Ordinal Değişkenli Yapısal Eşitlik Modellerinde Kullanılan Parametre Tahmin Yöntemlerinin Karşılaştırılması

Muhammet Sait Talha Arslan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İstatistik Anabilim Dalı

Temmuz-2011

Comparison of the Parameter Estimation Methods Used In The Structural Equation Model with Ordinal Variable

Muhammet Sait Talha Arslan

MASTER OF SCIENCE THESIS

Department of Statistics

July-2011

Ordinal Değişkenli Yapısal Eşitlik Modellerinde Kullanılan Parametre Tahmin Yöntemlerinin Karşılaştırılması

Muhammet Sait Talha Arslan

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
İstatistik Anabilim Dalı
İstatistik Bilgi Sistemleri Bilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Prof. Dr. Veysel Yılmaz

Temmuz-2011

ONAY

İstatistik Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Muhammet Sait Talha Arslan' ın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı "Ordinal Değişkenli Yapısal Eşitlik Modellerinde Kullanılan Parametre Tahmin Yöntemlerinin Karşılaştırılması" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Danışman **:** Prof. Dr. Veysel Yılmaz

İkinci Danışman : -------------------------------

Yüksek Lisans Tez Savunma Jürisi:

Üye : Prof. Dr. Veysel Yılmaz

Üye : Doç. Dr. Zeki Yıldız

Üye : Yrd. Doç. Dr. Zerrin Aşan

Üye : Yrd. Doç. Dr. H. Kıvanç Aksoy

Üye : Yrd. Doç. Dr. Arzu Altın Yavuz

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun .... tarih ve .... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Nimetullah BURNAK

Enstitü Müdürü

ÖZET

Yapısal eşitlik modeli (YEM) değişkenler arasındaki nedensel ilişkilerin modellenmesinde çokça kullanılan istatistiksel yöntemlerden biridir. Uygulamada karşılaşılan değişkenler sürekli ya da ordinal değişkenler olabilir. Bu değişkenler kullanılarak yapılan yapısal eşitlik modeli analizlerinde yaklaşım farklılıkları bulunmaktadır. Ordinal değişkenler söz konusu olduğunda sıklıkla kullanılan yöntem ağırlıklandırılmış en küçük karelerdir (WLS). WLS yöntemi daha sonra geliştirilerek robust ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemi (WLSM ve WLSMV) elde edilmiştir. Literatürde WLS ve WLSMV yöntemlerinin karşılaştırıldığı çalışmalarda ordinal değişkenlere ilişkin eşik değerler normal dağılımdan hesaplanmıştır.

Bu çalışmada ise literatürden farklı olarak ordinal değişkenli yapısal eşitlik modellerinde kullanılan parametre tahmin yöntemlerinden WLS ve WLSMV yöntemlerinin karşılaştırılmasında ordinal değişkenlere ait eşik değerleri konum parametresi 0, ölçek parametresi 1 olan farklı şekil parametrelerine sahip weibull dağılımları kullanılmıştır. Monte Carlo simülasyonu dizayn edilirken iki farklı parametre tahmin yöntemi (WLS ve WLSMV), dört farklı örneklem hacmi (150, 300, 600, 1200) ve üç farklı şekil parametresi (1,5 – 3,4 – 5) kullanılmıştır. Analiz sonucunda parametre tahmin yöntemlerinden WLSMV yönteminin örneklem hacmi ve farklı şekil parametresi dikkate alındığında WLS yöntemine göre daha etkin sonuçlar verdiği bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: Ordinal Değişkenli Yapısal Eşitlik Modeli, Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler (WLS), Robust Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler (WLSMV)

SUMMARY

The structural equation model (SEM) is one of the statistical methods which is commonly used for modeling the causality relationships between variables. Variables that used in practice can be continuous or ordinal. When these variables used, there are differences between structural equation model analyses. For ordinal variables weighted least squares (WLS) method is often used. Robust WLS method (WLSM and WLSMV) was improved from WLS method. Studies which are comparing WLS and WLSMV methods, ordinal variables' thresholds are calculated for normal distribution.
In this study different from literature parameter estimation techniques which is used in ordinal variables structural equation models for comparing WLS and WLSMV methods there is used weibull distribution which has different shape parameters. In this work, ordinal variables' threshold values are location parameter 0 and scale parameter 1. For design of the Monte Carlo simulation there are used two different parameter estimation method (WLS and WLSMV), four different sample size (150, 300, 600, 1200) and three different shape parameters (1.5 – 3.4 – 5). As a result of the analysis we found that WLSMV method provide more robust results than WLS method when different sample sizes and different shape parameters are used.

Keywords: Structural Equation Model with Ordinal Variable, Weighted Least Squares (WLS), Robust Weighted Least Squares (WLSMV)

TEŞEKKÜR

Akademik çalışmalarında, gerek derslerimde ve gerekse tez çalışmalarında, bana danışmanlık ederek, beni yönlendiren ve her türlü olanağı sağlayan danışmanım Veysel YILMAZ' a teşekkür ederim. Tezimde bana destek olan H. Eray Çelik' e teşekkür ederim. Tez çalışmalarım sırasında bana destek olan Arzu Altın Yavuz' a teşekkür ederim. Tezim esnasında yardımını eksik etmeyen Y. Murat BULUT' a teşekkür ederim. Maddi ve manevi benden desteklerini hiç eksik etmeyen ve her zaman beni destekleyen yanımda hissettiğim ailem Muzaffer ARSLAN, Müesser ARSLAN ve M. İkbal ARSLAN' a teşekkürü borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u> **<u>Sayfa</u>**

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge **Sayfa**

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	**Açıklama**
m	İçsel faktörler
n	Dışsal faktörler
B(mxm)	Katsayı matrisi
Γ(mxn)	Katsayı matrisi
ς’	Artıkların (hataların) rassal vektörü
η'	Gözlenmeyen bağımlı (içsel) gizil değişkenlere ait rassal vektör
ξ′	Gözlenmeyen bağımsız (dışsal) gizil değişkenlere ait rassal vektör
Φ(nxn)	ξ’ nin kovaryans matrisi
ψ (mxm)	ς’ nin kovaryans matrisi
ε	Hata terimleri vektörü
δ	Hata terimleri vektörü
Θε(pxp)	ε’ nun kovaryans matrisi
Θδ(qxq)	δ’ nın kovaryans matrisi
Θδε(qxp)	δ ve ε arasındaki kovaryans matrisi
S	Örneklem kovaryans matrisi
Σ	Ana kitle kovaryans matrisi
n	Gözlenen değişkenlerin sayısı
t	Serbest parametrelerin sayısı
p	y değişkeninin sayısı
q	x değişkeninin sayısı
χ2	Ki-kare test istatistiği

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

Simgeler	**Açıklama**
F	Uyum Fonksiyonu
$\sigma(\theta)$	Modele ilişkin tahmini kovaryans matrisindeki artıklı elemanların vektörü
W	Diyagonal ağırlık matrisi
$\rho(\theta)$	Kitle polychoric korelasyon matrisi
R^2	Belirlilik katsayısı
d	Serbestlik derecesi
$\hat{\delta}_M$	RMSEA' nın tahminleyicisi
z (veya y)	m kategoriden oluşan ordinal değişken
τ	Thresold (Eşik değer)
l_{ij}	i' ye özgün ve j değişkeni için log olabilirlik elemanı
l_{ijk}	Gözlenen i' nin log olabilirlik elemanı
π_j	y_j değişkeni için q boyutlu eğim olasılıkları
p_{jk}	y_i ve y_k için artık korelasyonları
μ	Ortalama
σ^2	Varyans
Φ^{-1}	Normal dağılım fonksiyonunun tersi
$\phi(u)$	Standart normal yoğunluk fonksiyonu
Θ	Parametre vektörü
c_i	Kategori sayısı
γ_{is}(z,x)	s kategorisinin kümülatif yanıt olasılığı
$\alpha_s^{(i)}$	Kesim noktaları

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

Simgeler	**Açıklama**
α_{ij}	Ayrım parametreleri veya faktör yükleri
β_{il}	Regresyon katsayıları
f(y|x)	y’ nin koşullu yoğunluk fonksiyonu
$g(y\|z,x)$	z ve x verildiğinde y’ nin koşullu yoğunluk fonksiyonu
$h(z\|w)$	z’ nin x üzerindeki koşullu yoğunluk fonksiyonu
λ_i^2	Standardize edilmemiş faktör yükleri
θ_{ii}	i. indikatörün hata varyansı
$SE(\widehat{\theta}_i)$	$\widehat{\theta}_i$’ nın kitle standart hatasının tahmini
$\widehat{SE}(\widehat{\theta}_i)$	$\widehat{\theta}_i$’ nın j. tekrarı için tahmin edilen standart hata

Kısaltmalar	**Açıklama**
ADF	Asimptotik olarak dağılımdan bağımsız
AGFI	Düzeltiliş uyum iyiliği indeksi
AIC	Akaike bilgi kriterleri
CAIC	Tutarlı akaike bilgi kriteri
CFI	Karşılaştırmalı uyum indeksi (comperative fit index)
CVI	Çapraz geçirgenlik indeksi (Cross/validation index)
DFA	Doğrulayıcı faktör analizi
DWLS	Diyagonal ağırlıklandırılmış en küçük kareler
ECVI	Beklenen çapraz geçirgenlik indeksi
GLS	Genelleştirilmiş en küçük kareler metodu
GFI	Uyum iyiliği indeksi

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

Kısaltmalar	**Açıklama**
IFI	Incremental uyum indeksi
IRTA	Madde yanıt kuramı yaklaşımı
LISREL	Doğrusal Yapısal Eşitlik Modelleri
MIMIC	Çoklu gösterge çoklu nedensellik
ML	En çok olabilirlik metodu
MLR	Robust en çok olabilirlik metodu
MSE	Hata kareleri ortalaması
NC	Normlaştırılmış ki-kare
NCP	Merkezileştirilmemiş terim (noncentrality parameter)
NFI	Normlaştırılmış uyum indeksi
NNFI	Normlaştırlmamış uyum indeksi
PFI	Tutarlılık uyum indeksi
PGFI	Tutarlı uyum iyiliği indeksi
PLA	PIRELIS-LISREL yaklaşımı
PNFI	Tutarlı normlaştırılmış uyum iyiliği indeksi
RFI	İlişki uyum indeksi (Relative fit index)
RMR	Hata kareleri ortalamalarının karekökü
RMSEA	Yaklaşık hataların ortalama karekökü
SRMR	Standartlaştırılmış hata karelerinin ortalamalarının karekökü
TLI	Tucker-Lewis indeksi
UBN	Temel iki değişkenli normallik yaklaşımı
ULS-OLS	Ağırlıklandırılmamış ya da sıradan en küçük kareler metodu (unweighted-ordinary least square)

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

Kısaltmalar	**Açıklama**
UVA	Temel değişken yaklaşımı
WLS	Ağırlıklandırılmış en küçük kareler metodu
WLSMV ve WLSM	Robust ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemi
YEM	Yapısal Eşitlik Modeli

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Yapısal eşitlik modelleri (YEM) değişkenler arasındaki nedensel ilişkilerin modellenmesinde sıklıkla kullanılan istatistiksel yöntemlerden biridir. Değişkenler arasındaki ilişkiler YEM yardımıyla basit grafiksel gösterime dönüştürülebilir.

Davranış bilimleri araştırmalarında cevap değişkenleri genellikle kesikli ve sıralı veya sınıflayıcı ölçekle ölçülmüştür. Bu değişkenler kullanılarak yapılan yapısal eşitlik modeli analizlerinde yaklaşım farklılıkları bulunmaktadır. Değişkenin türüne bağlı olarak, yapısal modelde yer alan parametrelerin tahmininde kullanılabilecek birçok farklı tahmin yöntemi bulunmaktadır. Değişkenler sürekli olduğunda en çok kullanılan parametre tahmin yöntemi en çok olabilirlik (Maximum Likelihood) yöntemidir. Ordinal değişkenler söz konusu olduğunda ise sıklıkla kullanılan yöntem ağırlıklandırılmış en küçük karelerdir (WLS). Değişkenlerin türüne göre parametre tahmin yöntemleri değiştiği gibi her parametre tahmin yönteminin de kendine has varsayımları bulunmaktadır. Bu varsayımların sağlanıp sağlanamaması durumuna göre de kullanılacak parametre tahmin yöntemi değişmektedir. Yapısal eşitlik modeli kullanılmadan önce yapılması gereken ilk adım değişkenlerin ölçme düzeyinin belirlenmesi ve daha sonra buna uygun parametre tahmin yönteminin seçilmesidir.

Sosyal bilimlerde kullanılan ve anketle elde edilen değişkenler genellikle ordinal değişkenlerdir. Örneğin bir tutum ifadesine verilen cevaplar 1. Kesinlikle Katılmıyorum ile 5. Kesinlikle Katılıyorum arasında farklı sıralı tam sayı değerleri almaktadır. Bu tür ordinal değişkenler kullanıldığında ordinal değişkenli yapısal eşitlik modellerine başvurmak gerekmektedir. Literatürde ordinal değişkenli yapısal eşitlik modellerinde parametre tahmininde en sık kullanılan yöntem ağırlıklandırılmış en küçük karelerdir (WLS). WLS yöntemi daha sonra geliştirilerek robust ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemleri (WLSM ve WLSMV) bulunmuştur (Jöreskog, 2005). WLS ve WLSMV yöntemlerinin karşılaştırmaları literatürde mevcuttur. Ancak bu çalışmalarda ordinal değişkenlere ilişkin eşik değerler normal dağılımdan hesaplanmıştır.

Bu çalışmada, ordinal değişkenli yapısal eşitlik modellerinde kullanılan parametre tahmin yöntemlerinden WLS ve WLSMV yöntemleri karşılaştırılmıştır. Ordinal değişkenlere ait eşik değerler belirlenirken konum parametresi 0, ölçek parametresi 1 olan farklı şekil parametrelerine sahip weibull dağılımları kullanılmıştır. Weibull dağılımının kullanılması bu çalışmayı literatürdeki diğer çalışmalardan farklı kılmaktadır. Şekil parametreleri farklı olarak (şekil parametreleri: 1,5 – 3,4 – 5) alınarak weibull dağılımından elde edilen eşik değerler yardımıyla veriler türetilmiş daha sonra WLS ve WLSMV yöntemleri kullanılarak analizler gerçekleştirilmiştir. Çalışmada verilerin türetilmesinde ve parametre tahmin yöntemlerinin kıyaslanmasında Monte Carlo Simülasyon tekniği kullanılmıştır. Monte Carlo simülasyonu dizayn edilirken iki farklı parametre tahmin yöntemi (WLS ve WLSMV), dört farklı örneklem hacmi (150, 300, 600, 1200) ve üç farklı şekil parametresi (1,5 – 3,4 – 5) kullanılmıştır. Tüm bu değerler dikkate alınarak 24 (2 x 4 x 3) farklı simülasyon gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmanın birinci bölümde çalışmanın amacı ve yapısal eşitlik modeli hakkında genel bilgiler anlatılmıştır. İkinci bölüm de, path analizinden bahsedilmiştir. Üçünü bölümde yapısal eşitlik modelinde önemli olan model belirleme, parametre tahmin yöntemleri ve model uyumundan bahsedilmiştir. Dördüncü bölümde ordinal değişkenli yapısal eşitlik modeli anlatılmıştır. Beşinci bölümde Monte Carlo benzetimi ve altıncı bölümde yapılan simülasyon çalışması ve sonuçları yer almaktadır.

1.1. Yapısal Eşitlik Modeli

YEM bazı olgular üzerine kurulmuş yapısal bir teorinin çok değişkenli analizleri yardımıyla ele alan istatistiksel bir metodolojidir (Bryne, 2001; Bryne, 1998). YEM sıklıkla sosyoloji, politik bilimler, psikoloji, tıp, ekonomi veya pazarlama araştırmaları gibi farklı alanlarda yer alan değişkenler arasındaki karmaşık yapıdaki karşılıklı ve nedensel ilişkileri analiz etmede kullanılır (Bagozzi, 1994; Bollen, 1989; Jöreskog and Sörbom, 1994; Coenders et al., 1997). YEM, basit doğrusal regresyon analizine benzemekle birlikte, kuramsal yapılar arasındaki etkileşimleri, yapıların ölçme hatalarını ve hatalar arasındaki ilişkileri analize dahil ederek modelleyen çok değişkenli istatistiksel bir yaklaşımdır (Yılmaz ve Çelik, 2009). YEM, karmaşık ilişkiler hakkındaki fikirleri değerlendirme, geliştirilme ve test etme aracı sunar (Grace, 2006).

Ayrıca, YEM ile gözlenen veya gizil değişkenler arasındaki ilişkiler birçok farklı model kullanılarak gösterilebilir.

YEM ile araştırmacı tarafından ileri sürülen ve hipotezleri kurulan teorik modeller test edilir. Örneğin eğitim bilimci bir araştırmacı, öğrencilerin evlerindeki çalışma ortamlarının gelecekteki okul başarılarını etkileyebileceğini ileri sürebilir. Bir pazarlama araştırmacısı tüketicinin şirkete olan güveninin ürünlerin pazardaki satış miktarını arttırdığını savunabilir. Sağlık hizmeti veren araştırmacı, iyi bir diyetin ve düzenli egzersizin kalp krizi riskini azalttığını ileri sürebilir. Tüm bu hipotezler YEM yardımıyla test edilebilir (Schumacker and Lomax, 2004). YEM terimi prosedürün iki önemli yönünü ifade eder: (a) çalışma ile ilgili nedensel süreçler bir seri yapısal(regresyon gibi) eşitliklerle gösterilir ve (b) bu yapısal ilişkiler çalışılan teori altında daha açıkça ifade edilebilmesi için resimsel olarak modellenir (Bryne, 2001; Bryne, 1998).

Raykov ve Marcoulides' e (2006) göre YEM' in karakteristikleri üç madde halinde özetlenmiştir:

1. Modeller genellikle doğrudan ölçülemeyen ve muhtemelen iyi tanımlanmamış teorik veya varsayımsal yapıları ifade eder. Endişe, tutumlar, amaçlar, zeka, motivasyon, kişilik, okuma ve yazma yetenekleri, saldırganlık, sosyal-ekonomik statüler bu yapıları ifade etmek için örnek gösterilebilir.
2. Modeller, tüm gözlenen değişkenlerdeki özellikle bağımsız değişkenlerdeki (tahminleyici, açıklayıcı) ölçümlerin olası hatalarını hesaba katar. Bunu her bir ölçüm için bir hata terimini modele dahil ederek gerçekleştirir. Hata terimlerinin varyansları, ele alınan bir model ile ilgili veri setine uyumlu olduğunda tahmin edilen parametre niteliğini taşırlar. Hata terimleri hakkında kurulan hipotez testleri, diğer model parametreleri ile onların ilişkileri veya hata değişkenleri hakkında anlamlı ve sağlam iddiaların sunulabildiği durumlarda geçerli olmaktadır.
3. Modeller genellikle gözlenen değişkenlerin tüm çiftleri arasındaki ilişkilerin endekslerinin (kovaryans veya korelasyon matrisleri) matrisleri üzerine kurulur.

Bu özellikler YEM' i klasik doğrusal modellemeden ayırır. Bu klasik yaklaşımlar regresyon analizi, varyans analizi, kovaryans analizi ve çok değişkenli istatistiksel analizlerin büyük bölümünü kapsamaktadır (Raykov and Marcoulides, 2006). Klasik yaklaşımlarda, tipik modeller bağımsız değişkenlerin hatasız ölçüldüğünü varsayarlar ve analiz sürecinde varyans-kovaryans matrisi veya korelasyon katsayıları matrisi yerine ham verilerin kullanılması yeterli olmaktadır (Yılmaz ve Çelik, 2009).

Yapısal eşitlik modelleri matematik ve teorinin karışımına ihtiyaç duymaktadır (Kenny, 2004). Her bir YEM çalışması, özünde sağlam bir teorik çatının yer aldığı modelin sınanmasını amaçlar (Şimşek, 2007). Eğer örneklem veri seti teorik modeli destekliyorsa daha sonra daha karmaşık teorik modeller geliştirilip test edilebilir. Eğer örneklem veri seti teorik modeli desteklemiyorsa orijinal model iyileştirilip test edilebilir ya da farklı bir teorik model geliştirilip test edilebilir. YEM, karmaşık yapılara ait ilişkileri anlamak ve ortaya koymak için ileri sürülen hipotezleri test etmek için birçok farklı bilimsel metodu kullanarak teorik modelleri test eder (Schumacker and Lomax, 2004).

Gizil değişkenler YEM' in en önemli kavramlarından biridir ve araştırmacıların gerçekte ilgilendikleri zeka, güdü, duyu, tutum gibi soyut kavramlara veya psikolojik yapılara karşılık gelir (Akıncı, 2007). Bir gizil değişkeni ölçmek için direkt uygulanabilen bir yöntem veya değerlendirme için kesin bir yöntem yoktur (Raykov and Marcoulides, 2006). Örneğin Amerikalı şirketlerin ekonomik yapılarını ölçen Dow-Jones indeksi standart bir ölçektir. Kan basıncı sağlıkla ilgili birçok değişkenden biridir ki bu değişken "sağlıklılık" gizil değişkenini tanımlamada kullanılır. Gözlenen değişkenler ise gizil değişkenleri temsil eden değişkenler olarak tanımlanabilir. Araştırmacılar gözlenen değişkenlere ait veri setlerini gizil değişkenleri tanımlamada kullanır (Schumacker and Lomax, 2004).

YEM klasik yaklaşımlardan farklılık gösterse de klasik yaklaşım modelleriyle ortak olarak doğrusal modellerden oluşmaktadır. Bu nedenle YEM kullanıldığında sıklıkla başvurulan varsayım, gözlenen ve/veya gizil değişkenler arasındaki ilişkilerin doğrusal olduğu yönündedir. Ancak YEM' de doğrusal olmayan ilişkilerin modellemesinin popüleritesi giderek artmaktadır (Raykov and Marcoulides, 2006). YEM ile klasik yaklaşımlar arasında paylaşılan başka bir özellik ise model karşılaştırılmasıdır (Yılmaz ve Çelik, 2009). Örneğin, daha az sınırlı bir modeli, çok fazla sınırlı bir modelle karşılaştırmak için bir veya daha fazla bağımsız değişkenin modelden çıkarılıp çıkarılmayacağını test etmek istendiği zaman regresyon analizinde F-testi kullanılmaktadır. YEM' de bu testin benzeri ki-kare değerinin farkı, Wald testi veya Lagrange çarpanında var olan asimptotik eşitliklerdir (Yılmaz ve Çelik, 2009; Raykov and Marcoulides, 2006).

YEM' de gizil ve gözlenen değişkenler dışında bağımlı ve bağımsız değişkenler de mevcuttur. Ancak burada bağımsız değişkenler dışsal (exogenous), bağımlı değişkenler ise içsel (endogenous) değişkenler olarak ifade edilmektedir. Terminolojideki bu farklılık YEM' de yer alan bir değişkenin bazı değişken veya değişkenler için bağımlı iken diğer bir değişken veya değişkenler için bağımsız olabilmesinden kaynaklanmaktadır. Bağımsız değişken, model içerisinde kendinden başka değişkeninin etkisini içermeyen ve etkilenmeyen değişkenler olarak tanımlanır. Bağımlı değişken, model içerisinde başka değişkenden etkilenen ve etkisini içeren değişken olarak tanımlanır. Bazı değişkenler sisteme girerler ve sistemdeki diğer değişkenlerden etkilenmezler, bunlar dışsal değişkenlerdir. Sistemdeki bazı değişkenler ise sistemdeki diğer değişkenlere bağımlıdır, bunlar içsel değişkenlerdir (Mulaik, 2009).

Yapısal eşitlik modelleri genel olarak dört model ile oluşturulur. Bunlar 1.path analizi modelleri, 2.doğrulayıcı faktör analizi modelleri, 3.yapısal regresyon modelleri ve 4.gizli değişim modelleridir. Regresyon modellerinde yalnızca gözlenen değişkenler kullanılır. Bir veya birden fazla gözlenen bağımsız değişken yardımıyla bir bağımlı değişkeni kestirmede ya da açıklamada regresyon modelleri kullanılır. Path modelleri yine gözlenen değişkenler yardımıyla kurulur fakat çoklu bağımsız gözlenen değişkenler ile çoklu bağımlı gözlenen değişkenler model içinde yer alabilir. Bu yüzden path modelleri yardımıyla regresyon modelleriyle test edilemeyen daha karmaşık yapılar analiz edilebilir (Schumacker and Lomax, 2004). Path analizi veya yapısal eşitlik modelleri bir setteki değişkenlerin amaçlanan nedensel ilişkilerini test eden bir tekniktir (Başkan, 1989). Doğrulayıcı faktör modelleri gözlenen değişkenler temel alınarak ileri sürülen bir veya birden fazla gizil değişkeni ölçmek için kullanılır.

Örneğin; diyet, egzersiz ve fiziksel durum gizil bağımsız değişken olan “sağlık” değişkeninin gözlenen ölçümleridir. YEM, gözlenen ve gizil değişkenlere ve aynı zamanda bağımsız ve bağımlı değişkenlere dayanır (Schumacker and Lomax, 2004). Gizil değişim modelleri ise gizli büyüme eğrisi modelleri olarak da adlandırılır ve çalışmanın zaman içinde değişimini ifade eder (Raykov and Marcoulides, 2006).

1.2. Yapısal Eşitlik Modelleri Ne Zaman ve Neden kullanılır?

YEM, üzerinde çalışılan bir olgu hakkındaki hipotetik veya anlamlı bilginin bir model aracılığıyla betimlenmesi ve test edilmesi için kullanılabilir (Yılmaz ve Çelik, 2009; Çelik, 2009). Bu modellerin temelleri olguları açıklama ve tanımlamada kullanılan var olan ya da varsayımsal teorilere dayanmaktadır. Fenomeni hakkında geliştirilen bir teori YEM kullanılarak zıt ampirik verilerle test edilebilir. Bu test süreci sıklıkla YEM uygulamalarının doğrulayıcı kısmı olarak adlandırılmaktadır (Raykov and Marcoulides, 2006).

Yapısal modellerin benzer bir kullanımı da yapı geçerliliğidir (Raykov and Marcoulides, 2006). Bu uygulamada araştırmacılar temel olarak varsayımlarını sağlayan bir ölçme aracı ile ölçülmüş bir gizil değişkenin boyutunu değerlendirmektedir (Yılmaz ve Çelik, 2009).

YEM’ in bir diğer kullanım amacı ise teori geliştirmektir. YEM’ in tekrarlanan uygulamaları sıklıkla, ilgilenilen değişkenler arasındaki olası ilişkileri açıklamak için ayrı veri setiyle yapılmaktadır (Yılmaz ve Çelik, 2009; Raykov and Marcoulides, 2006).

YEM’ in giderek popüler olmasının temelinde en az dört büyük neden yatmaktadır. Bunlardan ilki araştırmacıların kendi bilimsel alanındaki araştırmalarını daha iyi anlamak için çoklu gözlenen değişkenleri kullanmaya ihtiyaç duyduklarını fark etmeleridir (Schumacker and Lomax, 2004). Klasik istatistiksel metotlarda değişken sayılarının kısıtlı olması karmaşık yapıların açıklanmasını sınırlandırmaktadır. YEM’ de ise karmaşık yapılar istatistiksel olarak modellendirilebilir ve test edilebilir. İkinci neden ölçüm aletlerinin verdiği sonuçların güvenilirlik ve geçerliliğine daha çok önem verilmesi gerekliliğidir. Özellikle, ölçüm hataları bazı disiplinlerde büyük sorun olabilir ancak ölçüm hataları ve verilerin istatistiksel analizi ayrı ayrı uygulanabilir. YEM teknikleri ölçüm hatalarını verileri istatistiksel olarak analiz ederken hesaba katabilir (Schumacker and Lomax, 2004). Üçüncü neden yapısal eşitlik modellemesinin son 30 yılda olgunlaşmasıdır. Örneğin, teorik modellerdeki grup farklılıkları çoklu gruplu YEM modelleri ile belirlenebilir (Schumacker and Lomax, 2004). Bu nedenlerin dışında YEM uygulamasında kullanılan kullanıcı dostu bilgisayar programlarının sayısındaki artış YEM' i tercih etmedeki dördüncü nedendir.

1.3. Yapısal Eşitlik Modelinin Tarihçesi

YEM' in tarihçesinden bahsetmeden önce YEM ile birlikte bazı modellerin tarihçesi ve gelişim süreçlerinden bahsetmek gerekir. Bu modellerin tarihsel olarak gelişim sırası regresyon analizi, path analizi, doğrulayıcı faktör analizi ve yapısal eşitlik modeli olarak verilebilir (Bollen, 1989; Schumacker and Lomax, 2004). Gelişim sırasının ilk basmağında yer alan regresyon analizi 1896 yılında Karl Pearson' un korelasyon katsayısını geliştirilmesiyle ortaya çıkmıştır. Doğrusal regresyon modellerinin temeli korelasyon katsayıları ve en küçük kareler ölçütü yardımıyla regresyon ağırlıkları hesaplanarak bir modelin test edilmesidir. Regresyon modeli, gözlenen bağımsız değişkenler ile bağımlı değişken(ler) arasındaki ortalama ilişkinin matematiksel bir fonksiyonla ifadesidir (Yılmaz ve Çelik, 2009).

Korelasyon katsayısı ifadesi regresyon analizinden sonra Charles Spearman tarafından kullanılmıştır. Charles Spearman (1904, 1927), hangi değişkenlerin ilişkili olduğunu ve birlikte hareket ederek bir faktör modeli oluşturduğunu saptamak için korelasyon katsayısını kullanmıştır (Schumacker and Lomax, 2004). Bu fikirle faktör analizinin ilk temelleri atılmıştır. Faktör analizi terimini ilk kullanan ve zeka teorisi için iki faktörlü yapıyı ilk defa tanımlayan Charles Spearman' dır (Schumacker and Lomax, 2004). Yirminci yüzyılın ilk 60 yılı boyunca, faktör analizi davranışsal ve sosyal bilimlerde gizil ve gözlenen değişkenler arasındaki nedensel ilişkiyi göstermede baskın bir yöntem olarak görülmesine rağmen, yöntem değişkenlerin doğrusal fonksiyonlarla başka bir nedensellikle ilişkili olabileceği ve böylece aralarındaki korelasyonların hesaplanabileceği çeşitli olası yolları temsil etmede oldukça kısıtlayıcıdır (Mulaik, 2009). Günümüzde kullanılan doğrulayıcı faktör analizi terimi Howe (1955), Anderson

& Rubin (1956) ve Lawley (1958) çalışmalarına dayanmaktadır. Bock ve Bargmann' ın 1996' da "kovaryans yapılarının analizi" olarak bilinen değişkenler arasındaki kovaryans ile değişkenler arasındaki doğrusal yapısal eşitlik modellerini test etmek için bir yöntem önermesinin ardından 1969' da Karl Jöreskog genel doğrulayıcı faktör analizi modeli ve model parametrelerinin maksimum olabilirlik tahminleri için matematiksel çözümlerin tanımlanmasını önermiştir (Mulaik, 2009). Jöreskog 1963 yılında tezini bitirmiş ve ilk doğrulayıcı faktör analizi makalesi 1969 yılında yayınlamıştır (Schumacker and Lomax, 2004). Daha sonra Fletcher ve Powell' in 1963' te geliştirdikleri doğrulayıcı faktör analizinde maksimum olabilirlik tahminini başarılı şekilde uygulayan algoritmalarını kullanarak doğrusal faktör analizine ait ilk bilgisayar programının geliştirilmesine yardımcı olmuştur.

Üçüncü model olan path analizi bir biyolog olan Swell Wright (1918, 1921, 1934) tarafından geliştirilmiştir (Bollen, 1989; Golob, 2003; Schumacker and Lomax, 2004; Çelik, 2009). Path modelleri, korelasyon katsayılarını ve regresyon analizini kullanarak gözlenen değişkenlere ait daha karmaşık ilişkilerin modellenmesinde kullanılır (Schumacker and Lomax, 2004). Wright(1934), hangi korelasyonlar veya korelasyon modellerinin değişkenler arasında bazı belirtilmiş doğrusal nedensellik ilişkisi bulunması durumunda değişken setinde yer alması gerektiğini bulmaya çalışmıştır (Mulaik, 2009). Path analizi teorik olarak path modeli içinde yer alan gözlenen değişkenler arasındaki ilişkiye dayanan eş anlı regresyon eşitliklerinin çözümünü içerir (Schumacker and Lomax, 2004). Path diyagramı eş anlı eşitlikler sisteminin resimsel bir gösterimi olarak da tanımlanmaktadır (Yılmaz ve Çelik, 2009). Path analizinin ilk uygulaması hayvan davranışları üzerine yapılmıştır. Path analizinin 1918'de Wright'ın çalışmalarında yer almasına rağmen 1950 yılında ekonometricilerin eş anlı eşitlik formlarına ilişkin çalışmalarına kadar göz ardı edilmiştir. 1960' lı yıllarda Duncan ve H. M. Blalock gibi sosyologların kullanmaya başlamasıyla path analizi yeniden popülarite kazanmıştır.

Son model ise yapısal eşitlik modelidir (YEM). YEM ilk olarak Karl Jöreskog (1973), Ward Keesling (1972) ve David Wiley (1973) tarafından geliştirilmiş ve ilk zamanlarda bu yaklaşım JKW modelleri olarak bilinmiştir. Daha sonra bu "Doğrusal Yapısal Eşitlik Modelleri (LISREL)" olarak isimlendirmiş ve 1973 yılında ilk bilgisayar programı LISREL geliştirilmiştir (Schumacker and Lomax, 2004). Jöreskog ve van Thillo ”Educational Testing Service-ETS” te LISREL hazır yazılımını bir matris komut dili kullanarak geliştirmiş ve ilk kullanılabilir sürümü, LISREL III 1976’ da yayınlanmıştır (Yılmaz ve Çelik, 2009). 1980’ lerden itibaren Amos (Arbuckle, 1994, 1997), EQS (Bentler, 1989, 1995), SAS PROC CALIS (SAS Institute, 1989), CALIS (Hartman, 1992), LISCOMP (Muthen, 1988), SEPATH (Statistica), Mx (Neale, 1997), MPLUS (Muthen and Muthen, 1998), TETRAD (Scheines, et al., 1994) gibi YEM’ le ilgili yazılım programlarının sayısında artış olmuştur. 1994 yılından itibaren bütün disiplinler arasında YEM’ in kullanımı artmıştır (Akıncı, 2007).

BÖLÜM 2

PATH ANALİZİ

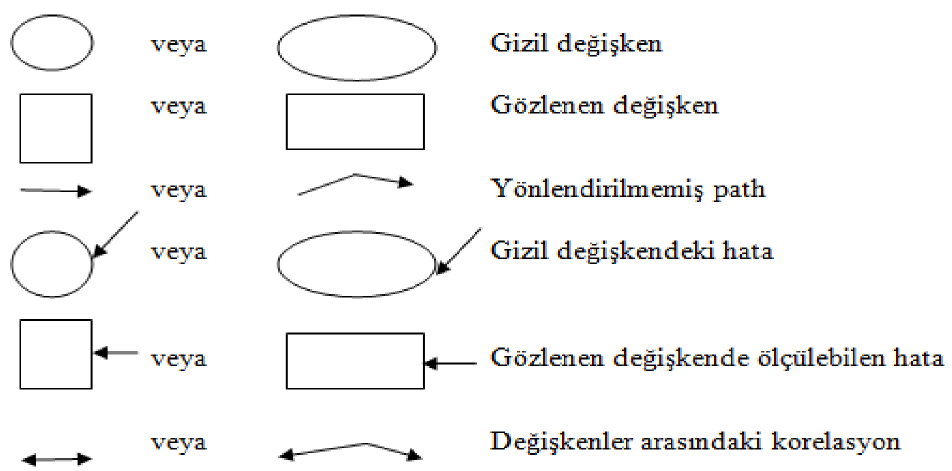
Yapısal eşitlik modelini bulan Sewell Wright (1921), yapısal eşitlik modelini göstermenin bir yolu olarak path diyagramını tasarlamıştır (Mulaik, 2009). Yapısal eşitlik modelini açıklamanın en basit yolu path diyagramı olarak adlandırılan özel grafik notasyonlarını kullanarak modelin diyagramını çizmektir (Raykov and Marcoulides, 2006). Wright' ın (1921, 1934) path analizi Duncan & Duncan (1996)' ın bu metodu sosyolojiye tanıtmasına kadar sosyal bilimler literatürüne giriş yolu bulamamıştır (Mueller, 1996). Bu uygulamanın ardından path analizinin davranış bilimlerinde kullanımda artış olmuştur. Path analizi çoklu regresyon analiziyle oldukça benzeyen iki veya daha fazla değişken arasındaki nedensel ilişkileri test etmede ve karşılaştırılmada kullanılan istatistiksel bir tekniktir. Path analizinin üç bileşeni bulunmaktadır; (1) path diyagramı, (2) modeldeki parametrelere göre kovaryansların ve korelasyonların ayrıştırılması ve (3) bir değişkendeki başka bir değişkenin doğrudan, dolaylı ve toplam etkilerinin ayrıştırılmasıdır (Yılmaz ve Çelik, 2009).

Değişkenler arasındaki ayrım sistemdeki bir başka değişkenden etkilenmemeleri (dışsal değişken) ve diğerlerinden etkilenmeleri (içsel değişkenler) ile yapılır (Johnson and Wichern, 2002). Path analizi çok sayıda bağımsız ve bağımlı değişkenler ve birçok eşitlik olan çoklu gözlenen değişkenleri içeren modelleri kullanır. Path modelleri gözlenen değişkenleri kullanan farklı çoklu regresyon eşitliklerinin analizini gerektirmektedir (Schumacker and Lomax, 2004). Path modeli kavramı, incelenmekte olan değişkenler arasında varsayılan nedensel ve nedensel olmayan ilişkileri gösteren yapısal denklemler setinden söz etmek için kullanılmaktadır (Cangür, 2006). Path analizi aslında nedenleri keşfetme metodu değildir, aksine teorik ilişkileri test eden bir yöntemdir. Schumacker ve Lomax' a (2004) göre, belirtilen path modeli aslında iki değişken arasında; (1) var olan değişkenlerin zamansal sıralaması, (2) değişkenler arasında kovaryans ve korelasyon olduğunda ve (3) kontrol edilen diğer nedenler olduğunda genel ilişkiler kurar. Path analizi karmaşık nedensel ilişkileri içeren değişkenlerden oluşan sistemleri açıklamada ve kolay bir şekilde yorumlamada kullanılan bir tekniktir. Path diyagramının oluşturulması YEM için çok gerekli bir koşul olmamakla birlikte grafiksel gösterim modeldeki hipotezleri içeren sistemi kolayca kavramak açısından kullanıcıya büyük kolaylık sağlar (Akıncı, 2007). Path modelini oluşturan yapısal eşitlikler, path tahmin denklemlerinden ayrılmaktadır. Path tahmin denklemleri, yapısal denklemlerin parametre tahminine yardım etmek için path analizinin prensipleriyle yapısal denklemlerden elde edilebilmektedir (Bollen, 1989; Timm, 2002; Yılmaz ve Çelik, 2009; Çelik, 2009).

Path diyagramları sadece yapısal eşitlik modellerini ve aralarındaki ilişkiyi farklı arka planlar ile araştırmacıların anlamasını arttırmaz aynı zamanda özel programlarla modellerin test ve uyumu için doğru komut dosyalarının oluşturulmasına önemli ölçüde katkıda bulunur (Raykov and Marcoulides, 2006). Path analizi modellerinin uyumluluğunu sağlamak amacıyla EQS, LISREL veya Mplus gibi YEM programlarından yararlanılabilir.

2.1. Path Sembol ve Diyagramları

Path diyagramı birçok değişken arasındaki ilişkilerin kolay ve uygun bir gösterimidir (Loehlin, 1992). Path diyagramında temel olarak üç değişken yer almaktadır. Bunlar içsel, dışsal ve gözlenen değişkenlerdir. Değişkenler ve değişkenler arasındaki ilişkiler bazı temel sembollerle gösterilmektedir **(Şekil 1)**. Gözlenen değişkenler değişken etiketlerinin yazılı olduğu kare veya dikdörtgenlerle gösterilir, gizil değişkenler ise daireler veya elipslerle gösterilir (Mulaik, 2009).



Şekil 2.1. YEM modelleri için path diyagramlarında kullanılan genel semboller (Raykov and Marcoulides, 2006)

Gözlenen değişkenler genellikle X_1, X_2, X_3 gibi takip eden sıralı etiketlerle kare veya dikdörtgenin merkezinde gösterilir. Gizil değişkenlerde elips veya dairenin merkezinde gözlenen değişkenler gibi gösterilebileceği gibi ifade ettikleri yapının kısaltmaları ile de etiketlenebilirler.

YEM' de gizil ve gözlenen değişkenler, araştırmacının YEM ile test etmek istediği çalışılan olguyla ilgili önermelerin kurulumunu yansıtmak için ilişkilendirilir (Raykov and Marcoulides, 2006). Bu ilişkilendirme çalışmanın odağını oluşturmaktadır. Bu ilişkiler path diyagramlarında tek yönlü veya çift yönlü oklarla gösterilir. Tek yönlü oklar genellikle ok başı çizginin sonunda olan düz çizgilerle gösterilir ve çoğunlukla nedensel ilişkileri ifade eder. Çift yönlü oklar iki değişken arasındaki kovaryansı göstermede kullanılır ve değişkenler arasında modelde direkt olarak belirtilmeyen bir ilişki olduğunun sinyalini verir (Raykov and Marcoulides, 2006). Path diyagramı modelinde iki bağımlı değişkeni veya bir bağımlı değişkeni bağımsız bir değişkenle ilişkilendirmede iki yönlü oklar kullanılmaz.

YEM' de olduğu gibi path analizinde de bağımlı ve bağımsız değişkenler ifadesi yerine içsel ve dışsal değişkenler ifadeleri kullanılır. Path analizinde model belirlenirken dışsal değişkenlerin içsel değişkenler üzerindeki etkilerinin yönü belirlenerek analiz yapılır (Yılmaz ve Çelik, 2009). Path diyagramı dışsal değişkenlerden çıkan oklar ile gösterilir ve hiçbir ok dışsal değişkene yönlendirilemez. Bu değişkenler sistemdeki nedensel girdileri ifade eder. İçsel değişkenler kendilerine doğru yönlenmiş oklara sahiptir ve bu değişkenler sistemdeki dışsal değişkenlerden etkilenir veya sistemdeki diğer içsel değişkenlerin nedenleridir (Mulaik, 2009). Rassal hatalar, içsel değişkenlerdeki ihmal edilen nedenleri gösterirler ve bunlar genellikle içsel değişkenlerden bağımsız olarak ele alınırlar ancak ilişkili de olabilirler (Bollen, 1989; Hair et al., 1998; Raykov and Marcoulides, 2006; Çelik, 2009). Özetle, içsel değişkenler, kendilerine yönelmiş tek başlı oklarla ifade edilirken, dışsal değişkenler analiz edilmemiş ilişkileri göstermek amacıyla eğri çizgiler veya iki başlı eğri oklarla bağlanırlar. Path diyagramındaki ilişkileri ifade eden oklar Mueller (1996)' da aşağıda gösterilen şekildedir.

$X \rightarrow Y$: X yapısal olarak Y’ yi etkileyebilir ancak tersi söz konusu değildir.
$X \leftarrow Y$: Y yapısal olarak X’ i etkileyebilir ancak tersi söz konusu değildir.
$X \rightleftarrows Y$: X yapısal olarak Y’ yi etkileyebilir ve Y yapısal olarak X’ i etkileyebilir.
$X \leftrightarrow Y$: X ile Y arasında yapısal bir ilişki yoktur ancak aralarında kovaryans olabilir.
Yukarıda ifade edilen ilişkilerden ilk ikisi ve sonuncusunu içeren modeller *recursive (özyinelemeli)* modeller olarak adlandırılır. Üçüncü ilişki gibi değişkenlerin birbirlerine olan etkilerini inceleyen modeller ise *nonrecursive (yinelemesiz)* modeller olarak adlandırılır.

Modeldeki değişkenler arasındaki korelâsyonlar hesaplanarak standartlaştırılmış regresyon katsayıları olarak adlandırılan path katsayıları bulunur. Bu katsayılar etkilenen değişken üzerinde direkt nedensel etkiyi gösterir (Mulaik, 2009). Hesaplanan path katsayıları, dışsal değişkendeki bir birimlik bir değişime bağlı olarak içsel değişkende beklenen değişim miktarını göstermektedir (Yılmaz ve Çelik, 2009). Özet olarak path katsayıları model anlamının büyük bir kısmını göstermektedir (Grace, 2006). Bir değişken çifti arasında ok bulunmaması değişkenler arasında nedensel bir ilişkinin bulunmadığını ve uyarlanmış yapısal katsayının sıfır olduğunu ifade eder.

Path diyagramlarında önemli olan diğer bir sembol tek yönlü, çift yönlü ve bağımsız değişkenlerle ilişkili olan yıldız işaretleridir. Bu yıldızlar bilinmeyen parametreleri sembolize eder ve çoğu YEM programlarıyla sürecin tahmin ve uyumunu düzgün bir şekilde kontrol edebilmek kadar ağırlıklı modelin parametre özelliklerini anlamada da oldukça kullanışlıdır (Raykov and Marcoulides, 2006).

2.2. Path Katsayısı ile İlgili Kurallar

Path diyagramlarının YEM’ de verimli bir şekilde kullanılması amacıyla Heise ve Duncan gibi yazarlarca belirlenmiş, diyagramları kolayca takip edebilmede yararlı olacak kurallar bulunmaktadır. X_i’ nin Y_j’ yi etkileyen nedensel bir değişken olduğunu varsayalım. Bunun gösterimi $X_i \xrightarrow{\gamma ji} Y_j$ şeklindedir yani ok X_i’ yi Y_j’ ye direkt olarak bağlar. Yapısal eşitlik katsayısı olan γ_{ji} X’ in Y üzerindeki direkt etkisini ifade eder başka bir deyişle X_i’ de meydana gelen bir birimlik değişimin Y_j’ de nasıl bir değişiklik yaptığını gösterir. $X_i \xrightarrow{\gamma gi} Y_g \xrightarrow{\alpha hg} Y_h \xrightarrow{\alpha jh} Y_j$ şeklindeki gösterim ise X_i ve Y_j arasında indirekt bir etki olduğunu, aradaki etkinin Y_g ve Y_h gibi aracı değişkenlerle bağlantılı olduğunu ifade eder. Burada X_i ve Y_j arasındaki yapısal eşitlik katsayısı; $\gamma_{ji} \cdot \alpha_{hg} \cdot \alpha_{jh}$' dir.

Temel kurallardan bir diğeri iki değişken arasındaki kovaryansın gösterimi ile ilgilidir. X ve Y' nin aralarında kovaryans olan iki değişken olduğunu varsayarsak, bunu göstermenin üç temel yolu bulunmaktadır. Mulaik' e (2009) göre paylaşılmış varyans içeren bu yollar şu şekildedir: (1) X →Y: X, Y' nin nedeni olabilir, (2) X←Y: Y, X' in nedeni olabilir, (3) X←Z→Y: X ve Y birbirlerinin nedenleri değildir ancak ikisi de genel değişken olan Z' den etkilenir. İki değişken arasındaki kovaryans bulunmak istendiğinde ilk olarak path diyagramında bu iki değişken arasındaki ilişkinin doğrudan mi yoksa dolaylı mı olduğuna bakılması gerekir.

Path katsayıları ile ilgili kurallar Grace' e (2006) göre şu şekilde özetlenebilir:

1. Dışsal değişkenler arasındaki analiz edilmemiş ilişkiler için path katsayıları iki değişkenli(bivariate) korelasyonlardır.
2. İki değişken sadece tek bir path ile yönlendirilmişse path katsayısı bivaryant regresyon katsayısına karşılık gelir.
3. Path bileşenlerinin gücü path'a ait katsayının ürünüdür.
4. İki değişken birden fazla nedensel path ile bağlı olduğunda kısmi regresyon katsayısının hesaplanması gerekir.
5. Hata değişkenleri ile ilişkili katsayılar beklenmeyen etkileri ifade eden korelasyonlardır.
6. İçsel değişkenler arasında analiz edilmemiş korelasyonlar kısmi korelasyonlarla ifade edilir.
7. Bir değişkenin diğer eşitlik üzerindeki toplam etkisi nedensel pathı etkileyen doğrudan ve dolaylı etkilerin toplamıdır.
8. Nedensel ve nedensel olmayan pathleri içeren iki değişkenle ilişkili tüm pathların toplamı, bu iki değişken arasındaki bivariant veya toplam korelasyon değerine eklenir.

BÖLÜM 3

YAPISAL EŞİTLİK MODELLERİ

YEM içerisinde ölçüm modeli ve yapısal model olmak üzere iki temel model barındırır (Skrondal and Rabe-Hesketh, 2005). Gözlenen indikatör değişkenler ile teorik yapılar arasındaki ilişki modelin ölçüm kısmını, yapılar arasındaki ilişkilerde modelin yapısal kısmını oluşturmaktadır (Jöreskog, 1993). Ölçüm modeli genel olarak gözlenen tepkiler/verilen yanıtlar veya indikatörler ile gizil değişkenler arasında ilişki kurar. Ölçüm modeli doğrulayıcı faktör analizinin bir başka biçimidir (Loehlin, 2004). Gizil değişken modeli veya nedensel model olarak da bilinen yapısal model de ise gizil değişkenlerin birbirleriyle ilişkileri belirlenir.

3.1. Yapısal Model

Yapısal model, bağımsız gizil değişkenlerin bağımlı gizil değişkenler üzerine olan etkilerini göstermektedir (Boysan, 2006). Nedensellik hakkında bazı tedirginliklerin(açıklık olmaması) olması nedeniyle yapısal eşitliklerdeki ilişkiler bazen nedensellik yerine bağımlılık olarak yer alırlar. Böylelikle, yapısal eşitlikler için bazen nedensel yorumlar veren istatistiksel bağımlılıklar şeklinde alternatif tanımlar görülür (Grace, 2006). Modelde yer alan tüm eşitlikler yapısal ilişkileri betimler (Çelik, 2009).

Rassal $\eta' = (\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m)$ v e $\xi' = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ vektörlerinin sırasıyla gözlenmeyen bağımlı (içsel) ve bağımsız (dışsal) gizil değişkenlere ait olduğu varsayıldığında doğrusal yapısal eşitlik Eşitlik 1 ve Eşitlik 2'deki gibi olacaktır;

$$\eta_1 = \gamma_{11}\xi_1 + \varsigma_1 \tag{1}$$

$$\eta_2 = \beta_{21}\,\eta_1 + \gamma_{21}\xi_1 + \varsigma_2 \tag{2}$$

bu iki eşitliğin matris gösterimi ise Eşitlik 3' te verildiği gibidir.

$$\begin{bmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0\\ \beta_{21} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\gamma_1\\ \gamma_2\end{bmatrix}[\xi_1] + \begin{bmatrix}\varsigma_1\\ \varsigma_2\end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\eta = B\eta + \Gamma\xi + \varsigma \tag{4}$$

Eşitlik 4’ te B(mxm) ve Γ(mxn) katsayı matrislerini ve $\varsigma' = (\varsigma_1, \varsigma_2,\ldots,\varsigma_m)$ ise artıkların (hataların) rassal vektörünü gösterir. “m” içsel faktörleri, “n” ise dışsal faktörleri ifade etmektedir. B’nin βij terimi η_j’ nın η_i üzerindeki direkt etkisini ve Γ’ nın γ_{ij} terimi ξj’ nin η_i üzerindeki direkt etkisini temsil eder (Jöreskog, 1994). Yapısal model için olan yapısal eşitlik E(η)= 0, E(ξ)= 0, E(ς)= 0, ξ ile ς arasında ilişki yoktur ve (I-B) tekil değildir varsayımlarıyla elde edilmiştir. Ayrıca yapılan diğer bir varsayım ς_i’nın sabit varyanslı ve otokolerasyonsuz olduğudur. Var(ς_i) tüm durumlarda sabittir (Yılmaz ve Çelik, 2009; Çelik, 2009).

Yapısal modelin kovaryans matrisi, ana köşegen dışındaki tüm değişken çiftlerinin kovaryansı ve ana köşegen boyunca değişken varyansları ile standartlaştırılmış bir korelasyon matrisidir (Çelik, 2009). Eşitlik 5’ te verilen Φ matrisi ϕ_{ij} elemanlarını içeren gizil değişkenlerin nxn boyutlu kovaryans matrisidir. Tüm kovaryans matrislerine benzer şekilde bu matris de simetriktir (Bollen, 1989; Kline, 2005).

$$\Phi = [\phi_{ij}] \tag{5}$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & 0 \\ 0 & \Psi_{22} \end{bmatrix} \tag{6}$$

Eşitlik 6’ da mxm boyutlu, elemanları Ψ_{ij} olan Ψ kovaryans matrisi verilmiştir. $\Psi(\Psi_{ij})$’ nin ana köşegenindeki her bir elemanı *i.* eşitliğin içerdiği açıklayıcı değişkenlerce açıklanamayan η_i değişkenine karşılık gelen varyanstır (Çelik, 2009; Yılmaz ve Çelik, 2009).

3.2. Ölçüm Modeli

Ölçüm modeli gözlenen değişkenler ile gizil değişkenler arasındaki bağlantıyı gösteren yapısal eşitliklere sahiptir (Çelik, 2009). $\eta = B\eta + \Gamma\xi + \varsigma$; eşitliğinde gözlenen değerlerin kullanılması durumunda $y' = (y_1, y_2,\ldots,y_p)$ ve $x' = (x_1, x_2,\ldots,x_q)$ olarak tanımlanan matrislerden yararlanılır. ε ve δ’ nın hata terimleri vektörlerini temsil ettiği “y” ve “x” eşitlikleri şu şekildedir;

$$y = \Lambda^y \eta + \varepsilon \quad (7)$$

$$x = \Lambda^x \xi + \delta \quad (8)$$

Bu eşitlikler sırasıyla y' nin η ve x' in ξüzerindeki çoklu regresyonlarını temsil eder. Verilen bilgiler doğrultusunda x ve y' nin gözlenen η ve ξ' nin ise gizil değişkenleri ifade ettiğini söylemek uygundur (Jöreskog, 1994).

Yapısal modelin olduğu gibi ölçüm modelinin de bazı varsayımları vardır. Bunlar; E(η)= 0, E(ξ)= 0, E(ε)= 0, E(δ)= 0' dır ayrıca ε ile ξ, δ, η arasında ve δ ile ξ, ε, η arasında bir ilişki yoktur şeklindedir (Bryne, 2001; Jöreskog, 1994; Yılmaz ve Çelik, 2009).

Jöreskog (1994)' e göreΦ(nxn) ve ψ (mxm)' nin sırasıyla ξ ve ς' nin kovaryans matrisi; Θ_ε(pxp) ve Θ_δ(qxq)' nın sırasıyla ε ve δ' nın kovaryans matrisi ve$\Theta_{\delta\varepsilon}$(qxp) ise δ ve ε arasındaki kovaryans matrisi olduğu varsayımlarıyla, $A=(I-B)^{-1}$ iken (y', x')' kovaryans matrisi $\Sigma_{[(p+q)x(pxq)]}$;

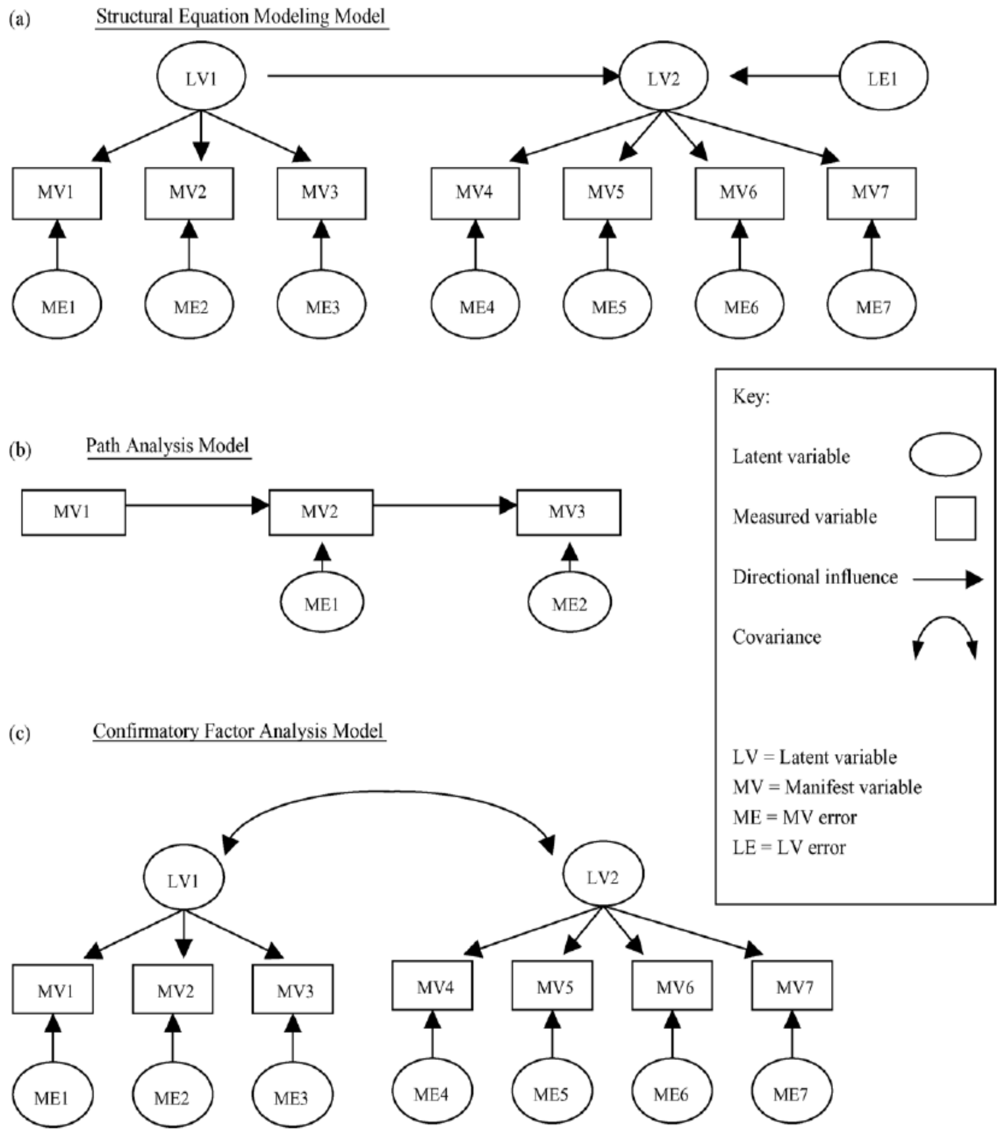
$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Lambda y A(\Gamma\Phi\Gamma' + \psi)A'\Lambda' y + \Theta\varepsilon & \Lambda y A \Gamma \Phi \Lambda' x + \Theta'\delta\varepsilon \\ \Lambda x \Phi \Gamma' A' \Lambda' y + \Theta\delta\varepsilon & \Lambda x \Phi \Lambda' x + \Theta\delta \end{pmatrix} \quad (9)$$

Eşitlik 9' da verilen matris tahmini kovaryans matrisidir.

Yapısal model ve ölçüm modeli birbirlerini tamamlar niteliktedir. Tek başına yapısal model gerçekçi olmayan mükemmel ölçümü varsayar. Tek başına ölçüm modeli ise nedensel ilişkiler bakımından eksiktir. Sadece bu iki alt model kovaryans yapılarının analizi için tamamıyla genel model formuna birleştirildiğinde en gerçekçi durumu analiz etmek mümkündür. Gözlemlenmeyen teorik yapılara ait nedensel ilişkileri içeren yapısal model bunların eksik ölçülebilir olduğunu kabul eder (Carmines, 1986; Stephenson and Holbert, 2003).

3.3. YEM' in Basamakları (Analiz ve Modelleme)

Daha önceden de belirtildiği gibi yapısal eşitlik modeli doğrulayıcı faktör analizi (DFA) ve path analizinin bir bileşimi olarak görülebilir. Bu üç analizin modelleri **Şekil 3.1**' de özet halinde gösterilmektedir.



Şekil 3.1. YEM, Path analizi ve CFA modellerinin gösterimi (Shah and Goldstein, 2006)

Genel anlamda YEM' in path analizinden farkı gizil değişkenlerin etkilerini de içermesidir. Yapısal eşitlikler kullanılarak path diyagramında yer alan ilişkiler fonksiyonlar olarak ifade edilebilmektedir. Path analizi, DFA ve YEM' in basamakları aynıdır. Bu basamaklar sırasıyla; model spesifikasyonu, model tanımlama, model kestirimi, model testi ve model modifikasyonudur.

3.3.1. Model spesifikasyonu

Yapısal eşitlik modellerini kurmada ilk basamak göreceli teorik yapıları, onların indikatörlerini ve ilişkilerin yapılarını hazırlamaktır (Başkan, 1989). Model belirleme basamağı genel olarak uygun teorik araştırmaları, bilgileri ve geliştirilen teorik modelleri içermektedir. Mueller' e (1996) göre genel YEM spesifikasyonunun içerdiği üç farklı görev vardır: ilki, gizil dışsal ve içsel yapılar arasındaki özel yapının hipotezinin kurulmasıdır; ikincisi, dışsal gizil değişkenlerin nasıl ölçüleceğine karar verilmesidir; ve üçüncüsü, içsel gizil yapılar için ölçüm modeline karar verilmesidir. Genel YEM' i belirleme aşamasında farklı ölçüm modelleri ve farklı gizli değişken modelleri oluşturulabilir (Akıncı, 2007). Uygun bilgileri kullanabilmek için teorik modelin hangi değişkenleri içerdiği hangi değişkenlerin modelde yer almaması gerektiğini ve hangi değişkenlerin nasıl ilişkili olduğunu bilmek gerekir. Model spesifikasyonunda araştırmacı model içindeki tüm ilişki ve parametrelerle ilgilenir. Cooley (1978) model spesifikasyonunun YEM' de en zor bölüm olduğunu belirtmektedir.

Uygulamalı araştırmacıların asıl amacı örneklem kovaryans matrisi yardımıyla ana kitle kovaryans matrisini tahminlemektir. X ve Y gözlenen değişkenlerini içeren iki değişkenli bir örneği dikkate alalım. Daha önceki çalışmalardan X ve Y değişkenlerinin yüksek korelasyonlu olduğu bilinmekte fakat nedeni bilinmemektedir. Bu korelasyona nasıl bir teorik ilişkinin neden olduğu bilinmemektedir. X mi Y' yi ya da Y' mi X' i etkilemektedir? Yoksa üçüncü bir değişken olan Z değişkeni hem X' i hem de Y' i mi etkilemektedir? X ve Y değişkeni arasındaki ilişkiye birçok neden sebep olabilir. Araştırmacı daha önceki çalışmaları ve teorik bilgileri dikkate alarak mantıklı açıklamalar yapıp model belirlenmelidir. Buna, önerilen teorik model spesifikasyonu denir (Schumacker and Lomax, 2004).

Uygulamalı araştırmacılar önerdikleri modelin verileriyle türetilen modelin hangi modelin kapsamında olduğunu bilmek isterler. Belirlenen (test edilen) model, doğru model ile tutarlı değilse model yanlış belirlenmiş demektir (Akıncı, 2007). Herhangi bir değişkeninin ya da parametrenin ihmal edilmesi veya yanlış seçilmesi önerilen modelle gerçek model arasındaki farka sebep olabilir. Örneğin model test edilirken önemli bir parametre görmezden gelinmiş olunabilir (X ve Y arasındaki korelasyon gibi), ya da önemli bir değişken modele katılmamış olabilir (eğitim düzeyi ya da tecrübe gibi) (Schumacker and Lomax, 2004). Bunlar gibi önemli olmayan parametre ya da değişkenin modele eklenmesi de gerçek modelle önerilen model arasında spesifikasyon hatası olarak nitelendirilen hatalara sebep olabilir.

3.3.2. Model tanımlama

Yapısal eşitlik modellerinin tanımlanması path analizi ve doğrulayıcı faktör analizinde olduğu gibi matematiksel olarak kanıtlanmasından zordur (Mueller, 1996). YEM' de parametre tahminlerinde araştırmacının çözmesi gereken en önemli problemlerden biri de tanımlama hatasıdır. Tanımlama hatasıyla karşılaştığımız da şu soruya cevap vermemiz gerekir: örneklem verilerini içeren örneklem kovaryans matrisi (S) ve uygulanan teorik modele ilişkin ana kitle kovaryans matrisi (Σ) parametre kestiriminde tek (unique set) midir? (Schumacker and Lomax, 2004). Örneğin teorik model X+Y= bir sayı, veriler X+Y=9 olarak tanımlasın. Fakat X ve Y için uygun tek bir çözüm bulunmamaktadır. X=3 ve Y=6 olabileceği gibi X=7 ve Y=2 de olabilir yine bunun gibi birçok çözüm de bulunabilir. Bu problem için sonsuz sayıda uygun çözüm bulunmaktadır. Bu da indeterminancy (kesinlikten yoksun) sonucunu vermektedir. Buradaki problem yeteri kadar yapının modelde bulunmaması ve verilerin X ve Y' nin kestirimi için tek çözüm vermemesidir. Bu problemi çözmek için modele yapılar ekleyebiliriz. Örneğin; X' in değerini 1' e eşitleriz ve Y' de 8 bulunabilir. Fakat YEM' de bu tür bir problemin çözümü bu kadar basit değildir(Schumacker and Lomax, 2004).

Raykov ve Marcoulides' e (2006) göre model parametreleri belirlenirken bazı kurallar takip edilmelidir. Bu kurallar takip eden şekildedir;

1. Bağımsız değişkenlerin tüm varyansları model parametresidir.
2. Bağımsız değişkenler arasındaki tüm kovaryanslar model parametresidir.
3. Gizil değişkenler ve kendi indikatörleri arasındaki ilişkiyi veren tüm faktör yükleri model parametresidir.
4. Gözlenen ve gizil değişkenler arasındaki tüm regresyon katsayıları model parametresidir.

5. Bağımlı değişkenlerin varyansları, aralarındaki kovaryanslar, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki kovaryanslar gibi ana model parametresi olamazlar.
6. Modeldeki tüm gizil değişkenlerin gizilliğinin metrik ölçümünün yapılması gerekir.

Modeldeki parametreler belirlenirken farklı yöntemler uygulanabilir. Bunlar; serbest (free), sabit (fix) ya da kısıtlı (constrained) olarak belirlenmelidir (Akıncı, 2007). Serbest parametre, bilinmeyen ve bu yüzden kestirilmesi gereken parametredir. Verilen altı kurala göre belirlenen parametreler genel olarak serbest parametreler olarak ifade edilir ve model veri ile uydurulurken tahmin edilmelidir (Raykov and Marcoulides 2006). Sabit parametre, serbest olmayan fakat belirlenen bir sayıya eşitlenen parametredir (genellikle 0 veya 1' e eşitlenir). Kısıtlı parametre ise bilinmeyen fakat bir veya birden fazla diğer değişkenlere eşitlenmiş parametredir (Schumacker and Lomax, 2004). Kısıtlı parametreler serbest ve sabit parametreler arasında yer alan bir kavramdır.

Model tanımlaması parametrelerin seçim şekline bağlıdır. Model ve parametreler belirlendikten sonra parametreler yalnızca bir kovaryans matrisi (Σ) tarafından kombine edilir. Burada problem şudur: aynı kovaryans matrisinden (Σ) farklı parametre değerlerine ilişkin setler elde edilebilir. Aynı kovaryans matrisinden iki veya daha çok parametre değerlerine ilişkin setler türetilebiliyorsa bunlara equivalent (eş değer) denir. Bunun sonucunda equivalent modeller elde edilir (Lee & Hershberger, 1990; MacCallum, Wegner, Uchino & Fabrigar, 1993; Raykov & Penev, 2001). Eğer tüm setlerde parametreler aynı değerli çıkarsa bu parametreler tanımlıdır (identified). Tüm parametreler tanımlıysa girilen modelde tanımlıdır.

Schumacker ve Lomax' a (2004) göre genel olarak model tanımlamada 3 düzey vardır. Bunlar;

1. Model yeteri kadar tanımlı değildir (underidentified ya da not identified). S matrisinde yeterli bilgi olmadığı için bir veya birden fazla parametre tek çözüme sahip değildir.

2. Model sadece/ ancak tanımlıdır (just-identificaiton). S matrisinde ancak yeteri kadar bilgi olduğu için parametreler tek çözüme sahiptir.

3. Model fazlasıyla tanımlıdır (over-identification). S matrisinde ihtiyaçtan fazla bilgi olduğu için parametrelerin kestiriminde bir veya birden fazla yol vardır.

Eğer model ancak ya da fazlasıyla tanımlı ise bu modele tanımlı model denir. Eğer model yeteri kadar tanımlı değilse modele ilişkin serbestlik derecesi sıfır ya da negatif çıkabileceğinden parametre tahminlerine güvenilemez (Schumacker and Lomax, 2004). Modele bir yapı eklenerek serbestlik derecesi bir veya daha büyük bir sayıysa eşitlenerek model tanımlı hale gelebilir.

Modelin tanımlı olmasında bazı koşullar vardır. Bunlardan bazıları düzen ve sıra koşuludur. Model tanımlanması için gerekli ancak tek başına yetersiz olan düzen koşulunda, modeldeki tahmin edilecek serbest parametre sayısı S matrisindeki varyans ve kovaryansların toplam sayısına (distinct values) eşit ya da az olmalıdır (Schumacker and Lomax, 2004). Doymuş-tam modelde tüm parametreler serbesttir. Örneğin 3 gözlem değerli bir S matrisinde 3(3+1)/2= 6 adet eş değer (distict value) ve 3(3+3)/2=9 adet serbest parametre olduğu kestirilebilir. Ancak bu tek başına modelin tanımlı olduğunu ifade edemez. Örneğin 10 birimlik bir örnekleme ilişkin 20 değişkenli bir veri setimiz olduğunda doymuş modele ilişkin parametre tahmini için yeterli bilgi elde edemeyiz.

Araştırılması düzen koşulundan zor olan sıra koşulunda S matrisinden yararlanarak modele ilişkin parametrelerin kestiriminde cebirsel işlemler gerekir. Özellikle uygulama yapan araştırmacılar için sıra koşulunu incelemek pratikte çok zordur. Araştırmacılar için bu koşulun incelenmesinde kullanılmak üzere bazı süreçler geliştirilmiştir. Bollen (1989) ve Jöreskog & Sörbom (1988) çalışmaları sıra koşulu için ayrıntılı bilgi vermektedir (Schumacker and Lomax, 2004).

Tanımlama problemi için bunların dışında üç farklı kural bulunmaktadır. Shipley (2004) ve Yılmaz ve Çelik' e (2009) göre bu kurallar;

1. **Kural:** Bu kuralda $t \leq n(n+1)/2$ koşulu sağlanmalıdır. Burada n gözlenen değişkenlerin sayısı ve t serbest parametrelerin sayısıdır. Bu kural tanımlama

için zorunludur; eğer bu kural sağlanmamış ise modelin tanımlanamadığından emin olabilirsiniz. Ancak bu kural tek başına modelin tanımlama durumunun belirlenmesi için yeterli değildir. Takip eden diğer iki kural yeterli ancak zorunlu değildir.

2. **Kural:** Kural 1' e göre bir ölçüm modeli tanımlı ise;
   a) Her bir gizli değişken için en az üç gözlenen değişken olmalıdır.
   b) Her bir gözlenen değişken sadece bir gizil değişkenle nedensel bir ilişki içinde olmalıdır.
   c) Hata değişkenleri arasında korelasyon olmamalıdır.
3. **Kural:** Kural 1' e göre bir ölçüm modeli tanımlı ise;
   a) Birden fazla gizli değişken olmamalıdır.
   b) Her bir gizli değişken için en az iki gözlenen değişken olmalıdır.
   c) Her bir gözlenen değişken sadece bir gizil değişkenle nedensel bir ilişki içinde olmalıdır.
   d) Bir gizil değişken diğer gizil değişkenlerden en az biriyle ilişkili olmalıdır
   e) Hata değişkenleri arasında korelasyon olmamalıdır.

Ölçüm ve yapısal modellerin birleşimi ile oluşmuş modellerde kullanılan kurallar ise; t-kuralı, iki adım kuralı ve çoklu gösterge çoklu nedensellik (MIMIC) kuralıdır (Akıncı, 2007; Yılmaz ve Çelik, 2009). t-kuralında $t \leq ((p+q)(p+q+1))/2$ koşulu vardır. Burada *(p+q)* serbest değişkenlerin *t* ise serbest parametrelerin sayısını verir. Bu test oldukça kolaydır ancak tanımlanabilirliği garanti etmez. İki adım kuralında ilk adımda model doğrusal faktör modeli olarak değerlendirilir ve eğer tanımlı olduğuna karar verilirse ikinci adıma geçilir. İkinci adımda ise gizil değişken modeli incelenir. İki adımdan da tanımlı sonucu çıkarsa modelin tanımlı olduğu söylenir. MIMIC modelleri tek bir gizil değişkeni olan gözlenen değişkenleri içerir (Akıncı, 2007). MIMIC kuralında p(y değişkeninin sayısı)≥2 ve q(x değişkeninin sayısı)≤1 ise model tanımlıdır ve bu kural tanımlanabilirlik için tek başına yeterlidir.

Tanımlama problemi için Wald (1950) sıra testi EQS programında da kullanılabilir. Bu probleme ilişkin tanımlanan diğer bir metot ise Wiley (1973) , Keesling (1972) ve Jöreskog & Sörbom (1988) tarafından tanımlanmıştır. Bu testler

LISREL ve EQS gibi programlarda bilgi matrisinin tersi hesaplanarak kullanılmaktadır. Fakat bu testler tamamen güvenilir değildir (Schumacker and Lomax, 2004).

3.3.3. Model tahmini

Yapısal eşitlik modellerinde Σ yani gözlenen değişkenlerin ana kitle kovaryans matrisi, θ' nın regresyon katsayılarının, faktör yüklerinin ve belirli modelin kovaryans matrisinin değerlerini ifade ettiği $\Sigma(\theta)$ kovaryans matrisine eşittir (Curran et al., 2002). YEM' de, modele ilişkin tahmini kovaryans matrisinin gözlenen kovaryans matrisine eşit olduğu durumda modelin gözlenen veriye uyumlu olduğuna karar verilir (Yılmaz ve Çelik, 2009). Tahmin edilen parametreler kullanılarak üretilen ana kitle kovaryans matrisinin (Σ), örneklem kovaryans matrisine (S) çok benzer olması istenir. Örneklem kovaryans matrisi ile ana kitle kovaryans matrisi arasındaki farkın sıfır olması χ^2 değerinin sıfır çıkmasına neden olur. Bu durum, modelin verilerle mükemmel bir uyum göstermesi sunucunda meydana gelir.

Tahmin süreçlerinde Σ ile S arasındaki farkın en küçüklenmesi için bazı özel uyum fonksiyonları kullanılmaktadır. Birçok uyum fonksiyonu ve tahmin süreci vardır. Bunlardan ilk önce bulunanları ağırlıklandırılmamış ya da sıradan en küçük kareler metodu (unweighted-ordinary least square-ULS-OLS), genelleştirilmiş en küçük kareler metodu (GLS) ve en çok olabilirlik (ML) metotlarıdır (Schumacker and Lomax, 2004). ULS kestirim metodu istatistiksel testlere ilişkin dağılım varsayımını gerektirmez ve ölçeğe bağlı farklı sonuçlar verir. GLS ve ML kestirim metotları ölçekten bağımsızdır. Bir veya birden fazla gözlenen değişkene ilişkin ölçek değiştirildiğinde sonuç değişmez. GLS metodu S^{-1} matrisi gibi bir ağırlık matrisi W içerir. Hem GLS hem de ML kestirim metodu asimptotik yapı gerektirir (minimum varyans). Bunun için ise örneklem hacmi fazla olmalıdır. Gözlenen değişkenlerin çok değişkenli normal dağıldığı durumlarda GLS ve ML metotları kullanılabilir (Raykov and Marcoulides 2006). Ağırlıklandırılmış en küçük kareler metodu (WLS) kullanılması için büyük hacimli örneklem gerekmektedir. Dolayısıyla asimptotik olarak dağılımdan bağımsız (ADF) bir kestiricidir. Yani WLS kestiricisi normallik varsayımını gerektirmez.

Eğer gizil değişkenlerin standartlaştırılması isteniyorsa standart çözümler yani standartlaştırılmış tahmin ediciler kullanılmalıdır. Burada gizil değişkenlere ilişkin varyanslar 1’ e eşitlenmiştir. Korelasyon matrisi kullanıldığında genellikle doğru ki-kare uyum iyiliği değeri hesaplanabilir. Fakat tahminin standart hataları doğru hesaplanmaz. Model belirlenmesinde korelasyon matrisinin ve tahminin standart hatalarının doğru analizi için bazı yollar vardır. Steiger (1995) tarafından geliştirilen SEPATH yapısal eşitlik programı korelasyon matrisi kullanarak doğru kestirim hatalarının hesaplanmasına olanak tanır (Schumacker and Lomax, 2004).

Kovaryans yapılı modellerin analizi için farklı tahmin süreçleri mevcuttur. LISREL tüm parametreler için otomatik olarak başlangıç değeri atar. Buna enstrümantal değişkenleri ve en küçük kareler metodunu içeren başlangıç kestirimi (initial estimation) adı verilir ve diğerlerine göre (örneğin ML) iteratif olmayan hızlı bir süreçtir.

3.3.4. Parametre tahmin yöntemleri

3.3.4.1. <u>En çok olabilirlik yöntemi (ML)</u>

En çok olabilirlik yöntemi YEM’ de en yaygın olarak kullanılan yöntemdir. Bu yöntem uyum fonksiyonunu en büyükleyen θ parametresini tahmin etme sürecidir. Bu metot, modele ilişkin tahmini kovaryans matrisi $\Sigma(\theta)$’ nın geçerliliği için bir ana kitleden hareketle gözlenen kovaryans matrisi S’ nin *L(olabilirlik fonksiyonu)* olabilirliliğini en büyükleyen θ parametreleri için ilgili tahminleri elde etmektedir (Yılmaz ve Çelik, 2009). S ve $\Sigma(\theta)$ matrisleri pozitif tanımlı matrislerdir (Akıncı, 2007). Bu bilgiler doğrultusunda maksimum olabilirliğin uyum fonksiyonu Eşitlik 10’ da verildiği gibidir (Akıncı, 2007; Yılmaz ve Çelik, 2009; Grace, 2006; Mulaik, 2009).

$$F_{ML} = \log|\Sigma(\theta)| + tr(S\Sigma^{-}(\theta)) - \log|S| - (p+q) \qquad (10)$$

Bu eşitlikte p içsel gizil değişkenleri, q dışsal gizil değişkenleri ve *tr* ise iz matrisini göstermektedir. F_{ML} yapısal parametrelerin oldukça karmaşık doğrusal olmayan bir fonksiyonu olduğundan tam çözümü bulmak zordur. Bu nedenle F_{ML}’ yi en küçükleyecek iteratif nümerik yöntemlerin bulunması gerekir.

F_{ML} gibi en çok olabilirlik tahminleyicileri asimptotik olarak yansız olma, ölçeklerinin değişmezliği ve yapısal katsayıların en iyi tahmini sağlama gibi özelliklere sahiptir (Grace, 2006). Diğer bir avantajı ise fazla tanınmamış modellerde tüm modelin değerlendirilmesi için biçimsel bir istatistiksel test kullanımına imkan tanımasıdır. ML ile yapılan tahminler genelde ölçekten bağımsız ve değişmez ölçeklidir (Yılmaz ve Çelik, 2009). Uyum fonksiyonunun değerleri, kovaryans veya korelasyon matrislerinin analiz edilip edilmediğine veya orijinal ya da dönüştürülmüş verilerin kullanılıp kullanılmadığına bağımlı değildir (Timm, 2002; Grace, 2006; Çelik, 2009). Sahip olduğu bu gibi karakteristikler ML' nin YEM' de merkezi rol oynamasını sağlar.

ML tahmininin çok değişkenli güçlü bir normallik varsayımına dayanması önemli bir kısıtlılıktır. ML kestirim metodunda birinci ve ikinci dereceli momentlere (konum olarak ortalama, yayılma olarak varyans) ilişkin bilgi gerekliyken daha yüksek dereceli momentler (basıklık ve çarpıklık) görmezden gelinebilir (Schumacker and Lomax, 2004). Eğer gözlenen değişkenler aralıklı ölçüme sahip ve çok değişkenli normal dağılıyorsa ML kestirimi, standart hatalar ve ki-kare testi güvenilirdir. Eğer gözlenen değişkenler sıralayıcı ölçüme sahipse ya da çok değişkenli normal dağılım göstermiyorsa (çok fazla basık ya da sivri veya çarpık ise) ML kestirimleri, standart hatalar ve ki-kare testi güçlü değildir (Schumacker and Lomax, 2004). ML metodu, örneklemden elde edilen gözlem değerlerinin normal dağılım göstermesi halinde, diğer metotlara göre ana kitle parametrelerini en iyi temsil eden sonuçları vermektedir (Yılmaz ve Çelik, 2009).

3.3.4.2. Robust en çok olabilirlik yöntemi (Robust ML)

Robust yaklaşımlar genellikle örneklemden elde edilen verilerde, normallikten sapma düzeyine bağlı olarak, genellikle aşağıya çekme biçiminde bir düzeltmenin yapılmasını öngörmektedir (Boysan, 2006). Normallik varsayımından belirgin şekilde sapmalar olduğunda Robust Maximum Likelihood (MLR) veya Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler (Weighted Least Squares, WLS) kullanılmalıdır. ML yaklaşımı verilerin normal dağıldığını varsaymaktadır bu nedenle normalliği sağlamayan durumlar için ML robust (sağlam) değildir. Gerçek yaşamdan elde edilen veriler sıklıkla tamamlanmamış veriler gibi normallik göstermezler. Tamamlanmış verilerle ML parametre tahminleri nonnormalik altında tutarlı kalmaktadır (Shapiro, 1985) ancak standart hata tahminlerinde böyle değildir (Savalei, 2010). YEM' deki bu nonnormallik sorununun bir çözümü robust (sağlam) standart hatalar adıyla nonnormallik altında ML tahmininin standart hatalarının doğru formüle eden Satorra and Bentler (1994) tarafından yapılmıştır. Yakın zamanda bu nonnormal korelasyonlar tamamlanmamış veriler için Yuan and Bentler (2000) tarafından geliştirilmiştir ve sonuçlanan robust standart hatalar ve ölçülen test istatistikleri Gold & Bentler & Kim (2003), Enders (2001), ve Savalei & Bentler (2005) tarafından iyi çalıştıkları tespit edilmiş ve çalışılmıştır (Savalei, 2010).

Nonnormal verilerden oluşan modeller için standart hatalar robust sandviç tahminleyicileri ile hesaplanır. Tüm analizler *Mplus* programı kullanılarak yapılabilir (Muthen and Muthen, 2002).

3.3.4.3. Ağırlıklandırılmamış en küçük kareler yöntemi (ULS)

ULS gözlenen kovaryans matrisi S' nin türetilmiş kovaryans matrisi $\Sigma(\theta)$' den çıkartılmasından sonra kalan kareler artıklarının toplamını en küçüklemeye çalışır (Mulaik, 2009). Bu yöntemde dağılımsal varsayımlar gerekmediğinden eşitliklerin tahmini kolaydır. ULS' in uyum fonksiyonu F_{ULS} olarak gösterilir ve Eşitlik 11' de verilen şekilde hesaplanır (Bollen, 1989; Akıncı, 2007; Yılmaz ve Çelik, 2009; Mulaik, 2009).

$$F_{\text{ULS}}=\frac{1}{2}tr[(S-\Sigma(\theta))^2] \qquad (11)$$

Bu denklemde $(S-\Sigma(\theta))$ artık matrisini göstermektedir. Bu yöntem en küçük kareler (EKK) yöntemiyle benzerlikler gösterse de aralarındaki temel fark, EKK' nin bireysel gözlemler için kestirilen ve gözlemlenen y' lere; ULS' nin ise kestirilen ve gözlenen kovaryanslara odaklanmasıdır.

ULS yönteminde en etkin tahminleyicinin elde edilememesi ve ölçeğin bağımsız ve sabit olmaması büyük dezavantajdır. Bu durumda uyum için belli bir test yoktur (Mulaik, 2009). Ölçeğin değişmesi sonuçların da değişmesine neden olmaktadır.

3.3.4.4. Genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemi (GLS)

Bu yöntem ULS' nin bir varyasyonu olarak geliştirilmiştir. ULS' den farklı olarak GLS' de artıkların kare toplamları değerlendirilmeden önce örneklem kovaryans matrisinin ters karekökü alınarak artık matrisinin önce ve sonra çarpımları şekillendirilir (Mulaik, 2009). GLS' nin uyum fonksiyonu F_{GLS} olarak gösterilir ve Eşitlik 12' de verildiği gibidir (Akıncı, 2007; Yılmaz ve Çelik, 2009; Grace, 2006; Mulaik, 2009).

$$F_{\text{GLS}} = \frac{1}{2} tr\{[S - \Sigma(\theta)]W^{-1}\}^2 \qquad (12)$$

Eşitlik 12' de yer alan W^{-1} artık matris için bir ağırlıklandırma matrisidir. Bu matris rassal ya da sabitleri pozitif tanımlı bir matristir. F_{ULS} W^{-1}=I olduğu durumlarda F_{GLS}'nin özel bir halidir. GLS dağılımsal yaklaşımlar gerektirmez ayrıca ölçekleri sabittir ve ölçekten bağımsızdır. GLS sıklıkla kullanılan ve asimptotik olarak F_{ML}' ye eşit bir tahmin metodudur (Yılmaz ve Çelik, 2009). Bu model karmaşıklık bakımından ML ile ULS arasındadır ancak ML' den daha geniş örneklemlere ihtiyaç duymaktadır.

3.3.4.5. Ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemi (WLS)

Anakitle kovaryans matrisi ile örnekleme kovaryans matrisi arasındaki farkı minimize eden yöntemdir (Şehribanoğlu, 2005). Eğer çalışılan değişkenler sürekli ancak normal dağılım varsayımını sağlamıyorsa, bu durumda önerilen tahmin metodu "Asimptotik Olarak Dağılımdan Bağımsız-ADF" metottur (Yılmaz ve Çelik, 2009). WLS' nin uyum fonksiyonu F_{WLS} olarak gösterilir ve Eşitlik 13' te verildiği gibidir (Muthen, 1984; Muthen et al., 1997; Yılmaz ve Çelik, 2009).

$$F_{\text{WLS}} = [s - \sigma(\theta)]' W^{-1} [s - \sigma(\theta)] \qquad (13)$$

Bu eşitlikte S gözlenen kovaryans matrisindeki artıksız elemanların vektörü, $\sigma(\theta)$ modele ilişkin tahmini kovaryans matrisindeki artıklı elemanların vektörüdür. Bu yöntemin en büyük avantajı değişkenlerin dağılımı hakkında minimum varsayımlara ihtiyaç duymasıdır.

Eğer gözlenen değişkenlerin çok değişkenli normal dağılım gösterdiği iddia ediliyorsa basıklık ve çarpıklık görmezden gelinebilir. Eğer normallik varsayımı sağlanmıyorsa parametre kestirimleri ve standart hatalara güvenilmemelidir

(Schumacker and Lomax, 2004). 1974' e Browne alternatif olarak normallik varsayımını arayan GLS metodunun kullanılabileceğini daha sonra 1982, 1984 yıllarında GLS' nin ağırlık matrisinin ADF veya WLS kestiricileri, standart hatalar ve test istatistikleri kullanılarak geliştirilmesi gerektiğini belirtmiştir. Bentler (1983) ve Shapiro (1983) daha genel sınıfta bir ADF kestiricisi geliştirmiştir. Tüm bunlar, GLS metodunu temel alır ve ağırlık matrisinde bazı özel formlar içerir. Browne (1984) gözlenen değişkenlerin dağılımının basıklık değerinin sıfırdan farklı olması durumunda uyum iyiliği indekslerinin ve parametre tahminlerine ait standart hataların hesaplanmasında çok değişkenli normallik varsayımının incelenmesine gerek olmadığını belirtmiştir (Schumacker and Lomax, 2004).

3.3.4.6. Robust ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemi(WLSMV ve WLSM)

WLSMV ve WLSM kategorik verilerin kestiriminde sıklıkla kullanılan bir diğer tahminleyicidir. Mplus programında diyagonal ağırlık matrisi seçimi ortalamayla düzeltilmiş WLSM (ilk sıra) ve ortalama ve varyansla düzeltilmiş WLSMV (ikinci sıra) korelasyonları ile robust ki-kareyi ifade etmektedir (Hox et al., 2010). Bu iki tahminleyici diyagonal ağırlıklandırılmış en küçük kareler (DWLS) tahminleyicisi olarak da adlandırılabilir. WLSMV ve WLSM arasındaki tek fark uyum iyiliği kriterlerinin seçimindedir (Forero and Maydeu-Olivares, 2009).

WLSMV tahminleyicisi diyagonal ağırlık matrisi (W) ve robust standart hatalar ve ortalama ve varyansla ayarlanmış χ^2 test istatistiklerini kullanarak ağırlıklandırılmış en küçük kareler parametrelerinin kestirilmesini sağlar (Muthén & Muthén, 2006). Muthén (1978)' e göre thresoldslarda kısıtlamaların olmadığı durumlarda tek başına polychoric korelasyonlara dayanır, $\rho(\theta)$' nin kitle polychoric korelasyon matrisini gösterdiğini varsayarsak en küçük kareler fonksiyonu Eşitlik 14' te verilen şekilde olur;

$$F = (\hat{\rho} - \rho(\theta))'\widehat{W}(\hat{\rho} - \rho(\theta)) \tag{14}$$

Eşitlik 14' te $\widehat{W}$ en küçüklenmiştir. $\hat{\Gamma}$, tahmin edilen polychoric korelasyonların asimptotik kovaryans matrisinin bir tahmini olsun. $\widehat{W} = \hat{\Gamma}^{-1}$ olduğunda WLS olarak bilinir (Muthén, 1978; Ferero et al., 2009). İkinci bir durum ise $\widehat{W} = (diag(\hat{\Gamma}))^{-1/2}$ olmasıdır, bu durumda ağırlıklar sadece tahmin edilen polychoric korelasyonların tahmin edilen varyansları olarak kullanılır. Bu yöntem DWLS olarak bilinir (Muthén, du Toit, & Spisic, 1997; Ferero et al., 2009).

Mplusta WLSMV, ağırlık matrisinin diyagonal olmayan elemanları parametre tahminlerinin standart hatalarını hesaplanmada kullanılır ancak parametreleri kendileri tahmin edemez (Finney and DiStefano, 2006; Flora and Curran, 2004; DeMars, 2010). WLS'den farklı olarak WLSMV kesin pozitiflik için W'ye gereksinim duymaz çünkü W tahmin sürecinin bir parçasına dönüştürülemez (Brown, 2006). Ağırlıklandırılmış en küçük kareler tahmini asimtotik kovaryans matrisine gereksinim duyarken DWLS yöntemi asimptotik kovaryanstan elde edilen asimptotik varyanslara gereksinim duyar (Byrne, 1998). WLSMV' de diyagonal W' deki elemanların sayısı S' deki örneklem korelasyonlarının sayısına eşittir ancak bu matris tahmin sırasında dönüştürülemez (Brown, 2006). WLSMV' de W' deki satır sayısından daha fazla sayıdaki N kullanılarak tahmin yapılır. Yapılan ilk benzetim çalışmalarında WLSMV' nin 200 gibi küçük örneklemlerde en iyi performans gösterdiği bulunmuştur (Brown, 2006). Bu tahmin yöntemi büyük örneklem boyutuna sahip olmayan ordinal gözlenen değişkenlerle oluşturulmuş modelleri test etmede kullanılmaktadır (West et al., 1995; Jöreskog and Sörbom, 1996; Kim and Mueller, 2001).

Sürekli ve kategorik verileri içeren YEM modellerinde WLSMV tahminleyicileri parametreleri sağlam ve doğru şekilde tahmin edebilmek için polychoric korelasyonları kullanır (Flora and Curran, 2004; Diemer et al., 2010).

3.3.5. Modelin testi

YEM metodolojisi araştırmacılara teorileri test etme imkanı sunar. Sağlam teoriler sıklıkla araştırılan olgunun tanımlanmasında ve açıklanmasında model olarak temsil edilir. Bu tarz modeller için en önemli gereksinim modelin tanımlanmasıdır. En az bunun kadar önemli diğer bir gereksinim ise araştırmacıların sadece sağlam bakış açılarından ve mevcut olan mantıklı veri tanımlamaları ve açıklamalarından oluşan anlamlı modelleri sonraki çalışmalarda düşünmesidir (Raykov and Marcoulides 2006).

Belirlenen modele ilişkin parametreler tahmin edildikten sonra uygulamalı araştırmacılar verilerin modele ne kadar uyduğunu belirlemek zorundadır. Diğer bir deyişle örneklem verilerinin teorik modeli ne kadar desteklediğini araştırmak zorundadır.

Genel YEM için ölçüm modeli ve gizli değişken modelinin uyumlarının değerlendirilmesi birbirinden bağımsızdır (Akıncı, 2007). Bu bağımsızlık temel olarak gizli değişkenlerle gözlenen değişkenler arasındaki ilişkiyi tanımlayan ölçüm modelleri ile açıklanır. Model uyumu incelenirken ilk olarak model parametrelerinin uyumu incelenir ardından daha kapsamlı olan model uyumuna geçilir.

Kısmi uyum kritelerine geçilmeden önce tüm uyum indisleri modelin kabul edilebilir olduğunu göstermesine rağmen doğru modeli bulmak için yapılan ampirik çalışmalarda bunlardan birinin kanıtlanamaması durumunda verilerin analiz edilmesi gerektiği ve bu durumun YEM' i diğer klasik model yaklaşımlarından ayırdığı unutulmamalıdır. Klasik metodolojide sağlam varsayımların sıfır hipotezindense genellikle alternatif hipotezlerle yansıtılması nedeniyle sıfır hipotezinin reddedilmesine karşılık YEM klasik modellerden farklı olarak hiçbir verinin yalanlanmadığı model bulunmaya çalışılır (Raykov and Marcoulides 2006). Ancak sıfır hipotezinin reddedilmemesi modelin doğru olduğunu ifade etmez.

YEM' de kullanılan birçok uyum kriteri vardır. Bu testlerde ilk olarak örneklem kovaryans matrisi ile ana kitle kovaryans matrisinin karşılaştırılması yapılmaktadır. S ve Σ matrislerinin benzer olması verilerin teorik modelle iyi uyum gösterdiği anlamına gelmektedir (Schumacker and Lomax, 2004). İkinci olarak modeldeki parametreler tek tek incelenir. Serbest parametrelerin istatistiksel olarak anlamlılığına bakılır. Parametre tahmini sırasında parametreye ait standart hatalar da hesaplanmaktadır. Parametre tahmin değerinin standart hatasına oranlanması ile kritik değer (t) hesaplanabilir. Daha sonra hesaplanan kritik değer belirlenen α değerine karşılık gelen değerle karşılaştırılarak (örneğin 0.05 için iki kuyruklu test istatistiği 1.96) parametre değerinin anlamlılık sınaması yapılabilir (Schumacker and Lomax, 2004). Ayrıca kestirilen parametreye ilişkin işaretin (+ ya da -) alanda da anlamlılık taşıması gerekmektedir (örneğin eğitim düzeyi arttıkça gelirin de artması gerekirse parametre işareti + olmalıdır). Ayrıca varyanslarının negatif olmaması ve korelasyonlarının 1' den büyük olması gerekir.

3.3.6. Modelin geliştirilmesi

Bir model oluşturulduktan sonra modeli bekleyen üç durum vardır. Bunlardan birincisi modelin tam olarak doğrulayıcı olmasıdır ve bunun sonucunda model ya kabul ya reddedilir. İkinci durum alternatif modellerin geliştirilmesine ve üçüncü durum modelin modifikasyonuna (geliştirilmesine) yöneliktir. Model modifikasyonunda amaç sadece istatistiksel bakış açısıyla verilerin iyi bir şekilde uyumlu olduğu değil aynı zamanda tüm parametrelerin önemli ölçüde mantıklı yorumlar verdiği bir model bulmaktır (Grace, 2006).

Modelin uyumlu olmadığı kararı verildikten sonra modelden vazgeçilebileceği gibi modeli uyumlu hale getirebilmek için alternatifler değerlendirilerek model geliştirilebilir. Uyum problemi dışında uygulanan teorik model istenilen kadar güçlü değilse modelin geliştirilmesi gerekmektedir. Eğer modeldeki parametrelerden biri veya bir kaçı uygulayan araştırmacı için anlam ifade etmiyorsa modelden çıkarılmalıdır. İstatistiksel olarak anlamsız olan parametreler de modelden çıkartılabilir. Parametrelerin çıkarılmasında kullanılan en yaygın prosedürler; a) her bir parametre için t istatistik değerlerini t tablo değerleri ile karşılaştırmak ve b) Wald istatistiği kullanmaktır (Akıncı, 2007).

Diğer bir strateji ise istatistiksel olarak anlamsız olan parametreleri en küçük kritik değere sahip olacak şekilde sabitlendirilmesidir. Model geliştirilmesinde dikkat edilmesi gereken diğer bir husus ise küçük örneklemlerde anlamsız olan parametrelerin büyük örneklemde anlamlı olabileceğidir (Schumacker and Lomax, 2004). Ayrıca var olan teorik bilgi de model geliştirmede göz önüne alınmalıdır. Eğer parametre anlamlı değilse ve bu var olan teori ile uyuşuyorsa parametrenin modelde kalması olasılık dâhilindedir. Araştırmacı modelde var olan parametrelerin nedenini açıklayabilmelidir. Eğer kestirilen parametre bir anlam ifade etmiyorsa araştırmacı bunu açıklayamaz dolayısıyla parametrenin modelde yer almasına gerek yoktur.

Diğer bir yöntem ise artıklar matrisinin incelenmesidir. Artık matrisi gözlenen kovaryans matrisi ile türetilen kovaryans matrisinin farkına eşittir. Artık matrisindeki değerler küçük olmalı ve değişkenler arasındaki artıklar arasında çok büyük farklılıklar olmamalıdır. Büyük değerler genel modelde ciddi spesifikasyon hataları olduğunun göstergesidir. Eğer bir değişken için büyük değişim söz konusu ise sadece bu değişken için spesifikasyon hatası yapılmış demektir (Bentler, 1989). Standartlaştırılmış ve standartlaştırılmamış artıklar ayrıca incelenmelidir. Teorik olarak standartlaştırılmış değerler Z skorlarına dönüşür dolayısıyla standartlaştırılmış artıklar matrisindeki problemler standartlaştırılmamış artıklar matrisindekinden daha kolay saptanabilirler. Büyük standartlaştırılmış artıklar (1.96 ya da 2.58' den büyük değerler) özel varyansın model tarafından iyi açıklanamadığını gösterir (Schumacker and Lomax, 2004).

Son yıllarda model spesifikasyonunun incelenmesi için birçok metot geliştirilmiştir. LISREL-SIMPLIS programında tüm serbest olmayan parametreler için modifikasyonlar verilmektedir. Bu göstergeler Sir Bom (1986) tarafından geliştirilmiştir. Serbest olmayan parametreler için modifikasyon indeksleri şu anlama gelir: Eğer mevcut modelde parametrenin serbest olmasına izin verilirse tahmin edilen ki kare uyum iyiliği değerinde indeks değeri kadar azalma meydana gelir. Başka bir deyişle, serbest olmayan parametre için modifikasyon indeks değer 50 iken bu parametrenin serbest olmasına izin verildiğinde mevcut değere ilişkin ki kare değeri 50 birim azalır (Schumacker and Lomax, 2004). Ayrıca LISREL programında gözlenen değişkenler için ayrı ayrı R^2 değeri hesaplanmaktadır. Bu değer gözlenen değişkenin gizil değişkeni ölçme gücünü gösterir ve 0 ile 1 arasında değer alır. R^2 değeri her yapısal eşitlik için ayrı ayrı verilir. Burada da 0 ile 1 arasında değer alır ve yapısal etkilerin gücünü gösterir. Spesifikasyon araştırmalarında izlenmesi gereken sekiz basamak aşağıda verilen şekilde önerilebilir (Schumacker and Lomax, 2004):

1. Var olan teoriler ve daha önceki araştırmalar model spesifikasyonunda rehber alınmalı ve incelenmelidir.

2. Eğer "1" de belirtilenle yapıldıysa önerilen teorik modelin testine geçilebilir.

3. İlk başta ölçüm modeli daha sonra yapısal model spesifikasyon araştırmalarına tabi tutulur.

4. Modelin testinden sonra parametreler incelenir. Tahmin edilen parametrelerin gücü (büyüklüğü) ve yönü araştırılır ve uyum iyiliği indeksleri ile incelenir.

5. Sabitlenmemiş parametrelerin istatistiksel olarak anlamlılığı Wald istatistiği ile araştırılır. Sabit olmayan bir parametrenin sabitlenmesinin gerekip gerekmediğine bakılır.

6. Modifikasyon indeksleri araştırılır, parametredeki beklenen değişim istatistiği araştırılır. Bunlar Lagrange çoklu istatistiği ile araştırılabilir. Sabit bir parametrenin serbest bırakıp bırakılmayacağı araştırılır.

7. Standartlaştırılmış artıklar matrisine dikkati çeken değerler incelenir.

8. Son olarak kabul edilen model yeni örneklemde ya da mevcut örneklemin yarısı alınarak çapraz değerlendirmeye tabi tutulmalıdır (Cross/validation index-CVI). Tek örneklem için çapraz karşılaştırma indeksi alternatif model için denenebilir (ECVI) (Cudeck and Browne, 1983).

3.3.7. Model Uyumu

Modelin uyumunun belirlenmesi karmaşık bir konudur. Farklı durumlar için kullanılan farklı model uyum istatistikleri bulunmaktadır. Bu istatistikler hakkında bilgi vermeden önce YEM' de kullanılan tüm uyum indekslerinin bazı limitleri olduğu unutulmamalıdır. Kline' a (2005) göre bu limitler:

1. Uyum indeksi değerleri bir modelin sadece ortalama veya genel uyumunu gösterir. Özel indekslerin olumlu görünmesine rağmen modelin bazı kısımları verilerle zayıf uyum gösterebilir.
2. Bir indeksin sadece model uyumunun bir bölümünü ifade etmesinden dolayı bu indeksin olumlu değeri tek başına modelin iyi uyum gösterdiğini ifade etmez. Bu da model uyumunun neden genelde birden fazla indekse dayandığının göstergesidir. Kısacası tüm modeller için kesin bir standart sağlayacak "sihirli indeks" yoktur.
3. Uyum indeksleri sonuçların teorik olarak anlamlı olduğunu göstermez. Örneğin, bazı path katsayılarının işaretleri beklenmedik şekilde zıt yönde olabilir. Uyum indekslerinin değerleri çok olumlu çıksa da sonuçlar anormal bir şekilde açıklanmayı gerektirir.

4. Yeterli uyum sağlayan uyum indekslerinin değerleri model tahmin gücünün yüksek olduğunu da göstermez. Örneğin, verilerle mükemmel uyumla birlikte model hataları hala çok büyük olabilir, bu modelin, kesinlikle değişkenler arasındaki tahmini geçerliliğin göreceli hatalar gösterdiği anlamına gelir.
5. YEM' de kullanılan çoğu uyum indekslerinin örnekleme hataları bilinmez ve iyi uyum ile ilgili bireysel indeksler için daha sonra önerilen yorumlayıcı kurallar sadece budur.

Model uyumunda kullanılan indeksler

Yapısal eşitlik modelinin teorik olarak istatistiksel anlamlılığın sınanmasında önerilen modelin pratikte ve alanda anlamlı sonuçlar içermesi gerekir. Kovaryans yapı hipotezi $\Sigma = \Sigma(\theta)$ şeklindedir. Bütün uyum ölçüleri bu hipotezin geçerli olup olmadığının değerlendirilmesine yardım eder (Çelik, 2009). YEM' de araştırmacılar genel olarak üç farklı kriteri kullanırlar (Schumacker and Lomax, 2004);

1. İstatistiksel olarak anlamsız olan ki-kare test istatistiği (χ^2) ve hata ortalamaları karekök yaklaşımı (RMSEA) kullanılan en yaygın uyum kriterleridir. İstatistiksel olarak anlamsız ki-kare değeri; örneklem kovaryans matrisi ile üretilen modelin kovaryans matrisinin benzer olduğunu gösterir. RMSEA değerinin ise 0.05' e eşit ya da küçük olması kabul edilebilir uyumun varlığını gösterir.

2. Modeldeki parametrelerin tek tek anlamlığının sınanması yolu ile modelin anlamlılığının sınaması yapılabilir. Burada parametre kestirim değeri kendi standart hatasına oranlanarak hesaplanan değer *t* tablosu yardımıyla bulunan kritik değerle karşılaştırılarak parametrenin istatistiksel olarak anlamlılığı sınanır.

3. Modelin sınamasında modelde yer alan parametrelere ilişkin kestirim değerlerinin gücü (rakamsal olarak büyüklüğü-küçüklüğü) ve bu değerlerin işareti (yönü) kullanılabilir. Örneğin modeldeki iki değişken arasında yüksek bir ilişkinin varlığı teorik olarak bilinmesine karşılık düşük çıkmışsa ya da bu

ilişkinin aynı yönlü olması gerekirken ters yönlü çıkmışsa bu parametre için düşünmek gerekebilir.

Model uyumu; örneklem varyans-kovaryans verilerinin yapısal eşitlik modeline uyumunun derecesini gösterir. Model uyum kriterlerinden sıklıkla kullanılanlar ki-kare (χ^2), uyum iyiliği indeksi (GFI), düzeltiliş uyum iyiliği indeksi (AGFI) ve hata kareleri ortalamalarının karekökü (RMR) şeklinde sıralanabilir (Jöreskog and Sörbom, 1989). Bu kriterler gözlenen (observed-original-S) matris ile uygulanan model (türetilen-reproduced-Σ) varyans-kovaryans matrisinin farkına dayanır. Çizelge 3.1' de YEM' de en çok kullanılan model uyum indeksleri ve kabul limitleri özetlenmiştir.

Çizelge 3.1. Model uyum istatistikleri ve kabul limitleri (Schumacker and Lomax, 2004)

Model uyum kriteri	**Kabul edilebilir düzey**	**Yorum**
Ki-kare	Listelenmiş χ^2 değerleri	Verilen χ^2 değerleri ile listelemiş değerleri verilen df için karşılaştırma
Goodness-of-fit(GIF)	0(uyumsuz)-1(mükemmel uyum)	0.95'e yakın değerler iyi uyumu ifade eder
Düzeltilmiş GIF(AGIF)	0(uyumsuz)-1(mükemmel uyum)	0.95 df için düzeltilmiş değer iyi model uyumu
Hata kareleri ortalamaları karekökü(RMR)	Araştırmacıların belirlediği seviye	Σ ve S matrisleri arasındaki yakınlığın belirteci
Yaklaşık hataların ortalama karekökü(RMSEA)	<0.05	0.05'in altındaki değerler iyi model uyumu
Tucker-Lewis indeksi(TLI)	0(uyumsuz)-1(mükemmel uyum)	0.95'e yakın değerler iyi uyumu ifade eder
Normlaştırılmış uyum indeksi(NFI)	0(uyumsuz)-1(mükemmel uyum)	0.95'e yakın değerler iyi uyumu ifade eder
Normlaştırlmamış uyum indeksi(NNFI)	1.0-0.5	1'den az ise zayıf model uyumu; 5'ten fazla ise geliştirilmeye ihtiyaç var
Tutarlılık uyum indeksi(PFI)	0(uyumsuz)-1(mükemmel uyum)	Alternatif modellerde değerlerin karşılaştırılması
Akaike bilgi kriterleri(AIC)	0(mükemmel uyum)-negatif değer(zayıf uyum)	Alternatif modellerde değerlerin karşılaştırılması

Birçok araştırmacı yapısal eşitlik modellerinde model uyum değerinin 0.95' ten büyük olmasının kabul edilebilir olduğunu belirtmektedir (Baldwin, 1989). Aynı zamanda bazı araştırmacılar merkezileştirilmemiş parametrelerin sıfıra yakın [NCF =

max(0,χ^2 – df)] değerler alabileceğini belirtmişlerdir (Browne and Cudeck, 1993; Steiger, 1990). Farklı YEM programları farklı uyum kriterlerini vermektedirler. Modelin uyumuna ilişkin araştırmalarda model uyumu, model karşılaştırması ve model tutarlılığı gibi farklı türde uyum kriterlerini kullanmalarını sosyal bilimcilere önerilmektedir (Hair, Anderson, Tatham & Black, 1992).

Bazı uyum indeksleri bağımsız modele (null model - modeldeki kovaryansların sıfıra eşit olduğu varsayılır) ilişkin bilgiler yardımıyla hesaplanmaktadır. Bağımsız modelin serbestlik derecesi, ileri sürülen modele ilişkin ki-kare değeri, modelde yer alan gözlenen değişken sayısı, modelde yer alan serbest parametre sayısı ve örneklem hacmi bazı uyum indekslerinin hesaplanmasında kullanılmaktadır (Schumacker and Lomax, 2004). Uyum iyiliği indeksi (goodness-of-fit index - GFI), normlaştırılmış uyum indeksi (normed fit index – NFI), ilişki uyum indeksi (Relative fit index – RFI), incremental uyum indeksi (IFI), Tucker-Lewis indeksi (TLI), karşılaştırmalı uyum indeksi (comperative fit index – CFI), modelin Akaike bilgi kriteri (AIC), bağımsız modele ilişkin AIC ve yaklaşık hata kareleri ortalamasının karekökü (Root Mean Square Error of Approximation – RMSEA) gibi fit indekslerinin hesaplama formülleri sırasıyla aşağıda verilmiştir.

$$GFI = 1- (\chi^2_{model}/ \chi^2_{null}) \tag{15}$$

$$NFI = (\chi^2_{null}- \chi^2_{model})/ \chi^2_{null} \tag{16}$$

$$RFI = 1- [(\chi^2_{model}/df_{model})/(\chi^2_{null}/df_{null})] \tag{17}$$

$$IFI = (\chi^2_{null}-\chi^2_{model})/(\chi^2_{null}-df_{model}) \tag{18}$$

$$TLI = [(\chi^2_{null}/df_{null})-(\chi^2_{model}/df_{model})]/[(\chi^2_{null}/df_{null})-1] \tag{19}$$

$$CFI=1-[(\chi^2_{model}-df_{model})/(\chi^2_{null}/df_{null})] \tag{20}$$

$$\text{Model AIC} = \chi^2_{model}+2q(\text{serbest parametrelerin sayısı}) \tag{21}$$

$$\text{Null AIC}= \chi^2_{null}+2q(\text{serbest parametrelerin sayısı}) \tag{22}$$

$$RMSEA = \sqrt{[\chi^2_M - df_M]/[(N-1)df_M]} \tag{23}$$

Bu model uyum indeksleri merkezileştirilmemiş terimlerden (noncentrality parameter – NCP) (λ) de tasarlanabilir. NCP' nin kestirilmesinde (λ) ençok olabilirlik ki-kare değeri χ^2-df' dir. NCP ile model uyum indekslerinin hesaplanmasına ilişkin bazı örnekler aşağıda verilmiştir.

$$\text{CFI} = 1 - (\lambda_M/\lambda_N) \tag{24}$$

$$\text{TLI} = 1 - [(\lambda_M/df_M)/(\lambda_N/df_N)] \tag{25}$$

$$\text{RMSEA} = \sqrt{\lambda_M/[(N-1)df_M]} \tag{26}$$

Ki-Kare (χ^2)

Ki-kare (χ^2) yalnızca teorik modelin anlamlılığının sınanmasında kullanılan bir istatistiktir. Ki-kare değeri tüm katsayıları (path) içeren tam (doymuş-satured) model için sıfır değerini alırken katsayılar bulunmayan bağımsız model (independence model) için ise maksimum değerini almaktadır. Bu değişim aralığı aşağıda gösterilmektedir (Schumacker and Lomax, 2004);

Doygun model		Bağımsız model
(tüm pathler modelin içerisinde)	$\longleftrightarrow$	(modelde path yok)
$\chi^2 = 0$		χ^2 = en büyük değer

Ki-kare değerinin sıfır değerini alması mükemmel uyumu ya da örneklem kovaryans matrisi (S) ile türetilen teorik modele ilişkin kovaryans matrisinin (Σ) arasında farkın olmadığını gösterir (Schumacker and Lomax, 2004). Eğer ki-kare değeri anlamlı değilse yani sıfıra yakınsa artıklar matrisindeki artık değerler sıfıra yakın değerler alır. Bu durum teorik olarak belirlenen modelin verilerle uyumunun iyi olduğunu gösterir. Başka bir ifadeyle, istatistiksel olarak anlamlı olan bağımsızlık derecesine bağlı ki-kare değeri gözlenen (S) ve kestirilen varyans (Σ)-kovaryans matrislerinin farklı olduğu anlamına gelmektedir. İstatistiksel olarak anlamlı olmayan ki-kare değeri ise türetilen modele ilişkin varyans-kovaryans matrisinin örneklem kovaryans matrisiyle benzer olduğu dolayısıyla modelin iyi uyum gösterdiği anlamına gelmektedir. Anlamsız χ^2 değeri (olasılığın>0.05 olmasıyla birlikte) genel olarak model ve veri arasında anlamlı bir uyum olduğu anlamına gelir (Grace, 2006). Ancak pratikte p-değerinin örneklem boyutundan etkilenen χ^2 ile ilişkili olması onu her zaman model uyumu için işe yarar bir kriter yapmaz.

Ki-kare model uyum kriteri örneklem hacmine duyarlıdır. Örneklem hacminin (genellikle 200' den fazla olması) artması durumunda ki-kare değeri anlamlı olasılık değeri taşıma eğilimi gösterir. Bunun tersine örneklem hacminin (genellikle 100' den az olması) azalması durumunda ki-kare değeri anlamlı olmayan olasılık değeri alır (Schumacker and Lomax, 2004). Tespit edilmiş bir model için ki kare testi modelin doğru olduğu sıfır hipotezini test eder. Ki-kare test istatistiği H_0: $\Sigma = \Sigma(\theta)$ hipotezi doğrultusunda örneklem hacminden etkilendiği $\chi^2=(n-1)F_{ML}$ formülü ile kanıtlanmaktadır. Kullanılan parametre kestirim tekniklerine göre F_{ML} yerine F_{GLS}, F_{ADF} gibi uyum fonksiyonlarının en küçük değerlerini alabilir. En çok olabilirlik (ML), genelleştirilmiş en küçük kareler (GLS) ve ağırlıklandırılmamış en küçük kareler (ULS) kestirim metotları genellikle ki-kare değerinin hesaplanmasında kullanılan ortak yöntemlerdir (Loehlin, 1987).

Tüm değişken çiftleri arasında path (yol) içeren modellerde genel model uyumunun testi için serbestlik derecesi yoktur. Aksine, modelin doymuş olduğunu ve mükemmel uyum gösterdiğini söyleriz. Ancak serbestlik derecesi olan modellerde ki-kare testi genel model uyumunu daha açıkça ölçer (Grace, 2006). Büyük örneklemler ve çok değişkenli normallik varsayımında, $(n-1)F_{ML}$ Pearson ki-kare istatistiği araştırmacının modeline eşit serbestlik derecesinde (df_M) dağılım gösterir (Kline, 2005). ML ki-kare istatistiği $(n-1)F_{ML}$, GLS ki-kare istatistiği $(n-1)F_{GLS}$, ve ULS ki-kare istatistiği $(n-1)F_{ULS}$ yardımıyla hesaplanır. Bu üç teknikten ULS tekniği normallik varsayımını gerektirmemektedir. Aşağıda hesaplamalarda kullanılan formüller verilmektedir.

$$F_{ML} = tr(S\Sigma^{-1}) - p + In|\Sigma| - In|S| \qquad (27)$$

$$F_{GLS} = 0.5tr[(S-\Sigma)S^{-1}]^2 \qquad (28)$$

$$F_{ULS} = 0.5tr[(S-\Sigma)^2] \qquad (29)$$

$$df = 0.5(p)(p+1) - t \qquad (30)$$

Bu eşitliklerde; t: toplam kestirilen bağımsız parametre sayısı, n: gözlem sayısı, p: analiz edilen gözlenen değişken sayısı ve tr: matrisin izini (bir matristeki diyagonal elemanların toplamı) gösterir.

Ki-kare test istatistiğinin YEM' de en temel ve yaygın olarak kullanılmasına rağmen bazı sınırlılıklar içermektedir. Yılmaz ve Çelik (2009) ve Çelik (2009) bu sınırlılıkları şu şekilde sıralamıştır:

- Varsayımların geçersizliği: $\chi 2$ testi gözlenen değişkenlerin çok değişkenli normal dağılıma sahip olduğu ve örneklem büyüklüğünün yeterli derecede geniş olduğu varsayımını temel almaktadır. Ancak pek çok uygulamada bu varsayımlar sağlanamamaktadır.
- Modelin karmaşıklığı: $\chi 2$ değerinin bir dezavantajı, modele parametre eklendiğinde $\chi 2$ değerinin küçülmesidir. Bu durumda oldukça fazla parametreli modellere ilişkin $\chi 2$ değerleri serbestlik derecesinin azalmasından dolayı daha basit modellere göre küçük bir değer olarak ortaya çıkma eğiliminde olacaktır.
- Örneklem büyüklüğüne bağımlılığı: örneklem büyüklüğünün artması ile $\chi 2$ değeri de artmaktadır. Örneklem ve modele ilişkin tahmini kovaryans matrisi arasındaki uyumsuzluğun önemsiz olduğu halde anlamlı bir $\chi 2$ istatistiği temelinde makul bir modelin reddedilmesine neden olabilir. Diğer yandan örneklem büyüklüğünün azaltılması $\chi 2$ değerini azaltacak ve modelin testi anlamlı olmayan bir olasılık düzeyini gösterecektir.

Uyum iyiliği indeksi (GFI) ve düzeltilmiş uyum iyiliği indeksi (AGFI)

Uyum iyiliği indeksi (GFI) ve düzeltilmiş uyum iyiliği indeksi (AGFI) Jöreskog ve Sörbom (1981)'un kullanmasıyla öne çıkmıştır (Mueller, 1996). YEM dosyalarında GFI indeksi, regresyon analizinde yaygın olarak kullanılan R^2 indeksinin bir analoğu olarak görülebilir (Raykov and Marcoulides, 2006). GFI ölçüm değeri S matrisi içindeki varyans-kovaryansın Σ matrisinin içindeki varyans kovaryans tarafından açıklanma oranını verir. GFI hesaplanırken Eşitlik 31'den yararlanılır.

$$\{1 - (\chi_t^2 / \chi_n^2)\} \quad (31)$$

Burada χ_t^2 ; hedef modelin ki-karesi, χ_n^2 ise sıfır hipotezinde ifade edilen modelin ki-karesidir. GFI indeksi ML, GLS ve ULS metotları yardımıyla hesaplanabilir (Bollen, 1989).

Düzeltilmiş uyum iyiliği indeksi (AGFI) modeldeki değişken sayısına ilişkin olarak hesaplanan serbestlik derecesini dikkate alarak hesaplanır (Schumacker and Lomax, 2004). AGFI indeksi hesaplanırken Eşitlik 32 ya da Eşitlik 33 kullanılır.

$$\{1-[(k/sd)(1-GFI)]\} \quad (32)$$

$$\{1- (\chi_t^2 /k/ \chi_n^2 /sd)\} \quad (33)$$

Burada k=[p(p+1)/2]; sıfır hipotezinde ifade edilen modelin serbestlik derecesi ve *df* ise hedef modelin serbestlik derecesini göstermektedir.

GFI değerleri 0.90' dan büyük olduğunda kabul edilebilir bir uyum söz konusu iken, 0.95 ve daha büyük değerler temel modele göre iyi bir uyumun söz konusu olduğunu belirtmektedir (Yılmaz ve Çelik, 2009). GFI ve AGFI indisleri büyük değerlerle daha iyi veri-model uyumu göstermek için 0 ile 1 arasında olmalıdır (Mueller, 1996). İyi uyumlu modellerde bu indeksler genel olarak 1' e yakın değerler alır. Bunun yanı sıra GFI 0-1 aralığı dışında da değerler alabilmektedir. 1' den büyük değerler mükemmel uyumla justidentified veya overidentified modellerde bulunabilir; negatif değerler ise çoğunlukla örneklem boyutu küçük ya da model uyumu çok zayıf olduğu durumlarda oluşur (Kline, 2005).

GFI ve AGFI indeksleri aynı veri üzerinde farklı modellerin karşılaştırılmasında kullanılabileceği gibi tek bir modelin farklı veri setleri (örneğin kadınlar ve erkekler olarak ayrı toplanmış iki veri seti) üzerinde uygulandıktan sonra karşılaştırılmasında da kullanılabilir.

Hata kareleri ortalamalarının karekökü (RMR) ve standartlaştırılmış hata karelerinin ortalamalarının karekökü (SRMR)

Hata kareleri ortalamalarının karekökü (RMR) indeksi S ve Σ matrislerinin elemanlarının arasındaki hata kareleri ortalamalarının karekökünü kullanır (Schumacker and Lomax, 2004). RMR indeksi uyumlu hataları temel alan elverişsiz bir uyum ölçüsüdür (Yılmaz ve Çelik, 2009). Bu indeks iki farklı modelin aynı veri seti üzerinde uygulanmasında kullanılır ve Eşitlik 34' te verilen şekilde hesaplanır.

$$\text{RMR} = [(1/k) \sum_{ij} (S_{ij} - \alpha_{ij})^2]^{1/2} \quad (34)$$

Mükemmel model uyumu RMR=0 ile gösterilir ve giderek artan değerler kötü uyumu ifade eder (Kline, 2005). Ancak RMR' de standardize edilmemiş verilerin kullanılması ve ölçeğe bağımlılık uyumun iyiliği ve kötülüğü hakkında doğru bir yorum yapmayı engeller. Bu problemi çözmek amacıyla örneklem kovaryans matrisini ve tahmini kovaryans matrisini korelasyon matrislerine çevirerek kullanılan standartlaştırılmış hata kareleri ortalamalarının karekökü (SRMR) geliştirilmiştir. SRMR değerinin sıfır değerini alması mükemmel uyumu; 0.05'ten küçük değerler alması iyi bir uyumu ve 0.1' den küçük olması kabul edilebilir bir uyumu ifade eder. Bu iki indeks betimleyici indekslerdir ve uyumsuzluğun yönü hakkında herhangi bir fikir vermezler.

Yaklaşık hataların ortalama karekökü (RMSEA)

Yaklaşık hataların ortalama karekökü (RMSEA) indeksi 1990' da Steiger tarafından ana kitlenin yaklaşık uyumunu ölçmek amacıyla geliştirilmiştir. RMSEA' nın hesaplanabilmesi için öncelikle tahminleyicisi olan $\hat{\delta}_M$ hesaplanmalıdır. YEM' de δ parametresi araştırmacının modelinin spesifikasyon hatasının derecesini ifade eder. δ; χ^2_M ve df_M veya sıfır arasındaki farkın en büyüklenmesi ile tahmin edilir. RMSEA tahminleyicisi olan "$\hat{\delta}_M$" bulunurken;

$$\hat{\delta}_M = \max(\chi^2_M - sd_M, 0) \quad (35)$$

Eşitlik 35 yardımıyla parantez içerisindeki ifadelerden en büyük olanı ifade edilir.

RMSEA indeksi sıfır değerinde en iyi uyumu gösterip yüksek değerlerde kötü uyumu ifade eden "badness-of-fit" indekslerindendir (Kline, 2005). $\hat{\delta}_M$ tahminleyicisi yardımıyla RMSEA Eşitlik 36' da gösterilen şekilde hesaplanır.

$$\text{RMSEA}=\sqrt{\frac{\hat{\delta}\text{M}}{sd\text{M}(\text{N}-1)}} \tag{36}$$

Eşitlik 36 RMSEA’ nın modelin serbestlik derecesi başına düşen yaklaşık hata miktarını kestirdiğini ve örneklem boyutunu hesaba kattığını göstermektedir (Kline, 2005). RMSEA değerinin 0.05’ ten küçük veya eşit olması iyi bir uyumu; 0.05 ve 0.08 arasında olması yeterli bir uyumu; 0.08 ve 0.1 arasında ise vasat uyumu göstermektedir (Yılmaz ve Çelik, 2009). RMSEA’ nın 0.1’ den büyük bir değer alması ise modelin kabul edilemeyeceğini ifade eder. Aynı zamanda nokta tahmini etrafındaki %90 güven aralığı, RMSEA tahmininin doğruluğunun değerlendirilmesine imkan vermektedir (Kline, 2005; Yılmaz ve Çelik, 2009).

Bazı araştırmacılar RMSEA’ nın örneklem boyutundan en az etkilenen uyum indeksi olduğunu bulmuşlardır, bu durum RMSEA’ yı örnekleme bağımlı veya dağılım karakteristikleri olan indekslerden ayırmaktadır (Raykov and Marcoulides, 2006). Ancak Grace (2006)’ e göre bu indeks kesinlikle şaşmaz değildir ve uygunluğu tartışmalıdır.

Karşılaştırmalı uyum indeksi (CFI)

Karşılaştırmalı uyum indeksi (CFI) YEM’ de yaygın olarak kullanılan karşılaştırma tekniklerindendir. CFI, aynı zamanda hedeflenen model ile gözlenen ölçümler arasında hiçbir ilişki olmadığını varsayan sıfır modelini de mantıklı bir şekilde karşılaştırır (Raykov and Marcoulides, 2006). CFI Eşitlik 36’ da verilen şekilde ifade edilir.

$$\text{CFI}= 1- \frac{max\left[(\chi^2_{\text{t}}-\text{sdt}),0\right]}{max\left[(\chi^2_{\text{t}}-\text{sdt}),(\chi^2_{\text{i}}-\text{sdi}),0\right]} \tag{36}$$

CFI’ nın hesaplanışı;

$$\text{CFI}=1-(\hat{\delta}_{\text{M}}/\hat{\delta}_{\text{B}}) \tag{37}$$

Eşitlik 37 ile de gösterilebilir. Burada $\hat{\delta}_{\text{M}}$ ve $\hat{\delta}_{\text{B}}$ (RMSEA’ da kullanılan eşitlikle hesaplanırlar) merkezi olmayan ki-kare dağılımı için merkezi olmayan parametrelerin tahminleyicileridir. CFI=1 olması modelin mükemmel uyumlu olduğu değil sadece χ^2_M < df_M anlamına gelir (Kline, 2005).

CFI' nın değer aralığı 0-1' dir. Değer arttıkça iyi uyum gözlenir. CFI' nın 0.95' ten büyük olması kabul edilebilir uyumu; 0.97 olması ise bağımsız modele göre göreceli olarak iyi bir uyumu gösterir. NNFI ile karşılaştırıldığında CFI örneklem büyüklüğünden daha az etkilenen bir uyum indeksidir (Yılmaz ve Çelik, 2009).

Normlaştırılmış uyum indeksi (NFI) ve normlaştırılmamış uyum indeksi (NNFI)

Normlaştırılmış uyum indeksi (NFI) ve normlaştırılmamış uyum indeksi (NNFI) model uyumunun değerlendirilmesinde oldukça kullanışlı olan betimleyici indekslerdir. NFI uyum indeksi ki-kare değerinin 0 (uyum yok) ile 1 (mükemmel uyum) arasında ölçeklendirilmiş halidir (Bentler & Bonett, 1980). Tam model ile bağımsız modele ilişkin ki-kare değerleri yardımıyla hesaplanır. NFI hesaplanırken;

$$\{1 - (\chi^2_t / \chi^2_i)\} \tag{38}$$

Eşitlik 38 kullanılır. Burada χ^2_t ; hedef modelin ki-karesi, χ^2_i ise bağımsız modelin ki-karesidir.

GFI' da olduğu gibi bu indeks de 0-1 aralığında değer alan "goodness-of-fit" indekslerindendir. İndeksin değeri 0.95 ise temel modele göre göreli olarak iyi bir uyumun göstergesidir. 0.90' dan büyük değerler ise kabul edilebilir uyumun tipik bir yorumu olarak kullanılmaktadır (Schumacker and Lomax, 2004; Kline, 2005; Yılmaz ve Çelik, 2009).

Göreli bir uyum ölçüsü olan NNFI, örneklem büyüklüğünden etkilenen NFI' daki problemleri çözmek amacıyla geliştirilmiştir. NNFI, hedeflenen modelin serbestlik derecelerini de hesaba katan NFI' nın bir çeşididir (Raykov and Marcoulides, 2006). Bu indeks Tucker-Lewis indeksi (TLI) olarak da bilinmektedir. Tucker & Lewis (1973) TLI' yı başlarda faktör analizi için geliştirmiş ardından genişleterek yapısal eşitlik modellinde de kullanılmıştır. TLI hesaplanırken bağımsız model ile alternatif ya da önerilen model karşılaştırılır. TLI' nın hesaplanmasında ki-kare değerleri kullanılır. NNFI indeksinin hesaplanması Eşitlik 39' da verildiği şekildedir.

$$\text{NNFI=TLI=}\frac{(\chi_i^2/sdi)-(\chi_t^2/\text{sdt})}{(\chi_i^2/sdi)} \qquad (39)$$

TLI indeksi 0 (uyum yok) ile 1 (mükemmel uyum) arasında değerler alır (Schumacker and Lomax, 2004). Daha yüksek NNFI değerleri daha iyi uyumu ifade eder. NNFI' nın 0.95'ten büyük olması kabul edilebilir uyumu; 0.97 olması ise bağımsız modele göre göreceli olarak iyi bir uyumu gösterir.

NNFI büyük örneklemlerden daha az etkilendiğinden avantajlıdır ancak yapılan çalışmalarda sadece model doğru olduğunda iyi işlediği belirtilmiştir. Ayrıca, sıklıkla küçük örneklemlerde diğer indeksler kabul edilebilir uyumu gösterirken bu indeks anormal şekilde küçük olacak ve kötü uyumu ima edecektir (Mulaik, 2009).

Normlaştırılmış ki-kare (NC)

Jöreskog (1969) ki-kare değerinin serbestlik derecesine göre düzeltilerek model uyumunun araştırılmasında kullanılmasını önermiştir (Schumacker and Lomax, 2004). NC indeksi de diğerleri gibi örneklem hacminin büyüklüğünden etkilenmektedir.

$$\text{NC} = (\chi^2/sd) \qquad (40)$$

Eşitlik 40 yardımıyla hesaplanabilir.

Tutarlı uyum iyiliği indeksi (PGFI) ve tutarlı normlaştırılmış uyum iyiliği indeksi (PNFI)

PGFI uyum indeksi NFI' nın modifiye edilmiş veya geliştirilmiş halidir (James, Muliak & Brett, 1982). Modellerin karşılaştırılmasında kullanılan PGFI indeksi serbestlik dereceleri dikkate alınarak hesaplanır.

$$\text{PGFI=}(\text{sd}_t/\text{sd}_n)\text{GFI} \qquad (41)$$

$$\text{PNGFI=}(\text{sd}_t/\text{sd}_i)\text{NFI} \qquad (42)$$

Eşitlik 41 ve Eşitlik 42 yardımıyla hesaplanırlar. İki indeksin de değer aralığı 0-1'dir ve yüksek değerler daha iyi uyumu ifade eder. Bu indeksler alternatif modeller arasında seçim yapmada kolaylık sağlarlar.

Akaike bilgi kriteri (AIC)

Akaike bilgi kriterleri (AIC), parametre tahminleme sayısının düzenlenmesi için geliştirlmiştir (Şehribanoğlu, 2005). AIC, PNFI' nın yerine daha çok farklı sayıda gizil değişken içeren modellerin karşılaştırılmasında da kullanılır (Akaike, 1987). Tahminleyici bir uyum indeksi olan AIC iki farklı yolla elde edilebilir. Sıklıkla kullanılan ilk yöntemde AIC değeri Eşitlik 43' te, ikinci yöntemde Eşitlik 44' te verilen formül yardımıyla hesaplanır (q: modeldeki parametre sayısı) (Loehlin, 1992).

$$[\chi^2+2q] \qquad (43)$$

$$[\chi^2+2sd] \qquad (44)$$

Eşitlik 44 yardımıyla hesaplanır (*df:* serbestlik derecesi). İlk yöntemle hesaplanan AIC değeri pozitif ve ikinci yöntemle hesaplanan AIC değeri negatif işaretlidir. AIC değerinin sıfıra yakın olması modelin tutarlılığını gösterir. AIC hem model uyumunu hem de model tutarlılığını gösterir (Schumacker and Lomax, 2004). Amos programında AIC değeri ilk yöntemle hesaplanır. EQS programında AIC değerinin hesaplanmasında $[\chi^2+2sd]$ formülü kullanıldığından hesaplanan AIC değeri Amos ve LISREL' den farklıdır. AIC' nin serbestlik derecesine aşırı duyarlı olmasından dolayı tutarlı akaike bilgi kriteri (CAIC) geliştirilmiştir. AIC ve CAIC' in ikisi de birden fazla modelin karşılaştırılmasında kullanılan güçlü test istatistikleridir (Jörekog and Sörbom, 1993).

Beklenen Çapraz geçirgenlik indeksi (ECVI)

Browne ve Cudeck' in (1989, 1993) geliştirdiği ECVI indeksi AIC' ye oldukça benzer bir indekstir. ECVI indeksi verilen modellerden hangisinin aynı kitleden farklı bir örneklemi yineleyeceğinin derecesini ölçmeyi ifade eder (Raykov and Marcoulides, 2006). ECVI Eşitlik 45 tarafından tahmin edilen bir ana kitle parametresi olup F(S, $\Sigma(\hat{\theta})$); uyum fonksiyonunu en küçükleyen değer, t; tahmin edilen parametre sayısıdır.

$$c=F(S, \Sigma\,(\hat{\theta})+ (2t/(N-1)) \qquad (45)$$

Çeşitli modeller arasında seçim yapıldığında, en küçük olarak tahmin edilen ECVI en iyi uyuma sahip modeli göstermektedir (Yılmaz ve Çelik, 2009).

BÖLÜM 4

ORDİNAL DEĞİŞKENLİ YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİ

Yapılan istatistiksel analizler üzerinde verilerin nasıl ölçüldüğü ya da hangi ölçeğin kullanıldığı etkili ve önemlidir (Anderson, 1961; Stevens, 1946). Ölçeğin türü bize hangi matematiksel işlemlerin yapılabileceği hakkında bilgi verir. Ölçümlerde kullanılacak ölçek (nominal, ordinal, aralıklı ve oranlı ölçekler) hesaplanacak korelasyon katsayısının farklılaşmasına neden olmaktadır (Yılmaz ve Çelik, 2009; Schumacker and Lomax, 2004). Örneğin; sınıflayıcı değişken kesin olarak sınırları belirlenmiş gruplar için kullanılır. Cinsiyet değişkeni erkek ve kadın olarak iki sınıfa ayrılmıştır. Bireyler bu gruplardan yalnızca birine ait olabilirler ve bunlar verilen değerler yardımıyla temsil edilir (1. Erkek, 2. Kadın). Buna ek olarak cinsiyet değişkenine ait ortalama ve standart sapma değerlerinin hesaplanması anlamlı sonuçlar vermez (Schumacker and Lomax, 2004). Yalnızca cinsiyet değişkeninin sınıflarına ait oran değerleri matematiksel olarak hesaplanabilir ve dikkate alınabilir. Ordinal yani sıralayıcı ölçekle ölçülmüş değişkenler (örneğin; çevreye karşı tutumlar (5) kesinlikle katılıyorum, (4) katılıyorum, (3) kararsızım, (2) katılmıyorum ve (1) kesinlikle katılmıyorum) kategorilere ayrılmış ve sıralanmış şekilde verilmektedir. Bu ölçekle ölçülmüş değişkenler üzerinde bazı matematiksel işlemler yapılabilir (örneğin sıra değerleri yardımıyla grupların karşılaştırılması yapılabilir). Ortalama ve standart sapma gibi matematiksel işlemlere elverişli aralıklı ölçekte, veri noktaları arasında eşit aralıklar bulunur ve gerçek olarak sıfır noktası yoktur (sıfır noktası yokluğu belirtmez). Buna benzer olarak oranlı ölçekte de veri noktaları arasında eşit aralıklar mevcuttur fakat bu ölçekte gerçek sıfır noktası mevcuttur (sıfır değeri anlamlıdır). Oranlı ölçekle ölçülmüş değişkenler üzerinde de matematiksel işlemler uygulanabilir.

Yapısal eşitlik modelinde yer alan değişkenlerin sürekli olarak varsayılması tüm ölçeklerde geçerlilik göstermez. Ölçek türünün hangi matematiksel işlemlere elverişli olduğunu bilmek YEM' de kullanılan değişkenler için de çok önemlidir. Çünkü YEM' de değişkenlere ait ortalamalar, standart sapmalar ve varyans-kovaryans matrisleri kullanılmaktadır.

Analizlerde yer alan verilerin özelliklerine göre aralarındaki korelasyonlar da farklılık göstermektedir. Gilligan ve ark.’ na (2010) göre bu korelasyonlar;

- İki değişkenin de ordinal olduğu ancak doğasında temel süreklilik olması durumda analizler için uygun olan yöntem polychoric korelasyondur.
- Ordinal değişkenin temel sürekli boyutu olduğu varsayımında ordinal ve sürekli değişkenler arasındaki uygun korelasyonlar polyserial korelasyondur.
- İki sürekli değişken arasındaki ilişki sıklıkla Pearson korelasyonları kullanılarak tanımlanır.

Ölçek türüne göre kullanılacak korelasyon katsayıları türleri Çizelge 4.1’ de verilmiştir;

Çizelge 4.1. Korelasyon katsayıları (Yılmaz ve Çelik, 2009)

Korelasyon katsayısı	1.değişkenin ölçme düzeyi	2.değişkenin ölçme düzeyi
Pearson	Aralıklı	Aralıklı
Spearman’ın Sıra, Kendall’ın tau’au	Ordinal(Sıralı)	Ordinal
Dörtlü korelasyon katsayısı (Phi)	Nominal(Sınıflayıcı)	Nominal
Nokta çift serili	Aralıklı	İki düzeyli
Gamma, sıra çift serili	Ordinal	Nominal
Olumsallık	Nominal	Nominal
İki serili	Aralıklı	Yapay değişken
Polyserial	Aralıklı	Temel bir sürekli değişkenle ordinal
Tetrachric	İki düzeyli(nominal yapay)	İki düzeyli(nominal yapay)
Polychoric	Temel sürekli değişken	Ordinal

4.1. Ordinal Değişkenler

Ordinal değişkenli cevaplardan oluşan araştırma anketleri uzun zamandır yaygın olarak kullanılmaktadır. Likert ölçekleri gibi ordinal değişkenler sosyal bilimler çalışmalarında sıklıkla kullanılmaktadır (Cudeck et al., 2001). Ordinal değişkenler sadece sosyal bilimlerde değil pazarlama, tıp ve halk sağlığı alanlarında da yaygın olarak yer almaktadır. Son yirmi yıldır teknikler araştırmacıların bu ordinal veya iki sınıfa ayrılmış değişkenleri içeren yapısal eşitlik modelleriyle geliştirilmektedir (Hipp and Bollen; 2003; Jöreskog and Sörbom, 1984; Muthen, 1984; Olsson, 1979).

Ordinal değişkenlerle yapılan gözlemler beş kategorili Likert tipi ölçekte olduğu gibi sonuçları sıralı kategoriler olarak gösterir. Ordinal değişkenlerin ve uyum ölçütlerinin seviyelerinin bir gösterimi şu şekildedir: siyasi felsefe "liberal", "ılımlı" veya "geleneksel" olarak sınıflandırılabilir; sosyal sınıflar "yüksek", "orta" veya "düşük" olarak ölçülebilir; kürtaj üzerine fikirlerin "duruma göre uygun olabilir", "sadece özel durumlarda izin verilmelidir" veya "asla izin verilmemelidir" şeklinde cevapları olabilir (Agresti, 1984). Bu varsayım doğrultusunda seçilen spesifik kategori sadece seçilebilecek düşük bir kategoriden ne kadar olduğu bilinmeyen daha çok özellik içerir.

Ordinal değişkenler sürekli değildir. Pratikte genel olarak yapılan bir hata kategorilere metrik özelliklerine göre skorların atanmasıdır. Ordinal değişkenlerin ölçüm kökenleri ve birimleri yoktur. Ordinal veriler için sadece çok yönlü kontenjans tablolarının tüm hücrelerin hesabı yapılır, ordinal verilerin ortalamaları, varyansları ve kovaryansları bir anlam ifade etmez. Agresti' ye (1984) göre analizlerde ordinal değişkenler kullanılmasının avantajları;

1. Ordinal yöntemler sıfır hipotezi için önemli alternatifleri yakalamada daha fazla güce sahiptir,
2. Ordinal veri tanımı sürekli değişkenlerin varyans analizi ve ordinal regresyonunun ölçümlerine dayanır,
3. Ordinal analizler nominal değişkenler için standart modellerden daha kolay ilişkileri olan ve daha "parsimonous(tutarlı)" olan fazla sayıda model kullanır,
4. İlginç ordinal modeller, standart nominal modellerin "trivial(aşikar)" olduğu durumda uyum iyiliği için test edilebilecek çok sayıda parametresi olan yapılara uygulanabilir.

Ordinal değişkenlerin analizi modellenebilir ve uygun bağlantı fonksiyonları için olasılık setlerinin seçilmesini gerektirmektedir (Agresti, 2002; Grilli and Rampichini, 2007). YEM, ordinal değişkenleri kullanmaya sürekli değişkenlerle yürütülebilecek diğer geleneksel tekniklerden daha çok ihtiyaç duyar (Jöreskog, 2005). YEM' de kullanılan indikatörlerin kategorik olması durumunda sürekli değişkenler için olan geleneksel ölçüm modellerini modifiye etmek gerekir. Ancak yapısal model temel olarak sürekli durumdaki gibi de kalabilir (Skrondal and Rabe-Hesketh, 2005).

4.2. Polychoric Korelasyon

Pearson katsayısı sınıflandırma ve dönüşüm hataları içerdiğinden bazı yazarlar tarafından polychoric korelâsyonlar önerilmiştir (Jöreskog, 1990; Olsson, 1979; Olsson, Drasgow and Dorans, 1982; Coenders et al., 1997). Polychoric korelâsyon ilk olarak Karl Pearson tarafından 1901' de ikili ham değişkenlerin ilişkilerini açıklamak amacıyla kullanılmıştır. 1922 yılında *Biometrika*'da Karl Pearson ve oğlu Egon Pearson, tarafından 1901 yılında "polychoric korelasyon katsayıları" nı hesaplamak için geliştirilen orijinal yöntemi genelleştirmişlerdir (Mulaik, 2009). Polychoric korelasyon değişkenlerin temelde sürekli ve doğrusal ilişkili olduğu durumlarda kullanılır (Holgado-Tello et al., 2010).

"z_1" ve "z_2"nin "m_1" ve "m_2" kategoriden oluşan ordinal değişkenler olduğunu varsaydığımızda bu değişkenlerin örneklemdeki dağılımları kontenjans tabloları ile gösterilir.

$$\begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} & \cdots & n_{1m_2} \\ n_{21} & n_{22} & \cdots & n_{2m_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{m_11} & n_{m_12} & \cdots & n_{m_1m_2} \end{pmatrix} \qquad (46)$$

Eşitlik 46' da n_{ij} z_1 değişkenindeki i kategorisinin ve z_2 değişkenindeki j kategorisinin durumlarının sayısını gösterir. Temel değişkenler "z_1^*" ve "z_2^*" sıfır ortalamalı ve birim varyanslı normal değişkenlerdir. Bu durumda z_1^* ve z_2^* ρ korelâsyonuyla standart iki değişkenli normal dağılım gösterdiğini varsaymak doğaldır (Jöreskog, 2005). Ancak, z_1^* ve z_2^*' ın tek değişkenli marjinal normalliğinin aksine z_1^* ve z_2^*' ın iki değişkenli marjinal normalliği iki değişkenli marjinal verilerle test edilebilir.

z_1^* ve z_2^*' ın tek değişkenli normal dağılıma sahip olduğu varsayıldığında aralarındaki korelasyon polychoric korelasyon katsayısı olarak adlandırılır (Jöreskog and Sörbom, 2001). Polychoric korelâsyon temel değişkenler z_1^* ve z_2^*'ın iki değişkenli normal dağılımındaki ρ korelâsyonudur. Bu korelasyon m_1 ve m_2' in 2 olması durumunda ise tetrachoric korelâsyon adını almaktadır.

$\tau_1^{(1)}, \tau_2^{(1)}, \ldots, \tau_{m1-1}^{(1)}$'in z_1^*' a ait, $\tau_1^{(2)}, \tau_2^{(2)}, \ldots, \tau_{m2-1}^{(2)}$' ın ise z_2^*' a ait thresoldlar olduğunu düşünürsek polychoric korelâsyon multinominal dağılımın maksimum log-olabilirliğiyle kestirilebilir.

$$\text{InL} = \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{j=1}^{m_2} n_{ij}\, log\pi_{ij}(\theta), \tag{47}$$

burada

$$\pi_{ij}(\Theta) = \Pr[z_1 = 1, z_2 = 1] = \int_{\tau_{i-1}^{(i)}}^{\tau_i^{(i)}} \int_{\tau_{j-1}^{(j)}}^{\tau_j^{(j)}} \phi_2(u,v)dudv \tag{48}$$

ve

$$\phi_2(u,v) = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1-p^2)}} e^{-\frac{1}{2(1-p^2)}(u^2 - 2puv + v^2)} \tag{49}$$

ρ korelâsyonlu standart iki değişkenli yoğunluk fonksiyonudur (Jöreskog, 2005).

Bu model $m_1 m_2$ olasılıkları $\pi_{ij}(\Theta)$' in, iki değişkenin eşik değerlerini ve ρ korelâsyonunu içeren parametre vektörünün bir fonksiyonu olarak tanımlanmasıyla açıklanmaktadır.

$$\Theta = (\tau_1^{(1)}, \tau_2^{(1)}, \ldots, \tau_{m1-1}^{(1)}, \tau_1^{(1)}, \tau_2^{(1)}, \ldots, \tau_{m2-1}^{(1)}, \rho) \tag{50}$$

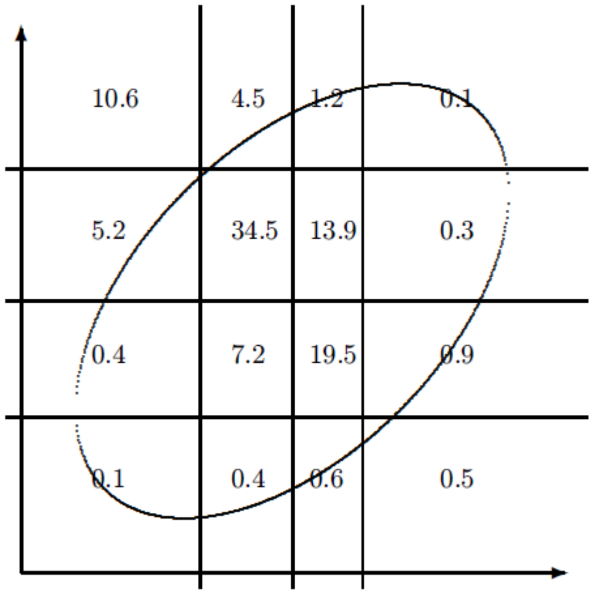
En büyüklenen InL en küçüklenen uyum fonksiyonuyla eşit değerdedir.

$$F(\Theta) = \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{j=1}^{m_2} p_{ij}\left[Inp_{ij} - In\pi_{ij}(\theta)\right] = \sum_{ij} p_{ij}\left[In[p_{ij}/\pi_{ij}(\theta)]\right] \tag{51}$$

Eşitlik 51' de $p_{ij} = n_{ij}/N$ olarak ifade edilen örneklem oranıdır.

Polychoric korelâsyonlar gerçek değişkenlerden hesaplanan korelasyonlar değildir, z^* temel değişkenlerinin teorik korelasyonlarıdır (Jöreskog and Sörbom, 2001).

Polychoric korelâsyonun tahmini Şekil 4.1' de verilmiştir. Burada verilen numaralar örneklem oranları ve dikey ve yatay çizgiler ise eşik değerleri göstermektedir. Elips korelâsyonlu standart iki değişkenli normal dağılımı ifade eder. Bu örneklem oranlarına uydurulabilir (Jöreskog, 2005).



Şekil 4.1. Polychoric korelâsyonun tahmini (Jöreskog, 2005)

Polychoric korelâsyonlarla asimptotik kovaryans matrislerini de tahmin etmek mümkündür.

Asimptotik kovaryans matrisi

Asimptotik kovaryans matrisi faktör yüklerinin normalleştirilmiş varimax-rotasyonunu tahmin etmek ve ham döndürülebilir varimax faktör yüklerini tahmin etmek için Archer ve Jennrich (1973) ve Jennrich (1974) tarafından geliştirilen kovaryans matrisinin genişletilmesi ile geliştirilmiştir (Kaiser, 1958; Neudecker, 198; Hayashi and Sen, 1997).

Yapısal eşitlik modellemelerinde en yaygın kullanılan parametre tahmin yöntemleri en çok olabilirlik ve genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemidir. Ancak bu yöntemler normal dağılım gösteren sürekli değişkenler için uygundur. Bir diğer probleme neden olacak nokta örneklem hacmidir. Normal dağılmış bir veri için genel olarak örneklem hacmi 100 sayısı asgari, 200 sayısı tercih edilebilir sınırlar olarak kabul edilmektedir (Tanaka et al., 1990; Şimşek, 2007). Kline (2005) ve Schumacker ve Lomax' a (1996) göre gözlenen değişken sayısının on katı civarında bir denek sayısı verinin normal dağıldığı ve değişkenler arasındaki ilişkilerin göreceli olarak yüksek olduğu modellerde yeterli olarak kabul edilmektedir. Normal dağılım göstermeyen ve ordinal/kategorik değişkenler için ağırlıklı en küçük kareler (WLS) ve Robust Maximum Likelihood yönteminin kullanılması önerilir (Jörekog and Sörbom, 2001). Önerilen bu analizler için değişkenlerin yapısına bağlı olarak polychoric korelasyon, polyserial korelasyon ve Pearson korelasyonları gibi korelasyonlar elde edilir. Ancak sadece bu korelasyonların hesaplanması yeterli olmadığından bu korelasyonlardan yola çıkılarak asimptotik kovaryans matrisleri türetilir.

Muthen (1984) gözlenen kovaryans matrisindeki artıksız elemanların vektörü(S)'nin asimptotik kovaryans matrisinin tutarlı bir kestiricisini Eşitlik 52' de belirtmiştir.

$$\hat{V}(\mathrm{s}) = \hat{B}^{-1} \sum_{i=1}^{n} \partial \widehat{L(i)}/\partial\sigma \, \partial\widehat{L(i)}/\,\partial\sigma' \, \hat{B}^{-1'} \tag{52}$$

Burada;

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} \hat{B}_{11} & 0 \\ \hat{B}_{21} & \hat{B}_{22} \end{pmatrix} \tag{53}$$

Eşitlik 53' te, j(j=1, 2,…,p) bloğunun Eşitlik 54' te verilen şekilde olduğu durumda B_{11} çapraz (köşegen) bloğunu ifade etmektedir.

$$\sum_{i=1}^{n} \begin{bmatrix} \partial l_{ij}\,/\partial\tau_j \\ \partial l_{ij}\,/\partial\pi_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial l_{ij}\,/\partial\tau_j \\ \partial l_{ij}\,/\partial\pi_j \end{bmatrix}' \tag{54}$$

l_{ij}; i' ye özgün ve j değişkeni için log olabilirlik elemanını, l_{ijk}; gözlenen i' nin log olabilirlik elemanını, π_j; y_j değişkeni için q boyutlu eğim olasılıklarını; p_{jk}; y_i ve y_k için artık korelasyonları göstermektedir. Bu durumda B_{21}' in sıfır olmayan elemanları;

$$\sum_{i=1}^{n} \partial l_{ijk}\,/\partial p_{jk} \left[\partial l_{ij}\,/\partial\tau_s \;\; \partial l_{ij}\,/\partial\pi_s\right] \tag{55}$$

ve B_{22} Eşitlik 56' da verilen elemanlarla köşegendir;

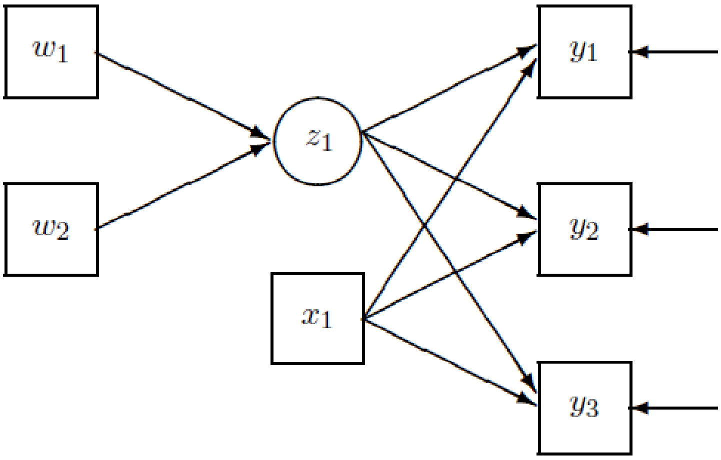
$$\sum_{i=1}^{n}\left(\partial l_{ijk} / \partial p_{jk}\right)^2 \qquad (56)$$

Asimptotik kovaryans matrisleri ile doğru sonuçlar elde edilebilmesi için geniş bir örneklem kullanılmalıdır. WLS kullanılarak küçük örneklemler için tahmin edilen asimptotik kovaryans matrisi yarardan çok zarar getirebilir. Eğer örneklem hacmi doğru bir asimptotik kovaryans matrisi kestirimi için yeterince büyük değilse ML veya GLS yöntemlerini kullanmak daha iyi olacaktır (Jörekog and Sörbom, 2001). Asimptotik kovaryans matrisi LISREL, SIMPLIS ve PRELIS gibi programlar yardımıyla elde edilebilmektedir. Asimptotik kovaryans matrisini iki farklı yolla hesaplanabilir. (a) Ağırlıklandırılmış en küçük kareler metoduna (WLS) göre ağırlık matrisini elde edilebilir, (b) standart hataları ve uyum istatistiklerini kullanarak normallik teorisine göre hesaplanan ağırlık matrisinde düzenlemeler yaparak elde edilebilir (Schumacker and Lomax, 2004).

4.3. Ordinal Model

Bazı durumlarda özellikle verilerin anketlerle elde edildiği çalışmalarda değişkenler ordinaldir, örneğin yanıtlar farklı sıralı kategorilerde sınıflandırılmışlardır (Jörekog and Sörbom, 2001). İlgilenilen çoğu değişkenin kavramsal olarak sürekli olduğu buna rağmen ölçüm aletlerinin ayrık olabildiği ve sadece ordinal özelliklerinin olduğu bu yaklaşım sosyal bilimler için sıklıkla geçerlidir (Coenders et al., 2011).

Üç ordinal değişken ve üç kovaryanstan oluşan modelin path diyagramı Şekil 4.2' de verilmiştir. Path diyagramında y_1, y_2 ve y_3 olarak gösterilen gözlenen ordinal değişkenler tek gizil değişken z_1'in indikatörleridir. x_1 ise gözlenen kovaryansı göstermektedir. x_1' den y_1' e olan direkt ok y_1 değişkeni için eşik değere izin vermektedir. Bu değer farklı x_1 değişkenleri için farklı değerler alır. w_1 ve w_2 ise z_1 gizil değişkeni üzerinde etkisi olan değişkenlerdir. w_1 değişkeninin iki kategoriden oluştuğu varsayıldığında w_1' den z_1' e olan direkt ok gizil değişken z_1' in ortalamasının w_1 değişkeni tarafından tanımlanan iki grup arasında farklılık olmasına izin verir. Verilen path diyagramında x_1' den y değişkenlerine oklar olması durumunda x_1' den z_1' e ok olamaz. Ayrıca x_1 ve w arasında bir uyum ve korelasyon olmalıdır. Şekil 4.2' de modellenebilecek tüm ilişkiler gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Örnek bir path diyagramı (Moustaki et al., 2004)

Gizil değişken modelleri kullanılarak ordinal değişkenlerin analizinde temel değişken yaklaşımı (UVA) ve madde yanıt kuramı yaklaşımı (IRTA) olmak üzere iki önemli yaklaşım vardır.

4.3.1. Temel değişken yaklaşımı

Bu analizin YEM yaklaşımındaki temel elemanı belirteçlerin korelasyon veya kovaryans matrisleridir (Moustaki et al., 2004). Her ordinal değişken "y" için, ortalaması μ_{y*} ve varyansı $\sigma_{y*}{}^2$ olarak normal dağılım gösteren temel sürekli değişkenin "y*" olduğu varsayılmaktadır. "y" terimi yerine "z" ve "y*" terimi yerine "z*" terimi de kullanılmaktadır. Bu z* sürekli değişkeni $-\infty$ ile $+\infty$ arasında değer aldığı varsayılır ve temel ordinal yanıtın z için tutumunu temsil eder (Jöreskog, 2005). "y*" bir gözlem değişkeni değildir YEM' de kullanılabilen temel değişken y*' a metrikten ordinal değişkene kadar değer atanabilir. "y" nin metrik bir ölçümü yoktur. Doğrusal ilişkilerde bu tarz değişkenleri kullanmak için uygun temel değişken y* kullanılır (Jöreskog and Sörbom, 2001).

y* değeri önemli bir noktaya ulaştığında threshold (eşik) değeri adını alır. m sayıda kategori içeren bir model için m-1 tane threshold (eşik) değeri bulunmaktadır (Muthen, 1984; Bollen, 1989; Jöreskog, 1994; Moustaki et al., 2001; Jöreskog and Mavridis, 2004; Flora and Curran, 2004). Threshold (eşik) değeri "τ" olarak sembolize edilir. Eşik değer ile y* arasındaki ilişki şu şekilde özetlenebilir;

$$\text{Gözlenen değişken } Y=\begin{cases} y *\leq \tau \text{ olduğunda } 0 \\ y *> \tau \text{ olduğunda } 1 \end{cases} \quad (57)$$

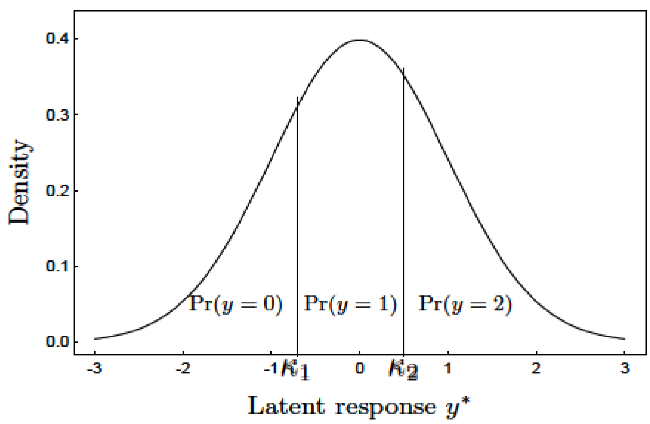
Burada kavramsal olarak yapılan, gizil eşikleri kestirmek ve bunlara ilişkin yanıt kategorilerinin gözlenen çapraz-sınıflamasını modellemektir (Rupp et al., 2005). y' nin 1' den m kadar belirlenmiş m kategoriden oluştuğu varsayılırsa y ve y* arasındaki ilişki $-\infty = \tau_0 < \tau_1 < \tau_2 < \ldots < \tau_{m-1} < \tau_m = +\infty$ olduğu durumda;

$$y=i \iff \tau_{i-1} < y^* < \tau_i \qquad i=1, 2,..., m \quad (58)$$

Eşitlik 58' de verilen şekildedir. "y=i" y' nin sıralı kategori i' ye ait olduğu anlamına gelmektedir (Jöreskog, 1994). Daha açık gösterimle bir ordinal y* göstergesi için Eşitlik 59 geçerlidir (Yılmaz ve Çelik, 2009; Skrondal and Rabe-Hesketh, 2005).

$$y^* = \begin{cases} 1, & y_1^* \leq \tau \\ 2, & \tau_1 \leq y_1^* \leq \tau_2 \\ \vdots & \vdots \\ m-1, & \tau_{m-2} \leq y_1^* \leq \tau_{m-1} \\ m & \tau_{m-1} \leq y_1^* \end{cases} \quad (59)$$

Değişkenlerin ordinal olmasından ötürü y*' ın monoton dönüşüm şekli normal dağılım gösterir. y* için sürekli dağılım seçilmesi durumunda yoğunluk fonksiyonlu (ϕ(u)) ve dağılım fonksiyonlu (Φ(u)) sürekli değişken monoton dönüşümle normal dağılıma dönüştürülebilir. Yoğunlukla gizil değişken arasındaki ilişkinin normal dağılım gösterdiği eşik değer modelinin üç kategorili ordinal değişkenli gösterimi Şekil 4.3' te gösterilen şekildedir.



Şekil 4.3. Üç kategorili ordinal yanıt için eşik değer modeli (Skrondal and Rabe-Hesketh, 2005)

Jöreskog' a (2005) göre i kategorisindeki bir yanıtın olasılığı Eşitlik 60' da gösterildiği gibidir.

$$\pi_i = \Pr[z=i] = \Pr[\tau_{i-1} < y^* < \tau_i] = \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \phi(u)du = \Phi(\tau_i) - \Phi(\tau_{i-1}) \qquad (60)$$

Böylelikle,

$$\tau_i = \Phi^{-1}(\pi_1 + \pi_2 + \ldots + \pi_i), \qquad i=1,\ldots, m-1 \qquad (61)$$

Eşitlik 60 ve Eşitlik 61' de, miktar yani "($\pi_1 + \pi_2 + \ldots + \pi_i$)" i kategorisindeki cevapların olasılıklarını veΦ^{-1} normal dağılım fonksiyonunun tersini ifade etmektedir. π_i olasılıkları bilinmeyen kitle miktarlarıdır. π_i, i kategorisindeki yanıtları p_i yüzdeleriyle tahmin edilebilmektedir (Flora and Curran, 2004; Yılmaz ve Çelik, 2009). Bu durumda eşik tahminleri Eşitlik 62 ile bulunur.

$$\hat{\tau}_i = \Phi^{-1}(p_1 + p_2 + \ldots + p_i), \qquad i=1,\ldots, m-1 \qquad (62)$$

Cudeck et al.' a (2001) göre, i ve j değişkenlerinin tek değişkenli ve iki değişkenli marjinal modelleri sırasıyla;

$$\pi_a^{(i)}(\Theta) = \int_{\tau_{a-1}^{(i)}}^{\tau_a^{(i)}} \phi(u)du, \qquad (63)$$

$$\pi_{ab}^{(ij)}(\Theta) = \int_{\tau_{a-1}^{(i)}}^{\tau_a^{(i)}} \int_{\tau_{b-1}^{(j)}}^{\tau_b^{(j)}} \phi_2\,(u, v;\ \rho ij)dudv, \qquad (64)$$

Eşitlik 63 ve Eşitlik 64' te $\phi(u)$, standart normal yoğunluk fonksiyonunu; $\phi_2(u, v; \rho_{ij})$, ρ korelasyonuyla standartlaştırılmış iki değişkenli normal dağılımın yoğunluk fonksiyonunu; Θ ise parametre vektörünü göstermektedir.

$$\Theta = \Theta_{ij} = (\tau_1^{(i)}, \tau_2^{(i)}, \ldots, \tau_{mi-1}^{(i)}, \tau_1^{(j)}, \tau_2^{(j)}, \ldots, \tau_{mj-1}^{(j)}, \rho_{ij}) = (\tau_i, \tau_j, \rho_{ij}) \qquad (65)$$

Eşitlik 65' te verilen parametre vektörü ρ polchoric korelasyon ve iki değişkene ait eşiklerden meydana gelmiştir (Cudeck et al., 2001; Yılmaz ve Çelik, 2009). InL' nin en büyüklenmesiyle en küçüklenmiş uyum fonksiyonu elde edilecektir. Cudeck et al. (2001), Jöreskog (2005) ve Yılmaz ve Çelik (2009) $p_{ij}= n_{ij}/N$'nin örneklem oranını gösterdiği durumda F(Θ)' nu Eşitlik 66' da verilen şekilde göstermişlerdir.

$$F(\Theta) = \text{InL}(\rho)\ N \sum_{a=1}^{m_i} \sum_{b=1}^{m_j} p_{ab}^{(ij)} In\pi_{ab}^{(ij)} \qquad (66)$$

PIRELIS-LISREL yaklaşımı (PLA) ile bu parametre tahminleri üç adımda yapılabilmektedir. Cudeck et al.' a (2001) göre bu adımlar;

1. Adım: İki değişkenli marjinal dağılımlardan eşik değerleri tahmin etmek.

2. Adım: Verilen eşik değerler için, tek değişkenli marjinal dağılımlardan polychoric korelasyonları tahmin etmek

3. Adım: Polychoric korelasyonlardan faktör yüklerini hesaplamaktır.

Bu adımlardan ilk ikisi tek bir PRELIS döngüsüyle üçüncü adım ise tek bir LISREL döngüsüyle gerçekleştirilebilir. Tek değişkenli ve iki değişkenli bilgileri kullanan PLA ile üç adımlı modele benzer olan bir diğer yöntem ise temel iki değişkenli normallik (UBN) yaklaşımıdır. Jöreskog ve Moustaki (2000)' de yer verilen bu yöntemin diğerinden farkı ise kestirimi tek basamakta yapmasıdır. UBN yaklaşımı aynı anda tüm tek değişkenli ve iki değişkenli uyum fonksiyonlarının toplamını en küçükler (Cudeck et al., 2001).

$$F_{\text{UBN}}(\theta)=\sum_{i=1}^{p} \sum_{a=1}^{m_i} p_a^{(i)} In\left[p_a^{(i)}/\pi_a^{(i)}(\theta)\right] + \sum_{i=2}^{p} \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{a=1}^{m_i} \sum_{b=1}^{m_j} p_{ab}^{(ij)} In[p_{ab}^{(ij)}/\pi_{ab}^{(ij)}(\theta)] \qquad (67)$$

Eşitlik 67' de $p_a^{(i)}$, i değişkeninin tek değişkenli marjinalindeki a kategorisinin örneklem oranını; $p_{ab}^{(ij)}$, i ve j değişkenlerinin iki değişkenli marjinalindeki a ve b kategorilerinin örneklem oranını ve $\pi_a^{(i)}(\Theta)$ ile $\pi_{ab}^{(ij)}(\Theta)$ sırasıyla i ve j değişkenlerinin tek değişkenli ve iki değişkenli marjinalleri modellerini gösterir.

4.3.2. Madde yanıt teorisi yaklaşımı

Madde yanıt teorisi yaklaşımında örneklem üyelerinin tüm yanıt modelleri analizin elemanıdır (Moustaki et al., 2004). Bu yaklaşımda gizil değişkenler dönüştürülebilme avantajlarından dolayı normal dağılım gösteren bağımsız değişkenlerden seçilir.

Modelde ilk olarak y değişkenleri ile z gizil değişkenleri ve x kovaryansları arasındaki bağlantılar belirlenmelidir. x kovaryanslarıyla z değişkenleri direkt olarak ordinal indikatörlere etki eder. Ayrıca kovaryans vektörü w ise gizil değişken vektörü z'yi etkilemektedir. Belirli bir "s" kategorisi içindeki yanıt olasılığı iki kümülatif olasılık arasındaki fark olarak tanımlanmaktadır (Moustaki et al., 2004).

$$\pi_{is}(z,x) = \gamma_{is}(z,x) - \gamma_{i,s-1}(z,x), \qquad i=1, 2,\ldots,p;\ s=1, 2,\ldots,c_i \tag{68}$$

Eşitlik 68' de c_i kategori sayısını ve γ_{is}(z,x) s kategorisinin kümülatif yanıt olasılığını göstermektedir.

$$\gamma_{is}(z,x) = \pi_{i1}(z,x) + \pi_{i2}(z,x) + \cdots + \pi_{is}(z,x) \tag{69}$$

Kümülatif olasılık γ_{is}(z,x), Eşitlik 69' da verildiği gibi gizil değişken z ve gözlenen kovaryans x' in bir fonksiyonu olarak modellenmektedir.

$$\text{link}[\gamma_{is}(z,x)] = \text{link}P(y_i \leq s|z,x) = \alpha_s^{(i)} - \sum_{j=1}^{q} \alpha_{ij} z_j + \sum_{l=1}^{r} \beta_{il} x_l \tag{70}$$

$$i=1, 2,\ldots,p;\ s=1, 2,\ldots,c_i \tag{71}$$

Eşitlik 70' de $\alpha_s^{(i)}, \alpha_{ij}$ ve β_{il} tahmin edilecek parametrelerdir ancak notasyon kolaylığı için sadece γ_{is} kullanılmaktadır. $\alpha_s^{(i)}$ kesim noktaları; α_{ij} ayrım parametreleri veya faktör yükleri ve β_{il} regresyon katsayılarını ifade etmektedir. y' nin tüm yanıtları gösterdiğini düşünürsek f(y|x) belli/açık değişken y'nin yoğunluk fonksiyonunu göstermektedir.

$$f(y|x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} g(y|z,x)h(z|w)dz \tag{72}$$

Eşitlik 72' de $g(y|z,x)$ z ve x verildiğinde y'nin koşullu yoğunluk fonksiyonunu ve $h(z|w)$ z'nin w üzerindeki koşullu yoğunluk fonksiyonunu göstermektedir. Moustaki et al. (2004)' e göre gizil değişkenlerin normal dağılımlı bağımsız değişkenler olduğu, kovaryans x' in uyumlu olduğu varsayılmaktadır. Modelde yer alan integraller Gauss-Hermite quadrature noktaları, adapte edilmiş quadrature, Laplace yaklaşımı ve Monto Carlo yöntemlerinden yararlanılarak hesaplanabilir.

“p” gözlenen bağımsız değişkenleri temsil ettiğinde, belli bir y_i maddesinin koşullu olasılığı (y_i|z,x) aşağıdaki eşitliklerde verildiği gibi olacaktır.

$$g(y|z,x) = \prod_{i=1}^{p} g(yi|z,x) \quad (73)$$

$$g(y_i|z,x) = \prod_{s=1}^{c_i} \pi_{is}(z,x)^{y_{i,s}} = \prod_{s=1}^{c_i}(\gamma_{is}(z,x) - \gamma_{i,s-1}(z,x))^{y_{i,s}} \quad (74)$$

Eşitlik 73 ve Eşitlik 74’ te $y_{i,s}$=1 ise y_i yanıtı s kategorisinin içerisindedir, $y_{i,s}$= 0 ise değildir (Moustaki et al., 2004).

Rastgele bir örneklem hacmi “N” için log-olabilirlik Eşitlik 75’ te verilen şekilde hesaplanır (Cudeck et al., 2001):

$$L = \sum_{h=1}^{N} log f(y_h) = \sum_{h=1}^{N} log \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} g(y|z,x)h(z|w)dz \quad (75)$$

Ordinal değişkenli yapısal eşitlik modellerinde kullanılan tekniklerin karşılaştırılmasında genellikle Monte Carlo simülasyon tekniği kullanılmaktadır. Monte Carlo kullanılmasının en önemli sebebi bu tür çalışmalarda probleme uygun deney tasarımlarına olanak sağlamasıdır.

BÖLÜM 5

MONTE CARLO BENZETİMİ

Monte Carlo simülasyonları araştırmacılara verilen istatistiklerin davranışlarını izleme yeteneği verir (Stephenson and Holbert, 2003). Monte Carlo benzetimleri (simülasyonları) yapısal eşitlik modelleri için istatistiksel tahminleyicilerin geliştirilmesinde yaygın hale gelmiştir (Paxton et al., 2009). YEM' de yer alan iyi uyum kriterlerinin örneklem dağılımlarının bilinmemesi Monte Carlo çalışmalarına ihtiyacı ortaya koymuştur. Harwell, Stone, Hsu ve Kirisci (1996)' ya göre "Monte Carlo" terimi ilk kez Metropolis ve Ulam (1949) tarafından yapılan benzetim çalışmasına uygulanmıştır (Bandalos, 2006).

Yapısal eşitlik modellerinde uygulanan Monte Carlo çalışmalarına Anderson ve Gerbing' in (1984) uyum indekslerini, yakınsamazlığı ve yanlış çözümleri incelemesi; Curran, West ve Finch' in (1996) olabilirlik oranı test istatistikleri çalışması; Hu ve Bentler' in (1999) uyum iyiliği istatistikleri için kesim kriterlerinin analizi; Muthén ve Kaplan' ın (1985, 1992) yapısal eşitlik model tahminlerinde kaba kategorize etkilerinin çalışması örnek verilebilir (Muthén and Muthén, 2002). Serlin (2000) Monte Carlo çalışmalarının yararını şu şekilde tanımlamıştır: "araştırmacılara süreçlerde karşılaşılmayan temel yaklaşımların tasarım koşulları altında uygun analitik süreçleri seçmede gerekli olan bilginin sağlanması" (Bandalos, 2006).

YEM araştırmacıları Monte-Carlo benzetimlerini istatistiksel tahminleyicilerin gücünü ve nonnormallik varsayımı altında çeşitli uyum indekslerinin performanslarını incelemek için kullanırlar (Chou et al., 1991; Sharma et al., 1989; Reinartz et al., 2002). Bu benzetim çalışması sayesinde tahminleyiciler ve uyum iyiliği kriterleri iyi bir şekilde bulunur. Bir tahminleyicinin performansına parametre tahminleyici sapmaları, standart hata sapmaları ve yakınsama ile karar verilir (Muthén and Muthén, 2002). Monte Carlo araştırmaları özellikle iki durum içim kullanışlıdır. Fan ve Fan' a (2009) göre bu durumlar: varsayım ihlallerinin sonuçlarının değerlendirilmesi ve henüz teorik örneklem dağılımları olmayan örneklem istatistikleri için bilgi sağlanmasıdır. Bunun yanı sıra her durumda Monte Carlo çalışmaları uygulanmaz yerine alternatif yöntemler kullanılır. Harwell ve ark.' na (1996) göre Monte Carlo çalışmaları sadece problemin analitik olarak çözülemediği durumlarda kullanılır Monte Carlo çalışmalarının yürütülebilmesi için birçok kısıt bulunmaktadır. İlki çalışılacak modelin ve modele uygun olarak teorik veya önceki çalışmalarla elde edilebilecek kitle değişkenlerinin parametrelerinin seçilmesidir. Önceki çalışmalar doğrultusunda yapılan tahminler Monte Carlo çalışmalarında kitle parametreleri için ulaşılabilen en iyi tahminlerdir (Muthén and Muthén, 2002). Ancak bu durum Monte Carlo çalışmalarının önceki çalışmaların içerdiği tüm sınırlılıkları içermesine neden olacağından bir dezavantajdır. Diğer bir olumsuz yönü ise Monte Carlo çalışmalarının koşulların temsilini gerektirmesine rağmen gerçekte elde edilen verilerin temsile uygun olmaması durumunda modelin kullanışlılığı sınırlanacaktır.

Monte Carlo çalışmalarında rassal değişkenlerin dağılımlarının olasılıkları simüle edilmiş rassal sayılar kullanılarak araştırılmaktadır (Gentle, 1985). Monte Carlo çalışmalarında kullanılan veriler parametre verileri hipoteziyle bir kitleden türetilmektedir. Genel olarak büyük örneklem boyutu tercih edilir. Parametre değerleri ve standart hataların ortalaması örneklem üzerinden hesaplanır.

Bandalos' a (2006) göre Monte Carlo çalışmaları aşağıda belirtilen koşullar için aydınlatıcıdır:

- Bazı yaklaşımların ihlali;
- Normallik
- Gözlenen değişkenlerin devamlılığı
- Model misspesifikasyonu
- Etkilerin doğrusal olmayışı
- Bazı konuların araştırılması;
- Küçük örneklemlerin istatistiklere dayalı asimptotik davranışı
- Çok sayıdaki model parametreleri tahmininin etkileri
- Kovaryans matrisi yerine korelasyon matrislerinin analiz edilmesinin etkileri
- Hiçbir matematiksel dağılımın olmadığı durumlar için model uyum iyiliği istatistiklerinin özellikleri.

5.1. Monte Carlo Benzetiminin Basamakları

Paxton et al. (2009) yapısal eşitlik Monte Carlo analizinin planlanması ve uygulamasını dokuz adımda özetlemişlerdir:

1. Teorik olarak türetilmiş bir araştırma sorusu geliştirme,
2. Geçerli bir model oluşturma,
3. Belirli deneysel koşulları tasarlama,
4. Kitle parametreleri değerlerini seçme,
5. Uygun yazılım paketini seçme,
6. Simülasyonları gerçekleştirme,
7. Dosyaları saklama,
8. Sorun giderme ve doğrulama,
9. Sonuçları özetleme.

Bu basamaklar alt bölümlerde ayrıntılı olarak incelenecektir.

5.1.1. Teorik olarak türetilmiş bir araştırma sorusu geliştirme

Bir benzetim çalışması için soruların kalitesi oldukça önemlidir. Benzetimin geçerliliği ve yararlılığı sorunun kalitesiyle bağlantılı olarak değişim göstermektedir. Monte Carlo çalışmalarında, genel şartlar ilgilenilen araştırma sorusunun cevabının analitik çözümünün olmaması ve kitle çalışmalarının soruların cevaplanmasında yeterli olmamasıdır (Bandalos, 2006).

Bu basamakta Monte Carlo çalışmalarının neden analitik veya kitle istatistikleri bakımından yetersiz olduğu ve araştırma sorusunun istatistiksel teorilerle nasıl bağlantılı olduğu belirtilmelidir. Monte Carlo benzetimlerinin analizi ve tasarımı için güçlü bir teorik yapının bulunmayışı büyük bir eksiktir. Güçlü bir teorinin olmadığı durumlarda benzetimler samanlıkta iğne aramaya benzer (Paxton et al., 2009). Monte Carlo benzetimini güçlü bir teoriye bağlı olmayışı ilgilenilen araştırma sorularının istatistiksel teorilere sıkı bir şekilde bağlanmamasına yol açar. Ayrıca benzetim amaçlanan hedefe yönelik ampirik verileri sağlamaya çalışan bir model gibi düşünülür.

Model parametreleri, standart hatalar ve uyum indislerini oluşturmada uygun tahmin sorusu için ML gibi YEM' de yaygın olarak kullanılan tahminleyiciler verilerin süreklilik ve normalliğini gerektirmektedir (Bandalos, 2006). Mplus bilgisayar programı yardımıylaχ^2 modeli ile ilişkili yeni bir ağırlıklandırılmış en küçük kareler tahminleyicisi geliştirilmiştir. Bu tahminleyici (WLSMV) ortalama ve varyanslara dayanmaktadır.

ML, GLS ve WLS tahminleyicileri arasında karşılaştırma yapan bir çalışmada Muthen ve Kaplan (1992) WLS' nin daha büyük modellerle performansı bozulduğunu bulmuşlardır (Bandalos, 2006). WLSMV tahminleyicisi ile ilgili Muthen, du Toit ve Spisic (baskıda), Yu ve Muthen (2002) ve Arnold-Berkovist (2002) çalışmalar yapmıştır. WLSMV ile yaptıkları çalışmalar sonucunda küçük örneklem hacmi ve normal dağılım göstermeyen veriler kullanıldığında sapmalar olduğunu bulmuşlardır. Yapılan çalışmalarda WLSMV tahminleyicileri 100 ile 1000 aralığında örneklem hacimlerine uygulanmıştır (Bandalos, 2006).

5.1.2. Temsili model oluşturulması

Bu basamak için araştırmacıların YEM için yapılmış olan Monte Carlo uygulamalarını inceleyerek amaçları doğrultusunda bir sonraki sonuçları elde etmelidir. Model seçiminde tipik olarak ilgilenilen dört konu; model tipi, model boyutu, model karmaşıklığı ve model parametreleridir (Bandalos, 2006).

Öncelikle modelin yapısı belirlenmelidir. Model yapısı gözlenen değişkenli path analizi, DFA veya YEM arasından seçilir. Bu analizlerden tek biri modelde yer alabileceği gibi iki tanesi de kullanılabilir ancak Monte Carlo çalışmalarında tek bir modelin kullanılması uygulamanın genelleştirilmesini daha kolay kılar. Çapraz-yüklerin tanımlanmış olması ölçüm modelinin açık olmadığını ifade eder (Paxton et al., 2009). Bu nedenle çapraz yüklerin etkileri araştırılmak istenildiğinde daha çok DFA tercih edilir. Ancak araştırmacılar şunu unutmamalıdırlar ki, YEM' de genel olarak kullanılan tahminleyicilerin tam bilgiler eşliğinde olması, bir parametrenin modeli etkileyen tahminleri modelin beklenmedik olabilen diğer bölümlerine de yayılabileceği anlamına gelir (Kaplan, 1988; Bandalos, 2006). YEM ile yapılan bazı Monte Carlo çalışmaları CFA modelleri ile yapılmıştır, araştırılan 62 Monte Carlo çalışmasında Hoogland ve Boomsma (1998) %89' unun CFA modellerini kullandığını bulmuştur (Bandalos, 2006).

Kitle modeli elde etmek için uygulanmış yöntemsel literatürler incelenerek model ve parametrelere karar verilir veya gerçek veri setinden bir kitle seçerek uyumlu bir model olarak kitle modeli oluşturur. İlk yöntem daha sık kullanılmaktadır. Birinci yöntemde ilgilenilen durumun koşulları incelenerek deneyimsel olarak model ve özellikleri yönlendirilebilir. Ancak yapısal modelin gerçek koşulları yansıtmıyor oluşu bir dezavantajdır. İkinci yöntemde ise bu durumların tersi söz konusudur.

Modelin yapısının belirlenmesinin ardından modelin boyutu, gizil faktörlerin sayısı ve model boyutunu belirleyen tüm faktörler için gereken indikatör sayısına karar verilmelidir. Model boyutu belirlenirken modelin serbestlik derecelerinden yararlanılabilir. Model boyutu YEM Monte Carlo çalışmalarında büyük önem taşıdığından seçimi iyi yapılmalıdır. Çoğu durumda en iyi yaklaşım yükleme kaybına yol açabilecek bir yaklaşım olan model boyutunu çalışma tasarımındaki bağımsız değişkenlerden biri olarak çeşitlendirmektir. Kategorik verilerin tahmini için en küçük modelin tahmin edilebilmesi için 17 parametreye (6 faktör yükü+1 faktör korelasyonu+ 8 eşik değer+2 faktör varyansı) sahip olmalıdır (Bandalos, 2006). Bu durum sadece iki kategorili veriler için uygundur. Kategori veya eşik değer sayılarının artması daha çok tahminleme gerektirir.

Faktör yükleri boyutunu seçmek için araştırmacılar indikatör güvenilirliğini göz ardı etmemelidir.

$$\frac{\lambda_i^2}{\lambda_i^2+\theta_{ii}} \qquad (76)$$

Eşitlik 76' da λ_i^2 ve θ_{ii} sırasıyla standardize edilmemiş faktör yüklerini ve i. indikatörün hata varyansını göstermektedir (Bandalos, 2006). Bu değer aynı zamanda standardize edilmiş yüklerin karesiyle eşittir. Hoogland ve Boomsma (1998)' e göre standartlaştırılmış faktör yükleri boyutu 0.3 ile 1 arasında olmalıdır.

Model boyutu ile ilişkili olan model karmaşıklığı genellikle modeldeki serbest parametre sayısıyla yönlendirilmektedir. Modelde çapraz yüklü indikatörlerin, karşılıklı pathlerin, ilişkili ölçümlerin, hata terimlerinin veya doğrusal olmayan etkilerin yer alması model karmaşıklığını arttırır. Modelin ne kadar karmaşık olacağı belirlendikten sonra ise modelde uygulamalarda sıklıkla görülen kategorik verilerin yer alıp almayacağı belirlenir.

5.1.3. Belirli deneysel koşulların tasarlaması

Model için gerçek koşullar araştırma sorularının doğrultusunda oluşturulur. Benzetimdeki en önemli değişken örneklem boyutudur (Paxton et al., 2009). Genellikle hem küçük hem de büyük örneklemlerin tahminleyicilerinin ve uyum iyiliği kriterlerinin olasılıkları bilinmediğinden Monte Carlo benzetimlerinin örneklem boyutları değişkenlik gösterebilir. Değişken sayısı, ayrıca örneklem stabilitesiyle ilgilenilmediği düşünüldüğünde önemli bir faktördür çünkü sabitleşme (bir değerde toplanma) büyük örneklemlerde açıkça artış gösterir (Bandalos, 2006). Psikoloji, sosyoloji ve politik bilimler gibi alanlarda yapılan çalışmalarda çoğunlukla örneklem boyutu 100'den azdır. Powell ve Schafer (2001) gözlemledikleri Monte Carlo çalışmalarında örneklem boyutunun 25 ile 9600 arasında değiştiğini bulmuşlardır (Hancock and Mueller, 2006).

Gözlenen değişkenlerin dağılımları ve tahmin yöntemleri de YEM Monte Carlo benzetimlerinde oldukça önemlidir. Değişkenliği etkileyen diğer bir önemli etken ise misspesifikasyonlardır. Bir model ya doğrudur ya da misspesifiktir. Monte Carlo' daki misspesifikasyonlar için önemli bir soru doğru kitle modelinde yer alan path' lerin bulunup bulunmadığıdır (Paxton et al., 2009).

5.1.4. Kitle parametreleri değerlerinin seçilmesi

Bu basamakta da süreç teori, araştırma ve yararlılığın bir birleşimi şeklindedir. Monte Carlo çalışmalarının tasarımında örneklem hacmi, normallikten sapmanın seviyesi, model misspesifikasyonlarının derecesi, gözlenen değişkenlerin kategori sayısı ve tahmin yöntemleri önem taşımaktadır.

Parametre değerlerini seçme genel olarak beş gereklilik içermektedir. İlk olarak bu değerler, uygulanmış çalışmalarda sıklıkla karşılaşılan verileri yansıtmalıdırlar. İkincisi, seçilen katsayılardan elde edilen sonuçların uygulanmış çalışmalar için mantıklı olmasıdır. Üçüncüsü, model parametrelerinin benzetimin en küçük örneklem hacmi için bile istatistiksel olarak anlamlı olmasıdır (Paxton et al., 2009). Model tasarımında misspesifikasyonların yer alması modeli daha karmaşık hale getirmektedir. Modeldeki misspesifikasyonların varlığı modelin gücü ile yakalanabilmektedir. Bu nedenle dördüncü olarak, araştırmalar modellerinin gücünü araştırmalıdır (örneğin, MacCallum et al., 1996; Satorra and Saris, 1985). Misspesifikasyonları yakalamada anlamlı gücü üretecek katsayılar için özel değerler seçilmelidir (Paxton et al., 2009). Beşinci gereklilik ise misspesifikasyonlarla tanıtılacak tahminlerin sapmalarının bilinmesidir.

Çalışmada kullanılacak olan verilerin normal olmayan dağılım göstermesi durumunda araştırmacılar normal olmayan verileri genellemek amacıyla çok değişkenli normal veri oluşturur ve ardından istenilen çarpıklık ve basıklık derecelerinde önemli değişkenleri kategorize eder. Mplus ile yapılan Monte Carlo süreçleri de bu yöntemden yararlanmaktadır. Normal olmayan verilerin genelleştirilmesindeki bir diğer genel yaklaşım ise örneklem verilerinin genelleştirilebildiği belirli yapıların kovaryans matrislerini içerir.

Monte Carlo çalışmalarında model misspesifikasyonları üzerinde durulması gereken diğer bir önemli konudur. Kitle modelinin uyum eksikliği “yaklaşım hatası” olarak bilinir ve davranış bilimlerinde çokça karşılaşılır (Browne and Cudeck, 1992; Cudeck and Henly, 1991; Bandalos, 2006). Bu nedenle davranış bilimlerinde yaklaşım hatalarının bazı dereceleri daha kullanışlı bilgiler sağlayabilir. Ayrıca tahmin yöntemleri de model misspesifikasyonuna diferansiyel olarak hassastır (Olsson et al., 2000). Model misspesifikasyonları ihmal hataları ve içerik hataları şeklinde ikiye ayrılabilir. Genel olarak ihmal edilen parametreler ikincil faktör yükleri (örneğin çapraz yükler), artıklar arası korelasyonlar, yapısal pathler ve hatta tüm faktörleri içerir. Modele yanlış olarak dahil edilen parametreler tipik olarak fazladan yapısal parametrelerle modellenir (Bandalos, 2006). İçerik hatalarındansa ihmal hataları çalışmalarda daha büyük önem taşımaktadır.

Misspesifik verilere ulaşmak amacıyla geniş veri setlerinde bir kitle elde edilebilir ve bu kitleden örneklemler de oluşturulabilir. Çünkü hiçbir model büyük örneklemlerde mükemmel uyum göstermez, model misspesifikasyonun bazı dereceleri hem kitle hem de örnek veride gösterilebilir (Bandalos, 2006).

Sosyal bilimlerde karşılaşılan verilerin genel olarak eşit aralıklı olmaması nedeniyle kategorik verilerin YEM üzerinde nasıl etki yapacağını bilmek önemlidir. Sürekli veriler oluşturarak ve bunları süreç boyunca farklı yerlerdeki kesim noktalarına konumlandırarak kategorikleştirmek çoğunlukla başarılıdır. Bu yöntemdeki normallikten sapmanın seviyesi kesim noktalarının seçimine bağlı olarak kontrol edilir (Bandalos, 2006). YEM Monte Carlo çalışmalarında genellikle iki, üç veya dört kategori tercih edilmektedir. Dolan (1994)' e göre beş ya da daha fazla kategori olduğunda kategorikleştirmenin parametre kestirimleri ve standart hataları üzerindeki etkisi genellikle ihmal edilebilir (Bandalos, 2006).

5.1.4.1. <u>Parametre tahminleri</u>

Parametrelerin tahmini sapmaları örneklem tahmininin kitle değerinden ortalama dağılımları gibi hesaplanmaktadır. $\widehat{\theta_{ij}}$' nin i. kitle parametresinin (θ_i) j. örneklem tahmini ve n_r' nin hücre içindeki tekrarlanma sayısı olduğu Eşitlik 77' de verilen şekildedir.

$$\text{Sapma}(\widehat{\theta_i}) = \sum_{j=1}^{n_r} \left(\frac{(\widehat{\theta_{ij}} - \theta_i)}{\theta_i} \right) / n_r \qquad (77)$$

Eşitlik 77 tasarlanan her hücre için ayrı sapma değerlerini vermektedir. Bu eşitlik aynı zamanda belirsiz sapmaların ortalama miktarını elde etmek için numeratördeki miktarının mutlak değerini alarak da modifiye edilebilir (Bandalos, 2006).

Hoogland ve Boomsma (1998) çalışmadaki özel veya çapraz koşullardaki parametre tahmini için Sapma($\widehat{\theta_i}$)' nın mutlak değerinin 0.05' ten az olmasını önermişlerdir, sapmasız olduğunu düşünmek için ise Kaplan ve Hollis (1987) sapmaların 0.10 ile 0.15’ ten az olması durumunda görmezden gelinebileceği şeklinde daha hafif koşullar önermişlerdir (Bandalos, 2006).

Bandalos (2006)’ a göre parametre tahminleyicilerinin etkinlikleri ise örneklem tahminlerinin ortalama değerlerinin standart sapması olarak hesaplanmaktadır.

$$\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n_r}(\widehat{\theta_{ij}}-\overline{\widehat{\theta_i}})^2}{n_r-1}} \qquad (78)$$

Eşiktik 78 parametrelerin ampirik standart hataları olarak da bilinmektedir.

5.1.4.2. Standart hataların sapması

Kitle değerlerine karar verildikten sonra bağıl standart hataların sapmaları Eşitlik 79’ da verilen şekilde hesaplanabilir:

$$\text{Sapma}(S\hat{E}(\widehat{\theta_i}))=\sum_{j=1}^{n_r}\left(\frac{S\hat{E}(\widehat{\theta_i})_j-SE(\widehat{\theta_i})}{SE(\widehat{\theta_i})}\right)/n_r \qquad (79)$$

Burada $SE(\widehat{\theta_i})$; $\widehat{\theta_i}$’nın kitle standart hatasının tahmini ve $S\hat{E}(\widehat{\theta_i})$; $\widehat{\theta_i}$’nın j. tekrarı için tahmin edilen standart hatadır. Parametre tahmin sapmalarında olduğu gibi standart hata sapmaları da tasarımın içindeki veya çapraz hücrelerle hesaplanabilir (Bandalos, 2006). Hoogland ve Boomsma (1998) sapmaların kabul edilebilir seviyesinin bu eşitliğin mutlak değerinin %5 ’ini aşmamasını önermişlerdir (Bandalos, 2006).

5.1.4.3. Uyum indeksleri

Monte Carlo çalışmalarında sonuç değişkenleri olarak en sık χ^2 istatistik değerleri kullanılmaktadır. Bir modelin kitle değerlerinin χ^2 istatistikleri serbestlik derecesine eşittir. Bu durumda sapma Eşitlik 80 yardımıyla hesaplanır.

$$\text{Sapma}(\hat{\chi}^2)=\sum_{j=1}^{n_r}\frac{\hat{\chi}_j^2-df}{df}/n_r \qquad (80)$$

Bradley (1978) sabit kriter ve serbest kriter olarak sırasıyla $\alpha \pm 0.1\alpha$ veya $\alpha \pm 0.5\alpha$ aralığında yalanlayan ampirik Tip1 hata oranı (π), önermiştir. Robey ve Barcikowski (1992) $\pi=\alpha$ hipotezini test etmek için kritik değerlere karar vermenin kullanılabildiği daha karmaşık süreçler geliştirmişlerdir (Bandalos, 2006).

5.1.5. Uygun yazılım paketinin seçilmesi

YEM için kullanılan AMOS, EQS, GAUSS/MECOSA, SAS/CALIS/IML, Fortran (ISML), MPLUS ve PRELIS/LISREL gibi paket programlarının çoğu benzetim çalışmalarını içermektedir. Bu paketler genel olarak diğer çalışmalarda incelenmiştir (örneğin, Hox, 1995; Waller, 1993) (Paxton et al., 2009). Araştırma sorularının özelliklerine uygun olarak bu programlardan biri seçilir. Program seçimi genel olarak araştırmacının tercihi ve programa yakınlığı ile benzetim çalışmasının uygulama kolaylığına dayanmaktadır (Fan and Fan, 2009).

Mplus kategorik ve sürekli değerler alan verilerin kombinasyonunu kullanabilir, ham veri girişini kullanır ve modellerin çoklu kategorik verilere dayalı hızlı yakınsamasını yapar (Prescott, 2004).

5.1.6. Simülasyonların gerçekleştirilmesi

Simülasyon süreci model tasarımı ve parametrelerin belirlenmesinin sonra kitle kovaryans matrislerinin oluşturulmasıyla başlar. Modelde birden fazla model bulunuyorsa her model için ayrı ayrı kovaryans matrisleri hazırlanır.

Mplus ve EQS' te kütle ve örneklem matrisleri aynı program kullanılarak oluşturulur ve analiz edilir. Kitle kovaryans matrislerinin ayrı ayrı oluşturulması durumunda bunların oluşturulmasında kullanılan parametre değerleri ile uyumu her zaman kontrol edilmelidir (Bandalos, 2006). Mplus' ta Monte Carlo komutunun kullanılması verilerin oluşturulmasına ve analizine tek programda izin vermektedir.

Mplus paket programında yer alan MONTECARLO komutu Monte Carlo çalışmasının yapılabileceğini ve değişken isimlerinin belirlenmesi, her tekrar için örneklem boyutu (NOBSERVATIONS), tekrarlanma sayısı (NREPS) ve rassal çekirdeklerin (SEED) kullanılabileceğini ifade eder. "*" sembolü burada tüm kitle parametrelerine değer vermek için kullanılır. MODEL komutu örneklemde tahmin edilen modeli tanımlar (Bandalos, 2006). MONTECARLO komutuna GENERATE ve CATEGORICAL komutları eklenildiğinde kategorik veriler elde edilebilir.

5.1.7. Dosyaların depolanması

Monte Carlo çalışmalarına başlamadan önce araştırmacının ne kadar veri elde edileceğini bilmesi mümkün değildir (Paxton et al., 2009). Bu nedenle depolama için büyük bir bilgisayar alanına ihtiyaç duyulmaktadır. Büyük bir alanda depolanan verilerin simülasyonda sorun çıkarma olasılığı vardır. Ancak orijinal dosyaların sonraki analizler boyunca ve çok kullanıcılı durumlarda saklanması gerekmektedir. Dosyaların depolanmasındaki problemleri en aza indirebilmek için hangi verilerin kaydedilmesine gerek olup olmadığına dair kararlar verilmelidir.

Ham veriler dosyalama alanında oldukça yer tutmaktadır. Bu verilerin parametre tahminlerinin ve gerekli olan tüm uyum iyiliği istatistiklerinin kaydedilmesi durumunda silinmesi mümkündür. Ancak çok kullanıcılı program ve veri setleri olduğunda orijinal program ve veri setlerinin güvenli bir şekilde saklanması gerekmektedir (Paxton et al., 2009).

Mplus programında depolama aşamasında kullanılan bazı komutlar REPSAVE ile başlar. Bu komut saklanacak ham verinin tekrarlarını belirtir. Tüm ham verilerin kaydedilmesi gerektiği durumlarda REPSAVE=ALL olarak tanımlanır. SAVE özelliği dosyanın(ların) isimlerini hangi veriye kaydedilmesi gerektiğine göre belirler (Bandalos, 2006). RESULT komutu ise her tekrar sonucu elde edilen sonuçlardan seçilenlerin kaydedilmesinde kullanılabilir. Sonuçlar şu sırayla kaydedilebilir: tekrar sayısı, yakınsama belirteci (0=yakınsanmış; 1=yakınsanmamış), χ^2 değeri, parametre tahminleri ve standart hatalar (Bandalos, 2006).

Ki-kare değerleri ve parametre tahminleri dışında programın ürettiği parametre standart hataları gibi uyum indeksleri de kaydedilebilir. Ancak kaydedilen verilerin de ayrı bir programda analiz edilmesi gerekir. Bu Mplus' ta "dış" Monte Carlo çalışması olarak adlandırılır (Bandalos, 2006).

5.1.8. Sorun giderme ve doğrulama

Simülasyon tamamlanıp, dosyalar depolanıp, program yürümeye başladıktan sonra simülasyonun doğruluğunun test edilebilmesi için birçok kontrol bulunmaktadır. Örneğin; daha büyük örneklem boyutlu ham veriler depolama alanında daha çok yer tutuyor mu? Programdan oluşturmasını istediğiniz sayıda sonuç tekrarı alabildiniz mi? Bu tarz sorularla mantıksal tutarlılık sınanmış olur. Diğer bir sınama ise sonuçların anlamlı olup olmadığı hakkındadır. Örneğin, örneklem boyutu 1000 veya üstündeyken kitle parametrelerinin parametre tahmini 0.01 civarında olmalıdır (Paxton et al., 2009). Ampririk güç tahmini ile teorik güç tahminin birbiriyle ne kadar eşleştiği de kontrol edilmelidir. Eğer verilen model, spesifikasyon ve örneklem boyutu 0.1 misspesifikasyon yakalama gücüne sahipse uyum testi kikarenin 500 tekrar karşısında yaklaşık frekansı reddedilmelidir (Paxton et al., 2009).

5.1.9. Sonuçların özetlenmesi

Monte Carlo benzetimiyle oldukça fazla sayıda veri elde edilmesi sonuçların yorumlanmasını zorlaştırmaktadır. Sonuçlar betimsel, grafiksel ya da sayısal olarak gösterilebilir. Betimsel sonuçlar kısa ve kolaydır. Grafiksel sonuçlar da araştırmacılar tarafından yaygın olarak kullanılmaktadır. Sayısal sonuçlar grafiksel ve sayısal sonuçların geliştirilmesi ile elde edilir.

BÖLÜM 6

ORDİNAL DEĞİŞKENLİ YAPISAL EŞİTLİK MODELLERİNDE KULLANILAN PARAMETRE TAHMİN YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Yapısal eşitlik modellerinde kullanılan parametre tahmin yöntemlerinin farklı varsayımları bulunmaktadır. Bu varsayımlar altında parametre tahmin yöntemlerinin kullanılması parametrelerin doğru tahminine ve sağlam çıkarsamalar yapmaya yardımcı olacaktır. Yapısal eşitlik modellerinde farklı parametre tahmin yöntemleri kullanılabildiği gibi sürekli ve kesikli değişkenlerle de model kurulabilmektedir. Model kurulma aşamasında yapılması gereken en önemli adımlardan biri değişkenin ölçüm düzeyini doğru belirlemek ve buna uygun tahmin yöntemine ilişkin varsayımlar sınanarak parametre tahminlerini gerçekleştirmektir. Literatürde sık kullanılan tahmin yöntemlerini kullanmaktansa veri setine uygun parametre tahmin yönteminin kullanılması parametre tahminlerinin sağlamlığı açısından önemlidir. Varsayımların sağlanmaması durumunda kullanılan parametre tahmin yöntemleri yanlı sonuçlar verecek ve test edilen teori hakkında doğru olmayan çıkarsamalarda bulunulacaktır.

Literatürde tahmin yöntemlerinin karşılaştırılmasında sıkça kullanılan yöntemlerden birisi Monte Carlo simülasyon tekniğidir. Bu teknikte kısıtlara uygun olarak birçok defa türetilen veri setine ilişin parametreler farklı tahmin yöntemleri kullanılarak hesaplanmaktadır. Monte Carlo simülasyon çalışmasının basamakları kısaca; araştırma probleminin belirlenmesi, simülasyonun tasarlanması, simülasyon sonuçlarının özetlenerek yorumlanması şeklinde sıralanabilir.

Bu çalışmada ordinal değişkenlerin kullanıldığı yapısal modellerde kullanılan WLS ve WLSMV parametre tahmin yöntemleri karşılaştırılmıştır. Simülasyon çalışmasının basmakları 6.1' de takip eden şekildedir.

6.1. Monte Carlo Simülasyon Çalışmasının Basamakları

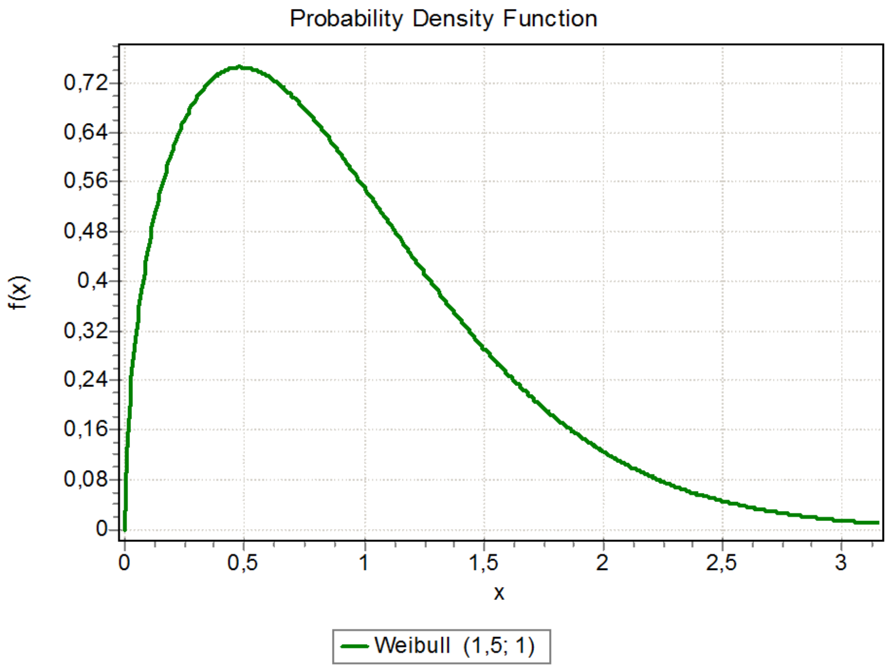
Problemin Belirlenmesi

Yapısal eşitlik modellerinde sıklıkla kullanılan sürekli değişkenli modellerin yanında ordinal değişkenli modeller de kullanılmaktadır. Ordinal değişkenli modellerin kullanılması durumunda parametrelerin tahmininde WLS, WLSM ya da WLSMV yöntemleri kullanılmaktadır. WLSM ve WLSMV yöntemleri WLS’ nin robust hali olarak tanımlana bilir. WLSM ve WLSMV ise parametre tahminlerinde aynı sonuçları vermektedir. WLSMV yöntemi WLSM’ ye göre model uyum indekslerinin tahmininde daha sağlamdır (robust). Bu üç yönteminde kullanılması için asimptotik kovaryans matrisi ve buna ilişkin polyhoric korelâsyonlar hesaplanmalıdır. Tüm bunların hesaplanabilmesi için ise ordinal değişkenlere ilişkin threshold (eşik) değerlerinin doğru bir şekilde saptanması gerekmektedir. Ordinal değişkenli modellerde eşik değerlerinin hesaplanmasında standart normal dağılım kullanılmaktadır. Fakat standart normal dağılımın kullanılabilmesi için ordinal değişkenlere ait frekansların normal dağılması gerekmektedir. Frekans dağılımının normal dağılım göstermemesi durumunda standart normal dağılımdan eşiklerin hesaplanması yanlış değerlerin bulunmasına yol açacak ve ordinal değişkenlerin sürekli uzaya taşınmasında hata yapılmış olacaktır.

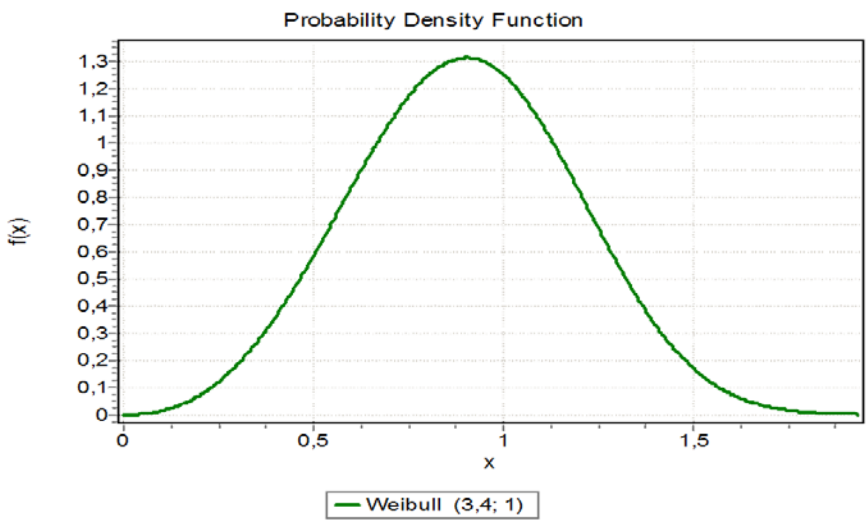
Bu çalışmada ordinal değişkenlere ait frekans dağılımının normal dağılmadığı durumda (ölçek parametresinin 1, konum parametresinin 0 olduğu farklı şekil parametreleriyle weibull dağılımı gösterdiği durumda (bakınız; Şekil 6.1 – Şekil 6.3)) yapısal modele ilişkin parametrelerin tahmininde WLS ve WLSMV yöntemleri karşılaştırılacaktır.

Simülasyonun tasarlanması

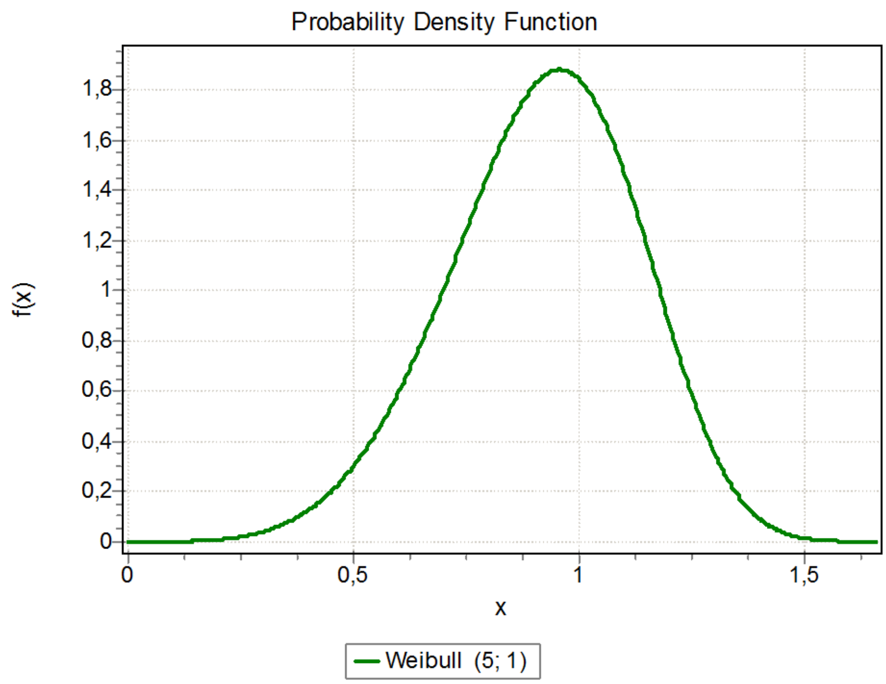
Problem kısmında belirtildiği üzere simülasyonda farklı şekil parametresine sahip weibull dağılımı kullanılarak eşikler belirlenmiştir. Şekil 6.1, Şekil 6.2 ve Şekil 6.3’ de eşiklerin belirlendiği weibull dağılımları gösterilmiştir.



Şekil 6.1. Şekil parametresi 1,5 olan weibull dağılımı



Şekil 6.2. Şekil parametresi 3,4 olan weibull dağılımı



Şekil 6.3. Şekil parametresi 5 olan weibull dağılımı

Şekil parametresinin farklı olduğu weibull dağılımlarına ilişkin eşik değerleri Çizelge 6.1' de verilmiştir.

Çizelge 6.1. Farklı weibull dağılımları kullanılarak hesaplanan eşik değerleri

	Şekil Parametreleri		
	1,5	3,4	5
Eşik Değerleri	0,37	0,64	0,76
	0,64	0,82	0,89
	0,94	0,97	0,99
	1,37	1,15	1,09

Eşik değerleri hesaplandıktan sonra simülasyonun 150, 300, 600 ve 1200 birimlik örneklemler için gerçekleştirilmesine karar verilmiştir. Böylelikle farklı örneklem büyüklükleri için WLS ve WLSMV yöntemleri karşılaştırılabilecektir. Eşik değerleri kullanılarak farklı örneklem büyüklükleri için simülasyonların gerçekleştirilmesinde Mplus paket programı kullanılmıştır. Mplus' ın tercih edilmesinde en önemli nedenlerden ikisi WLSMV yönteminin Mplus programında bulunması ve bu programın etkin bir simülasyon modülünün olmasıdır. Çalışmada kullanılan simülasyon kodları örneği Şekil 6.4 ve Şekil 6.5' de verilmiştir.

```
MONTECARLO:
NAMES = x1 - x12;
NOBSERVATIONS = 150;
NREPS = 1000;
SEED = 741355;
GENERATE = x1 - x12 (4);
CATEGORICAL =x1 - x12;
REPSAVE = ALL;
SAVE = data*.DAT;
RESULTS =data;
MODEL MONTECARLO:
F1 BY x1-x4*1;
F2 BY x5-x8*1;
F3 BY x9-x12*1;
F1-F3*.50;
F2 ON F1*.25;
F3 ON F2*.25;
F1 ON F3*.25;
x1 - x12*.5;
[x1$1-x12$1*.37];
[x1$2-x12$2*.64];
[x1$3-x12$3*.94];
[x1$4-x12$4*1.37];
MODEL:
[x1$1-x12$1*.37];
[x1$2-x12$2*.64];
[x1$3-x12$3*.94];
[x1$4-x12$4*1.37];
F1-F3*.50;
F1 BY x1-x4;
F2 BY x5-x8;
F3 BY x9-x12;
F2 ON F1*.25;
F3 ON F2*.25;
F3 ON F1*.25;
ANALYSIS: ESTIMATOR = WLS;
```

Şekil 6.4. Şekil parametresi 1,5 olan weibull dağılımı ile türetilen verilere ilişkin model(WLS)

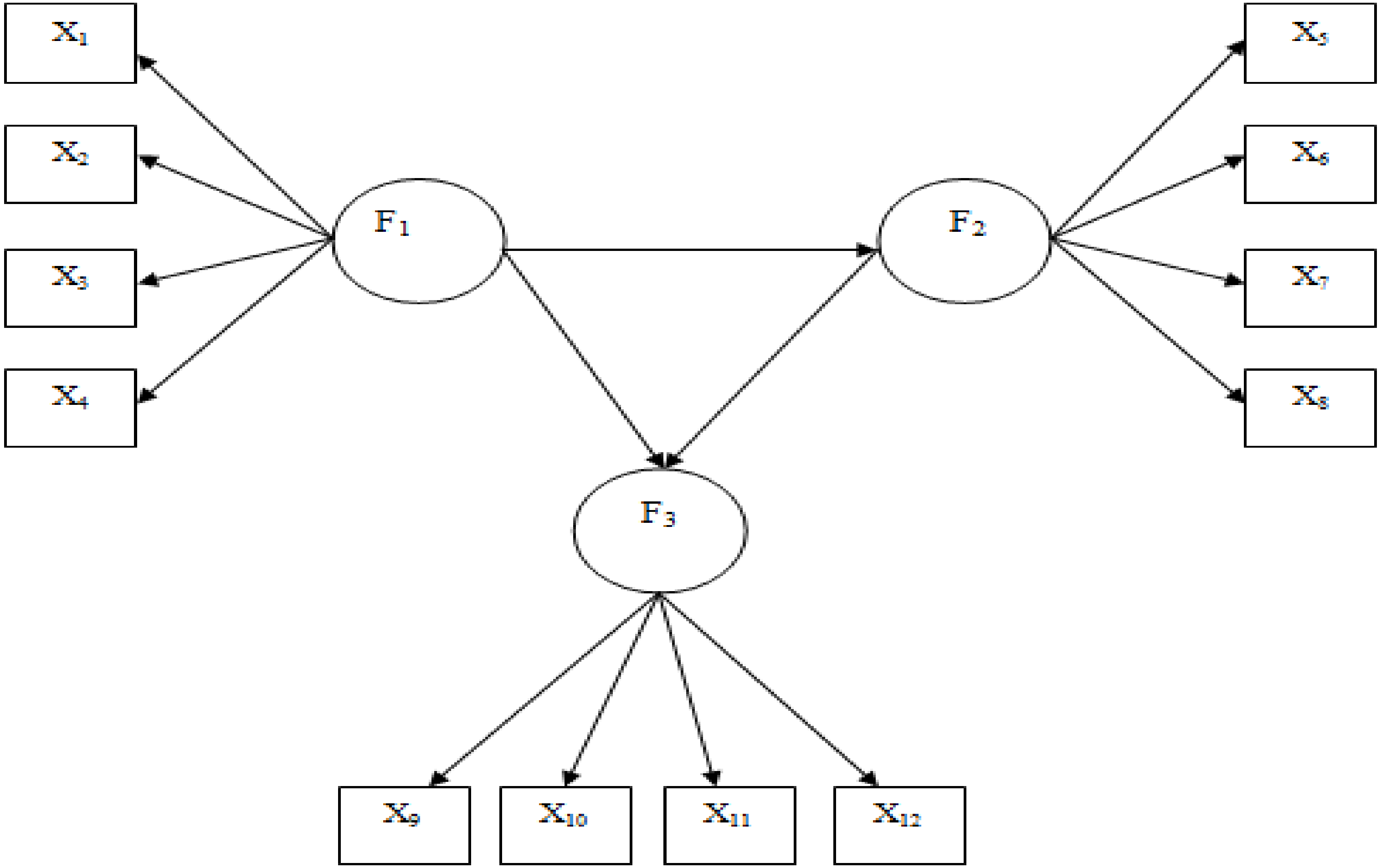
Şekil 6.4' de verilen simülasyon kodları 1,5 şekil parametreli weibull dağılımına göre belirlenen eşikler kullanılarak oluşturulmuştur. Tüm simülasyonlarda yineleme sayısı 1000 olarak kullanılmıştır. Faktörler arası path katsayıları 0,25 olarak alınmıştır. Simülasyonda kurulan modelde faktör sayısı 3 ve bunlara ilişkin toplam indikatör değişken sayısı ise 12' dir. Her bir değişken 5 kategoriye dolayısıyla 4 eşiğe sahip olacak şekilde türetilmiştir. Şekil 6.4' te türetilen modele ilişkin parametreler WLS yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır. Şekil 6.4' te türetilen veriler kullanılarak modele ilişkin parametreler WLSMV yöntemiyle de tahmin edilmiştir.

```
DATA:
FILE = C:\SIM\SIM_1\datalist.DAT;
TYPE = MONTECARLO;
VARIABLE:
NAMES = x1 - x12;
USEVARIABLE = x1 - x12;
CATEGORICAL =x1 - x12;
MODEL:
[x1$1-x12$1*.37];
[x1$2-x12$2*.64];
[x1$3-x12$3*.94];
[x1$4-x12$4*1.37];
F1-F3*.50
F1 BY x1-x4;
F2 BY x5-x8;
F3 BY x9-x12;
F2 ON F1*.25;
F3 ON F2*.25;
F3 ON F1*.25;
ANALYSIS: ESTIMATOR = WLSMV;
```

Şekil 6.5. Şekil parametresi 1,5 olan weibull dağılımı ile türetilen verilerin çağrılması(WLSMV)

Şekil 6.5' te WLSMV yöntemine ait örnek simülasyon kodları verilmiştir. Şekil 6.5' te verilen kodlarda ilk iki satır Şekil 6.4' te türetilen verilerin çağrıldığını ve kullanıldığını göstermektedir.

Simülasyona ilişkin problem belirlenmiş ve bu probleme ilişkin uygun simülasyon tasarlanmıştır. Bu çalışmada 2 farklı tahmin yöntemi 3 farklı şekil parametresi ve 4 farklı örneklem hacmi kullanılarak karşılaştırılmıştır. Toplam simülasyon sayısı 2 x 3 x 4 = 24 olarak hesaplanabilir. Simülasyon sonuçları ve simülasyonda türetilen ve kullanılan veri setler bir klasörde toplanmıştır. Simülasyon gerçekleştirilirken depolanan veri setlerinin büyüklüğü farklı örneklem hacimleri için kontrol edilmiştir. Simülasyona ilişkin klasörün bilgisayardaki büyüklüğü 1,01 GB olarak hesaplanmıştır. Simülasyonlardan yalnızca şekil parametresi 5 ve örneklem hacmi 150 olan modele ilişkin simülasyon gerçekleştirilememiştir. Bunun nedeni 150 birimlik örneklem hacminde bu dağılımda son kategoriye birim atanamamasının olduğu düşünülmektedir. Simülasyon sonuçları kolay anlaşılabilmesi için özet tablo şeklinde hazırlanmıştır. Ayrıca simüle edilecek model Şekil 6.6' da verilmektedir.



Şekil 6.6. Simüle edilen YEM

Simülasyon Sonuçları

Bu çalışmada amaç WLS ve WLSMV yöntemlerinin eşik değerler şekil parametresi sırasıyla 1,5, 3,4 ve 5 olan weibull dağılımından alındığında ve 150, 300, 600 ve 1200 örneklem büyüklüklerinde nasıl bir davranış göstereceğinin saptanmasıdır. Bu amaca uygun Monte Carlo simülasyonu tasarlanmış ve Mplus programıyla simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. Şekil parametresi 1,5, 3,4 ve 5 için simülasyon sonuçları özet halinde Çizelge 6.2, Çizelge 6.3 ve Çizelge 6.4' te verilmiştir.

Simülasyon sonuçları incelendiğinde WLSMV tahmin yönteminin hem şekil parametreleri hem de örneklem hacimlerine göre yapısal modele ilişkin parametrelerin tahmininde WLS' ye göre daha sağlam sonuçlar verdiği söylenebilir. Örneklem hacmi arttıkça tahmin değerlerine ilişkin MSE değerlerinin küçüldüğü görülmektedir (bakınız; Çizelge 6.2 – Çizelge 6.4). Bunun nedeni olarak merkezi limit teoreminde bahsedildiği gibi örneklem hacmi sonsuza yaklaştıkça dağılımın normal dağılıma yakınsayacağı gösterilebilir. Şekil parametresi 5 olarak alındığında negatif çarpık olarak elde edilen weibull dağılımına ilişkin 150 birimlik örneklem hacmine sahip simülasyon gerçekleştirilememiştir. Buna gerekçe olarak son kategori sayısının az olması ve dolayısıyla veriler türetilirken son kategoriye birimin atanamaması (ya da yeterli birimin atanamaması) gösterilebilir.

Çizelge 6.2. Şekil parametresi 1,5 olan simülasyon sonuçlarına ilişkin MSE değerleri

		Şekil Parametresi = 1,5											
		F1				F2				F3			
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
n=150	WLSMV		0,029	0,031	0,03		0,029	0,031	0,028		0,028	0,028	0,030
	WLS		0,05	0,046	0,046		0,045	0,039	0,036		0,04	0,039	0,044
						F1 → F2				F1→F3	F2 → F3		
	WLSMV					0,024				0,0205	0,022		
	WLS					0,069				0,0521	0,052		
		F1				F2				F3			
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
n=300	WLSMV		0,014	0,014	0,014		0,013	0,013	0,013		0,015	0,028	0,030
	WLS		0,015	0,016	0,015		0,015	0,013	0,013		0,016	0,039	0,044
						F1 → F2				F1 → F3	F2 → F3		
	WLSMV					0,013				0,009	0,0097		
	WLS					0,023				0,014	0,015		

Çizelge 6.2. Şekil parametresi 1,5 olan simülasyon sonuçlarına ilişkin MSE değerleri (devam)

		F1				F2				F3			
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
n=600	WLSMV		0,0063	0,0065	0,0062		0,0065	0,0064	0,0065		0,0066	0,0068	0,0071
	WLS		0,0066	0,0066	0,0064		0,0069	0,0064	0,0063		0,0062	0,0063	0,0065
						F1 → F2				F1 → F3	F2 → F3		
	WLSMV					0,0081				0,0045	0,0049		
	WLS					0,011				0,0055	0,0058		
		F1				F2				F3			
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
n=1200	WLSMV		0,0034	0,0031	0,0035		0,0032	0,0032	0,0033		0,0033	0,0033	0,0035
	WLS		0,0031	0,003	0,0033		0,003	0,0031	0,0031		0,003	0,003	0,0032
						F1 → F2				F1 → F3	F2 → F3		
	WLSMV					0,0056				0,0024	0,0026		
	WLS					0,0069				0,0025	0,0027		

Çizelge 6.3. Şekil parametresi 3,4 olan simülasyon sonuçlarına ilişkin MSE değerleri

		Şekil Parametresi = 3,4											
			F1				F2				F3		
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
n=150	WLSMV		0,039	0,046	0,042		0,039	0,046	0,040		0,045	0,042	0,041
	WLS		0,067	0,079	0,079		0,108	0,069	0,056		0,078	0,083	0,35
						F1 --> F2				F1 --> F3	F2 --> F3		
	WLSMV					0,029				0,028	0,028		
	WLS					0,084				0,086	0,094		
			F1				F2				F3		
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
n=300	WLSMV		0,019	0,019	0,019		0,017	0,019	0,018		0,021	0,021	0,021
	WLS		0,023	0,024	0,022		0,020	0,022	0,019		0,024	0,023	0,023
						F1 --> F2				F1 --> F3	F2 --> F3		
	WLSMV					0,016				0,012	0,012		
	WLS					0,02				0,02	0,019		

Çizelge 6.3. Şekil parametresi 3,4 olan simülasyon sonuçlarına ilişkin MSE değerleri (devam)

			F1				F2				F3	
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
n=600	WLSMV		0,0096	0,009	0,0095		0,0089	0,0093	0,009		0,0092	0,0098	0,0101
	WLS		0,01	0,0094	0,0096		0,009	0,0091	0,0089		0,0088	0,0093	0,0097
						F1 --> F2				F1 --> F3	F2 --> F3		
	WLSMV					0,0093				0,0059	0,0061		
	WLS					0,013				0,0075	0,0077		
				F1				F2				F3	
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
n=1200	WLSMV		0,0048	0,0042	0,0049		0,0041	0,0046	0,0044		0,0046	0,0047	0,0048
	WLS		0,0046	0,0041	0,0047		0,0039	0,0044	0,0043		0,0043	0,0044	0,0045
						F1 --> F2				F1 --> F3	F2 --> F3		
	WLSMV					0,0061				0,0029	0,0032		
	WLS					0,0076				0,0032	0,0036		

Çizelge 6.4. Şekil parametresi 5 olan simülasyon sonuçlarına ilişkin MSE değerleri

		Şekil Parametresi = 5											
				F1			F2				F3		
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
n=150	WLSMV												
	WLS												
						F1 --> F2				F1 --> F3	F2 --> F3		
	WLSMV												
	WLS												
				F1			F2				F3		
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
n=300	WLSMV		0,0231	0,0233	0,0237		0,0225	0,0238	0,0212		0,0252	0,0255	0,0256
	WLS		0,0321	0,0326	0,0344		0,027	0,0275	0,0256		0,0308	0,0299	0,0298
						F1 --> F2				F1 --> F3	F2 --> F3		
	WLSMV					0,0172				0,014	0,0137		
	WLS					0,0342				0,0272	0,0245		

Çizelge 6.4. Şekil parametresi 5 olan simülasyon sonuçlarına ilişkin MSE değerleri (devam)

		F1				F2				F3			
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
n=600	WLSMV		0,0115	0,011	0,0112		0,0105	0,011	0,0109		0,0111	0,0117	0,0116
	WLS		0,012	0,0119	0,0115		0,0107	0,0107	0,0106		0,0111	0,0116	0,0117
						F1 --> F2				F1 --> F3	F2 --> F3		
	WLSMV					0,0097				0,0069	0,0069		
	WLS					0,0142				0,0091	0,0091		

		F1				F2				F3			
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12
n=1200	WLSMV		0,0056	0,0051	0,0056		0,0049	0,0055	0,0052		0,0054	0,0055	0,0055
	WLS		0,0055	0,0051	0,0055		0,0048	0,0055	0,005		0,0051	0,0054	0,0052
						F1 --> F2				F1 --> F3	F2 --> F3		
	WLSMV					0,0064				0,0034	0,0036		
	WLS					0,0081				0,0038	0,004		

6.2. Tartışma

Yapılan bu çalışmada araştırmacılar tarafından kullanılan ordinal verilerin analizinde tercih edilen WLS ve WLSMV parametre tahmin yöntemleri karşılaştırılmıştır. Standart normal dağılımdan eşik değerlerinin belirlenmesi literatürde çokça kullanılan bir yöntemdir. Bunun kullanılabilmesi için ise kategorilere ilişkin frekans dağılımı normal dağılım göstermesi gerekliliği çoğu zaman göz ardı edilmektedir. Kategorilere ilişkin frekans dağılımı normal dağılmadığı durumda ise hangi parametre tahmin yönteminin kullanılacağı konusu önemlidir. Bu çalışmada sağa çarpık, sola çarpık ve simetrik weibull dağılımından eşiklerin seçilmiş ve veriler bu eşiklerin kullanılarak türetilmiştir. Türetilen verilere ilişkin yapısal modelin parametreleri WLS ve WLSMV yöntemleri ile tahmin edilmiştir.

Brown (2006) WLSMV tahmin yönteminin 200 birimlik örneklemlerde WLS' ye oranla daha sağlam sonuçlar verdiğini saptamıştır. Muthen ve Kaplan (1992) WLS tahmin edicisinin büyük modellerde performansının bozulduğunu söylemiştir. Yu ve Muthen (2002) ve Arnold-Berkovist (2002) WLSMV ile ilgili çalışmalar yapmış ve küçük örneklemlerde WLSMV' nin performansında azda olsa azalma olduğunu saptamıştır. Literatür incelendiğinde genellikle 100 – 1000 arasındaki örneklem hacimlerinde WLSMV ve WLS' nin uygulandığı ve kıyaslandığı görülmektedir (Bandalos, 2006). Fakat literatürde yapılan çalışmalarda eşik değerler standart normal dağılımdan hesaplanmıştır. Literatürden farklı olarak bu çalışmada değişkenlere ait eşik değerler normal dağlımdan seçilmemiştir. Eşik değerler farklı şekil parametrelerine sahip weibull dağılımından seçilerek veriler türetilmiştir. Literatürden farklı olan bu koşulda WLS ve WLSMV tahmin yöntemlerinin kıyaslaması yapılmıştır. Simülasyon sonucunda WLSMV yönteminin şekil parametresi 1,5, 3,4 ve 5 olana yani sağa çarpık, simetrik ve sola çarpık dağılımlardan gelen verilerde WLS yöntemine göre daha sağlam sonuçlar verdiği saptanmıştır. Bu çalışma sonucunda elde edilen bulgulara bakarak, ordinal değişkenlerle yapısal model kuran araştırmacılara WLSMV yöntemini kullanmaları tavsiye edilebilir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Agresti, A. (1984). *Analysis of Ordinal Categorical Data.* New York: John Wiley&Sons.

Agresti, A. (2002). *Categorical Data Analysis.* New York: Wiley.

Akıncı, E. D. (2007). Yapısal Eşitlik Modellerinde Bilgi Kriterleri. *Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Doktora Tezi* . İstanbul.

Anderson, J. C., & Gerbing, D. W. (1984). The effect of sampling error on convergence, improper solutions, and goodness of fit indices for MLE CFA. *Psychometrika, 49*, 155–173.

Anderson, N. H. (1961). Scales and statistics: Parametric and non-parametric. *Psychological Bulletin, 58*, 305-316.

Anderson, T. W., & Rubin, H. (1956). Statistical inference in factor analysis. In J. Neyman, *Proceedings of third Berkeley symposium on mathematical statistics and probability, V* (pp. 111-150). Berkeley: University of California Press.

Arbukle, J. L. (1997). *AMOS User's Guide, Version 3.6.* Chicago, IL: Small Waters Corp.

Arbukle, J. L. (1994). AMOS: Analysis of moment structures, . *Psychometrika, 59*, 135-137.

Archer, C., & Jennrich, R. I. (1973). Standard errors for rotated factor loadings. *Psychometrika, 38*, 581-592.

Arnold-Berkovits, I. (2002). Structural equation modeling with ordered polytomous and continuous variables: A simulation study comparing full-information Bayesian estimation to correlation/covariance methods. *Unpublished doctoral dissertation* . College Park: Universty of Maryland.

Bagozzi, R. P. (1994). In *Principles of marketing research* (pp. 317–385). Oxford: Blackwell.

Baldwin, B., & Lomax, R. G. (1990). Measurement model specification error in LISREL structural equation models. *Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association* . Boston.

Bandalos, D. L. (2006). The use of Monte Carlo studies in Structural equation modeling research. In G. R. Hancock, & R. O. Mueller, *Structural Equation Modeling* (pp. 385-426). USA: IAP.

Başkan, Ş. (1989). *Multiple Indicator/Multiple Variable Structural Equation Models for School Achievement of Engineering Students.* İzmir.

Bentler, P. M. (1995). *EQS Structural Equations Program Manual.* Multivariate Software, Encino, CA.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Bentler, P. M. (1983). Some contributions to efficient statistics in structural models: Specification and estimation of moment structure. *Psychometrika, 48*, 493-517.

Bentler, R. S., & Goldstein, S. M. (2006). Use of structural equation modeling in operations management research: Looking back and forward. *Journal of Operations Management*, *24:2*, 148-169.

Bollen, K. A. (1989). *Structural Equations with Latent Variables.* New York: Wiley.

Boysan, M. (2006). Çok Örneklemli Yapısal Eşitlik Modelleri. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi* . Van.

Bradley, J. W. (1978). Robustness? *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 31,* 144-152.

Brown, T. A. (2006). *Confirmatory factor analysis for applied research.* New York: The Guilford Press.

Browne, M. V., & Cudeck, R. (1992). Alternative ways of assesing model fit. *Sociological Methods & Research, 47,* 230-258.

Browne, M. W. (1984). Asymptotically distribution-free methods for the analysis of covariance-structures. *British Journal of Mathematical & Statistical Psychology, 37*, 62–83.

Bryne, B. M. (1998). *Structural Equation Modeling with LISREL, PRELIS and SIMPLIS: Basic Concepts, Applications, and Programming.* Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Bryne, B. M. (2001). *Structural Equation Modeling with LISREL, PRELIS and SIMPLIS: Basic Concepts, Applications, and Programming.* Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Cangür, Ş. (2006). Path Analizi Tekniği. *Uludağ Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi* . Bursa.

Carmines, E. G. (1986). The analysis of covariance structure models. In W. D. Berry, & M. L. Beck, *New tools for social scientists: Advances and applications in research methods* (pp. 23-55). Beverly Hills, CA: Sage.

Chou, C., Bentler, P. M., & Satorra, A. (1991). Scaled test statistics and robust standard errors for non-normal data in covariance structure analysis: A Monte Carlo study. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 44*, 347-357.

Coenders, G., Satorra, A., & Saris, W. E. (1997). Alternative approaches to structural modeling of ordinal data: A Monte Carlo study. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 4:4*, 261-282.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Cooley, W. W. (1978). Explanatory observational studies. *educational Researcher, 7:9,* 9-15.

Cudeck, R., & Browne, M. W. (1983). Cross validation of covariance structures. *Multivariate Behavioral Research, 18*, 147-167.

Cudeck, R., & Henly, S. J. (1991). Model selection in covariance structure analysis and the "problem" of sample size: A clarification. *Psychological Bulletin, 109*, 512-519.

Cudeck, R., Toit, S. D., & Sörbom, D. (2001). *Structural Equation Modeling: Present and Future.* USA: Scientific Software International, Inc.

Curran, P. J., Bollen, K. A., Paxton, P., Kirby, J., & Chen, F. (2002). The Noncentral Chi-square Distribution in Misspecified Structural Equation Models: Finite Sample Results from a Monte Carlo Simulation. *Multivariate Behavioral Research, 37:1*, 1-36.

Curran, P. J., West, S. G., & Finch, J. (1996). The robustness of test statistics to non-normality and specification error in confirmatory factor analysis. *Psychological Methods, 1*, 16–29.

Çelik, H. E. (2009). Yapısal Eşitlik Modellemesi ve Bir Uygulama: Genişletilmiş Online Alışveriş Kabul Modeli. *Doktora Tezi, ESOGÜ Fen Bilimleri Enstitüsü* .

DeMars, C. E. (2010). A Comparison of Limited-Information and Full-Information Methods in Mplus for Estimating IRT Parameters for Non-normal Populations. *Center for Assessment and Research Studies* . Harrisonburg: James Madison University.

Diemer, M. A., Wang, Q., Moore, T., Gregory, S. R., Hatcher, K. M., & Voight, A. M. (2010). Sociopolitical Development, Work Salience, and Vocational Expectations Among Low Socioeconomic Status African American, Latin American, and Asian American Youth. *Developmental Psychology, 46:3,* 619-635.

Dolan, C. V. (1994). Factor analysis of variables with 2, 3, 5, and 7 response categories: A comparison of categorical variable estimators using simulated data. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 47,* 309-326.

Duncan, S. C., & Duncan, T. E. (1996). A multivariate latent growth curve analysis of adolescent substance use. *Structural Equation Modeling, 3,* 323–347.

Enders, C. K. (2001). The impact of nonnormality on full information maximum likelihood estimation for structural equation models with missing data. *Psychological Methods, 6,* 352–370.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Fan, X., & Fan, X. (2005). TEACHER'S CORNER: Using SAS for Monte Carlo Simulation Research in SEM. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 12:2*, 299 - 333.

Finney, S. J., & DiStefano, C. (2006). Nonnormal and categorical data in structural equation models. In G. Hancock, & R. Muelle, *A second course in structural equation modeling* (pp. 269 - 314). Greenwich, CT: Information Age.

Flora, D. B., & Curran, P. (2004). An emprical evaluation of alternative methods of estimation for confirmatory factor analysis with ordinal data. *Psychological Methods, 9: 4*, 466-491.

Forero, C. G., & Maydeu-Olivares, A. (2009). Estimation of IRT Graded Response Models: Limited Versus Full Information Methods. *Psychological Methods, 14:3,* 275–299.

Forero, C. G., Maydeu-Olivares, A., & Gallardo-Pujol, D. (2009). 'Factor Analysis with Ordinal Indicators: A Monte Carlo Study Comparing DWLS and ULS Estimation. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 16: 4,* 625 — 641.

Gentle, J. E. (1985). Monte Carlo methods. In S. K. Johnson, *The encyclopedia of statistical sciences Vol. 5* (pp. 612–617). New York: Wiley.

Gilligan, T., Cheryl, C., Lauren, N., McLeod, L., & Yang, Y. (2010). Let SAS® Do the Work: Correlation Crossroads. *SAS Global Forum:Statistics and Data Analysis,* 256.

Gold, M. S., Bentler, P. M., & Kim, K. H. (2003). A comparison of maximum-likelihood and asymptotically distribution-free methods of treating incomplete nonnormal data. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 10,* 48–82.

Golob, T. F. (2003). Structural equation modeling for travel behaviour research, Transportation Research. *B-Methodological, 37*, 1-25.

Grace, J. B. (2006). *Structural Equation Modeling and Natural Systems.* New York: Cambridge University Press.

Grilli, L., & Rampichini, C. (2007). Multilevel Factor Models for Ordinal Variables. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 14:1*, 1-25.

Hair, J. F., Anderson, R. E., Tatham, R. L., & Black, W. (1992). *Multivariate Data Analysis: with Readings.* New York: Macmillan Publishing Company.

Hartmann, W. M. (1992). *The CALIS Procedure: Extended User's Guide.* NC: SAS Institue, Cary.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Harwell, M. S., Stone, C. A., Hsu, T. C., & Kirisci, L. (1996). Monte carlo studies in Item Respose Theory. *Applied Phychological Measurements, 20*, 101-125.

Hayashi, K., & Sen, P. K. (1997). The asymptotic covariance matrix of estimates of factor loadings with normalized varimax rotation. *Institute of Statistics Mimeo Series, 2176*.

Hipp, J. R., & Bollen, K. A. (2003). "Model Fit in Structural EquatioModels with Censored, Ordinal, and Dichotomous Variables: Testing Vanishing Tetrads. *Sociological Method, 33:1*, 267-305.

Holgado-Tello, F. B., Chacon-Moscoso, S., Barbero-Garcia, I., & Vila-Abad, E. (2010). Polychoric versus Pearson correlations in exploratory and confirmatory factor analysis of ordinal variables. *Qual Quant, 44*, 153-166.

Hoogland, L. T., & Boomsma, A. (1998). Robustness studies in covariance structure modeling: An oterview and meta-analysis. *Social Methods & Research, 26*, 329-367.

Howe, W. G. (1955). *Some contributions to factor analysis(Report No. ORNL-1919).* Oak Ridge National Laboratory: Oak Ridge, TN.

Hox, J. J. (1995). AMOS, EQS, and LISREL for windows: A comparative approach. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 1,* 79–91.

Hox, J. J., Maas, C. J., & Brinkhuis, M. J. (2010). The effect of estimatiom method and sample size in multilevel structural equation modeling. *Statistica Neerlandica, 64:2,* 157-170.

Hu, L., & Bentler, P. M. (1998). Fit indices in covariance structure modeling: Sensitivity to underparameterized model misspecification. *Psychological Methods, 3,* 424–453.

Jennrich, R. I. (1974). Simplified formulae for standard errors inmaximum-likelihood factor analysis. *British J. Math. Stat. Psychol., 27*, 122–131.

Johnson, R. A., & Wichern, D. W. (2002). *Applied Multivariate Statistical Analysis II.* New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

Jöreskog, K. G. (1973). A general method of estimating a linear structural equation system. In A. S. Goldberger, & O. D. Duncan, *Structural equation models in the social sciences* (pp. 58-112). New York: Seminar.

Jöreskog, K. G. (1994). Structural Equation Modeling With Ordinal Variables. *IMS Lecture Notes- Monograph Series, 24,* 297-310.

Jöreskog, K. G., & Sörbom, D. (1989). *LISREL 7 user's reference guide.* Chicago: Scientific Software.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Jöreskog, K. G., & Sörbom, D. (1988). *LISREL 7: A guide to the program and applications.* Chicago: SPSS.

Jöreskog, K. G., & Sörbom, D. (1994). *Simulation with PRELIS 2 and LISREL 8.* Chicago: Scientific Software International.

Jöreskog, K. (1990). New developments in LISREL-Analysis of ordinal variables using polychoric correlations and weighted least squares. *Quality and Quantity, 24,* 387-404.

Jöreskog, K. (2002). *Structural Equation Modeling with Ordinal Variables Using LISREL.* 2011 tarihinde http://www.ssicentral.com/lisrel/corner.htm. adresinden alındı

Jöreskog, K. (2005). *Structural Equation Modeling with Ordinal Variables using LISREL.* 2011 tarihinde http://www.ssicentral.com/lisrel/techdocs.ordinal.pdf. adresinden alındı

Jöreskog, K., & Sörbom, D. (1993). *LISREL 8 User's Reference Guide; PRELIS 2 User's Reference Guide.* Chicago: Scientific Software International.

Jöreskog, K., & Sörbom, D. (2001). *LISREL 8: User's Reference Guide.* USA: Scientific Software International, Inc.

Jöreskog, K., & Sörbom, D. (1981). *LISREL V: Analysis of linear structural relationships by maximum likelihood and least squares methods (Research Report 81-8).* Uppsala, Sweden: University of Uppsala, Department of Statistics.

Jöreskog, K., & Sörbom, D. (2002). *PRELIS 2: User's Reference Guide.* USA: Scientific Software International, Inc.

Kaiser, H. F. (1958). The varimax criterion for analytic rotation in factor analysis. *Psychometrika, 23*, 187–200.

Kaplan, D. (1988). The impact of specification error on the estimation, testing, and improvement of structural equation models. *Multivariate Behavioral Research, 23*, 113-139.

Keesling, J. W. (1972). Maximum likelihood approaches to casual flow analysis. *Unpublished doctoral dissertation* . University of Chicago.

Kenny, D. A. (2004). *Correlation and Causality.*

Kim, K. A., & Mueller, D. J. (2001). To balance or not to balance: confirmatory factor analysis of the affect-balance scale. *Journal of Happiness Studies, 2* , 289–306.

Kline, B. (2005). *Principles and practice of structural equation modeling.* New York, London: The Guilford Press.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Lawlwy, D. N. (1958). Estimation in factor analysis under various initial assumptions. *British Journal of Statistical Psychology, 11*, 1-12.

Lee, S., & Hershberger, S. (1990). A simple rule for generating equivalent models in covariance structure modeling. *Multivariate Behavioral Research, 25*, 313-334.

Loehlin, J. C. (1992). *Latent Variable Models An Introduction to Factor, Path, and Structural Analysis.* Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

MacCallum, R. C., Browne, M. W., & Sugawara, H. M. (1996). Power analysis and determination of sample size for covariance structure modeling. *Psychological Methods, 1*, 130–149.

MacCallum, R. C., Wegener, D. T., Uchino, B. N., & Fabrigar, L. R. (1993). The problem of equivalent models in applications of covariance structure analysis. *Psychological Bulletin, 114*, 185-199.

Metropolis, N., & Ulam, S. (1949). The Monte carlo method. *Journal of the American Statistical Assoation, 44*, 335-341.

Moustaki, I., Jöreskog, K. G., & Mavridis, D. (2004). Factor Models for Ordinal With Covariate Effects on the Manifest and Latent Variables: A Comparison of LISREL and IRT Approaches. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 11:4*, 487-513.

Mueller, R. O. (1996). *Basic principles of structural equation modeling.* New York: Springer.

Mulaik, S. A. (2009). *Linear Casual Modeling with Structural Equations.* New York: CRC Press.

Muthén, B. (1978). Contributions to factor analysis of dichotomous variables. *Psychometrika, 43*, 551–560.

Muthén, B. O. (1984). A general structural equation model with dichotomous, ordered categorical, and continuous latent variable indicators. *Psychometrica, 49:1*, 115-132.

Muthen, B. O. (1988). *LISCOMP: Analysis of linear structural equations with a comprehensive measurement model.* Mooresville, IN: Scientific Software.

Muthén, B. O., & Kaplan, D. (1985). A comparison of some methodologies for the factor analysis of non-normal Likert variables. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 38*, 171-189.

Muthén, B. O., & Kaplan, D. (1992). A comparison of some methodologies for the factor analysis of non-normal Likert variables: A note on the size of the model. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 45*, 19-30.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Muthen, B. O., du Toit, S. H., & Spisic, D. (1997). Robust inference using weighted least squares and quadratic estimating equations in latent variable modeling with categorical outcomes. *Psychometrica*.

Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (2002). How to Use a Monte Carlo Study to Decide on Sample Size and Determine Power. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 9:4,* 599-620.

Muthen, L. K., & Muthen, B. O. (1998). *Mplus User's Guide* . Los Angeles: CA: Muthen and Muthen.

Neale, M. C. (1997). *Mx: Statistical modeling(4th ed.)* . Richmond, VA: Author.

Neudecker, H. (1981). On the matrix formulation of Kaiser's varimax criterion. *Psychometrika, 46:3,* 343-345.

Olsson, U. H., Foss, T., Troye, S., & Howell, R. D. (2000). The performance of ML, GLS and WLS estimation in structural equation modeling under conditions of misspesification and nonnormalitiy. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 7,* 557-595.

Olsson, U. (1979). Maximum likelihood estimation of the polychoric correlation coefficent. *Psychometrika, 44,* 443-460.

Olsson, U., Drasgow, F., & Dorans, N. J. (1982). The polyserial correlation coefficent. *Psychometrika, 47,* 337-347.

Paxton, P., Curran, P. J., Bollen, K. A., Kirby, J., & Chen, F. (2001). Monte Carlo Experiments: Design and Implementation. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 8:2,* 287 - 312.

Powell, D. A., & Schafer, W. D. (2001). The robustness of the likelihood ratio chi-square test for structural equation models: A meta analysis. *Journal of Educat ional and behavioral statistics, 26,* 105-132.

Prescott, C. A. (2004). Using the Mplus Computer Program to Estimate Models for Continuous and Cathegorical Data from Twins. *Behaviour Genetics, 34:1,* 17-40.

Raykov, T., & Marcoulides, G. A. (2006). *A First Course in Structural Equation Modeling.* New Jersey: Lavrence Erlbaum Associates.

Raykov, T., & Penev, S. (2001). The problem of equivalent structural equation models: An individual residual perspective. G. A. Marcoulides, & R. E. Schumacker içinde, *New developments and techniques in structural equation modeling* (s. 297-321). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Reinartz, W. J., Echambadi, R., & Chin, W. W. (2002). Generating Non-normal Data for Simulation of Structural Equation Models Using Mattson's Method. *Multivariate Behavioral Research, 37:2,* 227-244.

Robey, R. R., & Barcikowski, R. S. (1992). Type 1 error and the number of iterations in Monte Carlo studies of robustness. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 45*, 283-288.

Satorra, A., & Bentler, P. M. (1994). Corrections to test statistics and standard errors in covariance structure analysis. A. von Eye, & C. C. Clogg içinde, *Latent variables analysis: Applications for developmental research* (s. 399–419). Thousand Oaks, CA: Sage.

Savalei, V. (2010). Small Sample Statistics for Incomplete Nonnormal Data: Extensions of Complete Data Formulae and a Monte Carlo Comparison. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 17: 2*, 241-264.

Savalei, V., & Bentler, P. M. (2005). A statistically justified pairwise ML method for incomplete nonnormal data: A comparison with direct ML and pairwise ADF. *Structural Equation Modeling, 12*, 183–214.

Scheines, R., Spirtes, P., Glymour, C., & Meek, C. (1994). *TETRAD II:Tools for discovery*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Schumacker, R. E., & Lomax, R. G. (2004). *A Beginner's Guide to Structural Equation Modeling.* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Serlin, R. C. (2000). Testing for robustness in Monte Carlo studies. *Phychological Methods, 5* , 230-240.

Shapiro, A. (1985). Asymptotic equivalence of minimum discrepancy function estimators to GLS estimators. *South African Statistical Journal, 1,* 33–81.

Shapiro, A. (1983). Asymtotic distribution theory in the analysis of covariance structures(a unified approach). *South African Statistical Journal, 17,* 33-81.

Sharma, S., Durvasula, S., & Dillon, W. R. (1989). Some results on the behaviour of alternate covariance structure estimation procedures in the presence of non-normal data. *Journal of Marketing Reseach*, *XXVI*, 214-221.

Shipley, B. (2004). *Cause and Correlation in Biology A User's Guide to Path Analysis, Structural Equations and Causal Inference.* New York: Cambridge University Press.

Skrondal, A., & Rabe-Hesketh, S. (2005). Structural equation Modeling: Categorical Variables. *Entry for the Encyclopedia of Statistics in Behavioral Science,* Wiley.

Steiger, J. H. SEPATH. In *STATISTICA 5.0. Tulsa, OK: StatSoft.*

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Stephenson, M. T., & Holbert, R. L. (2003). A Monte Carlo Simulation of Observable Versus Latent Variable Structural Equation Modeling Techniques. *Communication Research, 30:3*, 332-354.

Stevens, S. S. (1946). On the theory of scales of measurement. *Science, 103*, 677-680.

Şehribanoğlu, S. (2005). Yapısal Eşitlik Modelleri ve Bir Uygulaması. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tez* . Van.

Şimşek, Ö. F. (2007). *Yapısal Eşitlik Modellemesine Giriş Temel İlkeler ve LISREL Uygulamaları.* Ankara: Ekinoks Yayıncılık.

Tanaka, J. S., Panter, A. T., Winborne, W. C., & Huba, G. (1990). Theory testing personality and social psychology with structural equation models. In C. Hendrick, & M. S. Clark, *Research methods in personality and social psychology* (pp. 217-243). Newbury Park California: Sage.

Timm, H. N. (2002). *Applied Multivariate Analysis.* New York: Springer-Verlag.

Wald, A. (1950). A note on the identification of economic relations. In T. C. Koopmans, *Statistical inference in dynamic economic models* (pp. 238-244). New York: Wiley.

Waller, N. G. (1993). Software review: Seven confirmatory factor analysis programs: EQS, EzPath, LINCS, LISCOMP, LISREL 7, SIMPLIS and CALIS. *Applied Psychological Measurement*, *17*, 73–100.

West, S. G., Finch, J. F., & Curran, P. J. (1995). Structural equation models with nonnormal variables. In R. Hoyle, *Structural Equation Modeling: Concepts, Issues, and Applications* (pp. 56–63). Sage: Thousand Oaks, CA.

Wiley, D. E. (1973). The idendification problem for structural equation models with unmeasured variables. In A. S. Goldberger, & O. D. Duncan, *Structural equation models in the social sciences* (pp. 69-83). New York: Seminar.

Wright, S. (1921). Correlation and causation. *Journal ıf Agricultural Research, 20*, 557-585.

Wright, S. (1918). On nature of size factors. *Genetics, 3*, 367-374.

Wright, S. (1934). The method of path coefficients. *Annals of Mathematical Statistics, 5*, 161-215.

Yılmaz, V., & Çelik, H. E. (2009). *LISREL ile Yapısal Eşitlik Modellemesi-I Temel Kavramlar, Uygulamalar, Programlama.* Pegem Akademi: Ankara.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Yu, C. Y., & Muthen, B. O. (2002). Evaluation of model fit indices for latent variable models with cathegorical and continuous outcomes. *Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Assosiation*. New Orleans: LA.

Yuan, K. H., & Bentler, P. M. (2000). Three likelihood-based methods for mean and covariance structure analysis with nonnormal missing data. *Sociological Methodology, 30*, 165-200.