

**ÖTELENMİŞ ÇOKLU GÖRÜNTÜLERİN
RESTORASYONU**

ÖZMEN AKBULUT
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRİK – ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

2006

MULTIFRAME IMAGE RESTORATION

ÖZMEN AKBULUT

M. Sc. Thesis

ELEKTRICAL – ELEKTRONICS ENGINEERING

DEPARTMENT

2006

ÖTELENMİŞ ÇOKLU GÖRÜNTÜLERİN RESTORASYONU

Özmen AKBULUT

**Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı
Telekomünikasyon Bilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır**

Danışman : Yrd. Doç. Dr. Erol SEKE

Ekim – 2006

Özmen AKBULUT'un YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı “ÖTELENMİŞ ÇOKLU GÖRÜNTÜLERİN RESTORASYONU” başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

...../...../.....

Üye : Yrd. Doç. Dr. Erol SEKE

Üye : Yrd. Doç. Dr. Nihat ADAR

Üye : Yrd. Doç. Dr. Selçuk CANBEK

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun gün ve
..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU

Enstitü Müdürü

ÖTELENMİŞ ÇOKLU GÖRÜNTÜLERİN RESTORASYONU

Özmen AKBULUT

ÖZET

Bu çalışmada bozunuma uğramış ve ötelenmiş çoklu görüntülerin restorasyonu üzerinde çalışılmıştır. Bu tip görüntülerin restorasyonu için bir Aykırı Değer Ayıklama (Outlier Rejection) metodu sunulmuştur.

Bu metotta amaç, elimizde bulunan bozunuma uğramış çoklu görüntülerden faydalanarak, bozunumu azaltılmış yada yok edilmiş daha iyi bir görüntü elde etmektir. Gürültü de bu bozunumlardan biridir ve görüntü onarımı çalışmalarında önemli bir yere sahiptir. Sunulan metotta görüntü onarımı yapılırken, orijinal görüntüyü oluşturacak pikseller, değerlerine ve ötelenme miktarlarına bağlı olarak ağırlıklandırılmış ve görüntü onarımına bulanacakları katkıları belirlenmiştir. Bu sayede gürültünün etkisi azaltılıp daha sağlıklı bir onarım gerçekleşmesi beklenmiştir. Bu amaçla, sunulan metot çeşitli görüntüler üzerinde çeşitli gürültü seviyelerinde denenmiş ve sonuçları gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler:

Görüntü İşleme

Görüntü Restorasyonu

Görüntü İyileştirme

MULTIFRAME IMAGE RESTORATION

Özmen AKBULUT

SUMMARY

In this work, the restoration of degraded and shifted multiframe images was the primary concern. For the restoration of such images, Outliner Rejection method was introduced.

The objective in this method is to obtain a better, less degraded or completely restored image, using multiframe degraded images. Noise is one of those degradations and is significant in image restoration. In the method introduced, during the restoration process, the pixels that constitute the scene will be weighted inversely proportional to their values and the amount of translation they have and their contribution to the restoration was determined. This way, the effect of the noise was reduced and an improved restoration was expected. For this purpose, the method introduced was applied on several images with different levels of noise, and the results were observed.

Keywords:

Image Processing

Image Restoration

Image Enhancement

TEŞEKKÜR

Bu tezin hazırlanması sırasında her türlü bilgi ve kaynaklarını bana açan ve yardımını esirgemeyen danışman hocam Yrd.Doç.Dr. Erol Seke'ye; çalışma sırasında bıkmadan destek veren ve değerli fikirlerini benimle paylaşan Ar. Gör. Dr. Kemal ÖZKAN'a , her aşamada yanımda olan arkadaşlarıma ve doğduğum günden bugüne her türlü desteğini eksik etmeyen çok sevdiğim aileme çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZET	iv
TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
TABLolar DİZİNİ.....	xi
BÖLÜM 1	1
GİRİŞ 1	
BÖLÜM 2	5
GÖRÜNTÜ ONARIMI.....	5
2.1 Temel Görüntü Modeli.....	5
2.2 Görüntü Oluşum Süreci ⁹⁻⁷	7
2.3 Görüntü Onarım Problemi.....	10
2.4 Bazı Görüntü Onarımı Yaklaşımları	15
2.4.1 Gerekirici Yaklaşımlar	15
2.4.2 Olasılıksal Yaklaşımlar	16
2.4.3 Özyinelemeli Yaklaşımlar.....	17
2.4.3 Yinelemeli Yaklaşımlar	18
2.5 Görüntü Onarımı Metotları	19
2.5.1 Enbüyük Olabilirlik Onarımı (ML Restoration)	19
2.5.2 MAP Onarımı.....	21
2.5.3 POCS – Dışbükey Kümelere İzdüşüm	22
2.5.4 EKK - En küçük Ortalama Kareler (LMS- Least Mean Squares)	23
2.5.5 Yinelemeli Geri İzdüşüm (IBP) Metodu.....	26

BÖLÜM 3	31
YİNELEMELİ GÖRÜNTÜ ONARIM ALGORİTMALARI	31
3.1 Giriş.....	31
3.2 Yinelemeli Algoritmalar	31
3.2.1 Sabit Nokta Problemleri (Fixed Point Problems) ¹³	34
3.2.1.1 Küçültme Gönderim Teoremi ¹³ (contraction mapping).....	34
3.2.1.2 Basit Eşleştirme (Nonexpensive Mapping).....	35
3.2.2 Baily Teoremi.....	37
3.3 Yakınsama Hızı.....	39
3.4 Kısıtlar.....	41
3.5 Kötü Konumlanmış Problemler ve Düzenleştirme (Ill-posed Problems and Regularization).....	42
3.5.1 Kötü Konumlandırılmış Problemler (ill-posed problems)	42
3.5.2 Düzenleştirme (Regularization).....	43
BÖLÜM 4	47
AYKIRI DEĞER AYIKLAMASI İLE GÖRÜNTÜ ONARIMI.....	47
4.1 Giriş.....	47
4.2 Aykırı Değer Ayıklama Metodu	48
BÖLÜM 5	55
UYGULAMA VE SONUÇLAR.....	55
Değerlendirme.....	75

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1. a) düşük çözünürlüklü resim (64x64), b) yüksek çözünürlüklü resim (256x256)....	2
Şekil 2. Genel bozunum modeli	3
Şekil 3. Görüntü oluşumu	8
Şekil 4. a) orijinal resim, b) bulanık resim.....	11
Şekil 5. a) orijinal resim, b) gürültülü resim	12
Şekil 6. Görüntü Onarım modeli.....	13
Şekil 7. Irani – Peleg Yüksek Çözünürlük Algoritmasının Blok Diyagramı	30
Şekil 8. Ötelemeyi içeren genel görüntüleme modeli	48
Şekil 9. Örnek görüntüler ve ızgaradaki yerleşim.....	50
Şekil 10. Kullanılan expansiyel ağırlıklandırma fonksiyonu.....	51
Şekil 11. Örnek görüntü değerleri ve ötelenme miktarları.....	52
Şekil 12. Orijinal sahnenin ilk değeri ve örnek görüntü değerleri arasındaki fark	54
Şekil 13. Uygulamada kullanılan orijinal resimler, a)Lena, b)Cameraman, c)Woman_blonde.tif.....	56
Şekil 14. Lena resmi, 43 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	59
Şekil 15. Lena resmi, 38 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	60
Şekil 16. Lena resmi, 34 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	61
Şekil 17. Lena resmi, 28 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	62
Şekil 18. Lena resmi, 23 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	63
Şekil 19. Lena resmi, 18 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	64
Şekil 20. Cameraman resmi, 41 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	66
Şekil 21. Cameraman resmi, 37 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	67
Şekil 22. Cameraman resmi, 31 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	68
Şekil 23. Cameraman resmi, 27 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	69
Şekil 24. Cameraman resmi, 23 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	70
Şekil 25. Cameraman resmi, 19 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	71
Şekil 26. Blonde Woman resmi, 41 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	73
Şekil 27. Blonde Woman resmi, 37 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	74

Şekil 28. Blonde Woman resmi, 33 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	75
Şekil 29. Blonde Woman resmi, 30 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	76
Şekil 30. Blonde Woman resmi, 26 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	77
Şekil 31. Blonde Woman resmi, 22 db gürültü varken elde edilen sonuçlar	78
Şekil 32. 50 db gürültü varken a)Pentagon ve b)Cameraman resimleri	81

TABLULAR DİZİNİ

<u>Tablo</u>	Sayfa
Tablo 1. Lena resmi için alınan PSNR değerleri.....	69
Tablo 2. Cameraman resmi için alınan PSNR değerleri.....	76
Tablo 3. BlondeWoman resmi için alınan PSNR değerleri.....	83

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Sayısal görüntü işleme son yıllarda önemi giderek artmakta ve buna paralel olarak gelişmekte olan araştırma alanıdır. Görüntü işleme uygulama alanlarından yer bilim ve hava fotoğraflarının yorumlanması her ne kadar çok öncelere dayansa da yoğun bilgisayar kullanımı, uydu görüntüleri, tıbbi görüntüleme, sivil ve askeri alanlara yönelik çalışmaların gelişmesi son 40 yıl içerisinde gerçekleşmiştir.

Görüntü işleme alanında kaydedilen ilerlemelerle birlikte tüketici pazarında da yüksek çözünürlüklü sayısal görüntü işleme araçlarına olan ilgi artmıştır. Sayısal görüntü araçlarından bahsedildiğinde ilk akla gelen uzun zamandır kullanılmakta olan Yükten Bağlımlı Aygıtlar dır (Charged Coupled Device, CCD). CCD sensörleri, üzerlerine düşen ışığı elektriksel yük haline dönüştüren birçok CMOS hücrelerinden oluşmaktadır. Daha sonra bu yükler özel sinyal işleme metotlarıyla sayısal veri haline dönüştürülmektedir. Bu verilerden de sayısal görüntü elde edilmektedir. Bahsi geçen fiziksel yapı göz önüne alındığında, şüphesiz sayısal görüntü elde etmekte kullanılan bu cihazların da, diğer herhangi bir alanda kullanılan herhangi bir cihaz gibi fiziksel sınırları vardır. Sözü edilen bu fiziksel sınırlardan dolayı elde edilen görüntü çözünürlüğü de bu sınırlar içerisinde kalmaktadır. [1]

Görüntünün çözünürlüğü sensörün fiziksel karakteristik özelliklerine, merceğe ve yoğunluğa ve detektör elementlerin tepkilerine bağlıdır. Sensör iyileştirilmesi, geliştirilmesi yada değiştirilmesi ile çözünürlük artırılması yapılabilsede her uygulama için söz konusu olmayabilir. [2] Şekil-1’de düşük çözünürlüklü ve yüksek çözünürlüklü resimlere örnek iki resim verilmiştir.



a)



b)

Şekil 1. a) düşük çözünürlüklü resim (64x64), b) yüksek çözünürlüklü resim (256x256)

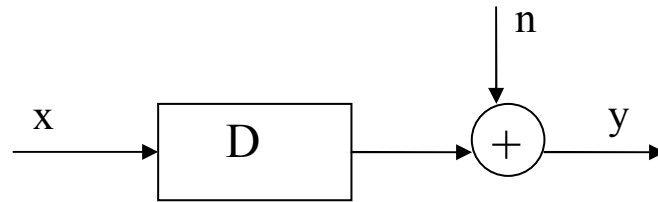
Bahsi geçen bu cihazlardan elde edilen görüntülerin daha yüksek çözünürlüklere ulaştırılması için yada başka bir ifadeyle daha yüksek çözünürlükte görüntüler elde etmek için, ya kullanılan cihazların fiziksel sınırları artırılacak ya da elde edilen görüntüler üzerinde çeşitli görüntü işleme teknikleri kullanılacaktır. Gelişen teknolojiyle birlikte sensörlerin kalitesi de artmaktadır. Günümüz teknolojisiyle ışığa daha duyarlı, transfer fonksiyonları daha düzgün ve doluluk katsayıları (fill-factor) daha yüksek sensörler üretilebilmektedir. [3]

Görüntü işleme teknikleri görüntüde var olan bilgilerin daha anlaşılır yada ihtiyaca daha uygun hale getirmesinin yanı sıra varolan bilgilere ekstra bilgi de eklemektedir. Birçok uygulama alanında, bilgisayar görüş algoritmasında, performans açısından görüntünün detay düzeyi çok önemlidir. Bilimsel alanda, NASA'nın gezegen bulma ve inceleme çalışmaları, askeri alanda hedef tanımlama, algılama ve özdeşleştirme sistemleri, sivil alanda ise tıbbi görüntüleme, trafik takip ve okuma sistemleri en yüksek kalitede veriye ihtiyaç duyan uygulamalara örnek verilebilir. Bu sistemlerde kullanılan görüntü algılayıcılarının fiziksel özelliklerinde iyileştirme yapılması imkansız yada çok zor olabilir. Örnek olarak NASA'da kullanılan konvansiyonel Hubble Uzay Teleskopunu ele alabiliriz. Çok büyük ve çok ağır olduğu için bu cihaz üzerinde fiziksel bir iyileştirme yapmak pratik

bir çözüm olmaz ve aynı zamanda bu işin maliyeti oldukça yüksektir. Görüldüğü üzere bunun gibi bazı sistemlerde kullanılan cihazlardan elde edilen görüntüler donanımsal veya finansal sınırlardan dolayı düşük çözünürlükte olabilir. Bu noktada sayısal görüntü işleme teknikleri hem finansal hem de ihtiyaç duyulan veri kalitesi açısından alternatif bir çözüm olabilir. [4]

Görüntü işleme teknolojisinde kaydedilen ilerlemelerle Yükten Bağlı Aygıtlarla (CCD) mega piksellerce görüntü elde edebilmesine rağmen daha yüksek çözünürlüklü görüntü elde etme isteği devam etmektedir. Dolayısıyla görüntü işleme bilimi ve teknikleri önemini korumaya devam edecektir.

Bu çalışmada görüntü onarımı konusu ele alınmış ve görüntü onarım teknikleri incelenmiştir. Genel bir giriş yapıldıktan sonra ikinci bölümde genel görüntü terminolojisi ve görüntü oluşum süreci hakkında bilgi verilip buradan görüntü onarım problemine geçilmiştir. Burada temel görüntü bozunum problemi tanımlanıp, $y = Dx + n$, model oluşturulmuştur. Temel görüntü bozunum modeli Şekil-2’de verilmiştir.



Şekil 2. Genel bozunum modeli

Temel bozunum modeli oluşturulduktan sonra bu model için görüntü onarımına genel yaklaşım biçimleri Gerekirci Yaklaşımlar, Olasılıksal Yaklaşımlar, Özyinelemeli Yaklaşımlar ve Yinelemeli Yaklaşımlar olarak dört ana grup altında toplanmış ve bu yaklaşımların temel özellikleri işlenmiştir. Görüntü onarım yaklaşımları ardından görüntü onarımında kullanılan öne çıkmış bazı metotlar ele alınmış ve bu metotların görüntü onarım problemine getirdikleri çözümler anlatılmıştır. İncelenen metotlar sırasıyla

Enbüyük Olabilirlik Onarımı (ML Restoration), MAP Onarımı, Dışbükey Kümeler İzdüşüm (POCS), EKK- En Küçük Ortalama Kareler (LMS) ve son olarak Yinelemeli Geri İzdüşüm Metodu (IBP) metotlarıdır.

Üçüncü bölümde ise Yinelemeli Görüntü Onarım Algoritmaları incelenmiştir. Bu bölümde yinelemeli algoritmaların matematiksel temelleri üzerinde durulmuş ve yinelemeli algoritmaların matematiksel modellenmesi yapılmıştır. $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \beta (\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{x}_k)$ temel yineleme algoritması çıkarılıp bu model üzerinde çalışılmıştır. Matematiksel modellemede kullanılan teoremler de yine bu bölüm içerisinde açıklanmıştır.

Görüntü onarım probleminde temel amaç eldeki bozunuma uğramış görüntüleri kullanarak orijinal görüntüye olabildiğince yakın yeni bir görüntü elde etmektir. Bu amaç doğrultusunda görüntü onarımı alanında uygulanan metotların başarı dereceleri ise kullanılacağı yere ve hizmet edeceği amaca göre görecelik göstermektedir.

Kimi durumlarda orijinal görüntüyle elde edilen görüntü arasındaki hata yeterli kriter olabilirken kimi durumlarda işlem zamanı da belirleyici bir faktör olarak karşımıza çıkmaktadır. Kullanılan matematiksel modeller ışığında oluşturulan yinelemeli görüntü onarım algoritmalarının sonuca yaklaşımları ve yaklaşım hızları da bu bölümde incelenmiştir. Üçüncü bölümün sonlarında ise matematiksel çözümleri kolaylaştıracak bazı yöntemlerden bahsedilmiştir.

Bu çalışmanın amacı olan aykırı değer ayıklama yoluyla görüntü onarımı ise dördüncü bölümde verilmiştir. Bu bölümde aykırı değer ayıklama metodunun temel işleyiş biçimi anlatılmış ve sunulan algoritmanın detayları verilmiştir.

Son bölümde çalışmada sunulan yöntem ve geliştirilen algoritmalar deneysel olarak test edilmiş ve karşılaştırmalı sonuçlar verilmiştir.

BÖLÜM 2

GÖRÜNTÜ ONARIMI

Kaydedilen görüntülerin hemen hemen hepsinde deformasyon vardır ve bu deformasyon birincil olarak görüntüleme sistemindeki eksikliklerden veya görüntü sisteminin kusurlarından meydana gelir. Bir görüntüdeki deformasyon görüntü sistemi ile obje arasındaki bağıl hareketten, lensin odaklama bozukluğundan veya görüntü alınan ortamın elverişsiz şartlarından kaynaklanabilir. Bu durum gürültünün eklenmesiyle daha da karmaşık hale gelir. Sonuç olarak elimizde deformasyona uğramış, gürültülü bir resim bulunur ve bir görüntü onarımı (image restoration) işleminden beklenen, kayıt edilen orijinal görüntüye (deformasyona uğramamış, gürültüsüz) en yakın görüntüyü elde etmektir. [6]

Birçok durumda, görüntüdeki deformasyon ve gürültüye ait net bilgi yoktur ve hatta bu bilgiler olsa bile yeniden görüntü elde etme çözümü çok zor bir problemdir. Şöyle ki, verilerdeki küçük değişimler (gürültüden dolayı) bile sonuç üzerinde büyük etkiler doğurabilir. Bu nedenle orijinal resmin ve gürültünün ön bilgileri yeniden görüntü elde etmede iç içe işlenir. [7]

2.1 Temel Görüntü Modeli

Görüntünün elde edilmesinden bahsederken Yükten Bağımlı Aygıtların üzerlerine düşen ışığı elektriksel yüklere dönüştürdüğünü ve bazı sinyal işleme teknikleri ile sayısal veriye dönüştürdüğünü ve daha sonra sayısal görüntünün elde edildiğini belirtmiştik. Burada sinyal genel anlamındaki gibi zamana bağlı genliği veya değeri kesintisiz fonksiyon olmaktan ziyade iki koordinata bağlı bir değer olarak karşımıza çıkmaktadır.

Görüntü temel olarak iki boyutlu ışık yoğunluk fonksiyonu, $f(x,y)$, (light intensity function) ile ifade edilir. Burada x ve y koordinat eksenlerini, f ise bu koordinatlardaki parlaklık veya grilik seviyelerini göstermektedir. Sayısal görüntü ise burada bahsedilen koordinatların ve parlaklık seviyesinin sayılaştırılması anlamına gelmektedir. Sayısal görüntüler genellikle bir matris şeklinde ifade edilmektedir ve bu matristeki satır ve sütun numaraları görüntünün koordinatlarını temsil etmektedir. Bu koordinattaki matris eleman değeri ise görüntünün o notadaki piksel değerini yada ışıklandırma seviyesini göstermektedir. Görüntüler üzerinde bilgisayar işlemleri yapabilmek için, görüntü fonksiyonunun mutlaka sayısala çevrilmesi gerekmektedir. Koordinatların sayısala çevrilmesine örnekleme, değerlerin sayısala çevrilmesine ise gri seviyeye kuantalama denilmektedir. Sayısal görüntü boyutları, bu işlemlerde sağladığı avantajlardan dolayı 2'nin katları olarak seçilmektedir. İyi bir görüntünün kalitesi örnekleme ve gri seviyesi miktarına bağlıdır. [8]

Görüntü, ifade edildiği gibi iki boyutlu bir ışık yoğunluk fonksiyonudur ve ışık sıfır ile sonsuz arasında sınırlı bir değer alan bir enerji formudur. Matematiksel ifadesiyle;

$$0 < f(x, y) < \infty \quad (2.1)$$

Görüntü insanlar tarafından objelerden yansıyan ışıklar olarak algılanır. Bu anlamda görüntü $f(x,y)$, iki bileşenle ifade edilebilir; ışık kaynağının şiddeti ve objenin yansımaya katsayısı. Bunlar aydınlanma (illumination) ve yansımaya (reflectance) olarak adlandırılır ve kısaca $i(x,y)$ ve $r(x,y)$ ile gösterilir. Bir noktadaki ışık yoğunluk fonksiyonu ise o noktadaki aydınlanma ve yansımaya katsayılarının çarpımıyla bulunur. O halde;

$$f(x, y) = i(x, y) * r(x, y) \quad (2.2)$$

Burada aydınlanma ve yansımaya katsayıları aşağıdaki aralıklarda tanımlanmalıdır;

$$0 < i(x) < \infty$$

$$0 < r(x) < 1$$

Monokrom bir görüntünün (x,y) noktasındaki ışık yoğunluğu ve o noktadaki gri seviyesi, L, ile ifade edilir. Minimum ve maksimum gri seviyesi sırasıyla şu formüllerle elde edilir; $L_{min}=i_{min}*r_{min}$ ve $L_{max}=i_{max}*r_{max}$. L_{min} ve L_{max} arasında değerlere ise gri seviyeleri, ölçekleri denir. Teoride gri seviye sınırları bu şekilde bulunsa da pratikte L_{min} sıfıra kaydırılır ve bu aralık [0, L] arasında olur. Burada sıfır siyah renge, L ise beyaz renge karşılık gelir. Aradaki değerler ise siyah ve beyaz arasındaki gri seviyelerini gösterir. [8]

2.2 Görüntü Oluşum Süreci⁹⁻⁷

Görüntü oluşum süreci üç boyutlu bir sahnenin iki boyuttaki eşlemesi olarak tanımlanabilir. Şekil-3'de bu süreç şematik olarak gösterilmiştir. Görüntüyü oluşturan sistem veya bu sistemin sonucunun kayıt edilme işlemi bu eşleştirme sürecinde bazı bozulmalara ve kötüleşmelere sebep olabilir.

Görüntü onarım problemini çözebilmek için görüntü oluşum, görüntü kayıt ve görüntü üretim süreçlerinin gerçek bir matematik modellemesine ihtiyaç vardır. Görüntü onarımının temel amacı her ne kadar tartışmalı olsa da; bozulmuş orijinal görüntünün onarımı ya da geri elde edinimi olarak ifade edilebilir. Görüntü onarımı, gözlenen resim, resim formasyon işlemi ve orijinal resme bağlı ön bilginin bir yansıması olan matematiksel modellerin ışığında formülize edilebilir ve ancak bu şekilde anlaşılabilir. Bu model bilgisi olmadan bozulmuş görüntü onarımının yapılması mümkün değildir. [9]



Şekil 3. Görüntü oluşumu

Yukarıda verilen genel bilgiler doğrultusunda, bir çok uygulamada görüntü oluşum süreç modelini bir bulandırma problemi yada bulandırma modeli olarak sınırlamak kabul edilebilir bir yaklaşımdır. Bu durumda bütün süreç 2 boyutlu Nokta Dağılım Fonksiyonu (PSF), $d(x, y; s, t)$, ile karakterize edilebilir. Elde edilen görüntü ise iki boyutlu bir integral olarak ifade edilebilir;

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d(x, y, s, t) f(s, t) ds dt \quad (2.3)$$

Burada orijinal görüntü $f(s,t)$ ve elde edilen görüntü $g(x,y)$ gerçek değerli yoğunluk değerlerini göstermektedir ve bu değerler pozitiftir. Sonuç olarak $d(x,y,s,t)$ 'de gerçek değerli ve pozitif olacaktır.

Maalesef bu model, görüntünün her bir koordinatında (s, t) farklı bir Nokta Dağılım Fonksiyonuna (PSF), $d(x, y, s, t)$ sahip olabilmesinden doğan karmaşıklıktan dolayı görüntü onarım sürecinde çok yararlı bir model değildir. Dahası görüntünün her bir koordinatında farklı bir Nokta Dağılım Fonksiyonu hesaplanması çok gerçekçi bir yaklaşım değildir. Bundan dolayı görüntüdeki bulanıklığın tüm görüntü boyunca olduğu düşünülürse, o zaman görüntü oluşum süreci Nokta Dağılım Fonksiyonunun tüm görüntü boyunca durağan uzamsal-değişimsiz (stationary spatial invariant) olduğu kabul edilebilir. O halde aşağıdaki eşitlik yazılabilir;

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d(x-s, y-t) f(s, t) ds dt \quad (2.4)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d(s, t) f(x-s, y-t) ds dt$$

$$= d(x, y) * f(x, y) \quad (2.5)$$

Burada * işareti 2 boyutlu evrişimi (convolution) ifade etmektedir.

Sayısal ortamda görüntü onarımını yapabilmek için, yukarıda verilen integral denkleminin kesikli eşdeğer ifadesi gerekmektedir, bu ifade aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$g(i, j) = d(i, j) * f(i, j) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} d(m, n) f(i-m, j-n) \quad (2.6)$$

Burada kısaca, görüntü oluşum sürecinin doğrusal uzamsal-değişimsiz (spatially invariant) bir ilişki ile tanımlanabileceğini ve gürültünün bu ilişkiye ek olarak geldiğini kabul ediyoruz. O halde gözlemlenen (başka bir deyişle elde olan) görüntü veya kayıt edilen görüntü aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$g(i, j) = d(i, j) * f(i, j) + w(i, j) \quad (2.7)$$

Denklemden yer alan $d(i, j)$ görüntü oluşum sisteminin Nokta Dağılım Fonksiyonunu, $f(i, j)$ orijinal sahnenin hatasız kayıt edilmesi ile elde edilen ideal görüntüyü ve $w(i, j)$ ise görüntüdeki gürültüyü ifade etmektedir. Bu matematiksel modelleme göz önüne alındığında görüntü onarımının amacı, elde $g(i, j)$ 'ler varken, $d(i, j)$ biliniyorken ve $f(i, j)$ ve $w(i, j)$ hakkında elimizde bazı istatistiksel bilgiler varken orijinal görüntü $f(i, j)$ 'ye en yakın tahmini $\hat{f}(i, j)$ 'nin hesaplanmasıdır.

Hesaplama karmaşasını aza indirmek için Denklem-(2.7) yerine bunun frekans alanı dengi kullanılır.

$$G(u, v) = D(u, v)F(u, v) + W(u, v) \quad (2.8)$$

Burada büyük harfler Fourier alanını ve u , v ise kesikli dikey ve yatay frekans değişkenlerini göstermektedir.

Benzer şekilde yukarıdaki matematiksel modellemeye bakarak orijinal görüntüye x , eldeki görüntüye y , Nokta Dağılım Fonksiyonuna D ve gürültüye n dersek. Denklem-(2.7) şu şekilde tekrar yazılabilir;

$$y(i, j) = d(i, j) * x(i, j) + n(i, j)$$

Görüntü bozunum modeli matris biçiminde ise şu şekilde tanımlanabilir;

$$\hat{y} = y + n = Dx + n \quad (2.9)$$

burada \hat{y} , y , x ve n vektörleri sırasıyla sözlük sıralı (lexicographically ordered) gürültülü ve bulanık görüntüye, bulanık görüntüye, orjinal görüntüye ve gürültüye karşılık gelmektedir.

Örnek olarak $N \times N$ 'lik görüntüler için $x(i,j)$ ve $y(i,j)$, ki burada $1 \leq i \leq N$ dir, x ve y vektörleri aşağıdaki biçimde oluşturulur;

$$x = [x(1,1) \ x(1,2) \ \dots \ x(1,N) \ x(2,1) \ x(2,2) \ \dots \ x(2,N) \ \dots \ x(N,1) \ x(N,2) \ \dots \ x(N,N)]^T$$

$$y = [y(1,1) \ y(1,2) \ \dots \ y(1,N) \ y(2,1) \ y(2,2) \ \dots \ y(2,N) \ \dots \ y(N,1) \ y(N,2) \ \dots \ y(N,N)]^T$$

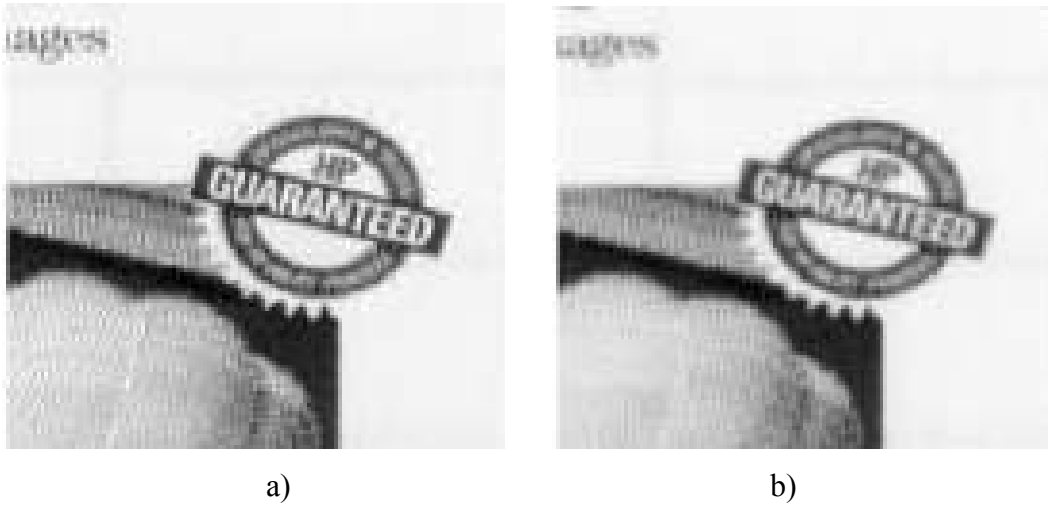
Burada $[.]^T$, $[.]$ matrisinin devriğini ifade etmektedir. Matris formundaki ifade de geçen D ise doğrusal, uzamsal-değişimsiz veya değişimli bozunumu ifade eder ve Nokta Dağılım Fonksiyonun (PSF) özelliğine göre özel bir biçim alabilir. Örneğin eğer PSF ayrılabilir bir fonksiyon ise, uzamsal değişimliliğine bakılmaksızın doğrusal hareket ve odaklanamama durumundaki gibi Toeplitz veya non-Toeplitz iki matrisin Kronecker çarpımı şeklinde gösterilebilir. [7][9][20]

2.3 Görüntü Onarım Problemi

Görüntü işleme alanında en çok üzerinde durulan problemlerden birisi de bir resmin bozulmaya uğramış versiyonundan orijinal resmin kendisini elde etme problemidir. Bu nedenle sayısal görüntü işleme çalışmalarının büyük bir kısmı görüntü onarımı üzerine olmuştur. Bu çalışmalar algoritma geliştirme araştırmaları ve sonuç odaklı görüntü işleme süreçlerini içermektedir. Sayısal görüntü işleme alanında kaydedilen önemli gelişmelerin çoğu bu alanda gerçekleştirilmiştir. [10]

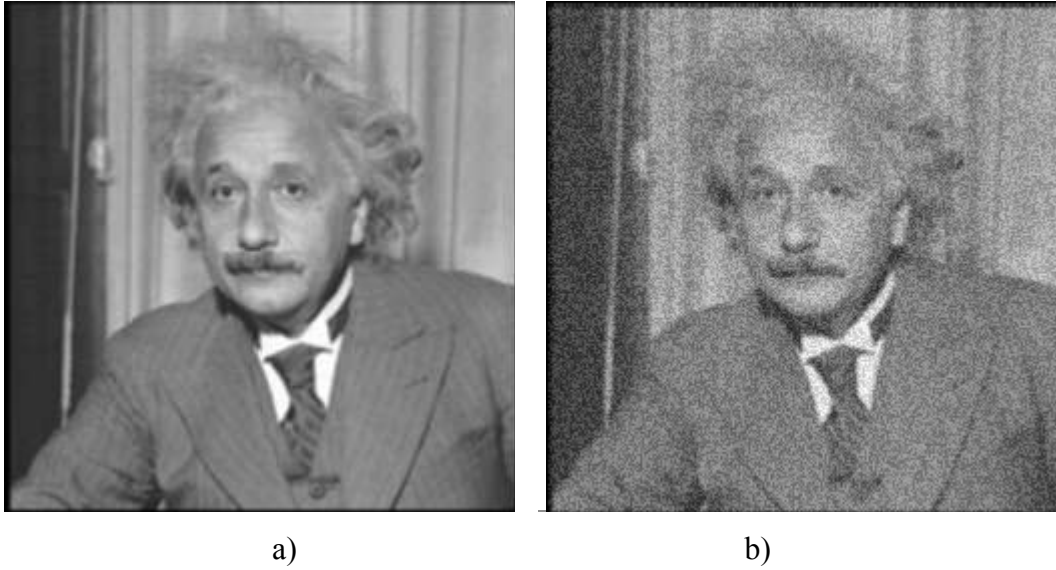
Görüntüler temelde bazı yararlı ya da istenilen bilgilerin saklanması için üretilirler. Elektronik yada fotoğrafik ortamların kusurlarından dolayı kaydedilen görüntü orijinal sahnenin bozunuma uğramış bir versiyonu olur. Bozulmaların birçok sebebi ve birçok biçimi olabilir ama bu bozulmalardan iki tanesi daha baskın halde karşımıza çıkmaktadır, *bulandırma* ve *gürültü*.

Bulandırma görüntü oluşum sürecinin kusurlarından dolayı görüntünün bant genişliği düşümü olarak tanımlanabilir. Kamera ve obje arasındaki bağıl hareketten veya optik sistemin odak probleminden dolayı oluşabilir. Farklı ortamlarda farklı sebepler bulandırmaya sebep olabilir. Örneğin havayla ilgili görüntülerde atmosferik türbülans, optik sistemdeki kaymalar yada optik sistemle yeryüzü arasındaki bağıl hareketten kaynaklanabilir. Şekil-4’de bir resim ve onun bulandırılmış hali verilmiştir.



Şekil 4. a) orijinal resim, b) bulanık resim

Bahsedilen bulandırma etkilerine ek olarak kayıt edilen resim *gürültüden* dolayı biraz daha bozulmaya uğrar. Bu ise aktarım ortamından (örneğin gürültülü bir kanal), kayıt ortamından, kayıt sisteminin kısıtlarından dolayı ortaya çıkan ölçüm hatalarından yada bilginin sayısal kayıt için nicelendirilmesi işleminden kaynaklanabilir. Şekil-4'de gürültülü resim örneği yer almaktadır.



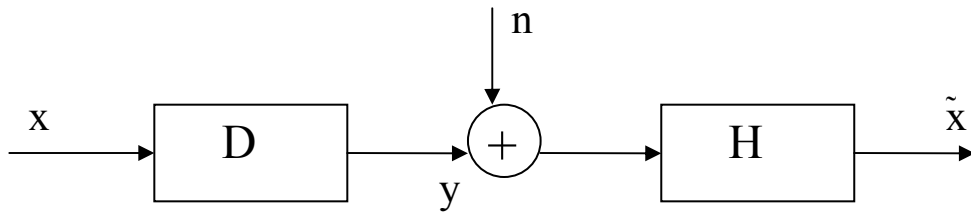
Şekil 5. a) orijinal resim, b) gürültülü resim

Görüntü onarımının, ki bazen görüntü netleştirme olarak da anılır, temel çalışma alanı bozunuma uğramış gürültülü bir görüntüden daha net bir görüntü elde etme olarak tanımlanmıştır. Görüntü onarımı bir çok uygulamada, herhangi bir görüntü işleme algoritmasında veya gerçek bir uygulamada yaygın olarak kullanılmaktadır. Görüntü onarımında karşılaşılan diğer bir problem ise herhangi bir değerlendirme kriterinin olmamasıdır. Görüntü onarımında insan görüş sistemine yada işlem gereksinimlerine karşılık gelen bir değerlendirme yada performans kriteri olsaydı ideal bir onarıma büyük katkısı olabilirdi. Maalesef böyle bir kriter yok, olsa bile görüntü işleme sürecinde uygulanması çok zor olurdu. Bundan dolayı onarılan görüntü genellikle ya bir insan

tarafından değerlendirilir, ki bu subjektif bir değerlendirmedir, yada sinyal-gürültü oranı (SNR) iyileştirmesi ölçümüyle değerlendirilir. [9]

Kötüleşme modelinin ifade edildiği Denklem-(2.9)'u inceleyecek olursak, gürültülü bozuk bir görüntünün, görüntüye bir bozunum sistemi sonrasında gürültü eklenmesiyle oluştuğunu görürüz. Amacımız elimizde böyle bir görüntü olduğu zaman, bu görüntüyü kullanarak orijinal görüntüye olabildiğince yakın bir görüntü elde etmeye çalışmaktır. Bahsettiğimiz şekilde bir inceleme ve görüntü onarım sistemi aşağıdaki gibi modellenebilir;

$$\hat{y} = y + n = Dx + n \quad (2.9)$$



Şekil 6. Görüntü Onarım modeli

Buradaki temel düşünce bozunum sistemini tersine çevirerek (görüntüye bozunum sürecinde yapılan işlemlerin tam tersi işlemleri uygulayarak) çıkış görüntüsünde orijinal görüntüye olabildiğince yaklaşmaktır. Günümüzde bu modele dayalı daha net görüntü elde etme çalışmalarında kullanılan bir çok yaklaşım vardır. Bu yaklaşımları aşağıdaki gibi gruplandırabiliriz;

1. Gerekirci (Deterministic) – Olasılıksal (Stochastic)
2. Özyinelemeli (Recursive) – Özyinelemesiz (nonrecursive) – Yinelemeli (iterative)
3. Doğrusal (Linear) - Doğrusal olmayan (Nonlinear)
4. Uzamsal Etki Alanı (Spatial domain) – Frekans Etki Alanı (Frequency domain)
5. Uyarlanabilen (Adaptive) – Uyarlanamayan (Nonadaptive)

Bu başlıklar çok geniş konuları içermektedir ve burada hepsinden detaylı olarak bahsetmek zor olacağı için sadece bazılarında bahsedilecektir. Birinci kategori bazı durumlarda diğer kategorileri de içinde barındırabilir. Şöyle ki, bir gerekirci (deterministic) yaklaşım özyinelemeli (recursive) olabilir, doğrusal (linear) olabilir, frekans etki alanında ve uyarlanamaz (nonadaptive) olabilir .

Gerekirci yöntemlerde orijinal görüntü gerekirci bir değer gibi ele alınır ve gürültünün olmadığı varsayılır. Olasılıksal (stochastic) yöntemlerde ise gürültüye ve sisteme olasılıksal birer işleyiş gibi bakılır. Karma yöntemlerde ise gürültünün sınırı ve normu gibi bilgiler kullanılmaktadır. [7]

2.4 Bazı Görüntü Onarımı Yaklaşımları

2.4.1 Gerekirci Yaklaşımlar

Genellikle gerekirci yöntemlerde gürültünün sıfır olduğu kabul edilir. Gürültüyü sıfır kabul edip (2.9) eşitliğini tekrar düzenlersek;

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad \text{ve } \mathbf{n} = \mathbf{0} \text{ olduğu için;}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{x} \quad (2.10)$$

olur, eğer bu eşitliği frekans alanında yazarsak;

$$\mathbf{Y}(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2) = \mathbf{D}(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2) \mathbf{X}(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2) \quad (2.11)$$

Uzamsal alandaki evrişim (convolution) işleminin, frekans alanında çarpıma eşit olması bu noktada ters filtreleme yaklaşımını mümkün hale getiriyor. Eğer görüntüde gürültü olmadığı varsayılırsa, görüntü onarımı şu şekilde tanımlanır,

$$\mathbf{H}(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2) = 1/\mathbf{D}(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2) \quad (2.12)$$

Öte yandan bu yaklaşım, eğer görüntüde gürültü olsaydı, gürültüyü daha da çoğaltıp, daha etkili hale getirecektir. Matris notasyonu ile, $\mathbf{H} = \mathbf{D}^{-1}$ elde edilebilir görünse de, \mathbf{D}^{-1} 'i elde etmek oldukça zordur (\mathbf{D} , ill-contioned). \mathbf{D} eğer tekil bir matris ise, o zaman \mathbf{D}^{-1} yoktur. Gerekirci yaklaşımlardan biri olan minimum kareler yaklaşımında, gürültü yok sayılır, orijinale olan yaklaşımdaki hata minimize edilmeye çalışılır. Böylelikle orijinal görüntüye en yakın görüntü elde edilir.

Gerekirci yaklaşımın avantajı, gürültü hakkında bilgiye ihtiyaç duymaması yada çok az duymasıdır. Dezavantajı ise çok büyük veri depolama gerektirmesidir. [7]

2.4.2 Olasılıksal Yaklaşımlar

Olasılıksal yaklaşımda hem sinyal hem de gürültü birer olasılıksal işleyiş olarak ele alınır. Burada gürültü bilgileri sadece bazı kabullerden ibarettir. Gürültü durağan ve rasgele ise orijinal görüntüye en yakın görüntü elde edilirken minimum ortalama hata kriteri kullanılır. Orijinal görüntü ile, elde edilen görüntü arasındaki hata ise şu şekilde tanımlanır;

$$\epsilon = \hat{x} - x \quad (2.13)$$

Bu kriter gere, elde edilen görüntünün toplam hatası minimum olmalıdır, bu yüzden aşağıdaki fonksiyon minimize edilir.

$$\min E \{ \|\hat{x} - x\|^2 \} \quad (2.14)$$

Burada $E \{ \cdot \}$ işlemi matematiksel beklentileri (mathematical expectation) göstermektedir.

Ters (inverse) filtrelemede gürültüden bağımsız olarak çok iyi bir çözünürlük amaçlanmaktadır. Eğer \mathbf{x} ve \mathbf{n} birinci ve ikinci derece momentleri bilinen, rasgele ve durağan ise, Denklem-(2.14)'deki ifadenin enküçültülmesi (minimization) Wiener filtresini verir ve bu durumda optimum Wiener filtresi şu şekilde tanımlanır;

$$\hat{x} = \mathbf{R}_{xx} \mathbf{D}^T (\mathbf{D} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{D}^T + \mathbf{R}_{nn})^{-1} \mathbf{y} \quad (2.15)$$

o halde filtre ,

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_{xx} \mathbf{D}^T (\mathbf{D} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{D}^T + \mathbf{R}_{nn})^{-1} \quad (2.16)$$

Burada \mathbf{R}_{xx} ve \mathbf{R}_{nn} sırasıyla sinyal ve gürültünün oto bağıntı (auto correlation) matrisleridir. Eğer Denklem-(2.16)'daki \mathbf{D} , \mathbf{R}_{xx} , \mathbf{R}_{nn} dairesel (circulant) matrisler olarak kabul edilirse, denklem frekans etki alanında tekrar yazılıp çözülebilir.

Matrislerin dairesel olması görüntü ve görüntüdeki gürültünün durağan olduğunu ifade eder. Bu ifade frekans alanında şu şekilde tanımlanır;

$$\hat{X}(w) = \frac{S_{xx}(w) D^*(w) Y(w)}{S_{xx}(w) |D^*(w)|^2 + S_{nn}(w)} \quad (2.17)$$

$$H(w) = \frac{\hat{X}(w)}{Y(w)} = \frac{S_{xx}(w) D^*(w)}{S_{xx}(w) |D^*(w)|^2 + S_{nn}(w)} \quad (2.18)$$

eğer ifade $S_{xx}(w)$ 'ye bölünecek olursa,

$$H(w) = \frac{\hat{X}(w)}{Y(w)} = \frac{D^*(w)}{|D^*(w)|^2 + \frac{S_{nn}(w)}{S_{xx}(w)}} \quad (2.19)$$

Burada * işareti karmaşık eşleniği (complex conjugate) , $|\cdot|$ işareti karmaşık bir sayının büyüklüğünü gösteriyor. S_{xx} ve S_{nn} ise sırasıyla sinyal ve gürültünün güç spektrumlarıdır. [11] [21]

2.4.3 Özyinelemeli Yaklaşımlar

Uzamsal uyarlılığın filtre modelinde kolayca kullanılabilmesine izin verdiği için özyinelemeli filtreleme operasyonlarından önemli ölçüde faydalanılabilir. Bunun yanı sıra düşük dereceli modeller kullanıldığında yinelemeli metotlardan genellikle daha az hafızaya ve depolamaya ihtiyaç duyarlar. Wiener filtresinin özyinelemeli dengi kesikli Kalman filtresidir. Uzay durum gösterimi cinsinden, $N \times N$ 'lik görüntü modelinin (i,j) piksel koordinatlarındaki global durumu aşağıdaki gibi gösterilebilir;

$$\mathbf{x}(i,j) = [x(i, j), x(i, j-1), \dots, x(i-1, M), x(i-1, M-1),$$

$$\dots, \mathbf{x}(i-N+1, j-N+1)]^T \quad (2.20)$$

Buna karşılık gelen görüntü modeli ise;

$$\mathbf{x}(i, j) = A \mathbf{x}(i, j-1) + \mathbf{w}(i, j) \quad (2.21)$$

Burada $\mathbf{w}(i, j) = [1, 0, 0, \dots, 0]^T \mathbf{w}(i, j)$, ve $\mathbf{w}(i, j) \sim M(0, \sigma)$, ki bu da $\mathbf{w}(i, j)$ 'nin sıfır ortalamalı Gauss dağılımlı olduğunu gösterir ve σ standart sapmadır. A ise $N \times N$ lik öngörme matrisidir.

Kalman filtresi denklemleri, modelin öngörüsündeki hatanın ortak değişimine bağlıdır. Denklemler aynı zamanda her bir tekrarda güncelleme teriminden gelen güncellemeye de doğrudan bağlıdır. Görüldüğü üzere Kalman filtresinde öngörü ve güncelleme terimleri önemli rol oynamaktadır. Bu terimlerin çıkarımı burada işlenmeyecektir. [11]

2.4.3 Yinelemeli Yaklaşımlar

Yinelemeli yaklaşımlar ileriki bölümlerde daha detaylı işleneceği için bu bölümde sadece kısaca bahsedilecektir. Yinelemeli görüntü onarım algoritmaları son 20 yıldır üzerinde çalışılan çok aktif bir araştırma alanıdır. Görüntü onarımında temel amaç, ideal daha yüksek çözünürlüklü bir görüntüyü o görüntünün bozunuma uğrayıp kötüleşmiş bir versiyonunu yada versiyonlarını kullanarak elde etmektir.

Yinelemeli metotlar hem yüksek çözünürlük algoritmalarında hem de görüntü onarımı algoritmalarında yaygın olarak kullanılmaktadır.

Yinelemeli görüntü onarım metotlarında elimizde bozunuma uğramış, kötüleşmiş, gürültülü bir resim vardır ve bizden orijinal görüntüyü bulmamız yada en azından ona olabildiğince yaklaşmamız beklenir.

Yinelemeli tekniklerin bir çok avantajları vardır ve bu avantajları kısaca şunlardır;

1. Herhangi bir operatörün tersini bulmaya gerek yoktur,
2. Çözüm hakkındaki bilgiler onarım işlemi (restoration) sırasında kullanılabilir,
3. Çözüm süreci, işlem süresince izlenebilir,
4. Gürültünün etkisinin kontrol altında tutulabilmesi için bazı kısıtlamalar getirilebilir.
5. Uzamsal uyarlamalar eklenebilir
6. Çözümü belirleyici parametreler yineleme süresince güncellenebilir.

Yinelemeli görüntü onarım teknikleri ileriki bölümlerde daha detaylı olarak incelenecektir. [11] [6]

2.5 Görüntü Onarımı Metotları

Bu bölümde yukarıda işlenen yaklaşımlar içinde yer alan bazı görüntü onarım metotları giriş düzeyinde incelenecektir.

2.5.1 Enbüyük Olabilirlik Onarımı (ML Restoration)

Klasik onarım problemi için elimizdeki bozunum modeli $\mathbf{Y} = \mathbf{HX} + \mathbf{E}$ olsun. Burada \mathbf{Y} gözlemlenen görüntüleri, \mathbf{H} bozunum sistemini, \mathbf{X} orijinal ideal görüntüyü \mathbf{E} ise Gauss gürültüsünü temsil etmektedir.

Maksimum olabilirlik kestiriciye (ML estimator) göre, bilinmeyen \mathbf{X} görüntüsünün kestirimi bilinen ideal görüntü için ölçümlerin yada gözlemlerin koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunun, $P\{\mathbf{Y}/\mathbf{X}\}$, enbüyütülmesi ile olur. Gürültünün sıfır ortalamalı Gauss gürültüsü olduğunu ve otobağintı matrisinin aşağıdaki gibi ifade edildiğini kabul edelim:

$$E\{EE^T\} = \begin{bmatrix} W_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & W_N \end{bmatrix}^{-1} = W^{-1} \quad (2.22)$$

Bazı matematiksel işlemler sonrasında maksimum olasılık, ML, ağırlıklı en küçük kareler (least mean squares) formuna dönüşür ve aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$\begin{aligned} \hat{X}_{ML} &= \arg \max_X P\{Y / X\} \\ &= \arg \max_X \{[Y - HX]^T W [Y - HX]\} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Denklem-(2.23) 'ün X'e göre türevi alınıp sıfıra eşitlenirse bilinen sözde tersinir (pseudo inverse) sonucunu verir,

$$R\hat{X}_{ML} = P \quad (2.24)$$

burada;

$$\begin{aligned} R &= H^T W H = \sum_{k=1}^N H_k^T W_k H_k \quad \text{ve} \\ P &= H^T W Y = \sum_{k=1}^N H_k^T W_k Y_k \end{aligned} \quad (2.25)$$

Yukarıdaki analize lokal uyarlamalı düzenleme eklenebilir. Laplas işleci operatörü S ve ağırlık matrisi V yi kullanılırsa ifade aşağıdaki gibi olur;

$$\hat{X}_{ML} = \arg \max_X \{[Y - HX]^T W [Y - HX] + \beta [SX]^T V [SX]\} \quad (2.26)$$

Bu ifadenin de X 'e göre türevi alınıp sıfıra eşitlenirse Denklem-(2.24)'de yer alan $R\hat{X}_{ML} = P$ ifadesinin tekrar elde edilebileceği görülecektir. Bunun gibi büyük seyrek doğrusal (sparse linear) denklemlerin pratik çözümü için çeşitli alternatif yollar önerile gelmiştir. Burada çözümde kolaylık sağlaması açısından ifadeye $\beta S^T V S$ yeni bir terim olarak eklenmiştir. [15]

2.5.2 MAP Onarımı

Uygunluk açısından En Büyük Olabilirlik metodunda kullanılan bozunum modelini burada da baz alalım. MAP metodunda gürültü, gözlemler ve ideal görüntü birer olasılıksal sinyal olarak ele alınır. Bilinmeyen X görüntüsünün MAP kestirimi, bilinen ölçümler yada gözlemler için ideal görüntünün koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunun, $P\{\mathbf{X}/\mathbf{Y}\}$, enbüyütülmesi ile olur. Bayes kuralına dayanarak $P\{\mathbf{X}/\mathbf{Y}\}$ ifadesinin enbüyütülmesi $P\{\mathbf{Y}/\mathbf{X}\}P\{\mathbf{X}\}$ ifadesinin enbüyütülmesine eşittir denilebilir.

Eğer gürültü otobağıntı fonksiyonu W^{-1} olan, sıfır ortalamalı Gauss gürültüsü ve aynı zamanda X , Q otobağıntı fonksiyonuna sahip, sıfır ortalamalı bir Gauss işleyiş ise o zaman MAP kestirici (MAP estimator) MMSE (Minimum Mean Square Error) kestirici olarak ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}\hat{X}_{MAP} &= \arg \max_X \{P\{Y/X\}P\{X\}\} \\ &= \arg \max_X \{[Y - HX]^T W [Y - HX] + X^T Q^{-1} X\}\end{aligned}\quad (2.27)$$

Yukarıdaki fonksiyonu minimize edecek olursak, aşağıdaki ifadeyi elde ederiz;

$$R\hat{X}_{MAP} = P \quad (2.28)$$

burada;

$$R = Q^{-1} + H^T W H = Q^{-1} + \sum_{k=1}^N H_k^T W_k H_k$$

$$P = H^T W Y = \sum_{k=1}^N H_k^T W_k Y_k \quad (2.29)$$

ML onarımı sonucuyla olan benzerlik burada açıkça görülmektedir. Bu ise ML onarımında olduğu gibi MAP kestiricide büyük seyrek doğrusal denklemleri yinelemeli olarak çözülebilecek bir şekilde sadeleştirir. [15]

2.5.3 POCS – Dışbükey Kümelere İzdüşüm

Görüntü onarımı veya yüksek çözünürlükte görüntü elde etmek için kullanılan ve bu alanda öne çıkan metotlardan birisi de Dışbükey Kümelere İzdüşüm (POCS) metodudur. Bu metot kabaca, çözüm kümesini sınırlayan bazı kısıtların tanımlanması yoluyla çözüme gitmek olarak tanımlanabilir. Kullanılan kısıtlar bütün olası çözümleri içeren uzayı gösterecek dışbükey kümeler olarak tanımlanmaktadır. Kısıtlara örnek olarak pozitif olma, sınırlı enerjiye sahip olma veya düzgünlük verilebilir. Algoritmanın çözüm uzayı ise belirlenen bu konveks kısıtların kesişimi olmaktadır yani çözüm bu kısıtların tamamını içermektedir.

Bu metodu kullanılan bozunum metodu açısından inceleyecek olursak, orijinal 'x' görüntüsünün bilinen her bir özelliği onu çok iyi tanımlanmış bir kümede, C_i , tutacak şekilde tasarlanmıştır. Bunun sonucunda eğer m tane özellik varsa bu m tane özellik 'x' orijinal görüntüsünü bu kapalı konveks kümelerin kesişimi içerisinde tutacaktır. [1] Matematiksel olarak ifade etmek gerekirse;

$$C_0 = \bigcap_{i=1}^m C_i \text{ ve } x \in C_0 \quad (2.30)$$

Kullanılan projeksiyon operatörleri P_i 'lerle orjinal 'x' görüntüsü öz yinelemeli bir şekilde tekrar elde edilir.

POCS metodunun son zamanlarda daha çok ilgi çeken bir metot olmuştur bunun sebeplerini aşağıdaki gibi sıralayabiliriz; [16]

a. Basitlik :

POCS kolay uygulanabilir ve tahmin edilebilirdir, sadece izdüşüm operatörünün bulunması zor olabilir..

b. Esnek Uzamsal Alan Gözlem Modeli:

POCS metodu genellikle uzamsal alanda formülize edildiği için genel hareket ve gözlem modelleri kullanılabilir.

c. Güçlü önsel bilgi (apriori constraints) kullanımı:

Belki de POCS metodunun en kullanışlı yanı önsel bilgilerin kolayca dahil edilip kullanılabilmesidir. Genelde bu önsel bilgilere dayanarak kısıt setlerinin oluşturulması çok zor değildir.

2.5.4 EKK - En küçük Ortalama Kareler (LMS- Least Mean Squares)

Bu metotta, ideal görüntü ile elde edilen görüntü arasındaki hata fonksiyonun enküçültülmesi problemi ele alınmıştır. Uyarlamalı filtreleme yaklaşımındaki hata fonksiyonu ele alınarak EKK metodu ile enküçültülme yapılmıştır. Kullanılan hata fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır;

$$\begin{aligned} \varepsilon(t)^2 &= \sum_{i=0}^{\infty} \left\| \underline{Y}(t-i) - H(t-i)F(t,i)\hat{\underline{X}}(t) \right\|_{\lambda \hat{W}}^2 \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i \underline{Y}(t-i)^T \hat{W} \underline{Y}(t-i) + \hat{\underline{X}}(t)^T \left[R(t)\hat{\underline{X}}(t) - 2\underline{P}(t) \right] \end{aligned}$$

Bu metotta bir dizi çıkış görüntüsü oluşturulur. Çıkış görüntüleri, bir önceki görüntü, oluşan anlık hatanın gradyanı, ve saptırıcı (warp) ve ağırlık matrisleri üzerine yapılan varsayımlar kullanılarak oluşturulur.

$$\begin{aligned}\hat{\underline{X}}(t) &= \hat{\underline{X}}(t-1) - \frac{\mu}{2} \frac{\partial \varepsilon(t-1)^2}{\partial \hat{\underline{X}}(t-1)} \\ &= \hat{\underline{X}}(t-1) + \mu \left[\underline{P}(t-1) - \mathfrak{R}(t-1) \hat{\underline{X}}(t-1) \right]\end{aligned}\quad (2.31)$$

Yukarıdaki denklemi geliştirmek mümkündür. $\hat{\underline{X}}(t-1)$ kullanmak yerine, hareket kompanzasyonlu versiyonu $\tilde{\underline{X}}(t) = G(t,1) \hat{\underline{X}}(t-1)$ kullanılabilir. Burada $G(t,1)$, $\hat{\underline{X}}(t)$ 'yi oluşturmak için $\hat{\underline{X}}(t-1)$ 'e uygulanan geometrik saptırmadır (warp). $G(t,1)$, $F(t,1)$ 'in pseudo ters matrisidir. $\tilde{\underline{X}}(t)$ görüntüsünü elde ettikten sonra $\mathfrak{C}(t-1)^2$ yerine $\mathfrak{C}(t)^2$ kullanılabilir. Böylece aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\begin{aligned}\hat{\underline{X}}(t) &= \tilde{\underline{X}}(t) + \mu \left[\underline{P}(t) - \mathfrak{R}(t) \tilde{\underline{X}}(t) \right] \\ &= G(t,1) \hat{\underline{X}}(t-1) + \mu \left[\underline{P}(t) - \mathfrak{R}(t) G(t,1) \hat{\underline{X}}(t-1) \right] \\ &= G(t,1) \hat{\underline{X}}(t-1) + \mu \hat{H}(t)^T \hat{W} \left[\underline{Y}(t) - \hat{H}(t) G(t,1) \hat{\underline{X}}(t-1) \right] + \\ &\quad + \lambda \mu F(t,1)^T \left[\underline{P}(t-1) - \mathfrak{R}(t-1) F(t,1) G(t,1) \hat{\underline{X}}(t-1) \right]\end{aligned}\quad (2.32)$$

Yukarıdaki denklemde algoritmanın $\underline{P}(t-1) = R(t-1) \hat{\underline{X}}(t-1)$ optimal çözüme ulaştığını, ve $F(t,1)G(t,1)$ ifadesini birim matrise çok yakın olduğunu varsayarsak, λ ile çarpılan ifadenin sıfıra yakınsatabiliriz. Böylece denklem biraz daha basitleşip daha az işlem gerektirir ve şu hale gelir:

$$\begin{aligned}\hat{\underline{X}}(t) &= G(t,1) \hat{\underline{X}}(t-1) + \mu \hat{H}(t)^T \hat{W} \left[\underline{Y}(t) - \hat{H}(t) G(t,1) \hat{\underline{X}}(t-1) \right] \\ &= \left[I - \mu \hat{H}(t)^T \hat{W} \hat{H}(t) \right] G(t,1) \hat{\underline{X}}(t-1) + \mu \hat{H}(t)^T \hat{W} \underline{Y}(t)\end{aligned}\quad (2.33)$$

Tipik bir EKK yönteminde sabit ölçümler kullanılarak güncelleme yapılırken Denklem-(2.32)'de daha ziyade vektör ölçümler kullanılmaktadır. Bu sebepten denklem, sabit EKK algoritması kadar iyi sonuçlar veren Blok En Küçük Kareler (BEKK) yöntemine benzemektedir.

Alternatif olarak $\hat{\underline{X}}(t)$, ölçümler kullanılarak piksel piksel de güncellenebilir. Bu durumda denklem zaman ekseninde güncelleme, Denklem-(2,34), ve sabit zaman indeksinde ölçülen görüntü içerisinde güncelleme, Denklem-(2,35), şeklinde iki duruma ayrılır. Birinci durum, sadece geometrik (warp) fonksiyonunu kompanse eder.

$$\hat{\underline{X}}_0(t) = G(t,1)\hat{\underline{X}}_{M^2}(t-1) \quad (2.34)$$

İkinci durum, ölçülen görüntüdeki her bir M^2 piksel için uygulanır.

$$\hat{\underline{X}}_{i+1}(t) = \hat{\underline{X}}_i(t) + \mu \hat{H}_i^T(t) \hat{W} [Y_i(t) - \hat{H}_i(t) \hat{\underline{X}}_i(t-1)] \quad 0 \leq i \leq M^2-1 \quad (2.35)$$

Burada $\hat{H}_i(t)$, $\hat{H}(t)$ matrisinin i 'nci satırıdır.

Burada klasik EKK yöntemi ile temelde bir farklılık vardır. Algoritmayı kullanım biçimimizde, güncellenecek filtre katsayıları olarak $\hat{\underline{X}}(t)$, karıştırma fonksiyonu da giriş sinyali olarak göz önüne alınmıştır. Yani filtre ve sinyaller rol değiştirmiştir.

Algoritmanın ilk değerleri için $t=0$ anında boş görüntü olduğu varsayılabilir veya $\underline{Y}(t=1)$ görüntüsünün düzleştirilmiş bir hali ilk görüntü olarak seçilebilir. Görüntüye sonradan giren nesnelere veya arka tarafta gizlenip sonradan ortaya çıkan nesnelere gibi sahneye yeni eklenen bilgiler, başlangıç değeri problemini genişletir. EKK yöntemi görüntüyü zaman ekseninde yok etmeye çalıştığından ve yeni bilgi ile ilgili geçmişe

yönelik bilgi girilmediğinden, karşılık gelen çıkış değeri için ilk değer verilmelidir. Bu durumlarda tavsiye edilen yaklaşım, ilk tahmin olarak düşük çözünürlüklü ölçüm verisinin kullanılmasıdır.

Anlık hata ifadesine, hedeflenen norm veya düzgünlüğü sağlamak için, ilave bir düzenleyici eklemek mümkündür. Bu işlemin sonucunda, t anında elde edilen daha yüksek çözünürlüklü görüntüyü temsil eden sabit versiyon için $\hat{X}_{M^2}(t)$ ve vektör algoritması için $\hat{X}(t)$ serileri bulunur. [17]

2.5.5 Yinelemeli Geri İzdüşüm (IBP) Metodu

Bu bölümde Yinelemeli Geri İzdüşüm metodu incelenmiştir, çalışma da testler için IBP algoritması da kullanıldığından dolayı bu metoda biraz daha geniş yer verilmiştir.

IBP algoritması temelde görüntü onarımı problemini, Bilgisayarlı Tomografi (CAT- Computer Aided Tomography) de işlendiği şekliyle ele alır. Eldeki düşük çözünürlüklü görüntülerin orijinal görüntünün birer doğrusal izdüşümü olduğu kabul edilir ve burada doğrusal izdüşüm operatörü bulanıklaştırma sistemini göstermektedir.

Her bir düşük çözünürlüklü görüntünün izdüşüm fonksiyonunun bilindiğini kabul edersek eğer, algoritmayı kısaca şu şekilde özetleyebiliriz; Algoritma tahmini ideal bir görüntü ile başlar, bu görüntünün izdüşümü alınarak gözlemler elde edilir ve son olarak gözlemlerle beklenenler arasındaki farkın karesi enküçültülmeye çalışılır, enküçültme işleminde ise Steepest Descent algoritması kullanılır.

IBP algoritmasının genel kavram ve düşüncesinin matris formülasyonu şu şekilde ifade edilebilir;

Y_i : elimizdeki N adet M^2 piksel içeren düşük çözünürlüklü görüntüler ($1 \leq i \leq N$)

X : L^2 piksel içeren orijinal / ideal görüntü, $L \geq M$

Rasgele seçilmiş referans görüntü ve her bir gözlem arasındaki saptırıcı (warp) fonksiyonunu bildiğimizi ve her bir görüntüde aynı bulanıklaştırma fonksiyonunun kullanıldığını düşünersek gözlemlenen görüntü ile orijinal görüntü arasındaki bağıntı şu şekilde gösterilir;

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{F}_i \mathbf{X} + \mathbf{E}_i \quad \text{burada } 1 \leq i \leq N \quad (2.36)$$

Burada \mathbf{H}_i $[M^2 \times L^2]$ büyüklüğündeki uzamsal bağımlı bulanıklaştırma matrisini, \mathbf{F}_i $[L^2 \times L^2]$ büyüklüğündeki geometrik saptırma (warp) matrisini ve son olarak \mathbf{E}_i ise otobağıntı fonksiyonu W^{-1} olan rasgele gürültüyü göstermektedir. Her bir gözlemdeki gürültünün birbirinden bağımsız olduğunu kabul ediyoruz yani $E \{E_i E_j^T\} = 0, i \neq j$.

Bu algoritmada bulanıklaştırma ve saptırma (warp) matrislerinin bilindiği kabul edilir. Birçok uygulamada bulanıklığın sebebinin optik lensler, sensörler ve elektronik devreler olduğu düşünülürse bulanıklaştırma için böyle bir kabul yapmak yanlış olmayacaktır. Bulanıklaştırma operatörünün tam doğru ifadesini elde etmek için bu faktörler analiz edilebilir. Birçok durum için bu kabul geçerli olsa da, türbülans gibi bazı durumlarda böyle bir kabul doğru olmayabilir.

Saptırıcı (warp) matris \mathbf{F}_i 'nin tahmini ise biraz daha karmaşıktır. Eğer iki görüntü arasındaki hareket bilirse bu matris kolayca oluşturulabilir ama bir görüntüdeki hareketin bulunması ayrı bir çalışma alanıdır. Görüntüdeki hareketin bulunması farklı bir çalışma alanı olsa da burada ifade edilen temel problem için bu hareketin bulunması önem taşımaktadır.

İdeal orijinal görüntü \mathbf{X} , aşağıdaki hata fonksiyonunun ağırlıklı karesinin enküçültülmesiyle elde edilir;

$$\varepsilon = \mathbf{Y}_i - \mathbf{H}_i \mathbf{F}_i \hat{\mathbf{X}}$$

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^N \left\| Y_i - H_i F_i \hat{X} \right\|_{W_i}^2$$

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^N \left(Y_i - H_i F_i \hat{X} \right)^T W_i \left(Y_i - H_i F_i \hat{X} \right) \quad (2.37)$$

Burada W_i ağırlık matrisini göstermektedir ve gözlenen her bir görüntü için farklı değerler almaktadır. Aslında yukarıda verilen hata fonksiyonunun karesinin X 'e göre enküçültülmesi işlemi klasik enküçük kareler (LS – Least Squares) formülasyonudur.

IBP algoritmasında X orijinal görüntüsünün elde edilişi ve özyinelemeli düzeltilmesi işlemi aşağıdaki gibidir;

$$\hat{X}_j = \hat{X}_{j-1} - \frac{\mu}{2} \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial \hat{X}}$$

$$= \hat{X}_{j-1} + \mu \sum_{i=1}^N F_i^T H_i^T W_i^T \left(Y_i - H_i F_i \hat{X}_{j-1} \right) \quad (2.38)$$

Burada μ adım aralığını göstermekte ve \hat{X}_j ise j 'nci adımdaki tahmini orijinal görüntüyü göstermektedir. [17]

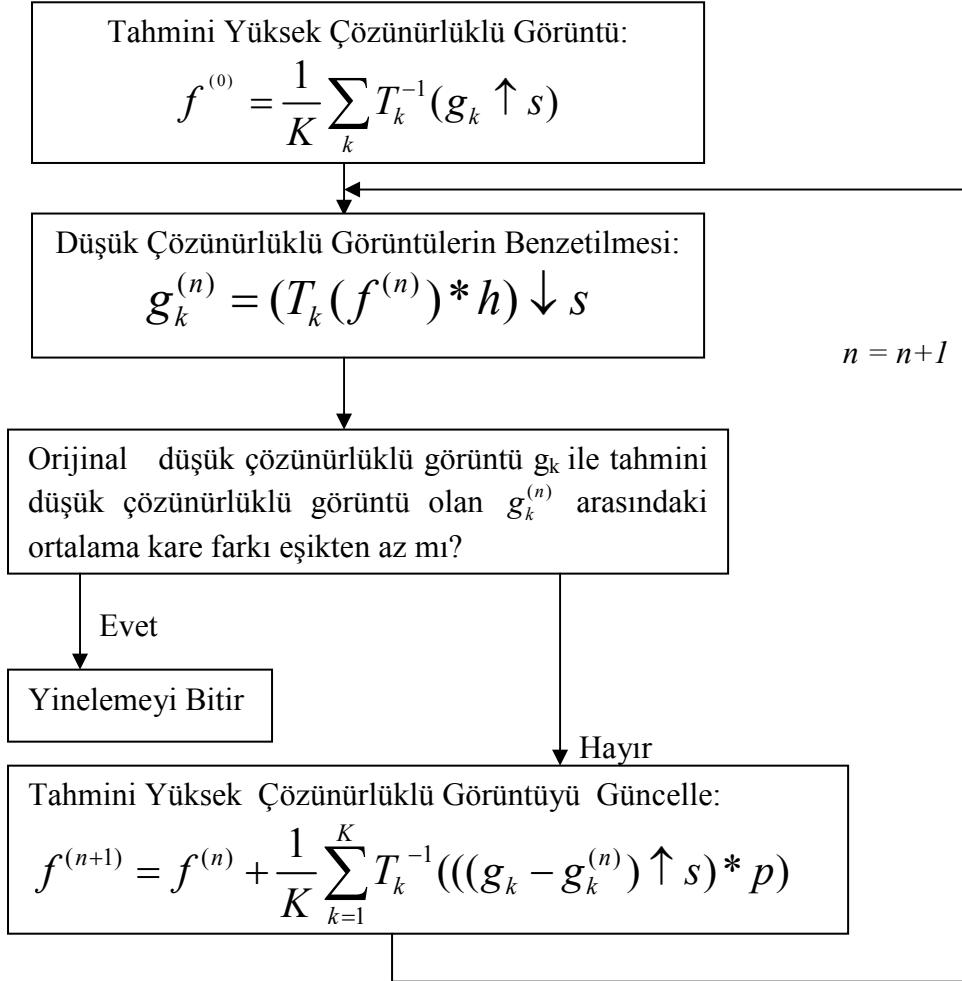
IBP metodunun uygulamalarından biriside Irani-Peleg algoritmasıdır, Algoritma Irani ve Peleg'in öz yinelemeli geri izdüşüm metoduna dayanmaktadır. Yüksek çözünürlükteki görüntünün düşük çözünürlük görüntü kümesini en iyi şekilde temsil etmesi için, algoritma yinelemeli bir şekilde oluşturulmaktadır. Bu oluşum, verilen düşük

çözünürlükteki görüntüler ile yüksek çözünürlüklü görüntülerin düşük çözünürlüklü versiyonları arasındaki fark azaltılarak gerçekleştirilmektedir. Bu son durum geometrik transformasyonu ve bulanıklığı hesaba katıp görüntü benzetimi yapılarak elde edilir. Biçimsel olarak eğer f elde etmek istediğimiz yüksek çözünürlüklü görüntü ise ve $\{g_k\}_{k=1}^K$ verilen düşük çözünürlüklü görüntü kümesi ise, görüntü işlemi şu şekilde modellenmiştir.

$$g_k = (T_k(f) * h) \downarrow s + \eta_k \quad (2.39)$$

bu denklemden T_k , k 'inci görüntü ile referans çerçeve arasında olan geometrik transformasyona, h görüntü bulanıklık çekirdeğine, “ $\downarrow s$ ” çözünürlüğü s faktörü kadar aşağı çeken aşağı-örnekleme (down-sampling) operatörüne, η_k ise eklenmiş gürültü terimine karşılık gelmektedir.

Irani-Peleg algoritmasının akış diyagramı Şekil-7’de verilmiştir.



Şekil 7. Irani – Peleg Yüksek Çözünürlük Algoritmasının Blok Diyagramı

Irani-Peleg algoritmasında, p geri izdüşüm çekirdeğini ifade etmektedir. Algoritmanın yakınsaması için, p aşağıdaki koşulu sağlayacak şekilde seçilmelidir.

$$\|\delta - h * p\|_2 \leq 1 \quad (2.40)$$

Sabitlik düşünüldüğünde, daha düşük yakınsama oranı için p 'nin h 'ın tersi dışında bir değer seçilmesi önerilebilir.

BÖLÜM 3

YİNELEMELİ GÖRÜNTÜ ONARIM ALGORİTMALARI

3.1 Giriş

Bu kısımda temel bozunum modeli üzerinden yinelemeli algoritmaların elde edilişi ve bu algoritmaların genel ifadesi verilmiştir. Yinelemeli algoritmaların dayandırıldığı temel teoremlere de yine bu bölümde işlenmiştir.

Bir görüntünün oluşumu ve kayıt edilmesi sırasında bir şekilde görüntü bozunuma uğrayıp kötüleşmektedir. Bu bozunum veya kötüleşme ortam şartlarından, kayıt cihazından, kamera veya objenin hareketinden ve bunlara ek olarak gelen gürültüden kaynaklanabilmektedir. Bu anlamda kötüleşme süreci birçok faktöre bağlı olarak modellenip ifade edilebilir. Ama modellemede genellikle doğrusal bulandırma operatörü ve Gauss beyaz gürültü kullanılmaktadır. Burada işlenen yinelemeli algoritmalarda da bu kötüleşme modeli kullanılacaktır. [12]

3.2 Yinelemeli Algoritmalar

Önceki bölümlerde bahsedilen bozunum modelinin ifade edildiği Denklem-(2.9)'dan anlaşıldığı üzere, gürültülü bozuk bir görüntü, o görüntüye bir bozunum sistemi sonrasında gürültü eklenmesiyle oluşur. Anlaşılabilirlik açısından bu eşitliği tekrar yazacak olursak; [6]

$$\hat{y} = y + n = Dx + n$$

ve burada \hat{y} , y , x ve n vektörleri sırasıyla gürültülü, bulanık ve sözlük sıralı (lexicographically ordered) görüntüye, bulanık görüntüye, orjinal görüntüye ve gürültüye karşılık gelmektedir.

$N \times N$ 'lik görüntüler için $x(i,j)$ ve $y(i,j)$, ki burada $1 \leq i \leq N$ dir, \mathbf{x} ve \mathbf{y} vektörleri ise aşağıdaki biçimde oluşturulmuştur;

$$\mathbf{x} = [x(1,1) \ x(1,2) \dots \ x(1,N) \ x(2,1) \ x(2,2) \dots \ x(2,N) \dots \ x(N,1) \ x(N,2) \dots \ x(N,N)]^T$$

$$\mathbf{y} = [y(1,1) \ y(1,2) \dots \ y(1,N) \ y(2,1) \ y(2,2) \dots \ y(2,N) \dots \ y(N,1) \ y(N,2) \dots \ y(N,N)]^T$$

Burada $[\cdot]^T$, $[\cdot]$ matrisinin devriğini (transpose) ifade etmektedir.

Gürültünün olmadığı varsayılır, ve bundan dolayı gürültü vektörü $\mathbf{n} = \mathbf{0}$ olarak alınır, eşitlik aşağıdaki gibi olur;

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad \text{ve } \mathbf{n} = \mathbf{0} \text{ olduğu için;}$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{x} \quad (3.1)$$

olur ve aşağıdaki ifade kazanç parametresi β 'nin bütün değerleri için sağlanır,

$$\mathbf{x} = \mathbf{x} + \beta (\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{x}) \quad (3.2)$$

bu ifadeye ardıl yaklaşım (successive approximation) metodunu uygularsak, aşağıdaki yinelemeli algoritmayı elde ederiz:

$$\mathbf{x}_0 = \beta \mathbf{y}$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \beta (\mathbf{y} - \mathbf{D} \mathbf{x}_k)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \beta \mathbf{y} + (\mathbf{I} - \beta \mathbf{D}) \mathbf{x}_k$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \beta \mathbf{y} + \mathbf{G}_1 \mathbf{x}_k$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{T}_1 \mathbf{x}_k \quad (3.3)$$

Burada I birim matrisi göstermektedir.

Bu yineleme üzerinde ilk olarak 1930'da Van Cittert tarafından çalışılmıştır. Bu çalışmada bozunum uzamsal bağımsız ve kazanç parametresi β ise 1 olarak alınmıştır. Daha sonra Jasson et al. Van Cittert'in algoritmasını kazanç parametresi β 'nin yerine sinyale bağlı olarak değişen bir gevşetme parametresi (relaxation parameter) koyarak modifiye etmiştir.

Uzamsal bağımsız bir bozunum için yineleme aşağıdaki formda incelenebilir;

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0(i,j) &= \beta \mathbf{y}(i,j) \\ \mathbf{x}_{k+1}(i,j) &= \mathbf{x}_k(i,j) + \beta (\mathbf{y}(i,j) - \mathbf{d}(i,j) ** \mathbf{x}(i,j)) \\ \mathbf{x}_{k+1}(i,j) &= \beta \mathbf{y}(i,j) + (\delta(i,j) - \beta \mathbf{d}(i,j)) ** \mathbf{x}(i,j)) \\ \mathbf{x}_{k+1}(i,j) &= \mathbf{g}_1(i,j) ** \mathbf{x}_k(i,j) \end{aligned}$$

burada $\delta(i,j)$, iki boyutlu birim tepkiyi, $\mathbf{d}(i,j)$ ise bozunum sisteminin tepkisel cevabını (impulse response) göstermektedir ve ** operatörü de iki boyutlu evrişim (convolution) işlemini ifade etmektedir.

Yinelemeli algoritmalarla çalışırken yakınsama ve yakınsama oranı oldukça önemlidir. Bir sonuca varılabilmesi için algoritmanın kabul edilebilir oranda ya da uygulamaya uygun bir şekilde yakınsaması gerekir. Denklem-(3.1)' de yer alan $\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{x}$ ifadesinin çözümü veya sabit bir noktaya yakınsaması Sabit Nokta problemi içinde ele alınmış ve çözülmüştür. Sabit nokta problemi bir sonraki kısımda kısaca açıklanmıştır. Bu çözümlere dayanarak eşitliğin yakınsaması için \mathbf{T}_1 operatörünün bir küçültme (contraction) olması gerekir. [6]

3.2.1 Sabit Nokta Problemleri (Fixed Point Problems)¹³

Bu bölümde sabit nokta teorisinde yer alan temel teoremler işlenmiş ve yukarıda ifade edilen yinelemeli algoritmaların temel eşitliğinin çıkış noktası gösterilmiştir. Özetlemek gerekirse bir T operatörünün sabit noktası “ $x = Tx$ ” eşitliğinin çözümüdür. Sabit nokta teorisi sinyal ve görüntü geri çatması (reconstruction), telekomünikasyon, tomografi, sinyal pekiştirme (enhancement) gibi birçok uygulama alanında karşılaşılan problemlerin çözümünde kullanılır.

Bu tez konusunda yer alan çalışmayı temel alarak örneklersek, x incelenen sinyal ve y de bu sinyalin bozunuma uğramış hali olsun. Bu sinyallerin $y = Dx$ bağıntısıyla ilişkilendirildiğini düşünelim. O halde problem elimizde y ve uygulanan bozunum modeli varken x 'in nasıl elde edileceğidir.

Eğer x , $x = Cx$ gibi kısıtlı bir eşitliği sağlıyorsa o zaman aşağıdaki denklem doğrudur,

$$y = Cx + \mu (y - DCx) \quad (3.4)$$

Genel koşullarda bu eşitliğin çözümü bilinmeyen x sinyali olacaktır. Bu gözlem birçok yinelemeli kısıtlı onarım algoritma için anahtar rolü oynamaktadır.

$$x_{i+1} = Cx_i + \mu (y - DC x_i) \quad (3.5)$$

Görüldüğü gibi burada işlenen sabit nokta teorisinin sonuçları bahsedilen onarım algoritmalarının temelini oluşturmaktadır. (13—Ferreira- Fixed Point Problems)

3.2.1.1 Küçültme Gönderim Teoremi ¹³(contraction mapping)

X bir metrik uzay olsun. Eğer her $x, y \in X$ için aşağıdaki ifadeye uygun pozitif gerçek bir λ değeri varsa, $T: X \rightarrow X$ eşleştirmesi (mapping) bir küçültme eşleştirmesidir (contraction);

$$d(Tx, Ty) = \leq \lambda d(x,y)$$

eğer X norm uzayı ise, T bir küçültmedir eğer;

$$\| T \mathbf{x} - T \mathbf{y} \| \leq \lambda \| \mathbf{x} - \mathbf{y} \|$$

ve eğer T doğrusal ise, her $\mathbf{x} \in X$ için ;

$$\| T \mathbf{x} \| \leq \lambda \| \mathbf{x} \|$$

Bu sonuçla, doğrusal bir operatör $T: X \rightarrow X$ bir küçültmedir (contraction) eğer normu aşağıdaki gibi;

$$\sup_{\mathbf{x} \neq 0} \frac{\| T \mathbf{x} \|}{\| \mathbf{x} \|} = \sup_{\| \mathbf{x} \| = 1} \| T \mathbf{x} \|$$

ve λ , $0 < \lambda < 1$, gibi bir sayı ile sınırlı ise.

3.2.1.2 Basit Eşleştirme (Nonexpensive Mapping)

X bir metrik uzay olsun. Eğer her $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$ için aşağıdaki ifade sağlanıyorsa, $T: X \rightarrow X$ eşleştirmesi (mapping) bir basit (nonexpensive) eşleştirmedir;

$$d(T\mathbf{x}, T\mathbf{y}) \leq \lambda d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$$

Eğer X norm uzayı ise, T basittir (nonexpensive'dir) eğer,

$$\| T \mathbf{x} - T \mathbf{y} \| \leq \| \mathbf{x} - \mathbf{y} \|$$

ve eğer T doğrusal ise, her $x \in X$ için;

$$\| \mathbf{T} \mathbf{x} \| \leq \| \mathbf{x} \|$$

Bundan dolayı eğer $T: X \rightarrow X$ eşleştirmesi nonexpensive ise $\| \mathbf{T} \| \leq 1$.

Yukarıdaki kuramlara dayanarak, eğer Denklem-(3.3) 'deki \mathbf{T}_1 operatörü bir (contraction) küçültme ise, algoritma herhangi bir başlangıç vektörü için $\mathbf{T}_1 \mathbf{x}^* = \mathbf{x}^*$ eşitliğini sağlayan tek bir sabit \mathbf{x}^* noktasına yakınsar. Bu ise T_1 alanındaki herhangi iki $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2$ vektörü için aşağıdaki ilişkinin sağlanması demektir;

$$\| \mathbf{T}_1 \mathbf{z}_1 - \mathbf{T}_2 \mathbf{z}_2 \| \leq \eta \| \mathbf{z}_1 - \mathbf{z}_2 \| \quad (3.6)$$

Burada $\eta < 1$ ve $\| \cdot \|$ herhangi bir normu göstermektedir. Aynı zamanda \mathbf{T}_1 doğrusal bir operatör olduğu için, yukarıda belirtilen gerekli yakınsama koşulu aşağıdaki formu alır:[13] [7]

$$\| \mathbf{I} - \beta \mathbf{D} \| < 1 \quad \text{veya} \quad \| \mathbf{G}_1 \| < 1 \quad (3.7)$$

Eğer bu denklemde ℓ_2 norm kullanılırsa o zaman denklem aşağıdaki gibi olur,

$$\max_i |\sigma_i(G_1)| < 1 \quad (3.8)$$

Burada $|\sigma_i(G_1)|$, i 'nci \mathbf{G}_1 tekil değerinin mutlak değeridir.

Bu noktada Denklem (3.2)'deki yinelemenin sabit bir noktaya yakınsaması için gerek ve yeter şart,

$$\max_i |\lambda_i(G_1)| < 1 \text{ veya } \max_i |1 - \beta \lambda_i(D)| < 1 \quad (3.9)$$

olarak yazılabilir. Burada λ_i ler, $(.)$ matrisinin i ' nci (eigenvalues) özdeğerleridir.

Eğer \mathbf{D} matrisi simetrikse Denklem-(3.8) ve Denklem-(3.9) denk eşitliklerdir. Denklem-(3.6) ve Denklem-(3.9) ise yinelemenin yakınsaması için gerekli β 'nın değer aralığını belirlemekte kullanılır. Fakat bazı uygulamalarda, örneğin hareketli görüntüler veya odaklama problemleri gibi durumlarda \mathbf{D} matrisi tekildir, yani en az bir tane sıfır özdeğeri vardır. Bu durumlarda Denklem-(3.8) ve Denklem-(3.9) 'i sağlayacak bir β değeri yoktur. Eğer \mathbf{D} matrisi tekilse, \mathbf{G}_1 ve paralelinde \mathbf{T}_1 eşleştirmeleri basit (nonexpensive) olur. Yukarı kısımda temel olarak verilen basit eşleştirme (nonexpensive mapping) teoremine göre;

$$\| \mathbf{T}_1 \mathbf{z}_1 - \mathbf{T}_2 \mathbf{z}_2 \| \leq \| \mathbf{z}_1 - \mathbf{z}_2 \| \quad (3.10)$$

Bu durumda eşleştirmeler sıfırdan sonsuza herhangi bir sayıda sabit noktaya sahip olabilir.

Bialy's teoremine göre, simetrik, pozitif yarı-kesin (pozitif yarı-kesin matris, bütün özdeğerleri pozitif olan matristir, bazı özdeğerler sıfır olabilir) bir \mathbf{D} matrisi için $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{T}_1 \mathbf{x}_k$ yinelemesi sadece $0 < \beta < 2 \| \mathbf{D} \|^{-1}$ değer aralığı için yakınsar.[7]

3.2.2 Baily Teoremi

Teorem: 1

\mathbf{D} matrisi $\mathbf{D}: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$, pozitif yarıkesin olsun $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^N$ ve $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^N$ için aşağıdaki yineleme işlemi incelenirse,

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \beta (\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{x}_k) \quad (3.11)$$

yineleme $0 < \beta < 2 \|\mathbf{D}\|^{-1}$ değer aralığı için $(\mathbf{x}_k, k \geq 0)$ aşağıda belirtilen \mathbf{x}^* a yakınsar,

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{x}' + P\mathbf{x}_0 \quad (3.12)$$

burada \mathbf{x}' , $\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{x}$ eşitliğinin minimum norm çözümü ve $P\mathbf{x}_0$ ise \mathbf{x}_0 'ın \mathbf{D} matrisinin çözüm (boşluk) uzayına, $\mathcal{N}(\mathbf{D})$, olan izdüşümüdür ancak ve ancak $\mathbf{y} \in \mathbf{R}(\mathbf{D})$ ise, ki burada $\mathbf{R}(\mathbf{D})$ \mathbf{D} matrisinin kolon uzayını gösterir. [18]

Teorem-1 de, \mathbf{D} matrisi $\mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$ pozitif yarıkesin olarak kabul edilmiştir eğer \mathbf{D} matrisi doğrusal hareket ve odaklama problemleri gibi çoğu bozulmalarda simetrik ve pozitif yarıkesin değilse o zaman aşağıdaki normal eşitliği çözmek durumundayız;

$$\mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{x} = \mathbf{D}^T \mathbf{y} \quad (3.13)$$

Burada $\mathbf{D}^T \mathbf{D}$ i pozitif yarıkesin bir ifadedir. Görüldüğü gibi teorem-1 de kullanılan \mathbf{D} matrisi yerine $\mathbf{D}^T \mathbf{D}$ matrisi kullanılmıştır, ifade de yer alan \mathbf{y} yerine de $\mathbf{D}^T \mathbf{y}$ gelecektir. Bundan dolayı Denklem-(3.3) aşağıdaki formu alacaktır;

$$\mathbf{x}_0 = \beta \mathbf{D}^T \mathbf{y}$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \beta (\mathbf{D}^T \mathbf{y} - \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{x}_k)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \beta \mathbf{D}^T (\mathbf{y} - \mathbf{D} \mathbf{x}_k) \quad (3.14)$$

Teorem: 2

\mathbf{D} matrisi $D: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^M$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^M$ ve $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^N$ için aşağıdaki yineleme işlemi incelenirse,

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{D}^T(\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{x}_k) \quad (3.15)$$

ki burada $0 < \beta < 2 \|\mathbf{D}^T\mathbf{D}\|^{-1}$ dir,

bu durumda $\{\mathbf{x}_k, k \geq 0\}$, $\mathbf{D}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ denkleminin minimum norm en küçük kareler çözümüne ve \mathbf{x}_0 'ın $N(\mathbf{D}^T\mathbf{D})$ üzerindeki izdüşümüne yakınsar. [18]

Teorem-2'ye bakılacak olursa, teorem-1'in daha ileri bir versiyonu olduğu görülecektir. Bundan dolayı teorem-1 için geçerli olan bütün her şey teorem-2 için de geçerli olacaktır.

3.3 Yakınsama Hızı

Yinelemeli onarım metotlarında üzerinde çalışılan diğer bir konu da geliştirilen algoritmaların yakınsaması ve yakınsama hızıdır. Yinelemeli algoritmalar ve davranışları incelenirken algoritmaların yakınsama hızları da göz önüne alınmaktadır. Yakınsama hızında önemli faktörlerden birisi de edilen kazanç parametresidir. Bu parametrenin uygun olarak hesaplanması da yakınsama hızını etkilemektedir.

Yukarıdaki bölümlerde \mathbf{D} matrisinin simetrik ve pozitif yarıkesin olmama durumunda problemin çözülebilmesi için $\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{x}$ ifadesi $\mathbf{D}^T\mathbf{y} = \mathbf{D}^T\mathbf{D}\mathbf{x}$ şekline dönüştürülüp çözüme gidilmiştir ve algoritma Denklem-(3.15) 'de aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{D}^T(\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{x}_k)$$

Yinelemeli Denklem-(3.15)'nin yakınsama hızı doğrusaldır. Eğer \mathbf{D} 'nin genelleştirilmiş tersi (generalized inverse) \mathbf{D}^+ ile gösterilirse, \mathbf{x}^+ şu denklemle ilişkilendirilir:

$$\mathbf{x}^+ = \mathbf{D}^+ \mathbf{y} \quad (3.16)$$

Böylece yineleme (3.15)'nin yakınsama hızı aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\frac{\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^+\|}{\|\mathbf{x}^+\|} \leq c^{k+1} \quad (3.17)$$

Burada \mathbf{x}_k , (3.15) yinelemenin k 'nci adımındır. Sabit c sayısı yakınsama faktörü olarak adlandırılır ve aşağıdaki denklem ile tanımlanır:

$$c = \max \{ |1 - \beta \|\mathbf{D}\|^2|, |1 - \beta \|\mathbf{D}^+\|^{-2}| \} \quad (3.18)$$

Denklem (3.17) ve (3.18)'e daha yakından bakacak olursak. β katsayısının değeri üzerindeki kısıtlamalar sebebiyle, Denklem-(3.18)'de c katsayısının değeri her zaman 1'den az olacaktır. Eğer $c < 1$ ise k değeri arttıkça başka bir deyişle yineleme ilerledikçe c^{k+1} değeri azalacaktır, yani yineleme devam ettikçe yinelemenin yakınsama hızı azalacaktır. Bu yaklaşım mantık olarak da tatmin edici bir yaklaşımdır, çünkü Denklem-(3.17)'ye bakacak olursak, eğer β 'yı yineleme (3.15)'e yakınsayacak şekilde seçmiş olsaydık, k arttıkça \mathbf{x}_k değeri \mathbf{x}^+ değerine giderek yaklaşacaktır. Böylece Denklem-(3.17)'de verilen $\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^+\| / \|\mathbf{x}^+\|$ ifadesi yineleme devam ettikçe azalacaktır.

β değeri (3.15)'deki yineleme yakınsayacak şekilde seçilir. Böylece Teorem 2'ye göre eğer gürültü ihmal edilirse yineleme, $\mathbf{D}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ denkleminin minimum norm en küçük kare çözümüne yakınsar ve bunun için gerekli olan β değeri aşağıdaki aralıkta tanımlanmıştır:

$$0 < \beta < 2 \|\mathbf{D}^T \mathbf{D}\|^{-1} \quad (3.19)$$

Görüldüğü üzere denklemin yakınsaması için verilen aralıkta bir β değeri seçimine gidilmektedir. Yinelemeli algoritmalarda yakınsama kadar yakınsama hızı da önemlidir, bu anlamda β değeri aynı zamanda en büyük yakınsama hızını verecek şekilde de seçilebilir, yani β değeri mümkün olan en büyük c değerini verecek şekilde seçilir. Bu, β 'nın Denklem-(3.19)'deki üst limitine yaklaştırılarak sağlanır. [6][18]

3.4 Kısıtlar

Önsel Kısıtlar (A-priori Constraints)

Bu bölümde onarım problemlerinde kullanılan ve problem çözümünde çözüm kümesini daraltarak daha hızlı çözüme gidilmesini sağlayan önsel kısıtların temel mantığına biraz değinilmiştir.

Görüntü onarımında temel problem olan y sinyalinin x sinyalini yeniden oluşturmada, çözümün sahip olabileceği bazı özelliklerin bilinmesi sinyal onarımını daha kolay hale getirir. Örneğin, çözümün $x > 0$ gibi bir kısıtı, yani pozitif olma koşulu, olabilir. Veya bir maksimum kısıtı olabilir, yani $x < Max$ olduğunu bilebiliriz.

Böyle kısıtları ifade etmenin kolay bir yolu kısıtlama operatörü C_{Hi} tanımlamaktır, öyle ki

$$\mathbf{x} = C_{H1}C_{H2}\dots\dots C_{Hn} \mathbf{x} \quad (3.20)$$

Böyle bir tanımlamadan sonra temel onarım problemi şu şekilde de yazılabilir

$$\mathbf{y} = \mathbf{D} C_{H1}C_{H2}\dots\dots C_{Hn} \mathbf{x} \quad (3.21)$$

Bu denklem yinelemeli olarak şu şekilde çözülebilir

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{C}_{H1}\mathbf{C}_{H2}\dots\dots\dots\mathbf{C}_{Hn} \mathbf{x}_k + \beta\mathbf{D} (\mathbf{y} - \mathbf{D} \mathbf{C}_{H1}\mathbf{C}_{H2}\dots\dots\dots\mathbf{C}_{Hn} \mathbf{x}_k) \quad (3.22)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{C}_H \mathbf{x}_k + \beta\mathbf{D} (\mathbf{y} - \mathbf{D} \mathbf{C}_H \mathbf{x}_k) \quad (3.23)$$

burada $\mathbf{C}_H = \mathbf{C}_{H1} \mathbf{C}_{H2} \dots\dots\dots\mathbf{C}_{Hn}$ dir.

Benzer şekilde normal yinelemeli denklem şu şekle dönüşür

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{C}_H \mathbf{x}_k + \beta\mathbf{D}^T\mathbf{D} (\mathbf{y} - \mathbf{D} \mathbf{C}_H \mathbf{x}_k) \quad (3.24)$$

burada $\mathbf{C}_H = \mathbf{C}_{H1} \mathbf{C}_{H2} \dots\dots\dots\mathbf{C}_{Hn}$ dir.

3.5 Kötü Konumlanmış Problemler ve Düzenleştirme (Ill-posed Problems and Regularization)

Bu bölümde kötü konumlandırılmış (ill-posed) problemlerin kısa tanımlaması yapılmış ve düzenleştirme incelenmiştir.

3.5.1 Kötü Konumlandırılmış Problemler (ill-posed problems)

Genel olarak eğer verilerdeki sınırlı sarsımlar (perturbations) çözümde sınırsız sarsımlara sebep oluyorsa, oluşan problem kötü konumlandırılmış bir problemdir. Görüntü onarımı da genellikle kötü konumlandırılmış bir problem olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu durumda oluşturulan bozunum matrislerinin etkisi çok büyüktür. Bu anlamda kötü konumlandırılmış problemler görüntü işleme alanında oldukça önemli bir yer edinmiştir ve bu tip problemlerin çözümü için çeşitli metotlar geliştirilmiştir. Bu tip bir problemi matematiksel olarak Peter Monk [19] aşağıdaki gibi tanımlamıştır

X ve Y nin birer Hilbert uzayı olduğunu varsayalım ve $A: X \rightarrow Y$ şeklinde tanımlanmış doğrusal sınırlı bir operatör olsun.

Tanım: A operatörü, $A: U \subset X \rightarrow V \subset Y$, X Hilbert uzayının alt uzayı olan U dan yine Y Hilbert uzayının alt uzayı V 'ye tanımlı bir operatör olsun. Aşağıdaki denklemi inceleyelim;

$$Au = g \quad (3.25)$$

Burada $g \in V$ ve $u \in U$ iken $A: U \rightarrow V$ operatörü birebir örten ve $A^{-1}: V \rightarrow U$ tersinir operatörü sürekli ise, Denklem-(3.25)'i sağlayan bir "u" bulma problemi iyi konumlandırılmıştır (well-posed) demektir, aksi halde kötü konumlandırılmış (ill-posed) demektir. Bu tanımlamada yer alan A^{-1} tersinir operatörünün sürekli oluş şartı nümerik metotlarda kararlılık probleminde sebep olabilmektedir. [19]

3.5.2 Düzenileştirme (Regularization)

Görüntü bozunum modelinin aşağıdaki gibi verildiğini varsayalım,

$$g = Df + n \quad (3.26)$$

Bilindiği üzere görüntü onarımındaki amaç g ve D verildiğinde f 'ye olabildiğince yakın bir yaklaşık \hat{f} bulmaktır. Sözü edilen \hat{f} 'yi bulmak için temel yaklaşımlardan birisi aşağıdaki denklemi en küçük yapan \hat{f} 'yi bulmaya çalışmaktır.

$$\|g - D\hat{f}\|_R^2 = (g - D\hat{f})^T R (g - D\hat{f}) \quad (3.27)$$

Burada R köşegen ağırlık matrisidir. Gürültünün çok belirgin olması durumunda bu pseudo tersinirlik yaklaşımı çok iyi sonuç vermeyebilir. Dahası eğer D tekil ise yukarıdaki denklemi en küçük yapan birden fazla (non-unique) değer olabilir.

Düzenleştirme tersinirlik problemlerindeki kararsızlık (instability) ve birden fazla olabilirlik (non-uniqueness) sorununa çok iyi bir bakış açısı getirmiş bir tekniktir. Düzenleştirme de gerçek görüntünün belli oranda düzgün olduğu temel varsayımından yola çıkılır. Öyleyse çözüme bir “pürüz” (roughness) parametresi dahil edilerek pseudo ters çözümden, $\hat{f}(0)$ dan, daha düzgün bir sonuç elde edilebilir. Bu işlem enküçültülecek denkleme, o denklemi daha kararlı hale getirecek bir fonksiyon (düzenleyici fonksiyon) eklenmesiyle yapılır. Sonrasında düzenlenilmiş çözüm aşağıda verilen denklemin \hat{f} ’e göre enküçültülmesiyle elde edilebilir.

$$\phi(f) = \|g - D\hat{f}\|_R^2 + \alpha \|L\hat{f}\|_S^2 \quad (3.28)$$

burada L düzenleştirme operatörü ve α da düzenleştirme derecesini kontrol eden sabit sayıdır. Yukarıdaki denklemde verilen düzenleyici fonksiyona bakacak olursak;

$$\|L\hat{f}\|_S^2 = (L\hat{f})^T S (L\hat{f}) \quad (3.29)$$

burada S yerel düzgünleşmeyi kontrol eden köşegen ağırlık matrisidir. Bu özel teknik Tikhonov tekniği olarak bilinir. Bu teknikle kıyaslanabilecek bir başka teknik de Miller tarafından geliştirilmiştir.

Düzenleştirme işleminde başlangıçta iki temel sorunun cevaplanması gerekir;

1. sonuç hangi biçimde (in what manner) düzgünleştirilmeli?
2. sonuç hangi dereceden (to what degree) düzgünleştirilmeli?

Birinci sorunun cevabını düzenleyici fonksiyon, $\|L\hat{f}\|_S^2$, seçimi belirleyecektir. Bu düzenleyici fonksiyonun seçimi ise düzenleştirme operatörü L tarafından yapılmaktadır. Dolayısıyla sonucun hangi şekilde düzgünleştirileceği bu operatör tarafından

belirlenecektir. O halde L düzenleyici fonksiyonu, gözlemlenen görüntüyü ideal görüntüyle uyum sağlayacak biçimde düzgünleştirecek bir şekilde seçilmelidir.

Aşağıdaki denklemi enküçültecek çözüm L seçimini yapmamıza yardımcı olabilir;

$$\hat{f}(\alpha) = (D^T D + \alpha L^T L)^{-1} D^T g \quad (3.30)$$

burada kolaylık açısından R ve S matrisleri birim matris olarak alınmıştır.

Düzenleyici operatörün uygun bir biçimde seçimini açıklamak için görüntünün olasılıksal bir süreç sonucunda oluştuğunu varsayalım ve v ise sıfır ortalamalı beyaz bir gürültü olsun, öyle ki;

$$E[vv^T] = \sigma_v^2 I \quad (3.31)$$

Burada $E[\cdot]$ işlemi beklenen değeri (expectation) ve I 'da birim matrisi göstermektedir.

Eğer ;

$$f = Hv \quad (3.32)$$

o zaman

$$E[ff^T] = \sigma_v^2 HH^T \quad (3.33)$$

Gözlemlenen gürültü'de sıfır ortalamalı beyaz gürültü olsun, o halde;

$$E[nn^T] = \sigma_n^2 I \quad (3.34)$$

Bilindiği üzere Wiener filtresi en küçük kareler onarım metodunu kullanan doğrusal bir filtredir. Burada gürültü ve görüntünün istatistikleri cinsinden Wiener filtresi çözümü aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\hat{f}_{Wiener} = \left(D^T D + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_v^2} (H^T H)^{-1} \right)^{-1} D^T g \quad (3.35)$$

Eğer düzenleme operatörü L aşağıdaki denklemi sağlayacak şekilde seçilirse,

$$\alpha L^T L = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_v^2} (H H^T)^{-1} \quad (3.36)$$

Denklemin (3.30)'da verilen ters filtre Wiener yaklaşımına göre en uygun filtre olur. Düzenleme operatörü seçimi kadar, düzenleme derecesi seçimi de önemlidir. Düzenleme derecesi düzenleme parametresi α tarafından belirlenmektedir. Genel olarak söylemek gerekirse, eğer gürültü-sinyal (noise-to-signal) oranı yüksekse o zaman tatmin edici bir sonuç alabilmek için yüksek derece düzenlemeye ihtiyaç olacaktır. Öte yandan eğer görüntüde çok az gürültü varsa yüksek derece düzenleme görüntünün uygun ve yeterli bir şekilde onarımını engelleyecektir. [20]

BÖLÜM 4

AYKIRI DEĞER AYIKLAMASI İLE GÖRÜNTÜ ONARIMI

4.1 Giriş

Görüntü üç boyutlu bir sahnenin iki boyuttaki eşleniğini ifade edebilmek için elde edilir. Maalesef görüntülerin bir çoğu orijinal sahneyi tatmin edici bir şekilde ifade edemezler. Bu yetersizliğin birçok nedeni vardır, örneğin görüntü sistemindeki hatalar, görüntünün alındığı ortam ve görüntüyü kayıt eden cihaz ideal olandan her zaman daha kötüdür. Bu nedenle kayıt edilmiş görüntüler çoğu zaman orijinal sahneyi tam olarak ifade edemezler ve sahnenin bozunuma uğramış versiyonları olarak karşımıza çıkarlar. Görüntü onarımı da sahnenin yetersiz ifade edildiği bu durumlarda ortaya çıkmaktadır ve temel olarak eldeki bozunuma uğramış görüntüleri kullanarak sahnenin orijinal ifadesine en yakın görüntüyü yakalamaya çalışılmaktadır.

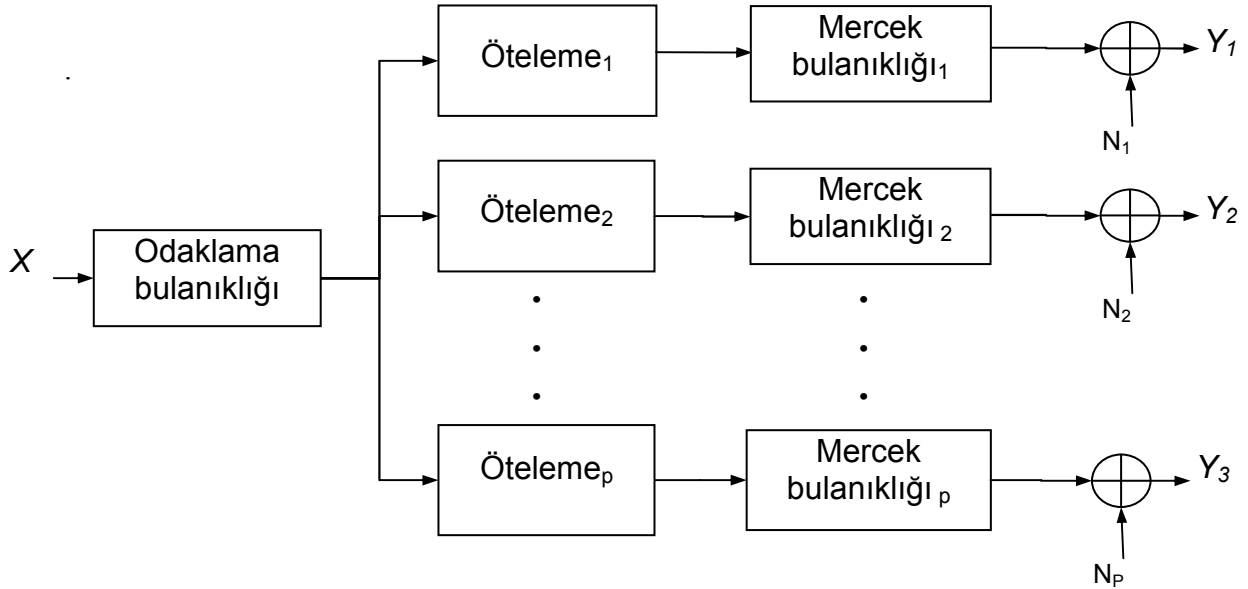
Görüntü onarım çalışmalarında karşımıza çıkan en önemli problemler gürültü ve bulanıklıktır. Bulanıklık görüntüdeki detay düzeyinin kaybolması olarak tanımlanır, gürültü ise görüntüde olan fakat orijinal sahneyi ifade etmeyen pikseller olarak ifade edilebilir. Gürültü birçok durumda onarım algoritmalarında kullanılan hesaplamalar da neden olduğu hatalardan dolayı, onarım işlemi açısından aşılması gereken önemli bir problemdir. Gürültü dolayısıyla, hesaplamalarda yapılan hatalar algoritmalarda kullanılan parametrelerde de hatalı tahminlere yol açmaktadır ve doğal olarak algoritmalar beklenen sonuçları vermemektedir.

Bu bölümde elde bulunan gürültülü ve bulanık resimlerden Aykırı Değer Ayıklama Metodu ile yapılan görüntü onarımı sunulmuştur.

4.2 Aykırı Değer Ayıklama Metodu

Aykırı Değer Ayıklama metodunda temel olarak orijinal sahnenin kayıt edilmiş örnekleri üzerinde inceleme yapılır ve orijinal sahnenin ifadesine uzak (aykırı) olan değerler saptanır ve ayıklanır bir başka deyişle orijinal sahnenin ifadesinin bulunmasında bu değerler kullanılmaz. Bu çalışmada ise, bulunan aykırı değerlerin atılması yanı sıra kullanılacak olan örnekler üzerinden yapılan inceleme sonucunda bu örnek değerler için birer aykırılık oranı bulunur ve örnek değerler bulunan oranlara göre orijinal sahnenin ifadesinde kullanılır. Yani orijinal değerlere en yakın değerler sahnenin ifadesinde daha etkili değerler olarak yer alırlar.

Örnek görüntülerin her biri orijinal sahnenin ötelenmiş, bulanık ve gürültülü versiyonlarıdır. Anlaşılabilirlik açısından sunulan onarım metodunun detaylarına geçmeden önce örnek görüntülerin oluşumunu gösteren genel görüntüleme modeli Şekil-8'de verilmiştir.

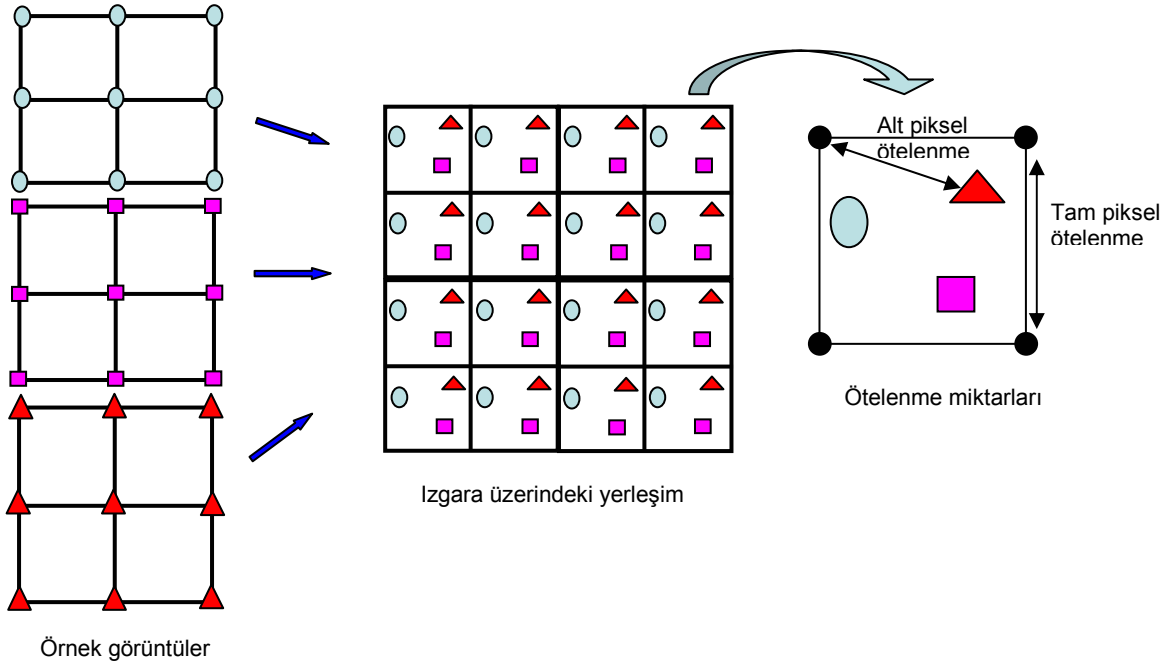


Şekil 8. Ötelemeyi içeren genel görüntüleme modeli

Görüntü onarımında orijinal sahneye en yakın görüntüyü elde etmek için elde bulunan örnek görüntülerin her birinden gelen farklı bilgiler kullanılmaktadır. Genel görüntüleme modelinde de görüldüğü üzere, elde edilen örneklerin hepsi orijinal görüntüye göre farklı seviyelerde ötelenmiş görüntülerdir. Bu ötelenmeler alt piksel seviyesindedir. Eğer ötelenmeler tam piksel seviyesinde olsaydı bu görüntüler birbirlerinin kaydırılmış birer versiyonları olacaklardı ve hepsi aynı bilgiyi taşıyacaktı. Bu durumda orijinal sahneyi ifade edecek görüntünün elde edilmesi için gerekli bilgi sağlanamayacak ve görüntü onarımı daha düşük seviyelerde olabilecekti.

Ötelenmelerin bulunduğu durumlarda, farklı ötelenme seviyelerinden sağlanan farklı bilgilerin doğru kullanılabilmesi için ötelenme miktarlarının bilinmesi gerekir. Ötelenme miktarlarının hesaplanması ise farklı bir çalışma alanı olan Görüntü Çakıştırma (Image Registration) içerisinde konu edinilmiştir. Bu tez çalışmasında sunulan metotta ötelenme miktarlarının bilindiği varsayılmıştır.

Elde bulunan görüntüleri biraz daha detaylı inceleyecek olursak, bu görüntülerde yer alan her bir değer orijinal sahnenin karşılık gelen piksel değerinin örneğidir. Yani orijinal sahnenin her bir piksel değeri için elimizde bulunan görüntü adedince örnek bulunmaktadır. Örnek görüntüler ve ötelenmiş hallerinin ızgaradaki yerleşimi Şekil-9'da verilmiştir. Bu örneklerde gürültü olduğu için, orijinal sahnenin karşılık gelen değerinden uzak değerlere sahip olabilirler. Bu anlamda gürültü orijinal sahne değerinin hesaplanmasında hataya yol açabilir. Görüntü onarımından beklenen, bu gürültülü örnek değerleri kullanarak orijinal sahnenin karşılık gelen değerine en yakın değeri elde etmektir. Yani görüntüdeki gürültüyü olabildiğince azaltıp daha iyi bir görüntü elde etmektir.



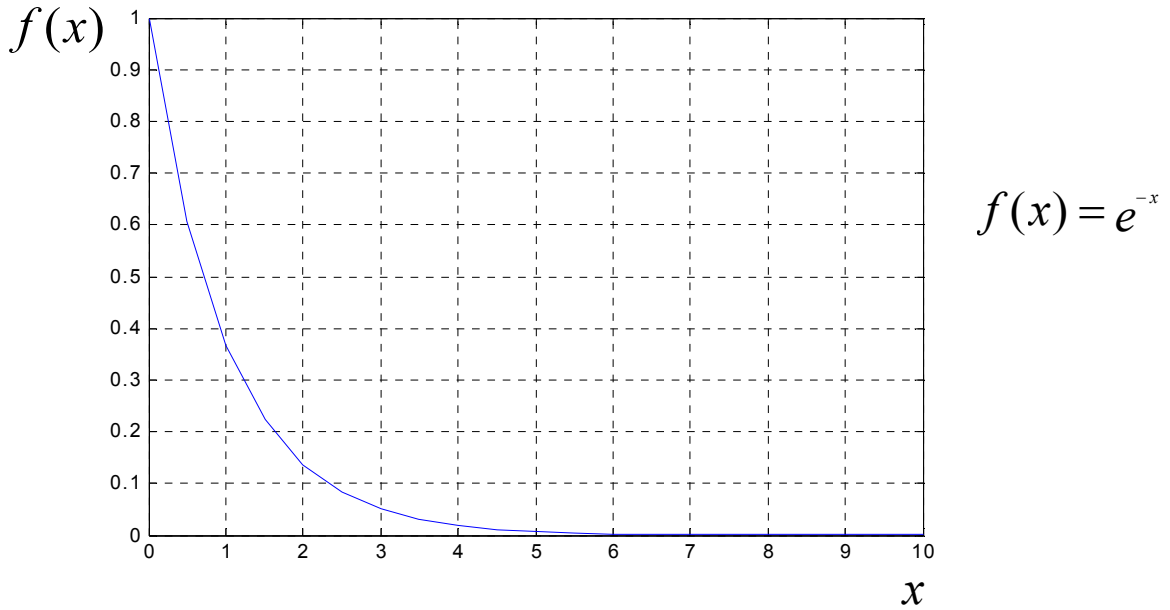
Şekil 9. Örnek görüntüler ve ızgaradaki yerleşim

Şekil-9’da alt piksel seviyesinde ötelenmiş görüntüler ve ötelenme örnekleri görülmektedir. Burada sunulan Aykırı Değer Ayıklama metodu ile görüntü onarımı kısaca 4 adımdan oluşmaktadır. Bu adımlar ;

- İlgili piksel merkez kabul edilerek belirlenen yarıçapa göre bir çember oluşturulur. Çember içinde kalan örnek pikseller kullanılarak bu piksellerin ötelenme miktarına göre, her bir örnek görüntü değerine ait gauss ağırlık hesaplanır.
- Hesaplanan ağırlıklarla orijinal sahnenin ilgili pikselinin ilk değeri (initial value) hesaplanır
- Belirlenen çember içerisinde kalan her bir örnek görüntü için, örnek görüntünün piksel değeri ile orijinal sahnenin elde edilen ilk piksel değeri arasındaki farka göre yeni gauss (gaussian) ağırlık hesaplanır.
- Hesaplanan yeni gauss (gaussian) ağırlıklar kullanılarak orijinal sahnenin ilgili piksel değeri yeniden hesaplanır.

Birinci adımda hesaplanacak olan orjinal sahne pikseli merkez alınarak belirlenen yarıçapa göre bir sanal çember oluşturulur. Bu çember içerisinde kalan örnek değerler hesaplamalarda kullanılacak değerlerdir. Daha sonra örnek resimlerin, orijinal sahneye ait ilk değerlerin hesaplanmasında ne kadar katkıda bulunacağını belirleyen, ötelenme miktarına (uzaklık) bağlı ağırlıklar bulunur. En uzaktaki örnek değer ilk değer oluşumundaki etkisi en az, en yakındaki örnek değer etkisi ise en fazla olmalıdır. Bu anlamda oluşturulan ağırlıklar örnek değerlerin ötelenme miktarları ile ters orantılıdır. Bu ağırlıklar oluşturulurken *exponansiyel* (*exponential*) ağırlıklandırma yapılmıştır. Bunun sebebi orijinal sahneye ait piksele çok çok yakın bir örnek pikselin, olası yüksek baskınlığını bir üst limit ile sınırlamak ve bu şekilde ağırlıklandırmaları dengelemektir.

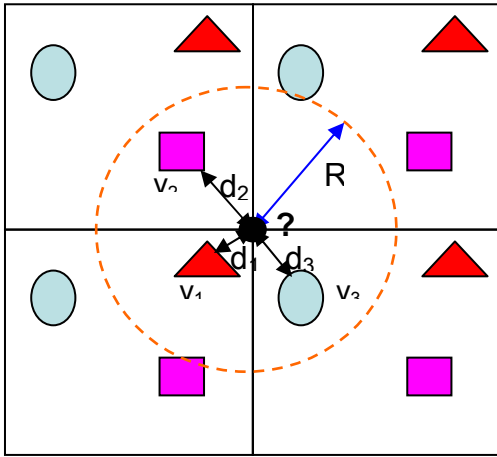
Ağırlıklar hesaplanırken kullanılan *exponansiyel* ağırlıklandırma fonksiyonu ve grafiği Şekil-10'da verilmiştir.



Şekil 10. Kullanılan *exponansiyel* ağırlıklandırma fonksiyonu

Burada “x” bir örnek pikselin orijinal sahne pikseline olan mutlak uzaklığını göstermektedir.

Şekil-11'da örnek resimlerin çizilen çember içerisinde kalan değerleri için ötelenme miktarları ve değerleri gösterilmiştir. Bu değerlere göre ilgili ağırlıkların nasıl hesaplandığı Denklem-(4.1)'de verilmiştir.



d_1, d_2, d_3 : örnek görüntülerin ötelenme miktarları

v_1, v_2, v_3 : örnek görüntülerin

? : Onarılan görüntüye ait değer

Şekil 11. Örnek görüntü değerleri ve ötelenme miktarları

$$w_1 = \frac{e^{-d_1}}{e^{-d_1} + e^{-d_2} + e^{-d_3}}, w_2 = \frac{e^{-d_2}}{e^{-d_1} + e^{-d_2} + e^{-d_3}}, w_3 = \frac{e^{-d_3}}{e^{-d_1} + e^{-d_2} + e^{-d_3}} \quad (4.1)$$

İkinci adımda ise orijinal sahneye ait ilk (birincil) değer hesaplanmaktadır. Bu değer örnek değerlerin ağırlıklandırılmış toplamlarından oluşmaktadır. Orijinal sahneye ait birincil değer nasıl hesaplandığı Denklem-(4.2)'de verilmiştir.

$$? = \frac{w_1 * v_1 + w_2 * v_2 + w_3 * v_3}{w_1 + w_2 + w_3} \quad (4.2)$$

Burada v 'ler örnek görüntü değerlerini, w 'lar ise ötelemelere bağlı ağırlıkları göstermektedirler. “?” ise orijinal sahneye ait hesaplanan piksel değerini göstermektedir. Bu değer orijinal sahne için hesaplanmış bir ilk değerdir. Yine bu değer en son adımda yeniden hesaplanacak ve orijinal sahneyi en iyi ifade edecek piksel değeri bulunacaktır.

Şekil-9’ da gösterilen örnek resimler için Denklem-(4.1) ve Denklem-(4.2)’de verilen denklemlerde, sırasıyla ağırlıkların ve orijinal sahneyi ifade edecek değerlerin nasıl bulunacağını gösteren formüller verilmişti. Bu formülleri daha genel bir ifadeyle vermek gerekirse; m,n görüntülerdeki piksellerin indisleri olmak üzere, orijinal sahne değeri Denklem-(4.3)’ de verildiği gibi olur.

$$?_{m,n} = \frac{\sum_{i=1}^T w_{m,n,i} * v_{m,n,i}}{\sum w_{m,n}} \quad T = \text{örnek resim sayısı} \quad (4.3)$$

benzer şekilde ağırlık hesaplamalarını yazarsak;

$$w_{m,n,i} = \frac{d_i}{\sum_{i=1}^T d_{m,n,i}} \quad (4.4)$$

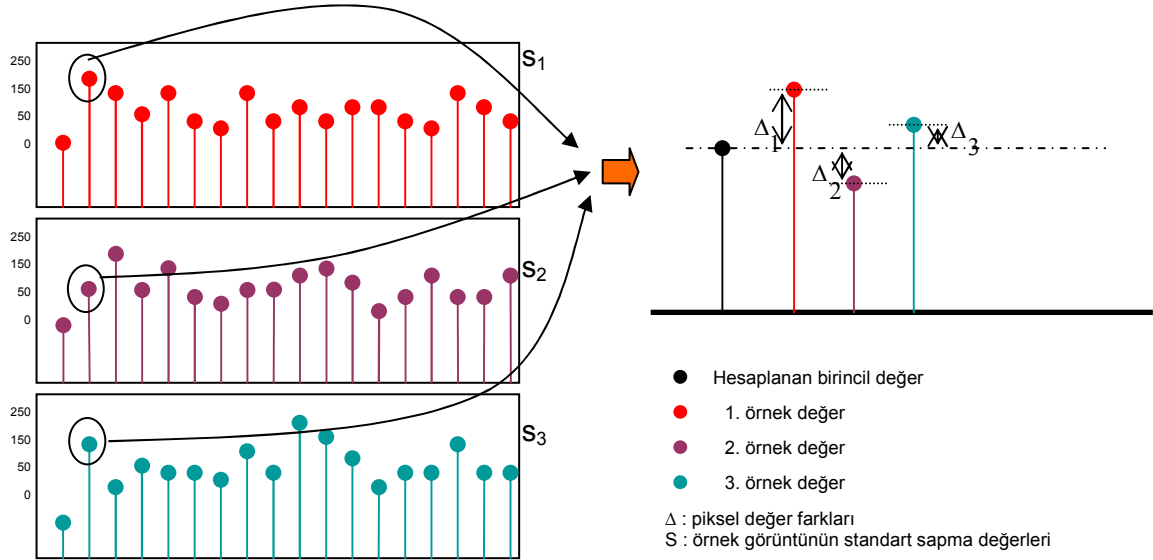
Üçüncü adımda ise orijinal sahnenin gerçek değerinin hesaplanmasında kullanılacak yeni gauss ağırlıklar bulunur. Bu ağırlıklar temel gauss fonksiyonu kullanılarak elde edilir. Bu yüzden gauss ağırlıklar olarak isimlendirilmişlerdir. Gerçek hayatta karşılaşılan gürültü türü bir gauss fonksiyonu ile daha iyi temsil edildiği için ağırlıklar gauss fonksiyonu kullanılarak hesaplanmıştır. Kullanılan temel gauss fonksiyonu Denklem-(4.5) ‘de verilmiştir.

$$f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{s}\right)^2} \quad (4.5)$$

Burada “s” standart sapmayı, “m” ise bu dağılımın orta değerini göstermektedir.

Gauss ağırlıklar, örnek görüntülerin piksel değerleri, orijinal sahne için hesaplanan birincil değer, ve örnek görüntülerin standart sapma değerleri kullanılarak hesaplanır. Burada örnek görüntülerin piksel değerlerinin hesaplanan birincil değere olan uzaklığına bakılır ve bu uzaklıklar ile standart sapmalar kullanılarak yeni ağırlıklar hesaplanır.

Şekil-9’ da ötelenme ve ızgaradaki yerleşimleri verilen örnek görüntüler için, gauss ağırlık hesaplamasında kullanılan piksel değer farklarının gösterimi Şekil-11’de verilmiştir.



Şekil 12. Orijinal sahnenin ilk değeri ve örnek görüntü değerleri arasındaki fark

Şekillerle gösterimi yapılan örnek resimler için gauss ağırlık hesaplamaları Denklem-(4.6)’da verildiği gibi yapılır.

$$w'_1 = \frac{1}{s_1 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_1}{s_1}\right)^2}, \quad w'_2 = \frac{1}{s_2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_2}{s_2}\right)^2}, \quad w'_3 = \frac{1}{s_3 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_3}{s_3}\right)^2} \quad (4.6)$$

Burada w' lar hesaplanan gauss ağırlıklarını göstermektedirler.

Dördüncü adımda ise hesaplanan gauss ağırlıkları kullanılarak orijinal sahnenin değeri bulunur. Denklem-(4.7)'de bu değerin nasıl hesaplanacağı verilmiştir.

$$? = \frac{w'_1 * v_1 + w'_2 * v_2 + w'_3 * v_3}{w'_1 + w'_2 + w'_3} \quad (4.7)$$

Burada “?” yeniden hesaplanan orijinal sahne piksel değerini göstermektedir.

BÖLÜM 5

UYGULAMA VE SONUÇLAR

Bu bölümde çalışmada sunulan Aykırı Değer Ayıklama metodunun uygulaması yapılmış ve oluşturulan sentetik resimler (görüntüler) üzerinde deneyler yapılarak sonuçları gözlemlenmiştir. Uygulamada, üretilen ötelenmiş çoklu görüntüler kullanılarak aykırı değer ayıklama yoluyla görüntü onarımı gerçekleştirilmiştir. Kullanılan sentetik görüntülerin her biri farklı miktarlarda ötelenme ve gürültü içermektedir. Uygulamanın amacı geliştirilen metodu kullanarak gürültülü, ötelenmiş görüntüler üzerinden detay düzeyi daha yüksek, gürültüsü kabul edilebilir seviyede azaltılmış yeni bir görüntü elde etmektir.

Uygulama üç adet sentetik resim üzerinde yapıldı. Bu resimler alt-piksel seviyesinde ötelendi ve çeşitli derecelerde gürültü eklenerek girdi resimler elde edildi. Daha sonra girdi resimler üzerinden Aykırı Değer Ayıklama metodu ile yeni daha iyi bir resim elde edildi. Her bir denemede elde edilen resmin orijinal sahneyi ne kadar iyi ifade ettiği ölçüldü ve elde edilen resimler gözlemlendi. Algoritma sonucunda elde edilen resim ile orijinal sahne arasındaki benzerliği, başka bir deyişle elde edilen resmin orijinal sahneyi ne kadar iyi ifade ettiğini ölçmede PSNR değeri ölçümünden faydalanıldı. PSNR değeri ve nasıl hesaplandığı ilerleyen kısımlarda anlatılmıştır.

Denemelerde kullanılan sentetik resimler sırasıyla “lena.tif”, “cameraman.tif” ve “woman_blonde.tif” Şekil-13’de verilmiştir.

a)



b)



c)



Şekil 13. Uygulamada kullanılan orijinal resimler, a)Lena, b)Cameraman,
c)Woman_blonde.tif

KRİTERLER

Herhangi bir uygulamanın sonuçlarını değerlendirebilmek ya da kullanılan algoritmanın başarı durumunu görebilmek için bazı kriterlere ihtiyaç vardır. Bu kriterler yardımıyla elde edilen resmin orjinal resme ne kadar yaklaştığı ölçülmektedir ve bir kıyas yapılabilmektedir. Bu uygulamada da kıyas yapabilmek ve uygulamanın başarı durumunu görebilmek için bu kriterlerden biri olan PSNR değeri kullanılmıştır. Bahsi geçen kriterin ne olduğu ve nasıl hesaplandığı aşağıda kısaca anlatılmıştır.

PSNR :

En çok kullanılan kalite yada başarımlı ölçülerinden birisi de PSNR (peak signal-to-noise ratio) değeridir. Bu değer iki resim yada görüntü arasındaki farkı ölçmek için kullanılır. Herhangi iki A, B resmi için PSNR değeri aşağıdaki gibi tanımlanabilir;

$$PSNR = 20 * \log_{10}(b/rms)$$

Burada “b” işaretin alabileceği en büyük değeri, “rms” ise iki görüntü arasındaki farkın etkin değeridir (root mean square).

Örnek olarak, f ve g 'nin $N \times N$ büyüklüğünde birer görüntü olduğunu düşünelim ve g orjinal f ise elde edilen görüntü olsun. Bu görüntülerin gri seviyeleri $[0, 255]$ aralığında ise o zaman f görüntüsünün g görüntüsüne göre PSNR değeri db cinsinden şu şekilde tanımlanmıştır;

$$PSNR = 20 * \log \left(\frac{255}{\frac{1}{N \times N} \sqrt{\sum \|g - f\|^2}} \right)$$

Burada 255 işaretin olası en büyük değerini, $\|g - f\|^2$ ise iki resim arasındaki norm farkını ifade etmektedir. PSNR değeri iki resim arasındaki farkı gösterdiği için, bu değer ne kadar yüksek ise kıyaslanan iki görüntüler o kadar yakın demektir.

Sonuçlar:

Uygulama üç ayrı resim üzerinde denenmiştir ve bu deneylerin sonuçları her bir resim için ayrı ayrı yer alacaktır. Deney yapılan her bir resim için sonuçlar, önce tablo halinde PSNR değerleri olarak daha sonra ise üretilen resimler olarak verilmiştir. Tabloda yer alan “Gürültü” sütunu girdi (input) resim ile referans resim arasındaki farkı göstermektedir. Yani, girdi resmin referans resme göre ne kadar gürültü içerdiğini göstermektedir. Diğer sütun ise Aykırı Değer Ayıklama metodu ile yapılan onarım sonucunda elde edilen resim ile referans resim arasındaki farkı göstermektedir. Daha önce kriterler başlığı altında anlatılan PSNR ölçümü hatırlamak gerekirse, bu değer iki resim arasındaki farkı göstermektedir ve iki resim birbirine ne kadar yakınsa bu değer o kadar yüksek olacaktır. Zaten görüntü onarımında amaç referans görüntüye, başka bir deyişle orjinal görüntüye olabildiğince yaklaşmaktır.

DENEY-1: Lena resmi kullanılarak yapılan deney sonuçları;

LENA RESMİ İÇİN PSNR DEĞERLERİ	
Gürültü - PSNR	Aykırı Değer Ayıklama
43.0932	44.3453
38.9000	43.3670
34.3739	41.6747
28.4465	39.1931
23.9387	35.7593
18.2090	31.4143

Tablo 1. Lena resmi için alınan PSNR değerleri

a) 43 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 14. Lena resmi, 43 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

b) 38 db gürültü için elde edilen resimler

a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 15. Lena resmi, 38 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

b) 34 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 16. Lena resmi, 34 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

c) 28 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resmi



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 17. Lena resmi, 28 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

d) 23 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 18. Lena resmi, 23 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

e) 18 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 19. Lena resmi, 18 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

DENEY-2:

Bu deneyde ise Cameraman.tif resmi kullanılmıştır. Yine yapılan deneyin sayısal sonuçları (PSNR değerleri) Tablo-2 'de verilmiştir. Daha sonrasında ise üretilen resimler yer almıştır.

CAMERAMAN RESMİ İÇİN PSNR DEĞERLERİ	
Gürültü - PSNR	Aykırı Değer Ayıklama
41.7343	40.1323
37.3146	38.9453
31.6377	37.1892
27.4245	34.4580
23.7874	31.7495
19.0954	27.4077

Tablo 2. Cameraman resmi için alınan PSNR değerleri

a) 41 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 20. Cameraman resmi, 41 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

b) 37 db gürültü için elde edilen resimler

a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 21. Cameraman resmi, 37 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

c) 31 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 22. Cameraman resmi, 31 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

d) 27 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resmi



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 23. Cameraman resmi, 27 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

e) 23 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resmi



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 24. Cameraman resmi, 23 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

f) 19 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 25. Cameraman resmi, 19 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

DENEY-3:

Bu deneyde ise woman_blonde.tif resmi kullanılmıştır. Yapılan deneyin sayısal sonuçları (PSNR değerleri) Tablo-3 'de verilmiştir. Daha sonrasında ise üretilen resimler yer almaktadır.

WOMAN_BLONDE RESMİ İÇİN PSNR DEĞERLERİ	
Gürültü - PSNR	Aykırı Değer Ayıklama
41.4409	40.4019
37.8428	39.6838
33.9646	38.2575
30.1126	36.2874
26.2309	33.6389
22.2955	30.6500

Tablo 3. Woman_Blonde resmi için alınan PSNR değerleri

a) 41 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 26. Blonde Woman resmi, 41 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

b) 37 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 27. Blonde Woman resmi, 37 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

c) 33 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 28. Blonde Woman resmi, 33 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

d) 30db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 29. Blonde Woman resmi, 30 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

e) 26 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 30. Blonde Woman resmi, 26 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

f) 22 db gürültü için elde edilen resimler



a) Referans resim



b) Girdi (input) resim



d) Aykırı Değer Ayıklama

Şekil 31. Blonde Woman resmi, 22 db gürültü varken elde edilen sonuçlar

Değerlendirme

Yukarıdaki kısımda, bu çalışmada sunulan aykırı değer ayıklama metodunun uygulama sonuçları hem elde edilen resimlerle, hem de kullanılan ölçüm kriterlerinin sayısal değerleri ile verilmiştir. Sunulan metot ile sırasıyla Lena, Cameraman ve Blonde Woman resimlerinin her biri için ayrı ayrı deneyler yapılmıştır. Deneylerde önce örnek resimler üzerine çeşitli seviyelerde gürültü eklenmiş daha sonra bu gürültülü örnek resimler kullanılarak görüntü onarımı yapılmaya çalışılmıştır. Elde edilen sonuçlara bakıldığı zaman sunulan metodun gürültülü resimlerin restorasyonunda belirgin bir başarı sağladığı görülmektedir.

Bilindiği üzere gürültü, görüntü onarımında son derece önemli bir faktördür ve halen görüntü onarımı çalışma alanında çözülmeye çalışılan bir problem olarak ele alınmaktadır. Görüntü onarımında kullanılan örnek resimlerde gürültü olduğu zaman, bu gürültü onarım metotlarında kullanılan hesaplamalarda hatalara neden olmaktadır ve dolayısıyla onarımda kullanılan parametreler de yanlış değerler almaktadır. Bu sebeple gürültü görüntü onarımı zorlaştırmaktadır. Bu çalışmada örnek resimler üzerinde “gauss (gaussian) gürültü” kullanılmıştır. Bunun sebebi, bu gürültü tipinin gerçek hayatta karşılaşılan gürültü tipine daha yakın oluşudur. Diğer bir gürültü çeşiti olan Tuz-Biber gürültüsünün aksine, Gauss gürültüsünde gürültülü pikselleri diğerlerinden ayırmak daha zordur. Çünkü bu piksellerin aldıkları değerler birbirlerine daha yakındır ve bu yüzden daha detaylı inceleme ve hesaplamalar gerektirir.

Gürültünün azaltılmasına yönelik çalışmaların çoğunda görüntünün gerçek piksel değeri hesaplanırken, görüntü onarımında karşılaşılan diğer ana problem olan bulanıklaşma ortaya çıkmaktadır. Bu ise onarım sonunda elde edilen resmin referans resme göre PSNR değerinin daha düşük olmasına neden olmaktadır. Yani kullanılan görüntü onarım metodunun başarı oranını düşürmektedir. Bu yüzden gürültü, bulanıklık oluşturulmadan azaltılmaya çalışılmalıdır.

Yapılan çalışmanın sonuç tablolarından, Lena resmi için oluşturulan tablo aşağıda tekrar verilmiştir. Lena resmine Burada yer alan değerleri inceleyecek olursak, bu deneyde 43 db ile 18 db arasında değişen gürültü seviyeleri kullanılmıştır. Tabloda yer alan gürültü değerleri db cinsinden olup, bu değer ile resimlere katılan gürültü ters orantılıdır. Başka bir deyişle yüksek değerler düşük gürültü seviyelerini gösterirken, düşük değerler daha yüksek gürültü seviyelerine karşılık gelmektedir.

LENA RESMİ İÇİN PSNR DEĞERLERİ	
Gürültü - PSNR	Aykırı Değer Ayıklama
43.0932	44.3453
38.9000	43.3670
34.3739	41.6747
28.4465	39.1931
23.9387	35.7593
18.2090	31.4143

Tablo 3. Pentagon resmi için alınan PSNR değerleri

Sunulan metot kullanılarak elde edilen resmin PSNR değerlerine baktığımız zaman, 43 db gibi çok düşük gürültü seviyelerinde, girdi (input) resmin PSNR değeri nerdeyse onarım sonunda elde edilen resmin PSNR değeri kadar yüksek yada biraz daha yüksektir. Yüksek gürültü seviyelerinde ise sunulan metot gerçekten işe yaradığını göstermiştir. Çalışmada yapılan deneylerde, resimlerde PSNR cinsinden 10 db kadar iyileştirme yapılabildiği görülmüştür. Gürültü miktarı arttıkça sunulan metodun başarısı daha net ortaya çıkmaktadır.

Alınan sonuçlara bakıldığı zaman, sunulan aykırı değer ayıklama metodunda bulanıklık etkisi çok az görülmektedir buna karşın gürültü önemli ölçüde azaltılabilmektedir.. Gürültü oranları ve bu oranlara ilişkin yapılan deneylerden elde edilen resimler göz önüne alındığında, onarılmış resimlerde bulunan bulanıklık çok düşük seviyelerdedir. Gürültü seviyesi belirli bir miktardan daha az olduğu zaman bulanıklığın etkileri daha görünür hale gelmektedir. Az gürültü seviyelerinde, onarım sonunda elde edilen kazanç daha düşük olmasına rağmen, duruma yada amaca göre elde edilen görüntü tercih edilebilir.

Yine yapılan uygulamalar göstermiştir ki, deneylerde kullanılan resimler de onarım işlemi başarısını gösteren PSNR değeri açısından önemlidir. Şöyle ki çok kalabalık görüntülerde objelerin ayırt edilebilmesi için daha yüksek detay düzeyi arandığı için, onarım işleminin bulanıklık etkisi bu resimlerde daha çok ortaya çıkmaktadır. Bu ise beklenen bir durumdur. Deneylerde kullandığımız resimlerden Cameraman bu söylediğimize örnek olarak gösterilebilir. Gürültünün daha belirgin olarak karşımıza çıktığı ve geniş yüzeyleri olan obje resimlerinde ise bu etki daha az olmaktadır. Fikir oluşturması açısından, Şekil-32'de 42 db gürültü için Cameraman ve BlondeWoman resimleri verilmiştir. Sonuçlar kısmına bakıldığında, bu resimlerdeki gürültü büyük oranda yok edilmesine karşın, girdi resme göre iyileştirme oranı çok yüksek çıkmamıştır.



a)



b)

Şekil 32. 42 db gürültü varken a)BlondeWoman ve b)Cameraman resimleri

Sonuç olarak önerilen görüntü onarım metodu ile başarılı bir şekilde görüntü onarımı yapılabilmektedir. Bu metodun en önemli özelliği gürültü karşısında gösterdiği performans olarak ortaya çıkmaktadır. Sunulan metotta kullanılan iki kademeli ağırlıklandırma sayesinde gürültü etkin bir şekilde azaltılırken, bulanıklaştırma etkisi de en aza indirilmiştir. Ağırlıklar hesaplanırken kullanılan gauss fonksiyonu bahsi geçen bulanıklık etkisinin azaltılmasında önemli derece de etkili olmuştur. Aynı zamanda bu ağırlıklandırma fonksiyonları sayede, orijinal görüntüye ait piksele çok yakın bir örnek pikselin aşırı baskın olması da engellenmiştir. Dolayısıyla bu tip bir pikselden gelebilecek olası bir gürültünün etkisi de sınırlandırılmıştır.

Gelecek çalışmalar açısından bakılacak olursa ,bu çalışmada sunulan metot birkaç ek özellikle birlikte daha da ileriye götürülebilir. Örneğin, bir resmin farklı bölgelerinde yer alan farklı seviyelerdeki gürültülerin yok edilebileceği şekilde düzenlemeler yapılabilir. Bu özellik, ağırlıklandırma da kullanılan standart sapma değerinin resmin genelinde hesaplanması yerine bölge bölge hesaplanmasıyla kazandırılabilir. Yada ötelemelerle birlikte dönmelerin de ele alınması başka bir özellik olarak eklenebilir. Bilindiği üzere bu çalışmada girdi resmin çözünürlük seviyesi sabit kalmaktadır. Yine aynı metodoloji kullanılarak süper çözünürlük de yapılabilir, böylelikle bu metot daha fonksiyonel bir hale getirilmiş olur.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- [1] SÜRAL İ., 2003, “Düşük Çözünürlüklü Görüntülerden Yüksek Çözünürlüklü görüntü Elde Etme Teknikleri”, Yüksek Lisans Tezi, Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
- [2] IRANI M. and PELEG S., “Improving Resolution by Image Resgistration”, CVGIP: Graphical Models and Image Processing, Vol. 53, No. 3, pp. 231-239, 1991
- [3] NGUYEN N., MILANFAR P., and GOLUB G., “A Computationally Efficient Superresolution Algorithm”, November 12, 2000
- [4] J.R. Fienup, D. Griffith, L. Harrington, A.M. Kowalczyk, J.J. Miller, and J.A. Money, “Comparision of Reconstruction Algorithms for Images from Sparse-Aperture Systems”, Institute of Optics, Wilmot 410, University of Rochester, Rochester, 2002
- [5] NGUYEN N., “Thesis, Doctor of Philosophy”, “Numerical Algorithms for Image Superresolution”, 2000
- [6] A. K. KATSAGGELOS, J. BIEMOND, “A General Formulation of Constrained Iterative Restoration Algorithms”
- [7] A. K. KATSAGGELOS, “Iterative Image Restoration Algorithms”, Northwestern University
- [8] ÖZKAN K., 2000, “LGB Algoritmasında Görüntü İstatistiklerinden Faydalanma”, Yüksek Lisans Tezi, Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
- [9] S. ALEXANDER, “Iterative Image Restoration”
- [10] Kenneth R. Castleman, “Digital Image Processing”
- [11] M. R. BANHAM, and A. K. KATSAGGELOS, “Digital Image Restoration”, IEEE Signal processing Magazine, 1053-5888, 1997
- [12] T. F. CHAN, and P. MULET, “Iterative Methods for Total Variation Image Restoration”
- [13] J. J. G. FERREIRA, “Fixed Point Problems - An Introduction”, Revista do Detua, Vol. 1, No. 6

- [14] J. J. G. FERREIRA, "The Existence and Uniqueness of the Minimum Norm Solution to Certain linear and Nonlinear Problems"
- [15] M. ELAD and A. FEUER, "Restoration of a Single Superresolution Image from Several Blurred, Noisy, and Undersampled Measured Images", IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 6, No. 12, 1997
- [16] S. BORMAN, R. STEVENSON, "Spatial Resolution Enhancement of Low-Resolution Image Sequences A Comprehensive Review with Directions for Future Research", July 8, 1998
- [17] M. ELAD, "On Restoration and Super-Resolution for Continuous Image Sequence-Adaptive Filter Approach"
- [18] A. K. KATSAGGELOS and S.n. EFSTRATIADIS, "A Class of Iterative Restoration Algorithms", IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. 38, 1981
- [19] P. MONK, "Basic Theory of Linear Ill-posed Problems", University of Delaware
- [20] S. J. REEVES, "Thesis-Doctor of Philosophy", "A Cross-Validation Approach to Image Restoration and Blur Identification", Georgia Institute of Technology
- [21] Jean Claude Simon, "Digital Image Processing and Analysis", p. 54