsizliğinde } x \text{ kaçtır?}$$

Serkan soruyu çok karmaşık bulduğunu söylemiştir. Araştırmacı bunun sebebini sorduğunda problemde çok fazla

sembol olduğunu belirtmiştir. Serkan’dan problemi çözmesi istendiğinde Serkan Şekil 4.2’deki gibi 1,2’yi eşitsizliğin karşı tarafına atmış ve 5’ten çıkarmıştır. Serkan’ın bu davranışı “problemi anlama” aşamasına ait ‘problemdeki sembollerin anlamını belirleyebilme’ davranışına karşılık gelmektedir.

$$|3x - \frac{2}{4}| > 5 - 1,2$$

Şekil 4.2. *Mutlak Değeri Yalnız Bırakma (P2, Serkan)*

Serkan daha sonra içler dışlar çarpımı yapmış ve hem mutlak değer özelliklerini kullanmayı hem de eşitsizlik özelliklerini kullanmayı göz ardı etmiştir. Serkan’ın bu problem için yaptığı işlem Şekil 4.3’te gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
 &|3x - \frac{2}{4}| > 5 - 1,2 \\
 &|3x - \frac{2}{4}| > 3,8 \\
 &3x - \frac{2}{4} = 3,8 \\
 &3x - 2 = 4 \cdot 3,8 \\
 &3x - 2 = 15,2 \\
 &3x = 17,2 \\
 &x = \frac{17,2}{3}
 \end{aligned}$$

Şekil 4.3. *Eşitsizliği Çözme (P2, Serkan)*

Serkan'ın Şekil 4.3'te yer alan çözümü incelendiğinde işlem adımlarını, işlem özelliklerini yanlış bir şekilde yaptığı gözlemlenmiştir. Serkan ayrıca yaptığı işlemler sonucunda x 'in artı ve eksi olmak üzere iki değeri olduğunu yazmıştır. Araştırmacı Serkan'a işlem sonucunda x 'in değeri için neden “+” ve “-” işaretlerini kullandığını sorduğunda Serkan “Mutlak değer işaretini görünce sayının bir artılısını bir de eksilisini almayı hatırlıyorum sadece” demiştir. Araştırmacı Serkan'a eşitsizlik sembolünü yok etmesinin nedenini sorduğunda Serkan “Eşitsizlik işaretinin benim için çok bir anlamı yok. Eşittir işaretinden farklı değil benim için” demiştir. Serkan'ın Problem 2 için sergilediği sembol hissi davranışları Polya'nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.2'de tematik olarak kodlanmıştır.

Tablo 4.2

Problem 2 İçin Serkan'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Problemdeki sembollerin an- lamını belirleye- bilme	1.4.	“ x ” sembolünün bi- linmeyen anlamına geldiğini düşünmüş bu sebeple “ x ”i yal- nız bırakmak için 5'ten 1,2'yi çıkar- mıştır.

Serkan, Problem 2'de sadece “problemi anlama” aşamasına ait bir sembol hissi davranışı sergilemiş olup problem çözmenin diğer üç aşamasında ilerleyememiş ve bu problemin çözümünü yapamamıştır. Problem 2'nin çözümünde Serkan'ın sergilediği sembol hissi davranışı ‘sembollerle dostluk’tur.

- **Problem 3:** Serkan ile Problem 3 için yapılan çalışma şu şekildedir:

Problem 3:
Bu üniversitede, profesörlerin 6 katı kadar öğrenci vardır. “P” profesör sayısını, “Ö” öğrenci sayısını göstermek üzere bu durumu temsil eden denklem/denklemler aşağıdakilerden hangisi ya da hangileridir?

No	Denklem
1	$P=6Ö$
2	$6Ö=P$
3	$6P=Ö$
4	$Ö=6P$
5	$\frac{Ö}{6}=P$
6	$\frac{P}{6}=Ö$

Serkan, problemi okuduktan sonra “Profe-
söre P diyorsak o zaman öğrenci 6Ö olur ve
bu yüzden doğru seçenek bence $6Ö = P$

olur” demiştir. Serkan’ın bu problem için yaptığı işaretleme Şekil 4.4’te yer almaktadır. Serkan’ın bu davranışı “problemi anlama” aşamasına ait ‘sembolleri nasıl ve ne zaman kullanılacağını bilme’ davranışına karşılık gelmektedir.

No	Denklem
1	$P = 6 = \bar{O}$
2	$6\bar{O} = P$
3	$6P = \bar{O}$
4	$\bar{O} + 6 = P$
5	$\frac{\bar{O}}{P}$
6	$\frac{P}{\bar{O}}$

Şekil 4.4. Problem İçin Uygun Olduğunu Düşündüğü Denklemi İşaretleme (P3, Serkan)

Araştırmacı Serkan’a bu problemde kullandığı “P” ve “Ö” bilinmeyenlerini başka bir problem için de kullanıp kullanmayacağını sorduğunda Serkan “Şimdilik aklıma bir şey gelmiyor. Zaten harfleri kullanmayı çok sevmiyorum” demiştir. Serkan’ın Problem 3 için sergilediği sembol hissi davranışları Polya’nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.3’te tematik olarak kodlanmıştır.

Tablo 4.3

Problem 3 İçin Serkan’ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya’nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Sembollerin nasıl ve ne zaman kullanılacağını bilme	1.1.	“Ö” ve “P” sembollerini seçmiştir.

Serkan, Problem 3’te sadece “problemi anlama” aşamasına ait bir sembol hissi davranışı sergilemiş olup problem çözmenin diğer üç aşamasında ilerleyememiş ve bu

problem için doğru olan seçenekleri işaretleyememiştir. Problem 3'ün çözümünde Serkan'ın sergilediği sembol hissi davranışı 'sembollerle dostluk'tur.

- *Problem 4:* Serkan ile Problem 4 için yapılan çalışma şu şekildedir:

Problem 4: Ardışık üç sayının toplamı 54 ise küçük sayı kaçtır?

Serkan problemi okumuş ve “54’ü 3’e bölerim ve ortanca sayıyı bulurum, sonra da 1 azaltarak küçük sayıya ulaşı-

rim” demiştir. Araştırmacı Serkan’a neden böyle bir işlemi tercih ettiğini sorduğunda Serkan bu yöntemin ortaokulda öğrendiği pratik bir yöntem olduğunu ve bu yöntemin kendisini genellikle doğru cevaba ulaştırdığını belirtmiştir. Serkan’ın Problem 4’ün çözümü için yaptığı işlem Şekil 4.5’te gösterilmiştir.

Şekil 4.5. *Küçük Sayıyı Bulma (P4, Serkan)*

Araştırmacı Serkan’a neden böyle bir çözümü tercih ettiğini sorduğunda Serkan bu çözümün ortaokuldan aklında kalan bir çözüm olduğunu, ardışık üç sayının toplamı verildiğinde, toplamı üçe bölmenin kendisini ortanca sayıya ulaştırdığını bu çözümün de birçok problemde kendisi için avantajlı bir durum oluşturduğundan bahsetmiştir. Serkan, bu problemin çözümü için sembolleri kullanmak yerine sayısal bir hesaplamayı tercih etmiştir. Araştırmacı Serkan’a bu soruyu cebirsel olarak çözse nasıl çözeceğini sorduğunda Serkan soruyu tekrar okumuş ve “Üç sayının toplamı 54 ise” diyerek Şekil 4.6’da yer alan denklemi yazmıştır.

$$a + b + c = 54$$

Şekil 4.6 *Denklem Kurma (P4, Serkan)*

Serkan'ın yazdığı denklem incelendiğinde Serkan'ın kullandığı a, b ve c harfleri “problem çözmeyi planlama” aşamasında yer alan ‘problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembolleri ifade etme’ davranışına karşılık gelmektedir. Araştırmacı Serkan’a neden bu denklemi yazdığını sorduğunda Serkan “Üç sayının toplamı diyor. Ben de sayı yerine 3 tane harf kullandım” demiştir. Serkan'ın bu cümlesi “problemi anlama” aşamasında yer alan ‘sembollerin nasıl ve ne zaman kullanacağını bilme’ davranışına karşılık gelmektedir. Serkan'ın üç sayının toplamı için $a + b + c$ cebirsel ifadesini yazması “problemi anlama” aşamasına ait ‘sembolleri problemlerle ilişkilendirme’ davranışına karşılık gelmektedir. Serkan problemin çözümü için uygun olduğunu düşündüğü denklemi yazdıktan sonra işleme devam edememiş ve “Harfler için içine girince hep kafam karışıyor. Bu yüzden bu soruyu bu şekilde çözemem” demiştir. Serkan küçük, ortanca ve büyük sayıyı sayısal hesaplamalarla bulmuş ama bu sayıları yerine yazıp denklemi sağlayıp sağlamadığını kontrol etmemiştir. Serkan'ın Problem 4 için sergilediği sembol hissi davranışları Polya'nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.4'te tematik olarak kodlanmıştır.

Tablo 4.4

Problem 4 İçin Serkan'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Sembolleri nasıl ve ne zaman kullanılacağını bilme	1.1.	“...Ben de sayı yerine 3 tane harf kullandım” demiştir.
Sembolik İfadeleri Tasarlama			Sembolleri problemlerle ilişkilendirme	1.3.	Üç sayının toplamı için $a+b+c$ cebirsel ifadesini kullanmıştır.

Tablo 4.4 (Devam)

Problem 4 İçin Serkan'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembolleri ifade etme	2.2.	Üç sayı için a, b, c harflerini kullanmıştır.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			Problemde oluşturulan matematiksel modelin anlamını açıklama	2.3.	“Üç sayının toplamı 54 ise” demiş ve $a + b + c = 54$ denklemini yazmıştır.

Serkan “problem çözme planını uygulama” ve “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamalarına ait herhangi bir davranış sergilememiştir. Serkan Problem 1’de “problemi anlama” ve “problem çözmeyi planlama” aşamalarından davranışlar sergilemiş olup problem çözümünde cebirsel olarak daha fazla ilerleyememiştir. Problem 4’ün çözümünde Serkan’ın sergilediği sembol hissi davranışları ‘sembollerle dostluk’, ‘sembolik ifadeleri tasarlama’ ve ‘sembolik ifadeleri okuma ve kullanma’ dır.

- *Problem 5:* Serkan ile Problem 5 için yapılan çalışma şu şekildedir:

Problem 5:

Bir dikdörtgenin **bir kenarı** % 10 arttırıldığında ve **diğer kenarı** % 10 azaltıldığında dikdörtgenin alanında nasıl bir değişim meydana gelirdi? Aşağıda verilen seçeneklerden sizin için uygun olanı işaretleyiniz ve cevabınızı açıklayınız.

A) Bir değişim olmazdı, çünkü...

AÇIKLAMA:

B) Alan artar, çünkü...

AÇIKLAMA:

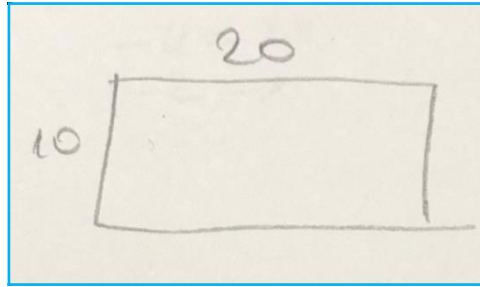
C) Alan azalır, çünkü...

AÇIKLAMA:

Serkan problemi okuduktan sonra A seçeneği olan “*Bir değişim olmazdı, çünkü...*” seçeneğini işaretlemiştir. Araştırmacı Serkan’a neden bu seçeneği işa-

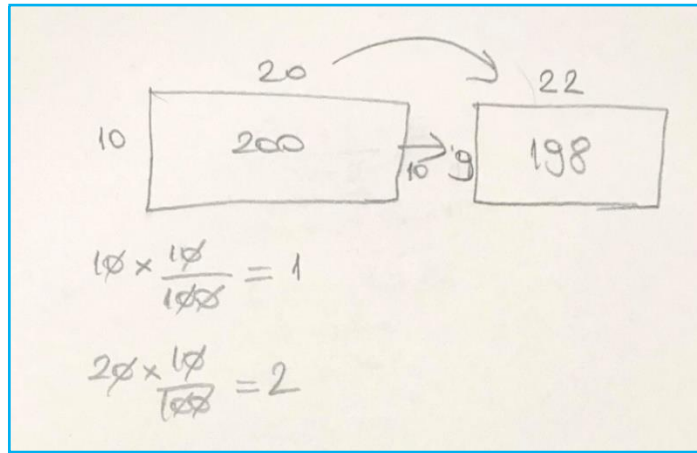
retlediğini sorduğunda Serkan “Yüzdelik değerler aynı olduğu için bir değişim olmazdı” demiştir.

Araştırmacı Serkan’a problemle ilgili ne düşündüğünü sorduğunda Serkan “Problemi ilk okuyunca aklıma bir şekil çizmek geldi” demiştir. Serkan daha sonra Şekil 4.7’den de görüldüğü gibi problemi çözmeden önce bir dikdörtgen çizmiştir. Serkan’ın bu davranışı “problemi anlama” aşamasında yer alan ‘sembolleri ne zaman terk edeceğini bilme’ davranışına karşılık gelmektedir.



Şekil 4.7. Dikdörtgenin Kenar Uzunluklarını Belirleme (P5, Serkan)

Serkan, daha sonra çizdiği dikdörtgenin kenarlarına “10” ve “20” şeklinde sayısal değerler vermiştir. Serkan’ın bu davranışı “problem çözme planını uygulama” aşamasında yer alan ‘problemin çözümü için gerekli olan sözel ve grafiksel bilgileri başarılı bir şekilde tasarlayabilme’ davranışına karşılık gelmektedir. Araştırmacı Serkan’a neden bu sayıları seçtiğini sorduğunda Serkan “Bu sayıların yüzdesini almak kolay” demiştir. Serkan’ın bu davranışı “problemi anlama” aşamasında yer alan ‘sembolleri problemlerle ilişkilendirme’ davranışına karşılık gelmektedir.



Şekil 4.8. Dikdörtgenin Alanındaki Değişimi Hesaplama (P5, Serkan)

Serkan herhangi cebirsel bir sembol kullanmadan Şekil 4.8’de gösterildiği gibi problemi doğru bir şekilde çözmüştür. Daha sonra Serkan bulduğu cevabı ilk cevapla karşılaştırmış ve “*Yanlış şıkkı işaretlemişim. Azalma oldu*” demiştir. Serkan bu problemi çözerken de bir önceki problemde olduğu gibi cebirsel sembolleri kullanmak yerine aritmetik kullanımları tercih etmiştir. Serkan’ın Problem 5 için sergilediği sembol hissi davranışları Polya’nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.5’te tematik olarak kodlanmıştır.

Tablo 4.5.

Problem 5 İçin Serkan’ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya’nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Sembolleri ne zaman terk edeceğini bilme	1.2.	Problemi çözmek için bir dikdörtgen çizmiştir.
Sembolik İfadeleri Tasarlama			Sembolleri problemlerle ilişkilendirme	1.3.	Problemin çözümü için seçtiği 10 ve 20 sayılarının yüzdesini almanın kolay olduğunu belirtmiştir.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemde oluşturulan matematiksel modelin anlamını açıklama	2.3.	Bir dikdörtgen çizmiş ve dikdörtgenin kenarlarına “10” ve “20” şeklinde sayısal değerler vermiştir.

Serkan Problem 5’te “problemi anlama” ve “problem çözmeyi planlama” aşamalarına ait sembol hissi davranışları sergilemiştir. Serkan, Problem 4’te olduğu gibi bu problemin çözümünde de problem çözme aşamalarından olan “problem çözme planını uygulama” ve “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamalarına ait herhangi bir davranış sergilememiştir. Problem 5’in çözümünde Serkan’ın sergilediği sembol hissi

davranışları ‘sembollerle dostluk’, ‘sembolik ifadeleri okuma ve kullanma’ ve ‘sembolik ifadeleri tasarlama’ dır.

Orta Başarı Düzeyinde Yer Alan Öğrenciden Elde Edilen Bulgular: Eda, akademik başarı düzeyi orta ve cebirsel düşünme testine göre Düzey-2’de yer alan bir kız öğrenci olup Eda’nın her bir problemde yaptığı çalışmalardan elde edilen bulgulara aşağıda yer verilmiştir.

- *Problem 1:* Eda ile Problem 1 için yapılan çalışma şu şekildedir:

Problem 1:

$$\frac{(3x+6)}{(x+2)} = 5 \quad (\text{adım 1})$$
$$3x + 6 = 5(x + 2) \quad (\text{adım 2})$$
$$3x + 6 = 5x + 10 \quad (\text{adım 3})$$
$$-4 = 2x \quad (\text{adım 4})$$
$$-2 = x \quad (\text{adım 5})$$

Buna göre cevap;

Kesinlikle doğrudur	Muhtemelen doğrudur	Asla doğru değildir
---------------------	---------------------	---------------------

İşaretlediğiniz ifadeyi açıklayınız.

Eda problemin çözüm adımlarını incelemiş ve “Muhtemelen doğrudur” seçeneğini işaretlemiştir. Eda’ya neden bu seçeneği işaretlediği sorulduğunda “Adımları kontrol ettiğimde bir hata yokmuş gibi gözüküyor ama denklem sorularında paydayı sıfır yapan yani kesri tanımsız yapan değerlere de bakmak lazım” demiştir.

Araştırmacı Eda’dan bu problemi çözmesini istediğinde Eda problemi Şekil 4.9’daki gibi çözmüştür. Eda problemin çözümünde x değerini bulmaya yönelik olarak içler dışlar çarpımı yapmıştır. Eda’nın bu davranışı “problemi anlama” aşamasına ait ‘problemdeki sembollerin anlamını bilme’ davranışına karşılık gelmektedir.

$$\begin{array}{r} 3x+6 \\ \hline x+2 \end{array} \times \frac{5}{1}$$
$$3x+6 = 5x+10$$
$$6-10 = 5x-3x$$
$$-4 = 2x$$
$$x = -2$$

Şekil 4.9. *Denklem Çözme (P1, Eda)*

Eda’nın Şekil 4.9’da yaptığı çözüm incelendiğinde Eda, içler dışlar çarpımını doğru bir şekilde yapmıştır. Eda’nın bu davranışı ifadenin rasyonel bir ifade olduğunu bildiğini göstermektedir. Bu da “problem çözmeyi planlama” aşamasına ait ‘problemde oluşturulan matematiksel modeldeki semboller ifade etme’ davranışına karşılık gel-

mektedir. Eda, işlemleri yaparken işlem sırasını ve işlem adımlarını doğru bir şekilde takip etmiş ve x 'in değerinin -2 olarak bulmuştur. Eda'nın bu davranışı “problem çözme planını uygulama” aşamasına ait ‘problemi çözmek için seçilen sembolü kullanma’ ve ‘problem çözmenin her adımında sembolleri doğru şekilde kullanma’ davranışlarına karşılık gelmektedir. Eda işlemi bitirdikten sonra $x = -2$ sonucunun paydayı sıfır yaptığını bu nedenle denklemin yanlış bir denklem olduğunu belirtmiştir. Eda'nın bu davranışı “geriye dönme ve çözüm planını kontrol etme” aşamasına ait ‘problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kanıtlama’ davranışına karşılık gelmektedir. Eda'nın Problem 1 için sergilediği sembol hissi davranışları Polya'nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.6'da tematik olarak kodlanmıştır.

Tablo 4.6

Problem 1 İçin Eda'nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Problemdeki sembollerin anlamını belirleyebilme	1.4.	“ x ” sembolünün bilinmeyen anlamına geldiğini belirleyebilmiştir.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembolleri ifade etme	2.2.	$\frac{3x+6}{x+2}$ ifadesinin rasyonel bir ifade olduğunu bilmektedir.
Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	Problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma	3.1.	Problemın çözümü için kurulan denklemi çözmüş, işlemlerin sırasını takip etmiş ve işlemlerin özelliklerini kullanmıştır.

Tablo 4.6 (Devam)

Problem 1 İçin Eda'nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Semboller Dostluk	3	Problem Çözme Planını Uygulama	Problem çözmenin her adımında sembolleri doğru şekilde kullanma	3.3.	Problemin çözümü için kurulan denklemi çöz- müş, işlemlerin sırasını takip etmiş ve işlemler- in özelliklerini kul- lanmıştır.
Sembol Anlamlarının Kontrol Edilmesi	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	Problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kanıtlama	4.1.	Eda işlemi bitirdikten sonra $x = -2$ sonucu- nun paydayı sıfır yaptı- ğını bu nedenle denk- lemin yanlış bir denk- lem olduğunu belirt- miştir.

Eda Problem 1’de “problemi anlama”, “problem çözmeyi planlama”, “problem çözme planını uygulama” ve “geriye dönme çözümü kontrol etme” aşamalarına ait sembol hissi davranışları sergilemiştir. Problem 1’in çözümünde Eda’nın sergilediği sembol hissi davranışları ‘sembollerle dostluk’, ‘sembolik ifadeleri okuma ve kullanma’, ‘sembol seçimi’ ve ‘sembol anlamlarının kontrol edilmesi’dir.

- *Problem 2* : Eda ile Problem 2 için yapılan çalışma şu şekildedir:

Problem 2:

$$|3x - \frac{2}{4}| + 1,2 > 5 \text{ eşitsizliğinde } x \text{ kaçtır?}$$

Eda soruyu okuduktan sonra
“Mutlak değer hatırladığım
kadarıyla iki tane sonucu var. Bu
işlemin sonucu x ’in bir eksilisi bir

artılısı şeklinde çıkar” demiştir. Eda’dan soruyu çözmesi istendiğinde Şekil 4.10’daki gibi çözmüştür.

$$|3x - \frac{2}{4}| + 1,2 > 5$$

$$\begin{aligned} & \text{Left side: } 3x - \frac{2}{4} > 5 \\ & -3x + \frac{1}{2} + \frac{12}{10} > 5 \\ & -3x + \frac{1}{2} + \frac{12}{10} > 5 \\ & -3x + \frac{12}{10} > 5 \\ & -3x + \frac{12}{10} > 5 \\ & -3x + \frac{12}{10} - \frac{12}{10} > 5 - \frac{12}{10} \\ & -3x > 5 - \frac{12}{10} \\ & -3x > \frac{50}{10} - \frac{12}{10} \\ & -3x > \frac{38}{10} \\ & -3x > \frac{38}{10} \\ & -\frac{33}{10} > 3x \\ & -\frac{11}{10} > x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Right side: } 3x - \frac{2}{4} < -5 \\ & 3x - \frac{1}{2} + \frac{12}{10} < -5 \\ & 3x - \frac{1}{2} + \frac{12}{10} < -5 \\ & 3x - \frac{1}{2} + \frac{12}{10} < -5 \\ & 3x - \frac{1}{2} < -5 \\ & 3x - \frac{1}{2} < -5 \\ & 3x - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} < -5 - \frac{1}{2} \\ & 3x - 1 < -\frac{11}{2} \\ & 3x < -\frac{11}{2} + 1 \\ & 3x < -\frac{9}{2} \\ & 3x < -\frac{45}{10} \\ & x < -\frac{15}{10} \end{aligned}$$

Şekil 4.10. Eşitsizliği Çözme (P2, Eda)

Eda'nın Şekil 4.10'daki çözümü incelendiğinde 'x' değerini bulmak için 1,2 sayısını 5'ten çıkardığı sonrasında da x'i bulmaya yönelik işlemler yaptığı görülmektedir. Bu işlemler Eda'nın x sembolünün bilinmeyen anlamına sahip olduğunu bildiğini göstermektedir. Eda'nın bu davranışı "problemi anlama" aşamasına ait 'sembolleri nasıl ve ne zaman kullanacağını bilme' davranışına karşılık gelmektedir. Eda işlemleri yaparken $|3x - \frac{2}{4}|$ ifadesini mutlak değer dışına artı ve eksi olmak üzere iki şekilde çıkartarak işleme devam etmiştir. Eda'nın bu davranışı "problem çözme planlama" aşamasına ait 'problemde oluşturulan matematiksel modeldeki sembolleri ifade etme' davranışına karşılık gelmektedir. Eda'nın Şekil 4.10'da yer alan işlem adımları incelendiğinde problemi iki aşamada işlem sırasını takip ederek çözmüştür. Eda'nın bu davranışı "problem çözme planını uygulama" aşamasına ait 'problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma' davranışına karşılık gelmektedir. Eda işlem sonucunda belli bir yere kadar gelmiş ve bilinmeyen değerini bulamadığı için işlemin sağlamasını da yapmamıştır. Problem 2 için sergilediği sembol hissi davranışları Polya'nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.7'de tematik olarak kodlanmıştır.

Tablo 4.7

Problem 2 İçin Eda'nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Problemdeki sembollerin an- lamını belirleye- bilme	1.1.	“x”sembolünün bi- linmeyen anlamına geldiğini belirleye- bilmiştir.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembollerini ifade etme	2.2.	$ 3x - \frac{2}{4} $ ifadesini mutlak değer dışına artı ve eksi olmak üzere iki şekilde çıkartarak işleme devam etmiştir.
Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	Problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma	3.1.	Problemnin çözümü için kurulan denkle- mi çözmüş, işleme- rin sırasını takip et- miş ve işlemlerin özelliklerini kullan- mıştır.

Eda Problem 2’de “problemi anlama”, “problem çözmeyi planlama” ve “problem çözme planını uygulama” aşamalarına ait sembol hissi davranışları sergilemiştir. Problem 2’nin çözümünde Eda’nın sergilediği sembol hissi davranışları ‘sembollerle dostluk’, ‘sembolik ifadeleri okuma ve kullanma’ ve ‘sembol seçimi’dir.

- *Problem 3* : Eda ile Problem 3 için yapılan çalışma şu şekildedir:

Problem 3:
Bir üniversitede, profesörlerin 6 katı kadar öğrenci vardır. "P" profesör sayısını, "Ö" öğrenci sayısını göstermek üzere bu durumu temsil eden denklem/denklemeler aşağıdakilerden hangisi ya da hangileridir?

No	Denklem
1	$P=6=Ö$
2	$6Ö=P$
3	$6P=Ö$
4	$Ö+6=P$
5	$\frac{Ö}{6}=P$
6	$\frac{P}{6}=Ö$

Eda, problemi okuduktan sonra “Profesöre P diyorsak o zaman $6Ö$ olur bu yüzden doğru seçenek $6P = Ö$ olur” demiştir. Eda’nın kullandığı P ve $Ö$ harfleri problemi anlama aşamasına ait ‘sembolleri nasıl ve ne zaman kullanacağını bilme’ davranışına karşılık gelmektedir. Eda’nın oluşturduğu $6P =$

$Ö$ ifadesi cebirsel bir ifade oluşturabildiğini yani “problemi anlama” aşamasına ait ‘sembolleri problemlerle ilişkilendirme’ davranışını sergilediğini göstermektedir. Eda aynı zamanda okuduğu sözel ifadeden cebirsel bir eşitlik kurarak “problemi anlama” aşamasına ait ‘problemdeki sembollerin anlamını belirleyebilme’ ve ‘problemdeki anlamlarına göre semboller yazma’ davranışlarını sergilemiştir. Eda’nın bu problem için yaptığı işaretleme Şekil 4.11’de yer almaktadır.

No	Denklem
1	$P = 6 = Ö$
2	$6Ö = P$
3	$6P = Ö$
4	$Ö + 6 = P$
5	$\frac{Ö}{6} = P$
6	$\frac{P}{6} = Ö$

Şekil 4.11. *Problem İçin Uygun Olduğunu Düşündüğü Denklemi İşaretleme (P3, Eda)*

Eda’nın işaretlediği $6P = Ö$ seçeneği bu problem için doğru bir seçenektir. Eda’nın bu davranışı “problem çözme planlama” aşamasına ait ‘problem çözmek için doğru sembolü seçme’ ve ‘problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki semboller ifade etme’ davranışlarına karşılık gelmektedir. Eda’nın öğrenci sayısını 6 ile çarparak doğru denklemi yazması “problem çözme planını uygulama” aşamasına ait ‘problem çözmek için seçilen yöntemi kullanma’ davranışına karşılık gelmektedir. Araştırmacı Eda’ya başka bir seçeneği işaretleyip işaretleyemeyeceğini sorduğunda Eda

seçenekleri tekrar incelemiş ve başka bir seçeneğin bu problem için uygun olamayacağını belirtmiştir. Araştırmacı Eda'ya bu problemde kullandığı “P” ve “Ö” bilinmeyenlerini başka bir problem için de kullanıp kullanmayacağını sorduğunda Eda “*Hımmm. İçerisinde P ve Ö harfi ile başlayan bir denklem olsa. Mesela 1 pastanın ve 6 öğrenciye paylaştırılması sonucu her bir öğrenciye düşen pasta miktarı gibi bir problem olsa sanki olur*” demiştir. Bu davranış “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasına ait ‘sembollerin oynadığı farklı rolleri anlama’ davranışına karşılık gelmektedir. Problem 3 için sergilediğı sembol hissi davranışları Polya’nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.8’de tematik olarak kodlanmıştır.

Tablo 4.8

Problem 3 İçin Eda’nın Sergilediğı Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya’nın Problem özme Aşamaları	Problem özmede Ortaya ıkan SHDG	Kod	Öğrencinin özümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Sembollerin nasıl ve ne zaman kullanacağını bilme	1.1.	“Ö” ve “P” sembolle- rini kullanmıştır.
Sembolik İfadelere Tasarlama			Sembolleri problemlerle ilişkilendirme	1.3.	$6P = Ö$ cebirsel ifadesini oluşturmuştur.
Sembollerle Dostluk			Problemdeki sembollerin anlamını belirleyebilme	1.4.	Ö ve P sembollerinin değişen nicelik oldu- ęunu bilmektedir.

Tablo 4.8 (Devam)

Problem 3 İçin Eda'nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Problemdeki anlamlarına göre semboller yazma	1.5	Öğrenci sayısının profesör sayısının 6 katı olduğunu yaz- mıştır.
Sembol Seçimi	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemi çözmek için doğru sembolü seçme	2.1.	Ö ve P sembollerini seçmiştir.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			Problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki semboller ifade etme	2.2.	$6P = \bar{O}$ denkleminde semboller ifade etmiş ve oluşturduğu matematiksel modelin anlamını açıklamıştır.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			Problemde oluşturulan matematiksel modelin anlamını açıklama	2.3.	
Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	Problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma	3.1.	Profesör sayısını 6 ile çarpmıştır.

Tablo 4.8 (Devam)

Problem 3 İçin Eda'nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembol Bağlamı	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	Kullanılan sembollerin farklı problemlerde farklı anlamları olacağını açıklama	4.2.	“P” ve “Ö” bilinmeyenlerini başka bir problem için de kullanıp kullanmayacağı sorulduğunda “...İçerisinde P ve Ö harfi ile başlayan bir denklem olsa. Mesela 1 pastanın ve 6 öğrenciye paylaştırılması sonucu her bir öğrenciye düşen pasta miktarı gibi bir problem olsa sanki olur” demiştir.

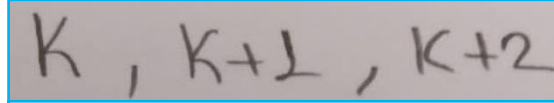
Eda Problem 3'te “problemi anlama”, “problem çözme planlama” ve “problem çözme planını uygulama” ve “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamalarına ait sembol hissi davranışları sergilemiştir. Problem 3'ün çözümünde Eda'nın sergilediği sembol hissi davranışları ‘sembollerle dostluk’, ‘sembolik ifadeleri tasarlama’, ‘sembol seçimi’, ‘sembolik ifadeleri okuma ve kullanma’ ve ‘sembol bağlamı’dır.

- *Problem 4:* Eda ile Problem 4 için yapılan çalışma şu şekildedir.

Problem 4: Ardışık üç sayının toplamı 54 ise küçük sayı kaçtır?

Eda problemi okuduktan sonra önce “ $1k, 2k, 3k$ değerlerini verirdim.” demiş

sonra “ k ’lara bişey eklememiz lazım; $k, k + 1, k + 2$ değerlerini verirdim.” demiştir. Eda’nın bu problemin çözümü için belirlediği sayılar Şekil 4.12’de gösterilmiştir.

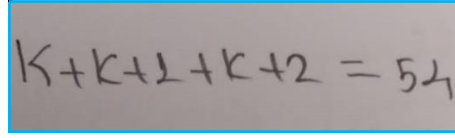


$$k, k+1, k+2$$

Şekil 4.12. *Ardışık Sayıları Belirleme (P4, Eda)*

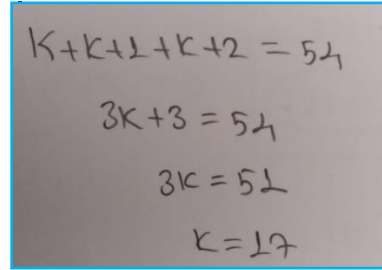
Araştırmacı Eda’ya neden bu sayıları seçtiğini sorduğunda Eda “*Birbirinin ardı sıra gelen yani birer birer artan sayılara ardışık sayılar denir. Bu yüzden küçük sayıya ‘k’ dersem diğer sayılar da ‘k + 1’ ve ‘k + 2’ olur*” demiştir. Bu davranış “problemi anlama” aşamasında yer alan ‘sembollerin nasıl ve ne zaman kullanılacağını bilme’, ‘sembollerini problemlerle ilişkilendirme’ ve ‘problemdeki anlamlarına göre semboller yazma’ davranışlarına karşılık gelmektedir. Ayrıca Eda’nın bu görüşmede kullandığı “...*Bu yüzden küçük sayıya k dersem diğer sayılar da ‘k + 1’ ve ‘k + 2’ olur*” cümlesi “problem çözmeyi planlama” aşamasında yer alan ‘problemi çözmek için doğru sembolü seçme’ ve ‘problemde seçilen sembolün uygun temsil yöntemini seçme’ davranışlarına karşılık gelmektedir. Araştırmacı Eda’ya bilinmeyen olarak neden ‘k’yı seçtiği sorduğunda Eda “*Normalde denklem kurarken ‘x’ veya ‘y’ harfini kullanırım ama ardışık kelimesini duyunca ‘k’ ya da ‘n’ e bağlı birer artan ya da birer azalan sayılar geliyor aklıma*” demiş ve problemi çözmeye devam etmiştir. Araştırmacı Eda’ya başka bir problem çözümünde de ‘k’yı bilinmeyen olarak kullanıp kullanamayacağını sormuş ve Eda “*Başka bir problem için de ‘k’yı kullanabilirim. Özellikle ardışık sayılar ya da birbirinin katı olan sayılarla ilgili sorularda ‘k’yı kullanıyorum genellikle*” demiştir. Eda’nın bu davranışı “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasında yer alan ‘kullanılan sembollerin farklı problemlerde farklı anlamları olacağını açıklama’ davranışına karşılık gelmektedir.

Eda, Şekil 4.13'te gösterildiği gibi probleme uygun olacak şekilde ardışık sayıları belirlemiş ve denklemini doğru bir şekilde kurmuştur.


$$K + K + 2 + K + 2 = 54$$

Şekil 4.13. *Denklem Kurma (P4, Eda)*

Eda'nın bu davranışı "problem çözme planını uygulama" aşamasında yer alan 'problemleri çözmek için matematiksel modeller kullanma' davranışına karşılık gelmektedir. Eda'nın Şekil 4.14'teki çözümünü incelendiğinde Eda "problem çözme planını uygulama" aşamasında yer alan 'problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma' ve 'problem çözmenin her adımında sembolleri doğru şekilde kullanma' davranışlarına karşılık gelmektedir.

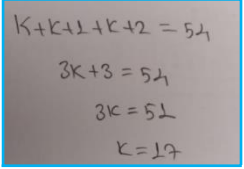

$$\begin{aligned} K + K + 2 + K + 2 &= 54 \\ 3K + 3 &= 54 \\ 3K &= 52 \\ K &= 17 \end{aligned}$$

Şekil 4.14. *Denklem Çözme (P4, Eda)*

Araştırmacı Eda'ya bu soruda büyük sayı sorulsaydı ardışık sayıları nasıl belirlerdin diye sorduğunda Eda "Fark etmezdi benim için yine aynı şekilde çözerdim. Küçük sayıya 'k' der, küçük sayıyı bulur oradan da büyük sayıya ulaşırdım." demiştir. Eda işlemin sağlamasını yapmamıştır. Bu davranış Eda'nın "geriye dönme ve çözümü kontrol etme" aşamasında yer alan 'problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kontrol etme' davranışını sergilemediğini göstermektedir. Eda'nın Problem 4 için sergilediği sembol hissi davranışları Polya'nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.9'da tematik olarak kodlanmıştır.

Tablo 4.9

Problem 4 İçin Eda'nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Sembollerin nasıl ve ne zaman kullanılacağını bilme	1.1.	<i>“Birbirinin ardı sıra gelen yani birer birer artan sayılara ardışık sayılar denir. Bu yüzden küçük sayıya “k” dersem, diğer sayılar da “k + 1” ve “k + 2” olur” demiştir.</i>
Sembolik İfadeleri Tasarlama			Sembolleri problemlerle ilişkilendirme	1.3.	
Sembollerle Dostluk			Problemdeki anlamlarına göre semboller yazma	1.5.	
Sembol Seçimi	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemi çözmek için doğru sembolü seçme	2.1.	<i>“...Bu yüzden küçük sayıya “k” dersem, diğer sayılar da “k + 1” ve “k + 2” olur” demiştir.</i>
Sembol Seçimi			Problemde seçilen sembolün uygun temsil yöntemini seçme	2.4.	
Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	Problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma	3.1.	

Tablo 4.9 (Devam)

Problem 4 İçin Eda'nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma	3	Problem Çözme Planını Uygulama	Problemi çözmek için matematiksel modeller kullanma	3.2	Problemi çözmek için gerekli işlemleri yapmıştır.
Sembollerle Dostluk			Problem çözmenin her adımında sembolleri doğru şekilde kullanma	3.3	Problemin çözümü için kurulan denklemini çözerken işlemlerin sırasını ve işlemlerin özelliklerini doğru şekilde kullanmıştır.
Sembol Bağlamı	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	Kullanılan sembollerin farklı problemlerde farklı anlamları olacağını açıklama	4.2.	"...Başka bir prob- lem için de 'k'yı kul- lanabilirim" demiş- tir.

Eda Problem 4'te "problemi anlama", "problem çözmeyi planlama" ve "problem çözme planını uygulama" ve "geriye dönme ve çözümü kontrol etme" aşamalarının tamamında sembol hissi davranışları sergilemiştir. Eda bu problemi de bir önceki problem gibi cebirsel olarak çözmüştür. Problem 4'ün çözümünde Eda'nın sergilediği sembol hissi davranışları "sembollerle dostluk", "sembolik ifadeleri tasarlama", "sembol seçimi", "sembolik ifadeleri okuma ve kullanma" ve "sembol bağlamı"dır.

- *Problem 5: Eda ile Problem 5 için yapılan çalışma şu şekildedir:*

Problem 5:
 Bir dikdörtgenin **bir kenarı** % 10 arttırıldığında ve **diğer kenarı** % 10 azaltıldığında dikdörtgenin alanında nasıl bir değişim meydana gelirdi? Aşağıda verilen seçeneklerden sizin için uygun olanı işaretleyiniz ve cevabınızı açıklayınız.

A) Bir değişim olmazdı, çözümlü...

AÇIKLAMA:

B) Alan artar, çözümlü...

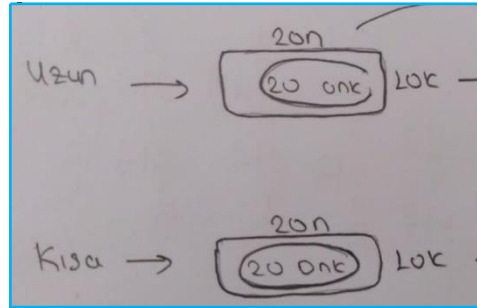
AÇIKLAMA:

C) Alan azalır, çözümlü...

AÇIKLAMA:

Eda soruyu okuduktan sonra A seçeneğinin kendisine mantıklı geldiğini çünkü yüzdelerin aynı olduğunu ama soruyu çözmeden bir seçenek işaretlemeyeceğini belirtmiştir. Eda daha sonra tekrar soruya yönelmiş ve “Bir değer vermeyi düşün-

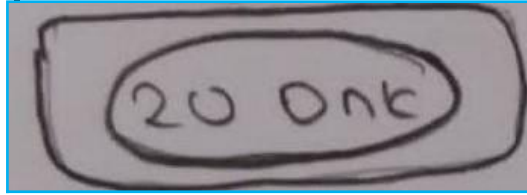
nüyorum ama hiç sağlıklı olmaz bu. Bir şekil çizerdim. Böyle sorularda şekil çizmek gerçekten çok işe yarıyor.” demiştir. Sonra “Bizden bir değer istemiyor ki tekrar soruyu okumam lazım.” demiştir. Soruyu tekrar okuduktan sonra “Şimdi burada bir kenarı falan dediği için kafam karıştı. Hangi kenarı olduğunu bilmiyorum. O yüzden bir kenarı dediği için iki farklı dikdörtgen çizerdim.” demiş ve Şekil 4.15’te yer alan iki farklı dikdörtgeni çizmiştir.



Şekil 4.15. İki Farklı Dikdörtgen Çizme (P5, Eda)

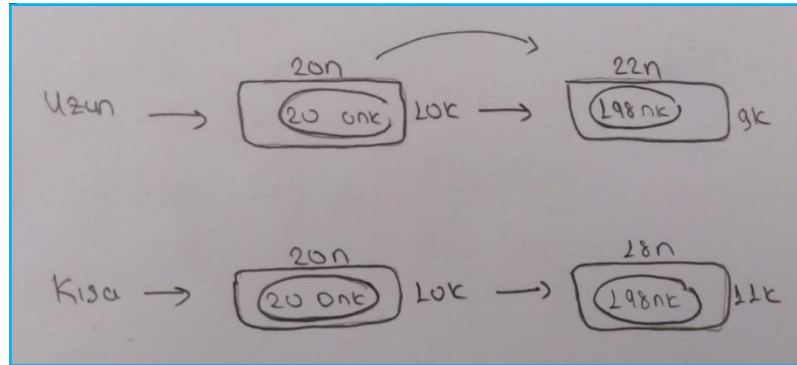
Eda’nın bu davranışı “problemi anlama” aşamasında yer alan ‘semboller ne zaman terk edeceğini bilme’ davranışına karşılık gelmektedir. Eda iki dikdörtgenin de kısa ve uzun kenarları için sırasıyla ‘10k’ ve ‘20n’ değerlerini kullanmıştır. Eda’nın bu davranışı “problemi anlama” aşamasında yer alan ‘sembollerin nasıl ve ne zaman kullanılacağını bilme’ ve ‘semboller problemle ilişkilendirme’ davranışlarına karşılık gelmektedir. Araştırmacı Eda’ya neden bu değerleri seçtiğini sorduğunda ise “Bu değerlerin yüzdesini almak daha kolay” demiştir. Eda’nın bu davranışı “problemi anlama” aşamasında yer alan ‘problemdeki anlamlarına göre semboller yazma’ davranışına karşılık gelmektedir. Eda’ya başka bir değer verip veremeyeceği sorulduğunda ise “10x ve

20y de olabilirdi” yanıtını vermiştir. Bu davranış “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasında yer alan ‘kullanılan sembollerin farklı problemlerde farklı anlamları olacağını açıklama’ davranışına karşılık gelmektedir. Eda, Şekil 4.16’da gösterildiği gibi değişiklik yapılmadan önceki dikdörtgenleri alanlarını $200nk$ olarak doğru bir şekilde göstermiştir, bu davranış “problem çözme planını uygulama” aşamasında yer alan ‘problem çözmek için matematiksel modeller kullanma’ davranışına karşılık gelmektedir.



Şekil 4.16. Dikdörtgenlerin Alanını Yazma (P5, Eda)

Eda dikdörtgenin kenarlarındaki değişimi zihinden doğru bir şekilde hesaplamış ve Şekil 4.17’deki gibi göstermiştir. Eda’nın bu davranışı “problem çözme planlama” aşamasında yer alan ‘problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembolleri ifade etme’ davranışına karşılık gelmektedir.



Şekil 4.17. Dikdörtgenin Kenarlarındaki ve Alanındaki Değişimi Hesaplama (P5, Eda)

Eda’nın yaptığı işlemlerden dikdörtgenlerin kenar uzunluklarındaki artış ve azalış yüzdelere doğru bir şekilde hesaplaması “problem çözme planını uygulama” aşamasında yer alan ‘problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma’ ve ‘problemi çözmek için matematiksel modeller kullanma’ davranışlarına karşılık gelmektedir. Ayrıca Eda’nın yaptığı işlemler sonucunda her iki dikdörtgenin de alanını $198nk$ olarak doğru bir şekilde bulması “problem çözme planını uygulama” aşamasında yer alan

‘problem çözmenin her adımında sembolleri doğru bir şekilde kullanma’ davranışına karşılık gelmektedir. Eda’nın yaptığı işlemlerin ardından 198nk alanına sahip iki dikdörtgen çizmesi “problem çözme planını uygulama” aşamasına ait ‘problemin çözümü için gerekli olan sözel ve grafiksel bilgileri başarılı bir şekilde tasarlayabilme’ davranışına karşılık gelmektedir. Eda’nın Problem 5 için sergilediği sembol hissi davranışları Polya’nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.10’da tematik olarak kodlanmıştır.

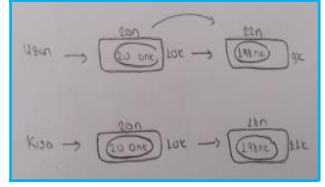
Tablo 4.10

Problem 5 İçin Eda’nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya’nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Sembollerin nasıl ve ne zaman kullanılacağını bilme	1.1.	İki dikdörtgenin de kısa ve uzun kenarları için sırasıyla “10k” ve “20n” değerlerini kullanmıştır.
Sembollerle Dostluk			Sembollerini ne zaman terk edeceğini bilme	1.2.	“...O yüzden bir kenarı dediği için iki farklı dikdörtgen çizdim” demiş ve iki farklı dikdörtgen çizmiştir.
Sembolik İfadeleri Tasarlama			Sembollerini problemlerle ilişkilendirme	1.3.	İki dikdörtgenin de kısa ve uzun kenarları için sırasıyla “10k” ve “20n” değerlerini kullanmıştır.
Sembollerle Dostluk			Problemdeki anlamlarına göre semboller yazma	1.5.	Eda 10k ve 20n değerleri için, “Bu değerlerin yüzdesini almak daha kolay” demiştir.

Tablo 4.10 (Devam)

Problem 5 İçin Eda'nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembol Seçimi	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemi çözmek için doğru sembolü seçme	2.1.	İki dikdörtgenin de kısa ve uzun kenarları için sırasıyla “ $10k$ ” ve “ $20n$ ” değerlerini kullanmıştır.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			Problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembolleri ifade etme	2.2.	
Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	Problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma	3.1.	Dikdörtgenlerin kenar uzunluklarındaki artış ve azalış yüzdelерini hesaplamıştır.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			Problemi çözmek için matematiksel modeller kullanma	3.2.	

Tablo 4.10 (Devam)

Problem 5 İçin Eda'nın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	3	Problem Çözme Planını Uygulama	Problem çözmenin her adımında sembolleri doğru şekilde kullanma	3.3.	Dikdörtgenlerin işlemler yapıldıktan sonraki alanlarını $198nk$ olarak doğru bir şekilde bulmuştur.
Sembolik İfadeleri Tasarlama			Problemin çözümü için gerekli olan sözel ve grafiksel bilgileri başarılı bir şekilde tasarlayabilme	3.4.	İşlemlerin ardından $198nk$ alanına sahip yeni iki dikdörtgen çizmiştir.
Sembol Bağlamı	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	Kullanılan sembollerin farklı problemlerde farklı anlamları olacağını açıklama	4.2.	Eda dikdörtgenin kenar uzunlukları için “ $10x$ ve $20y$ de olabilirdi” demiştir.

Eda Problem 5’te “problemi anlama”, “problem çözmeyi planlama” ve “problem çözme planını uygulama” ve “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamalarının tamamında sembol hissi davranışları sergilemiştir. Eda bu problemin çözümünde de Problem 4’te olduğu gibi sembolleri kullanmıştır. Problem 5’in çözümünde Eda’nın sergile-

diği sembol hissi davranışları ‘sembollerle dostluk’, ‘sembol seçimi’, ‘sembolik ifadeleri okuma ve kullanma’, ‘sembolik ifadeleri tasarlama’ ve ‘sembol bağlamı’dır.

Yüksek Başarı Düzeyinde Yer Alan Öğrenciden Elde Edilen Bulgular

Yıldız, akademik başarı düzeyi yüksek ve cebirsel düşünme testine göre Düzey-4’de yer alan bir kız öğrenci olup Yıldız’ın her bir problemde yaptığı çalışmalardan elde edilen bulgulara aşağıda yer verilmiştir.

- *Problem 1:* Yıldız ile Problem 1 için yapılan çalışma şu şekildedir:

Problem 1:

$$\frac{(3x+6)}{(x+2)} = 5 \quad (\text{adım 1})$$
$$3x + 6 = 5(x + 2) \quad (\text{adım 2})$$
$$3x + 6 = 5x + 10 \quad (\text{adım 3})$$
$$-4 = 2x \quad (\text{adım 4})$$
$$-2 = x \quad (\text{adım 5})$$

Buna göre cevap;

Kesinlikle doğrudur	Muhtemelen doğrudur	Asla doğru değildir
------------------------	------------------------	------------------------

İşaretlediğiniz ifadeyi açıklayınız.

Yıldız problemin çözüm adımlarını incelemiş ve ‘*Asla doğru değildir*’ seçeneğini işaretlemiştir. Yıldız’a neden bu seçeneğe yöneldiği sorulduğunda Yıldız “*Sol taraf-taki kesri 3 parantezine alırsak, pay pay-danının 3 katı olur. Bu durumda sol taraf 3 olur. Sağ taraf ve sol taraf eşit olmadığından çözüm yanlıştır.*” demiştir. Yıldız burada sembolik okuma yapmıştır.

Yıldız’dan bu problemi çözmesi istendiğinde ise Yıldız problemin çözümünü Şekil 4.18’deki gibi yapmıştır.

$$\frac{3x+6}{x+2} = 5$$
$$\frac{3x+6}{x+2} \times \frac{5}{1}$$
$$3x+6 = 5x+10$$
$$-4 = 2x$$
$$-2 = x$$

Şekil 4.18. *Denklem Çözme (P1, Yıldız)*

Yıldız’ın Şekil 4.18’de yer alan çözümü incelendiğinde problem çözümünde içler dışlar çarpımını doğru bir şekilde yapmıştır. Yıldız’ın bu davranışı ifadenin rasyonel bir ifade olduğunu bildiğini göstermektedir. Bu da “problem çözmeyi planlama” aşamasına ait ‘problemde oluşturulan matematiksel modeldeki sembolleri ifade etme’

davranışına karşılık gelmektedir. Yıldız, işlemleri yaparken işlem sırasını ve işlem adımlarını doğru bir şekilde takip etmiş ve x 'in değerinin -2 olarak bulmuştur. Yıldız'ın bu davranışı “problem çözme planını uygulama” aşamasına ait ‘problemi çözmek için seçilen sembolü kullanma’ ve ‘problem çözmenin her adımında sembolleri doğru şekilde kullanma’ davranışlarına karşılık gelmektedir. Yıldız ayrıca bulduğu “ $x = -2$ ” sonucunu Şekil 4.19'daki gibi denklemden yerine yazarak bulduğu sonucu kontrol etmiştir.

$$\begin{array}{rcl}
 3 \cdot (-2) + 6 & ? & = 5 \\
 \hline
 (-2) + 2 & & \\
 \\
 -6 + 6 & ? & = 5 \\
 \hline
 0 & & \\
 \\
 \frac{0}{0} & \neq & 5
 \end{array}$$

Şekil. 4.19. Denklemin Sağlamasını Yapma (P1, Yıldız)

Şekil 4.19'da yer alan işlemlerin ardından araştırmacı ve öğrenci arasında geçen diyalogta Yıldız, $x = -2$ için pay ve paydanın sıfır çıktığını bu durumda denklemin sol tarafının “ $\frac{0}{0}$ ” belirsizliği olduğunu, denklemin sağ tarafının ise “5” olduğu için problemi ilk okuduğunda verdiği “Asla doğru değildir” cevabının doğruluğunu kanıtladığını belirtmiştir. Yıldız'ın bu davranışı “geriye dönme ve çözüm planını kontrol etme” aşamasına ait ‘problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kanıtlama’ davranışına karşılık gelmektedir. Yıldız'ın Problem 1 için sergilediği sembol hissi davranışları Polya'nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.11'de tematik olarak kodlanmıştır.

Tablo 4.11

Problem 1 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Problemdeki sembollerin an- lamını belirleye- bilme	1.4.	"x" sembolünün bi- linmeyen anlamına geldiğini belirleye- bilmiştir.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki semboller ifade etme	2.2.	$\frac{3x+6}{x+2}$ ifadesinin ras- yonel bir ifade oldu- ğunu bilmektedir.
Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	Problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma	3.1.	Problemin çözümü için kurulan denkle- mi çözmüş, işleme- rin sırasını takip et- miş ve işlemlerin özelliklerini kullan- mıştır.
Semboller Dostluk			Problem çözmenin her adımında semboller doğru şekilde kullanma	3.3.	

Tablo 4.11 (Devam)

Problem 1 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembol Anlamlarının Kontrol Edilmesi	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	Problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kanıtlama	4.1.	$x = -2$ için pay ve paydanın sıfır çıktığını bu durumda denklemin sol tarafının “ $\frac{0}{0}$ ” belirsizliği olduğunu, denklemin sağ tarafının ise “5” olduğu için problemi ilk okuduğunda verdiği “ <i>Asla doğru değildir</i> ” cevabının doğruluğunu kanıtladığını belirtmiştir.

Yıldız Problem 1’de “problemi anlama”, “problem çözme planlama”, “problem çözme planını uygulama” ve “geriye dönme çözümü kontrol etme” aşamalarına ait sembol hissi davranışları sergilemiştir. Problem 1’in çözümünde Yıldız’ın sergilediği sembol hissi davranışları ‘sembollerle dostluk’, ‘sembolik ifadeleri okuma ve kullanma’, ‘sembol seçimi’ ve ‘sembol anlamlarının kontrol edilmesi’dir.

- *Problem 2* : Yıldız ile Problem 2 için yapılan çalışma şu şekildedir:

Problem 2:
 $|3x - \frac{2}{4}| + 1,2 > 5$ eşitsizliğinde x kaçtır?

Yıldız problemi okumuş ve çok karmaşık gözüktüğünü söylemiştir.

Araştırmacı Yıldız’a sorunun neden karmaşık gözüktüğünü sorduğunda Yıldız “Soruda çok fazla sembol var. Mutlak değer, x , eşitsizlik, vb... semboller” demiştir. Araştırmacı Yıldız’a bu problemde bilinmeyen ne olduğunu sorduğunda “ x ” yanıtını vermiştir. Yıldız’ın bu davranışları “problemi anlama” aşamasına ait ‘sembolleri nasıl ve ne zaman kullanacağını bilme’ ve ‘problemdeki sembollerin anlamını belirleyebilme’ davranışlarına karşılık gelmektedir. Araştırmacı Yıldız’dan bu problemi çözmesini istediğinde Yıldız önce Şekil 4.20’deki gibi önce eşitsizlikte verilen ‘1,2’yi eşitsizliğin karşı tarafına atmış ve bu sayıyı 5’ten çıkarmıştır.

$$\left| 3x - \frac{2}{4} \right| > 5 - 1,2$$

$$= \left| 3x - \frac{2}{4} \right| > 3,8$$

Şekil 4.20. Mutlak Değeri Yalnız Bırakma (P2, Yıldız)

Yıldız’a neden bu işlemi yaptığı sorulduğunda ‘ x ’i bulmak için yalnız bırakmalıyım o yüzden 1,2 ‘yi eşitsizliğin karşı tarafına attım demiştir. Yıldız’ın bu davranışı “problem çözme planlama” aşamasına ait ‘problemde oluşturulan matematiksel modeldeki sembolleri ifade etme’ davranışına karşılık gelmektedir. Şekil 4.21’de Yıldız’ın yaptığı işlemin devamı yer almaktadır.

$$\left| 3x - \frac{2}{4} \right| > 3,8$$

$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ 3x - \frac{2}{4} > 3,8 \quad \quad 3x - \frac{2}{4} < -3,8 \\ 3x > 3,8 + \frac{2}{4} \quad \quad 3x < -3,8 + \frac{2}{4} \\ 3x > 3,8 + 0,5 \quad \quad 3x < -3,8 + 0,5 \\ 3x > 4,3 \quad \quad 3x < -3,3 \\ x > \frac{4,3}{3} \quad \quad x < \frac{-3,3}{3} \\ \quad \quad \quad \quad x < -1,1 \end{array}$$

Şekil 4.21. Eşitsizliği Çözme (P2, Yıldız)

Şekil 4.21’de yer alan işlem adımları incelendiğinde, Yıldız’ın problemi iki aşamada çözdüğü görülmektedir. Yıldız’ın bu davranışı “problem çözme planını uygulama” aşamasına ait ‘problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma’ davranışına karşılık gelmektedir. Yıldız işlemleri bitirdikten sonra bulduğu sonuçları yerine yazarak Şekil 4.22’deki gibi işlemin sağlamasını yapmıştır. Yıldız’ın bu davranışı “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasına ait ‘sembol anlamlarının kontrol edilmesi’ davranışına karşılık gelmektedir.

$$\left| 3 \left(\frac{4,4}{3} \right) - \frac{2}{4} \right| > 3,8$$

$$|4,4 - 0,5| > 3,8$$

$$|3,9| > 3,8$$

$$3,9 > 3,8$$

$$\left| 3(-1,2) - \frac{2}{4} \right| > 3,8$$

$$|-3,6 - 0,5| > 3,8$$

$$|-4,1| > 3,8$$

$$4,1 > 3,8$$

Şekil 4.22. İşlemin Sağlamasını Yapma (P2, Yıldız)

Yıldız bu problemde $\left| 3x - \frac{2}{4} \right|$ ifadesindeki $f(x)$ fonksiyonunu göz ardı etmiş x ’in alacağı değerler için mutlak değer işaretinin özelliklerini doğru bir şekilde kullanmamıştır. Problem 2 için Yıldız’ın sergilediği sembol hissi davranışları Polya’nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.12’de tematik olarak kodlanmıştır.

Tablo 4.12

Problem 2 İçin Yıldız’ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya’nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Problemdeki sembollerin anlamını belirleyebilme	1.1.	“x” sembolünün bilinmeyen anlamına geldiğini belirleyebilmiştir.

Tablo 4.12 (Devam)

Problem 2 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembollerini ifade etme.	2.2.	$ 3x - \frac{2}{4} $ ifadesini mutlak değer dışına artı ve eksi olmak üzere iki şekilde çıkartarak işleme devam etmiştir.
Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	Problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma	3.1.	Problemin çözümü için kurulan denkle- mi çözmüş, işleme- rin sırasını takip et- miş ve işlemlerin özelliklerini kullan- mıştır.
Sembol Anlamlarının Kontrol Edilmesi	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	Problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kanıtlama	4.1.	'x'e özel değerler vererek işlemin sağ- lamasını yapmıştır.

Handwritten mathematical work showing absolute value inequalities and their solutions:

$$\left| 3\left(\frac{4,4}{3}\right) - \frac{2}{4} \right| > 3,8$$

$$\left| 3(-1,2) - \frac{2}{4} \right| > 3,8$$

$$|4,4 - 0,5| > 3,8$$

$$|-3,6 - 0,5| > 3,8$$

$$|3,9| > 3,8$$

$$|-4,1| > 3,8$$

$$3,9 > 3,8$$

$$-4,1 > 3,8$$

Yıldız Problem 2'de "problemi anlama", "problem çözme planlama", "problem çözme planını uygulama" ve "geriye dönme ve çözümü kontrol etme" aşamalarına ait sembol hissi davranışları sergilemiştir. Problem 2'nin çözümünde Yıldız'ın sergilediği sembol hissi davranışları 'sembollerle dostluk', 'sembolik ifadeleri okuma ve kullanma', 'sembol seçimi' ve 'sembol anlamlarının kontrol edilmesi'dir.

- *Problem 3* : Yıldız ile Problem 3 için yapılan çalışma şu şekildedir:

Problem 3:

Bir üniversitede, profesörlerin 6 katı kadar öğrenci vardır. "P" profesör sayısını, "Ö" öğrenci sayısını göstermek üzere bu durumu temsil eden denklem/denklemier aşağıdakilerden hangisi ya da hangileridir?

No	Denklem
1	$P=6=Ö$
2	$6Ö=P$
3	$6P=Ö$
4	$Ö+6=P$
5	$\frac{Ö}{6}=P$
6	$\frac{P}{6}=Ö$

Yıldız, problemin tamamını okumuş ve “6 kat diyor soruda o yüzden $6P = Ö$ olur” demiştir. Yıldız’ın kullandığı “P” ve “Ö” harfleri problemi anlama aşamasına” ait ‘sembolleri nasıl ve ne zaman kullanacağını bilme’ davranışına karşılık gelmektedir. Yıldız’ın oluştur-

duğu $6P = Ö$ ifadesi cebirsel bir ifade oluşturabildiğini yani “problemi anlama” aşamasına ait ‘sembolleri problemlerle ilişkilendirme’ davranışını sergilediğini göstermektedir. Yıldız aynı zamanda okuduğu sözel ifadeden cebirsel bir eşitlik kurarak “problemi anlama” aşamasına ait ‘problemdeki sembollerin anlamını belirleyebilme’ ve ‘problemdeki anlamlarına göre semboller yazma’ davranışlarını sergilemiştir.

Araştırmacı Yıldız’a başka bir seçeneği işaretleyip işaretlemeyeceğini sorduğunda Yıldız “Her iki tarafı altıya bölersem bu durumda $\frac{Ö}{6} = P$ seçeneği de bu problem için uygun olur” demiştir. Yıldız’ın bu problem için yaptığı işaretlemeler Şekil 4.23’te yer almaktadır.

No	Denklem
1	$P = 6 = Ö$
2	$6Ö = P$
3	$6P = Ö$
4	$Ö + 6 = P$
5	$\frac{Ö}{6} = P$
6	$\frac{P}{6} = Ö$

Şekil 4.23. *Problem İçin Uygun Olduğunu Düşündüğü Denklemleri İşaretleme (P3, Yıldız)*

Yıldız’ın işaretlediği $6P = Ö$ ve $\frac{Ö}{6} = P$ seçenekleri bu problemin çözümü için doğru olan seçeneklerdir. Yıldız’ın bu davranışı “problem çözmeyi planlama” aşamasına ait ‘problem çözmek için doğru sembolü seçme’ ve ‘problemde oluşturulan matematiksel

modellerdeki sembolleri ifade etme’ davranışlarına karşılık gelmektedir. Yıldız’ın profesör sayısını 6 ile çarparak veya öğrenci sayısını 6’ya bölerek doğru bir cebirsel denklemini yazmıştır. Yıldız’ın bu davranışı “problem çözme planını uygulama” aşamasına ait ‘problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma’ davranışına karşılık gelmektedir. Yıldız daha sonra diğer seçenekleri ve verdiği cevapları tekrar kontrol etmiştir. Yıldız’ın bu davranışı “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasına ait ‘problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kanıtlama’ davranışına karşılık gelmektedir. Araştırmacı Yıldız’a bu problemde kullandığı “P” ve “Ö” bilinmeyenlerini başka bir problem için de kullanıp kullanmayacağını sorduğunda Yıldız “Örneğin ördekler, penguenlerin 6 katıdır şeklindeki bir problemi formüle etmek için de “P” ve “Ö” bilinmeyenlerini kullanabilirim” demiştir. Bu davranış “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasına ait ‘kullanılan sembollerin farklı problemlerde farklı anlamları olacağını açıklama’ davranışına karşılık gelmektedir. Problem 3 için Yıldız’ın sergilediği sembol hissi davranışları Polya’nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.13’te tematik olarak kodlanmıştır.

Tablo 4.13.

Problem 3 İçin Yıldız’ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya’nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Sembollerin nasıl ve ne zaman kullanacağını	1.1.	“Ö” ve “P” sembollerini kullanmıştır.
Sembolik İfadeleri Tasarlama			Sembollerini problemlerle ilişkilendirme	1.3.	$6P = \ddot{O}$ ve $\frac{\ddot{O}}{6} = P$ cebirsel ifadelerini oluşturmuştur.
Sembollerle Dostluk			Problemdeki sembollerin anlamını belirleyebilme	1.4.	Ö ve P sembollerinin değişen nicelik olduğunu bilmektedir.

Tablo 4.13 (Devam)

Problem 3 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Problemdeki anlamlarına göre semboller yazma	1.5.	“Öğrenci sayısının profesör sayısının 6 katı olduğunu ya da öğrenci sayısının altıda birinin profe- sör sayısı olduğunu bilmektedir.
Sembol Seçimi	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemi çözmek için doğru sembolü seçme	2.1.	Ö ve P sembollerini seçmiştir.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			Problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembollerini ifade etme	2.2.	$6P = \ddot{O}$ ve $\frac{\ddot{O}}{6} = P$ denklemlerinde sembollerini ifade etmiş ve oluşturduğu matematiksel modelin anlamını açıklamıştır.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			Problemde oluşturulan matematiksel modelin anlamını açıklama	2.3.	

Tablo 4.13 (Devam)

Problem 3 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembol Seçimi	3	Problem Çöz- me Planını Uygulama	Problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma	3.1.	Profesör sayısını 6 ile çarpmış öğrenci sayı- sını bulmuş, ayrıca öğrenci sayısını altı- ya bölerek profesör sayısını bulmuştur.
Sembol Anlamlarının Kontrol Edilmesi	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	Problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kanıtlama	4.1.	İşaretlediği seçenekleri ve bulduğu cebirsel ifadelerin doğruluğunu tekrar kontrol etmiştir.

Tablo 4.13 (Devam)

Problem 3 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembol Bağlamı	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	Kullanılan sembollerin farklı problemlerde farklı anlamları olacağını açıklama	4.2.	Araştırmacı Yıldız'a bu problemde kullandığı “P” ve “Ö” bilinmeyenlerini başka bir problem için de kullanıp kullanmayacağını sorduğunda Yıldız “Örneğin ördekler, penguenlerin 6 katıdır şeklindeki bir problemi formüle etmek için de “P” ve “Ö” bilinmeyenlerini kullanabilirim” demiştir.

Yıldız Problem 3 'te “problemi anlama”, “problem çözme planlama” ve “problem çözme planını uygulama” ve “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamalarına ait sembol hissi davranışları sergilemiştir. Problem 3'ün çözümünde Yıldız'ın sergilediği sembol hissi davranışları ‘sembollerle dostluk’, ‘sembolik ifadeleri tasarlama’, ‘sembol seçimi’, ‘sembolik ifadeleri okuma ve kullanma’, ‘sembol anlamlarının kontrol edilmesi’ ve ‘sembol bağlamı’dır.

- *Problem 4:* Yıldız ile Problem 4 için yapılan çalışma şu şekildedir:

Problem 4: Ardışık üç sayının toplamı 54 ise küçük sayı kaçtır?

Yıldız problemi okumuş ve
“Hımmm...Ardışık sayı diyor.
Birbirinin ardı sıra gelen ve ara-

larında 1 fark olan sayılara ardışık sayılar denir.” diyerek problemi çözmek için Şekil 4.24’te yer alan ardışık üç sayıyı belirlemiştir.

<u>Küçük</u>	<u>Orta</u>	<u>Büyük</u>
x	$x+1$	$x+2$

Şekil 4.24. *Ardışık Sayıları Belirleme (P4, Yıldız)*

Yıldız’ın bu davranışı “problemi anlama” aşamasında yer alan ‘sembollerin nasıl ve ne zaman kullanacağını bilme’, ‘sembolleri problemlerle ilişkilendirme’ ve ‘problemdeki anlamlarına göre semboller yazma’ davranışlarına ve “problem çözmeyi planlama” aşamasında yer alan ‘problemi çözmek için doğru sembolü seçme’, davranışına karşılık gelmektedir. Yıldız’a bilinmeyen olarak neden ‘ x ’i seçtiği sorulduğunda “Bilinmeyen denilince aklıma ilk olarak hep ‘ x ’ gelir” şeklinde yanıt vermiş ve problemi çözmeye devam etmiştir. Araştırmacı Yıldız’a başka bir problem çözümünde de ‘ x ’i bilinmeyen olarak kullanıp kullanamayacağını sormuş ve Yıldız “Herhangi bir problem için de ‘ x ’i kullanabilirim” yanıtını vermiştir. Bu davranış “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasında yer alan ‘kullanılan sembollerin farklı problemlerde farklı anlamları olacağını açıklama’ davranışına karşılık gelmektedir. Yıldız, Şekil 4.25’te gösterildiği gibi problemi çözme aşamasında denklemi doğru bir şekilde kurmuş ve çözmüştür.

$$\begin{aligned}
 3x + 3 &= 54 - 3 \\
 3x &= 51 \\
 x &= 17 \rightarrow \text{Küçük sayı}
 \end{aligned}$$

Şekil 4.25. *Denklem Kurma ve Çözme (P4, Yıldız)*

Şekil 4.25 incelendiğinde Yıldız çözüm adımlarından biri olan $+3$ 'ü eşitliğin karşı tarafına geçirmiş ancak bu işlemi tek adımda göstererek denklem çözme adımlarının sırasına uymayan hatalı bir gösterim yapmıştır. Yıldız'ın kurduğu denklem incelendiğinde “problem çözmeyi planlama aşaması”na ait olan ‘problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembolleri ifade etme’ ve ‘problemde oluşturulan matematiksel modellerin anlamını açıklama’ davranışlarına karşılık gelmektedir. Araştırmacı Yıldız’a bu soruda büyük sayı sorulsaydı ardışık sayıları nasıl belirlerdin diye sorduğunda Yıldız “*Bilinmeyen büyük sayı olacağı için bu durumda büyük sayıya ‘ x ’, ortanca sayıya ‘ $x - 1$ ’ ve küçük sayıya ‘ $x - 2$ ’ derdim*” şeklinde yanıt vermiştir. Yıldız'ın bu davranışı “problem çözmeyi planlama” aşamasına ait olan ‘problemde seçilen sembolün uygun temsil yöntemini seçme’ davranışına karşılık gelmektedir. Yıldız'ın Şekil 4.25'te yer alan problem çözümü incelendiğinde denklemi doğru bir şekilde çözmüş ve küçük sayıyı doğru cevap olan ‘17’ olarak bulmuştur. Yıldız'ın bu davranışı “problem çözme planını uygulama” aşamasında yer alan ‘problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma’, ‘problemi çözmek için matematiksel modeller kullanma’ ve ‘problem çözmenin her adımında sembolleri doğru şekilde kullanma’ davranışlarına karşılık gelmektedir. Yıldız problemi çözdükten ve küçük sayıyı ‘17’ olarak bulduktan sonra işlemin sağlamasını yapmış ve sonucun doğru olduğunu söylemiştir. Bu davranış da Yıldız'ın “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasına ait olan ‘problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kontrol etme’ davranışına karşılık gelmektedir. Yıldız'ın Problem 4 için sergilediği sembol hissi davranışları Polya'nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.14'te tematik olarak kodlanmıştır.

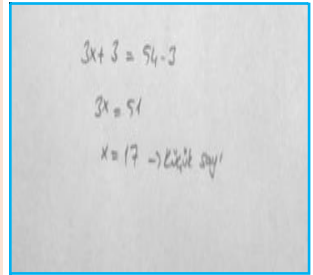
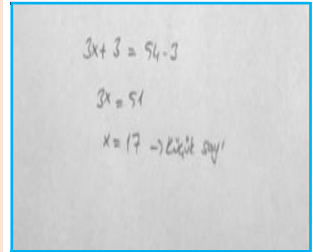
Tablo 4.14

Problem 4 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Sembollerin nasıl ve zaman kullanılacağını bilme	1.1.	Ardışık üç sayı için $x, x + 1, x + 2$ ifadelerini belirlemiştir.

Tablo 4.14 (Devam)

Problem 4 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembolik İfadeleri Tasarlama	1	Problemi Anlama	Sembolleri problemlerle ilişkilendirme	1.3.	Ardışık üç sayı için $x, x + 1, x + 2$ ifadelerini belir- lemiştir.
Sembollerle Dostluk			Problemdeki anlamlarına göre semboller yazma	1.5.	Ardışık üç sayı için $x, x + 1, x + 2$ ifadelerini belir- lemiştir.
Sembol Seçimi	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemi çözmek için doğru sembolü seçme	2.1.	Ardışık üç sayı için $x, x + 1, x + 2$ ifadelerini belir- lemiştir.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			Problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembollerini ifade etme	2.2.	
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			Problemde oluşturulan matematiksel modelin anlamını açıklama	2.3.	

Tablo 4.14 (Devam)

Problem 4 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembol Seçimi	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemde seçilen sembolün uygun temsil yöntemini seçme	2.4.	"Bilinmeyen büyük sayı olacağı için bu durumda büyük sayıya 'x', ortanca sayıya 'x-1', küçük sayıya 'x-2' der- dim" şeklinde ya- nıt vermiştir.
Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	Problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma	3.1.	Seçtiği ardışık üç sayının toplamını 54'e eşitlemiş ve denklemini çözmeye başlamıştır.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			Problemi çözmek için matematiksel modeller kullanma	3.2.	Denklemini doğru bir şekilde kur- muştur.
Sembollerle Dostluk			Problem çözmenin her adımında sembolleri doğru şekilde kullanma	3.3.	Denklemini doğru bir şekilde çöz- müştür.

Tablo 4.14 (Devam)

Problem 4 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembol Anlamlarının Kontrol Edilmesi	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	Problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kanıtlama	4.1.	Denklemini çözüp küçük sayıyı bul- duktan sonra işle- min sağlanmasını yapmıştır.
Sembol Bağlamı			Kullanılan sembollerin farklı problemlerde farklı anlamları olacağını açıklama	4.2.	"Herhangi bir problem için de 'x'i kullanabili- rim" yanıtını ver- miştir.

Yıldız, Problem 4'te "problemi anlama", "problem çözmeyi planlama" ve "problem çözme planını uygulama" ve "geriye dönme ve çözümü kontrol etme" aşamalarının tamamında sembol hissi davranışları sergilemiştir. Yıldız, bu problemi cebirsel olarak çözmüştür. Problem 4'ün çözümünde Yıldız'ın sergilediği sembol hissi davranışları 'sembollerle dostluk', 'sembol seçimi', 'sembolik ifadeleri okuma ve kullanma', 'sembolik ifadeleri tasarlama', 'sembol anlamlarının kontrol edilmesi' ve 'sembol bağlamı'dır.

- Yıldız ile Problem 5 için yapılan çalışma şu şekildedir:

Problem 5:

Bir dikdörtgenin **bir kenarı** % 10 arttırıldığında ve **diğer kenarı** % 10 azaltıldığında dikdörtgenin alanında nasıl bir değişim meydana gelirdi? Aşağıda verilen seçeneklerden sizin için uygun olanı işaretleyiniz ve cevabınızı açıklayınız.

A) Bir değişim olmazdı, çünkü...

AÇIKLAMA:

B) Alan artar, çünkü...

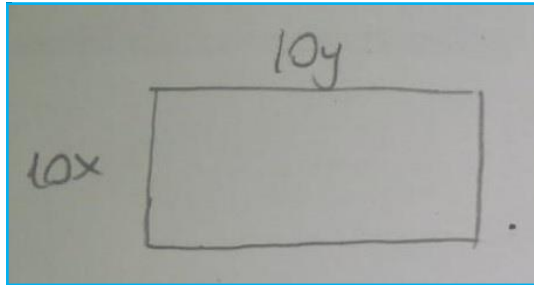
AÇIKLAMA:

C) Alan azalır, çünkü...

AÇIKLAMA:

Yıldız problemi okuduktan sonra herhangi bir seçeneği işaretlemeyeceğini çünkü işlem yapıp sağlamasını yapmadan doğru bir sonuca ulaşamayacağını belirtmiştir. Araştırmacı bu duru-

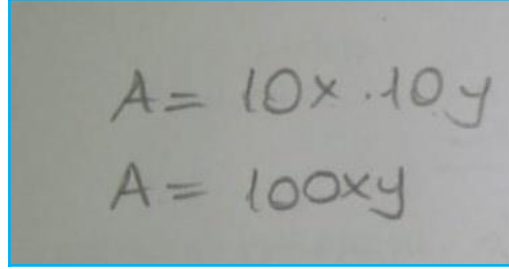
mun nedenini sorduğunda Yıldız “*Problemi okuyunca direkt A seçeneğini işaretlemek içimden geldi ama daha önceki yüzde problemleri ile ilgili deneyimleri hatırladığımda sonucun farklı bir şey çıkacağını hissediyorum*” demiştir. Yıldız problemi çözmek için önce Şekil 4.26’daki gibi bir dikdörtgen çizmiştir. Bu davranış “problemi anlama” aşamasına ait ‘semboller ne zaman terk edeceğini bilme’ davranışına karşılık gelmektedir.



Şekil 4.26. Dikdörtgenin Kenar Uzunluklarını Belirleme (P5, Yıldız)

Yıldız’ın problemin çözümü için dikdörtgen çizmesi ayrıca “problem çözmeyi planlama” aşamasına ait ‘problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki semboller ifade etme’ davranışına karşılık gelmektedir. Yıldız çizdiği dikdörtgenin kısa kenarını ‘10x’ ve uzun kenarını ise ‘10y’ olarak belirlemiştir. Yıldız’ın bu davranışı “problemi anlama” aşamasına ait ‘sembollerin nasıl ve ne zaman kullanılacağını bilme’ ve ‘semboller problemle ilişkilendirme’ davranışlarına karşılık gelmektedir. Araştırmacı Yıldız’a neden bu değerleri seçtiğini sorduğunda ise “*Yüzdelerle işlem yapmak için çarpımları 100 olan sayıları kullanmalıyım. Çünkü işlemi kolaylaştırıyor. Örneğin 10x’in %10’u dendiğinde direkt 1x sayısını bulabiliyorum*” demiştir. Yıldız bu davranışı ile “problem çözmeyi anlama” aşamasına ait ‘problemdeki anlamlarına göre semboller

yazma’ ve “problem çözmeyi planlama” aşamasına ait ‘problemi çözmek için doğru sembolü seçme’ davranışlarına karşılık gelmektedir. Yıldız Şekil 4.27’de gösterildiği gibi dikdörtgenin alanı için $A=10x \cdot 10y = 100xy$ eşitliğini yazmıştır. Yıldız’ın bu davranışı “problem çözmeyi planlama” aşamasına ait ‘problemde oluşturulan matematiksel modelin anlamını açıklama’ davranışına karşılık gelmektedir.

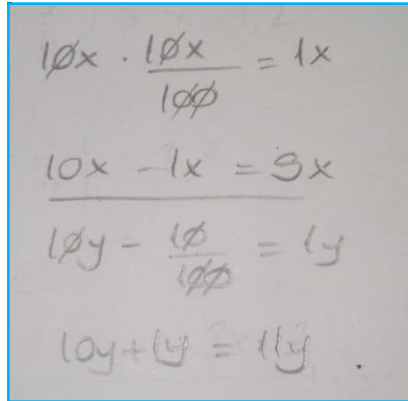


$$A = 10x \cdot 10y$$

$$A = 100xy$$

Şekil 4.27. *Dikdörtgenin Alanını Yazma (P5, Yıldız)*

Yıldız alandaki değişimi bulmak için Şekil 4.28’deki işlemleri yapmıştır. Yıldız’ın Şekil 4.28’de yer alan işlemleri incelendiğinde dikdörtgenin kenar uzunluklarındaki artış ve azalış yüzdelerini doğru bir şekilde hesapladığı görülmektedir. Yıldız’ın bu davranışı “problem çözme planını uygulama aşaması”na ait ‘problem çözmek için seçilen yöntemi kullanma’ ve ‘problem çözmek için matematiksel modeller kullanma’ davranışlarına karşılık gelmektedir.



$$\frac{10x \cdot 10x}{100} = 1x$$

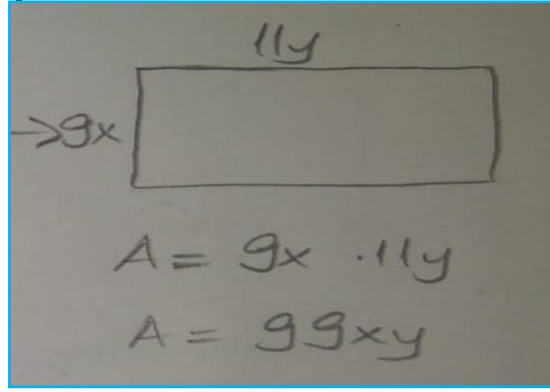
$$10x - 1x = 9x$$

$$10y - \frac{10}{100} = 1y$$

$$10y + 1y = 11y$$

Şekil 4.28. *Dikdörtgenin Kenarlarındaki Değişimi Hesaplama (P5, Yıldız)*

Yıldız işlemleri bitirdikten sonra dikdörtgenin değişimden sonraki alanını $99xy$ olarak doğru bir şekilde bulmuştur. Yıldız’ın bu davranışı “problem çözme planını uygulama aşamasında” yer alan ‘problem çözmenin her adımında sembolleri doğru şekilde kullanma’ davranışına karşılık gelmektedir.



Şekil 4.29. Dikdörtgenin Alanındaki Değişimi Hesaplama (P5, Yıldız)

Yıldız'ın çizdiği Şekil 4.29'da yer alan dikdörtgen “problem çözme planını uygulama” aşamasına ait ‘problemün çözümü için gerekli olan sözel ve grafiksel bilgileri başarılı bir şekilde tasarlayabilme’ davranışına karşılık gelmektedir. Yıldız işlemleri bitirdikten sonra problemde verilen şıklardan “Alan azalır çünkü...” seçeneğini işaretlemiştir. Araştırmacı Yıldız’dan bulduğu sonucu yorumlamasını istediğinde “İlk başta $100xy$ olan dikdörtgenin alanı işlemler sonucunda $99xy$ olmuştur. Bu da alanın azaldığını göstermektedir” demiştir. Yıldız’ın bu davranışı “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasına ait ‘problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kanıtlama’ davranışına karşılık gelmektedir. Araştırmacı Yıldız’a dikdörtgenin kenar uzunlukları için başka bir değer verip veremeyeceği sorulduğunda ise “ $10m$ ve $10n$ de olabilirdi” yanıtını vermiştir. Bu davranış “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasına ait ‘kullanılan sembollerin farklı problemlerde farklı anlamları olacağını açıklama’ davranışına karşılık gelmektedir. Yıldız’ın Problem 5 için sergilediği sembol hissi davranışları Polya’nın problem çözme aşamalarına göre Tablo 4.15’te tematik olarak kodlanmıştır.

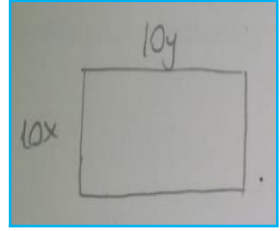
Tablo 4.15

Problem 5 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembollerle Dostluk	1	Problemi Anlama	Sembollerin nasıl ve ne zaman kullanılacağını bilme	1.1.	Problemin çözümü için “10x” ve “10y” değerlerini kullanmıştır.
Sembollerle Dostluk			Sembollerini ne zaman terk edeceğini bilme	1.2.	Problemi çözmek için bir dikdörtgen çizmiştir.
Sembolik İfadeleri Tasarlama			Sembollerini problemlerle ilişkilendirme	1.3.	Dikdörtgenin kısa kenarını “10x”, uzun kenarını ise “10y” olarak belirlemiştir.
Sembollerle Dostluk			Problemdeki anlamlarına göre semboller yazma	1.5.	10x ve 10y'nin yüzdesini almak kolay olduğu için bu ifadeleri belirlediğini söylemiştir.
Sembol Seçimi	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemi çözmek için doğru sembolü seçme	2.1.	“Yüzdelerle işlem yapmak için çarpımları 100 olan sayıları kullanmalıyım çünkü işlemi kolaylaştırıyor” demiş ve kenar uzunlukları için 10x ve 10y değerlerini belirlemiştir.

Tablo 4.15 (Devam)

Problem 5 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma	2	Problem Çözmeyi Planlama	Problemde oluşturulan matematiksel modellerdeki sembolleri ifade etme	2.2.	
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			Problemde oluşturulan matematiksel modelin anlamını açıklama	2.3.	$10x \cdot 10y = 100xy$ ifadesinin kısa kenar uzunluğu $10x$, uzun kenar uzunluğu $10y$ olan dikdörtgenin alanı olduğunu yaz- mıştır.
Sembol Seçimi	3	Problem Çözme Planını Uygulama	Problemi çözmek için seçilen yöntemi kullanma	3.1.	Dikdörtgenin kenar uzunluklarındaki artış ve azalış yüzde- lerini hesaplamıştır.
Sembolik İfadeleri Okuma ve Kullanma			Problemi çözmek için matematiksel modeller kullanma	3.2.	
Sembollerle Dostluk			Problem çözmenin her adımında sembolleri doğru şekilde kullanma	3.3.	Dikdörtgenin işlem- ler yapıldıktan son- raki alanlarını $198xy$ olarak doğru bir şekilde bulmuş- tur.

Tablo 4.15 (Devam)

Problem 5 İçin Yıldız'ın Sergilediği Sembol Hissi Davranışları

SHD	No	Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	Problem Çözmede Ortaya Çıkan SHDG	Kod	Öğrencinin Çözümü/İfadesi
Sembolik İfadeleri Tasarlama	3	Problem Çözme Planını Uygulama	Problemin çözümü için gerekli olan sözel ve grafiksel bilgileri başarılı bir şekilde tasarlayabilme	3.4.	İşlemleri yaptıktan sonra dikdörtgenin son halini çizmiştir.
Sembol Anlamlarının Kontrol Edilmesi	4	Geriye Dönme ve Çözümü Kontrol Etme	Problem çözme prosedürünün uygulanması sırasında kullanılan sembollerin uygunluğunu kanıtlama	4.1.	Yıldız işlemi bitirdikten sonra “İlk başta $100xy$ olan dikdörtgenin alanı işlemler sonucunda $99xy$ olmuştur. Bu da alanın azaldığını göstermektedir” demiştir.
Sembol Bağlamı			Kullanılan sembollerin farklı problemlerde farklı anlamları olacağını açıklama	4.2.	Yıldız'a dikdörtgenin kenar uzunlukları için başka bir değer verip veremeyeceği sorulduğunda ise “ $10m$ ve $10n$ de olabilirdi” yanıtını vermiştir.

Yıldız, Problem 5'te “problemi anlama”, “problem çözme planlama” ve “problem çözme planını uygulama” ve “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamalarının

tamamında yüksek düzeyde sembol hissi davranışları sergilemiştir. Yıldız, bu problemi de Problem 4 gibi cebirsel olarak çözmüştür. Problem 5'in çözümünde Yıldız'ın sergilediği sembol hissi davranışları 'sembollerle dostluk', 'sembol seçimi', 'sembolik ifadeleri okuma ve kullanma', 'sembolik ifadeleri tasarlama', 'sembol anlamlarının kontrol edilmesi' ve 'sembol bağlamı'dır.

4.3. Son Görüşme Sorularından Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde sırasıyla düşük, orta ve yüksek başarı düzeyinde olmak üzere öğrenciler ile yapılan son görüşme sorularından elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Öğrencilere çalışma problemlerinin uygulanmasından sonra üç adet soru yöneltilmiştir.

İlk soru olan "*Araştırmada yer alan problemlerde karşılaştığın değişkenler, katsayılar, sabitler veya işaretler (cebirsel işlemler) gibi semboller nelerdir?*" sorusuna yanıt olarak başarı düzeyi düşük olan öğrenci sembol olarak "harfleri", başarı düzeyi orta olan öğrenci sembol olarak "işaretleri" ve başarı düzeyi yüksek olan öğrenci "hem harfleri, hem işlem sembollerini hem de diğer sembolleri" araştırmada karşılaştığı semboller olarak belirtmiştir. Bu soruya ilişkin öğrenci görüşleri aşağıdaki gibidir.

"*Problemlerden hatırladığım semboller "Ö" ve "P". Kullandığım semboller ise a, b, c. Bunların dışında sembol hatırlamıyorum*" [Başarı Düzeyi Düşük Öğrenci, Serkan].

"*Hımmm... Hatırladığım semboller " $=, >$ ve mutlak değer sembolü. Başka bir sembol aklıma gelmiyor şimdilik.*" [Başarı Düzeyi Orta Öğrenci, Eda].

"*Çözdüğüm problemlerden sembol olarak aklımda kalanlar "işlemler için $+, -, .$ " bilinmeyen olarak "Ö" ve "P" ve benim problemleri çözerken kullandığım " x ", " n " ve " $n + 1$ " ve " $n + 2$ " bilinmeyenleri, bir de " $>, ., =$, mutlak değer sembolleri" gibi sembollerdi.*" [Başarı Düzeyi Yüksek Öğrenci, Yıldız].

İkinci soru olan "*Hangi problemi çözmek senin için daha kolaydı? Neden?*" sorusuna başarı düzeyi düşük olan öğrenci Serkan sözel problem olan Problem 4'ün kendisi için daha kolay olduğunu çünkü problemin içinde harflerin olmadığını, başarı düzeyi orta olan öğrenci Eda Problem 4'ün kendisine kolay geldiğini, çünkü sorunun net olduğunu, başarı düzeyi yüksek olan öğrenci Yıldız ise Problem 5'in kendisine daha kolay geldiğini çünkü şekil çizerek problemi çözmenin daha avantajlı olduğunu belirtmiştir. Bu soruya ilişkin öğrenci görüşleri aşağıdaki gibidir.

"*Problem 4 benim için çünkü denklemlerle, harflerle uğraşmadım.*" [Başarı Düzeyi Düşük Öğrenci, Serkan].

“Ardışık sayı problemi biraz düşündürse de kolaydı. Çünkü çalışma görevlerinde bir yerde yanlış var ama acaba nerde var diye düşündüm. Ama ardışık sayı probleminde bir netlik vardı.” [Başarı Düzeyi Orta Öğrenci, Eda].

“Dikdörtgenli problemi çözmek daha kolaydı. Şekil çizince sorular daha net oturuyor.” [Başarı Düzeyi Yüksek Öğrenci, Yıldız].

Üçüncü soru olan *“En çok hangi problemi çözerken zorlandın?”* sorusuna başarı düzeyi düşük olan öğrenci Serkan Problem 4’ün dışındaki diğer soruların zor olduğunu, başarı düzeyi orta olan öğrenci Eda cebirsel denklem sorusunda zorlanmadığını ama aklının karıştığını, başarı düzeyi yüksek olan öğrenci Yıldız ise mutlak değerli eşitsizlik sorusunun kendisine zor geldiğini çünkü sorunun karışık gözüktüğünü belirtmiştir. Bu soruya ilişkin öğrenci görüşleri aşağıdaki gibidir.

“Problem 4 dışında diğer sorular zordu. Harfler için girince bütün sorular zor geliyor bana.” [Başarı Düzeyi Düşük Öğrenci, Serkan].

“En çok cebirsel denklem sorusunda kafam karıştı çünkü denklemi çözünce sonuç doğru çıktı ama sağlamasını yapınca bulduğum sonuç denklemi sağlamadı.” [Başarı Düzeyi Orta Öğrenci, Eda].

“Bence mutlak değerli soru zordu. Bana biraz karmaşık geldi.” [Başarı Düzeyi Yüksek Öğrenci, Yıldız].

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu bölümde bir önceki bölümde açıklanan bulgular ışığında ulaşılan sonuçlara, sonuçların alanyazınla karşılaştırılması ile oluşturulan tartışmalara ve araştırmanın sonuçlarından hareketle oluşturulan önerilere yer verilmiştir.

5.1. Sonuç

Dokuzuncu sınıf düzeyinden başarı düzeyi düşük, orta ve yüksek olan üç öğrenciyle gerçekleştirilen bu çalışmanın ilk basamağında, öğrencilere ön görüşme soruları sorulmuştur. Ön görüşme sorularından elde edilen bulgulara göre, başarı düzeyi düşük olan öğrencinin matematiği sevmediği bunun sebebinin çoğunlukla sembolleri somutlaştıramamasından kaynaklandığı, aritmetiğin ön planda olduğu sınıf düzeylerinde kendini daha başarılı hissettiği; başarı düzeyi orta olan öğrencinin matematiği bir formüller kümesi olarak gördüğü, sembolleri tam olarak kavrayamadığı, problemleri çözerken cebiri bazen kullanabildiği; başarı düzeyi yüksek olan öğrencinin ise matematiğe her zaman ilgisinin olduğu, cebir öğretiminin odağında yer alan denklem çözme konusunu sevdiği, cebirsel özellikler ve kurallar, sembolik ve sayısal gösterimler arasındaki bağlantılar hakkında ilişkiler kurabildiği sonucuna ulaşılmıştır.

Çalışmanın ikinci basamağında öğrencilerin problem çözme aşamalarında sembol hissi davranışlarının inceleneceği beş adet problem sorulmuştur. Başarı düzeyi düşük, orta ve yüksek üç öğrencinin problem çözerken sergiledikleri sembol hissi davranışları Polya'nın problem çözme aşamaları olan “problemi anlama”, “problem çözmeyi planlama”, “problem çözme planını uygulama” ve “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamalarına göre analiz edilmiştir. Bu çalışmalardan elde edilen bulgulardan alanyazınına katkı sağlayacağı düşünülen şu sonuçlara ulaşılmıştır: Birinci problem olan cebirsel denklem sorusunda başarı düzeyi yüksek olan öğrenci sembolleri esnek kullanma becerisi göstermiş ve soruyu okuduktan sonra denklemin yanlış olduğunu belirtmiştir. Öğrenciden problemi çözmesi istendiğinde işlem adımlarını ve işlem özelliklerini doğru bir şekilde yapmıştır. Ayrıca bu öğrenci denklemin çözümünde bulduğu değeri yerine yazarak denklemin sağlamasını da yapmıştır. Öğrencinin temel işlem becerileri hem aritmetik hem de cebirsel anlamda iyidir. Başarı düzeyi orta ve başarı düzeyi düşük olan öğrenciler bu soruda sembolik okuma yapamamışlar proble-

miçin yanlış olan seçenekleri işaretlemişlerdir. Her iki öğrenciden de problemi çözmele-ri istendiğinde iki öğrenci de işlem adımlarını ve işlem özelliklerini doğru bir şekilde yapmışlardır. Başarı düzeyi orta olan öğrenci bulduğu sonucun sağlamasını yaparken başarı düzeyi düşük olan öğrenci bu soruda herhangi bir sağlama işlemi yapmamıştır. Bu problemde öğrencilerden beklenen cebir anlayışı problemi çözmek için işlem ve algoritma kullanmalarıdır. Bu problemde üç öğrenci de işlem ve algoritma kullanmıştır. İkinci çalışma problemiolarak mutlak değerli bir eşitsizlik problemi sorulmuştur. Bu problemde öğrencilerin mutlak değer ve eşitsizlik ($>$) sembollerine dair derin (yansıtıcı) bir düşünmeye sahip olmadıkları sığ bir anlayışa sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Başarı düzeyi düşük olan öğrenci mutlak değer sembolünü yok saymış ve eşitsizlik sembolü yerine eşittir sembolünü kullanarak çözüm yapmıştır. Bu öğrencinin eşitlik durumu ile eşitsizlik durumu arasındaki ilişkiyel farkı kavrayamadığının göstergesidir. Ayrıca, öğrenci problemde verilen eşitsizliğin tek bir çözümünün var olduğunu göstermesi eşitsizliklerin çözümlerinin bir aralık veya aralıkların bileşim kümesi olduğuna dair bir düşüncesinin olmadığına işaret etmektedir. Başarı düzeyi orta ve yüksek olan öğrenciler ise eşitsizlik çözüm sürecinde eşitsizlik ve negatif sayılar ile işlem özelliklerini doğru olarak kullanmış olmalarına rağmen çözüm kümesini aralık veya aralıkların birleşimi olarak ifade edememişlerdir. Başarı düzeyi orta olan öğrencinin bulduğu çözümünü doğruluğunu gösterememesi öğrencinin çözüm kümesine dair zihninde net bir görüntünün olmadığına göstergesi olarak yorumlanabilir. Bu gösterge, öğrencilerin eşitsizlik çözümlerini doğru olarak yapmaları durumuna karşın çözüm kümesini doğru olarak ifade etme konusunda bir güçlüğü sahip oldukları anlamında da yorumlanabilir. Bunun sebebi olarak çözüm kümesini belirlerken kullanılan parantez türlerinin anlamını bilmemeleri ve sonsuzluk kavramını kavrayamamaları gösterilebilir (Sarpkaya-Aktaş, 2019, s. 229). Bu problem çözüm sürecinde öğrencilerin çözüm odaklı prosedürel bir işlem süreci içinde oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Diğer bir problem olan ve alanyazınında ‘öğrenci-profesör’ problemi olarak geçen üçüncü problemde beklenen cebirsel anlayış niceliksel ilişkiyi fark edebilmektir. Bu problemin çözümünde başarı düzeyi düşük olan öğrenci dilsel bir tuzağa düşmüş, ve tersine çevirme hatası yapmış yanlış olan seçenekleri işaretlemiştir. Başarı düzeyi orta olan öğrenci doğru olan seçeneklerden yalnızca birini işaretlemiştir. Başarı düzeyi yüksek olan öğrenci ise sembolik ifadenin mantıklı olup olmadığını kontrol ederek sembol hissi davranışı sergilemiş ve doğru seçenekleri işaretlemiştir. Dördüncü problem olan sözel problemde öğrencilerden beklenen cebirsel anlayış

genelleme yapmalarıdır. Bu problemde başarı düzeyi düşük olan öğrenci problem çözme aşamalarından en fazla “problem çözme planlama” aşamasına kadar ilerleyebilmiştir. Başarı düzeyi orta olan öğrencinin bu problemde cebirsel bir çözümü tercih etmiştir. Bu öğrenci “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasına ilerlemeden problem çözümünü tamamlamıştır. Bu bölümün son problemi olan Problem 5’te ise beklenen cebirsel anlayış niceliksel ilişkiyi görebilmektir. Bu problemin çözümünde başarı düzeyi düşük olan öğrenci bir önceki problem olan Problem 4’te yaptığı gibi aritmetik bir çözüm tercih etmiş ve problemi sayısal hesaplamalarla çözmüştür. Ancak problemi çözdükten sonra ilk verdiği yanıtı geri dönerek herhangi bir karşılaştırma yapmamıştır. Başarı düzeyi orta olan öğrenci ise bu soruyu cebirsel olarak çözmüş bazı sembol hissi davranışları sergilemiş ancak bu öğrenci de bulduğu yanıtla sorunun başında verdiği yanıtı karşılaştırmamıştır. Başarı düzeyi yüksek olan öğrenci ise problem çözenin her aşamasında yüksek düzeyde sembol hissi davranışı sergilemiş ve bu problemi de cebirsel olarak doğru bir şekilde çözmüştür. Bu öğrenci ayrıca her problemde yaptığı gibi bu problemin çözüm aşamasında da “geriye dönme ve çözümü kontrol etme” aşamasına ilerlemiş, işlemin sağlamasını yapmış ve bulduğu sonucu kontrol etmiştir.

Çalışmanın üçüncü ve son basamağında üç öğrenciye son görüşme soruları sorulmuştur. Görüşmenin sonuçlarından elde edilen bulgular, öğrencilerin cebirsel problemleri çözerken ortaya çıkan sembol hissi hakkında daha fazla bilgi edinmek için kullanılmıştır. Son görüşme sorularından elde edilen bulgulara göre başarı düzeyi düşük olan öğrencinin sembolleri harf olarak gördüğü ve harflerin olmadığı sayısal hesaplamalar gerektiren problemde daha başarılı olduğu, başarı düzeyi orta olan öğrencinin sembolleri işaret olarak gördüğü ve önceden daha çok deneyim yaşadığı ardışık sayılar probleminin kendisine daha kolay geldiği, başarı düzeyi yüksek olan öğrencinin ise sembolleri hem harf, hem işlem sembolleri hem de diğer semboller olarak gördüğü, modelleme yapabildiği problemin kendisine daha kolay geldiği sonucuna ulaşılmıştır.

İlk ve son görüşmelerin sonucunda; başarı düzeyi düşük olan öğrencinin aritmetiksel işlem becerisi gerektiren problem çözümlerinde daha başarılı olması onun somut problem çözme becerisine sahip olduğunun göstergesi olarak yorumlanmıştır. Orta başarı düzeyine sahip olan öğrenci matematikte her soru tipi için belirli formüllerin var olduğu şeklinde bir inanca sahip ve problem çözüm sürecinde kendi çözüm algoritmalarını geliştirmek yerine uygulanabilir belirli formüller ile çözüme

gidebilmekte olduğu gözlemlenmiştir. Bu öğrenci cebiri harfler ve sayıların gizemli birlikteliği olarak yorumlaması ve harflerin niceliksel değişimlerini belirleyebilmesi, onun ilişkisel anlam kurabildiğinin işaretleri olarak yorumlanmıştır.

5.2. Tartışma

Çalışmada dokuzuncu sınıf öğrencilerinin problem çözme aşamasında ortaya çıkan sembol hissi davranışları incelenmiş ve bulgular ışığında sonuçlara ulaşılmıştır.

Bu çalışmada başarı düzeyi düşük olan öğrenci problem çözme davranışları arasında en çok problemi anlama aşamasında yer alan davranışlarda başarılı olmuştur. Bu sonuç Özsoy'un (2005) çalışmasıyla benzerlik göstermektedir. Özsoy'un (2005) çalışmasında da matematik başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin problem çözme davranışları arasında en fazla problemi anlama aşamasında başarılı oldukları sonucuna ulaşmıştır. Gökkurt vd. (2015), Akten (2019) ve Umurberk'in (2020) çalışmalarından elde edilen sonuçlara benzer olarak bu çalışma da öğrencilerin genel olarak cebirsel sözel problemleri çözme sürecinde problemi anlama aşamasında beklenen kritik davranışları gösterdiklerinde plan yapma ve planı uygulama aşamalarında sıkıntı yaşamadıklarını, planı uygulama aşamasında benzer stratejileri kullandıklarını ancak kontrol etme aşamasını uygulamadan problem çözme sürecini tamamladıkları sonucuna ulaşmıştır. Yeşilova'nın (2013) çalışmasının sonucunda matematik başarısı ortalamanın üstünde olan öğrencilerin problem çözerken problemleri aşamalı bir şekilde, dört adımı izleyerek çözmeye çalıştıkları, ortalamanın altında olan öğrencilerin ise problem çözme ile ilgili kritik davranışları ortalamanın üstünde olan öğrenciler kadar belirgin şekilde gösteremedikleri ve çözümlerinin doğruluğunu her zaman kontrol etmedikleri ortaya çıkmıştır. Benzer şekilde bu çalışmada da başarı düzeyi yüksek olan öğrenci dışındaki öğrenciler genellikle problem çözme aşamalarından sonuncusu olan "geriye dönme ve kontrol etme" aşamasını kullanmadan problem çözmeyi tamamlamışlardır.

Bağdat ve Anapa-Saban'ın (2014) çalışmasının sonucunda, başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin en çok zorlandıkları becerinin sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisi olduğu, başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin diğer öğrencilere göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Bu çalışmada da benzer sonuçlara ulaşılmıştır. Bu çalışmada başarı düzeyi yüksek olan öğrenci cebirsel denklem, cebirsel eşitsizlik sorularını çözerken zorluk yaşamazken başarı düzeyi düşük olan öğrenci zorluk yaşamıştır. Bu sonuç Netriwati (2016) çalışmasının bir sonucu olan cebirsel ön bilgileri yüksek olan öğrencilerin problemleri doğru ve akıcı bir şekilde

anlayıp çözebildikleri, cebirsel ön bilgileri düşük olan öğrencilerin ise problem çözme aşamalarında zorlandıkları sonucuyla benzerlik göstermektedir. Başarı düzeyi düşük olan öğrenci ikinci cebirsel yeterlilik sorusu olan rasyonel bir eşitsizliği çözerken kesri ortadan kaldırmış ve eşitsizlik işaretini görmezden gelerek problemin yapısını bir polinom denklemine dönüştürmüştür. Bu öğrenci eşitlik durumu ile eşitsizlik durumu arasındaki ilişkisel farkı kavrayamamış, eşitsizliğin çözümünde eşitsizlik sembolü yerine eşittir sembolünü kullanarak denklem çözümü yapmıştır. Benzer şekilde Kenney'nin (2008) çalışmasında da aynı sonuca ulaşılmıştır. Bu çalışmada yer alan ve başka birçok çalışmada da kullanılan (Clement, 1982; Philipp, 1992; Pope ve Sharma, 2001; Dede, 2004) öğrenci-profesör sorusunun çözümünde başarı düzeyi düşük olan öğrenci en yaygın yanlış cevap $6Ö = P$ cevabını vermiştir. Bu çalışmada elde edilen sonuç da Clement'in (1982) çalışmasının sonucuyla benzerlik göstermektedir.

Bu çalışmada sembol hissi davranışları açısından elde edilen sonuçlar incelendiğinde ise başarı düzeyi düşük olan öğrencinin problem çözme aşamalarında sembolleri ve harfleri kullanamadığı, cebirsel çözümler yerine aritmetik çözümler tercih ettiği görülmüştür. Öğrenci problemlerden çıkardığı bilgiyi matematiksel olarak doğru bir şekilde sunamadığı aynı zamanda matematiksel bulguları uygulama ve yorumlamada cebirsel olarak derinlemesine düşünemediği görülmüştür. Elde edilen bu sonuçlar Daroijaturoffiah'ın (2017) çalışmasıyla benzerlik göstermektedir. Kenney'nin (2008) çalışmasında başarı düzeyi düşük olan öğrenciler, matematiksel durumları kalıpları ve ilişkileri uygun şekilde kullanarak analiz edebilmişler yani problemi formülleştirme aşamasında zorlanmamışlar ancak çözme ve yorumlama aşamalarında zorlanmışlar ve mantıksal sonuçlar çıkaramamışlardır. Bu çalışmada da Kenney (2008)'in çalışmasıyla benzer sonuçlar elde edilmiştir. Rini vd. (2021) çalışmalarında, Polya'nın problem çözme aşamalarına dayanarak, öğrencilerin cebir problemini çözmek için sembol hissini ne ölçüde kullanıldığını belirlemişlerdir. Bulgular, başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin verilen problemle sembolleri daha az ilişkilendirebildiğini ve öğrencilerin problemi anlamak için semboller yerine kelimeleri kullandıklarını göstermiştir. Benzer şekilde bu çalışmada da aynı sonuca ulaşılmıştır. Başarı düzeyi düşük olan öğrenci ezberlenmiş formüllerin ve yapıların kısa süreli belleğine güvenen davranışlar sergilemiştir. Bu da Kenney'nin (2008) çalışmasında yer alan başarı düzeyi düşük olan öğrenci davranışıyla benzerlik göstermektedir. Daroijaturoffiah'ın (2017) çalışmasında başarı düzeyi orta olan öğrenci problem çözmenin her aşamasında sembolleri kullanmış ve cebirsel çözümler yapmıştır. Bu öğrenci genel olarak belirli bir problemde uygulanan model

veya kuralda bulunan ilişkileri cebir, harfler ve kelimeler biçimindeki temsiller aracılığıyla belirterek problemde yer alan bilgileri matematiksel olarak yeniden ifade etmiştir. Bu öğrenci matematiksel bulguları uygularken ve yorumlarken cebirsel düşünebilmektedir. Bu çalışmada da benzer sonuçlar elde edilmiştir. Kenney'nin (2008) çalışmasında, elde ettiği sonuçlara göre başarı düzeyi yüksek olan öğrenciler problemlerin çözümünde sembolleri ve harfleri kullanmış; matematiksel durumları, ilişkileri ve sistematik çalışma adımlarını kullanarak analiz edebilmiş; gerekli denklemleri kurabilmiş ve mantıklı sonuçlar çıkarabilmiştir. Bu çalışma da benzer olarak başarı düzeyi yüksek olan öğrenci için benzer sonuçlara ulaşılmıştır. Darojaturrofiah'ın (2017) çalışmasında, başarı düzeyi yüksek olan öğrenciler problemlerin çözümünde sembolleri ve harfleri kullanmışlar, bu öğrenciler, verilen problemin çözümünü elde etmek için sembol hissi davranışlarının büyük bir bölümünü sergilemişlerdir. Bu çalışmada da benzer sonuçlara ulaşılmıştır. Rini vd. (2021) çalışmasında, başarı düzeyi yüksek olan öğrencileri problem çözme aşamalarının tamamında sembol hissini doğru bir şekilde kullanabilmişlerdir. Benzer şekilde bu çalışmada da başarı düzeyi yüksek olan öğrencinin problem çözme aşamalarının tamamında sembol hissi davranışları sergilediği sonucuna ulaşılmıştır.

İlerleyen bölümde, araştırmanın sonuçlarından hareketle oluşturulan, uygulamacılara ve araştırmacılara yön vereceği düşünülen önerilere yer verilmiştir.

5.3. Öneriler

Bu bölümde çalışmada ulaşılan bulgu ve sonuçlar ışığında uygulayıcılara ve araştırmacılara yönelik olarak belirlenen önerilere yer verilmektedir.

5.3.1. Uygulayıcılara yönelik öneriler

Öğretmenlerde sembol hissini geliştirilmesi için öğretmen eğitiminde sembol hissi ve önemine, sembol hissi bileşenlerine ve sembol hissini öğrenciye nasıl kazandırılacağı bilgisine yer verilebilir. Öğretmenler tarafından teknolojinin hizmetlerinden de faydalanarak sembol hissini geliştirecek yeni görev ve problemler üretilebilir.

5.3.2. Araştırmacılara yönelik öneriler

Bu araştırma lise dokuzuncu sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiş olup cebir öğretiminin ilk basamağı olan altıncı sınıftan başlayarak başta 6., 7. ve 8. sınıf düzeyleri

olmak üzere farklı sınıf düzeylerinde (ortaokul, lise, lisans) öğrencilerin sahip olduğu sembol hissi davranışları incelenebilir.

Bu çalışma alanyazınından uyarlanan beş adet cebirsel problemle gerçekleştirilmiş olup ilerleyen çalışmalarda, matematiğin cebir içeren farklı konularından (logaritma, polinomlar, fonksiyonlar, mantık, lineer cebir, türev, integral, polinomlar, trigonometri, türev, integral, karmaşık sayılar, vb.) çalışma görevleri hazırlanarak öğrencilerin sergileyeceği sembol hissi davranışı incelenebilir.

Bu çalışma kırsal bölgede yer alan bir devlet okulunda, başarı düzeyi düşük, orta ve yüksek olan üç öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. İlerleyen çalışmalar merkezde yer alan özel bir okul ya da okullarla ve başarı düzeyleri aynı olan öğrencilerle gerçekleştirilebilir.

Bu çalışmada Polya'nın problem çözme modeli kullanılmış olup ilerleyen çalışmalarda farklı problem çözme modelleri de kullanılabilir.

Bu çalışmada alanyazınından ve uzman görüşünden hareketle problem çözme aşamalarında ortaya çıkan sembol hissi davranışları kodlama tablosu oluşturulmuş olup ilerleyen araştırmalarda sembol hissi davranışları kodlama tablosu daha da zenginleştirilebilir.

Matematik dersi için yapılan bu çalışma fizik, kimya, vb. fen bilimleri derslerinde de uygulanarak öğrencilerde var olan sembol hissi bu dersler için de incelenebilir.

Bu çalışma nitel desende bir durum çalışması olarak gerçekleştirilmiş olup ilerleyen çalışmalarda deneysel uygulamalar yapılabilir, öğrencilerde var olan sembol hissi davranışları nicel yöntem ve uygun istatistiksel testlerle karşılaştırılabilir.

Bu çalışma sınıf ortamında kâğıt-kalem görevleriyle yapılmış olup ilerleyen araştırmalarda teknolojik kullanım da çalışmalara eklenerek öğrencilerde var olan sembol hissi araştırılabilir.

Bu çalışmada sadece öğrencilerde var olan sembol hissi davranışları incelenmiş olup ilerleyen araştırmalarda “sembol hissi ve sayı hissi”, “sayı hissi, sembol hissi ve yapı hissi”, “sembol hissi ve cebirsel düşünme” arasındaki ilişkiyi araştıran spesifik çalışmalar, ayrıca sayı hissi, sembol hissi, yapı hissi, model hissi, grafik hissi, vb. kavramlarla ilgili karşılaştırmalı araştırmalar yapılabilir.

KAYNAKÇA

- Acar, S. (2019). *Sayı hissi ile cebirsel düşünme becerisi arasındaki ilişkinin farklı değişkenler açısından incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Akkan, Y. ve Baki, A. (2016). Ortaokul öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi: Sembollerin kullanımı ve harflerin anlamı. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2), 270-305.
- Akten, S. (2019). *İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel problemleri çözme ve kurma süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Yıldız Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Altun, M. (2005). *İlköğretim ikinci kademedeki matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel.
- Altun, M. (2008). *Matematik öğretimi (eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için)*. Ankara: Alfa Aktüel Yayınları.
- Altun, M. (2015). *EFEMAT 7-8: Matematik uygulamaları, sıradışı problemler, matematik okuryazarlığı soruları*. Bursa: Aktüel Alfa Akademi.
- Anderson, J. (2009, Ekim). *Mathematics curriculum development and the role of problem solving*. Australian Curriculum Studies Association National Biennial Conference'da sunulan bildiri, Sydney, Australia. Özet <http://www.acsa.edu.au/pages/page484.asp> adresinden edinilmiştir.
- Arcavi, A. (1994). Symbol sense: informal sense-making in formal mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 14(3), 24-35.
- Arcavi, A. (2005). Developing and using symbol sense in mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 25(2), 42-47.
- Arcavi, A., Drijvers, P., & Stacey, K. (2017). *The learning and teaching of algebra: ideas, insights, and activities*. London: Routledge.
- Bağdat, O. ve Anapa-Saban, P. (2014). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin solo taksonomisi ile incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 2(26), 473-496. doi: 10.9761/JASSS2364.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Trabzon: Derya Kitabevi.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık.
- Bakker, A., Doorman, M., & Drijvers, P. (2003, Mayıs). *Design research on how IT may support the development of symbols and meaning in mathematics education*. Onderwijs Research Dagen (ORD)'de sunulan bildiri, Kerkrade, The

- Netherlands. Özet <http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/5896.pdf> adresinden edinilmiştir.
- Bal, A. P. ve Karacaoğlu, A. (2017). Cebirsel sözel problemlerde uygulanan çözüm stratejilerinin ve yapılan hataların analizi: Ortaokul örneklemi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 26(3), 313-327.
- Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8 sınıflar) (2. Baskı)*. Ankara: Pegem Akademi.
- Bednarz, N., Kieran, C., & Lee, L. (1996). *Approaches to algebra*. London: Kluwer Academic Publisher.
- Bergsten, C. (1999). From sense to symbol sense. In I. Schwank, (Ed.), *European research in mathematics education I. II* (Vol.2, pp. 126-137). Osnabrück, Germany: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2003). Developing elementary teachers' algebra eyes and ears. *Teaching Children Mathematics*, 10(2), 70-77.
- Bokhove, C. (2010). Implementing feedback in a digital tool for symbol sense. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 17(3), 121-126.
- Bokhove, C., & Drijvers, P. (2010). Symbol sense behaviour in digital activities. *For the Learning of Mathematics*, 30(3), 43-49.
- Boyatzis, R. E. (1998). *Transforming qualitative information: Thematic analysis and code development* [DX Reader version]. <http://www.books.google.com> adresinden erişilmiştir.
- Bozkurt, A., Çırak-Kurt, S. ve Tezcan, Ş. (2020). Türkiye (5-8. sınıflar) ve Singapur (P5-6., S1-2. sınıflar) matematik öğretim programlarının cebir öğrenme alanı bağlamında karşılaştırılması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 48(Ocak), 152-173. doi: 10.9779/pauefd.540142.
- Brink, P. J. (1991). Issues of reliability and validity. In J. M. Morse, (Ed.), *Qualitative nursing research: a contemporary dialogue* (pp. 164-186). London, USA: Sage Publications [DX Reader version]. <http://books.google.com> adresinden erişilmiştir.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2017). *Bilimsel araştırma yöntemleri (23. baskı)*. Ankara: Pegem Akademi.
- Carraher, D. W., Martinez, M. V., & Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM Mathematics Education*, 40(1), 3-22.

- Chimoni M., Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2018). Examining early algebraic thinking: insights from empirical data. *Educational Studies in Mathematics*, 98(1), 57-76.
- Cho, S. G., & Song, S. H. (2010). Symbol sense analysis on 6th grade elementary school mathematically able students. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 14(3), 937-957.
- Clement, J. (1982). Algebra word problem solutions: Thought processes underlying a common misconception. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(1), 16-30. doi: <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.13.1.0016>.
- Clement, J., Lochhead, J., & Monk, G. S. (1981). Translation difficulties in learning mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 88(4), 286-290.
- Confrey, J. (1990). *Chapter 8: What constructivism implies for teaching* [DX Reader version]. <https://www.jstor.org/stable/749916> adresinden erişilmiştir.
- Cortes, A., Vergnaud, G., & Kavafian, N. (1990, Temmuz). *From arithmetic to algebra: Negotiating a jump in the learning process*. Fourteenth International Conference of the International Group for the *PME'da sunulan bildiri*, Mexico City, Mexico.
- Creswell, J. (2017). *Nitel araştırmacılar için 30 temel beceri (1. Baskı)* (H. Özcan, Çev.). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Çekirdekçi, S., Şengül, S. ve Doğan, M. C. (2016). 4. sınıf öğrencilerinin sayı hissi ile matematik başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Qualitative Studies (NWSAQS)*, 11(4), 48-66.
- Dane, A., Kudu, M. ve Balkı, N. (2009). Lise öğrencilerinin algılarına göre matematik başarısını olumsuz yönde etkileyen faktörler. *EÜFBED-Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 2(1), 17-34.
- Darojaturrofiah, L. (2017). *Profil symbol sense dalam memecahkan masalah aljabar ditinjau dari kemampuan matematika siswa di smp negeri 1 sidoarjo* (Master's thesis). <http://www.digilib.uinsby.ac.id> adresinden erişilmiştir.
- Dede, Y. (2004). Değişken kavramı ve öğrenimindeki zorlukların belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(1), 25-56.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Doorman, M., Drijvers, P., Dekker, T., van den Heuvel-Panhuizen, M., de Lange, J., & Wijers, M. (2007). Problem solving as a challenge for mathematics education in

- the Netherlands. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 39(5-6), 405-418. doi:10.1007/s11858-007-0043-2.
- Dölek, S. (2018). *İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme ve kurma çalışmalarının incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Drijvers, P. (2003). *Learning algebra in a computer algebra environment. Design research on the understanding of the concept of parameter* (Doctoral dissertation). Utrecht University, Freudenthal Institute, the Netherlands.
- Drijvers, P., Goddijn, A., & Kindt, M. (2011). Algebra education: Exploring topics and themes. In P. Drijvers (Ed.), *Secondary algebra education: Revisiting topics and themes and exploring the unknown* (pp. 5-26). Rotterdam: Sense Publisher.
- Drijvers, P. (2012). Wat bedoelen ze toch met... symbol sense?. *Nieuwe Wiskrant*, 31(3), 39-42.
- Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers, grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Drouhard J. P., & Teppo A. R. (2004). Symbols and language. In K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal (Eds.), *The future of the teaching and learning of algebra the 12th ICMI study* (Vol 8, pp. 225-264). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/1-4020-8131-6_9 adresinden erişilmiştir.
- Eisenberg, T., & Dreyfus, T. (1994). On understanding how students learn to visualize function transformations. In E. Dubinsky, A. Schonfeld, & J. Kaput (Eds.), *Research in collegiate mathematics education I* (pp. 45-68). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Elazzabi, A. A. K. (2020). *Türkiye'deki ve Libya'daki öğrencilerin ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki cebirsel düşünme becerilerinin solo taksonomiye göre incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Kastamonu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- Ely, R., & Adams, A. E. (2012). Unknown, placeholder, or variable: What is x? *Mathematics Education Research Journal*, 24(1), 19-38.
- Ev-Çimen, E. (2008). *Matematik öğretiminde, bireye "matematiksel güç" kazandırma-ya yönelik ortam tasarımı ve buna uygun öğretmen etkinlikleri geliştirilmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

- Fey, J. (1990). Quantity. In L. A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants: new approaches to numeracy* (pp. 61- 94). Washington, D.C.: The National Academies Press.
- Filloy, E., & Rojano, T. (1989). Solving equations: the transition from arithmetic to algebra. *For the Learning of Mathematics*, 9(2), 19-25.
- Fuadiah, N. F. (2016, Ekim). *Designing a didactical situation on symbol sense of minus sign in learning arithmetic operation of integer*. Sriwijaya University Learning and Education International Conference'da sunulan bildiri, Palembang, Indonesia. Özet <http://www.conference.unsri.ac.id> adresinden edinilmiştir.
- Gall, M. D., Borg, W. R., & Gall, J. P. (1996). *Educational research: An introduction*. New York: Longman Publishing Group.
- Gardner, M. (1983). *Wheels, life and other mathematical amusements*. New York, NY: W. H. Freeman and Company.
- Gierdien, F., & Olivier, A. (2013, Temmuz). *Symbol sense through a spreadsheet algebra view of $f(m, x) = mx$ and $f(m, c, x) = mx + c$ in pre-service mathematics teacher education*. 19th Annual National Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa'da sunulan bildiri, Bellville, South Africa. Özet www.researchgate.net/publication/258107583 adresinden edinilmiştir.
- Goldin, G. A. (1987). Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 176-184). UK: Routledge [DX Reader version]. <http://books.google.com> adresinden erişilmiştir.
- Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. Goldin, & B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 397-430). Hillsdale, N. I.: Erlbaum.
- Gökkurt, B., Örnek, T., Hayat, F. ve Soylu, Y. (2015). Öğrencilerin problem çözme ve problem kurma becerilerinin değerlendirilmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi*. 4(2), 751-774.
- Gözen, Ş. (2001). *Matematik öğretimi*. İstanbul: Evrim Yayınevi.
- Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 170-218. doi: <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.22.3.0170>.

- Guba, E. G. (1981). Criteria for assessing the trustworthiness of naturalistic inquiries: Educational communication and technology: *A Journal of Theory, Research, and Development*, 29(2), 75-91.
- Guba, E. G., & Lincoln, Y. S. (1981). *Effective evaluation: Improving the usefulness of evaluation results through responsive and naturalistic approaches*. San Francisco, CA: Jossey Bass.
- Henderson, F., Rasmussen, C., Zandieh, M., Wawro, M., & Sweeney, G. (2010, Eylül). *Symbol sense in linear algebra: A start toward eigen theory*. 13th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education'da sunulan bildiri, Raleigh, NC. Özet <http://sigmaa.maa.org/rume/crume2010> adresinden edinilmiştir.
- Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetics and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59-78.
- Hoch, M., & Dreyfus, T. (2004). Structure sense in high school algebra: The effect of brackets. In M. J. Hoines, & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 49-56). Bergen, Norway: PME.
- Hoch, M., & Dreyfus, T. (2005). Students' difficulties with applying a familiar formula in an unfamiliar context. In H. L. Chick, & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 145-152). Melbourne, Australia: University of Melbourne.
- Holloway, I., & Todres, L. (2003). The status of method: Flexibility, consistency and coherence. *Qualitative Research*, 3(3), 345-357.
- Howden, H. (1989). Teaching number sense. *The Arithmetic Teacher*, 36(6), 6-11.
- Hui, C. A. O. (2006). *Enhance students' symbol sense* [DX Reader version]. <http://www.cnki.com.cn> adresinden erişilmiştir.
- Irwin, K. C., & Britt, M. (2007). The development of algebraic thinking: Results of a three-year study. In Ministry of Education (Ed.), *Findings from the New Zealand numeracy development projects 2006* (pp. 33-43). Wellington: Learning Media Ltd.
- Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in

- elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 258-288.
- Jupri, A., & Sispiyati, R. (2020). Students' algebraic proficiency from the perspective of symbol sense. *Indonesian Journal of Science and Technology*, 5(1), 86-94. doi: <http://doi.org/10.17509/ijost.v5i1.23102>.
- Jupri, A., & Sispiyati, R. (2021, Temmuz). *Symbol sense characteristics for designing mathematics tasks*. International Conference on Mathematics and Science Education (ICMScE)'de sunulan bildiri. Bandung, Indonesia. doi:10.1088/1742-6596/1806/1/012051.
- Kaput, J. J. (1991). Notations and representations as mediators of constructive processes. In E. Von Glasersfeld (Eds), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 53-74). Dordrecht: Springer.
- Keller, B. A. (1993). *Symbol sense and it's development in two computer algebra system environments* (Doctoral dissertation). Western Michigan University, U.S.A. <https://scholarworks.wmich.edu/dissertations/1898> adresinden erişilmiştir.
- Kenney, R. H. (2008). *The influence of symbols on pre-calculus students' problem solving goals and activities* (Doctoral dissertation). North Carolina State University, U.S.A.
- Kieran, C. (1990). Cognitive processes involved in learning school algebra. In P. Nesher, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition: A research synthesis by the international group for the psychology of mathematics education* (pp. 96-112). Cambridge: Cambridge University Press.
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it?. *The Mathematics Educator (Singapore)*, 8(1), 139-151.
- Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra: A broadening of sources of meaning. In A.Gutierrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 11-49). Rotterdam, the Netherlands: Sense Publishers.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F.K. Lester (Ed), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707-762). Greenwich: Information Age Publishing.
- Kieran, C., & Drijvers, P. (2006). The co-emergence of machine techniques, paper-and-pencil techniques, and theoretical reflection: a study of cas use in secondary

- school algebra. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11(2), 205-263. doi:<https://doi.org/10.1007/s10758-006-0006-7>.
- Kinzel, M. T. (1999). Understanding algebraic notation from the students' perspective. *The Mathematics Teacher Reston*, 92(5), 436-442.
- Kinzel, M. T. (2001). Linking task characteristics to the development of symbol sense. *Mathematics Teacher*, 94(6), 494-499.
- Kirshner, D. (1989). The visual syntax of algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(3), 274-287.
- Knuth, E. J. (2000). Student understanding of the cartesian connection: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 500-507.
- Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M., & Alibali, M. W. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(4), 297-312.
- Kop, P. M. G. M., Janssen, F. J. J. M., Drijvers, P. H. M., & Van Driel, J. H. (2020). Promoting insight into algebraic formulas through graphing by hand. *Mathematical Thinking and Learning*, 23(2), 125-144. doi:<https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1765078>.
- Kriegler, S. (2008). *Just what is algebraic thinking?* UCLA: Department of Mathematics [online]. <http://www.math.ucla.edu/kriegler/pub/algebrat.html> adresinden erişilmiştir.
- Kumekawa, M. (2020). Symbol. In F., Vercellone, & S. Tedesco(Ed), *Glossary of morphology lecture notes in morphogenesis* (pp. 499-502). Springer, Cham. doi:10.1007/978-3-030-51324-5_115.
- Kusaeri, K. (2012). Menggunakan model dina dalam pengembangan tes diagnostik untuk mendeteksi salah konsepsi. *Jurnal Penelitian dan Evaluasi Pendidikan*, 16(1), 281-306. doi:<https://doi.org/10.21831/pep.v16i1.1118>.
- Lacampagne, C. B. (1995). The Algebra Initiative Colloquium. In C. B. Lacampagne (Ed.), *Working group papers*, (Vol. 2). Washington, DC: U.S. Government Printing Office.
- Lamb, L. L., Bishop, J. P., Philipp, R. A., Schappelle, B. P., Whitacre, I., & Lewis, M. (2012). Developing symbol sense for the minus sign. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 18(1), 5-9.

- Linchevski, L., & Livneh, D. (1999). Structure sense: The relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 40(2), 173-196.
- Lins, R. (1992). *A framework for understanding what algebraic thinking is* (Unpublished doctoral dissertation). Nottingham University, UK.
- Longley-Cook, L. H. (1965). Fun with brain puzzlers. In M. Gardner, (Eds), *Wheels, life and other mathematical amusements* (pp. 10-18). New York: W.H. Freeman and Company.
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1999). A flying start to algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6(2), 78-85.
- Magiera, M. T., Van den Kieboom, L. A., & Moyer, J. C. (2013). An exploratory study of pre-service middle school teachers' knowledge of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 93-113.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8.
- Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2015). *Qualitative Research: A Guide to Design and Implementation* [e-kitap sürümü]. [http:// /books.google.com](http://books.google.com) adresinden erişilmiştir.
- MEB. (2018a). *T.C. Milli eğitim bakanlığı talim terbiye kurulu başkanlığı, ilkokul ve ortaokul matematik dersi (1,2,3,4,5,6,7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- MEB. (2018b). *T.C. Milli eğitim bakanlığı talim terbiye kurulu başkanlığı, ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Molina, M., & Ambrose, R. (2008). From an operational to a relational conception of the equal sign. Thirds graders' developing algebraic thinking. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 30(1), 61-80.
- Moon, K., Brewer, T. D., Januchowski-Hartley, S. R., Adams, V. A., & Blackman, D. (2016). A guideline to improve qualitative social science publishing in ecology and conservation journals. *Ecology and Society*, 21(3), 1-20.
- Moser, A., & Korstjens, I. (2018). Series: Practical guidance to qualitative research series. Part 3: Sampling, data collection and analysis. *European Journal of General Practice*, 24(1), 9-18.

- Muthmainnah, M., Priatna, N., & Priatna, B.A. (2017, Mayıs). *Analysis of students' error in algebraic thinking test*. International Conference on Mathematics and Science Education (ICMScE)'de sunulan bildiri, Bandung, Indonesia. Özet doi:10.1088/1742-6596/895/1/012089 adresinden edinilmiştir.
- Naidoo, K. S. K. (2009). *An investigation of learners' symbol sense and interpretation of letters in early algebraic learning* (Unpublished master's thesis.). University of Witwatersrand, Edenvale.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, Virginia: NCTM.
- National Research Council (NRC). (1989). *Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education*. Washington, DC.: National Academy Press.
- NCTM. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. In *Reston*, (pp. 78-88). VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Neria, D., & Amit, M. (2004). Students' preference of non-algebraic representations in mathematical communications. In M. G. Hoines, & A.B. Fuglestad (Eds), *Proceedings of the 28th conference of the international group for the psychology of mathematics education III* (pp. 409-416). Bergen, Norway:PME.
- Netriwati, N. (2016). Analisis kemampuan mahasiswa dalam memecahkan masalah matematis menurut teori Polya. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(2), 181-190. doi: <https://doi.org/10.24042/ajpm.v7i2.32>.
- Novotna, J., & Hoch, M. (2008). How structure sense for algebraic expressions or equations is related to structure sense for abstract algebra. *Mathematics Education Research Journal*, 20(2), 93-104.
- Nurjanah, S., Kadarisma, G., & Setiawan, W. (2019). Analisis kemampuan penalaran matematik dalam materi sistem persamaan linear dua variabel pada siswa smp kelas viii ditinjau dari perbedaan gender. *Journal on Education*, 1(2), 372-381.
- Olkun, S. (2018). *Çocukta sayı hissi ve geliştirilmesi* [online]. www.researchgate.net adresinden erişilmiştir.
- Öner-Sünkür, M., İlhan, M. ve Kılıç, M. A. (2012). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(2), 183- 200.
- Özsoy, G. (2005). Problem çözme becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişki. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 179-190.

- Papadopoulos, I. (2019). Using mobile puzzles to exhibit certain algebraic habits of mind and demonstrate symbol-sense in primary school students. *The Journal of Mathematical Behavior*, 53(Mart), 210- 227.
- Philipp, R. A. (1992). The many uses of algebraic variables. *The Mathematics Teacher*, 85(7), 557-561.
- Picciotto, H. (1998). *Operation sense, tool-based pedagogy, curricular breadth: a proposal* [online]. <https://www.mathed.page/early-math/early.html> adresinden erişilmiştir.
- Picciotto, H., & Wah, A. (1993). A new algebra: Tools, themes, and concepts. *The Journal of Mathematical Behavior*, 12(1), 19-42.
- Pierce, R., & Stacey, K. C. (2001). Reflections on the changing pedagogical use of computer algebra systems: Assistance for doing and learning mathematics. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 20(2), 143-161.
- Pierce, R. U. (2001). *An exploration of algebraic insight and effective use of computer algebra systems* (Unpublished doctoral dissertation). University of Melbourne, Department of Science and Mathematics Education, Australia.
- Pierce, R., & Stacey, K. C. (2002). Algebraic Insight: The algebra needed to use CAS. *The Mathematics Teacher*, 95(8), 622-627.
- Pierce, R., & Stacey, K. (2004). Monitoring progress in algebra in a CAS active context: Symbol sense, algebraic insight and algebraic expectation. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 11(1), 3-11.
- Pierce, R., & Stacey, K. (2007). Developing algebraic insight. *Mathematics Teaching Incorporating Micromath*, 203(Temmuz), 12-16.
- Pimm, D. (1995). *Symbols and meanings in school mathematics*. London: Routledge.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Polya, G. (1962). *Mathematical discovery-on understanding, learning and teaching problem solving*. New York: John Wiley and Sons.
- Polya, G. (1997). *Nasıl çözmeli? Matematikte yeni bir boyut*. (F. Halatçı, Çev.). İstanbul: Sistem Yayıncılık. (Orijinal çalışma basım tarihi 1990).
- Pope S., & Sharma, R. (2001). Symbol sense: Teacher's and student's understanding. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 21(3), 64-69.
- Puig, L., & Rojano, T. (2004). The history of algebra in mathematics education. In K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal (Eds.), *The future of the teaching and learning*

- of algebra the 12th ICMI study* (Vol. 8, pp. 189-223). Dordrecht: Springer.
https://doi.org/10.1007/1-4020-8131-6_8 adresinden erişilmiştir.
- Radford, L. (2010). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *Research in Mathematics Education*, 12(1), 1-19.
- Radford, L., & Puig, L. (2007). Syntax and meaning as sensuous, visual, historical forms of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 145-164.
- Rahmawati, A., Kartono, K., & Hidayah, I. (2019). Algebraic thinking ability based on mathematics disposition in learning cycle 7E model. *Unnes Journal of Mathematics Education Research*, 8(1), 18-24.
- Rini, A. D. P., Hussen, S., Hidayati, H., & Muttaqien, A. (2021, Şubat). *Symbol sense of mathematics students in solving algebra problems*. Journal of Physics Conference Series'de sunulan bildiri, Tasikmalaya, Indonesia. Özet <http://www.iopscience.iop.org> adresinden edinilmiştir.
- Rittle-Johnson, B., Matthews, P., Taylor, R. S., & McEldoon, K. L. (2011). Assessing knowledge of mathematical equivalence: A construct-modeling approach. *Journal of Educational Psychology*, 103(1), 85-104.
- Rogers, L. (2002). From icons to symbols: Reflections on the historical development of the language of algebra. In J. Novatna (Ed), *European research in mathematics education II* (pp. 577-589). www.pedf.cuni.cz/svi/vydavatelstvi adresinden erişilmiştir.
- Rotem, A., & Henik, A. (2020). Multiplication facts and number sense in children with mathematics learning disabilities and typical achievers. *Cognitive Development*, 54(Nisan-Mayıs), 1-11. doi:10.1016/j.cogdev.2020.100866.
- Rubenstein, R. N., & Thompson, D. R. (2001). Learning mathematical symbolism: Challenges and instructional strategies. *Mathematics Teacher*, 94(4), 265-271.
- Samo, M. (2008). *Students' perceptions about the symbols, letters and signs in algebra and how do these affect their learning of algebra: A case study in a government girls secondary school, Karachi, Pakistan* (Unpublished master's dissertation). Aga Khan University, Karachi, Pakistan.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. A. Grows (Ed), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.

- Schoenfeld, A. H. (2002). Making mathematics work for all children: Issues of standards, testing and equity. *Educational Researcher*, 31(1), 13-25. doi: 10.3102/0013189X031001013.
- Sharma, R. (2000). Researching students' symbol sense. In T. Rowland, (Ed.), *British society for research into learning mathematics 20* (Vol. 3, pp. 91-96). <http://www.bsrlm.org.uk> adresinden erişilmiştir.
- Shenton, A. K. (2004). Strategies for ensuring trustworthiness in qualitative research projects. *Education for Information*, 22(2), 63-75.
- Slavit, D. (1998). The role of operation sense in transitions from arithmetic to algebraic thought. *Educational Studies in Mathematics*, 37(3), 251-274.
- Somasundram, P. (2018). *A cognitive model of year five pupils' algebraic thinking* (Unpublished doctoral dissertation). University of Malaya, Malezya.
- Somasundram, P., Akmar S. N., & Eu, L. K. (2019). Year five pupils' number sense and algebraic thinking: The mediating role of symbol and pattern sense. *The New Educationnl Review*, 55(1), 100-111. doi: 10.15804/tner.2019.55.1.08.
- Sowder, L. (1988). Children's solutions of story problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 7(3), 227-238.
- Stacey, K., & MacGregor, M. (1999). Learning the algebraic method of solving the problems. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 18(2), 149-167.
- Stewart, I. (2012). *Matematiğin kısa tarihi* (S. Sevinç, Çev.). İstanbul: Alfa Bilim. (Orijinal çalışma basım tarihi 2009).
- Sugilar, H., Kariadinata, R., & Sobarningsih, N. (2019). Spektrum symbol dan structure sense matematika siswa madrasah tsanawiyah. *Kalamatika: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), 37-48. doi: org/10.22236/kalamatika.
- Sarpkaya-Aktaş, G. (2019). *Uygulama örnekleriyle cebirsel düşünme ve öğretimi*. Ankara: Pegem Akademi.
- Swangrojn, P. (2003). *Solving algebra word problems: solution strategies Thai students used and potential connections with teachers' instructional strategies* (Doctoral dissertation). <https://ir.library.oregonstate.edu> adresinden erişilmiştir.
- Şengül, S. ve Dede, H. G. (2014). Matematik öğretmenlerinin sayı hissi problemlerini çözerken kullandıkları stratejiler. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 1(5), 73-88.

- Tabach, M., Arcavi, A., & Hershkowitz, R. (2008). Transitions among different symbolic generalizations by algebra beginners in a computer intensive environment. *Educational Studies in Mathematics*, 69(1), 53-71.
- Tabach, M., & Friedlander, A. (2003). The role of context in learning beginning algebra. In C. Greenes, & R. Rubenstein (Eds.), *Algebra and algebraic thinking in school mathematics* (pp. 223-232). Reston: NCTM.
- Tagle, J., Belecina, R. R., & J. M. Ocampo, Jr. (2016). Developing algebraic thinking skills among grade three pupils through pictorial models. *International Journal Educational Studies*, 8(2), 147-158.
- Thompson, P. W., Cheepurupalli, R., Hardin, B., Lienert, C., & Selden, A. (2010, Mart). *Cultivating symbol sense in your calculus class*. IM&E Workshop'da sunulan bildiri. San Diego, CA. Özet <http://ime.math.arizona.edu/2009-10/Pamphlets/Symbols.pdf> adresinden edinilmiştir.
- Turşucu, S., Spandaw, J., & de Vries M. J. (2018). Search for symbol sense behavior: students in upper secondary education solving algebraic physics problems. *Research in Science Education*, 48(5), 1-27. <https://doi.org/10.1007/s11165-018-9766-z> adresinden erişilmiştir.
- TDK. (2020). *Türk Dil Kurumu Sözlüğü* [online]. <https://sozluk.gov.tr> adresinden erişilmiştir.
- Umurbek, M. (2020). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme sürecinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Aydın Adnan Menderes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Aydın.
- Usta, N. ve Özdemir, B. G. (2018). Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin incelenmesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 6(3), 427-453.
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variable. In A. F. Coxford, & A. P. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra, K-12 (1988 yearbook) of the national council of teachers of mathematics* (pp. 8-19). Reston, VA: NCTM.
- Usiskin, Z. (1995, Bahar). Why is algebra important to learn?. *American Educator*, 19(1), 30-37.
- Usiskin, Z. (1997). Doing algebra in grades K-4. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 346-356.
- Usiskin, Z. (1999). Conception of school algebra and uses of variables. In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking, grades 9-12: Readings from NCTM's school based jo-*

- urnals and other publications* (pp. 7-13). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ülger, A. (2003). Matematiğin kısa bir tarihi-I: Mısır ve Mezopotamya medeniyeti. *Matematik Dünyası*, 2(Kış), 49-53.
- Van Stiphout, I. (2011). *The development of algebraic proficiency*. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven.
- Van Stiphout, I., Drijvers, P., & Gravemeijer, K. (2013). The development of students' algebraic proficiency. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 8(2-3), 62-80. <https://www.iejme.com/article/the-development-of-students-algebraic-proficiency> adresinden erişilmiştir.
- Van Teijlingen, E. R., & Hundley, V. (2001). *Social research update: The importance of pilot studies*. Guildford, UK: University of Surrey.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. W. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (S. Durmuş, Çev.). Ankara: Nobel.
- Von Glasersfeld, E. (1996). Aspects of radical constructivism and its educational recommendations. In L. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. Goldin, & B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 307-314). New Jersey: Erlbaum.
- Warren, E., & Cooper, T. (2003). Arithmetic pathways towards algebraic thinking: Exploring arithmetic compensation in year 3. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 8(4), 10-16.
- Widiyaningsih E., Zaenuri Z., & Dwijanto, D. (2020). Problem-solving ability and self-efficacy based on geometry thinking level in van Hiele learning. *Journal of Mathematics Education Research*, 9(2), 163-169.
- Yang, D. C. (2003). Teaching and learning number sense-an intervention study of fifth grade students in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1(1), 115-134.
- Yang, D. C., & Sianturi, I. A. J. (2021). Sixth grade students' performance, misconception, and confidence on a three-tier number sense test. *International Journal Science and Mathematics Education*, 19(Şubat), 355-375. doi: 10.1007/s10763-020-10051-3.
- Yazgan, Y. ve Arslan, Ç. (2017). *Matematiksel sıradışı problem çözme stratejileri ve örnekleri*. Ankara: Pegem Akademi.

- Yenilmez, K. ve Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229-246.
- Yeşilova, Ö. (2013). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki davranışları ve problem çözme başarı düzeyleri* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, T. (2006). *Yenilenen 5. sınıf matematik programı hakkında öğretmen görüşleri (Sakarya ili örneği)* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Sakarya Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sakarya.
- Yin, R. K. (1994). *Case study research: Design and methods*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Yu-xin, Z. (2002). *Number sense, symbol sense and the others some comments on the new curriculum standards* [online]. <http://www.cnki.com.cn> adresinden erişilmiştir.
- Zehavi, N. (2004). Symbol sense with a symbolic-graphical system: a story in three rounds. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 23(2), 183-203. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.03.003>.
- Zeller, M., & Barzel, B. (2010). Influences of CAS and GC in early algebra. *ZDM Mathematics Education*, 42(Eylül), 775–788. doi:10.1007/s11858-010-0287-0.
- Zhu, L., Hu, H., & Ma, Y. (2017). *Research on mathematics symbol sense at home and abroad: retrospect and prospect* [online]. <http://en.cnki.com.cn> adresinden erişilmiştir.
- Zhu, Y., & Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(4), 609–626.

EKLER

Ek	Başlık	Sayfa
Numarası		Numarası
EK 1a	Araştırma İzin Belgesi	174
EK 1b	Araştırma İzin Belgesi 2	175
EK 1c	Araştırma İzin Belgesi 3	176
EK 1d	Araştırma İzin Belgesi 4	177
EK 2	Öğrenci İzin Belgesi	178
EK 3	Veli İzin Belgesi	179
EK 4	Ön Görüşme Soruları	180
EK 5	Çalışma Problemleri Formu	181
EK 6	Son Görüşme Soruları	183
EK 7	Cebirsel Düşünme Düzeyi Testi Kullanım İzni	184
EK 8a	Etik Kurul Karar Formu	185
EK 8b	Etik Kurul Karar Formu 2	186
EK 8c	Etik Kurul Karar Formu 3	187

EK 1a
Araştırma İzin Belgesi



T.C.
ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı



Sayı : 81922757-302.08.01-E.106034
Konu : Bilimsel ve Eğitim Amaçlı (Tuğba TAT)

20/09/2019

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : Gümüşhane İl Milli Eğitim Müdürlüğünün 12/09/2019 tarihli ve 16757930 sayılı yazısı.

Enstitünüz, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Tuğba TAT'ın " Lise Öğrencilerinin Sembol Hissi Üzerine Bir İnceleme: Bir Durum Çalışması" konulu araştırma çalışmasının **uygun görüldüğü** hakkındaki ilgi yazı ekte gönderilmektedir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Kamil ÇOLAK
Rektör a.
Rektör Yardımcısı

Ek: 3 Sayfa

Bu evrak 5070 sayılı Elektronik İmza Kanunu'na göre elektronik olarak imzalanmıştır. Evrak doğrulama adresi:
<https://ebysnetm.ogu.edu.tr/Home/Dogrulama/a6238784-61b5-4ef0-8ac7-13fe998c78b5>

Adres	: Meselik Kampüsü PK:26480 Odunpazarı	Ayrıntılı Bilgi	: Seyfi ÖNER - Bilgisayar İşletmeni
Telefon	: 0222 2292201-5128	Faks	: 0222 239 3767
E-Posta	: seyoner@ogu.edu.tr	Elektronik Ağ	: http://oidb.ogu.edu.tr/
		KEP Adresi	: esk.osmangaziunirek@hs01.kep.tr

EK 1b
Araştırma İzin Belgesi 2



T.C.
GÜMÜŞHANE VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 20055123-44-E.16757930
Konu : Anket Çalışması

12.09.2019

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığına)

İlgi : a) 16/08/2019 tarih ve 92310 sayılı yazınız.

Kurumunuz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, İlköğretim Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Tuğba TAT tarafından Gümüşhane Torul ilçesi Şehit Tamer Özdemir Anadolu Lisesi öğrencilerine yönelik "**Lise Öğrencilerinin Sembol Hissi Üzerine Bir İnceleme**" konulu anket yapılması istenmektedir. Söz konusu anket çalışmalarının uygulanabileceğinin uygun görüldüğüne ilişkin 11/09/2019 tarih ve 16728836 sayılı olur ve araştırma değerlendirme formu yazımız ekinde gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Seydi DOĞAN
Vali a.
İl Millî Eğitim Müdürü

EK:
Olur (1 Adet)
Araştırma Değerlendirme Formu (1 Adet)

Adres: MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ
STRATEJİ GELİŞTİRME ŞUBESİ

Elektronik Ağ: www.gumushane.meb.gov.tr
e-posta: stratejigelistirme29@meb.gov.tr

Bilgi için:

Memur
Münise BOZDAĞ -129
Tel : 0 (456) 213 10 77
Faks: 0 (456) 213 10 17

Güvenli Elektronik İmza
Aslı ile Aynıdır
12-09-2019
T. ERUK YAKUT
Memur

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 70ae-fdd1-30ee-b2d4-6642 kodu ile teyit edilebilir.

EK 1c
Araştırma İzin Belgesi 3



T.C.
GÜMÜŞHANE VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 20055123-20-E.16728836
Konu : Anket Çalışması

11.09.2019

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : a) Milli Eğitim Bakanlığına Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma ve
Araştırma Desteğine Yönelik İzin ve Uygulama Yönergesi

Akademik çalışmalar kapsamında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, İlköğretim Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Tuğba TAT tarafından Gümüşhane Torul İlçesi Şehit Tamer Özdemir Anadolu Lisesi öğrencilerine yönelik "**Lise Öğrencilerinin Sembol Hissi Üzerine Bir İnceleme: Bir Durum Çalışması**" konulu anket yapılması istenmektedir.

Söz konusu anket çalışmasının ilgili okulda uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Hüseyin ERDEN
İl Milli Eğitim Şube Müdürü

OLUR
11.09.2019

Seydi DOĞAN
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

Ek: Araştırma Değerlendirme Formu (1 Adet)

Adres: MİLLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ
STRATEJİ ŞUBESİ

Elektronik Ağ: www.gumushane.meb.gov.tr
e-posta: stratejigelistirme29@meb.gov.tr

Bilgi için:

Memur
Münise BOZDAĞ -129
Tel : 0 (456) 213 10 77
Faks: 0 (456) 213 10 17

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 9ba6-441a-3b23-8e3f-77f6 kodu ile teyit edilebilir.

EK 1d
Araştırma İzin Belgesi 4

T.C.
GÜMÜŞHANE VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN	
Adı Soyadı	Tuğba TAT
Kurumu/ Üniversitesi	Eskişehir Osman Gazi Üniversitesi
Araştırma Yapılacak İl	GÜMÜŞHANE
Araştırma Yapılacak Eğitimi Kurumu ve Kademesi	Torul Şehit Tamer Özdemir Anadolu Lisesi
T	Lise Öğrencilerinin Sembol Hissi Üzerine Bir İnceleme: Bir Durum Çalışması
Üniversite Kurum Onayı	
Araştırma/Proje/Ödev/Tez Önerisi	
Veri Toplama Araçları	
Görüş İstenecek Birim/ Birimler	
KOMİSYON GÖRÜŞÜ	
Araştırma başvurusu gereken nitelikler açısından değerlendirilmiş olup araştırmanın yapılması uygun görülerek araştırmanın yapılmasına oy birliği ile karar verilmiştir.	
Komisyon Kararı	
Muhalif üyenin Adı ve Soyadı	Gerekçesi:

KOMİSYON

11/09/2019
Komisyon Başkanı
Hüseyin ERDEN
İl Millî Eğitim Şube Müdürü

ÜYE
Selami ÖKTEM
Ölçme ve Değerlendirme Şubesi

ÜYE
Serdar S. SALANTUR
AR-GE Personeli

ÜYE
Pınar KALYON
AR-GE Personeli

EK 2
Öğrenci İzin Belgesi

Sevgili Öğrenci,

Aşağıdaki bilgi, mevcut çalışmaya katılmayı isteyip istemediğinize karar vermeniz için size sunulmuştur.

Bu araştırma Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi Programı'nda yürütmekte olduğum yüksek lisans tez çalışmasıdır. Araştırmada öğrencilerin problem çözme aşamalarında ortaya çıkan sembol hissi davranışlarını incelemek amaçlanmaktadır.

Öncelikle sizlerin gönüllüğü bu araştırmada esastır. Burada öğrenim gördüğünüz okul ile ilişkinizi etkilemeyecek bir şekilde, katılmama kararı almakta ya da herhangi bir zamanda geri çekilmekte özgür olduğunuzun farkında olmalısınız. Eğer katılmak isterseniz, size uygun zamanlarda görüşmeler yapılacaktır. Görüşme oturumları video kamera ile kayıt altına alınacak ve tarafımdan küçük hatırlatma notları tutulacaktır. Bu kayıtlar yalnızca araştırmayı analiz etme ve raporlaştırma aşamasında kullanılacak, isimler gizli tutulacaktır. Ayrıca bu kayıtlar araştırma kapsamı dışında hiçbir kişiyle ya da kurumla kesinlikle paylaşılmayacaktır. İstedığınız takdirde kayıtlar tarafınıza iade edilecektir.

Araştırmaya katılmak istiyorsanız lütfen aşağıdaki izin belgesini doldurunuz. İlginize teşekkür ederim.

Tuğba TAT
Matematik Öğretmeni
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi

Öğrenci İzin Belgesi

Yukarıda açıklanan araştırmanın gereklilikleri doğrultusunda etkinliklere katılmak istiyorum.

Ayrıca araştırma kapsamında gerçekleştirilecek uygulamaların ve derslerin video kamera ile kayıt altına alınmasında sakınca yoktur.

Öğrenci
İmza:.....

Ad-Soyad:

EK 3

Veli İzin Belgesi

Veli Bilgilendirme

Sayın Veli,

Bu araştırma Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi Programı'nda yürütmekte olduğum yüksek lisans tez çalışmasıdır. Araştırmada öğrencilerin problem çözme aşamalarında ortaya çıkan sembol hissi davranışlarını incelemek amaçlanmaktadır.

Araştırmagönüllü olarak seçilen öğrencilerle klinik görüşmeler şeklinde gerçekleştirilecektir. Seçilen öğrenciler ile yapılacak klinik görüşmeler öğrencilerin ders ile ilgili zamanının olumsuz etkilenmemesi adına sizin de izniniz ve bilginiz dahilinde öğrencilerin ders programlarına göre belirlenen günlerde bir ders saatini geçmeyecek şekilde, velisi olduğunuz öğrencinin uygun olduğu zamanlarda gerçekleştirilecektir. Görüşme oturumları tarafımdan video kamera ile kayıt altına alınacak ve küçük hatırlatma notları tutulacaktır. Kayıtlar yalnızca araştırmayı analiz etme ve raporlaştırma aşamasında kullanılacak, araştırmada öğrenci isimleri gizli tutulacaktır. Bu notlar araştırma kapsamı dışında hiçbir kişiyle ya da kurumla kesinlikle paylaşılmayacaktır. İstedığınız takdirde kayıtlar tarafınıza iade edilecektir.

Araştırmaya katılmak istiyorsanız lütfen aşağıdaki izin belgesini doldurunuz. İlginize teşekkür ederim.

Tuğba TAT

Matematik Öğretmeni

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi

İzin Belgesi

Yukarıda açıklanan araştırma kapsamında velisi olduğum oğlum/kızım'ın araştırmanın gereklilikleri doğrultusunda etkinliklere katılmasına ve araştırma kapsamında gerçekleştirilecek uygulamaların ve derslerin video kamera ile kayıt altına alınmasına izin veriyorum.

Öğrenci Velisi

İmza:.....

Ad-Soyad:

EK 4
Ön Görüşme Soruları

- 1) Matematik dersini seviyor musun? Nedenini açıkla mısın?
- 2) Kaçınıcı sınıfta matematik dersinde daha başarılı olduğunu düşünüyorsun? Nedenini açıkla mısın?
- 3) Matematikte sevdiğin bir alan (sayılar, cebir, geometri, ölçme, veri sayma ve olasılık) var mı? Nedenini açıkla mısın?
- 4) Matematik problemlerini çözerken zorlanır mısın?
- 5) Sence ‘cebir’ ne demek?
- 6) Matematikte ‘sembol’ denilince aklına ne geliyor? En çok kullandığın sembol ya da semboller hangileridir?

EK 5
Çalışma Problemleri Formu

Problem 1:

$$\frac{(3x+6)}{(x+2)}=5 \quad (\text{adım 1})$$

$$3x + 6 = 5(x + 2) \quad (\text{adım 2})$$

$$3x + 6 = 5x + 10 \quad (\text{adım 3})$$

$$-4 = 2x \quad (\text{adım 4})$$

$$-2 = x \quad (\text{adım 5})$$

Buna göre cevap;

	Kesinlikle doğrudur		Muhtemelen doğrudur		Asla doğru değildir
--	------------------------	--	------------------------	--	------------------------

İşaretlediğiniz ifadeyi açıklayınız.

Problem 2:

$$|3x - \frac{2}{4}| + 1,2 > 5 \text{ eşitsizliğinde } x \text{ kaçtır?}$$

Problem 3:

Bir üniversitede, profesörlerin 6 katı kadar öğrenci vardır. "P" profesör sayısını, "Ö" öğrenci sayısını göstermek üzere bu durumu temsil eden denklem/denklemler aşağıdakilerden hangisi ya da hangileridir?

No	Denklem
1	$P = 6 = \ddot{O}$
2	$6\ddot{O} = P$
3	$6P = \ddot{O}$
4	$\ddot{O} + 6 = P$
5	$\frac{\ddot{O}}{6} = P$
6	$\frac{P}{6} = \ddot{O}$

Problem 4: Ardışık üç sayının toplamı 54 ise küçük sayı kaçtır?

Problem 5:

Bir dikdörtgenin **bir kenarı** %10 arttırıldığında ve **diğer kenarı** %10 azaltıldığında dikdörtgenin alanında nasıl bir değişim meydana gelirdi? Aşağıda verilen seçeneklerden sizin için uygun olanı işaretleyiniz ve cevabınızı açıklayınız.

A) Bir değişim olmazdı, çünkü...

AÇIKLAMA:

B) Alan artar, çünkü...

AÇIKLAMA:

C) Alan azalır, çünkü...

AÇIKLAMA:

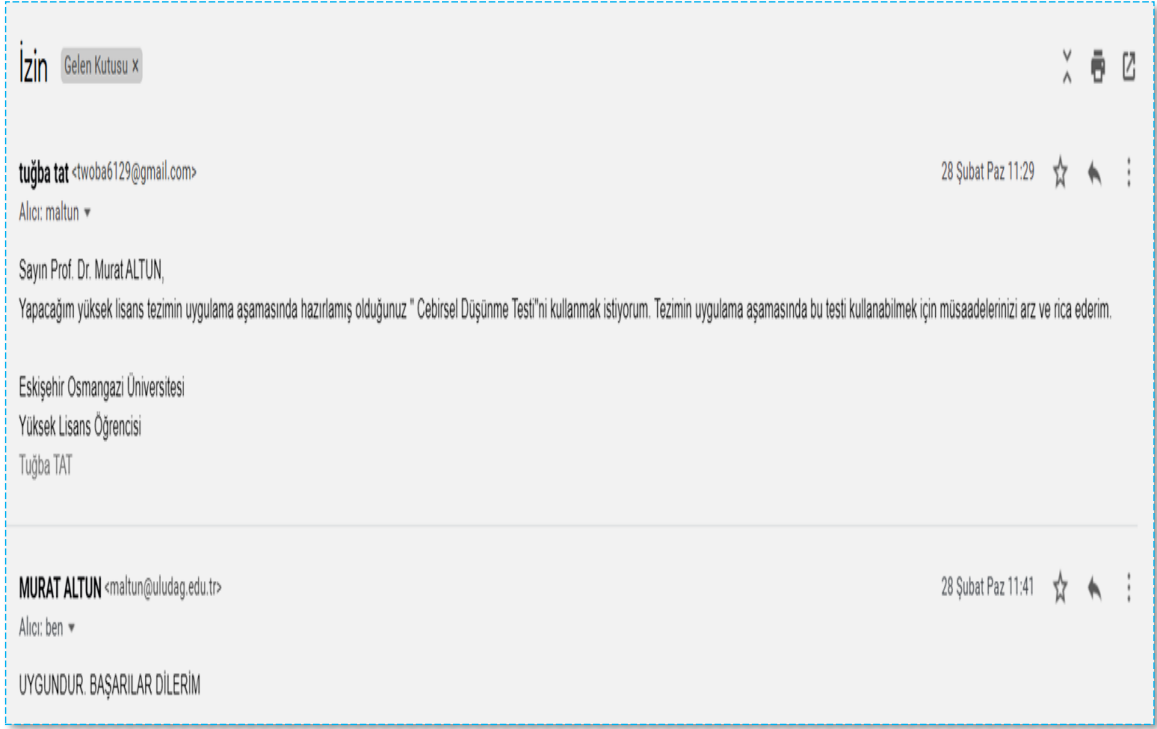
EK 6

Son Görüşme Soruları

- 1) Araştırmada yer alan problemlerde karşılaştığın değişkenler, katsayılar, sabitler veya işaretler (cebirsal işlemler) gibi semboller nelerdir?
- 2) Hangi problemi çözmek senin için daha kolaydı? Neden?
- 3) En çok hangi problemi çözerken zorlandın?

EK 7

Cebirsel Düşünme Düzeyi Testi Kullanım İzni



EK 8a
Etik Kurul Karar Formu

T.C.
ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER
BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
ESKİŞEHİR

Toplantı Tarihi : 07.08.2019


Toplantı No : 2019-13


GÜNDEM :

7. Başvuru Sahibi: Prof.Dr. Pınar ANAPA SABAN. **Konu :** “Lise Öğrencilerinin Sembol Hissi Üzerine Bir İnceleme : Bir Durum Çalışması” konulu araştırmasının görüşülmesi.

KARAR :

7. Prof.Dr.Pınar ANAPA SABAN’ın “Lise Öğrencilerinin Sembol Hissi Üzerine Bir İnceleme: Bir Durum Çalışması” konulu araştırmasının veri toplama araçlarını uygulamak için gerekli yerlerden yasal izinleri almak şartıyla Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma Ve Yayın Etiği Kurulu’na uygunluğuna, oy birliğiyle karar verildi.


Prof. Dr. Yaşar SARI
Başkan Yardımcısı


Prof. Dr. Eyüp ARTVİNLİ
Başkan

Prof. Dr. Erdoğan BOZ
Üye (Görevli)


Prof. Dr. Nuri KAVAK
Üye

Prof. Dr. Zeki KARTAL
Üye (Katılmadı)

Prof.Dr. Ali ÇELİK
Üye (İzinli)

Prof. Dr. Abdullah YALAMAN
Üye



EK 8b
Etik Kurul Karar Formu 2



T.C.
ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurul



Sayı : 64075176-299-E.90783
Konu : 2019.13.07.Karar.

08/08/2019

Sayın Prof. Dr. Pınar ANAPA SABAN
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Öğretim Üyesi

Sorumlu Araştırmacısı olduğunuz *"Lise Öğrencilerinin Sembol Hissi Üzerine Bir İnceleme : Bir Durum Çalışması"* başlıklı çalışma hakkında alınan karar ilişikte gönderilmektedir.

Bilgilerinizi ve gereğini saygı ile rica ederim.


Prof. Dr. Eyüp ARTVİNLİ
Kurul Başkanı

Bu evrak 5070 sayılı Elektronik İmza Kanunu'na göre elektronik olarak imzalanmıştır. Evrak doğrulama adresi:
<https://ebymnsm.ogu.edu.tr/Home/Dogrulama/14e0f200-2a64-4cb7-83b8-fb1ae053db13>

Adres	: Meselik Kampüsü PK.26480 Odunpazarı	Aynılık Bilgi	: Mithatver Şibel AK - Bilgisayar İşletmeni
Telefon	: 0222 2393750-5074	Faks	:

EK 8c
Etik Kurul Karar Formu 3

**ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA
VE YAYIN ETİK KURULU DEĞERLENDİRME FORMU**

Araştırma No : 07	
Araştırma Başlığı : Lise Öğrencilerinin Sembol Hissi Üzerine Bir İnceleme : Bir Durum Çalışması	
Sorumlu Araştırmacı : Prof.Dr. Pınar ANAPA SABAN	
Başvuru Tarihi : 06.08.2019	
<input checked="" type="checkbox"/> Kabul	
<input type="checkbox"/> Düzeltilme Gereklidir	Gerekçe: 1. 2. 3.
<input type="checkbox"/> Red	Gerekçe: 1. 2. 3.
Başkan Adı Soyadı Prof.Dr.Eyüp ARTVİNLİ Tarih 07.08.2019  İmza	

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı SOYADI : Tuğba TAT

Eğitim Durumu

Lisans	Dokuz Eylül Üniversitesi, Matematik Öğretmenliği	2006
Önlisans	Akdeniz Üniversitesi, Tıbbi Görüntüleme Teknikleri	2017
Önlisans	Anadolu Üniversitesi, AÖF Adalet Bölümü	2020
Yüksek Lisans	Eskişehir Osmangazi Üniversitesi	2021

Yabancı Dil

İngilizce: Okuma (iyi), Yazma (İyi), Konuşma (İyi)

Mesleki Geçmiş

Görev	Kurum	Çalışma Tarihleri
Öğretmen	Milli Eğitim Bakanlığı	2018- Halen

Akademik Çalışmalar

Ev-Çimen, E. ve Tat, T. (2018). Sekizinci sınıf öğrencilerinin bölme işleminde kalanın yorumlanması konusunda problem kurma becerilerinin incelenmesi. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 7(4), 1-11.

Yenilmez, K. ve Tat, T. (2018). Matematiksel düşünme bileşenleri açısından beşinci sınıf matematik ders kitabı etkinliklerinin değerlendirilmesi. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 7(2), 142-154.

Anapa-Saban, P. ve Tat, T. (2018, Mayıs). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin kesirlerde bölme işlemi ile ilgili içsel sürecinin piaget'in soyutlama ve çeşitleri ile yorumlanması*. 5. Uluslararası Avrasya Eğitim Araştırmaları Kongresi, Antalya.

Yenilmez, K. ve Tat, T. (2018, Ekim). *Kırsalda öğrenim gören ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin incelenmesi*. 13. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Denizli.

İletişim

E-posta adresi:twoba0303@gmail.com