Sol Yarıcisim Üzerine Kurulan
9. Mertebeden Projektif Düzlemin
Altdüzlemlerinin Blok Kümelerinin İncelenmesi

Mehmet Melik Uzun

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik Anabilim Dalı

Temmuz 2010

On The Blocking Set of The Subplanes of
Projective Plane of order 9 on The Left Semi-Field

Mehmet Melik Uzun

MASTER OF SCIENCE THESIS

Department of Mathematics

July 2010

Sol Yarıcisim Üzerine Kurulan 9. Mertebeden Projektif Düzlemin Altdüzlemlerinin Blok Kümelerinin İncelenmesi

Mehmet Melik Uzun

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Matematik Anabilim Dalı
Geometri Bilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Doç. Dr. Ziya Akça

Temmuz 2010

ONAY

Matematik Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Mehmet Melik Uzun'un YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı "Sol Yarıcisim Cisim Üzerine Kurulan 9. Mertebeden Projektif Düzlemin Altdüzlemlerinin Blok Kümelerinin İncelenmesi" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Danışman **:** Doç Dr. Ziya AKÇA

İkinci Danışman : -

Yüksek Lisans Tez Savunma Jürisi:

Üye : Doç. Dr. Ziya AKÇA

Üye : Doç. Dr. Ayşe BAYAR

Üye : Doç. Dr. Süheyla EKMEKÇİ

Üye : Yrd. Doç. Dr. Özcan GELİŞGEN

Üye : Yrd. Doç. Dr. Aytaç KURTULUŞ

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun .... tarih ve .... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Nimetullah BURNAK

Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu çalışmada, önce [1] ve [3] de verilen sol yarıcisim üzerinde ikinci mertebeden bir indirgenemez polinom seçilerek 9. mertebeden projektif düzlem ve [2] ile [5] de verilen 4 tane 9. mertebeden projektif düzlem örnekleri incelendi.

Daha sonra, sol yarıcisim üzerine kurulan 9. mertebeden projektif düzlemin 2. ve 3. mertebeden altdüzlemlerinin;

(a) 3805 tane 1-kesen blok küme kapsadığı,

(b) 553 tane 2- kesen blok küme kapsadığı,

(c) 14 tane 3- kesen blok küme kapsadığı ve

(d) 1 tane 4- kesen blok küme kapsadığı gösterildi.

Anahtar Kelimeler: t-Kesen blok küme, Altuzay, Altdüzlem.

SUMMARY

In this study firstly, a irreducible polynom of order 2 over the left semi-field in [1] and [3] was chosen, moreover a projective plane of order 9 and examples of 4 different projective planes in [2] and [5] were investigated.

Then, it shown that subprojective planes, with order 2 and 3, of projective planes of order 9 which is over the left semi-field,

(a) Contains 3805 1-fold bloking sets,

(b) Contains 553 2-fold bloking sets,

(c) Contains 14 3-fold bloking sets,

(d) Contains 1 4-fold bloking sets,

Keywords: t-Fold bloking set, Subplane, Subspace.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim süresince bana danışmanlık ederek, beni yönlendiren ve her türlü olanağı sağlayan danışmanım sayın

Doç. Dr. Ziya AKÇA'ya,

Matlab program kodlarını yazmamda ve programı öğrenmemde büyük emeği olan sevgili dostum

Arş. Gör. Mehmet TOPSAKAL'a

tüm hayatım boyunca maddi ve manevi desteğini benden hiçbir zaman esirgemeyen her kararımda yanımda olan aileme, her zaman fikirlerine başvurduğum ve desteklerini benden esirgemeyen tüm dostlarıma ve arkadaşlarıma en içten teşekkürlerimi sunarım.

ESKİŞEHİR, 2010 Mehmet Melik UZUN

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ŞEKİLLER DİZİNİ

ÇİZELGELER DİZİNİ

ÇİZELGELER DİZİNİ(Devam Ediyor)

BÖLÜM 1

BAZI TEMEL KAVRAMLAR

1.1 GİRİŞ

Önce projektif geometrinin, bu çalışmada geçen bazı temel kavramlarını kısaca verelim.

Tanım 1.1.1 $\mathcal{N}$ ve $\mathcal{D}$ elemanları sırasıyla noktalar ve doğrular olarak isimlendirilen ayrık iki küme ve $\circ$ de $\mathcal{N} \times \mathcal{D}$ kümesinde bir üzerinde olma bağıntısı iken $(\mathcal{N}\ , \mathcal{D}\ , \circ)$ sıralı üçlüsüne bir **geometrik yap**ı denir.

Tanım 1.1.2

Aşağıdaki üç aksiyomu sağlayan bir $(\mathcal{N}, \mathcal{D}, \circ)$ geometrik yapısına bir **projektif düzlem** denir ve $\mathbb{P}$ ile gösterilir. Şayet, $\mathcal{N}$ sonlu ise $\mathbb{P}$ projektif düzlemine **sonlu projektif düzlem** adı verilir.

P1.Herhangi farklı iki noktadan bir tek doğru geçer.

P2.Herhangi iki doğrunun en az bir ortak noktası vardır.

P3.Herhangi üçü doğrudaş olmayan dört nokta vardır.

$\mathbb{P}= (\mathcal{N}\ , \mathcal{D}\ , \circ)$ projektif düzleminin bir doğrusu üzerindeki nokta sayısının bir eksiğine $\mathbb{P}$ nin mertebesi denir. Sonlu bir projektif düzlemin mertebesi n ise toplam nokta ve doğrularının sayısı eşit ve $n^2 + n + 1$ dir.

Projektif düzlemde P2 aksiyomundan daha kuvvetli ve kesin bir önerme geçerlidir.

Teorem 1.1.1 Bir $\mathbb{P}= (\mathcal{N}, \mathcal{D}, \circ)$ projektif düzleminde farklı iki doğru birtek noktada kesişirler.

Tanım 1.1.3 A, B, C, D hepsi aynı profektif düzlemde bulunan ve herhangi üçü doğrudaş olmayan dört nokta olsun. Bu noktaları ikişer ikişer birleştiren doğruların çizilmesi ve bulunan doğruların ikişer ikişer kesiştirilmesiyle elde edilen altı doğru ve yedi noktadan oluşan bir konfigürasyona **tamdörtgen** denir. Ayrıca A, B, C, D

noktalarına tamdörtgenin **köşeleri**, AB ve CD, AC ve BD, BC ve AD doğru ikililerine tamdörtgenin **karşılıklı kenarları**, karşılıklı kenarların kesişme noktalarına, yani $U = AB \cap CD$, $V = AC \cap BD$, $W = AD \cap BC$ noktalarına tamdörtgenin **köşe noktaları** denir.

Tanım 1.1.4. İçindeki bütün tamdörtgenlerin köşegen noktaları doğrudaş olan projektif düzleme **Fano düzlemi** denir. Eğer bir Fano düzlemi diğer Fano düzleminden enaz bir farklı nokta kapsıyorsa; bu fano düzlemine **Farklı Fano düzlemleri** denir.

Aksiyom1.1.2 (Fano Aksiyomu) Kapsadığı herbir tamdörtgenin köşegen noktaları doğrudaş olmayan noktalardır.

Tanım 1.1.5 $\mathbb{P}= (\mathcal{N}\ , \mathcal{D}\ , \circ)$ ve $\mathbb{P}'= (\mathcal{N}', \mathcal{D}', \circ')$ iki projektif düzlem olsun. Eğer $\mathcal{N}' \subset \mathcal{N}$ ve her $d' \in D$ doğrusu için $d' = d \cap \mathcal{N}'$ olacak biçimde bir $d \in D$ doğrusu varsa $\mathbb{P}'$ ye $\mathbb{P}$ nin **projektif altdüzlemi** denir. Eğer $\mathbb{P}' \neq \mathbb{P}$ ise $\mathbb{P}'$ ye $\mathbb{P}$ nin **projektif öz altdüzlemi** denir.

Teorem 1.1.3 $\mathbb{P}$, mertebesi n olan sonlu bir projektif düzlem ve $\mathbb{P}'$ de $\mathbb{P}$ nin, mertebesi m olan bir projektif öz altdüzlemi olsun. Eğer $\mathbb{P}$ nin her doğrusu $\mathbb{P}'$ nün bir noktasını kapsarsa $n = m^2$, aksi halde $n \geq m^2 + m$ dir.

Teorem 1.1.4 (P4 Dezarg Teoremi) İki üçgenin karşılıklı köşelerini birleştiren doğrular noktadaşsa, bunların karşılıklı kenarlarının arakesit noktaları doğrudaştır.

Tanım 1.1.6 Herhangi bir $(\mathcal{S}, +, .)$ sistemi eğer bir $(\mathcal{S}, \mathcal{T})$ lineer üçlü halkasından $T\,(1, a.b) = a + b$ ve $T\,(a, b, 0) = ab$ ile elde edilen cebirsel yapıysa buna **düzlemsel halka** denir.

Tanım 1.1.7 Çarpma işlemi birleşmeli olan herhangi (S, T) sol yarıcismine, yani,

(1) $\mathcal{T}$ lineer,

(2) $(\mathcal{S}, \mathcal{T})$ bir değişimli grup ve $(\mathcal{S} - \{0\}\,, .)$ bir grup,

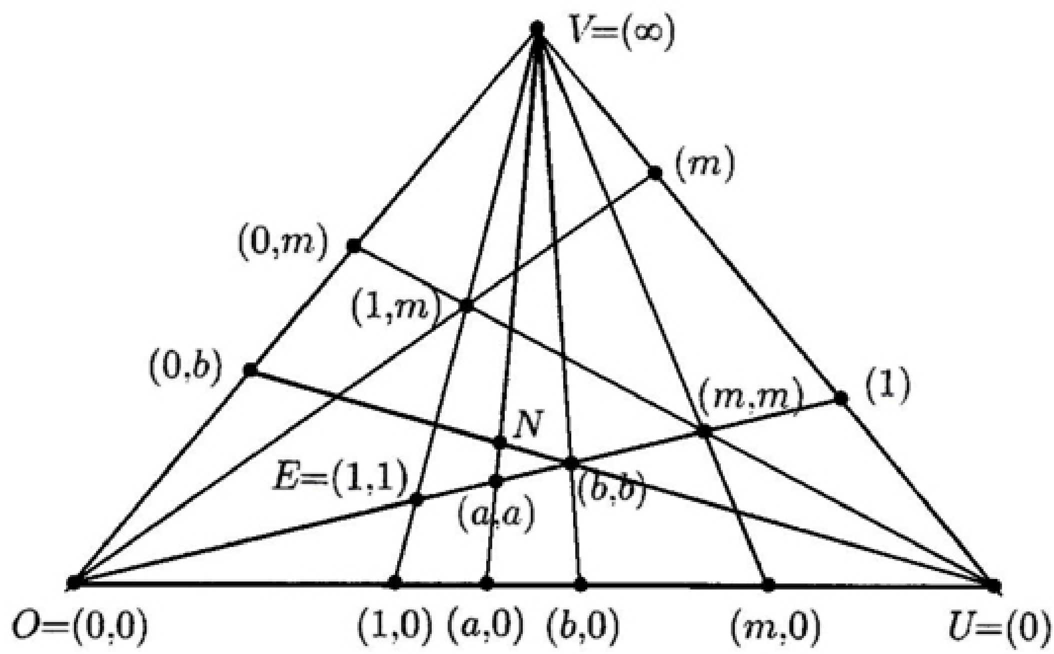
(3) Her $a, b, c \in \mathcal{S}$ için $a\,(b + c) = ab{+}ac$, özelliklerine sahip $(\mathcal{S}, \mathcal{T})$ üçlü halkasına **sol yaklaşık cisim** denir. Benzer olarak çarpma işlemi birleşimli olan herhangi sağ yarıcisme **sağ yaklaşık cisim** denir

1.2 Projektif Düzlemlerin Koordinatlanması

Her projektif düzlem, uygun bir $\mathcal{S}$ kümesinin elemanlarıyla koordinatlanabilir.

Tanım 1.2.1 $\mathbb{P}$, mertebesi n olan sonlu bir projektif düzlem, $\mathcal{S}$ de 0 ve 1 ile gösterilen iki özel elemanı bulunan ve kardinalitesi $n \geq 2$ olan bir küme olsun. $\mathbb{P}$ de herhangi üçü doğrudaş olmayan O, E, U, V noktalarından oluşan, seçimli $\{O, E, U, V\}$ koordinatlama dörtgeni ve $\mathcal{S}$ kümesini kullanarak $\mathbb{P}$ nin noktalarını, doğrularını ve üzerinde bulunma bağıntısını belirleyelim.

Noktaların Koordinatlanması:



Şekil 1.2.1

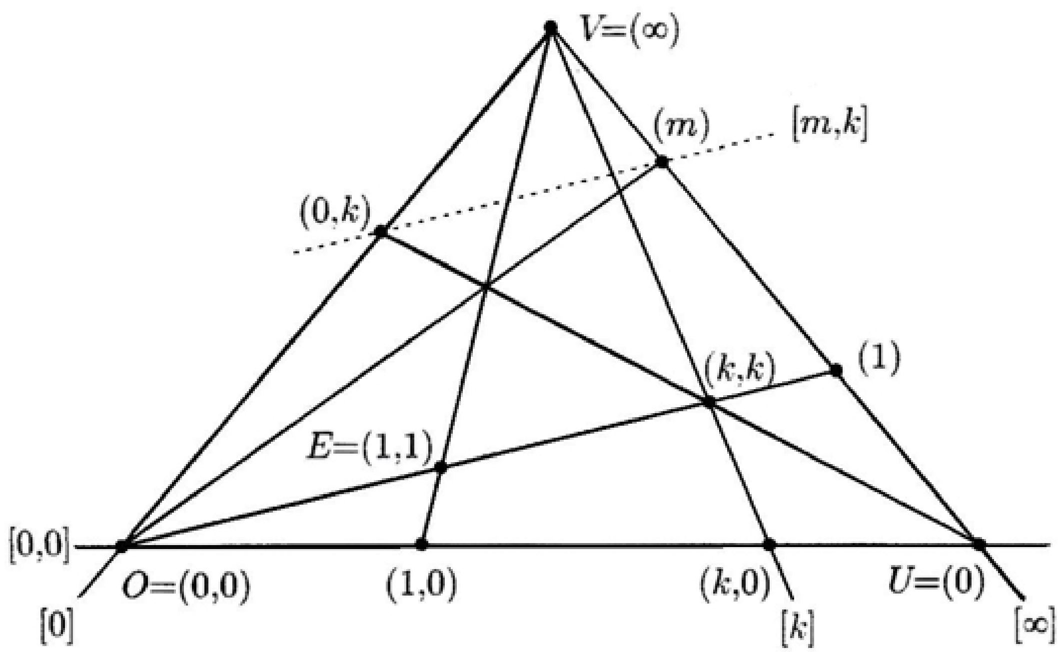
OE doğrusu üzerinde $OE \cap UV$ den başka herbir noktaya $\mathcal{S}^2$ nin (a, a) biçiminde birtek elemanını eşleyelim. Özel olarak $O = (0, 0)$, $E = (1, 1)$ olsun. UV doğrusu üzerinde bulunmayan seçimli herbir N noktası için eğer, $NU \cap OE = (b, b)$ ve $NV \cap OE = (a, a)$ ise $N = (a, b)$ diyelim. Özel olarak, OU doğrusu üzerindeki noktalar $(a, 0)$ ve OV doğrusu üzerindeki noktalar $(0, b)$ biçiminde koordinatlara sahip olur.

UV nin $[(0,0)\cup(1,m)]\cap UV$ noktasına (m) koordinatını verelim. Buna göre $U = [(0,0)\cup(1,0)]\cap UV$ olduğundan $U = (0)$ dır.

$OE\cap UV = [(0,0)\cup(1,1)]\cap UV$ olup, $OE\cap UV = (1)$ dir. $\infty \notin S$ olmak üzere UV nin V noktası için $V = (\infty)$ olsun. (Şekil 1.2.1)

Doğruların Koordinatlanması:

$V = (\infty)$ noktasından geçmeyen ve dolayısıyla UV ile bir (m) ortak noktasına ve OV ile bir $(0,k)$ ortak noktasına sahip olan doğruya $[m,k]$ koordinatını; $V = (\infty)$ dan geçem ve $OU = [0,0]$ doğrusuyla bir $(k,0)$ ortak noktasına sahip olan doğruya $[k]$ koordinatını ve UV doğrusuna da $[\infty]$ koordinatını tayin edelim. (bkz. Şekil 1.2.2)



Şekil 1.2.2

Burada dikkat edilmesi gereken önemli bir husus, bu koordinatlamanın seçilen $\{O,E,U,V\}$ dörtgenine bağlı olmasıdır.

Üzerinde Bulunma Bağıntısı:

Her $m, k, x, y \in \mathcal{S}$ için,

$(\infty) \circ [\infty]\,,\qquad (\infty) \circ [k]\,,\qquad (\infty) ø [m, k]$

$(x) \circ [\infty]\,,\qquad (x) ø [k]\,,\qquad (x) \circ [m, k] \iff x = m$

$(x, y) ø [\infty]\,,\qquad (x, y) \circ [k] \iff x = k,\qquad (x, y) \circ [m, k] \iff y = T\,(m, x, k)$

$\mathcal{S}$ kümesi ve "$T : \mathcal{S}^3 \to \mathcal{S} \ni T\,(m, x, k) = y \iff (x, y) \circ [m, k]$" olacak biçimde T üçlü işleminin birlikte düşünülmesiyle bazı kavramlar tanımlanabilir.

Buraya kadar kullanılan tanım ve kavramlar (Kaya, 2005) den alınmıştır.

1.3 Dokuzuncu Mertebeden 4 Farklı Projektif Düzlem

Dokuzuncu mertebeden dört farklı profektif düzlem bilinmektedir. Bunlar Dezarg düzlemi, Sol yaklaşık cisim düzlemi, Sağ yaklaşık cisim düzlemi ve Hughes düzlemidir. Aşağıda bu düzlemlerin cebirsel yapıları üzerinde kısaca durulacaktır.

$\mathcal{S} = \{0, 1, 2, a, b, c, d, e, f\}$ olsun ve $\mathcal{S}$ üzerindeki $\oplus$ işlemi $F = GF\,(9)$ cisminin toplama işlemi olarak alınsın. Burada $b = a + 1, c = a + 2, d = a + a, e = d + 1, f = d + 2$, ve $1 + 2 = a + d = 0$ dır. $\mathcal{S}$ üzerindeki $\otimes$ işlemi aşağıda verilen Çizelge 1.3.1 deki gibi tanımlansın.

$\otimes$	0	1	2	a	b	c	d	e	f
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	a	b	c	d	e	f
2	0	2	1	d	f	e	a	c	b
a	0	a	d	2	e	b	1	f	c
b	0	b	f	c	2	d	e	a	1
c	0	c	e	f	a	2	b	1	d
d	0	d	a	1	c	f	2	b	e
e	0	e	c	b	d	1	f	2	a
f	0	f	b	e	1	a	c	d	2

Çizelge 1.3.1

$(\mathcal{S}, \oplus, \otimes)$ bir sağ yaklaşık cisimdir. Bu yaklaşık cisim $S(9)$ ile gösterilir.

1.3.1 Sağ Yaklaşık Cisim Düzlemi

Cebirsel yapısı 9. mertebeden bir sağ yaklaşık cisim olan projektif düzlem aşağıdaki gibi inşa edilir:

$\mathcal{N} = \{(x, y, 1) : x, y \in s\} \cup \{(1, x, 0) : x \in \mathcal{S}\} \cup \{(0, 1, 0)\}$ noktalar kümesi,

$\mathcal{D} = \{[m, 1, k] : m, k \in S\} \cup \{[1, 0, k] : k \in \mathcal{S}\} \cup \{[0, 0, 1]\}$ doğrular kümesi ve

$\circ\ :\ (x, y, z) \circ [m, n, k] \iff xm + yn + zk = 0$ üzerinde bulunma bağıntısı olmak üzere $\mathbb{P}= (\mathcal{N}\ , \mathcal{D}\ , \circ)$ düzleminin bir projektif düzlem olduğu bilinmektedir.(Stevenson, 1972)

$S(9)$ yardımıyla kurulan 9. mertebeden projektif düzlem $\pi_s(9)$ ile gösterilir.

1.3.2 Sol Yaklaşık Cisim Düzlemi

Her $x, y \in \mathcal{S}(9)$ için $*$ işlemi $x * y = y \otimes x$ olarak tanımlanırsa $(\mathcal{S}, \oplus, *)$ bir sol yaklaşık cisimdir. Bu sol yaklaşık cisim üzerine kurulan $\pi_s(9)$ un duali olup farklı bir projektif düzlemdir (Stevenson1972). Bu projektif düzlem $\pi_s^d(9)$ ile gösterilir.

1.3.2 Hughes Düzlemi

9. mertebeden diğer bir düzlem ise düzlemsel halkası lineer olmayan, bu yüzden $\pi_S(9)$ ve $\pi_S^d(9)$ projektif düzlemlerinden farklı olan $\pi_H(9)$ ile gösterilen Hughes düzlemidir.

p tek asal sayı ve h pozitif tamsayı olmak üzere $q = p^h$ olsun. q^2 mertebeli bir sağ yaklaşık cismin varlığı ve bu yaklaşık cisim üzerine kurulan Hughes düzlemlerinin elde edilişi için (Hughes,Piper 1973) ye bakılabilir.

1.3.4 Dezarg Düzlemi

P4 Dezarg aksiyomunu gerçekleyen bir projektif düzleme **Dezarg düzlemi** ya da **Dezargsel düzlem** denir

Bu şekilde kurulan $\mathbb{P}_2\mathcal{F}$ cisim düzlemi $\pi_s(9), \pi_s^d(9)$ ve $\pi_H(9)$ düzlemleri 9. mertebeden bilinen projektif düzlemlerin tamamını teşkil etmektedir. Bu farklı 4 projektif düzlem ile ilgili ayrıntılı bilgi (Room, Kırkpatick 1971) de verilmiştir.

Şimdi bu çalişmada; Ö.Güney tarafından bir sol yarıcisim üzerinde kurulan 9. mertebeden projektif düzlemin altdüzlemlerini ele alıyoruz..

BÖLÜM 2

BİR SOL YARICİSİM ÜZERİNDEKİ 9. MERTEBEDEN PROJEKTİF DÜZLEM

2.1 Dokuz Elemanlı Bir Sol Yarıcisim

$\mathcal{F} = \{0, 1, 2\}$ ve

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

.	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

olmak üzere $(\mathcal{F}, +, .)= GF\,(3)$ bir Galois cismidir. Bu cisim yardımıyla oluşturulan

sol yarıcisim:

$\mathcal{S} = \{a + \lambda b \mid a, b \in \mathcal{F}, \lambda \notin \mathcal{F}\}$ yani,

$\mathcal{S} = \{0, 0 + 1\lambda, 0 + 2\lambda, 1, 1 + 1\lambda, 1 + 2\lambda, 2, 2 + 1\lambda, 2 + 2\lambda\}$ ve $f\,(t) = t^2 - t - 1$ de

$\mathcal{F}$ üzerinde indirgenemez bir polinom olsun. Yani, $\mathcal{F}$ cismi üzerinde dereceleri 2 den küçük herhangi $b\,(t)$ *ve* $k\,(t)$ polinomları için daima $f\,(t) \neq b\,(t)\,.k\,(t)$ olsun. (Aşikar olarak bu, $f\,(t) = 0$ denkleminin $\mathcal{F}$ içinde çözümünün bulunmamasını gerektirir.).

$\mathcal{S}$ kümesi üzerinde $\oplus$ ve $\ominus$ işlemleri aşağıdaki biçimde tanımlansın:

$$(a + \lambda b) \oplus (c + \lambda d) = (a + c) + \lambda\,(b + d)$$

$$(a + \lambda b) \ominus (c + \lambda d) = \left\{ \begin{array}{ll} ac + \lambda\,(ad) & ,\quad b = 0 \text{ iken} \\ ac - b^{-1} df\,(a) + \lambda\,(bc - (a-1)\,d) & ,\quad b \neq 0 \text{ iken.} \end{array} \right\}$$

Bu işlemler kullanılarak, $\mathcal{S}$ kümesi üzerinde $\oplus$ ve $\ominus$ işlem tabloları şu şekilde elde edilir.

$\mathcal{S}$ kümesi üzerinde $\oplus$ ve $\ominus$ işlem çizelgeleri:

Bu çalışmada kısalık sağlamak amacıyla, her $x+\lambda y \in \mathcal{S}$ elemanı için xy gösterimi kullanılacaktır. Örneğin i. satırın başındaki $a+\lambda b$ ve j.sütunun başındaki $c+\lambda d$ elemanları sırasıyla ab ve cd olarak yazılacak eğer $(a+\lambda b) \underset{\ominus}{\overset{\oplus}{}} (c+\lambda d) = u+\lambda v$ ise, bu eleman çizelgede i.satır ve j. sütunda uv ile gösterilecektir.

$\oplus$	00	01	02	10	11	12	20	21	22
00	00	01	02	10	11	12	20	21	22
01	01	02	00	11	12	10	21	22	20
02	02	00	01	12	10	11	22	20	21
10	10	11	12	20	21	22	00	01	02
11	11	12	10	21	22	20	01	02	00
12	12	10	11	22	20	21	02	00	01
20	20	21	22	00	01	02	10	11	12
21	21	22	20	01	02	00	11	12	10
22	22	20	21	02	00	01	12	10	11

Çizelge 2.1.1

$\ominus$	00	01	02	10	11	12	20	21	22
00	00	00	00	00	00	00	00	00	00
01	00	11	22	01	12	20	02	10	21
02	00	21	12	02	20	11	01	22	10
10	00	01	02	10	11	12	20	21	22
11	00	10	20	11	21	01	22	02	12
12	00	20	10	12	02	22	21	11	01
20	00	02	01	20	22	21	10	12	11
21	00	22	11	21	10	02	12	01	20
22	00	12	21	22	01	10	11	20	02

Çizelge 2.1.2

Böylece oluşturulan $(\mathcal{S},\oplus,\ominus)$ sistemi, sağdan dağılma, çarpmanın değişme ve birleşme özelliklerini sağlamadığından bu sistem cisim değildir ancak sol yarıcisimdir(Güney 2005).

2.2. Yukarıda Tanımlanan $(\mathcal{S},\oplus,\ominus)$ Sol Yarıcismi Üzerine Kurulan 9. Mertebeden Projektif Düzlemin İnşaası

Düzlemin noktalar kümesi $\mathcal{N}$ **:**

81 "afin" nokta $(x,y)\,,\ (x,y\in\mathcal{S})$

9 "ideal" nokta $(m)\,,\ \ (m\in\mathcal{S})$

1 "ideal nokta" $(\infty)\,,\ \ (\infty\notin\mathcal{S})$

Düzlemin doğrular kümesi $\mathcal{D}$ **:**

81 "afin" doğru $y=m\ominus x\oplus k,\ \ (m,k\in\mathcal{S})$

9 "afin" doğru $x=\lambda,\ \ (\lambda\in\mathcal{S})$

1 "ideal" doğru $[\infty]\,,\ \ (\infty\notin\mathcal{S})$ biçiminde gruplandırılır.

Üzerinde bulunma bağıntısı $\circ$:

(m) ideal noktası $y=m\ominus x\oplus k,\ \ (\forall k\in\mathcal{S})$ doğrusu ve $[\infty]$ ideal doğrusu üzerindedir. (∞) ideal noktası $x=\lambda,\ (\forall\in\mathcal{S}$ için$)$ doğruları ve $[\infty]$ doğrusu üzerindedir.

(x, y) afin noktası $y = m \ominus x \oplus k, \quad (\forall m, k \in \mathcal{S})$ doğrusu üzerindedir. Yani;

$(x, y) \circ [m, k] \iff y = m \ominus x \oplus k$

ve

$(x, y) \circ [\lambda] \iff x = \lambda$ eşitlikleri geçerlidir.

(x, y) afin noktası, $[\infty]$ doğrusu üzerinde değildir.

$\mathbb{P}_2 S$ nin, tüm doğrularının ve bu doğruların üzerindeki noktaları aşağıdaki gibidir.

DOĞRU ÜZERİNDEKİ NOKTALAR

$[00]$	$\left\{ \begin{matrix} (00, 00), (00, 01), (00, 02), \\ (00, 20), (00, 21) (00, 10), \\ (00, 11), (00, 12), (00, 22), (\infty) \end{matrix} \right\}$
$[01]$	$\left\{ \begin{matrix} (01, 00), (01, 01), (01, 02), \\ (01, 10), (01, 11), (01, 12), \\ (01, 20), (01, 21), (01, 22), (\infty) \end{matrix} \right\}$
$[10]$	$\left\{ \begin{matrix} (10, 00), (10, 01), (10, 02), \\ (10, 10), (10, 11), (10, 12), \\ (10, 20), (10, 21), (10, 22), (\infty) \end{matrix} \right\}$
$[11]$	$\left\{ \begin{matrix} (11, 00), (11, 01), (11, 02), \\ (11, 10), (11, 11), (11, 12), \\ (11, 20), (11, 21), (11, 22), (\infty) \end{matrix} \right\}$
$[12]$	$\left\{ \begin{matrix} (12, 00) (12, 01), (12, 02), \\ (12, 10), (12, 11), (12, 12), \\ (12, 20), (12, 21), (12, 22), (\infty) \end{matrix} \right\}$
$[20]$	$\left\{ \begin{matrix} (20, 00), (20, 01), (20, 02), \\ (20, 10), (20, 11), (20, 12), \\ (20, 20), (20, 21), (20, 22), (\infty) \end{matrix} \right\}$
$[21]$	$\left\{ \begin{matrix} (21, 00), (21, 01), (21, 02), \\ (21, 10), (21, 11), (21, 12), \\ (21, 20), (21, 21), (21, 22), (\infty) \end{matrix} \right\}$

$[22]$	$\left\{\begin{array}{c}(22,00),(22,01),(22,02),\\(22,10),(22,11),(22,12),\\(22,20),(22,21),(22,22),(\infty)\end{array}\right\}$
$[00,00]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,00),(01,00),(02,00),\\(10,00),(11,00),(12,00),\\(20,00),(21,00),(22,00),(00)\end{array}\right\}$
$[00,01]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,01),(01,01),(02,01),\\(10,01),(11,01),(12,01),\\(20,01),(21,01),(22,01),(00)\end{array}\right\}$
$[00,02]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,02),(01,02),(02,02),\\(10,02),(11,02),(12,02),\\(20,02),(21,02),(22,02),(00)\end{array}\right\}$
$[00,10]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,10),(01,10),(02,10),\\(10,10),(11,10),(12,10),\\(20,10),(21,10),(22,10),(00)\end{array}\right\}$
$[00,11]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,11),(01,11),(02,11),\\(10,11),(11,11),(12,11),\\(20,11),(21,11),(22,11),(00)\end{array}\right\}$
$[00,12]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,12),(01,12),(02,12),\\(10,12),(11,12),(12,12),\\(20,12),(21,12),(22,12),(00)\end{array}\right\}$
$[00,20]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,20),(01,20),(02,20),\\(10,20),(11,20),(12,20),\\(20,20),(21,20),(22,20),(00)\end{array}\right\}$
$[00,21]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,21),(01,21),(02,21),\\(10,21),(11,21),(12,21),\\(20,21),(21,21),(22,21),(00)\end{array}\right\}$

$[00, 22]$	$\left\{\begin{array}{c}(00, 22), (01, 22), (02, 22), \\ (10, 22), (11, 22), (12, 22), \\ (20, 22), (21, 22), (22, 22), (00)\end{array}\right\}$
$[01, 00]$	$\left\{\begin{array}{c}(00, 00), (01, 11), (02, 22), \\ (10, 01), (11, 12), (12, 20), \\ (20, 02), (21, 10), (22, 21), (01)\end{array}\right\}$
$[01, 01]$	$\left\{\begin{array}{c}(00, 10), (01, 12), (02, 20), \\ (10, 02), (11, 10), (12, 21), \\ (20, 00), (21, 11), (22, 22), (01)\end{array}\right\}$
$[01, 02]$	$\left\{\begin{array}{c}(00, 02), (01, 10), (02, 21), \\ (10, 00), (11, 11), (12, 22), \\ (20, 01), (21, 12), (22, 20), (01)\end{array}\right\}$
$[01, 10]$	$\left\{\begin{array}{c}(00, 10), (01, 21), (02, 02), \\ (10, 11), (11, 22), (12, 00), \\ (20, 12), (21, 20), (22, 01), (01)\end{array}\right\}$
$[01, 11]$	$\left\{\begin{array}{c}(00, 11)\,(01, 22)\,(02, 00), \\ (10, 12), (11, 20), (12, 01), \\ (20, 10), (21, 21), (22, 02), (01)\end{array}\right\}$
$[01, 12]$	$\left\{\begin{array}{c}(00, 12), (01, 20), (02, 01), \\ (10, 10), (11, 21), (12, 02), \\ (20, 11), (21, 22), (22, 00), (01)\end{array}\right\}$
$[01, 20]$	$\left\{\begin{array}{c}(00, 20), (01, 01), (02, 12), \\ (10, 21), (11, 02), (12, 10), \\ (20, 22), (21, 00), (22, 11), (01)\end{array}\right\}$
$[01, 21]$	$\left\{\begin{array}{c}(00, 21), (01, 02), (02, 10), \\ (10, 22), (11, 00), (12, 11), \\ (20, 20), (21, 01), (22, 12), (01)\end{array}\right\}$

$[01,22]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,22),(01,00),(02,11),\\(10,20),(11,01),(12,12),\\(20,21),(21,02),(22,10),(01)\end{array}\right\}$
$[02,00]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,00),(01,21),(02,12),\\(10,02),(11,20),(12,11),\\(20,01),(21,22),(22,10),(02)\end{array}\right\}$
$[02,01]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,01),(01,22),(02,10),\\(10,00),(11,21),(12,12),\\(20,02),(21,20),(22,11),(02)\end{array}\right\}$
$[02,02]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,02),(01,20),(02,11),\\(10,01),(11,22),(12,10),\\(20,00),(21,21),(22,12),(02)\end{array}\right\}$
$[02,10]$	$\left\{\begin{array}{c}(01,10),(01,01),(02,22),\\(10,12),(11,00),(12,21),\\(20,11),(21,02),(22,20),(02)\end{array}\right\}$
$[02,11]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,11),(01,02),(02,20),\\(10,10),(11,01),(12,22),\\(20,12),(21,00),(22,21),(02)\end{array}\right\}$
$[02,12]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,12),(01,00),(02,21),\\(10,11),(11,02),(12,20),\\(20,10),(21,01),(22,22),(02)\end{array}\right\}$
$[02,20]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,20),(01,11),(02,02),\\(10,22),(11,10),(12,01),\\(20,21),(21,21),(22,00),(02)\end{array}\right\}$
$[02,21]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,21),(01,12),(02,00),\\(10,20),(11,11),(12,02),\\(20,22),(21,10),(22,01),(02)\end{array}\right\}$

$[02,22]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,22),(01,10),(02,01),\\(10,21),(11,12),(12,00),\\(20,20),(21,11),(22,02),(02)\end{array}\right\}$
$[10,00]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,00),(01,01),(02,02),\\(10,10),(11,11),(12,12),\\(20,20),(21,21),(22,22),(10)\end{array}\right\}$
$[10,01]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,01),(01,02),(02,00),\\(10,11),(11,12),(12,10),\\(20,21),(21,22),(22,20),(10)\end{array}\right\}$
$[10,02]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,02),(01,00),(02,01),\\(10,12),(11,10),(12,11),\\(20,22),(21,20),(22,21),(10)\end{array}\right\}$
$[10,10]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,10),(01,11),(02,12),\\(10,20),(11,21),(12,22),\\(20,00),(21,01),(22,02),(10)\end{array}\right\}$
$[10,11]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,11),(01,12),(02,10),\\(10,21),(11,22),(12,20),\\(20,01),(21,02),(22,00),(10)\end{array}\right\}$
$[10,12]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,12),(01,10),(02,11),\\(10,22),(11,20),(12,21),\\(20,02),(21,00),(22,01),(10)\end{array}\right\}$
$[10,20]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,20),(01,21),(02,22),\\(10,00),(11,01),(12,02),\\(20,10),(21,11),(22,12),(10)\end{array}\right\}$
$[10,21]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,21),(01,22),(02,20),\\(10,01),(11,02),(12,00),\\(20,11),(21,12),(22,10),(10)\end{array}\right\}$

$[10, 22]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00, 22), (01, 20), (02, 21), \\ (10, 02), (11, 00), (12, 01), \\ (20, 12), (21, 10), (22, 11), (10) \end{array} \right\}$
$[11, 00]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00, 00), (01, 10), (02, 20), \\ (10, 11), (11, 21), (12, 01), \\ (20, 22), (21, 02), (22, 12), (11) \end{array} \right\}$
$[11, 01]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00, 01), (01, 11), (02, 21), \\ (10, 12), (11, 22), (12, 02), \\ (20, 20), (21, 00), (22, 10), (11) \end{array} \right\}$
$[11, 02]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00, 02), (01, 12), (02, 22), \\ (10, 10), (11, 20), (12, 00), \\ (20, 21), (21, 01), (22, 11), (11) \end{array} \right\}$
$[11, 10]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00, 10), (01, 20)\ (02, 00), \\ (10, 21), (11, 01), (12, 11), \\ (20, 02), (21, 12), (22, 22), (11) \end{array} \right\}$
$[11, 11]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00, 11), (01, 21), (02, 01), \\ (10, 22), (11, 02), (12, 12), \\ (20, 00), (21, 10), (22, 20), (11) \end{array} \right\}$
$[11, 12]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00, 12), (01, 22), (02, 02), \\ (10, 20), (10, 00), (12, 10), \\ (20, 01), (21, 11), (22, 21), (11) \end{array} \right\}$
$[11, 20]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00, 20), (01, 00), (02, 10), \\ (10, 01), (11, 11), (12, 21), \\ (20, 12), (21, 22), (22, 02), (11) \end{array} \right\}$
$[11, 21]$	$\left\{ \begin{array}{c} (001, 210, 21), (01, 01), (02, 11), \\ (10, 02), (11, 12), (12, 22), \\ (20, 10), (21, 20), (22, 00), (11) \end{array} \right\}$

$[11, 22]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,22)\,,(01,02)\,,(02,10)\,, \\ (10,00)\,,(11,10)\,,(12,20)\,, \\ (20,11)\,,(21,21)\,,(22,01)\,,(11) \end{array} \right\}$
$[12, 00]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,00)\,,(01,20)\,,(02,10)\,, \\ (10,12)\,,(11,02)\,,(12,22)\,, \\ (20,21)\,,(21,11)\,,(22,01)\,,(12) \end{array} \right\}$
$[12, 01]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,01)\,,(01,21)\,,(02,11)\,, \\ (10,10)\,,(11,00)\,,(12,20)\,, \\ (20,22)\,,(21,12)\,,(22,02)\,,(12) \end{array} \right\}$
$[12, 02]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,02)\,,(01,22)\,,(02,12)\,, \\ (10,11)\,,(11,01)\,,(12,21)\,, \\ (20,20)\,,(21,10)\,,(22,00)\,,(12) \end{array} \right\}$
$[12, 10]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,10)\,,(01,00)\,,(02,20)\,, \\ (10,22)\,,(11,12)\,,(12,02)\,, \\ (20,01)\,,(21,21)\,,(22,11)\,,(12) \end{array} \right\}$
$[12, 11]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,11)\,,(01,01)\,,(02,21)\,, \\ (10,20)\,,(11,10)\,,(12,00)\,, \\ (20,02)\,,(21,22)\,,(22,12)\,,(12) \end{array} \right\}$
$[12, 12]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,12)\,,(01,02)\,,(02,22)\,, \\ (10,21)\,,(11,11)\,,(12,01)\,, \\ (20,00)\,,(21,20)\,,(22,10)\,,(12) \end{array} \right\}$
$[12, 20]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,20)\,,(01,10)\,,(02,00)\,, \\ (10,02)\,,(11,22)\,,(12,12)\,, \\ (20,11)\,,(21,01)\,,(22,21)\,,(12) \end{array} \right\}$
$[12, 21]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,21)\,,(01,11)\,,(02,01)\,, \\ (10,00)\,,(11,20)\,,(12,10)\,, \\ (20,12)\,,(21,02)\,,(22,22)\,,(12) \end{array} \right\}$

$[12, 22]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,22), (01,12), (02,02), \\ (10,01), (11,21), (12,11), \\ (20,10), (21,00), (22,20), (12) \end{array} \right\}$
$[20, 00]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,00), (01,02), (02,01), \\ (10,20), (11,22), (12,21), \\ (20,10), (21,12), (22,11), (20) \end{array} \right\}$
$[20, 01]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,01), (01,00), (02,02), \\ (10,21), (11,20), (12,22), \\ (20,11), (21,10), (22,12), (20) \end{array} \right\}$
$[20, 02]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,02), (01,01), (02,00), \\ (10,22), (11,21), (12,20), \\ (20,12), (21,11), (22,10), (20) \end{array} \right\}$
$[20, 10]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,10), (01,12), (02,11), \\ (10,00), (11,02), (12,01), \\ (20,20), (21,22), (22,21), (20) \end{array} \right\}$
$[20, 11]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,11), (01,10), (02,12), \\ (10,01), (11,00), (12,02), \\ (20,21), (21,20), (22,22), (20) \end{array} \right\}$
$[20, 12]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,12), (01,11), (02,10), \\ (10,02), (11,01), (12,00), \\ (20,22), (21,21), (22,20), (20) \end{array} \right\}$
$[20, 20]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,20), (01,22), (02,21), \\ (10,10), (11,12), (12,11), \\ (20,00), (21,02), (22,01), (20) \end{array} \right\}$
$[20, 21]$	$\left\{ \begin{array}{c} (00,21), (01,20), (02,22), \\ (10,11), (11,10), (12,12), \\ (20,01), (21,00), (22,02), (20) \end{array} \right\}$

$[20, 22]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,22),(01,21),(02,20),\\(10,12),(11,11),(12,10),\\(20,02),(21,01),(22,00),(20)\end{array}\right\}$
$[21, 00]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,00),(01,22),(02,11),\\(10,21),(11,10),(12,02),\\(20,12),(21,01),(22,20),(21)\end{array}\right\}$
$[21, 01]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,01),(01,20),(02,12),\\(10,22),(11,11),(12,00),\\(20,10),(21,02),(22,21),(21)\end{array}\right\}$
$[21, 02]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,02),(01,21),(02,10),\\(10,20),(11,12),(12,01),\\(20,11),(21,00),(22,22),(21)\end{array}\right\}$
$[21, 10]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,10),(01,02),(02,21),\\(10,01),(11,20),(12,12),\\(20,22),(21,11),(22,00),(21)\end{array}\right\}$
$[21, 11]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,11),(01,00),(02,22),\\(10,02),(11,21),(12,10),\\(20,20),(21,12),(22,01),(21)\end{array}\right\}$
$[21, 12]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,12),(01,01),(02,20),\\(10,00),(11,22),(12,11),\\(20,21),(21,10),(22,02),(21)\end{array}\right\}$
$[21, 20]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,20),(01,12),(02,01),\\(10,11),(11,00),(12,22),\\(20,02),(21,21),(22,10),(21)\end{array}\right\}$
$[21, 21]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,21),(01,10),(02,02),\\(10,12),(11,01),(12,20),\\(20,00),(21,22),(22,11),(21)\end{array}\right\}$

$[21,22]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,22),(01,11),(02,00),\\(10,10),(11,02),(12,21),\\(20,01),(21,20),(22,12),(21)\end{array}\right\}$
$[22,00]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,00),(01,12),(02,21),\\(10,22),(11,01),(12,10),\\(20,11),(21,20),(22,02),(22)\end{array}\right\}$
$[22,01]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,01),(01,10),(02,22),\\(10,20),(11,02),(12,11),\\(20,12),(21,21),(22,00),(22)\end{array}\right\}$
$[22,02]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,02),(01,11),(02,20),\\(10,21),(11,00),(12,12),\\(20,10),(21,22),(22,01),(22)\end{array}\right\}$
$[22,10]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,10),(01,22),(02,01),\\(10,02),(11,11),(12,20)\\(20,21),(21,00),(22,10),(22)\end{array}\right\}$
$[22,11]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,11),(01,20),(02,02),\\(10,00),(11,12),(12,21),\\(20,22),(21,01),(22,10),(22)\end{array}\right\}$
$[22,12]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,12),(01,21),(02,00),\\(10,01),(11,10),(12,22),\\(20,20),(21,02),(22,11),(22)\end{array}\right\}$
$[22,20]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,20),(01,02),(02,11),\\(10,12),(11,21),(12,00),\\(20,01),(21,10),(22,22),(22)\end{array}\right\}$
$[22,21]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,21),(01,00),(02,12),\\(10,10),(11,22),(10,01),\\(20,02),(21,11),(22,20),(22)\end{array}\right\}$

$[22,22]$	$\left\{\begin{array}{c}(00,22),(01,01),(02,10),\\(10,11),(11,20),(12,02),\\(20,00),(21,12),(22,21),(22)\end{array}\right\}$
$[\infty]$	$\left\{\begin{array}{c}(00),(01),(02),(10),(11),(12)\\(20),(21),(22),(\infty)\end{array}\right\}$

$\mathcal{N}$ noktalar kümesi, $\mathcal{D}$ doğrular kümesi ve $\circ$ üzerinde bulunma bağıntısı iken $(\mathcal{N}, \mathcal{D}, \circ)$ sistemi bir projektif düzlemdir.(Güney 2005).

BÖLÜM 3

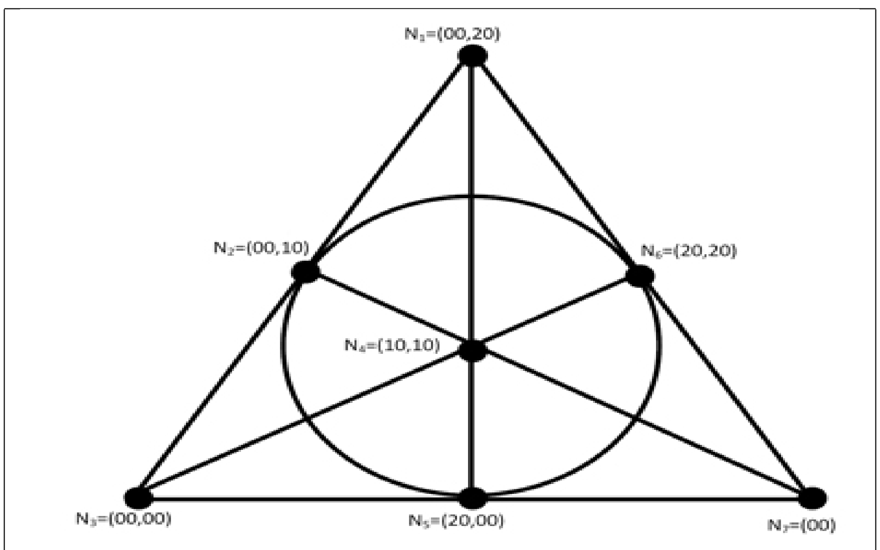
$\mathbb{P}_2\mathcal{S}$ NİN ALTDÜZLEMLERİNİN BLOK KÜMELERİ

Biz bu çalışmada Güney 2005 de verilen 9. mertebeden sol yarıcisim düzleminin 2. ve 3. mertebeden altdüzlemlerinin t-kesen blok kümelerini araştırıyoruz. Şimdi, t-kesen blok kümenin tanımını verelim.

Tanım 3. q düzlemin mertebesini göstermek üzere, $PG(2, q)$ daki her d doğrusu bir B noktalar kümesi ile enaz t noktada kesişiyorsa B ye t-kesen blok küme denir. Eğer t-kesen blok küme k elemanlı bir küme ise k noktalı bir t-kesen blok kümedir.

3.1. $\mathbb{P}_2S$ nin 2. Mertebeden Altdüzlemi ve Blok Kümeleri

$\mathbb{P}_2\mathcal{S}$ nin bir altdüzlemi olan Fano düzleminin nokta ve doğruları aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.1.1

Doğru	**Üzerindeki Noktalar**
$d_1 = [00]$	$\{(00, 00), (00, 10), (00, 20)\}$
$d_2 = [10, 00]$	$\{(00, 00), (10, 10), (20, 20)\}$

$d_3 = [00, 00]$	$\{(00, 00), (20, 00), (00)\}$
$d_4 = [00, 10]$	$\{(00, 10), (10, 10), (00)\}$
$d_5 = [00, 20]$	$\{(00, 20), (20, 20), (00)\}$
$d_6 = [20, 20]$	$\{(00, 20), (10, 10), (20, 00)\}$
$d_7 = [10, 10]$	$\{(00, 10), (20, 00), (20, 20)\}$

Önerme 3.1.1 $\mathbb{P}_2 S$ nin bir altdüzlemi olan Fano düzleminin 1-kesen , 2-kesen ve 3-kesen blok kümeleri vardır.

İspat: Fano düzleminde doğrudaş olan herhangi üç noktadan oluşan küme 1-kesen blok küme teşkil eder. Çünkü projektif düzlemin tanımı gereği Fano düzleminde her doğru üç nokta ihtiva eder ve aynı zamanda düzlemdeki her doğru diğer doğruları bir noktada keser. Ayrıca Fano düzleminde herhangi üçü doğrudaş olan üç nokta, dört nokta veya beş noktadan oluşan bir küme 1-kesen blok küme oluşturur.

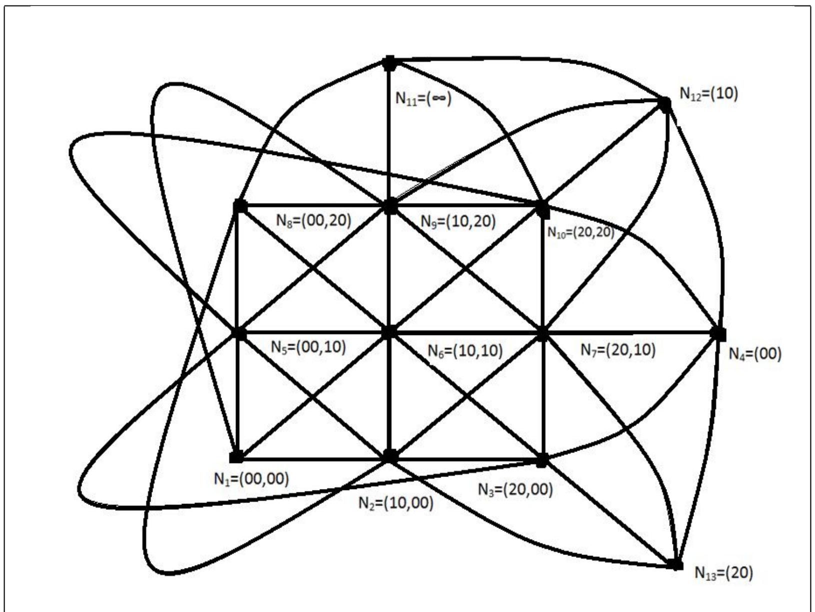
Diğer yandan Fano düzleminde herhangi altı nokta 2-kesen blok küme teşkil eder. Çünkü Fano düzleminde alınan herhangi altı noktayı Fano düzleminin her doğrusu enaz iki noktada keser.

Son olarak, fano düzleminin kendisi bir B kümesi olarak seçilirse, her doğru bu B kümesini tam olarak üç noktada keseceğinden Fano düzlemi 3-kesen blok küme belirtir

.

3.2. $\mathbb{P}_2\mathcal{S}$ nin 3. Mertebeden Altdüzlemi ve Blok Kümeleri

$\mathbb{P}_2S$ nin aşağıda verilen bir altdüzlemi olan $PG(2,3)$ ün nokta ve doğrularını ele alalım.



Şekil 3.2.1

Doğru	**Üzerindeki Noktalar**
$d_1=[00]$	$\{(00,00),(00,10),(00,20),(\infty)\}$
$d_2=[10]$	$\{(10,00),(10,10),(10,20),(\infty)\}$
$d_3=[20]$	$\{(20,00),(20,10),(20,20),(\infty)\}$
$d_4=[10,20]$	$\{(00,20),(10,00),(20,10),(10)\}$
$d_5=[10,00]$	$\{(00,00),(10,10),(20,20),(10)\}$
$d_6=[10,10]$	$\{(00,10),(10,20),(20,00),(10)\}$
$d_7=[00,20]$	$\{(00,20),(10,20),(20,20),(00)\}$
$d_8=[00,10]$	$\{(00,10),(10,10),(20,10),(00)\}$
$d_9=[00,00]$	$\{(00,00),(10,00),(20,00),(00)\}$

$d_{10} = [\infty]$	$\{(00), (10), (20), (\infty)\}$
$d_{11} = [20, 00]$	$\{(00, 00), (10, 20), (20, 10), (20)\}$
$d_{12} = [20, 20]$	$\{(00, 20), (10, 10), (20, 00), (20)\}$
$d_{13} = [20, 10]$	$\{(00, 10), (10, 00), (20, 20), (20)\}$

Önerme 3.2.1 $\mathbb{P}_2 S$ nin bir altdüzlemi olan $PG(2, 3)$ ün 4 noktalı 715 tane olan altkümesinden sadece 13 tanesi 1-kesen blok küme teşkil eder. Geri kalan 702 tane 4 noktalı altkümelerin hiçbiri blok küme belirtmez.

İspat: B kümesinin seçimine bağlı olarak blok küme olup olmadığını B'nin elemanlarının olası bütün seçimleri için Matlab program kodları kullanılarak incelenmiştir. Burada sadece iki durumdaki hesaplamaları sunmakla yetinilecektir.

1. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_4\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olan 1-kesen blok küme teşkil eder.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
$s(B \cap d_n)$	1	1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1

Çizelge 3.2.1

$KesenBlok\ Küme = 1$

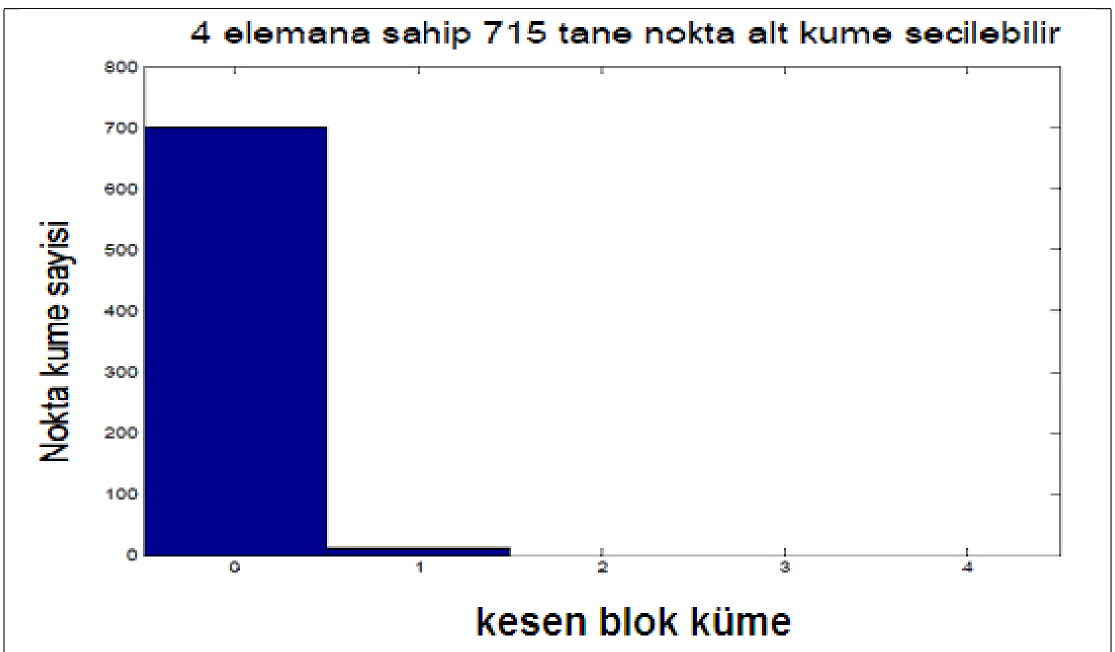
2. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_5\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olur ve B altkümesi hiçbir blok küme belirtmez.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
$s(B \cap d_n)$	2	1	1	2	1	1	0	1	3	0	1	1	2

Çizelge 3.2.2

$KesenBlok\ Küme\ = 0$

Ayrıca aşağıda 4 noktalı altkümelerin durumunu gösteren tablo incelenebilir.



Çizelge 3.2.3

Önerme 3.2.2 $\mathbb{P}_2 S$ nin bir altdüzlemi olan $PG(2,3)$ ün 5 noktalı 1287 tane olan altkümelerinden sadece 117 tanesi 1-kesen blok küme teşkil eder. Geri kalan 1170 tane 5 noktalı altkümelerin hiçbiri blok küme belirtmez. Aşağıda bu iki duruma matlab programından faydalanılarak birer örnek verilmiştir.

1. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olan 1-kesen blok küme teşkil eder.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
$s\,(B \cap d_n)$	2	1	1	2	1	1	1	2	4	1	1	1	2

Çizelge 3.2.4

$KesenBlok\ Küme\ = 1$

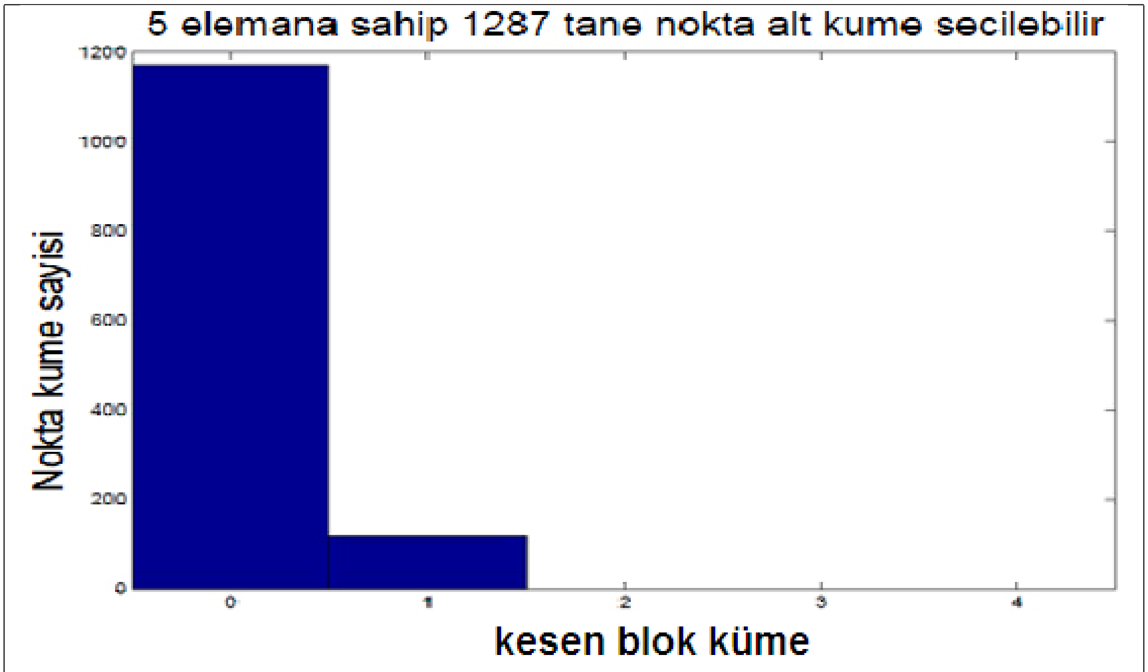
2. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_5, N_6\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olur ve B altkümesi hiçbir blok küme belirtmez.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
$s\,(B \cap d_n)$	2	2	1	2	2	1	0	2	3	0	1	2	2

Çizelge 3.2.5

$KesenBlok\ Küme\ = 0$

Ayrıca aşağıda 5 noktalı altkümelerin durumunu gösteren tablo incelenebilir.



Çizelge 3.2.6

Önerme 3.2.3 $\mathbb{P}_2 S$ nin bir altdüzlemi olan $PG(2,3)$ ün 6 noktalı 1716 tane olan altkümelerinden sadece 702 tanesi 1-kesen blok küme teşkil eder. Geri kalan 1014 tane 6 noktalı altkümelerin hiçbiri blok küme belirtmez. Aşağıda bu iki duruma matlab programından faydalanılarak birer örnek verilmiştir.

1. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olan 1-kesen blok küme teşkil eder.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
$s(B \cap d_n)$	2	2	1	2	2	1	1	3	4	1	1	2	2

Çizelge 3.2.7

$KesenBlok\ Küme\ = 1$

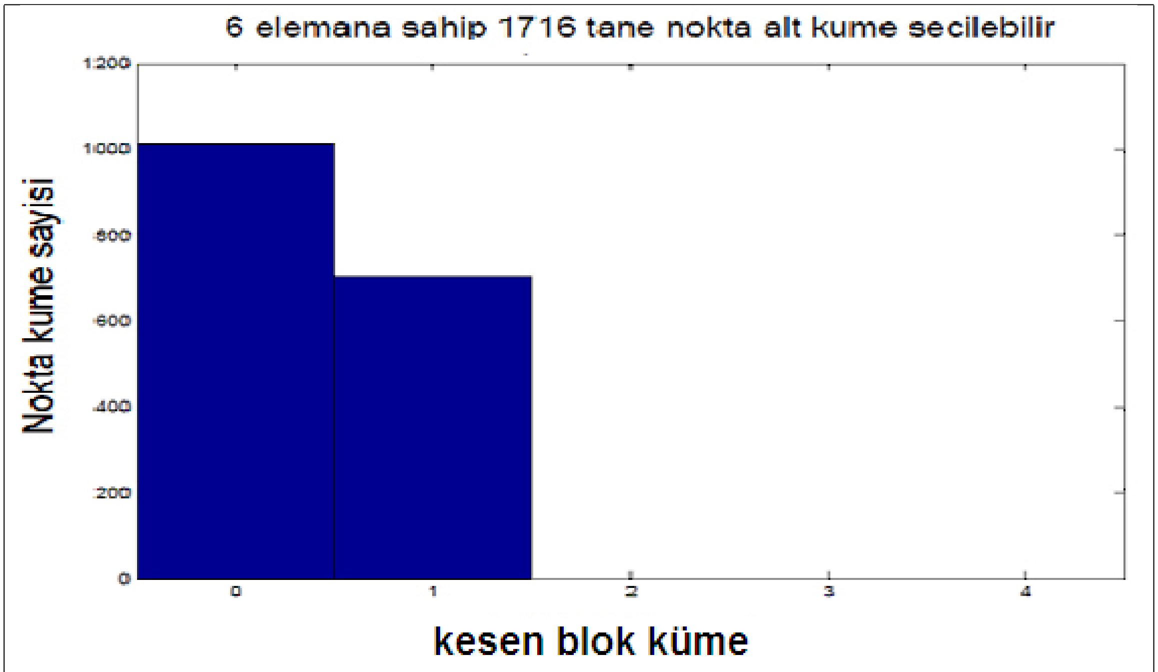
2. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_5, N_6, N_7\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olur ve B altkümesi hiçbir blok küme belirtmez.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
N_7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
$s(B \cap d_n)$	2	2	2	2	2	2	0	3	3	0	2	2	2

Çizelge 3.2.8

$KesenBlok\ Küme\ = 0$

Ayrıca aşağıda 6 noktalı altkümelerin durumunu gösteren tablo incelenebilir.



Çizelge 3.2.9

Önerme 3.2.4 $\mathbb{P}_2 S$ nin bir altdüzlemi olan $PG(2,3)$ ün 7 noktalı 1716 tane olan altkümelerinden 1248 tanesi 1-kesen blok küme teşkil eder. Geri kalan 468 tane 7 noktalı altkümelerin hiçbiri blok küme belirtmez. Aşağıda bu iki duruma matlab programından faydalanılarak birer örnek verilmiştir.

1. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olan 1-kesen blok küme teşkil eder.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
N_7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
$s(B \cap d_n)$	2	2	2	2	2	2	1	4	4	1	2	2	2

Çizelge 3.2.10

$KesenBlok\ K\ddot{u}me\ = 1$

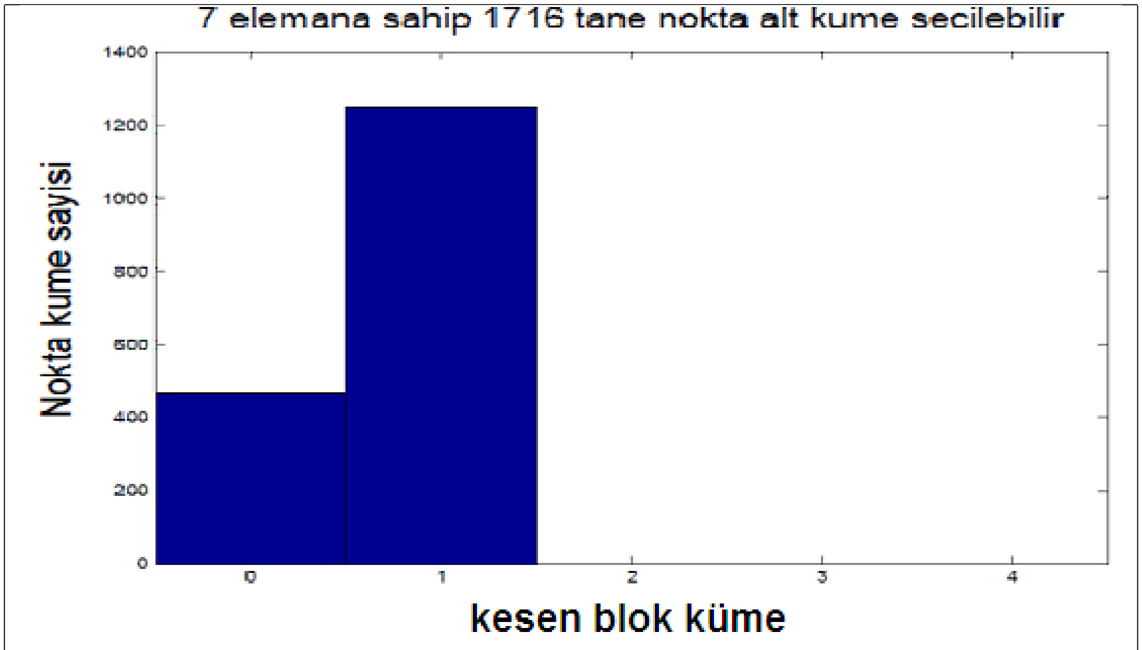
2. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_5, N_6, N_7, N_8\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olur ve B altkümesi hiçbir blok küme belirtmez.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
N_7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
N_8	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
$s(B \cap d_n)$	3	2	2	2	2	3	1	3	3	0	2	3	2

Çizelge 3.2.11

$KesenBlok\ K\ddot{u}me\ = 0$

Ayrıca aşağıda 7 noktalı altkümelerin durumunu gösteren tablo incelenebilir.



Çizelge 3.2.12

Önerme 3.2.5 $\mathbb{P}_2 S$ nin bir altdüzlemi olan $PG\,(2,3)$ ün 8 noktalı 1287 tane olan altkümelerinden 1170 tanesi 1-kesen blok küme teşkil eder. Geri kalan 117 tane 8 noktalı altkümelerin hiçbiri blok küme belirtmez. Aşağıda bu iki duruma matlab programından faydalanılarak birer örnek verilmiştir.

1. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_8\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olan 1-kesen blok küme teşkil eder.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
N_7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
N_8	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
$s(B \cap d_n)$	3	2	2	2	2	3	2	4	4	1	2	3	2

Çizelge 3.2.13

$KesenBlok\ Küme\ = 1$

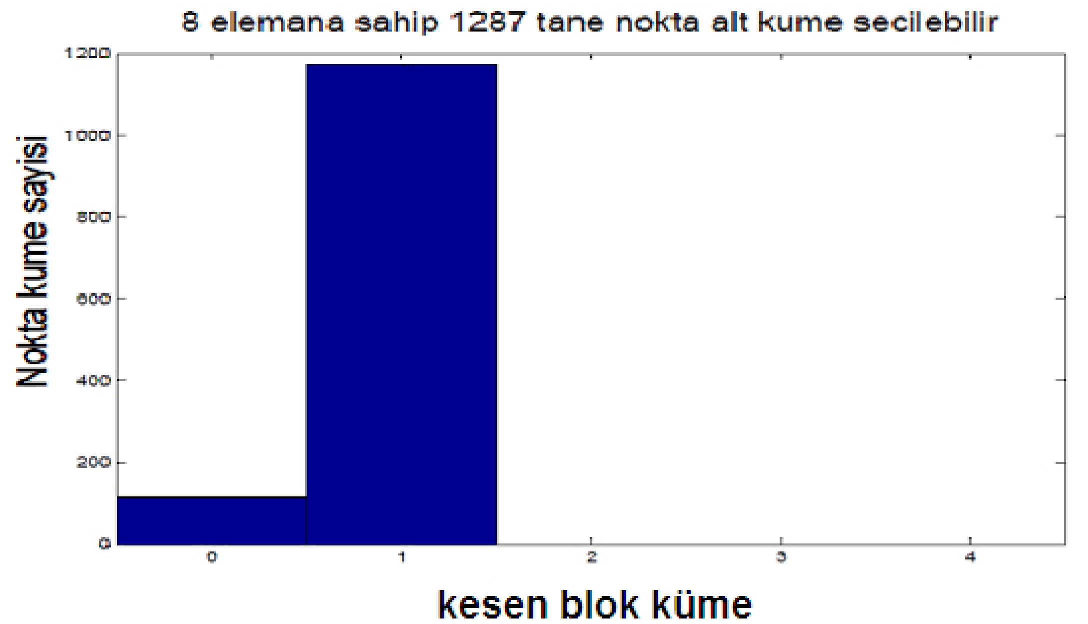
2. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_5, N_6, N_7, N_8, N_9\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olur ve B altkümesi hiçbir blok küme belirtmez.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
N_7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
N_8	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
N_9	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
$s(B \cap d_n)$	3	3	2	3	2	3	2	3	3	0	3	3	2

Çizelge 3.2.14

$KesenBlok\ K\ddot{u}me = 0$

Ayrıca aşağıda 8 noktalı altkümelerin durumunu gösteren tablo incelenebilir.



Çizelge 3.2.15

Önerme 3.2.6 $\mathbb{P}_2S$ nin bir altdüzlemi olan $PG(2,3)$ ün 9 noktalı 715 tane olan altkümelerinden 468 tanesi 1-kesen blok küme, 234 tanesi 2-kesen blok küme teşkil eder. Geri kalan 13 tane 9 noktalı altkümelerin hiçbiri blok küme belirtmez. Aşağıda bu üç duruma matlab programından faydalanılarak birer örnek verilmiştir.

1. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_8, N_9\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olan 1-kesen blok küme teşkil eder.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
N_7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
N_8	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
N_9	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
$s\left(B \cap d_n\right)$	3	3	2	3	2	3	3	4	4	1	3	3	2

Çizelge 3.2.16

$KesenBlok\ Küme\ = 1$

2. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_5, N_6, N_7, N_8, N_9, N_{10}\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olur ve B altkümesi hiçbir blok küme belirtmez.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
N_7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
N_8	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
N_9	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
N_{10}	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
$s(B \cap d_n)$	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	3	3	3

Çizelge 3.2.17

$Kesen\ Blok\ Küme\ = 0$

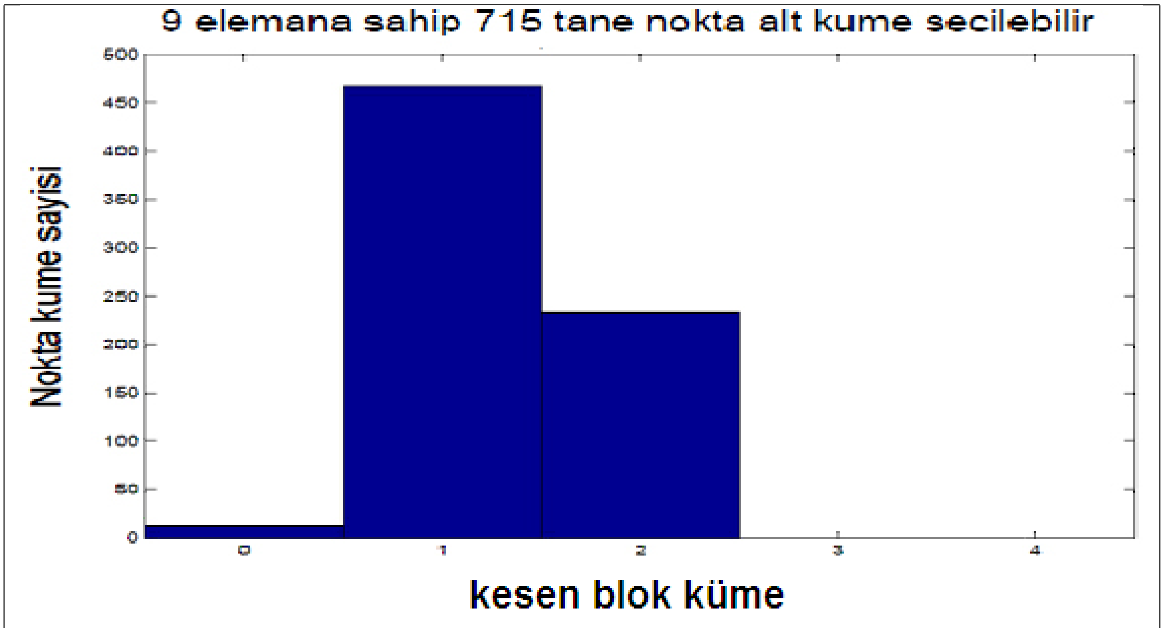
3. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_{10}, N_{12}\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olan 2-kesen blok küme teşkil eder.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
N_7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
N_{10}	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
N_{12}	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
$s(B \cap d_n)$	2	2	3	3	4	3	2	4	4	2	2	2	3

Çizelge 3.2.18

$KesenBlok\ Küme\ = 2$

Ayrıca aşağıda 9 noktalı altkümelerin durumunu gösteren tablo incelenebilir.



Çizelge 3.2.19

Önerme 3.2.7 $\mathbb{P}_2 S$ nin bir altdüzlemi olan $PG(2,3)$ ün 10 noktalı 286 tane olan altkümelerinden 52 tanesi 1-kesen blok küme teşkil eder. Geri kalan 234 tane 10 noktalı altkümeler ise 2-kesen blok küme teşkil eder. Aşağıda bu iki duruma matlab programından faydalanılarak birer örnek verilmiştir.

1. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_8, N_9, N_{10}\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olan 1-kesen blok küme teşkil eder.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
N_7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
N_8	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
N_9	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
N_{10}	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
$s\left(B \cap d_n\right)$	3	3	3	3	3	3	4	4	4	1	3	3	3

Çizelge 3.2.20

$KesenBlok\ Küme\ = 1$

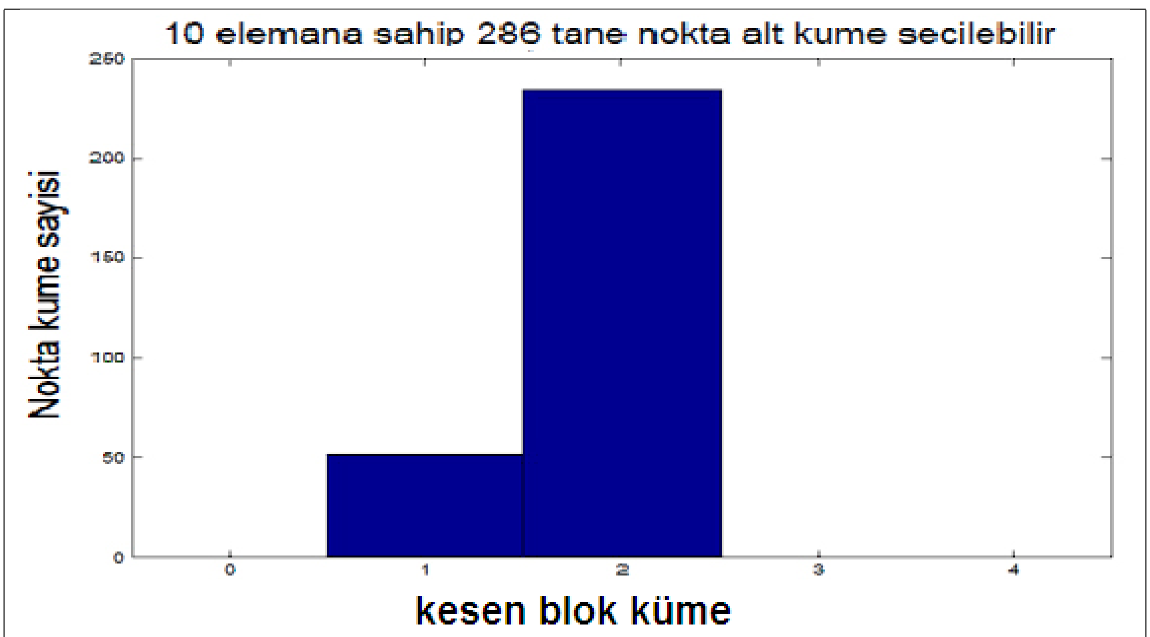
2. Durum: B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_9, N_{10}, N_{12}\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olan 2-kesen blok küme teşkil eder.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
N_7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
N_9	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
N_{10}	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
N_{12}	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
$s\left(B \cap d_n\right)$	2	3	3	4	4	3	3	4	4	2	3	2	3

Çizelge 3.2.21

$KesenBlok\ Küme\ = 2$

Ayrıca aşağıda 10 noktalı altkümelerin durumunu gösteren tablo incelenebilir.



Çizelge 3.2.22

Önerme 3.2.8 $\mathbb{P}_2S$ nin bir altdüzlemi olan $PG(2,3)$ ün 11 noktalı 78 tane olan altkümelerinin hepsi yani 78 taneside 2-kesen blok küme teşkil eder. Aşağıda bu duruma matlab programından faydalanılarak bir örnek verilmiştir.

B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_{8,}N_9, N_{10}, N_{11}\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olan 2-kesen blok küme teşkil eder.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
N_7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
N_8	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
N_9	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
N_{10}	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
N_{11}	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
$s(B \cap d_n)$	3	4	4	3	3	2	3	4	4	2	3	2	3

Çizelge 3.2.23

$KesenBlok\ Küme\ = 2$

Ayrıca aşağıda 11 noktalı altkümelerin durumunu gösteren tablo incelenebilir.

Çizelge 3.2.24

Önerme 3.2.9 $\mathbb{P}_2S$ nin bir altdüzlemi olan $PG\,(2,3)$ ün 12 noktalı 13 tane olan altkümelerinin hepsi yani 13 tanesi de 3-kesen blok küme teşkil eder. Aşağıda bu duruma matlab programından faydalanılarak bir örnek verilmiştir.

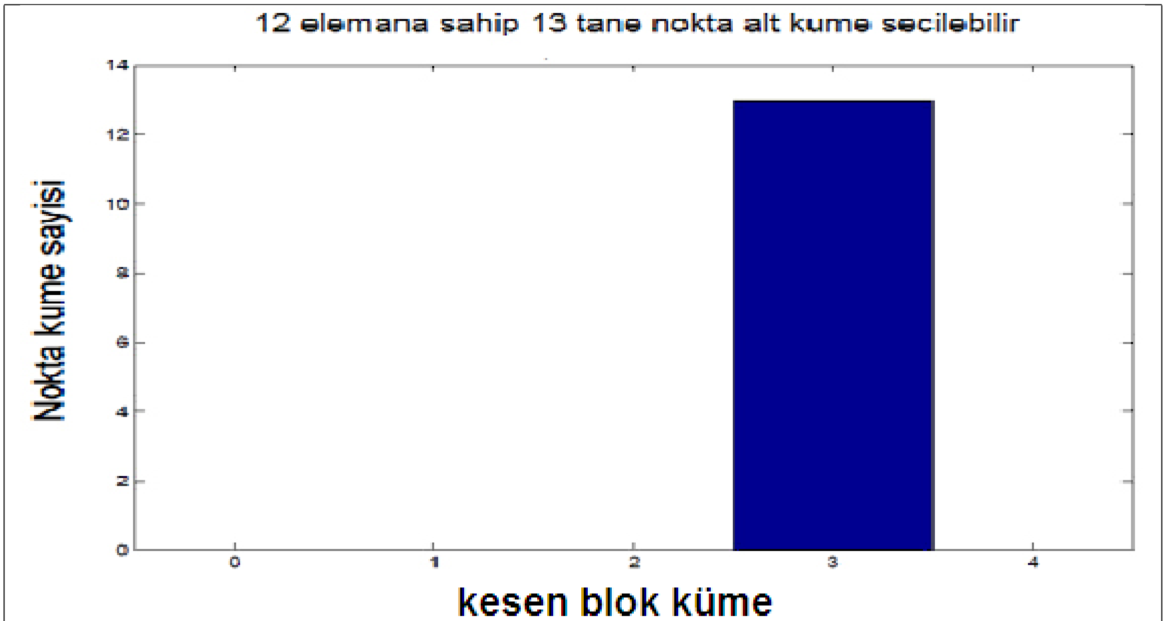
B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_{8,}N_9, N_{10}, N_{11}, N_{12}\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olan 3-kesen blok küme teşkil eder.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
N_7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
N_8	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
N_9	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
N_{10}	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
N_{11}	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
N_{12}	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
$s\left(B \cap d_n\right)$	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3

Çizelge 3.2.25

$KesenBlok\ K\ddot{u}me = 3$

Ayrıca aşağıda 12 noktalı altkümelerin durumunu gösteren tablo incelenebilir.



Çizelge 3.2.26

Önerme 3.2.10 $\mathbb{P}_2 S$ nin bir altdüzlemi olan $PG(2,3)$ ün 13 noktalı 1 tane altkümesi mevcuttur o da 4-kesen blok küme teşkil eder. Aşağıda bu duruma matlab programından faydalanılarak nokta-doğru kesişim diyagramı verilmiştir.

B altkümesi $B = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_{8,} N_9, N_{10}, N_{11}, N_{12}, N_{13}\}$ olarak seçilirse; nokta doğru diyagramı aşağıdaki gibi olan 4-kesen blok küme teşkil eder.

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}
N_1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
N_2	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
N_3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
N_4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
N_5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
N_6	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
N_7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
N_8	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
N_9	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
N_{10}	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
N_{11}	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
N_{12}	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
N_{13}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
$s\,(B \cap d_n)$	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

Çizelge 3.2.27

$KesenBlok\ Küme\ = 4$

EK:

3.Bölümde örneklerini verdiğimiz Matlab program kodları aşağıdaki gibidir.

1. Alınan Herhangi Bir Kümenin Kaç Kesen Blok Küme Olduğunu Gösteren Matlab Program Kodları:

Algoritma:

Girdi: $\mathcal{N}$, $n \leq 13$ elemanlı noktalar kümesi

$\mathcal{D}$ 13 elemanlı doğrular kümesi

Çıktı: Kesişim matris ve kesişim matrisi kolon sutunundaki eleman toplamının minimum sayısı

1)$A = (a_{ij})_{n \times 13}$ matris olsun

2) for $i \leftarrow 1$ to n

3) for $j \leftarrow$ 1 to 13

4) do if $N_i \cap d_j \neq \phi$ $a_{ij} = 1$

5) then $a_{ij} = 0$

6) print $A = (a_{ij})$

7) for $i \leftarrow 1$ to 13

8) for $j \leftarrow 1$ to 13

9) do if $c_i = \sum a_{ij}$

10) d=max$\{c_i\}$

11) print d

Kodlar:

```
clear all ;
noktalar_kumesi = {
[0 0], [0 0];... % N1
[1 0], [0 0];... % N2
[2 0], [0 0];... % N3
[4 4], [4 4];... % N4 (00)
[0 0], [1 0];... % N5
[1 0], [1 0];... % N6
```

```
[2 0], [1 0];... % N7
[0 0], [2 0];... % N8
[1 0], [2 0];... % N9
[2 0], [2 0];... % N10
[1 1], [1 1];... % N11 (inf)
[1 2], [1 2];... % N12 (10)
[1 3], [1 3];... % N13 (20)
}
d1 = {
noktalar_kumesi{1,1}, noktalar_kumesi{1,2};...
noktalar_kumesi{5,1}, noktalar_kumesi{5,2};...
noktalar_kumesi{8,1}, noktalar_kumesi{8,2};...
noktalar_kumesi{11,1}, noktalar_kumesi{11,2};...
};
d2 = {
noktalar_kumesi{2,1}, noktalar_kumesi{2,2};...
noktalar_kumesi{6,1}, noktalar_kumesi{6,2};...
noktalar_kumesi{9,1}, noktalar_kumesi{9,2};...
noktalar_kumesi{11,1}, noktalar_kumesi{11,2};...
};
d3 = {
noktalar_kumesi{3,1}, noktalar_kumesi{3,2};...
noktalar_kumesi{7,1}, noktalar_kumesi{7,2};...
noktalar_kumesi{10,1}, noktalar_kumesi{10,2};...
noktalar_kumesi{11,1}, noktalar_kumesi{11,2};...
};
d4 = {
noktalar_kumesi{3,1}, noktalar_kumesi{3,2};...
noktalar_kumesi{5,1}, noktalar_kumesi{5,2};...
noktalar_kumesi{9,1}, noktalar_kumesi{9,2};...
```

```
noktalar_kumesi{12,1}, noktalar_kumesi{12,2};...
};
d5 = {
noktalar_kumesi{1,1}, noktalar_kumesi{1,2};...
noktalar_kumesi{6,1}, noktalar_kumesi{6,2};...
noktalar_kumesi{10,1}, noktalar_kumesi{10,2};...
noktalar_kumesi{12,1}, noktalar_kumesi{12,2};...
};
d6 = {
noktalar_kumesi{8,1}, noktalar_kumesi{8,2};...
noktalar_kumesi{2,1}, noktalar_kumesi{2,2};...
noktalar_kumesi{7,1}, noktalar_kumesi{7,2};...
noktalar_kumesi{12,1}, noktalar_kumesi{12,2};...
};
d7 = {
noktalar_kumesi{8,1}, noktalar_kumesi{8,2};...
noktalar_kumesi{9,1}, noktalar_kumesi{9,2};...
noktalar_kumesi{10,1}, noktalar_kumesi{10,2};...
noktalar_kumesi{4,1}, noktalar_kumesi{4,2};...
};
d8 = {
noktalar_kumesi{5,1}, noktalar_kumesi{5,2};...
noktalar_kumesi{6,1}, noktalar_kumesi{6,2};...
noktalar_kumesi{7,1}, noktalar_kumesi{7,2};...
noktalar_kumesi{4,1}, noktalar_kumesi{4,2};...
};
d9 = {
noktalar_kumesi{1,1}, noktalar_kumesi{1,2};...
noktalar_kumesi{2,1}, noktalar_kumesi{2,2};...
noktalar_kumesi{3,1}, noktalar_kumesi{3,2};...
```

```
noktalar_kumesi{4,1}, noktalar_kumesi{4,2};...
};
d10 = {
noktalar_kumesi{11,1}, noktalar_kumesi{11,2};...
noktalar_kumesi{12,1}, noktalar_kumesi{12,2};...
noktalar_kumesi{4,1}, noktalar_kumesi{4,2};...
noktalar_kumesi{13,1}, noktalar_kumesi{13,2};...
};
d11 = {
noktalar_kumesi{1,1}, noktalar_kumesi{1,2};...
noktalar_kumesi{9,1}, noktalar_kumesi{9,2};...
noktalar_kumesi{7,1}, noktalar_kumesi{7,2};...
noktalar_kumesi{13,1}, noktalar_kumesi{13,2};...
};
d12 = {
noktalar_kumesi{8,1}, noktalar_kumesi{8,2};...
noktalar_kumesi{6,1}, noktalar_kumesi{6,2};...
noktalar_kumesi{3,1}, noktalar_kumesi{3,2};...
noktalar_kumesi{13,1}, noktalar_kumesi{13,2};...
};
d13 = {
noktalar_kumesi{10,1}, noktalar_kumesi{10,2};...
noktalar_kumesi{5,1}, noktalar_kumesi{5,2};...
noktalar_kumesi{2,1}, noktalar_kumesi{2,2};...
noktalar_kumesi{13,1}, noktalar_kumesi{13,2};...
};
dogrular_kumesi = { d1 d2 d3 d4 d5 d6 d7 d8 d9 d10 d11 d12 d13 };
secilen_noktalar = {
[0 0], [0 0];... % N1
[1 0], [0 0];... % N2
```

```
[2 0], [0 0];... % N3
[4 4], [4 4];... % N4 (00)
[0 0], [1 0];... % N5
[1 0], [1 0];... % N6
[2 0], [1 0];... % N7
[0 0], [2 0];... % N8
[1 0], [2 0];... % N9
[2 0], [2 0];... % N10
[1 1], [1 1];... % N11 (inf)
[1 2], [1 2];... % N12 (10)
[1 3], [1 3];... % N13 (20)
};
% secilen_noktalar = {
% [0 0], [0 0];... % N1
% [1 0], [0 0];... % N2
% [2 0], [0 0];... % N3
% [2 0], [1 0];... % N7
% [1 0], [1 0];... % N6
% };
% secilen_noktalar = {
% [0 0], [0 0];... % N1
% };
kesisim_matrix = zeros(size(secilen_noktalar,1),13);
for n=1:size(secilen_noktalar,1)
for d=1:13
su_anki_nokta = { secilen_noktalar{n,1}, secilen_noktalar{n,2}};
su_anki_dogru = dogrular_kumesi{1,d};
su_anki_dogru_n1 = { su_anki_dogru{1,1}, su_anki_dogru{1,2}}; kesisim_n1 = isequal(su_anki_nokta, su_anki_dogru_n1) ;
su_anki_dogru_n2 = { su_anki_dogru{2,1}, su_anki_dogru{2,2}}; kesisim_n2
```

```
= isequal(su_anki_nokta, su_anki_dogru_n2) ;
    su_anki_dogru_n3 = { su_anki_dogru{3,1}, su_anki_dogru{3,2}}; kesisim_n3
= isequal(su_anki_nokta, su_anki_dogru_n3) ;
    su_anki_dogru_n4 = { su_anki_dogru{4,1}, su_anki_dogru{4,2}}; kesisim_n4
= isequal(su_anki_nokta, su_anki_dogru_n4) ;
    kesisim_matrix(n,d) = kesisim_n1 + kesisim_n2 + kesisim_n3 + kesisim_n4
;
    end
    end
    kesisim_matrix
    ksesism_toplamlari = sum(kesisim_matrix)
    fold_blocking_set = min(sum(kesisim_matrix))
```

2. PG(2,3)'ün Bütün Blok Kümelerin Sayısını ve Grafiğini Veren Matlab Program Kodları:

Algoritma:

Girdi: $\mathcal{N}$, $n \leq 13$ elemanlı noktalar kümesi

$\mathcal{D}$ 13 elemanlı doğrular kümesi

Çıktı : $\mathcal{N}$ nin $n \leq 13$ olmak üzere n elemanlı altkümenin kaç tanesinin kaç kesen blok küme sayısı ve grafiği

1)n altkümenin eleman sayısı olsun

2) $s(n) = \begin{pmatrix} 13 \\ n \end{pmatrix}$

3)$\mathcal{N}\,' = \mathcal{N}$ nin n elemanlı altkümelerini altkümesi

4)Her $\mathcal{N}\,'$ için kesişim matrisi oluşturulacak

5)Oluşturulan martisin sütün elemanlarının toplamı kaç kesen blok küme olduğu bulunur.

6)Kaç kesen blok küme ise uygun sayı $+1$

7) Sayı ve grafik

Kodlar:

```
clear all ;
noktalar_kumesi = {
[0 0], [0 0];... % N1
[1 0], [0 0];... % N2
[2 0], [0 0];... % N3
[4 4], [4 4];... % N4 (00)
[0 0], [1 0];... % N5
[1 0], [1 0];... % N6
[2 0], [1 0];... % N7
[0 0], [2 0];... % N8
[1 0], [2 0];... % N9
[2 0], [2 0];... % N10
[1 1], [1 1];... % N11 (inf)
```

```
[1 2], [1 2];... % N12 (10)
[1 3], [1 3];... % N13 (20)
};
d1 = {
noktalar_kumesi{1,1}, noktalar_kumesi{1,2};...
noktalar_kumesi{5,1}, noktalar_kumesi{5,2};...
noktalar_kumesi{8,1}, noktalar_kumesi{8,2};...
noktalar_kumesi{11,1}, noktalar_kumesi{11,2};...
};
d2 = {
noktalar_kumesi{2,1}, noktalar_kumesi{2,2};...
noktalar_kumesi{6,1}, noktalar_kumesi{6,2};...
noktalar_kumesi{9,1}, noktalar_kumesi{9,2};...
noktalar_kumesi{11,1}, noktalar_kumesi{11,2};...
};
d3 = {
noktalar_kumesi{3,1}, noktalar_kumesi{3,2};...
noktalar_kumesi{7,1}, noktalar_kumesi{7,2};...
noktalar_kumesi{10,1}, noktalar_kumesi{10,2};...
noktalar_kumesi{11,1}, noktalar_kumesi{11,2};...
};
d4 = {
noktalar_kumesi{3,1}, noktalar_kumesi{3,2};...
noktalar_kumesi{5,1}, noktalar_kumesi{5,2};...
noktalar_kumesi{9,1}, noktalar_kumesi{9,2};...
noktalar_kumesi{12,1}, noktalar_kumesi{12,2};...
};
d5 = {
noktalar_kumesi{1,1}, noktalar_kumesi{1,2};...
noktalar_kumesi{6,1}, noktalar_kumesi{6,2};...
```

```
noktalar_kumesi{10,1}, noktalar_kumesi{10,2};...
noktalar_kumesi{12,1}, noktalar_kumesi{12,2};...
};
d6 = {
noktalar_kumesi{8,1}, noktalar_kumesi{8,2};...
noktalar_kumesi{2,1}, noktalar_kumesi{2,2};...
noktalar_kumesi{7,1}, noktalar_kumesi{7,2};...
noktalar_kumesi{12,1}, noktalar_kumesi{12,2};...
};
d7 = {
noktalar_kumesi{8,1}, noktalar_kumesi{8,2};...
noktalar_kumesi{9,1}, noktalar_kumesi{9,2};...
noktalar_kumesi{10,1}, noktalar_kumesi{10,2};...
noktalar_kumesi{4,1}, noktalar_kumesi{4,2};...
};
d8 = {
noktalar_kumesi{5,1}, noktalar_kumesi{5,2};...
noktalar_kumesi{6,1}, noktalar_kumesi{6,2};...
noktalar_kumesi{7,1}, noktalar_kumesi{7,2};...
noktalar_kumesi{4,1}, noktalar_kumesi{4,2};...
};
d9 = {
noktalar_kumesi{1,1}, noktalar_kumesi{1,2};...
noktalar_kumesi{2,1}, noktalar_kumesi{2,2};...
noktalar_kumesi{3,1}, noktalar_kumesi{3,2};...
noktalar_kumesi{4,1}, noktalar_kumesi{4,2};...
};
d10 = {
noktalar_kumesi{11,1}, noktalar_kumesi{11,2};...
noktalar_kumesi{12,1}, noktalar_kumesi{12,2};...
```

```
noktalar_kumesi{4,1}, noktalar_kumesi{4,2};...
noktalar_kumesi{13,1}, noktalar_kumesi{13,2};...
};
d11 = {
noktalar_kumesi{1,1}, noktalar_kumesi{1,2};...
noktalar_kumesi{9,1}, noktalar_kumesi{9,2};...
noktalar_kumesi{7,1}, noktalar_kumesi{7,2};...
noktalar_kumesi{13,1}, noktalar_kumesi{13,2};...
};
d12 = {
noktalar_kumesi{8,1}, noktalar_kumesi{8,2};...
noktalar_kumesi{6,1}, noktalar_kumesi{6,2};...
noktalar_kumesi{3,1}, noktalar_kumesi{3,2};...
noktalar_kumesi{13,1}, noktalar_kumesi{13,2};...
};
d13 = {
noktalar_kumesi{10,1}, noktalar_kumesi{10,2};...
noktalar_kumesi{5,1}, noktalar_kumesi{5,2};...
noktalar_kumesi{2,1}, noktalar_kumesi{2,2};...
noktalar_kumesi{13,1}, noktalar_kumesi{13,2};...
};
dogrular_kumesi = { d1 d2 d3 d4 d5 d6 d7 d8 d9 d10 d11 d12 d13 };
N1 = { [0 0], [0 0] }; % N1
N2 = { [1 0], [0 0] }; % N2
N3 = { [2 0], [0 0] }; % N3
N4 = { [4 4], [4 4] }; % N4 (00)
N5 = { [0 0], [1 0] }; % N5
N6 = { [1 0], [1 0] }; % N6
N7 = { [2 0], [1 0] }; % N7
N8 = { [0 0], [2 0] }; % N8
```

```
N9 = { [1 0], [2 0] }; % N9
N10 = { [2 0], [2 0] }; % N10
N11 = { [1 1], [1 1] }; % N11 (inf)
N12 = { [1 2], [1 2] }; % N12 (10)
N13 = { [1 3], [1 3] }; % N13 (20)
butun_noktalar_kumesi = { N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 N9 N10 N11 N12 N13 };
for n_altkume=1:13
noktalar_kombinasyonu = nchoosek(butun_noktalar_kumesi,n_altkume);
minimum_sayida_kesen_dogru_sayisi=[];
for k=1:size(noktalar_kombinasyonu,1)
for n=1:size(noktalar_kombinasyonu,2)
for d=1:13 % dogrular uzerinden loop
su_anki_nokta_cell = noktalar_kombinasyonu{k,n};
su_anki_nokta = { su_anki_nokta_cell{1,1}, su_anki_nokta_cell{1,2}};
su_anki_dogru = dogrular_kumesi{1,d};
su_anki_dogru_n1 = { su_anki_dogru{1,1}, su_anki_dogru{1,2}}; kesisim_n1 = isequal(su_anki_nokta, su_anki_dogru_n1) ;
su_anki_dogru_n2 = { su_anki_dogru{2,1}, su_anki_dogru{2,2}}; kesisim_n2 = isequal(su_anki_nokta, su_anki_dogru_n2) ;
su_anki_dogru_n3 = { su_anki_dogru{3,1}, su_anki_dogru{3,2}}; kesisim_n3 = isequal(su_anki_nokta, su_anki_dogru_n3) ;
su_anki_dogru_n4 = { su_anki_dogru{4,1}, su_anki_dogru{4,2}}; kesisim_n4 = isequal(su_anki_nokta, su_anki_dogru_n4) ;
kesisim_matrix(n,d) = kesisim_n1 + kesisim_n2 + kesisim_n3 + kesisim_n4 ;
end
end
%kesisim_matrix ;
minimum_sayida_kesen_dogru_sayisi(k,:)=min(sum(kesisim_matrix,1)) ;
```

```
end
figure;
x_axis = 0:1:4;
y_axis = minimum_sayida_kesen_dogru_sayisi;
hist(y_axis,x_axis) ; xlim([-0.5 4.5]);
%legend(num2str(size(minimum_sayida_kesen_dogru_sayisi,1)),1) ;
baslik_yazisi = [ num2str(n_altkume ) ' elemana sahip ' num2str(size(minimum_sayida_kesen_d
' tane nokta alt kume secilebilir' ] ;
title( baslik_yazisi ); xlabel('fold bloking set '); ylabel('Nokta kume sayisi');
pdf_ismi = [num2str(n_altkume) '.elemanli_noktalar_kumesi.pdf'];
print( '-r250','-dpdf',pdf_ismi)
end
```

SONUÇ

Bu çalışmada sol yarıcisim üzerine kurulan 9. mertebeden projektif düzlemin 2. ve 3. mertebeden altdüzlemlerinin tam olarak;

(a) 3805 tane 1-kesen blok küme kapsadığı,

(b) 553 tane 2- kesen blok küme kapsadığı,

(c) 14 tane 3- kesen blok küme kapsadığı ve

(d) 1 tane 4- kesen blok küme kapsadığı gösterildi.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Akça, Z.,Günaltılı, İ. ve Güney, Ö.,2006, On The Fano Subplanes of The Left Semifield Plane of Order 9, Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, Volume 35(1) 55-61.

Akpınar,A., 2005, On Some Projective Planes of Finite Order, G.U Journal of Science, Volume 18(2) 315-325

Güney,Ö.,2005, Sol Yarıcisim Üzerine 9. Mertebeden Projektif Düzlem ve Altdüzlemleri Üzerine, Yüksek Lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, 67p.

Hughes, D.R., Piper, F.C.,1973, projective Planes, Springer-Verlag ,New York Inc,196-201.

Kaya, R.,Projektif Geometri, Osmangazi Üniversitesi Yayınları, No:111,391p

Room,T.G.,Kirkpatrick, P.B., 1971, Miniquaternion Geometry, London, Cambridge University Press,177p.

Stevenson, F.W.,1972, Projective Planes, W.H. Freeman and Company, San Fransisco,416p.

Walls, J.L.,2006, Prescribed Automorphism Groups and Two Problems in Galois Geometries, Master of Science Thesis, Simon Franser University, 93p.

www.mathworks.com