

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
TEŞEKKÜR.....	iv
ÖZET	v
SUMMARY	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ	xi
SİMGELER DİZİNİ	xii
1. GİRİŞ	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	2
3. ELİPTİK KESİTLİ BORULARDA LAMİNER AKIŞ	6
3.1. Süreklilik Denklemi	6
3.2. Momentum Denklemlerinin Çıkarılması	8
3.3. Enerji Denkleminin Çıkarılması	11
3.4. Sınır Şartları ve Geometrinin Tanımı	17
3.4.1. Akış Koşulları.....	18
3.4.2. Sürtünme Katsayısı.....	20
3.4.3. Isıl İnceleme	20
3.4.4. Newton'un Soğuma Kanunu	21
4. PROBLEMİN MODELLENMESİ.....	22
4.1. Geometrinin Oluşturulması.....	22
4.1.1. Yüzey (Face) Oluşturma.....	25
4.1.2. Hacim (Volume) Oluşturma	26
4.1.3. Cidar Üzerinde Dilim (Yeni Bir Yüzey) Oluşturma	27
4.2. Mesh Yapısının Oluşturulması	30

İÇİNDEKİLER (devam)

4.2.1. Kenarların Meshlenmesi.....	30
4.2.2. Yüzeylerin Meshlenmesi.....	32
4.2.3. Hacim Meshlemesi.....	32
4.3. Sınır Tiplerinin Belirlenmesi.....	34
5. FLUENT İLE ÇÖZÜMLEME.....	36
5.1. Grid Yapısının Kontrolü ve Görüntülenmesi.....	36
5.1.1. Optimum Düğüm Noktası Sayısının Belirlenmesi.....	36
5.2. Çözücü Özelliklerini Tanımlama.....	40
5.3. Malzeme Özelliklerini Tanımlama.....	41
5.4. Sınır Koşulları Tanımlama.....	42
5.5. Nümerik Çözümleme.....	43
5.6. Başlangıç Tahmin Değerlerinin Ayarlanması.....	44
5.7. Yakınsama Kriteri Ayarı.....	45
5.8. Referans Değerlerinin Ayarlanması.....	46
5.9. Hidrodinamik Değerler İçin Çözdürme Aşaması.....	46
5.10. Isıl Değerler (Enerji) için Çözdürme Aşaması.....	51
6. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR.....	55
6.1. Dairesel ve Farklı İncelik Oranlarına Sahip Eliptik Kesitli Borular İçin Tam Gelişmiş Akışta Hesaplanan Değerler.....	55
6.1.1. Dairesel Kesitli Boru.....	55
6.1.2. Eliptik Kesitli Borular.....	56
6.2. Gelişmekte Olan Akış İçin İnceleme.....	65
6.3. Farklı Reynolds Sayıları İçin İnceleme.....	67
6.4. Regresyon Yöntemi İle Korelasyonların Geliştirilmesi.....	69
7. SONUÇLAR.....	72
8. KAYNAKLAR DİZİNİ.....	73
EKLER.....	74

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
Şekil 3. 1 İki boyutlu kartezyen koordinat sisteminde kütle korunumu	7
Şekil 3. 2 Sanal bir kontrol hacminin x yönündeki kuvvet dengesi	9
Şekil 3. 3 Sanal bir kontrol hacmine Enerji Korunum İlkesinin uygulanması	13
Şekil 3. 4 Eliptik kesitli boru geometrisi	17
Şekil 3. 5 Isıl Sınır tabaka gelişimi	21
Şekil 4. 1 Dairesel kesitin köşelerinin koordinatları	22
Şekil 4. 2 Gambit ortamında nokta oluşturma penceresi	23
Şekil 4. 3 Gambit ortamında noktalardan eliptik yüzey oluşturma penceresi	23
Şekil 4. 4 Gambit ortamında yüzey kopyalama penceresi	24
Şekil 4. 5 Gambit ortamında noktaların birleştirilmesi ile oluşan geometri	25
Şekil 4. 6 Alternatif seçim yöntemi	26
Şekil 4. 7 Gambit ortamında yüzey listeleme ve hacim oluşturma penceresi	27
Şekil 4. 8 Gambit ortamında kenar (edge) kopyalama penceresi	28
Şekil 4. 9 Gambit ortamında oluşturulmuş yüzeyden kesit arayüzü çıkarma penceresi	29
Şekil 4. 10 Problemin geometrisi	30
Şekil 4. 11 Kenar Mesh'leme penceresi	31
Şekil 4. 12 Geometrinin kenar meshlemesi	31
Şekil 4. 13 Yüzey meshleme penceresi	32
Şekil 4. 14 Hacim meshleme penceresi	33
Şekil 4. 15 Tüm geometrinin meshlenmiş hali	33
Şekil 4. 16 Sınır şartını yüzey için etkinleştirme kutusu	34
Şekil 4. 17 Sınır şartı belirleme penceresi	34
Şekil 4. 18 Gambit ortamında isim ve sınır koşulu belirleme kutusu	35
Şekil 5. 1 Fluent ortamında sınır yüzeyler adaptasyon penceresi	37
Şekil 5. 2 Fluent ortamında grid yapısını görüntüleme penceresi	38
Şekil 5. 3 Fluent ortamında çözücü özellikleri penceresi	40
Şekil 5. 4 Malzeme özellikleri penceresi	42

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil 5. 5	Fluent ortamında giriş sınır şartı penceresi	43
Şekil 5. 6	Fluent ortamında nümerik çözümleme penceresi.....	44
Şekil 5. 7	Başlangıç tahmin değer ayarlama penceresi	44
Şekil 5. 8	Yakınsama kriteri ayarlama penceresi	45
Şekil 5. 9	Referans değerleri atama penceresi.....	46
Şekil 5. 10	Fluent ortamında hat oluşturma penceresi	47
Şekil 5. 11	Fluent ortamında (grafik) çizim penceresi	48
Şekil 5. 12	Dairesel kesitli boru merkezinin hız grafiği	48
Şekil 5. 13	Fluent ortamında (tablo) çizim penceresi.....	49
Şekil 5. 14	Profil kopyalamadan sonra sınır şartları penceresi.....	50
Şekil 5. 15	Yüzey integrali penceresi	50
Şekil 5. 16	Enerji aktif iken malzeme özellikleri penceresi	51
Şekil 5. 17	Cidarda sabit duvar sıcaklığı sınır şartı penceresi	52
Şekil 5. 18	İzometrik yüzey penceresi	52
Şekil 5. 19	Cidarda sabit ısı akısı sınır şartı penceresi	53
Şekil 6. 1	Fluent'te grid ölçeği penceresi	56
Şekil 6. 2	İncelik oranına göre Nu_q sayılarının değişimi	62
Şekil 6. 3	İncelik oranına göre Nu_T sayılarının değişimi.....	63
Şekil 6. 4	$Re=100$ için incelik oranına göre boru eksenindeki hız değişimi	64
Şekil 6. 5	$Re=100$ için incelik oranına göre boru cidarındaki sürtünme faktörü değişimi.....	64
Şekil 6. 6	Eliptik ve dairesel kesitli boruda Nu_T sayısının boru boyunca değişimi ...	65
Şekil 6. 7	Eliptik ve dairesel kesitli boruda Nu_q sayısının boru boyunca değişimi ...	66
Şekil 6. 8	Dairesel kesitli boruda Re sayısı ve boru boyuna bağlı olarak C_f 'nin değişimi.....	67
Şekil 6. 9	$a/b=2$ olan eliptik kesitli boruda Re sayısı ve boru boyuna bağlı olarak C_f 'nin değişimi	68
Şekil 6. 10	$Re=100$ için kesitin dairesel veya eliptik oluşuna ve boru boyuna bağlı olarak C_f 'nin değişimi	69

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
Çizelge 3.1 Eliptik boru boyutları	18
Çizelge 5.1 Grid sayılarına göre % hatalar.....	37
Çizelge 5.2 Grid sayısına göre mesh yapısı değişimi.....	39
Çizelge 6.1 Dairesel kesitli boru için Nu sayıları.....	56
Çizelge 6.2 İncelik oranı (a/b) 1.25 olan eliptik boru için Nu sayıları.....	57
Çizelge 6.3 İncelik oranı (a/b) 1.5 olan eliptik boru için Nu sayıları.....	58
Çizelge 6.4 İncelik oranı (a/b) 1.75 olan eliptik boru için Nu sayıları.....	58
Çizelge 6.5 İncelik oranı (a/b) 2 olan eliptik boru için Nu sayıları.....	59
Çizelge 6.6 İncelik oranı (a/b) 3 olan eliptik boru için Nu sayıları.....	59
Çizelge 6.7 İncelik oranı (a/b) 4 olan eliptik boru için Nu sayıları.....	60
Çizelge 6.8 İncelik oranı (a/b) 5 olan eliptik boru için Nu sayıları.....	61
Çizelge 6.9 Boru kesitine göre Nu_T , Nu_q , U_{max} , C_f ve $x_{TD,h}$ 'in değişimi.....	61

SİMGELER DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
a	Borunun x eksenindeki genişliği (m)
a/b	İncelik oranı
b	Borunun y eksenindeki genişliği (m)
β	Termal genleşme katsayısı (K^{-1})
C_f	Sürtünme katsayısı
$C_{f\text{duvar}}$	Cidardaki sürtünme katsayısı
C_p	Özgül ısı (J/kg-K)
ζ	Islak çevre (m^2)
D	Boru çapı (m)
D_h	Hidrolik çap (m)
Δx	Kontrol hacminin x yönündeki genişliği
Δy	Kontrol hacminin y yönündeki genişliği
f	Sürtünme faktörü
h	Isı taşınım katsayısı (W/m^2K)
k	Isı iletim katsayısı (W/mK)
L	Boru uzunluğu (m)
m	Kütle (kg)
\dot{m}	Kütleli debi (kg/s)
M_{cv}	Kontrol hacminde anlık biriken kütle
μ	Viskozite (kg/sm)
Nu	Nusselt sayısı ($= hD/k$)
Nu_D	Dairesel borunun Nusselt sayısı ($= hD_h/k$)
Nu_q	Sabit ısı akısı durumunda Nusselt sayısı
Nu_T	Sabit sıcaklık durumda Nusselt sayısı
ρ	Yoğunluk (kg/m^3)
Pr	Prandtl sayısı ($= \nu/\alpha$)

q'''	Birim hacimdeki ısı üretimi (W/m^3)
q''	Isı akısı (W/m^2)
q''_s	Cidar ısı akısı (W/m^2)
q''_x	x-yönündeki ısı akısı (W/m^2)
q''_y	y-yönündeki ısı akısı (W/m^2)
q''_z	z-yönündeki ısı akısı (W/m^2)
r_0	Silindir yarıçapı (m)
r^2	Korelasyon katsayısı
Re	Reynolds sayısı ($= U_{ort} D_h / \nu$)
τ	Kayma gerilmesi (N/m^2)
T	Sıcaklık (K)
T_m	Ortalama sıcaklık (K)
T_s	Cidarda sabit sıcaklık (K)
u	Akışkanın x- yönündeki hız bileşeni (m/s)
u_m	Akışkanın x-yönündeki ortalama hızı (m/s)
u_{max}	Akışkanın maksimum hızı (m/s)
ut	Hız ve sıcaklık çarpımı (Km/s)
v	Akışkanın y-yönündeki hız bileşeni (m/s)
v_r	Silindirik koordinatlarda akışkanın r yönündeki hızı
v_θ	Silindirik koordinatlarda akışkanın θ yönündeki hızı
v_z	Silindirik koordinatlarda akışkanın z yönündeki hızı
ν	Kinematik viskozite (m^2/s)
w	Akışkanın z-yönündeki hız bileşeni
V_{eksen}	Boru ekseninde akışkan hızı (m/s)
$x_{fd,h}$	Hidrodinamik giriş uzunluğu (m)
$x_{fd,t}$	Isıl giriş uzunluğu (m)
X	Kontrol hacmine x-yönünde etkiyen dış kuvvetler
Y	Kontrol hacmine y-yönünde etkiyen dış kuvvetler
Z	Kontrol hacmine z-yönünde etkiyen dış kuvvetler
σ	Normal Gerilme (N/m^2)
Φ	Viskoz yayılım fonksiyonu

1. GİRİŞ

İç akış, genellikle enerji dönüşüm teknolojileri, çevre kontrolü, kimyasal süreçlerde kullanılan ısıtma ve soğutma işlemlerinde karşılaşılan bir durumdur.

İç akışta akışkan, yüzey tarafından sınırlandırılmıştır. Bu nedenle sınır tabaka gelişimi de sınırlandırılmış olur. İç akışa en iyi örnek boru içinde akıştır. Literatürde eliptik borularda akış için sınırlı sayıda çalışma mevcutken silindirik borular, ortak eksenli borularla ilgili çalışmalar bulunmaktadır.

Akışkan belirli bir sıcaklıkta eliptik boru içine girer. Gerek sabit duvar sıcaklığı gerek sabit ısı akısı sınır şartlarında boru cidarından akışkana taşınım ile ısı geçişi olur. Akışkan boru içinde ilerledikçe sınır tabaka gelişir. Böylece eliptik boruda giriş uzunluğu, boru boyunca hız profiline değişimi ve Nu sayıları incelenebilir.

Eliptik kesitli borudaki akış ile dairesel kesitli boru akışı birbirine benzerdir. Eliptik kesitli geometrilerde akışta, dairesel kesitli boru akışı problemlerinden farklı olarak hidrolik çap kullanılarak hesaplama yapılmaktadır.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Literatürde eliptik kesitli borular konusunda yapılmış çalışmalar oldukça sınırlıdır. Eliptik kesitli borularda ısı geçişini Ricardo Junquera Silva, Ramon Malina Vale, Marcio Ziviani incelemiştir (Silva, et al., 1999). Çalışmalarında eliptik boruyu eğrisel bir eksen boyunca incelemiştir. Eliptik kesitlerin yanı sıra dikdörtgen kesitleri de çalışmalarına dahil etmişlerdir. Hız, sıcaklık profilleri, ısı transferi ve basınç düşümünü analiz etmişlerdir (Silva, et al., 1999).

Yaptıkları çalışmada 0.7, 1 ve 1.4 incelik oranlarındaki eliptik boruları incelemiştir. Enerji ve momentum denklemlerini tam gelişmiş sıkıştırılmaz akış ve sabit termofiziksel özellikler için çözmüşlerdir. Denklemlerin çözülmesinde sonlu hacimler yöntemi kullanılmıştır. Eliptik borunun eğrisellik (kıvrımlık) oranı sabit tutulup denklemlere dahil edilmiştir. Eliptik kesitte tüm incelik oranları için 45×27 , 50×30 ile 55×33 grid yapılarını incelemiştir. Çalışmalarında basınç düşümünün grid yapısından Nu_T sayısına (ısı transferine) göre daha az etkilendiğini görmüşlerdir. Bu çalışmada eliptik kesitli borular için 50×30 ve 55×33 grid yapılarının Nu_T sonuçları arasındaki fark %7 dir. Yaptıkları bu çalışmayı Dong, Z. F., Ebdian, M. A.'nın "Numerical analysis of laminar flow in curved elliptic ducts" isimli çalışmaları ile karşılaştırmışlar ve birbirine çok yakın sonuçlar elde etmişlerdir (Dong and Ebdian, 1991).

Yaptıkları çalışmanın sonucunda incelik oranının artması ile vertekslenmelerin boru cidarından uzaklaştığını bu sebeple verteksin arttığını ve sonuç olarak ısı transfer katsayısının azaldığını görmüşlerdir. Basınç düşümünün incelik oranının artması ile azaldığı kanısına varmışlardır. Dikdörtgen kesitli borularla kıyaslandığında eliptik kesitli borularda geometriden dolayı akışın daha yoğun olması sebebi ile basınç düşümünün daha büyük olduğu gözlenmiştir. Ayrıca dikdörtgen kesitli borularla kıyaslandığında ısı transferinin eliptik kesitli borularda daha fazla olduğu kanısına varılmıştır. Yaptıkları çalışma sonucunda yeni korelasyonlar geliştirmişlerdir. Sonuçlarını akım çizgileri, izotermler ve grafikler halinde göstermişlerdir (Dong and Ebdian, 1991).

V. D. Sakalis, P. M. Hatzikonstantinou ve N. Kafousias'ın "Thermally developing flow in elliptic ducts with axially variable wall temperature" isimli çalışmaları da benzer bir çalışmadır fakat çalışmalarında sabit ısı akısı sınır şartını incelememişler, küçük incelik oranları ile çalışmışlardır (Sakalis, et al., 2001).

Yaptıkları bu çalışmada 1, 0.8, 0.5 ve 0.25 incelik oranlarındaki eliptik boruları incelemişlerdir. Eliptik kesitli boruya laminer akışta hidrodinamik olarak tam gelişmiş, termal olarak gelişmekte olan sıkıştırılmaz bir akışkanın girdiğini kabul etmişlerdir. Çalışmalarında eliptik ortogonal koordinat sistemini kullanmışlardır. Sıcaklığın lineer olarak değişen bir fonksiyon olması ve üstel olarak değişen bir fonksiyon olması durumlarını incelemişlerdir. Nümerik çözümleme için tam dolaylı (implicit) sonlu farklar formülasyonu kullanmışlardır. İkinci dereceden türevler için üç noktada merkezi fark formülünü, birinci dereceden türevler için de iki noktada ileri fark formüllerini kullanmışlardır. Sonuçta; her değişken için çapraz matris sistemi ile çözülen cebirsel bir denklem sistemi elde etmişlerdir. Bu çalışmada laminer akışta Nu_T sayısını ve fRe çarpımını araştırmışlardır. 0.8, 0.5 ve 0.25 incelik oranlarına sahip eliptik kesitte 40×40 grid yapısını; $0.99 \approx 1$ incelik oranına sahip eliptik kesite ise 50×50 grid yapısını uygulamışlardır. Bu grid yapılarının uygunluğunu ispatlamak için 0.8, 0.5 ve 0.25 incelik oranlarındaki eliptik kesite 30×30 grid yapısını; $0.99 \approx 1$ incelik oranına sahip eliptik kesite ise 40×40 grid yapılarını uygulayarak bu grid yapılarını karşılaştırmışlardır. Buldukları Nu_T sayılarını J. Schenk ve B. S. Han'ın "Heat transfer from laminar flow in ducts with elliptic cross section" adlı çalışmaları ile karşılaştırmışlardır (Schenk and Han, 1966). Kendi çalışmalarındaki Nu_T sonuçları Schenk ve Han'ın çalışmalarındaki Nu_T sonuçlarına göre %0.7-%2 hatalıdır. fRe sonuçları ise aynı çalışma ile karşılaştırıldığında % 0.2-%0.4 arasında hatalıdır.

Yaptıkları çalışmaların sonucunda eliptik borunun incelik oranının azalması ile sürtünme faktörünün arttığı kanısına varmışlardır. Laminer akışta sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için incelik oranı 0.99'dan 0.5'e kadar azalırken Nu_T sayısının azaldığı sonucuna varmışlardır. Termal olarak tam gelişmiş akış için sıcaklığın lineer değişen bir fonksiyon olması durumunda incelik oranı 0.99'dan 0.25'e kadar azalırken Nu_T 'nin %7 miktarında arttığı sonucuna varmışlardır. Giriş uzunluğunun, incelik oranının 0.99'dan

0.25'e değişmesi ile %63 azaldığı sonucunu elde etmişlerdir. Sonuçlarını tablo ve grafikler halinde göstermişlerdir (Sakalis, et al., 2001).

Yung-Ming ve Po-Chang Lee de benzer bir çalışma yapmışlar fakat sabit ısı akısı sınır şartını ve hız profili değişimini çalışmalarına dahil etmemişler bunun yanı sıra ortak eksenli eliptik borular için de inceleme yapmışlardır (Lee and Lee, 2001).

Yaptıkları bu çalışmada 1, 0.9, 0.8, 0.75, 0.7, 2/3, 0.6, 0.5, 0.4, 1/3, 0.3, 0.2, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9, 1/10, 1/16 ve 1/20 incelik oranlarına sahip eliptik boruları incelemişlerdir. Çalışmalarında eliptik borular için laminer akışta Nu sayısının ve $C_f Re$ çarpımının hesaplanmasında Galerkin İntegral Metodunu kullanmışlardır. Tüm hesaplamaları Mathematica Programı ile yapmışlar, Nu_T sayılarını hesaplariken hidrodinamik çapı kullanmışlardır. Akışkanı hidrodinamik olarak tam gelişmiş, laminer ve newtonyen olarak kabul etmişlerdir. Altı'lık matris çözümleri için sabit duvar sıcaklığı sınır şartında uygun Nu_T değerlerine ulaşmışlardır. 0.5'ten daha küçük incelik oranlarında doğru sonuçlar elde etmek için matris büyüklüğünü 21'e kadar artırmışlardır. Bunun için de daha fazla cpu zamanı harcamışlardır. Yaptıkları bu çalışmayı Sarah, R. K. ve London, A. L.'nin "Laminar Flow Forced Convection in Ducts" adlı çalışmaları ile karşılaştırmışlardır. Tüm incelik oranları için bu çalışmadaki sonuçlara ulaşmayı başarmışlar fakat incelik oranı 1/16 için Sarah, R. K. ve London, A. L.'nin çalışmalarına göre %0.16'lık bir hataları olmuştur (Sarah and London, 1978). Yine aynı çalışma ile kıyaslandığında sürtünme faktörleri büyük oranda uyuşmaktadır.

Yaptıkları çalışmaların sonucunda Galerkin İntegral Metodunun tam gelişmiş akış için eliptik ve ortak eksenli eliptik borular için sabit duvar sıcaklığı sınır şartında Nu sayılarını hesaplamak için uygun bir yol olduğu kanısına varmışlardır. Yine Galerkin İntegral metodunun sürtünme faktörleri ve hız hesabı için de uygun bir metot olduğu kanısına varmışlardır. Tam gelişmiş akışın başlamasıyla Nu sayılarının sabit bir değere ulaştığı sonucunu elde etmişlerdir. Yerel Nu_T sayılarının dar kesitli borular için geniş kesitli borulardakinden daha küçük olduğu sonucunu elde etmişlerdir.

V. B. Sarin'de yapmış olduğu çalışmada eliptik borunun eksenini doğrusal değil de eğrisel bir hat olarak ele alıp eliptik kesitli borularda tam gelişmiş laminer akışı incelemiştir (Sarin, 1997).

Yaptığı bu çalışmada optimum eğrilik (kıvrımlık) oranını ve eliptik borudaki eğriliğin uniform olması ve olmaması durumlarını incelemiştir. Eliptik borunun eğrilik oranının kayma gerilmesi ve hıza etkilerini de incelemiştir. Momentum ve süreklilik denklemlerinden yola çıkarak 42×42 büyüklüğünde matrisli lineer denklem sistemi elde etmiştir (Sarin, 1997).

Yapılan bu çalışma sonucunda eliptik boruda eğriliğin dış duvar üzerindeki kayma gerilmesini artırdığını, iç duvar üzerindeki ise azalttığını görmüştür. Dean sayısı ile kayma gerilmesinin artışı sonucuna varılmıştır. Çalışmada elde edilen sonuçlar tablolar halinde gösterilmiştir (Sarin, 1997).

3. ELİPTİK KESİTLİ BORULARDA LAMİNAR AKIŞ

3.1. Süreklilik Denklemi

Süreklilik ilkesi kapalı bir sistemdeki kütlenin korunumu veya açık (akışın olduğu) bir sistemde kütlenin sürekliliği anlamına gelir. Mühendislik Termodinamiğinden hatırladığı üzere bir kontrol hacmi için kütle korunum ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \sum_{giren} \dot{m} - \sum_{çıkan} \dot{m} \quad (1)$$

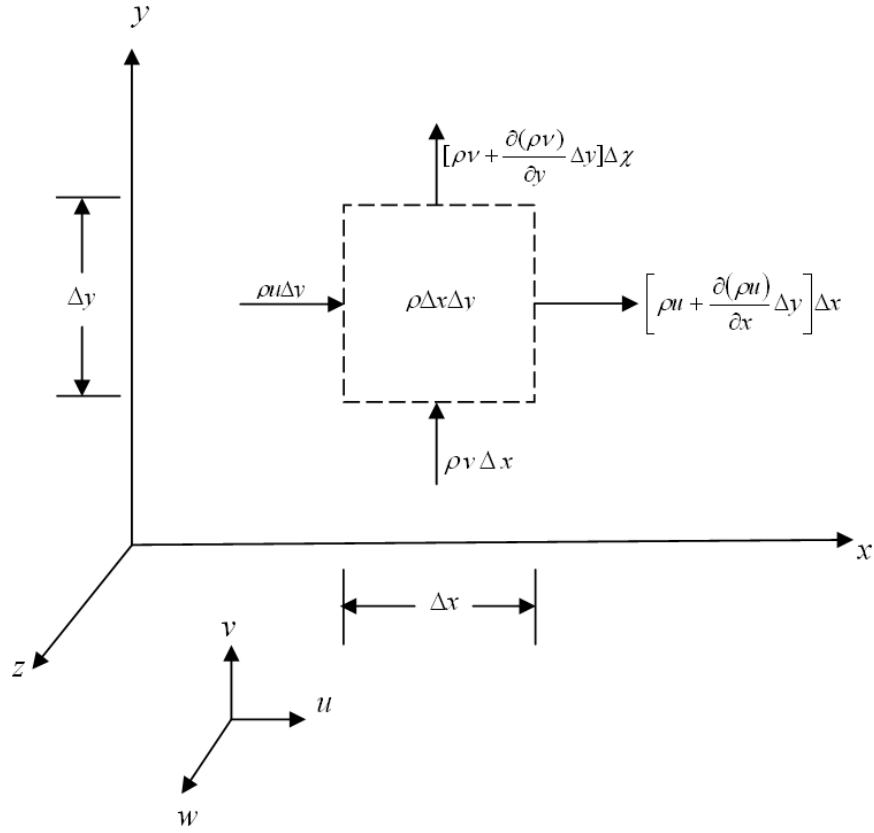
Burada M_{CV} kontrol hacmi içinde biriken anlık kütle, \dot{m} ise kontrol hacmine giren ve çıkan akıştan kaynaklanan kütleli debilerdir.

Şekil 3.1’de gösterildiği gibi $\Delta x \Delta y$ büyüklüğünde bir akış alanını kontrol hacmi olarak ele alalım. u ve v sırası ile x ve y yönlerinin yerel hız bileşenleridir. Buna göre kütle korunum denklemi aşağıdaki gibi olur (Bejan, 1948).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \Delta x \Delta y) = \rho u \Delta y + \rho v \Delta x - \left[\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \Delta x \right] \Delta y \\ - \left[\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \Delta y \right] \Delta x \end{aligned} \quad (2)$$

Denklemin her iki tarafı $\Delta x \Delta y$ ’ye bölünür.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$



Şekil 3.1 İki boyutlu kartezyen koordinat sisteminde kütle korunumu (Bejan, 1948).

Benzer şekilde üç boyutlu akış için aşağıdaki süreklilik denklemi elde edilebilir. Burada w , z yönünün hız bileşenidir.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

Denklem (4)'te verilen yerel kütle korunum ifadesi aşağıdaki gibi de yazılabilir.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (5)$$

ya da

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (6)$$

Burada \vec{V} hızın u , v , w bileşenlerini içeren hız vektörüdür. Yoğunluktaki değişimler yerel hızdaki değişimlere göre ihmal edilebilir. Böylece süreklilik denklemi aşağıdaki ifadeye indirgenir.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

Silindirik koordinatlarda süreklilik denklemi,

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

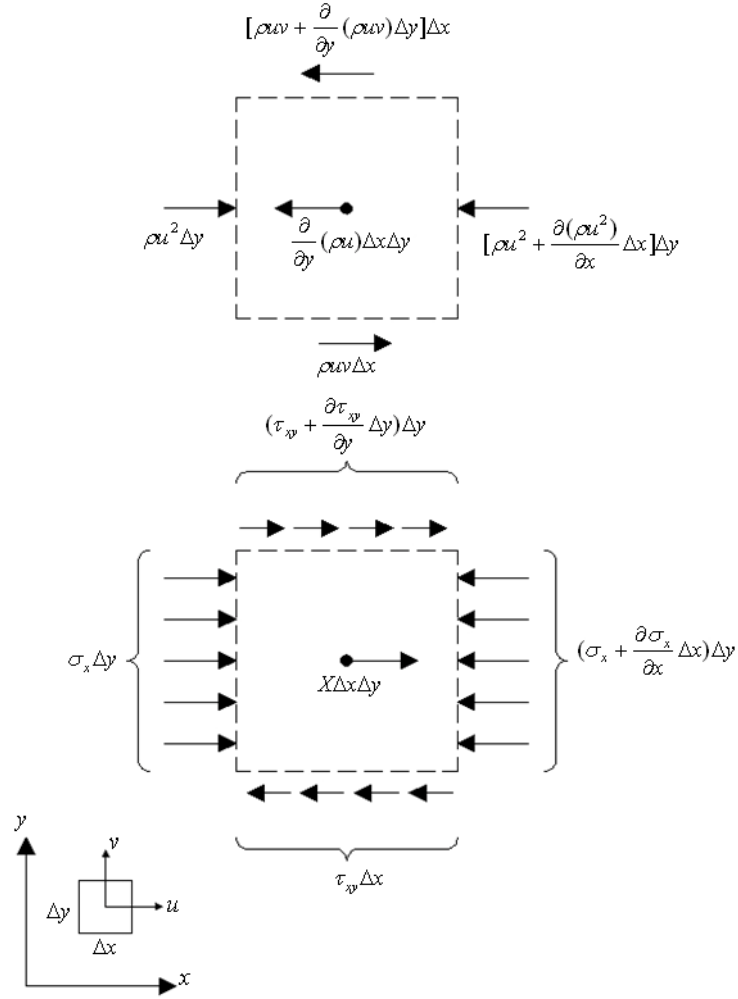
halini alır.

3.2. Momentum Denklemlerinin Çıkarılması

İtme sistemlerinin dinamiğinden hatırlanacağı gibi bir kontrol hacminin anlık kuvvet dengesi aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{\partial}{\partial t} (MV_n)_{cv} = \sum F_n + \sum_{giren} (\dot{m}V_n) - \sum_{çikan} (\dot{m}V_n) \quad (9)$$

Burada n analiz için seçilmiş yönü gösterir. V_n ve F_n sırasıyla n yönündeki hız ve kuvvettir. Literatürde Denklem (9) “Momentum Teoremi” ya da “Newton’un İkinci Hareket Kanunu” olarak bilinir. Bu ifade kütle \times ivme ve toplam kuvvetlerden başka kontrol hacmine giren ve çıkan akışkanın momentumlarından oluşur (Bejan, 1948).



Şekil 3. 2 Sanal bir kontrol hacminin x yönündeki kuvvet dengesi (Bejan, 1948).

$\Delta x \Delta y$ sonlu büyüklüğündeki bir kontrol hacminin kuvvet dengesi ilk çizimde görülen etki tepki kuvvetleri ve alttaki çizimde görülen normal ve kayma gerilmelerinden oluşur. Burada X kontrol hacminin içinde x yönündeki dış (yer çekimi) kuvvettir. Şekilde gösterilen kuvvetler düzenlenirse;

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\partial}{\partial t}(\rho u \Delta x \Delta y) + \rho u^2 \Delta y - \left[\rho u^2 + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2) \Delta x \right] \Delta y + \rho u v \Delta x - \left[\rho u v + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u v) \Delta y \right] \Delta x \\
 & + \sigma_x \Delta y - \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y - \tau_{xy} \Delta x + \left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \Delta y \right) \Delta x + X \Delta x \Delta y = 0
 \end{aligned} \tag{10}$$

Denklemin her iki tarafını $\Delta x \Delta y$ 'ye bölersek aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\rho \frac{Du}{Dt} + u \left[\frac{D\rho}{Dt} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] = -\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X \quad (11)$$

Denklem (6) ile verilen süreklilik denklemine göre, Denklem (11)'in kare parantez içindeki terimi sıfır olur.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X \quad (12)$$

Yerel akış alanına göre normal ve kayma gerilmeleri aşağıdaki gibidir.

$$\sigma_x = P - 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (13)$$

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (14)$$

Denklem (12), (13) ve (14) birleştirildiğinde aşağıda verilen Navier-Stokes denklemi elde edilir.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2\mu}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + X \quad (15)$$

Akışın sıkıştırılmaz olduğu durumda viskozite (μ) sabit olarak değerlendirilirse x momentum denklemi aşağıdaki ifadeye indirgenir.

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + X \quad (16)$$

y yönündeki kuvvet dengesinden yararlanarak üç boyutlu akış için üç boyutlu x momentum denklemi üretilir.

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + X \quad (17a)$$

Benzer şekilde y ve z-momentum denklemleri de türetilebilir.

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + Y \quad (17b)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + Z \quad (17c)$$

Benzer şekilde türetildiğinde silindirik koordinatlarda momentum denklemleri aşağıdaki gibi olur. v_r, v_θ, v_z ve F_r, F_θ, F_z sırasıyla r, θ, z yönündeki hız ve kuvvetlerdir.

$$\rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right) + F_r \quad (18a)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right) + F_\theta \quad (18b)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + F_z \quad (18c)$$

3.3. Enerji Denklemine Çıkarılması

Enerji korunumu ilkesi ya da Termodinamiğin I. Yasası kısaca şu anlama gelir: *enerjinin bir bölgeden diğer bir bölgeye iletilmesi ya da şekil değiştirmesi halinde enerji toplamı sabit kalır.* Bir başka ifade ile sisteme giren ve sistemde üretilen enerjilerin toplamı sistemden çıkan ve sistemde depolanan enerji toplamına eşit olmak zorundadır (Öztürk ve Kılıç, 1998). Şekil 3.3'te gösterilen kontrol hacmine, enerji korunum ilkesi aşağıda gösterildiği gibi uygulanır.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Kontrol hacmi} \\ \text{içinde} \\ \text{biriken enerji} \end{array} \right\}_1 = \left. \begin{array}{l} \text{Akışkan akışı ile} \\ \text{geçen net enerji} \end{array} \right\}_2 + \left. \begin{array}{l} \text{İletim ile geçen} \\ \text{net ısı} \end{array} \right\}_3$$

$$+ \left. \begin{array}{l} \text{Dahili ısı} \\ \text{üretimi} \end{array} \right\}_4 - \left. \begin{array}{l} \text{Kontrol hacminden} \\ \text{çevreye geçen net iş} \end{array} \right\}_5$$

$$\{ \}_1 = \Delta x \Delta y \frac{\partial}{\partial t} (\rho e)$$

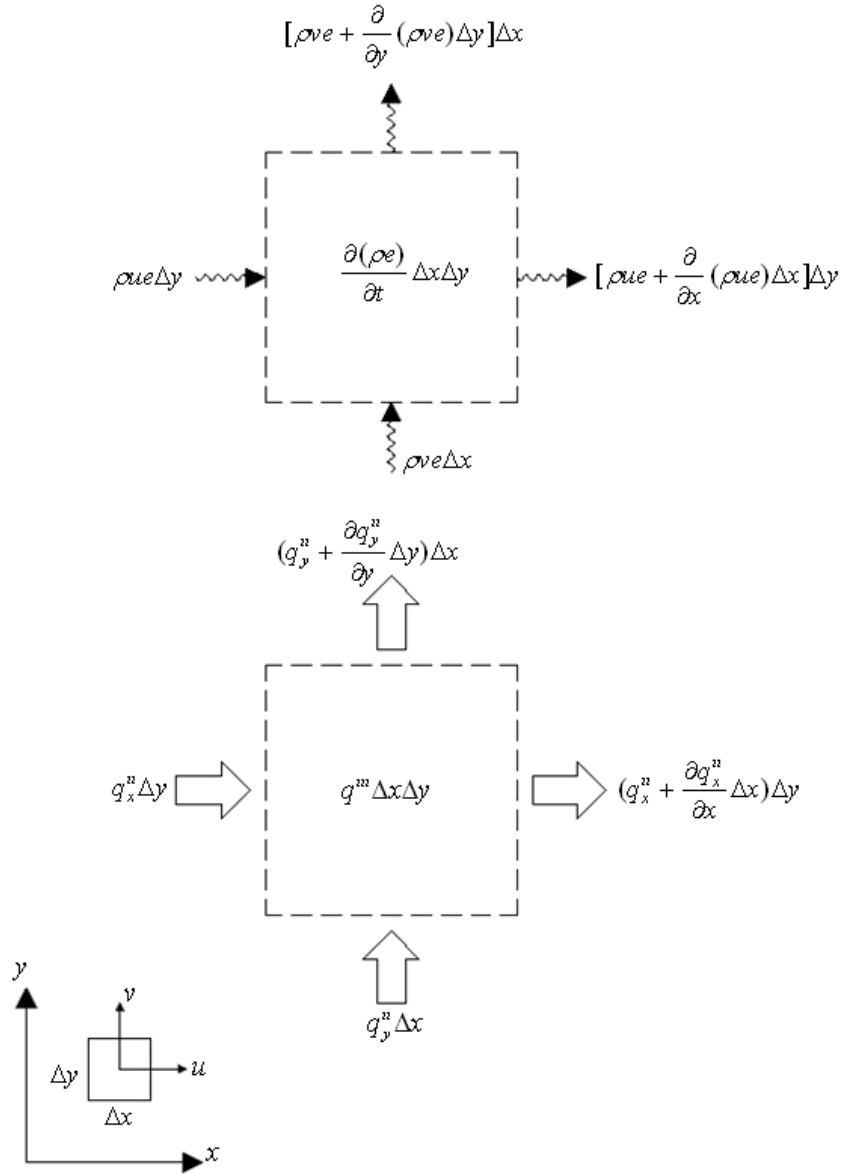
$$\{ \}_2 = -(\Delta x \Delta y) \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho u e) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v e) \right]$$

$$\{ \}_3 = -(\Delta x \Delta y) \left(\frac{\partial q_x''}{\partial x} + \frac{\partial q_y''}{\partial y} \right) \quad (19)$$

$$\{ \}_4 = (\Delta x \Delta y) q'''$$

$$\{ \}_5 = (\Delta x \Delta y) \left(\sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} - \tau_{xy} \frac{\partial u}{\partial y} + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial y} - \tau_{yx} \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$+ (\Delta x \Delta y) \left(u \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - u \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + v \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - v \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} \right)_*$$



Şekil 3.3 Sanal bir kontrol hacmine Enerji Korunum İlkesinin uygulanması (Bejan, 1948).

Şekil 3.3'de gösterilen enerji akış diyagramına göre enerji korunum ilkesinin terimleri aşağıdaki gibi yazılır.

Yukarıdaki terimlerde e ; özgül enerji, q''_x , q''_y ; sırasıyla x ve y yönlerindeki ısı akısı, q'' ; dahili ısı üretimidir. $\{ \}_s$ terimi, normal ve kesme gerilmeleri sebebiyle etki eden iş geçişini gösterir. Örneğin kontrol hacminin sol kenarındaki normal gerilme (σ_x) nedeniyle birim zamanda yapılan iş negatif olur. Birim zamanda yapılan iş sınırı

etkiyen kuvvet ile $(\sigma_x \Delta y)$ sınırdaki birim zamandaki yer değiştirmenin (u) çarpımına eşittir $(-u \sigma_x \Delta y)$. Diğer yandan, kontrol hacminin sağ tarafına etkiyen normal gerilmeler ile ilgili iř pozitif olup, $([\sigma_x + (\partial \sigma_x / \partial x) \Delta x] [u + (\partial u / \partial x) \Delta x] \Delta y)$ ifadesine eşittir. Böylece net iř $[\sigma_x (\partial u / \partial x) + u (\partial \sigma_x / \partial x)] (\Delta x \Delta y)$ olur. Denklem (1)'deki 5 nolu terimde bu ifade görölmektedir. x yönündeki ve τ_{xy} ve y yönündeki σ_y ile τ_{yx} aynı yolla bulunur. Enerji korunum ilkesindeki $\{ \}_5$ ifadesindeki sekiz terim iki gruba ayrılmıştır. $()_*$ ifadesi akışkan paketlerin kinetik enerjisindeki değişimi gösteren $-\rho (D/Dt)(u^2 + v^2)/2$ 'ye indirgenir. Bu enerji değişimi $\{ \}_1$ ile verilen enerji değişimine göre ihmal edilebilir. σ_x ve τ_{xy} Denklem (13) ve (14)'te verilmiştir.

Denklem (19)'da verilen ifadeler enerjinin korunum ilkesinde yerine konulup Denklem (13) ve (14) uygulanırsa;

$$\rho \frac{De}{Dt} + e \left(\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \vec{V} \right) = -\nabla \cdot \vec{q}'' + q''' - P \nabla \cdot \vec{V} + \mu \Phi \quad (20)$$

yukarıdaki ifade bulunur. Denklemde, \vec{q}'' , ısı akısı; Φ , iki boyutlu sıkıştırılmaz akışkan için viskoz yayınım fonksiyonudur. Bu fonksiyon aşağıdaki gibi yazılır.

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \quad (21)$$

Denklem (20)'de sol tarafta parantez içinde verilen terim süreklilik denkleminde dolaylı sıfırdır. Denklem (20)'de kullanılmak üzere entalpi teriminin termodinamik tanımını $h = e + (1/\rho)P$ kullanılır. Buradan aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{Dh}{Dt} = \frac{De}{Dt} + \frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} - \frac{P}{\rho^2} \frac{D\rho}{Dt} \quad (22)$$

Isı akısı terimleri Fourier Kanunu kullanılarak aşağıdaki gibi yazılır.

$$q'' = -k \nabla T \quad (23)$$

Denklem (19), (22) ve (23) birleştirilip düzenlenirse aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \nabla \cdot (k\nabla T) + q''' + \frac{DP}{Dt} + \mu\Phi - \frac{P}{\rho} \left(\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{V} \right) \quad (24)$$

Denklem (24)'deki son terim süreklilik denkleminden dolayı sıfıra eşitlenir ve Termodinamiğin I. Kanunu aşağıdaki gibi olur.

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \nabla \cdot (k\nabla T) + q''' + \frac{DP}{Dt} + \mu\Phi \quad (25)$$

Denklem (25)'i sıcaklığa bağlı olarak vermek için özgül entalpi yerine özgül ısı ile sıcaklık çarpımı konulabilir. Bu durum sadece akışkan ideal gaz gibi davrandığında doğrudur. Genelde özgül entalpi değişimi aşağıdaki bağıntı ile verilir. Burada T; mutlak sıcaklıktır.

$$dh = Tds + \frac{1}{\rho} dP \quad (26)$$

Özgül entropi değişimi (ds) aşağıdaki bağıntı ile verilir.

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial s}{\partial P} \right)_T dP \quad (27)$$

Maxwell bağıntılarından yararlanarak aşağıdaki ifade yazılabilir. Burada β ; termal genişleme katsayısıdır.

$$\left(\frac{\partial s}{\partial P} \right)_T = - \left[\frac{\partial(1/\rho)}{\partial T} \right]_P = \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P = - \frac{\beta}{\rho} \quad (28)$$

$$\beta = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad (29)$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_P = \frac{c_P}{T} \quad (30)$$

Denklem (26)'dan (30)'a kadar olan denklemler kullanılarak Denklem (25)'in sol tarafındaki ifade aşağıdaki gibi bulunur.

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \rho c_p \frac{DT}{Dt} + (1 - \beta T) \frac{DP}{Dt} \quad (31)$$

Enerji denklemi sıcaklığa bağlı olarak şu şekilde yazılır;

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + q''' + \beta T \frac{DP}{Dt} + \mu \Phi \quad (32)$$

İdeal gazlar ($\beta T = 1$) halinde enerji denklemi;

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + q''' + \frac{DP}{Dt} + \mu \Phi \quad (33)$$

Sıkıştırılamaz akış ($\beta = 0$) olduğunda ise;

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + q''' + \mu \Phi \quad (34)$$

olarak yazılabilir.

Isıl iletkenlik, k sabit, iç ısı üretimi q''' , sıfır, viskoz yayılım $\mu \Phi$ ve sıkıştırılabilirlik etkisi, $\beta T DP/Dt$ ihmal edildiğinde enerji denklemi

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T \quad (35)$$

halini alır. Kartezyen koordinat sisteminde;

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (36a)$$

ve silindirik koordinatlarda enerji denklemi (r, θ, z);

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (36b)$$

şeklinde yazılabilir.

3.4. Sınır Şartları ve Geometrinin Tanımı

Bu çalışmada kullanılan geometri Şekil 3.4’de verilmiştir. Merkezde simetri, boru cidarına da sabit ısı akısı ve sabit duvar sıcaklığı sınır şartları uygulanmıştır. Borunun 1/4 ‘ü için modelleme yapılmıştır.

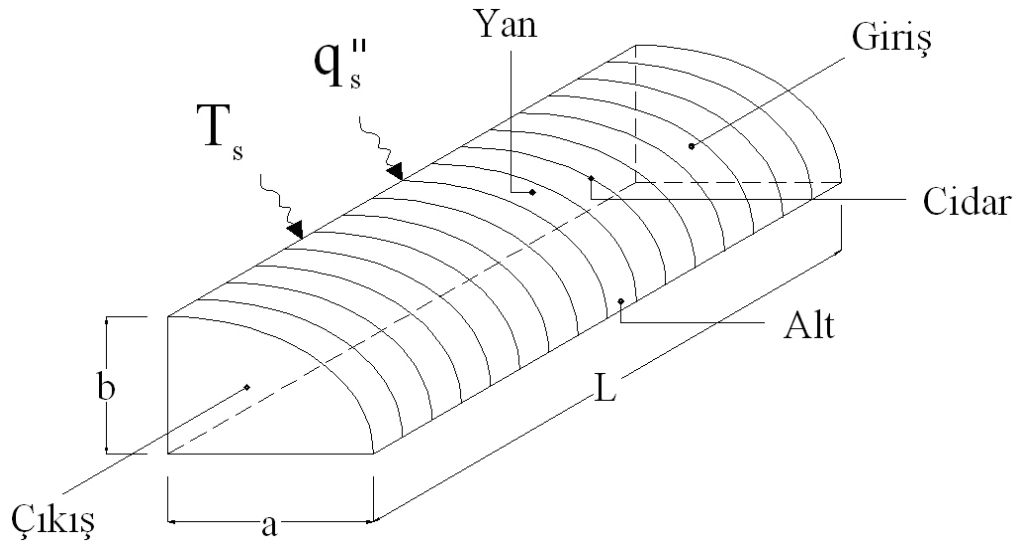
$$\text{Simetri sınır şartı} \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0} = 0$$

$$\text{Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı} \quad T(R, x) = T_{\text{cidar}}$$

$$\text{Sabit ısı akısı sınır şartı} \quad q''(R, x) = q_0''$$

$$x = 0 \text{ 'da} \quad \frac{\partial T}{\partial x}(0, y) = 0$$

$$y = 0 \text{ 'da} \quad \frac{\partial T}{\partial y}(x, 0) = 0$$



Şekil 3. 4 Eliptik kesitli boru geometrisi

İncelik oranı (a/b) 1’den 5’e kadar sekiz farklı boyuttaki boru incelenmiştir (Çizelge 3.1).

Çizelge 3.1 Eliptik boru boyutları

a	b	a/b	D _h
1	1	1	1
1.25	1	1.25	2.22
1.5	1	1.5	2.38
1.75	1	1.75	2.5
2	1	2	2.59
3	1	3	2.82
4	1	4	2.93
5	1	5	2.99

Eliptik borularda hidrolik çap hesabı;

D_h = Hidrolik çap

Ç = Islak çevre

$$D_h = \frac{4\pi ab}{\zeta} \quad (37)$$

$$\zeta = \int_0^{2\pi} \sqrt{a^2 \sin^2 t + b^2 \cos^2 t} dt \quad (38)$$

Çevre, Denklem (38) ile verilen integral MATHEMATICA programı yardımı ile hesaplanmıştır.

3.4.1. Akış Koşulları

Akışkan yüzeyle temas ettiğinde sürtünme etkileri önem kazanır ve boru içinde ilerledikçe sınır tabaka gelişir. Bu gelişme sürtünmesiz akış bölgesinin giderek küçülmesi ve boru ekseninde sınır tabakanın birleşmesiyle sona erer. Hız profili artık x ile değişmez. Bu noktadan sonra akış tam gelişmiştir. Girişten bu koşulun gerçekleştiği

noktaya kadar olan uzaklık hidrodinamik giriş uzunluğu $x_{fd,h}$ olarak tanımlanır (Incropera and De Witt, 2001).

Reynolds sayısı boyutsuz bir sayı olup, atalet kuvvetlerin vizkos kuvvetlere oranı olarak tanımlanır. Kritik Reynolds sayısı $Re \approx 2300$ 'dür (Incropera and De Witt, 2001).

$$Re = \frac{uD\rho}{\mu} \quad \text{ve ya} \quad Re = \frac{uD}{\nu} \quad (39)$$

burada;

u = Akışkan hızı (m/s)

D = Boru çapı (m)

ν = Kinematik viskosite (m^2/s)

μ = Mutlak viskosite (Ns/m^2) simgeler.

Buradan belirli bir Reynolds sayısı için;

$$\mu = \frac{uD\rho}{Re} \quad (40)$$

olarak hesaplanır.

Tam gelişmiş bölgede hidrodinamik koşulların önemli bir özelliği hem radyal hız bileşeninin, v , hem de eksenel hız gradyanı bileşeninin, $(\partial u/\partial x)$, her yerde sıfır olmasıdır. Bu nedenle eksenel hız sadece r 'ye bağlıdır ($u(x,r) = u(r)$). Eksenel hız değişimi x yönündeki momentum denklemini çözülerek elde edilir (Incropera and De Witt, 2001). Sadeleştirmeler sonucu momentum korunumu akıştaki kayma ve basınç kuvvetleri arasındaki basit bir dengeye indirgenir. Newton'un Sürtünme Yasası;

$$\tau_r = -\mu \cdot \frac{du}{dr} \quad (41)$$

3.4.2. Sürtünme Katsayısı

Basınç düşümü hesaplanırken Moody (veya Darcy) sürtünme faktörü kullanılır.

$$f = \frac{-(dP/dx)D}{\rho U_m^2 / 2} \quad (42)$$

Sürtünme katsayısı;

$$C_f = \frac{\tau_s}{\rho u_m^2 / 2} \quad (43)$$

$$\tau_s = -\mu \left(\frac{du}{dr} \right)_{r=r_0}$$

olduğu biliniyor. Denklem (21)'den;

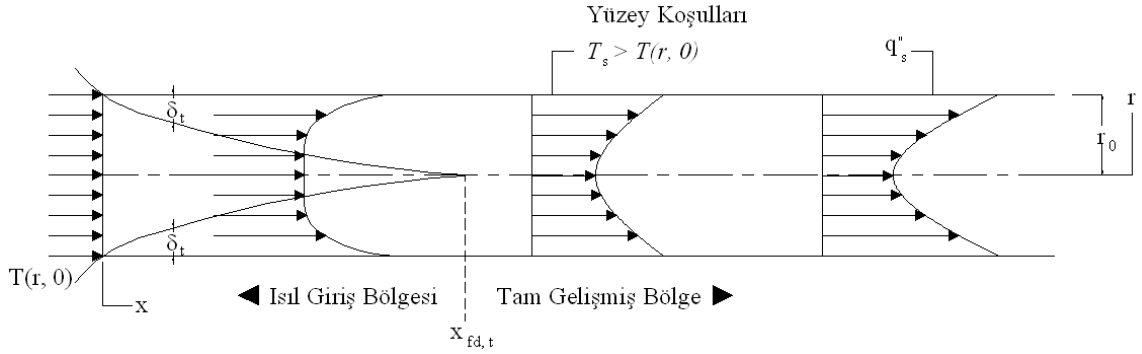
$$f = \frac{64}{\text{Re}_D} \quad (44)$$

$$C_f = \frac{f}{4} \quad (45)$$

olarak bulunur.

3.4.3. Isıl İnceleme

Bir akışkan, boruya yüzey sıcaklığından daha düşük bir sıcaklıkta girerse $T(r,0)$ taşınımıyla ısı geçişi olur ve ısıl sınır tabaka gelişmeye başlar. Ayrıca boru yüzey koşulları ister sabit sıcaklık (T_s) ister sabit ısı akısı (q_s'') olsun sonuçta ısıl açıdan tam gelişmiş koşullar oluşur.



Şekil 3.5 Isıl Sınır tabaka gelişimi (Incropera and De Witt, 2001)

3.4.4. Newton'un Soğuma Kanunu

Newton'un soğuma kanunu;

$$q_s''(z) = h(T_s - T_m(z)) \quad (46)$$

ile verilir. Burada T_s sabit yüzey sıcaklığını gösterir. T_m (ortalama sıcaklık) Denklem (31)'den bulunur.

$$q_s'' = \frac{1}{s} \int q'' ds \quad (47)$$

$$T_m = \frac{\iint u(r)T(r, z)rdrd\theta}{\iint u(r)rdrd\theta} \quad (48)$$

4. PROBLEMİN MODELLENMESİ

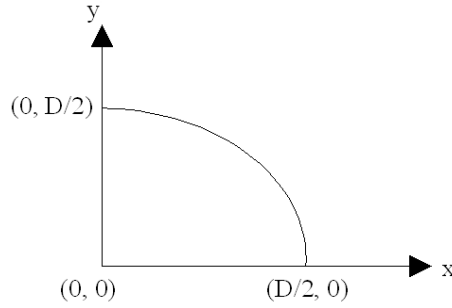
Problemin modelleme aşaması Gambit'te yapılmıştır. Yapılacak meshlemenin Fluent 5 için olduğunu belirtmek gerekir:

Ana Menü → Solver → FLUENT 5/6

4.1. Geometrinin Oluşturulması

Tam daire kesitli bir silindir oluşturmak yerine simetriden faydalanılarak $\frac{1}{4}$ daire kesitli bir silindir oluşturulur. Bunun sebebi daha fazla mesh sağlamaktır. Daire oluşturulmasının sebebi ise literatürde daire için bilinen sonuçlarla bu çalışmayla elde edilen sonuçları karşılaştırarak çözüm yolunun doğruluğundan emin olmaktır. Daha sonra Fluent programında daire boyutları değiştirilerek elipse geçiş yapılacaktır.

Simetrik bir geometrimiz olduğundan problemin çözüm bölgesi $0 \leq y \leq D/2$ ve $0 \leq x \leq D/2$ olur. Köşelerin koordinatları Şekil 4.1'de görülmektedir (Altaç, 2005).

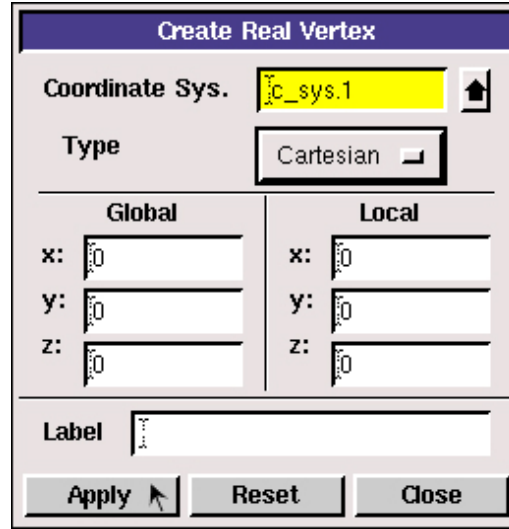


Şekil 4.1 Dairesel kesitin köşelerinin koordinatları

Dörtte bir dairenin merkezinde bir vertex oluşturulur. Aşağıdaki pencereden x, y ve z için 0 (sıfır) girilir. Apply butonuna tıklanır. Bu işlem (0, 0, 0) da bir nokta (vertex) oluşturur.

Operation → Geometry → Vertex → Create Real Vertex

adımları ile aşağıdaki pencere açılır.

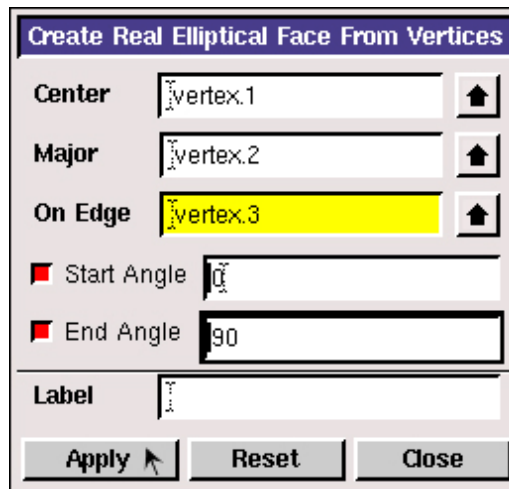


Şekil 4.2 Gambit ortamında nokta oluşturma penceresi

İki adet nokta daha oluşturmak için bu işlem tekrarlanır: Vertex 2: (1, 0, 0), Vertex 3: (0, 1, 0) oluşturulur.

Operation → Geometry → Face → Create Real Elliptical Face

adımları izlenerek **Create Real Elliptical Face** penceresi açılır. Pencereden **Center** için **Vertex 1**, **Major** için **Vertex 2**, **On edge** için **Vertex 3** seçilir. **Start Angle** 0, **End Angle** 90 girilerek **Apply** butonuna basılır.

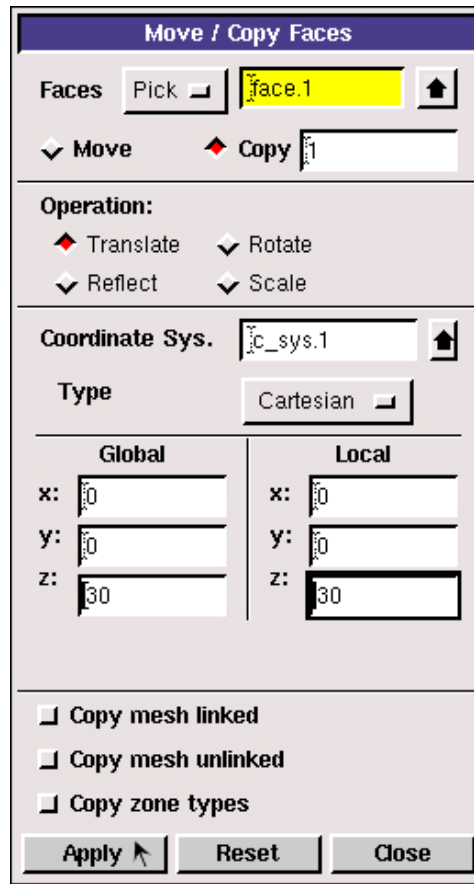


Şekil 4.3 Gambit ortamında noktalardan eliptik yüzey oluşturma penceresi

Böylelikle yarıçapı $r_0=1\text{m}$ olan dörtte bir daireyi oluşturmuş oluruz. Bu dairesel kesit z ekseninde boru boyu ($L=30\text{m}$) kadar uzağa kopyalanır.

Operation → Geometry → Face → Move / Copy Faces

adımları izlenir. Aşağıdaki pencereden önceden oluşturulan dairesel yüzey **Face** olarak seçilir. **Copy** butonu aktif hale getirilir. Sadece z ekseninde bir öteleme yapacağımızdan $x = 0$, $y = 0$ olarak bırakılır, $z = 30$ girilir. **Apply** butonuna tıklanır.

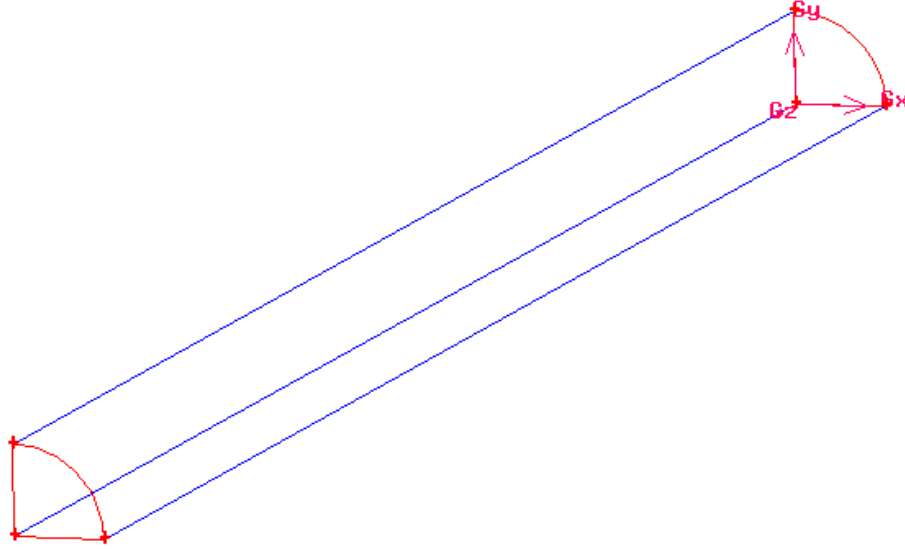


Şekil 4. 4 Gambit ortamında yüzey kopyalama penceresi

Uygun nokta çiftleri birleştirilerek dörtte bir silindirin kenarları oluşturulur. Gambit ortamında seçim yapmak için **Shift** tuşu basılı iken seçeceğimiz nesne (entity) üzerine tıklamak gerekir.

Operation → Geometry → Edge → Create Straight Edge

yolu izlenir. **Shift** tuşu basılı tutularak ve dörtte bir silindirin bir kenarını oluşturan noktalara tıklanarak seçim yapılır (seçilen noktalar kırmızı olarak görünür). Doğru noktalar seçildikten sonra **Create Straight Edge** penceresinden **Apply** tuşuna basılır. Bu işlem dörtte bir silindir oluşuncaya kadar tekrarlanır (Şekil 4.5).



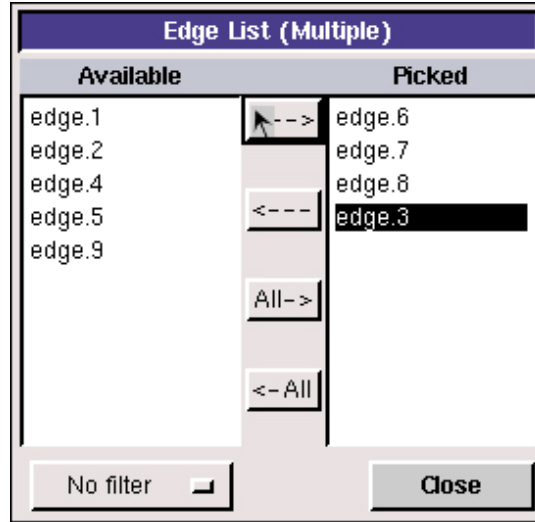
Şekil 4.5 Gambit ortamında noktaların birleştirilmesi ile oluşan geometri

4.1.1. Yüzey (Face) Oluşturma

Operation → Geometry → Face → Create Face From Wireframe

adımları izlenerek yüzey oluşturma penceresi açılır.

Dört / üç, doğru / eğri ile sınırlı kapalı bir alandan yüzey oluşturmak için, bu alanı sınırlayan kenarlar seçilmelidir. Bu problem dört doğru ile sınırlı yan ve alt, iki doğru bir eğri ile sınırlı giriş ve çıkış, iki eğri iki doğru ile sınırlı cidar olmak üzere toplam beş kapalı alandan oluşmaktadır. Kapalı bir alandan yüzey oluşturmak için, bu alanı sınırlandıran kenarlar seçilir (seçili kenar kırmızı olarak görünür). Buna daha kolay bir alternatif kenarın yanındaki “yukarı ok”a tıklayarak seçim yapmaktır.



Şekil 4.6 Alternatif seçim yöntemi

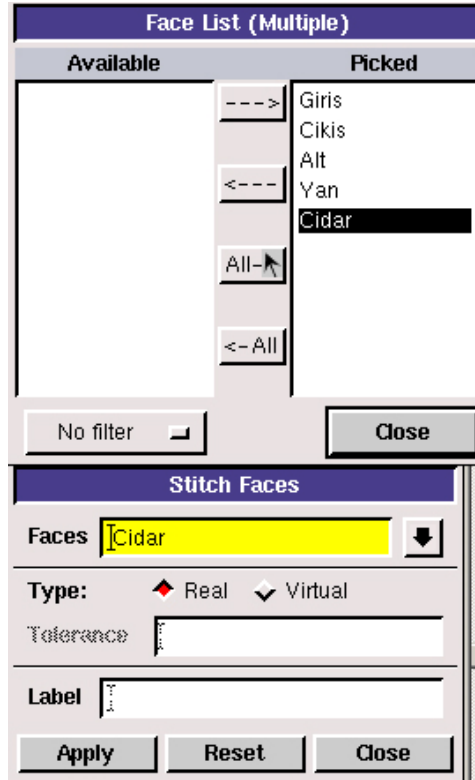
Açık olan pencereden **Apply** tuşuna tıklanarak geometriyi meydana getiren yüzeyler oluşturulur.

4.1.2. Hacim (Volume) Oluşturma

Operation → Geometry → Volume → Stitch Faces

adımları izlenir.

Yüzeylerle sınırlı kapalı bir bölgeden hacim oluşturmak için bu kapalı bölgeyi sınırlandıran yüzeyler seçilmelidir. **Stitch Faces** penceresinden beş yüzey birden (seçme işlemi **Shift** tuşu basılı tutularak da yapılabilir) **All →** tuşuyla bir kerede seçilir.



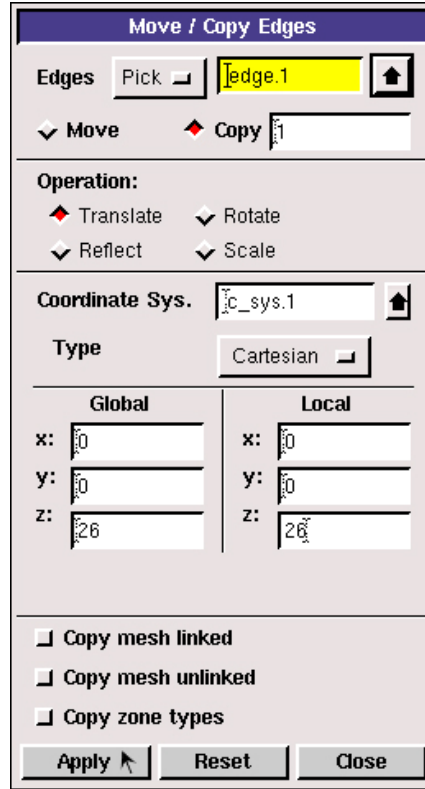
Şekil 4.7 Gambit ortamında yüzey listeleme ve hacim oluşturma penceresi

4.1.3. Cidar Üzerinde Dilim (Yeni Bir Yüzey) Oluşturma

Fluent'te çözüm aşamasında Nu (Nusselt) sayılarını daha kolay ve doğru olarak elde etmek için cidar üzerinde dilim olarak adlandırılan küçük bir yüzey oluşturulur.

Operation → Geometry → Edge → Move / Copy / Edges

adımları izlenerek aşağıda görülen pencere açılır.



Şekil 4. 8 Gambit ortamında kenar (edge) kopyalama penceresi

Pencere, **Edge** altından cidarın eğrisel kenarı seçilerek yukarıdaki gibi düzenlenip **Apply** tuşuna basılır. Böylelikle cidarın eğrisel kenarı boru boyunun 26.m'sine kopyalanmış olur. 26. m'ye kopyalama yapılmasının sebebi burada tam gelişmiş akışın başlamış olmasıdır.

Operation → Geometry → Edge → Move / Copy Edges

yolu izlenir. **Move / Copy Edges** penceresinden en son kopyalanarak oluşturulan kenar seçilir. **Copy** tuşu aktif hale getirilir. $z = 0.1$ birim ötelenerek tekrar kopyalama işlemi yapılır. Böylece dilim olarak adlandırılan yüzeyi tanımlamak için gereken iki eğri kenar (edge) oluşturulur.

Operation → Geometry → Edge → Create Straight Edge

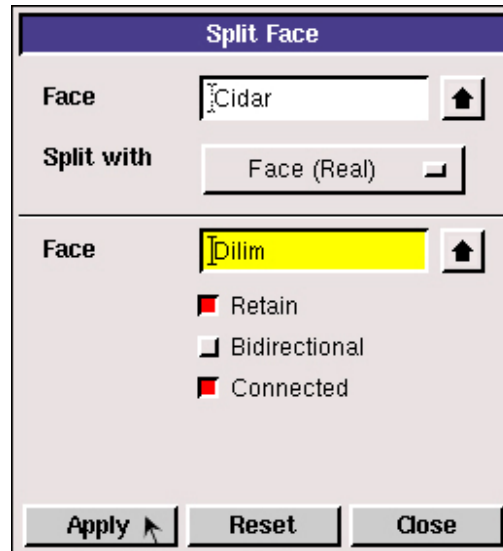
adımları izlenir. Oluşturulan iki eğrinin uç noktaları (End Point) seçilerek iki doğru oluşturulur.

Operation → Geometry → Face → Create Face From Wireframe

adımları izlenerek dilim yüzeyini oluşturmak için bu yüzeyi sınırlayan iki doğru ve iki eğri seçilip **Apply** tuşuna tıklanır (seçimi daha kolay yapmak için gerekli bölgeyi büyütürken Ctrl tuşu basılı tutularak Mouse'da sol tuş tıklanarak sürükleme yapılır).

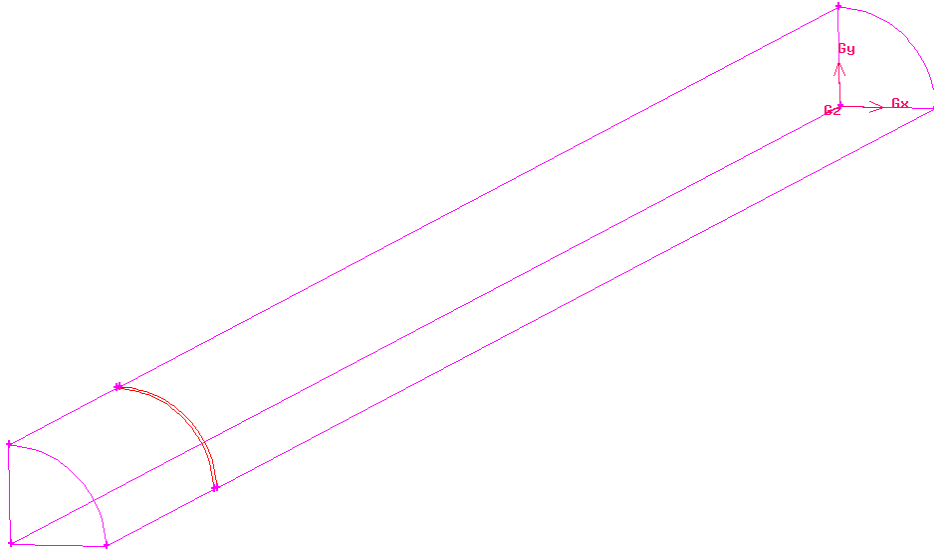
Operation → Geometry → Face → Split Face

adımları izlenerek aşağıdaki pencere açılır.



Şekil 4.9 Gambit ortamında oluşturulmuş yüzeyden kesit arayüzü çıkarma penceresi

İlk **Face** butonu için tüm cidar seçilir. İkinci **Face** butonu için dilim olarak adlandırılan yüzey seçilir. **Retain** ve **Connected** tuşları aktif hale getirilir ve **Apply** tuşuna tıklanır. Böylece dilim cidardan ayrı bir yüzey haline gelir ve cidarı iki parçaya böler. Bu işlem sonucunda problem için gereken geometri oluşturulur.



Şekil 4. 10 Problemin geometrisi

4.2. Mesh Yapısının Oluşturulması

Önce kenarlara daha sonra yüzeylere sonra da hacme mesh uygulanır. Meshleme sonucunda oluşan her bir düğüm noktası (node) için hesaplama yapılır. Düğüm noktalarının az olması ya da düzgün olmaması sonucu büyük oranda etkiler. Bu yüzden mesh yapısının düzgün ve optimum sayıda olması çok önemlidir.

4.2.1. Kenarların Meshlenmesi

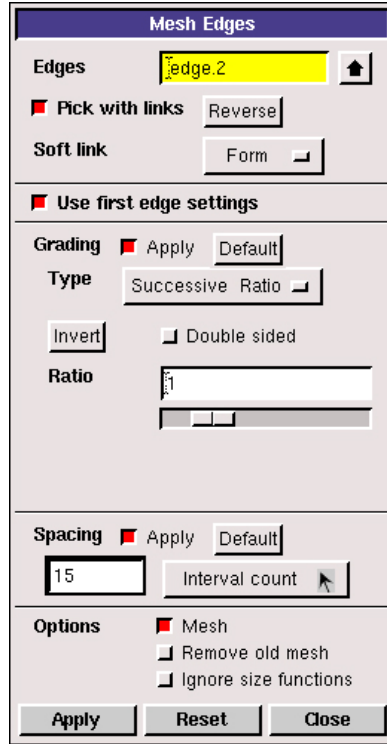
Operation → Mesh → Edge → Mesh Edges

yolu izlenir. Shift tıklama veya **Edge List** penceresi çağırılarak kenarlar seçilir. Bu işlemi yapmak zor ise Ctrl tuşuna basarak Zoom yapılabilir. Ana görüntüye dönmek için

Global Control Tool Pad → Fit to Window

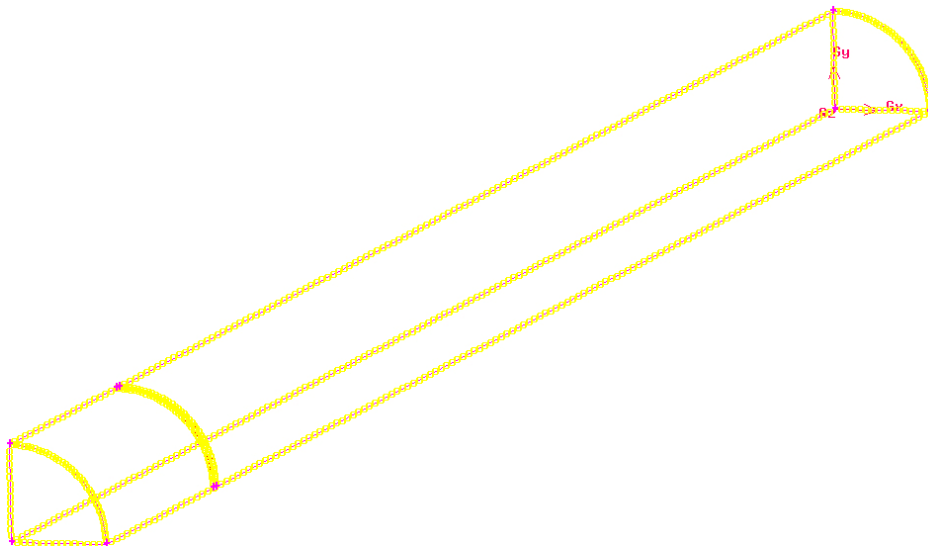
yolu kullanılır.

Aralık sayısını belirlemek için **Mesh Edges** penceresinden aralık sayısı (**Interval Count**) yeterli sayıda girilir.



Şekil 4. 11 Kenar Mesh'leme penceresi

Yukarıdaki pencerede **Edge** tuşu için x ve y eksenini boyunca olan kenarları, **Interval Count** için 15 girilerek x ve y eksenini boyunca olan doğrusal kenarlar 15 eşit parçaya bölünür. z eksenini 154 ve cidarın eğrisel kenarları 40 eşit parçaya aynı şekilde bölünür. Dilimin z eksenini boyunca olan kenarları 4 eşit parçaya bölünür. Kenar meshlemesi aşağıdaki şekildeki gibi olur.

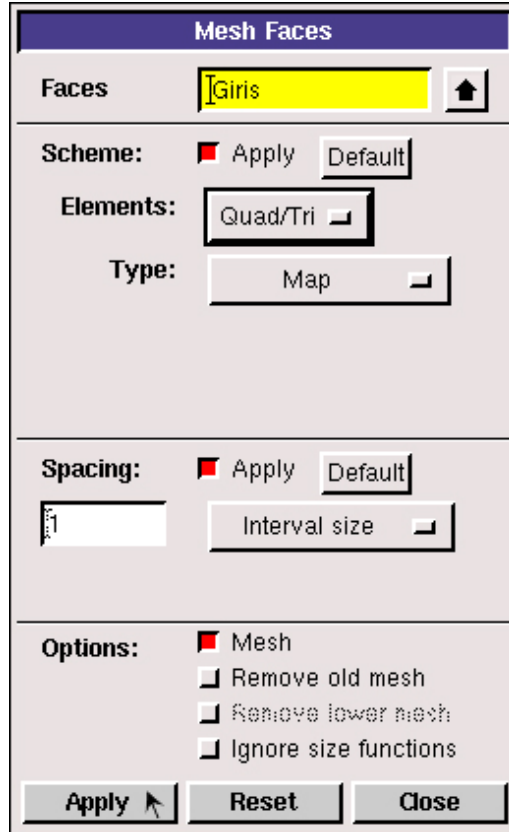


Şekil 4. 12 Geometrinin kenar meshlemesi

4.2.2. Yüzeylerin Meshlenmesi

Operation → Mesh → Face → Mesh Faces

yolu ile operaysan panelinde yüzey meshleme penceresi açılır.



Şekil 4. 13 Yüzey meshleme penceresi

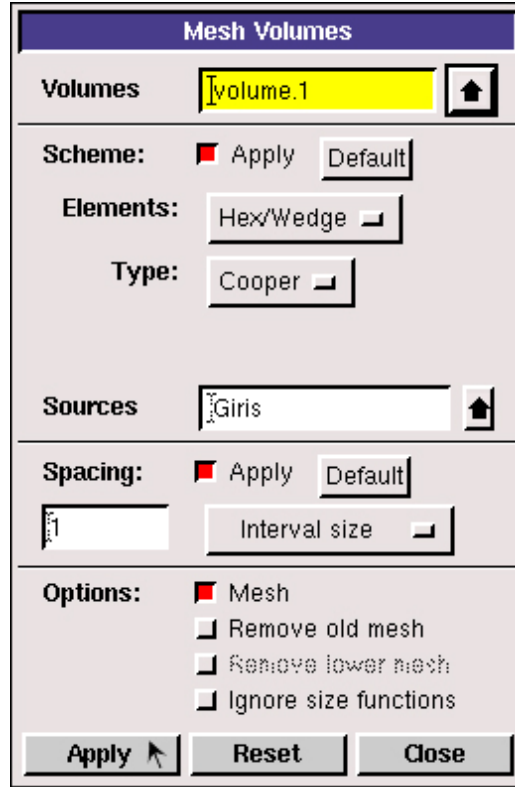
Giriş ve Çıkış yüzeyleri yukarıdaki pencerede gösterildiği gibi **Quad/Tri-Map** seçilerek meshlenir. Yan, Alt, Dilim, Cidarın 1. ve 2. kısmı olarak adlandırılan yüzeyler **Quad Map** seçilerek meshleme yapılır.

4.2.3. Hacim Meshlemesi

Geometrinin hacim olarak meshlenmesi için;

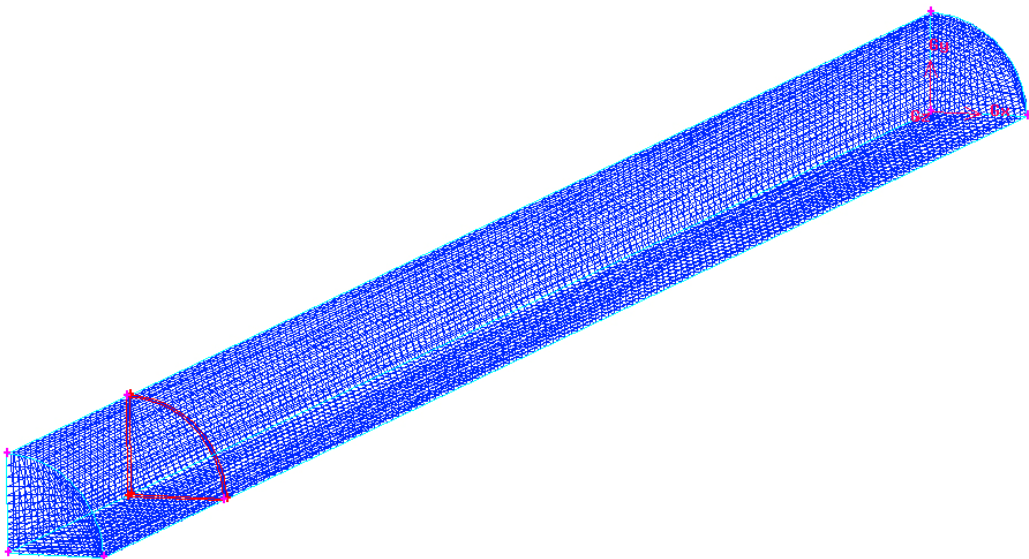
Operation → Mesh → Face → Mesh Faces

adımları izlenerek hacim meshleme penceresi açılır.



Şekil 4. 14 Hacim meshleme penceresi

Yukarıdaki pencereden tüm hacim (volume 1) seçilerek **Hex/Wedge Cooper** tipinde meshlenir.



Şekil 4. 15 Tüm geometrinin meshlenmiş hali

4.3. Sınır Tiplerinin Belirlenmesi

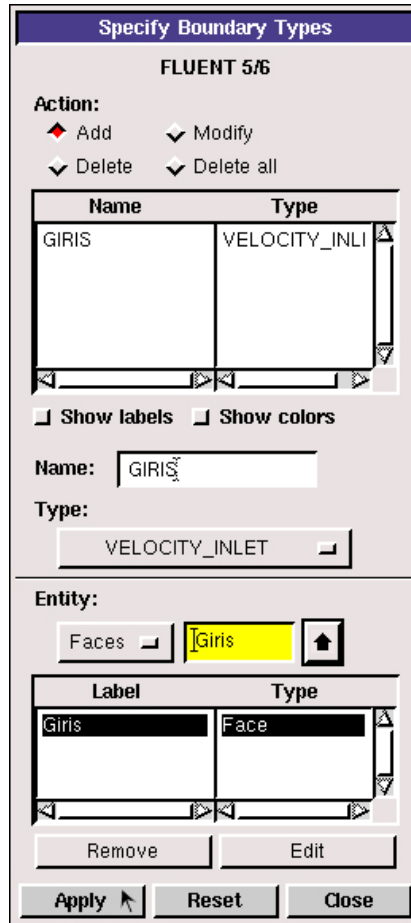
Operation → Zones → Specfy Boundary Types

yolu ile operasyon panelinde **Specfy Boundary Types** Penceresi açılır.



Şekil 4. 16 Sınır şartını yüzey için etkinleştirme kutusu

Giriş sınır koşulu tanımlarken yukarıdaki pencerede görüldüğü gibi **Entity** başlığı altından yüzey (**Face**) seçilir.



Şekil 4. 17 Sınır şartı belirleme penceresi

Ardından Shift-tıklama ile giriş yüzeyi seçilir. Seçilen yüzey kırmızı renkte gözükür. Name kutusuna “GIRIS” yazılır. Tip (Type) için VELOCITY INLET seçilip **Apply** tuşuna basılır. Bu işlem diğer 5 yüzey (çıkış, alt, yan, cidar, dilim) için de aşağıdaki şekildeki tanımlar yapılarak tekrarlanır. Cidar denilen yüzey, cidarın 1. ve 2. kısmı olarak adlandırılan iki ayrı yüzeyden oluştuğundan, cidar yüzeyi seçilirken bu iki yüzey birden seçilir.

Name	Type
giris	VELOCITY_INLI
cikis	PRESSURE_OU
alt	WALL
yan	WALL
cidar	WALL

Şekil 4. 18 Gambit ortamında isim ve sınır koşulu belirleme kutusu

Son olarak yapılan çalışma kaydedilip, File → Export → Mesh yolu ile oluşturulan mesh yapısı Fluent ortamına aktarılmaya hazır hale getirilir.

5. FLUENT İLE ÇÖZÜMLEME

Fluent başlatılır. “3d” opsiyonu ile 3-boyutlu çözücü seçilir. Gambit kullanılarak hazırlanan mesh yapısı (grid) ve diğer bilgilerin Fluent ortamına aktarılması için

File → Read → Case

yolu ile çalışma klasörüne gidilerek Gambit’te oluşturulan dosya bulunur.

5.1. Grid Yapısının Kontrolü ve Görüntülenmesi

Öncelikle grid kontrol edilerek hata olmadığından emin olunur. Bu işlem

Grid → Check

yolu izlenerek yapılır. **Grid**’te herhangi bir hata varsa bu esnada rapor edilir. Grid boyutunun kontrolü için

Grid → Info → Size

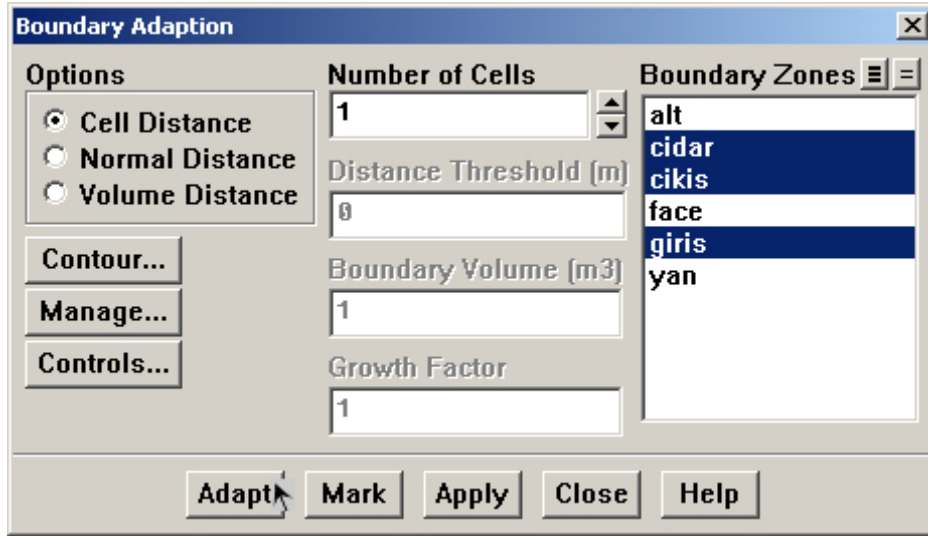
yolu izlenir. Fluent’ten elde edilen istatistiki bilgiye göre Gambit’te hazırlanan geometri 52000 tane düğüm noktasına (node) sahiptir. Bu sayı doğru sonuçların elde edilmesi için azdır. Optimum düğüm noktası sayısı bulunmalıdır.

5.1.1. Optimum Düğüm Noktası Sayısının Belirlenmesi

Optimum mesh sayısı doğru sonuçları sağlayacak kadar fazla, bilgisayarın RAM kapasitesini aşmayacak kadar az olmalıdır. Optimum mesh sayısını belirlemenin yolu, dairesel kesitli boru için Nu sayıları literatürde bulunduğundan bu geometri için farklı düğüm noktası sayıları ele alarak tek tek çözüm yapıp, bulunan sonuçları kıyaslamaktır. Geometrideki düğüm noktası sayısını arttırmak için adaptasyon yapılmalıdır.

Adapt → Boundary

yolu izlenerek Boundary Adaptation Penceresi açılır. 118000 düğüm noktası için giriş, çıkış ve cidara 1 hücre (cell) adaptasyon (aşağıdaki pencerede gösterildiği gibi) yapılır.



Şekil 5. 1 Fluent ortamında sınır yüzeyler adaptasyon penceresi

555000 düğüm noktası için cidara 2 hücre, 841000 düğüm noktası için cidara 2 hücre yan, alt ve dilim yüzeylerine 3 hücre, 1340000 düğüm noktası için cidara 1 hücre ardından cidara1 hücre daha adaptasyon yapılır. Çözümler sonucunda grid sayısına göre elde edilen % hatalar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Çizelge 5. 1 Grid sayılarına göre % hatalar

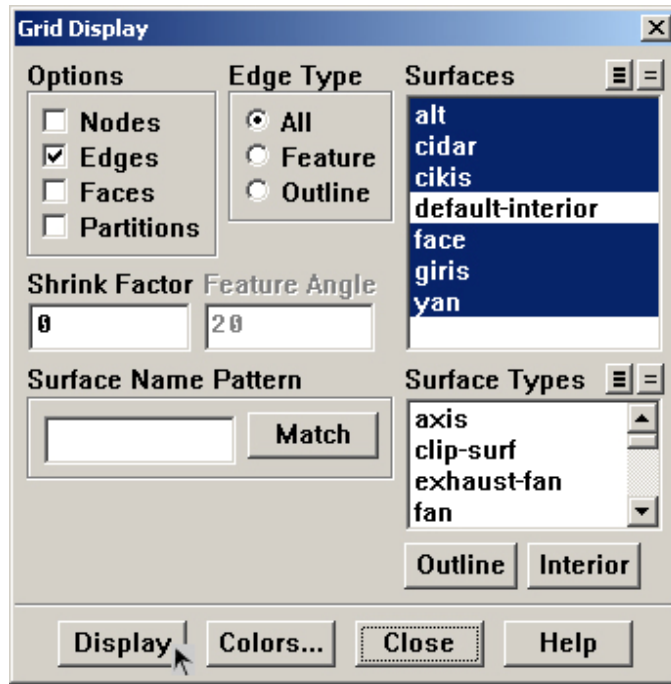
Grid Sayısı	118000	555000	840000	1340000
% Hata	%3.16	%2.29	%1.3	%0

1340000 adet düğüm noktası hatasız sonuç verdiği için geometriye daha fazla mesh yığmak gereksizdir. 1340000 düğüm noktası ile çözüm için önce cidara, girişe ve çıkışa 1 cell adaptasyon yapılır (düğüm noktası sayısı 118000) çözüm yapılır. Sonra cidara 1 hücre daha adaptasyon yapılır (düğüm noktası sayısı 362000) çözüm yapılır. Daha sonra cidara 1 hücre daha adaptasyon yapılır (düğüm noktası 1340000) tekrar çözüm yapılır. Az düğüm noktasından başlayıp, düğüm noktalarının giderek artırılmasına dayanan bu çözüm yöntemine “Modüler Çözüm” denir. Bu yöntemin

tercih edilmesinin sebebi daha iyi yakınsama sağlamaktır. Bu düğüm noktaları için çözümler yapıldığında Grid yapısını görüntülemek için;

Display → Grid

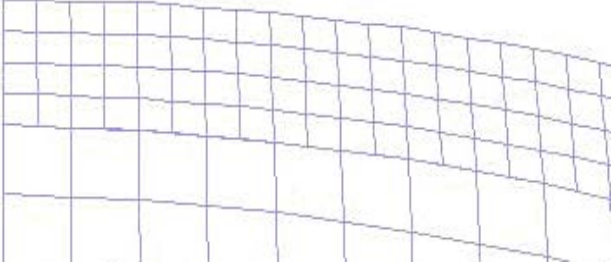
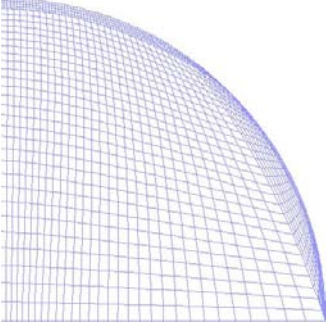
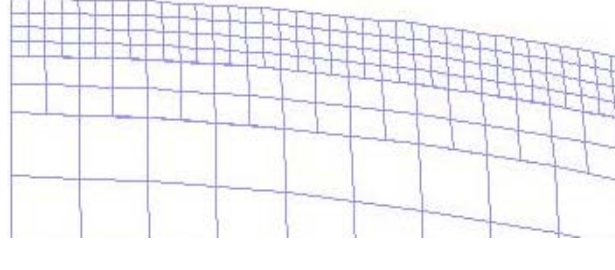
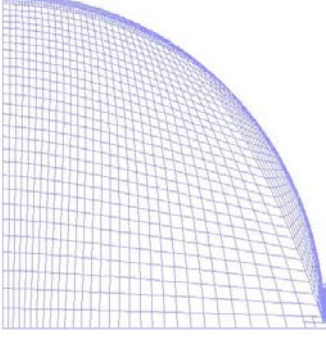
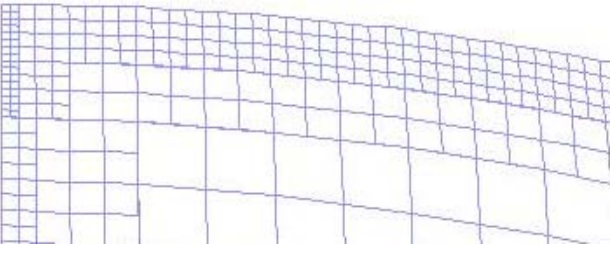
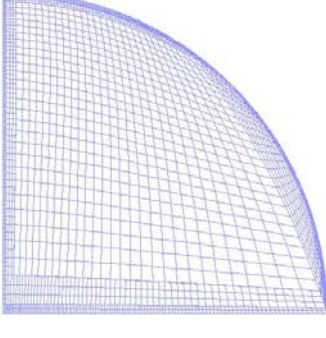
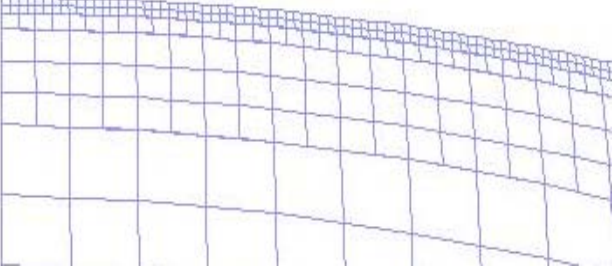
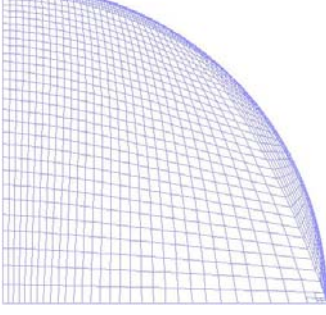
adımları izlenir. Aşağıdaki pencerede surface altından istenilen ya da tüm yüzeyleri birden seçerek grid yapısı görüntülenir.



Şekil 5. 2 Fluent ortamında grid yapısını görüntüleme penceresi

Adaptasyonlar sonucu elde edilen grid yapıları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

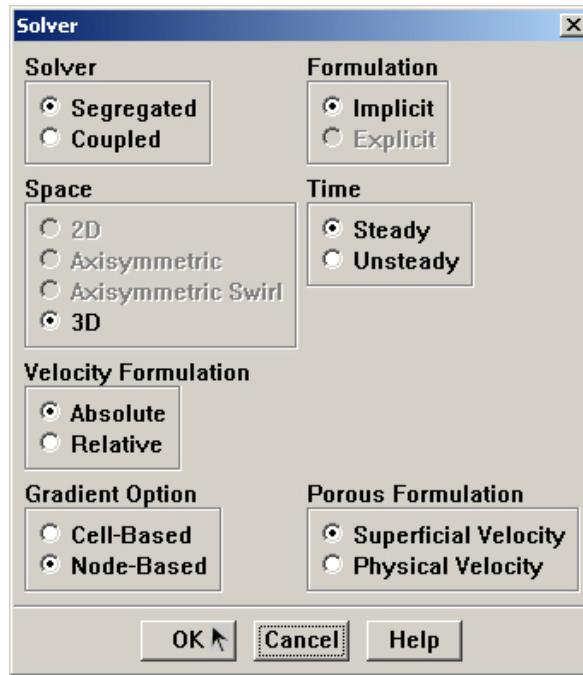
Çizelge 5.2 Grid sayısına göre mesh yapısı değişimi

Grid sayısı	Mesh yapısı	
118000		
555000		
840000		
134000		

5.2. Çözücü Özelliklerini Tanımlama

Define → Models → Solver

Yolu izlenerek çözücü özellikleri penceresi açılır. İncelenen geometri 3 boyutlu olduğundan space altından “3D” opsiyonu seçilir. **Segregated** çözücünün default seçimi olan **Implicit** formülasyon kullanılır. **Steady flow** ve **Absolute velocity** formülasyonu seçilir.



Şekil 5.3 Fluent ortamında çözücü özellikleri penceresi

Define → Models → Viscous

Yolu akışın türbülanslı mı laminar mi olduğunu belirlemede kullanılır. Laminar flow, default seçimdir. Bu nedenle bu menüden hiçbir şeyi değiştirmemize gerek yoktur.

Define → Models → Energy

Adımları izlenerek momentum denklemleri ile birlikte enerji denklemini de probleme dahil edilir. Sıcaklık dağılımları belirlenmek isteniyorsa enerji denkleminin çözülmesi gerekir. Şimdilik sıcaklık dağılımları gerekmediğinden (yalnızca hız ve

sürtünme faktörü gibi hidrodinamik konularla ilgilenildiğinden) **Energy Equation** opsiyonu seçimsiz halde bırakılır.

5.3. Malzeme Özelliklerini Tanımlama

Fluent'te boyutsuz çözüm elde etmek için bu kısımda bahsedeceğimiz yöntem kullanılmıştır. Malzeme özelliklerini belirlemek için hız, boru çapı, özgül ısı (C_p), Reynolds (Re) sayısı, Prandl (Pr) sayısı gibi sabitlere gerek duyulur. Bu sabitler;

$$u=1 \text{ m/s}$$

$$D=2 \text{ m}$$

$$\rho=1 \text{ kg/m}^3$$

$$C_p=1000 \text{ j/kgK}$$

$$\text{Re}=100, 700, 1000, 1500, 2000$$

$$\text{Pr}=0.7$$

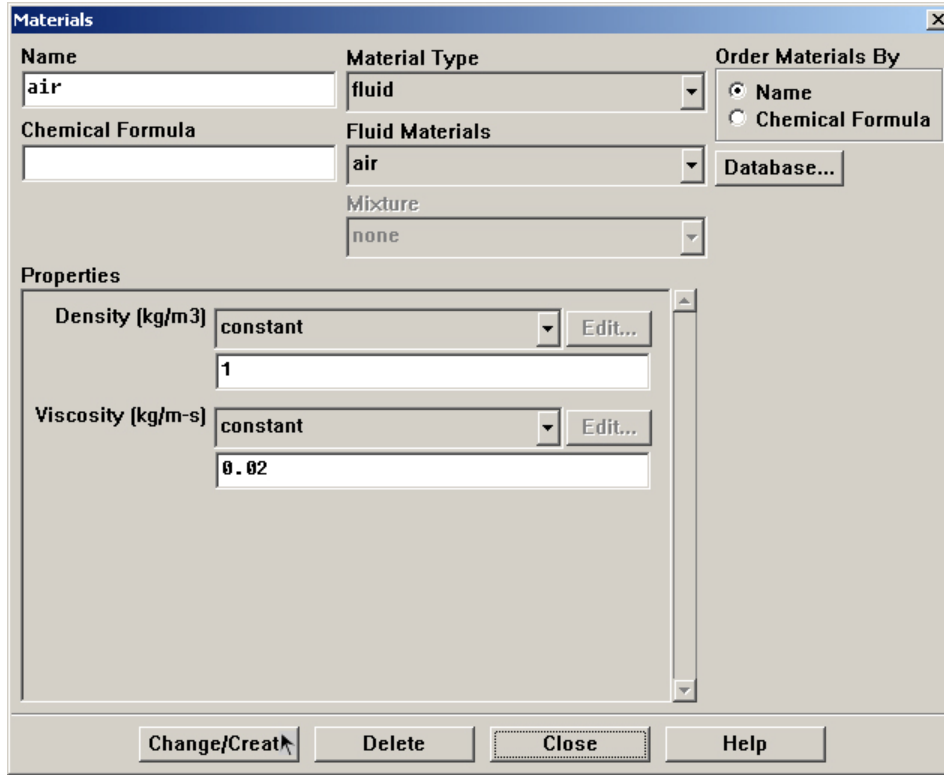
dır. Boyutsuz çalışmak için malzeme penceresinde gözükken viskozite (μ) ve ısı iletim katsayısı (k) şu şekilde hesaplanır. Örneğın, Re=100 için:

$$\mu = \frac{uD}{\text{Re}} = \frac{1 \cdot 2}{100} = 0.02 \text{ kg/ms} \quad (49)$$

$$k = \frac{\mu C_p}{\text{Pr}} = \frac{0.02 \cdot 1000}{0.7} = 28.5714 \text{ W / mK} \quad (50)$$

Define → Materials

yolu izlenerek malzeme özellikleri penceresi açılır. Henüz enerjiyi aktif hale getirmediğımızden malzeme penceresinde yalnız yoğunluk ve viskozite gözükür. Yoğunluk, **Density**=1.0 ve viskozite, **Viscosity**=0.02 olarak girilir.



Şekil 5.4 Malzeme özellikleri penceresi

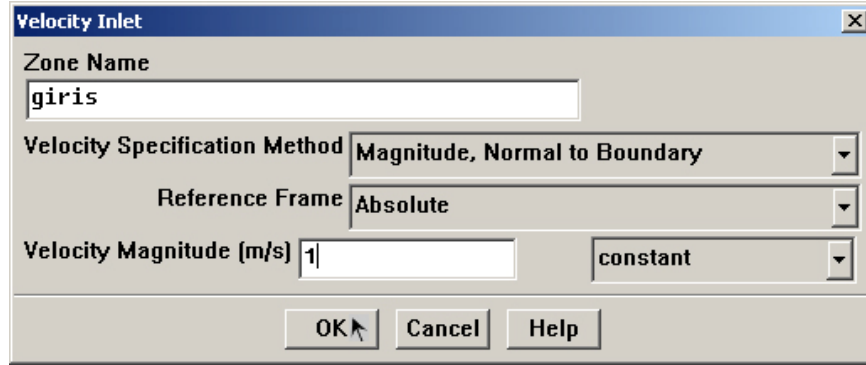
5.4. Sınır Koşulları Tanımlama

Bu aşamada giriş hız, çıkışa basınç, alt ve yana simetri, cidar ve dilime duvar sınır şartları atanır.

Define → Boundary Conditions

yolu ile sınır şartları penceresi açılır. Tanımlanmış olan altı sınır şartı tipi, sınır şartları penceresinin solunda zone olarak belirlenir. Zone altından ilk olarak “alt” seçilir. Bu sınırın tipinin (**Type**) simetri (**Symmetry**) ayarlanıp ayarlanmadığına bakılır ve **Set** tuşuna tıklanır. Alt için ayarlanılacak bir şey yoktur **OK**'e tıklanır. Yan olarak adlandırılan yüzey için de aynı işlemler yapılır. Listedenden devam ederek Zone altından “cidar” seçilir. Bu sınır tipinin (**Type**) duvar (**Wall**) olarak ayarlandığına bakılıp **Set** tuşunu tıklanır. Şimdilik ayarlanacak bir şey yoktur. Enerji aktif hale getirildiğinde bu pencerede yeni opsiyonlar açılacaktır. Dilim yüzeyi için de aynı işlemler yapılır. Zone altından “giris” seçildiğinde Fluent bu sınırın tipinin **velocity-inlet** olduğunu belirtir

(Gambit'te daha önceden bu sınır “giris” olarak ayarlanmıştı). **Set** tuşuna tıklanır ve hız şiddeti için (**Velocity magnitude**) 1 değeri girilir. Böylece sağ sınırdan giren akışkanın hızı girilmiş olur.



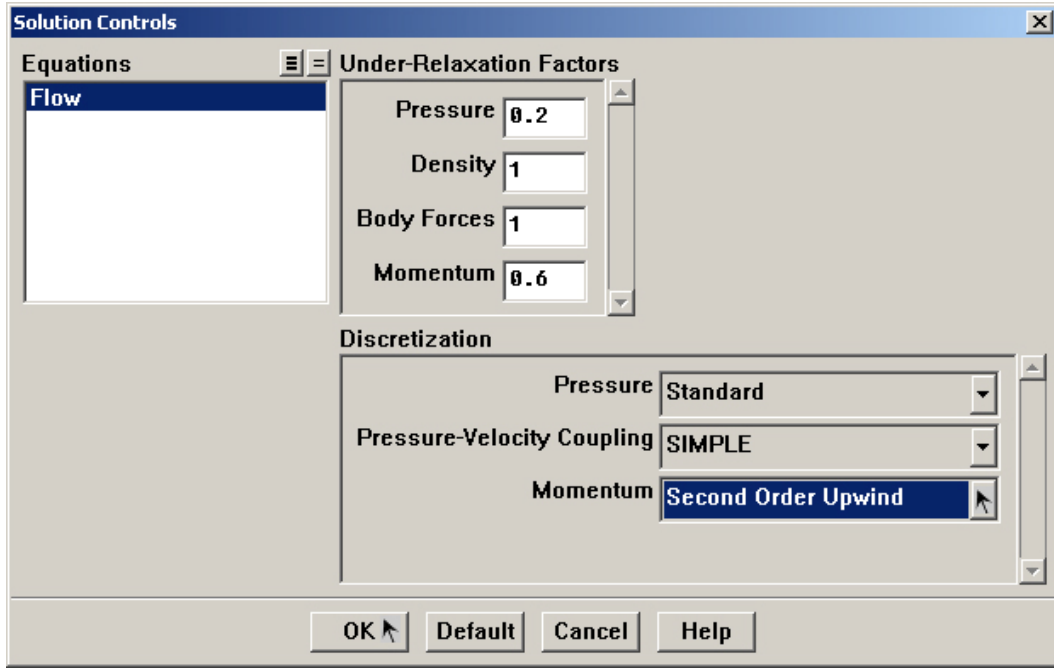
Şekil 5.5 Fluent ortamında giriş sınır şartı penceresi

Çıkışta basınç 1 atm'dir. Çalışma basıncı da 1 atm olarak atandığı için, çıkış geyç basıncı=çıkış mutlak basıncı-çalışma basıncı=0 dir. **Zone** altından “cikis” seçilir. Bu sınırın tipi **pressure-outlet**'tir. **Set**'e tıklanır. Default değeri 0 olduğundan hiçbir değişiklik yapılmaz.

5.5. Nümerik Çözümleme

Solve → Controls → Solution

yolu izlenerek nümerik çözümleme penceresi açılır. İlk çözüm bu pencerede default değerler seçilerek yapılır. Sonra basınç ve momentum yakınsama kriterleri (**Under-Relaxation Factors**) 0,1'erlik adımlarla düşürülerek her değer için tekrar çözüm yapılır. Daha sonra momentum **Second Order Upwind** seçilerek çözüm yapılır. Bu çözümün ardından momentum **Power Law** seçilerek tekrar çözüm yapılır. Bu çözüm yönteminin tercih edilmesinin sebebi daha iyi yakınsama sağlamaktır.



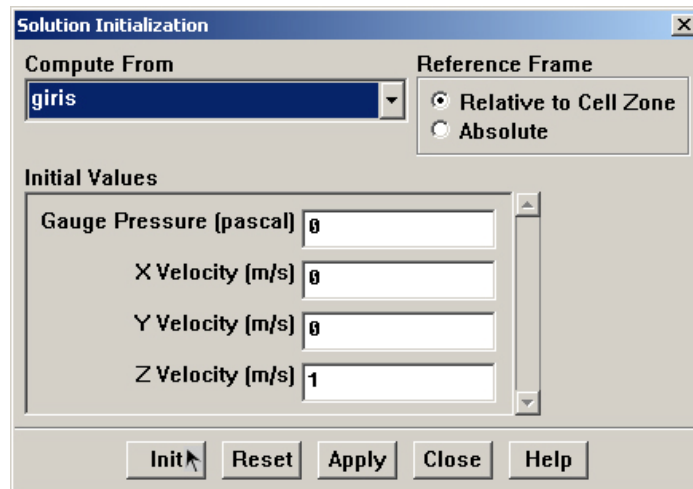
Şekil 5. 6 Fluent ortamında nümerik çözümleme penceresi

5.6. Başlangıç Tahmin Değerlerinin Ayarlanması

Kanal içindeki hız tahmin değerleri giriş hızı olarak ayarlanır.

Solve → Initialize → Initialize

yolu ile başlangıç tahmin değer ayarlama penceresi açılır.



Şekil 5. 7 Başlangıç tahmin değer ayarlama penceresi

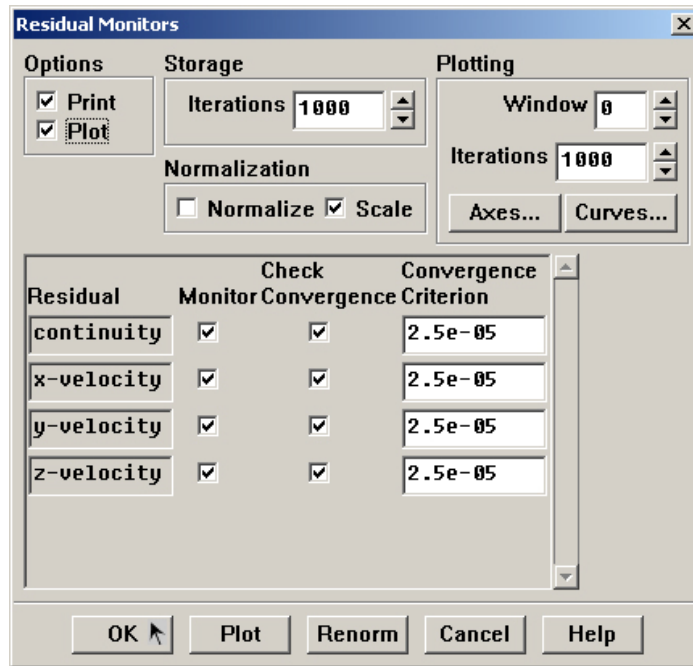
Compute From'dan giriş seçilir. Böylelikle kanal içindeki tüm hücrelerin z yönündeki hızları 1 m/s, x ve y yönündeki hızları 0 m/s ve geyç basıncı 0 Pa olarak atanmış olur. **Init** 'e tıklayarak tahmin değeri atama işlemi tamamlanır.

5.7. Yakınsama Kriteri Ayarı

Fluent çözülen her diferansiyel denklem için rezidüleri rapor eder. Matris denklemleri iki iterasyon arasındaki fark $2,5e-05$ değerinin altına düşünceye kadar çözdürülür.

Solve → Monitors → Residual

yolu izlenerek yakınsama kriterleri penceresi açılır.



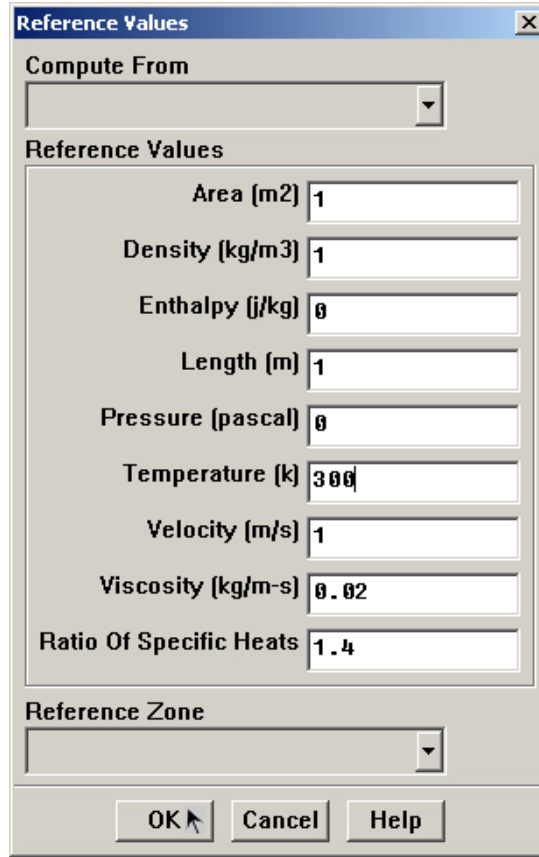
Şekil 5. 8 Yakınsama kriteri ayarlama penceresi

Rezidüer $2,5e-05$ olarak değiştirilir. Ayrıca **Options** altından **Plot** seçeneği aktif hale getirilir. Böylece rezidüer hesaplandıkça grafik penceresinde grafiksel olarak izlenebilir.

5.8. Referans Değerlerinin Ayarlanması

Report → Referances Value

yolu ile pencere açılır.



Şekil 5.9 Referans değerleri atama penceresi

Pencere yukarıdaki gibi düzenlenir. Yapılan bu son işlemle Fluent'te yapılacak olan tüm ayarlamalar bitmiş olur. Artık çözdürme aşamasına geçilebilir.

5.9. Hidrodinamik Değerler İçin Çözdürme Aşaması

Solve → Iterate

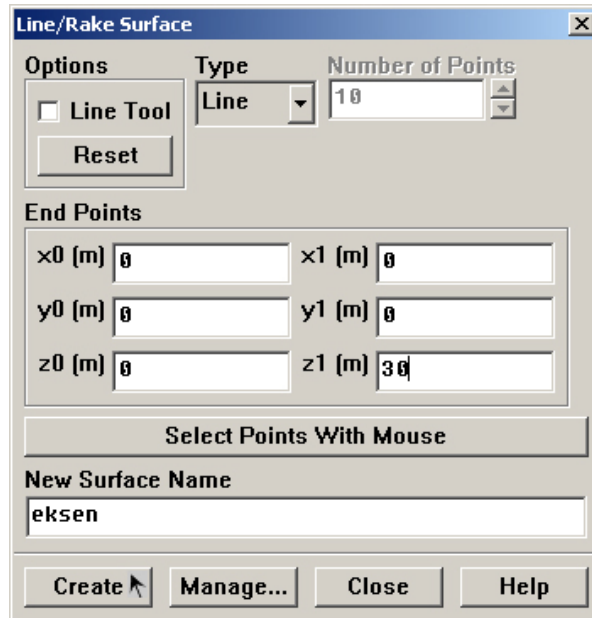
yolu izlenir. İlk yapılacak çözüm 118000 düğüm sayısına sahip ve nümerik çözümleme değerleri default olandır. Sonra nümerik kontrol değerleri bölüm 5.5'te anlatıldığı gibi ayarlanarak seri halindeki çözümler yapılır. Daha sonra düğüm noktası sayısı 5.1.1'de

anlatıldığı gibi artırılarak çözüm yapılır. Yapılan bu çözüm sonucunda hız ve hızın profili bulunmuş olur.

Boru merkezi boyunca hız değişim grafiğini çizdirmek için borunun merkezinde ve boru boyunca olan bir hatta gerek vardır. Eksen olarak adlandırılan bu hat

Surface → Line/Rake

yolu izlenerek oluşturulur.

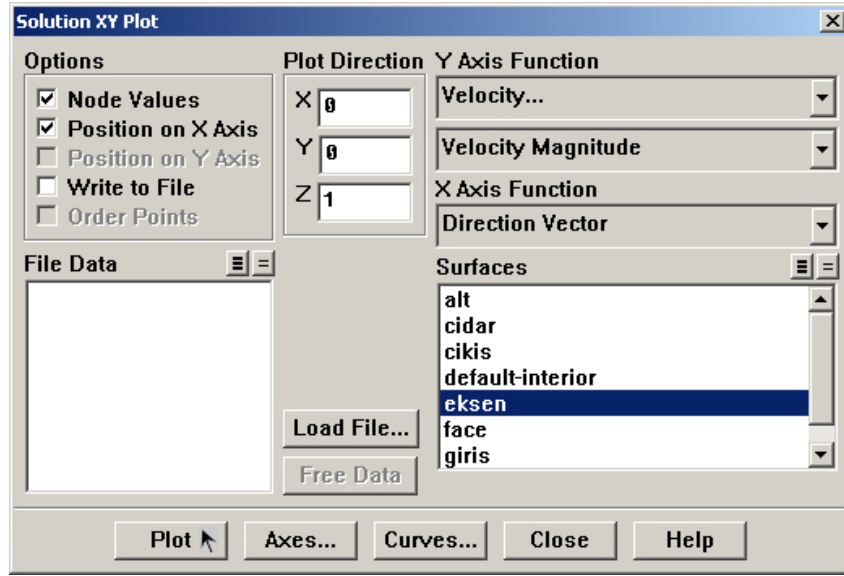


Şekil 5. 10 Fluent ortamında hat oluşturma penceresi

Pencere yukarıdaki gibi düzenlenip **Create** tuşuna tıklanarak eksen hattı oluşturulur. Daha sonra

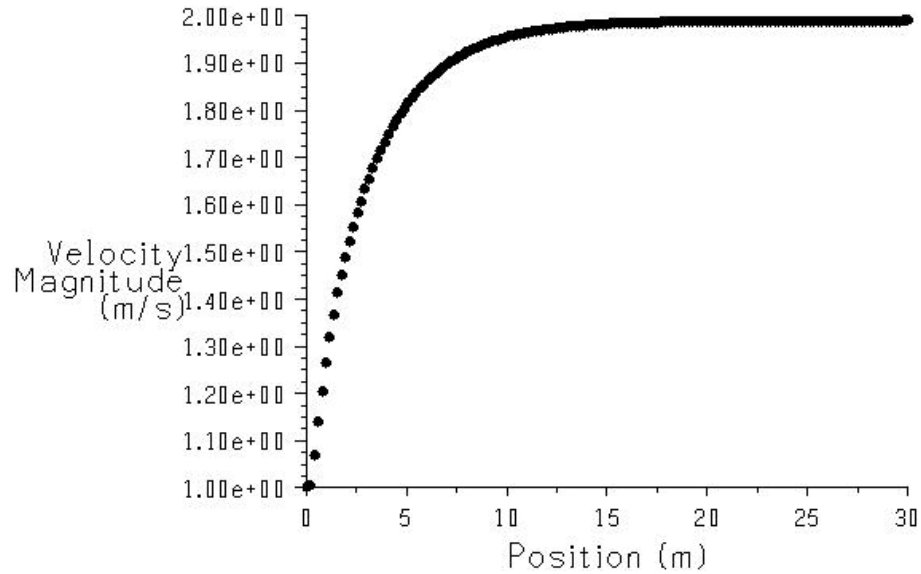
Plot → XY Plot

yolu izlenerek çizim penceresi açılır.



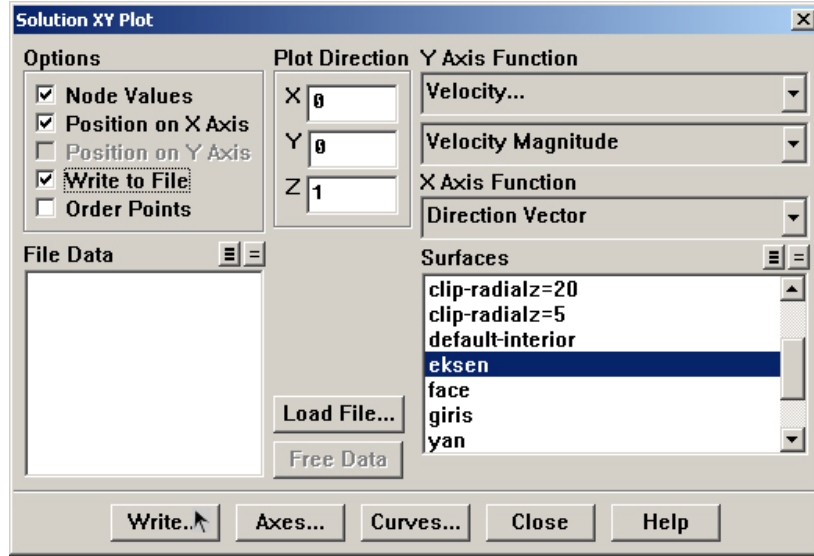
Şekil 5.11 Fluent ortamında (grafik) çizim penceresi

Options seçeneklerinden **Position on X Axis** tıklanır ve **Plot Direction** seçeneklerinden **X** ve **Y**'nin 0 **Z**'nin 1 olması gerekir. Bu işlem Fluent'e z-koordinat değerlerinin grafiğin absis eksenine yerleştirilmesini söyler. **Y Axis Function** altında **Velocity** bunun altındaki kutudan **Velocity Magnitude** seçilir. Son olarak, merkez hat üzerindeki hızı incelediğimiz için **Surfaces** altından **eksen** seçilir. Grafik almak için **Plot**'a tıklanır. Hız grafiği aşağıda ki gibi olur.



Şekil 5.12 Dairesel kesitli boru merkezinin hız grafiği

Girişten belli bir mesafe sonra hızın sabitlendiği görülür. Hızın sabitlendiği bu nokta giriş uzunluğunu verir. Hızın sabitlendiği bölge tam gelişmiş akış bölgesidir. Grafik bir tablo halinde alınmak istenirse çizim penceresi aşağıdaki gibi düzenlenir. Böylece giriş uzunluğu ve maksimum hız daha kolay okunabilir.



Şekil 5. 13 Fluent ortamında (tablo) çizim penceresi

Sürtünme faktörünün en doğru şekilde hesaplanabilmesi için boru boyunun uzatılması gerekir. Bu işlem Fluent'te pratik olarak profil kopyalama ile yapılır.

File → Write → Profile

yolu izlenerek açılan profil yazma penceresinden **Surface** altından “cikis” **Values** altından **Z Velocity** seçilir. Oluşturulacak dosyaya isim verilir.

File → Read → Profile

işlemi ile oluşturulan dosya okutulur.

Define → Boundary Condition

İşlemi ile sınır şartları penceresi açılır ve aşağıdaki gibi düzenlenir.

5.10. Isıl Değerler (Enerji) İçin Çözdürme Aşaması

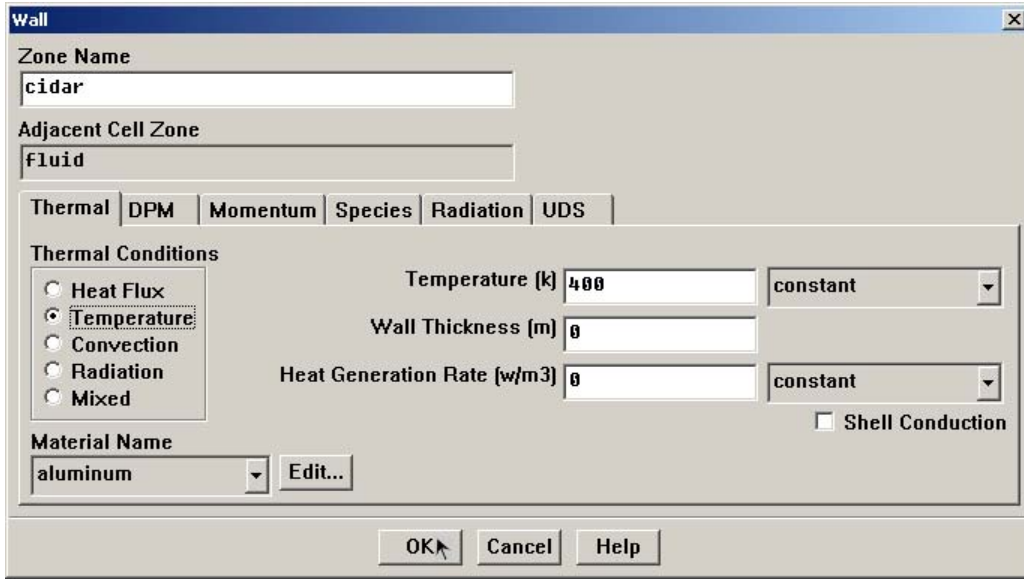
Bu işlemten sonra sıra enerjinin aktif hale getirilip, Nu sayılarının hesaplanmasına gelir.

Define → Models → Energy

yolu izlenilip, **Energy Equation** tıklanılarak enerji aktif hale getirilir. Enerjinin aktif hale getirilmesi ile malzeme özellikleri penceresinde yeni kutular açılır. Malzeme özellikleri penceresinin son hali aşağıdaki gibi olur.

Şekil 5.16 Enerji aktif iken malzeme özellikleri penceresi

Enerjiyi aktif hale getirmemizin sebebi, cidarda sabit ısı akısı ($q_s'' = 1000W/m^2$) ve sabit duvar sıcaklığı ($T_s = 400K$) durumlarında Nu sayılarını hesaplayabilmektir. Cidarda sabit duvar sıcaklığı sınır şartı penceresi aşağıdaki gibi programa girilir.



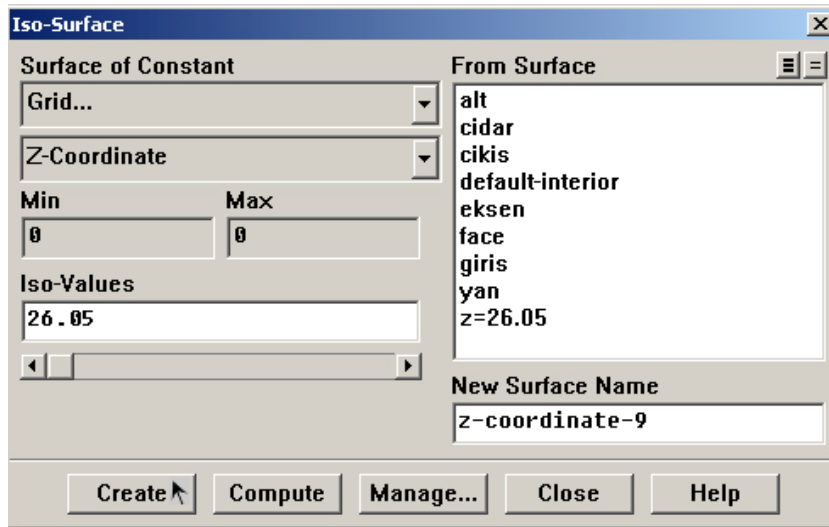
Şekil 5. 17 Cidarda sabit duvar sıcaklığı sınır şartı penceresi

Dilim sınır şartı penceresi de cidar sınır şartı penceresi gibi düzenlenir ve program tekrar çözdürülür.

Dilim yüzeyinin tam ortasında ($z=26.05$ 'da) yeni bir yüzey oluşturmak için

Surface → Iso Surface

yolu izlenerek açılan pencere aşağıdaki gibi düzenlenir.



Şekil 5. 18 İzometrik yüzey penceresi

Her hangi bir z yüzeyinde yüzey integrali $\left(\iint u(r)T(r, z)rdrd\theta\right)$ hesaplamak için

Define \rightarrow Custom Field Functions \rightarrow velocity magnitude x temperature \rightarrow

New function name = ut \rightarrow Define

ile $u(r)T(r, z)$ çarpımından oluşan bir fonksiyon tanımlanır.

Report \rightarrow Surface Integral \rightarrow Area Weighted Average \rightarrow

Custom Field Function \rightarrow ut \rightarrow z=26.05

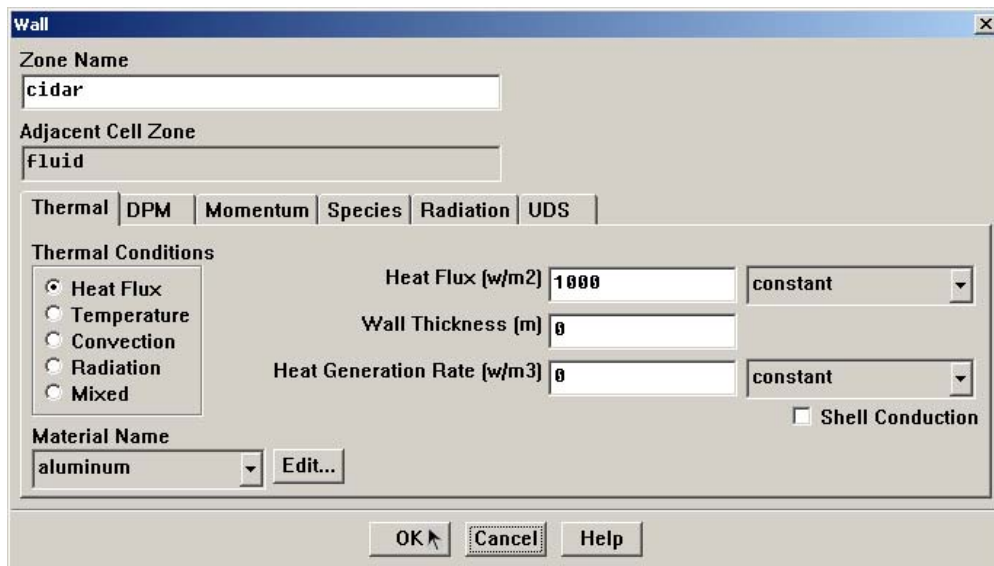
adımları izlenerek ortalama sıcaklık (T_m) hesaplanır.

Report \rightarrow Surface Integral \rightarrow Area Weighted Average \rightarrow Wall Fluxes \rightarrow

Total Surface Heat Flux \rightarrow dilim

adımları izlenerek dilim yüzeyindeki ısı akısı (q'') hesaplanır. Bu yapılan çözüm sabit duvar sıcaklığı içindir.

Sabit ısı akısı koşulu için cidarda sabit ısı akısı sınır şartı penceresi aşağıdaki gibi düzenlenerek programa girilir.



Şekil 5.19 Cidarda sabit ısı akısı sınır şartı penceresi

Dilim sınır şartı penceresi de cidar sınır şartı penceresi gibi düzenlenir ve program tekrar çözdürülür.

T_m (ortalama sıcaklık), sabit duvar sıcaklığında olduğu gibi hesaplanır.

Report → Surface Integral → Area Weighted Average → Temperature
→ Static Temperature → dilim

adımları izlenerek dilim yüzeyinde sıcaklık (T_s) hesaplanır.

Hesaplanan T_m , T_s ve q'' değerlerinden faydalanılarak taşınım katsayısı (h) ve Nusselt sayısı (Nu) hesaplanır.

6. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR

Çalışmada 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 3, 4 ve 5 incelik oranlarına sahip eliptik kesitli borular için $Re=100$ iken sabit ısı akısı durumunda Nu_q ve sabit duvar sıcaklığı durumunda Nu_T , sürtünme faktörü, C_f , maksimum hızlar, U_{max} ve giriş uzunlukları, $x_{fd, h}$ hesaplanmıştır. Ayrıca incelik oranının ($a/b=1, 2$) olduğu durumda $Re=100, 700, 1000, 1500$ ve 2000 iken Nu_T, Nu_q , sürtünme faktörü ve giriş uzunlukları hesaplanmıştır. Bunlarla birlikte incelik oranının ($a/b=1, 2$) olduğu durumda eliptik borunun $L=10, 15, 26$ ve $30m$ için gelişmekte olan akış incelenmiştir.

6.1. Dairesel Ve Farklı İncelik Oranlarına Sahip Eliptik Kesitli Borular İçin Tam Gelişmiş Akışta Hesaplanan Değerler

T_m, T_s ve q'' değerleri hesaplandıktan sonra ısı taşınım katsayısı;

$$h = \frac{q''}{T_s - T_m} \quad (51)$$

Formülünden hesaplanır. h 'dan yararlanılarak Nu sayısı;

$$Nu = \frac{h \cdot D_h}{k} \quad (52)$$

Formülü ile hesaplanılır.

6.1.1. Dairesel Kesitli Boru

$$V_{eksen} = 2m / s$$

$$C_{fdüvar} = 0.16$$

$$Re = 100$$

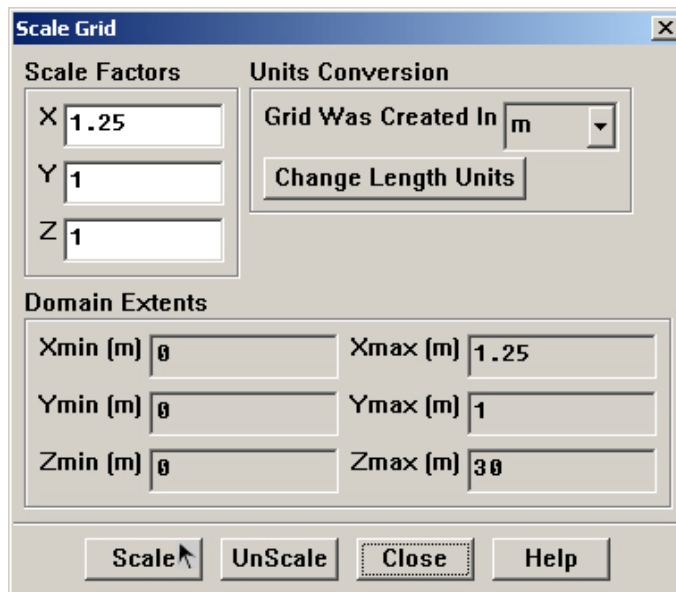
Çizelge 6.1 Dairesel kesitli boru için Nu sayıları

	SABİT DUVAR SICAKLIĞI ($T_s = 400K$)	SABİT ISI AKISI $q'' = 1000W / m^2$
$T_s (K)$	400	367.2
$T_m (K)$	395.29	351.14
$T_s - T_m$	4.71	16.06
$q'' (W/m^2K)$	246.13	1000
$h = q'' / (T_s - T_m)$	52.3	62.3
$Nu_D = h \cdot D / k$	3.66	4.36

Çizelge 6.1'de dairesel kesitli boru için Nu_T ve Nu_q sayılarının Fluent programından alınan sonuçlar kullanılarak hesaplanış şekli gösterilmiştir.

6.1.2. Eliptik Kesitli Borular

Farklı incelik oranına sahip eliptik kesitli boruların her biri için Nu sayıları yukarıda anlatıldığı gibi hesaplanır. Fakat eliptik kesitli borular için hesaplama yapılırken hidrolik çapın kullanılmasına dikkat edilmelidir. Dairesel kesitli borudan eliptik kesite geçmek için Fluent'te grid ölçeği penceresi açılır.

**Şekil 6.1** Fluent'te grid ölçeği penceresi

İstenilen incelik oranına sahip eliptik kesitli bir boru elde etmek için x uzunluğu (1.25, 1.5, 1.75, 2, 3, 4, 5) değiştirilir ve **Scale** tuşuna tıklanır.

Çizelge 6.2 ve hidrolik çap, eksendeki maksimum hız, sürtünme faktörü değerleri incelik oranı 1.25 olan eliptik kesitli boru için düzenlenmiş ve hesaplanmıştır.

$$D_h = 2.215m$$

$$V_{eksen} = 1.99m / s$$

$$C_{fdu\ var} = 0.146$$

$$Re = 100$$

Çizelge 6.2 İncelik oranı (a/b) 1.25 olan eliptik boru için Nu sayıları

	SABİT DUVAR SICAKLIĞI ($T_s = 400K$)	SABİT ISI AKISI $q'' = 1000W / m^2$
$T_s (K)$	400	363.83
$T_m (K)$	390.3	346.1
$T_s - T_m$	9.7	17.73
$q'' (W / m^2 K)$	460	1000
$h = q'' / (T_s - T_m)$	47.4227	56.4
$Nu_E = h \cdot D / k$	3.68	4.37

Çizelge 6.3 ve hidrolik çap, eksendeki maksimum hız, sürtünme faktörü değerleri incelik oranı 1.5 olan eliptik kesitli boru için düzenlenmiş ve hesaplanmıştır.

$$D_h = 2.381m$$

$$V_{eksen} = 1.989m / s$$

$$C_{fdu\ var} = 0.138$$

$$Re = 100$$

Çizelge 6.3 İncelik oranı (a/b) 1.5 olan eliptik boru için Nu sayıları

	SABİT DUVAR SICAKLIĞI ($T_s = 400K$)	SABİT ISI AKISI $q'' = 1000W / m^2$
$T_s(K)$	400	361.6
$T_m(K)$	386.93	342.6
$T_s - T_m$	13.07	19
$q''(W/m^2K)$	578.4231	1000
$h = q''/(T_s - T_m)$	44.26	52.6
$Nu_E = h \cdot D/k$	3.69	4.38

Çizelge 6.4 ve hidrolik çap, eksendeki maksimum hız, sürtünme faktörü değerleri incelik oranı 1.75 olan eliptik kesitli boru için düzenlenmiş ve hesaplanmıştır.

$$D_h = 2.5m$$

$$V_{eksen} = 1.985m / s$$

$$C_{fdu\ var} = 0.133$$

$$Re = 100$$

Çizelge 6.4 İncelik oranı (a/b) 1.75 olan eliptik boru için Nu sayıları

	SABİT DUVAR SICAKLIĞI ($T_s = 400K$)	SABİT ISI AKISI $q'' = 1000W / m^2$
$T_s(K)$	400	360.9
$T_m(K)$	385.2	341
$T_s - T_m$	14.8	19.90
$q''(W/m^2K)$	630.1094	1000
$h = q''/(T_s - T_m)$	42.575	50.2
$Nu_E = h \cdot D/k$	3.73	4.39

Çizelge 6.5 ve hidrolik çap, eksendeki maksimum hız, sürtünme faktörü değerleri incelik oranı 2 olan eliptik kesitli boru için düzenlenmiş ve hesaplanmıştır.

$$D_h = 2.594m$$

$$V_{eksen} = 1.98m / s$$

$$C_{fdu\ var} = 0.131$$

$$Re = 100$$

Çizelge 6.5 İncelik oranı (a/b) 2 olan eliptik boru için Nu sayıları

	SABİT DUVAR SICAKLIĞI ($T_s = 400K$)	SABİT ISI AKISI $q'' = 1000W / m^2$
$T_s(K)$	400	360.9
$T_m(K)$	384	340.2851
$T_s - T_m$	16	20.615
$q''(W/m^2K)$	662.7562	1000
$h = q'' / (T_s - T_m)$	41.42	48.5
$Nu_E = h \cdot D/k$	3.76	4.4

Çizelge 6.6 ve hidrolik çap, eksendeki maksimum hız, sürtünme faktörü değerleri incelik oranı 3 olan eliptik kesitli boru için düzenlenmiş ve hesaplanmıştır.

$$D_h = 2.82m$$

$$V_{eksen} = 1.955m / s$$

$$C_{fdu\ var} = 0.127$$

$$Re = 100$$

Çizelge 6.6 İncelik oranı (a/b) 3 olan eliptik boru için Nu sayıları

	SABİT DUVAR SICAKLIĞI ($T_s = 400K$)	SABİT ISI AKISI $q'' = 1000W / m^2$
$T_s(K)$	400	359.7
$T_m(K)$	381.3	337,4529
$T_s - T_m$	18.7	22.25
$q''(W/m^2K)$	728.2206	1000
$h = q'' / (T_s - T_m)$	38.94	45
$Nu_E = h \cdot D/k$	3.84	4.44

Çizelge 6.7 ve hidrolik çap, eksendeki maksimum hız, sürtünme faktörü değerleri incelik oranı 4 olan eliptik kesitli boru için düzenlenmiş ve hesaplanmıştır.

$$D_h = 2.93m$$

$$V_{eksen} = 1.939m / s$$

$$C_{fdu\ var} = 0.126$$

$$Re = 100$$

Çizelge 6.7 İncelik oranı (a/b) 4 olan eliptik boru için Nu sayıları

	SABİT DUVAR SICAKLIĞI ($T_s = 400K$)	SABİT ISI AKISI $q'' = 1000W / m^2$
$T_s (K)$	400	359
$T_m (K)$	381.6	336
$T_s - T_m$	18.4	23
$q'' (W/m^2 K)$	690.705	1000
$h = q'' / (T_s - T_m)$	37.54	43.48
$Nu_E = h \cdot D/k$	3.85	4.46

Çizelge 6.8 ve hidrolik çap, eksendeki maksimum hız, sürtünme faktörü değerleri incelik oranı 5 olan eliptik kesitli boru için düzenlenmiş ve hesaplanmıştır.

$$D_h = 2.99m$$

$$V_{eksen} = 1.925m / s$$

$$C_{fdu\ var} = 0.125$$

$$Re = 100$$

Çizelge 6.8 İncelik oranı (a/b) 5 olan eliptik boru için Nu sayıları

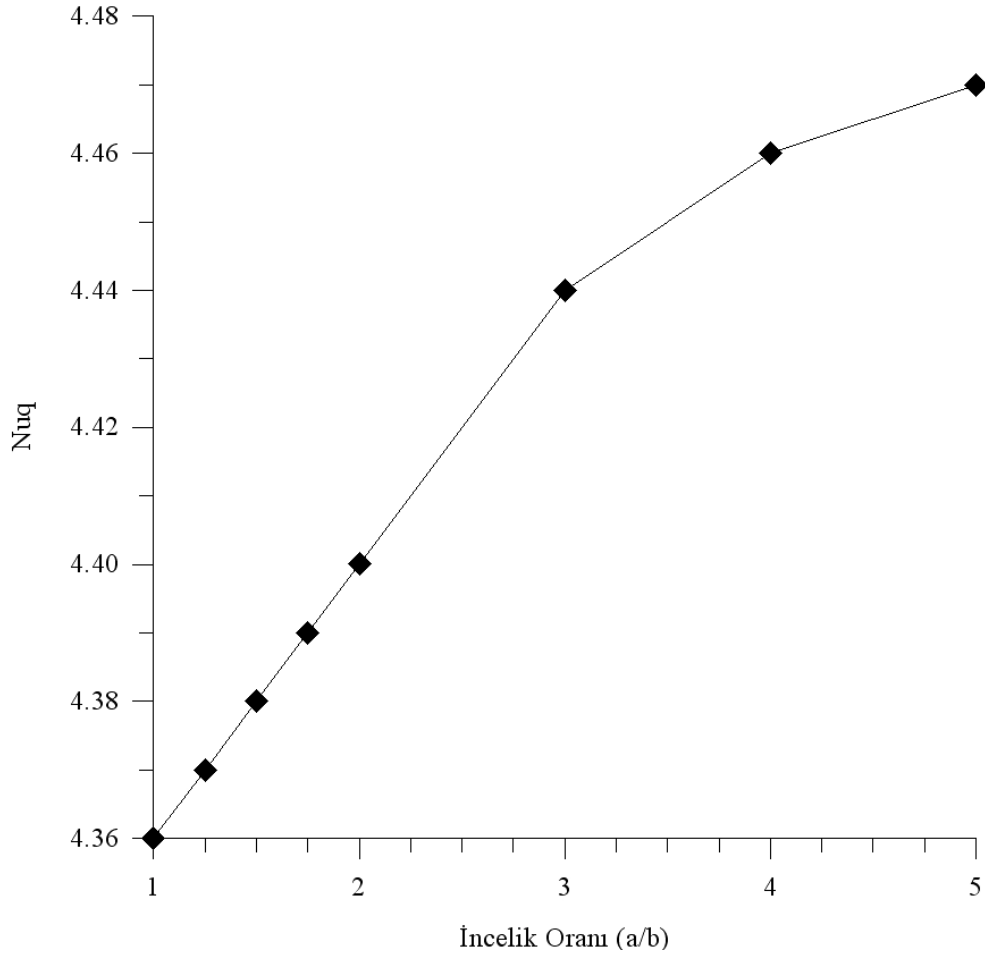
	SABİT DUVAR SICAKLIĞI ($T_s = 400K$)	SABİT ISI AKISI $q'' = 1000W / m^2$
$T_s (K)$	400	357.415
$T_m (K)$	379.18	334
$T_s - T_m$	20.82	23.415
$q'' (W/m^2K)$	766.926	1000
$h = q'' / (T_s - T_m)$	36.84	42.7
$Nu_E = h \cdot D/k$	3.855	4.47

Giriş uzunluğu, V_{eksen} ve $C_{f, cidar}$ değerleri de bölüm 5'te anlatıldığı gibi Fluent programı yardımı ile bulunur. Hesaplanan tüm değerler toplu halde Çizelge 6.9'da gösterilmiştir.

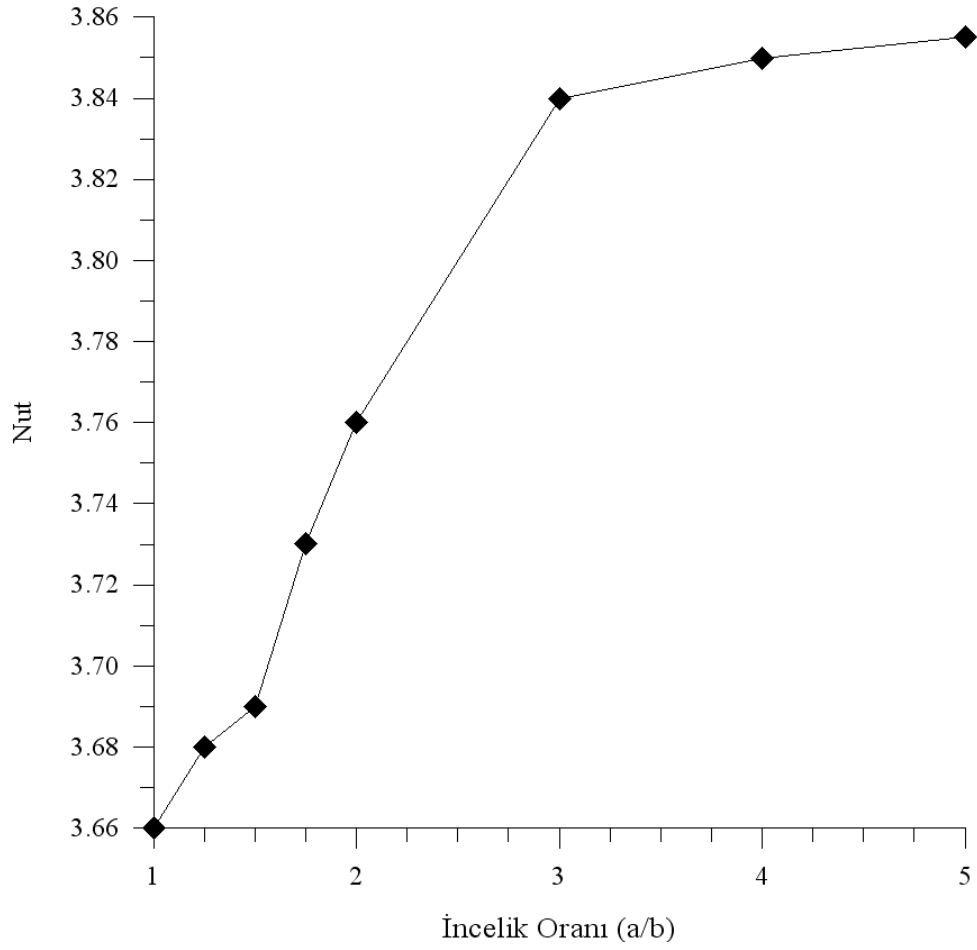
Çizelge 6.9 Boru kesitine göre Nu_T , Nu_q , u_{max} , C_f ve $x_{fd, h}$ 'in değişimi.

a/b	Nu_q	Nu_T	Literatürdeki Nu_T değerleri(Lee and Lee, 2001)	D_h	u_{max}	$x_{fd, h}$	C_f
1	4.36	3.66	3.67	2	2	15	0.161
1,25	4.37	3.68	3.68	2.215	1.991	18	0.146
1,5	4.38	3.69	3.69	2.381	1.989	22	0.138
1,75	4.39	3.73		2.5	1.985	24	0.133
2	4.4	3.76	3.76	2.594	1.981	25	0.131
3	4.44	3.84	3.84	2.82	1.955	25	0.127
4	4.46	3.85	3.88	2.929	1.94	26	0.126
5	4.47	3.855	3.9	2.99	1.92	26	0.125

Çalıştırılan programlar sonucu sabit ısı akısı ve sabit duvar sıcaklığı için dairesel kesitli boruya oranla eliptik kesitli borunun Nu sayılarının daha büyük olduğu görülür. Ayrıca boru kesiti genişledikçe Nu sayıları artar. Fluent programından alınan sonuçlarla literatürdeki sonuçlar karşılaştırıldığında incelik oranının 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2 ve 3 olduğu durumlarda bulunan sonuçlar neredeyse literatürdekinin aynıdır. İncelik oranının 5 olduğu durumda hata %0.38 dir. Literatüre göre en büyük hata %0.77 olup incelik oranının 4 olduğu durumdadır. Aşağıdaki grafikte incelik oranı ile Nu sayılarının değişimi gösterilmiştir.

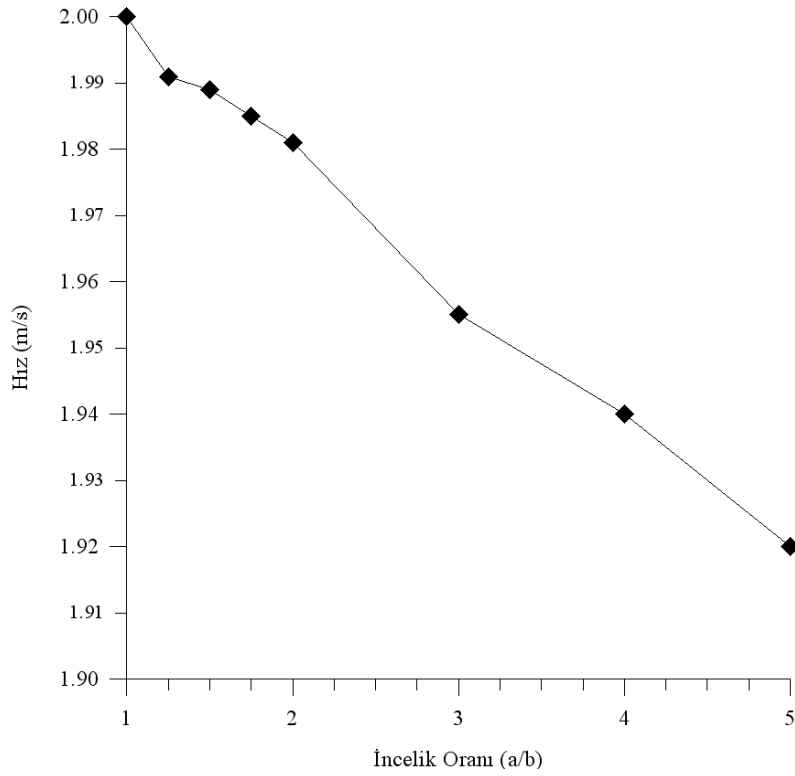


Şekil 6. 2 İncelik oranına göre Nu_q sayılarının değişimi

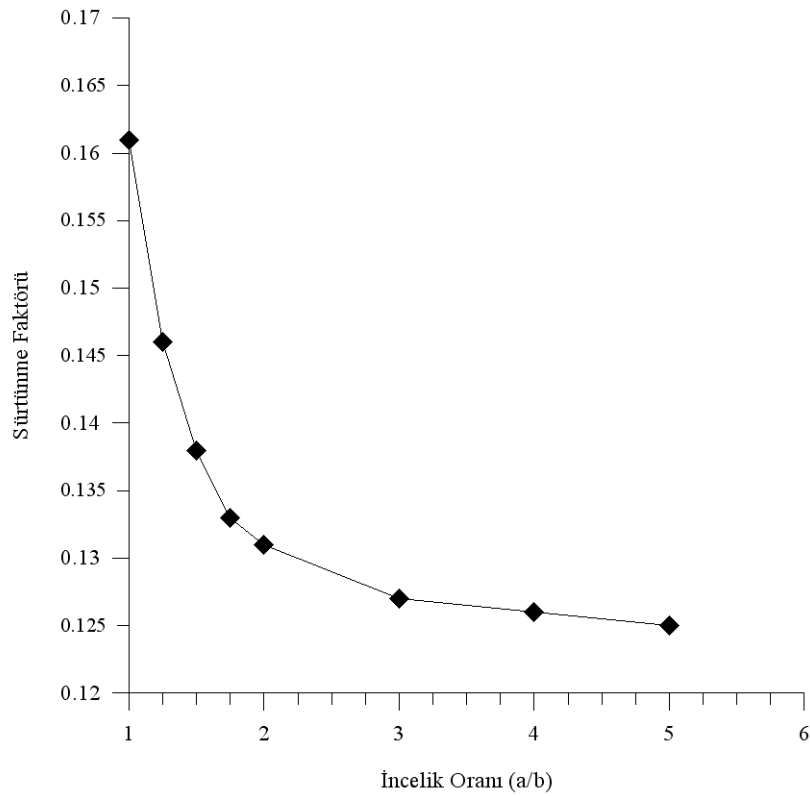


Şekil 6.3 İncelik oranına göre Nu_T sayılarının değişimi

Aşağıdaki grafikten de görüldüğü gibi boru merkezindeki maksimum hız boru genişledikçe düşmektedir.



Şekil 6. 4 Re=100 için incelik oranına göre boru eksenindeki hız değişimi

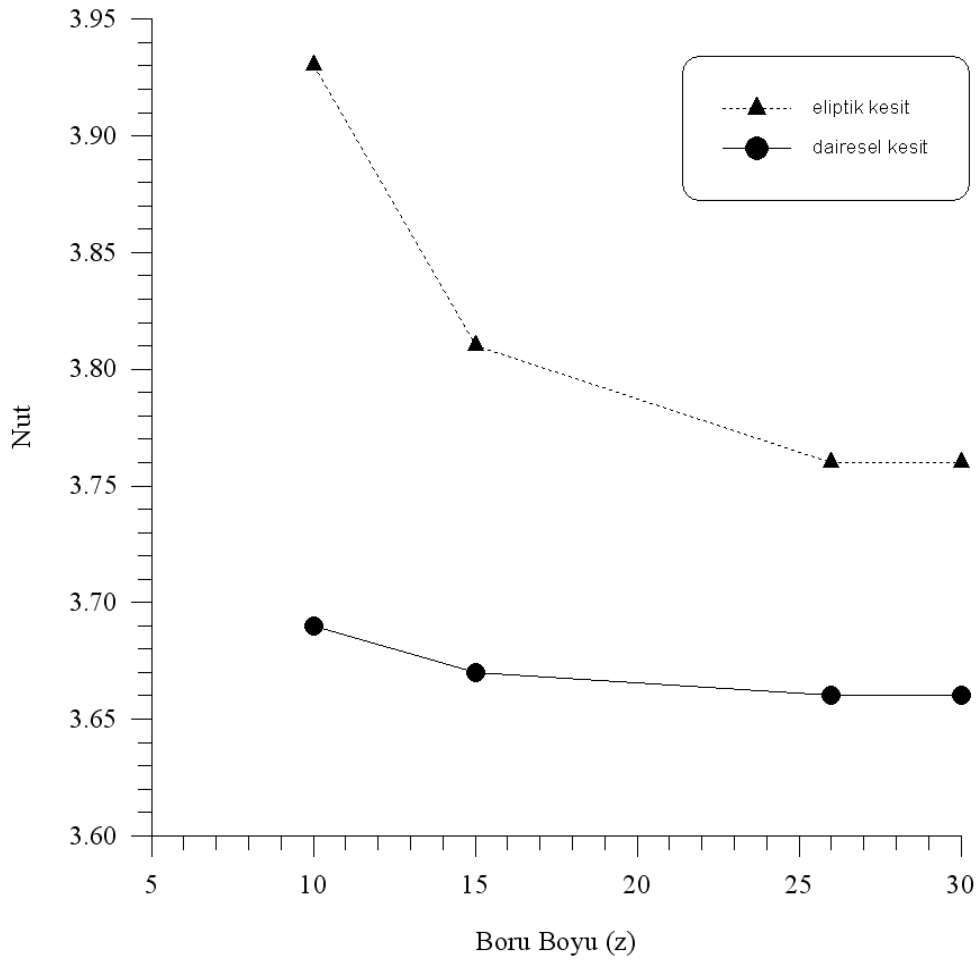


Şekil 6. 5 Re=100 için a/b'ye göre boru cidarındaki sürtünme faktörü değişimi

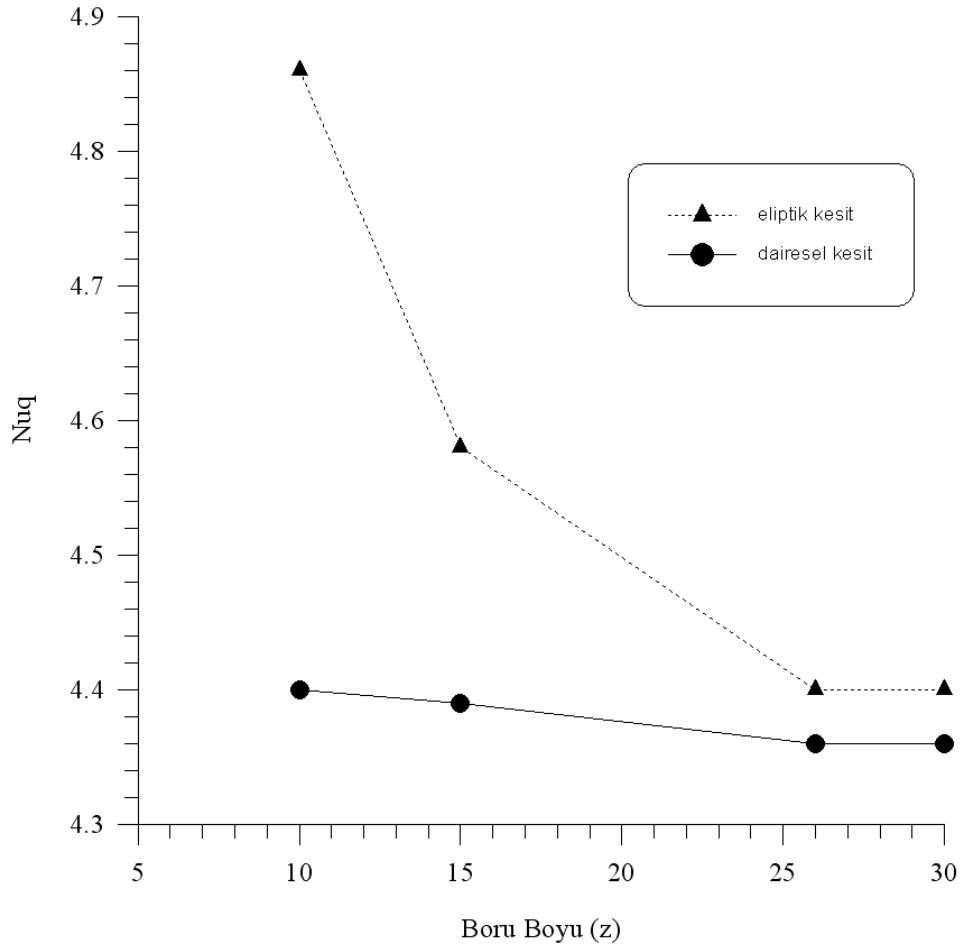
Yukarıdaki grafikte de gösterildiği gibi sürtünme faktörleri de boru kesiti genişledikçe azalır.

6.2. Gelişmekte Olan Akış İçin İnceleme

Boru boyunun 26.m'sinde tam gelişmiş akış başlar artık hız boru boyu (z eksen) ile değişmemektedir. Bu noktadan önceki akış için gelişmekte olan akış denilir. Boru boyunun 10. ve 15.m'sinde gelişmekte olan akış incelenirse;



Şekil 6. 6 Eliptik ve dairesel kesitli boruda Nu_T sayısının boru boyunca değişimi

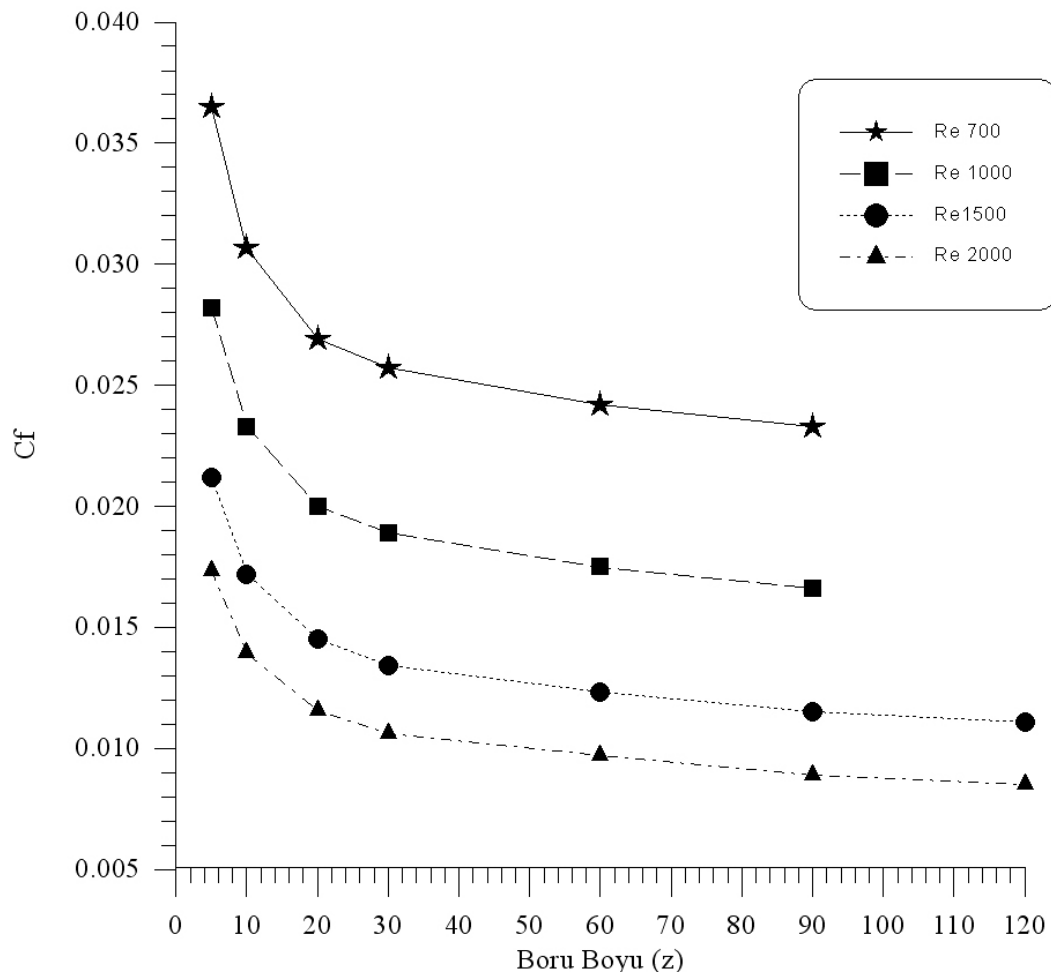


Şekil 6.7 Eliptik ve dairesel kesitli boruda Nu_q sayısının boru boyunca değişimi

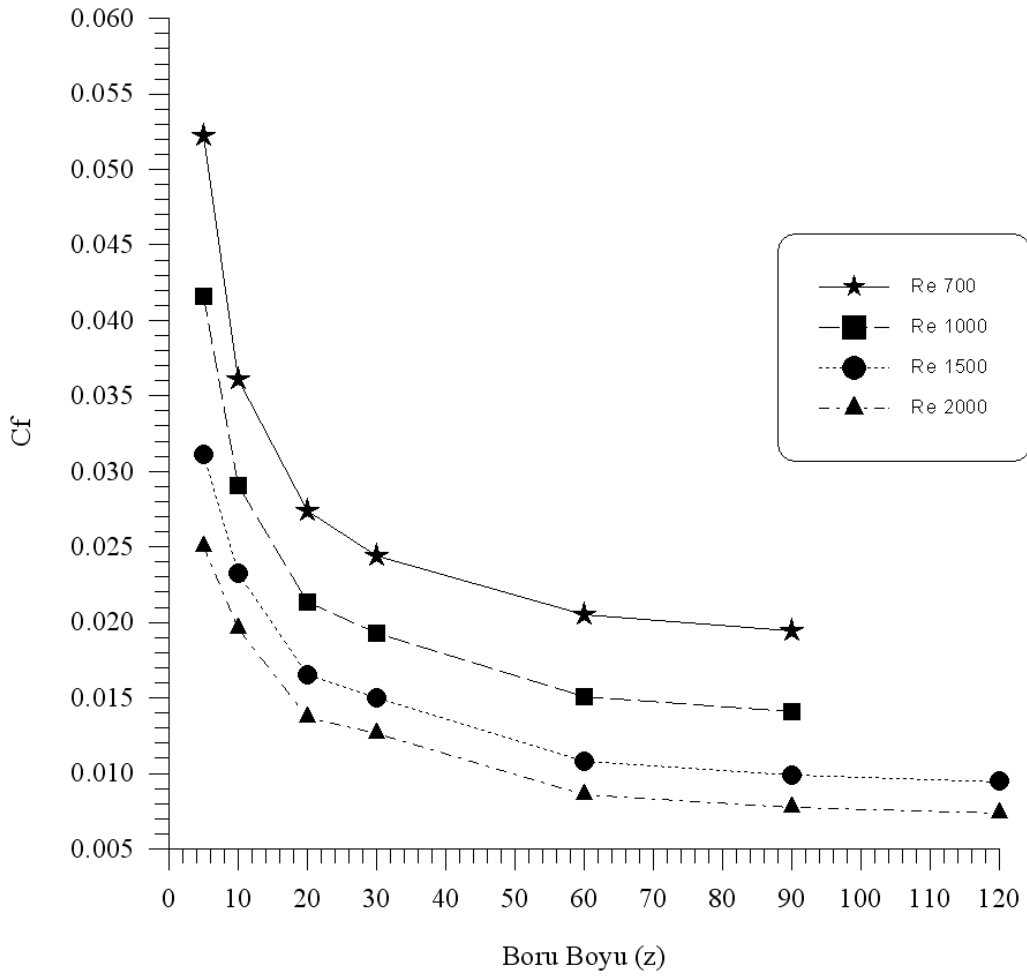
Yukarıdaki grafiklerde eliptik kesitli borunun incelik oranı $a/b=2$ 'dir. Nu sayılarının boru boyunca değişimleri grafiklerdeki gibi olur. Bütün Nu sayılarının tam gelişmiş akışın başladığı noktadan sonra sabit kaldığı görülür. Nu sayıları tam gelişmiş akışa geçildikçe azalır. Bunun sebebi boru boyunca ilerledikçe sıcaklık gradyanlarının azalması ve taşınım ile olan ısı transferinin azalmasıdır. Borunun giriş bölgesinde sıcaklık gradyanları büyük olduğundan, gelişmekte olan akışta Nu sayıları tam gelişmiş akıştakine göre daha fazladır. Eliptik kesitli boru ile dairesel kesitli boru kıyaslandığında, eliptik kesitli borunun Nu sayıları dairesel kesitli borununkilere göre daha fazladır.

6.3. Farklı Reynolds Sayıları İçin İnceleme

Reynolds sayısının değişimi, laminar akışta $0 < Re < 2300$ olduğundan Nu sayısını ($Nu_t=3.66$ ve $Nu_q=4.36$) etkilemez. Reynolds sayısının değişimi sürtünme faktörünü etkiler. Reynolds sayıları 100, 700, 1000, 1500 ve 2000 için boru boyunun 5, 10, 20, 30, 60, 90 ve 120.m'sinde sürtünme faktörleri hesaplanmıştır.

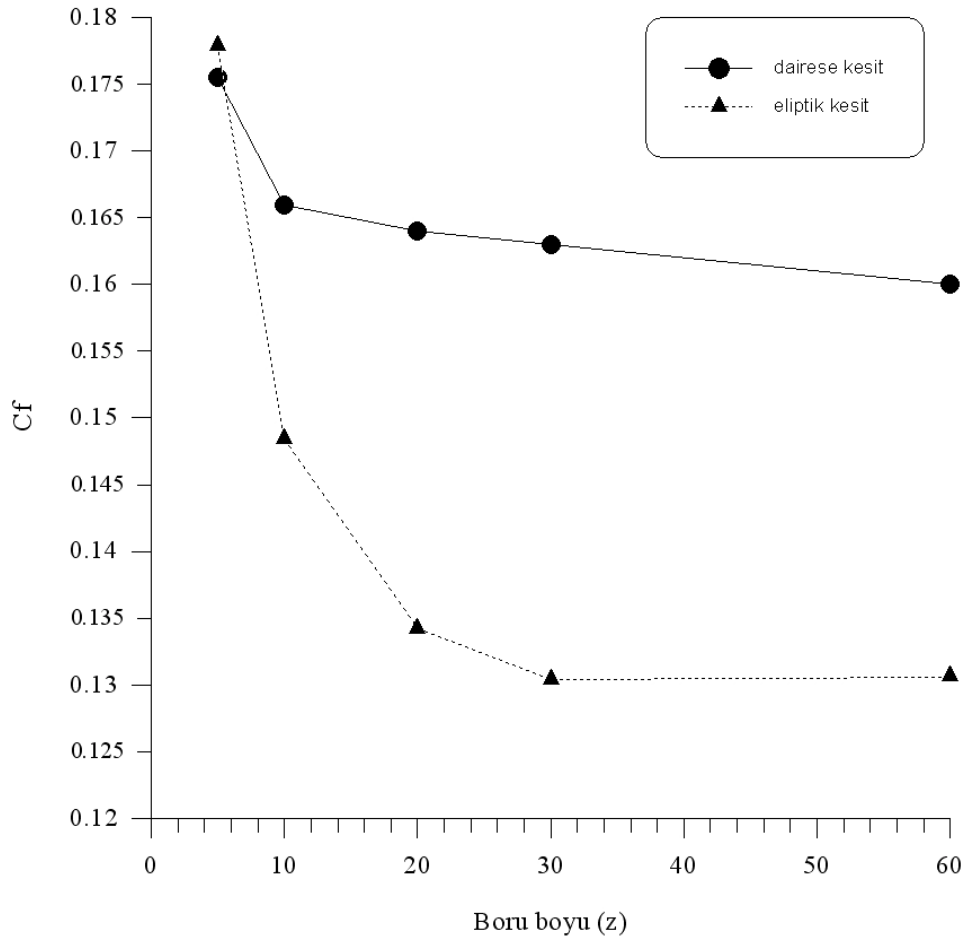


Şekil 6. 8 Dairesel kesitli boruda Re sayısı ve boru boyuna bağlı olarak Cf'nin değişimi



Şekil 6. 9 $a/b=2$ olan eliptik kesitli boruda Re sayısı ve boru boyuna bağlı olarak C_f 'nin değişimi

Yukarıdaki grafikten de görüldüğü gibi boru boyu arttıkça başka bir değişle gelişmekte olan akıştan tam gelişmiş akışa geçildikçe C_f azalır bir noktadan sonra sabitlenmektedir. Re sayısı arttıkça C_f azalmaktadır. Bunun sebebi Re sayısının artmasıyla hızında artmasıdır.



Şekil 6.10 $Re=100$ için kesitin dairesel veya eliptik oluşuna ve boru boyuna bağlı olarak C_f 'nin değişimi

Yukarıdaki grafikte eliptik kesitli borunun incelik oranı $a/b=2$ 'dir. Grafikten de görüldüğü gibi boru kesiti ister dairesel ister eliptik olsun tam gelişmiş akışa geçildikçe sürtünme faktörü azalmaktadır. Dairesel kesitten eliptik kesite geçildikçe sürtünme faktörü azalmaktadır.

6.4. Regresyon Yöntemi ile Korelasyonların Geliştirilmesi

Fluent programı kullanılarak elde edilen veri grubuna uygun bir yaklaşım fonksiyonu geliştirilip regresyon diğer bir adı ile en küçük kareler metodu kullanılarak korelasyonlar geliştirilir. Regresyon yönteminde mutlak hata, veri ile yaklaşım fonksiyonu arasındaki fark kadardır. Regresyon yönteminde hataları almaktan ziyade

karelerini alarak hatanın minimum olması istenir. Yaklaşım fonksiyonunun katsayılarını bulmak için her bir katsayıya göre kısmi türev sifira eşitlenir (Altaç, 1993).

Nu sayıları ve sürtünme faktörü için korelasyon geliştirmekte mathematica programı kullanılabilir. Regresyon yapabilmek için <<Statistic'LinearRegrresion' komutu programa yüklenmelidir.

Nu_q için;

$$Nu_q = 4.36 \left(\frac{a}{b} \right)^n \text{ başka bir ifade ile } Nu_q = aA^n \quad (53)$$

Yaklaşım fonksiyonunu linear hale getirmek için fonksiyonun e tabanına göre logaritması alınır.

$$\ln y = \ln a + n \cdot \ln A \quad (54)$$

$$Y = C + BX \quad (55)$$

Yapılan regresyon sonucunda yaklaşım fonksiyonundaki katsayılar B, C bulunur. Korelasyon aşağıdaki gibi bulunur.

$$Nu_q = 4.354 \cdot A^{0.01673} \quad r^2 = 0.988 \quad (56)$$

Nu_T için;

$$Nu_T = 3.66 \left(\frac{a}{b} \right)^n \text{ başka bir ifade ile } Nu_T = aA^n \quad (57)$$

$$\ln y = \ln a + n \cdot \ln A \quad (58)$$

$$Y = C + BX \quad (59)$$

Yapılan regresyon sonucunda yaklaşım fonksiyonundaki katsayılar B, C bulunur. Korelasyon aşağıdaki gibi bulunur.

$$Nu_T = 3.66 \cdot A^{0.0368} \quad r^2 = 0.95 \quad (60)$$

Sürtünme faktörü için;

$$C_f = \frac{C}{\text{Re}} A^n \quad \text{başka bir ifade ile} \quad y = \frac{C}{\text{Re}} X^n \quad (61)$$

$$\ln(y \text{ Re}) = \ln C + n \cdot \ln A \quad (62)$$

$$Y = B + DX \quad (63)$$

Yapılan regresyon sonucunda yaklaşım fonksiyonundaki katsayılar B, D bulunur. Korelasyon aşağıdaki gibi olur.

$$C_f = \frac{15.98}{\text{Re}} A^{-0.19} \quad r^2 = 0.81 \quad (64)$$

7. SONUÇLAR

Bu çalışmada Fluent programından yararlanılarak iç akış problemlerinden eliptik borularda akış cidarda sabit ısı akısı ve sabit sınır şartları için ısı ve hidrodinamik olarak incelenmiş ve dairesel kesitli borulardaki akış ile kıyaslanmıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda;

- Sabit ısı akısı ve sabit duvar sıcaklığı için dairesel kesitli boruya oranla eliptik kesitli borunun Nu sayıları daha büyük olur.
- Sabit ısı akısı ve sabit duvar sıcaklığı için Nu sayılarının tam gelişmiş akışın başladığı noktadan sonra sabit kalır.
- Gelişmekte olan akışta Nu sayıları tam gelişmiş akıştakine göre daha fazla olur.
- Boru merkezindeki maksimum hız boru kesiti genişledikçe düşer.
- Boru boyu artıkça başka bir değişle gelişmekte olan akıştan tam gelişmiş akışa geçildikçe C_f azalır bir noktadan sonra sabitlenmektedir.
- Re sayısı artıkça C_f azalmaktadır.
- Sürtünme faktörleri de boru kesiti genişledikçe azalır.
- Eliptik kesitli boru kullanımı ile dairesel kesitli boruya göre daha büyük ısı transferi elde edilir.

8. KAYNAKLAR DİZİNİ

- ALTAÇ, Z., 1993, Nümerik Analiz, Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir
- ALTAÇ, Z., 2005, Gambit ve Fluent Kullanım Klavuzu
- BEJAN, A., 1948, Convection Heat Transfer, John Wiley & Sons, s 1-16
- DONG, Z. F. ve EBADIAN, M. A., 1991, Numerical Analysis of Laminar Flow in Curved Elliptic Ducts, J. Fluid Eng. Vol 113,s555-562
- INCROPERA, F. P. ve De WITT, D. P., 2001, Isı ve Kütle Geçişinin Temelleri, Literatür Yayıncılık, s 452-496
- LEE, Y.-M. ve LEE P.-C., 2001, Laminar Flow in Elliptic Ducts with and without Central Circular Cores for Constant Wall Temperature, International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol 28, s 1115-1124
- ÖZTÜRK, A. ve KILIÇ, A., 1998, Çözümlü Problemlerle Termodinamik, Çağlayan Kitabevi, s 86-92
- SAKALIS, V. D., HATZIKONSTANTINOÜ, P. M. ve KAFOUSIAS, N., 2001, Thermally Developing Flow in Elliptic Ducts with Axially Variable Wall Temperature Distribution, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol 45, s 25-35
- SARIN, V. B., 1997, The Study Laminar Flow of an Ellastico Viscous Liquid in a Curved Pipe of Varying Elliptic Cross Section, Mathl. Comput., Vol 26, s 109-121
- SCHENK, J. ve HAN, B. S., 1966, Heat Transfer from Laminar Flow in Ducts with Elliptic Cross Section, Appl.Sci. Res. Vol 17 s 96-114
- SILVA, R. J., VALLE, R. M. ve ZIVIANI, M., 1999, Numerical Hydrodynamic and Thermal Analysis of Laminar Flow in Curved Elliptic and Rectangular Ducts, Int. J. Therm. Sci., Vol 38, s 585-594
- Srah, R.K. ve London, A.L.,1978,Laminar Flow Forced Convection in Ducts,Academic Pres

EKLER

Ek. 1. Şekil 6.6'nın Nut ve Boru Boyu Data Değerleri ($a/b=2$)

Boru boyu	Eliptik Kesit Nu_t	Dairesel Kesit Nu_t
10	3.93	3.69
15	3.81	3.67
26	3.76	3.66
30	3.76	3.66

Ek. 2. Şekil 6.7'nin Nu_q ve Boru Boyu Data Değerleri ($a/b=2$)

Boru boyu	Eliptik Kesit Nu_q	Dairesel Kesit Nu_q
10	4.86	4.4
15	4.58	4.39
26	4.4	4.36
30	4.44	4.36

Ek. 3. Dairesel Kesitli Borunun (Şekil 6.8'in) C_f , Boru Boyu ve Re Data Değerleri

Boru boyu	$Re=100$ için C_f	$Re=700$ için C_f	$Re=1000$ için C_f	$Re=1500$ için C_f	$Re=2000$ için C_f
5	0.1755	0.0365	0.02819	0.0212	0.01735
10	0.166	0.0307	0.02329	0.01717	0.01392
20	0.164	0.0269	0.02	0.01344	0.01155
30	0.163	0.0257	0.0189	0.01344	0.01062
60	0.16	0.0242	0.0175	0.01234	0.0097
90		0.0233	0.0166	0.0115	0.0089
120				0.0111	0.0085

Ek. 4. Eliptik Kesitli Borunun (Şekil 6.9'un) C_f , Boru Boyu ve Re Data Değerleri

Boru boyu	Re=100 için C_f	Re=700 için C_f	Re=1000 için C_f	Re=1500 için C_f	Re=2000 için C_f
5	0.1779	0.05222	0.04157	0.031138	0.02503422
10	0.1484	0.03611	0.02905	0.023257	0.019595
20	0.1342	0.02741	0.021367	0.016499	0.01372118
30	0.1304	0.02439	0.019084	0.01497	0.012613
60	0.1306	0.02052	0.015089	0.01078	0.0085475
90		0.01946	0.01407	0.009874	0.007752
120				0.00946	0.007367

Ek. 5. Sabit Isı Akısı Sınır Şartında Nu_q Korelasyonu İçin Mathematica Programında Yapılan Regresyon

In[1]:= << Statistics`LinearRegression`

In[2]:= data = {{0, 1.472472057}, {0.223143551, 1.474763009}, {0.405465108, 1.477048724},
 {0.559615787, 1.47939227}, {0.69314718, 1.481604541},
 {1.098612289, 1.490654376}, {1.38294361, 1.495148766},
 {1.609437912, 1.497388409}}

Out[2]:= {{0, 1.47247}, {0.223144, 1.47476}, {0.405465, 1.47705}, {0.559616, 1.47939},
 {0.693147, 1.4816}, {1.09861, 1.49065}, {1.38294, 1.49515}, {1.60944, 1.49739}}

In[3]:= Regress[data, {1, x}, x]

Out[3]:= {ParameterTable →

	Estimate	SE	TStat	PValue
1	1.47107	0.0006831	2153.52	0.
x	0.0167297	0.000745457	22.4423	5.12156×10^{-7}

RSquared → 0.988227, AdjustedRSquared → 0.986265,

	DF	SumOfSq
EstimatedVariance → 1.25531×10^{-6} , ANOVATable → Model	1	0.000632243
Error	6	7.53186×10^{-6}
Total	7	0.000639775

Ek. 6. Sabit Duvar Sıcaklığı Sınır Şartında Nu_T Korelasyonu İçin Mathematica Programında Yapılan Regresyon

In[1]:= << **Statistics`LinearRegression`**

In[2]:= **data = {{0, 1.297463147}, {0.223143551, 1.302912752}, {0.405465108, 1.305626458},
 {0.559615787, 1.316408234}, {0.69314718, 1.324418957},
 {1.098612289, 1.345472367}, {1.38294361, 1.348073148},
 {1.609437912, 1.349371007}}**

Out[2]= {{0, 1.29746}, {0.223144, 1.30291}, {0.405465, 1.30563}, {0.559616, 1.31641},
 {0.693147, 1.32442}, {1.09861, 1.34547}, {1.38294, 1.34807}, {1.60944, 1.34937}}

In[3]:= **Regress[data, {1, x}, x]**

Out[3]= {ParameterTable →

	Estimate	SE	TStat	PValue
1	1.29619	0.00312227	415.145	1.33227×10^{-14} ,
x	0.0368685	0.00340729	10.8205	0.0000368819

RSquared → 0.951252, AdjustedRSquared → 0.943128,

	DF	SumOfSq
EstimatedVariance → 0.0000262255, ANOVATable → Model	1	0.00307055
Error	6	0.000157353
Total	7	0.00322791

Ek. 7. Sürtünme faktörü Korelasyonu için Mathematica Programında Yapılan Regresyon

```
In[1]:= << Statistics`LinearRegression`
```

```
In[70]:= data = {{Log[1], Log[0.1612 100]}, {Log[1.25], Log[0.146 100]},
  {Log[1.5], Log[0.138 100]}, {Log[1.75], Log[0.133 100]},
  {Log[2.0], Log[0.1311 100]}, {Log[3.0], Log[0.127 100]},
  {Log[4.0], Log[0.126 100]}, {Log[5.0], Log[0.125 100]},
  {Log[1], Log[0.0233 700]}, {Log[2.0], Log[0.0195 700]},
  {Log[1], Log[0.0166 1000]}, {Log[2.0], Log[0.01407 1000]},
  {Log[1], Log[0.0111 1500]}, {Log[2.0], Log[0.0094 1500]},
  {Log[1], Log[0.0085 2000]}, {Log[2.0], Log[0.0073 2000]}}
```

```
Out[70]:= {{0, 2.78006}, {0.223144, 2.68102}, {0.405465, 2.62467}, {0.559616, 2.58776},
  {0.693147, 2.57338}, {1.09861, 2.5416}, {1.38629, 2.5337}, {1.60944, 2.52573},
  {0, 2.79178}, {0.693147, 2.61374}, {0, 2.8094}, {0.693147, 2.64404},
  {0, 2.81241}, {0.693147, 2.64617}, {0, 2.83321}, {0.693147, 2.68102}}
```

```
In[71]:= Regress[data, {1, x}, x]
```

```
Out[71]:= {ParameterTable →
```

	Estimate	SE	TStat	PValue
1	2.77144	0.0179155	154.695	0.
x	-0.190139	0.0243677	-7.8029	1.82868×10^{-6}

RSquared → 0.813047, AdjustedRSquared → 0.799693,

EstimatedVariance → 0.0022952, ANOVATable →

	DF	SumOfSq	MeanSq	FRatio	PValue
Model	1	0.139744	0.139744	60.8852	1.82868×10^{-6}
Error	14	0.0321328	0.0022952		
Total	15	0.171877			