

Çoklu Modeller Yaklaşımını Kullanarak Gezgin Robotların Uyarlamalı Kontrolü

Altan Onat

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Haziran 2012

Adaptive Control of Mobile Robots Using Multiple Models Approach

Altan Onat

**MASTER OF SCIENCE THESIS**

Department of Electrical and Electronics Engineering

Haziran 2012

# Çoklu Modeller Yaklaşımını Kullanarak Gezgin Robotların Uyarlamalı Kontrolü

Altan Onat

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca

Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Kontrol ve Kumanda Sistemleri Bilim Dalında

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Metin Özkan

Haziran 2012

## ONAY

Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Altan Onat'ın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı “Çoklu Modeller Yaklaşımını Kullanarak Gezgin Robotların Uyarlamalı Kontrolü” başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

**Danışman** : Yrd. Doç. Dr. Metin Özkan

**İkinci Danışman** : -

**Yüksek Lisans Tez Savunma Jürisi:**

**Üye** : Prof. Dr. Abdurrahman Karamancıođlu

**Üye** : Prof. Dr. Osman Parlaktuna

**Üye** : Yrd. Doç. Dr. Ahmet Yazıcı

**Üye** : Yrd. Doç. Dr. Muammer Akçay

**Üye** : Yrd. Doç. Dr. Metin Özkan

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Nimetullah BURNAK

Enstitü Müdürü

## ÖZET

Bu çalışmada, holonomik olmayan tekerlekli gezgin robotların istenen bir yörüngeyi takip edebilmeleri için uyarlamalı kontrol metotları önerilmiştir. Önerilen uyarlamalı kontrol metotları çoklu model yaklaşımı ile birlikte kullanılarak geçici (transient) tepkide iyileştirmeler sağlanmıştır.

Önerilen uyarlamalı kontrol yaklaşımı kinematik ve dinamiği içeren robot modelinde kullanılamamaktadır. Bu nedenle iki aşamalı kontrol yaklaşımı kullanılmıştır. Gezgin robotun sadece dinamik modeli için çoklu model yaklaşımı kullanılarak uyarlamalı dinamik denetleyici tasarımı yapılmıştır. Bu denetleyici, robotun referans doğrusal ve açısal hızlara ulaşmasını sağlamaktadır. Gezgin robotun kinematik modeli için geliştirilen kinematik denetleyici istenen yörünge takibi için gerekli doğrusal ve açısal hızları belirlemektedir. Kinematik ve dinamik denetleyicilerin kullanımı ile dinamik parametre belirsizliklerinde robotun yörünge takibi gerçekleştirilmiştir. Benzetim çalışmaları ile önerilen yaklaşımın katkıları gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Çoklu modeller yaklaşımı, uyarlamalı kontrol, tekerlekli gezgin robotlar, yörünge takip kontrolü

## SUMMARY

In this study, adaptive tracking control methods has been proposed for a nonholonomic wheeled mobile robot. By using these proposed adaptive control methods with multiple models approach, enhancement in transient response has been provided.

Proposed adaptive control approach can not be used with the mobile robot model which involves both kinematics and dynamics. For this reason overall control system includes two stage controllers. An adaptive controller design has been made by using multiple models approach only for the dynamic model of mobile robot. This controller provides robot to track the given reference linear and angular velocities. Kinematic controller developed for the kinematic model of the mobile robot determinates the linear and angular velocities needed for tracking the desired trajectory. The overall control system provides the trajectory tracking in the presence of dynamic parameter uncertainties. Contributions of the proposed approach is shown by simulations.

Keywords: Multiple models approach, adaptive control, wheeled mobile robots, trajectory tracking control

## TEŞEKKÜR

Gerek derslerimde ve gerekse tez çalışmalarında, bana danışmanlık ederek, beni yönlendiren ve her türlü olanağı sağlayan danışmanım Yrd. Doç. Dr. Metin zkan'a teŐekkürlerimi sunarım.

Ayrıca bu tezi hazırlarken benden hiçbir yardımı esirgemeyen aileme, niversite hayatım boyunca beni yönlendiren ve cesaret veren hocam Prof. Dr. Osman Parlaktuna'ya teŐekkürü bir borç bilirim.

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET .....</b>	<b>v</b>
<b>SUMMARY .....</b>	<b>vi</b>
<b>TEŞEKKÜR .....</b>	<b>vii</b>
<b>İÇİNDEKİLER .....</b>	<b>viii</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ.....</b>	<b>xi</b>
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ.....</b>	<b>xiv</b>
<b>1. GİRİŞ .....</b>	<b>1</b>
1.1 Gezin Robotlar .....	1
1.2 Tekerlekli Gezin Robotların Yörünge Kontrolü .....	2
1.3 Çoklu Modellerin Kullanımı .....	4
1.4 Çoklu Model Yaklaşımının Gezin Robotların Uyarlamalı Kontrolünde Kullanımı.....	5
1.5 Önerilen Yaklaşım ve Katkıları.....	6
<b>2. ÇOKLU MODEL YAKLAŞIMI İLE UYARLAMALI KONTROL.....</b>	<b>7</b>
2.1 Giriş.....	7
2.2 Çoklu Modeller Arasında Anahtarlama .....	12
2.3 Çoklu Modeller Kullanarak Dolaylı Uyarlamalı Kontrol .....	15
2.4 Benzetim Çalışması.....	34
2.5 Bölüm Özeti .....	39
<b>3. GEZGİN ROBOT KİNEMATİĞİ VE DİNAMİĞİ .....</b>	<b>40</b>
3.1 Gezin Robot Kinematığı.....	40
3.2 Gezin Robot Dinamiğı .....	43



## İÇİNDEKİLER (devam)

### Sayfa

<b>4.</b>	<b>GEZGİN ROBOTLARIN ÇOKLU MODELLER KULLANARAK DİNAMİK UYARLAMALI KONTROLÜ.....</b>	<b>49</b>
4.1	Giriş.....	49
4.2	Denetleyici Tasarımı .....	50
4.3	Denetleyicinin Kararlılığının Kanıtlanması .....	51
4.4	Filtrelenmiş Regresör Matrisinin Kullanımı .....	55
4.5	Anahtarlama Kriteri.....	56
4.6	Benzetim Çalışması.....	57
4.7	Bölüm Özeti .....	65
<b>5.</b>	<b>GEZGİN ROBOTLARIN ÇOKLU MODELLER KULLANARAK BÜTÜNLEŞTİRİLMİŞ KİNEMATİK VE DİNAMİK UYARLAMALI KONTROLÜ .....</b>	<b>66</b>
5.1	Giriş.....	66
5.2	Bütünleşik Denetleyicinin Tasarımı.....	67
5.2.1	Kinematik denetleyici.....	67
5.2.2	Uyarlamalı dinamik denetleyici .....	68
5.3	Denetleyicinin Kararlılığının Kanıtlanması .....	69
5.4	Benzetim Çalışması.....	72
5.5	Bölüm Özeti .....	81
<b>6.</b>	<b>GEZGİN ROBOTLARIN ÇOKLU MODELLER KULLANARAK BİRLEŞTİRİLMİŞ DOĞRUDAN VE DOLAYLI UYARLAMALI KONTROLÜ .....</b>	<b>82</b>
6.1	Giriş.....	82
6.2	Denetleyicinin Tasarımı .....	83
6.2.1	Kinematik denetleyici.....	83
6.2.2	Uyarlamalı dinamik denetleyici .....	84

**İÇİNDEKİLER (devam)**

	<b><u>Sayfa</u></b>
6.3 Çoklu Modeller Kullanılarak Uyarlamalı Dinamik Kontrol .....	87
6.4 Benzetim Çalışması.....	90
6.5 Bölüm Özeti .....	98
<b>7. SONUÇ VE ÖNERİLER.....</b>	<b>99</b>
<b>KAYNAKLAR DİZİNİ .....</b>	<b>101</b>

## ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 Parametre yakınsamasının tek bir model ile gösterimi .....	8
2.2 Parametre yakınsamasının çoklu uyarlamalı modeller ile gösterimi.....	9
2.3 Parametre yakınsamasının çoklu sabit modeller ve bir uyarlamalı model, anahtarlama ve ayarlama kullanılarak ile gösterimi.....	10
2.4 Bir uyarlamalı model ile çoklu sabit modeller kullanılması ve sistemin gerçek parametre vektörünün değişimi durumunda anahtarlama ve ayarlama .....	11
2.5 $N$ adet sabit modele ve bir adet uyarlamalı modele sahip dolaylı uyarlamalı denetleyici için blok şeması .....	34
2.6 Tek model kullanıldığı durumda çıktı ( $y$ ) .....	36
2.7 Tek model kullanıldığı durumda takip hatası.....	37
2.8 Tek model kullanıldığı durumda parametre tahmini.....	37
2.9 Dolaylı uyarlamalı kontrol yönteminde anahtarlama (0: uyarlamalı model, 1-6: sabit modeller) .....	38
3.1 Holonomik olmayan diferansiyel sürüş sistemine sahip gezgin robot .....	40
4.1 Kontrol mimarisinin blok şeması .....	49
4.2 Gezgin robotun takip etmesi istenilen hız profili .....	58
4.3 Gezgin robotun birinci tekerleğine uygulanan tork.....	59
4.4 Gezgin robotun ikinci tekerleğine uygulanan tork .....	59
4.5 Gezgin robotun doğrusal hız takip hatası .....	60
4.6 Gezgin robotun açısal hız takip hatası.....	60
4.7 Gezgin robotun doğrusal hız takip hatasının integrali.....	61
4.8 Gezgin robotun açısal hız takip hatasının integrali .....	61
4.9 Tek model kullanıldığı durumda parametre tahminleri.....	62
4.10 Çoklu modellerin kullanıldığı durumda parametre tahminleri.....	62
4.11 Tek model kullanıldığı durumda gezgin robotun hız takip hataları .....	63
4.12 Çoklu modeller kullanıldığı durumda gezgin robotun hız takip hataları .....	63

## ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
4.13 Çoklu modeller kullanıldığı durumda modellerin seçimi.....	64
4.14 $G_2 = diag(0.4,0.4)$ ve $G_1 = diag(1,1)$ durumunda modellerin seçimi.....	65
5.1 Kontrol mimarisinin blok şeması .....	66
5.2 Gezgin robotun birinci tekerleğine uygulanan tork.....	74
5.3 Gezgin robotun ikinci tekerleğine uygulanan tork .....	74
5.4 Doğrusal hız takip hatası .....	75
5.5 Açısal hız takip hatası.....	75
5.6 Doğrusal hız takip hatasının integrali.....	76
5.7 Açısal hız takip hatasının integrali .....	76
5.8 Tek model kullanıldığı durumda parametre tahminleri.....	77
5.9 Çoklu modeller kullanıldığı durumda parametre tahminleri .....	77
5.10 Robotun pozisyonu ve referans yörünge .....	78
5.11 Robotun pozisyonu ve referans yörünge (Etkinin görülebilmesi için ilk yirmi saniye alınmıştır.) .....	78
5.12 Robotun x eksenindeki pozisyonu ve x eksenindeki referans yörüngesi .....	79
5.13 Robotun y eksenindeki pozisyonu ve y eksenindeki referans yörüngesi .....	79
5.14 Robotun x ve y eksenlerindeki takip hataları .....	80
5.15 Modeller arasındaki anahtarlama .....	80
6.2 Robotun pozisyonu ve referans yörünge .....	92
6.3 Robotun pozisyonu ve referans yörünge (Etkinin görülebilmesi için ilk beş saniye alınmıştır.) .....	92
6.4 Robotun x ve y eksenindeki pozisyon takip hataları.....	93
6.5 Doğrusal hız takip hatası .....	93
6.6 Doğrusal hız takip hatası (Etkinin görülebilmesi için ilk beş saniye alınmıştır.)..	94
6.7 Açısal hız takip hatası.....	94
6.8 Açısal hız takip hatası (Etkinin görülebilmesi için ilk beş saniye alınmıştır.) .....	95
6.9 Doğrusal hız takip hatasının integrali.....	95

**ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)**

<b><u>Sekil</u></b>	<b><u>Sayfa</u></b>
6.10 Doğrusal hız takip hatasının integrali (Etkinin görülebilmesi için ilk on saniye alınmıştır.) .....	96
6.11 Açısal hız takip hatasının integrali .....	96
6.12 Açısal hız takip hatasının integrali (Etkinin görülebilmesi için ilk on saniye alınmıştır.) .....	97
6.13 Modeller arasındaki anahtarlama .....	97

**ÇİZELGELER DİZİNİ****Çizelge****Sayfa**

3.1	Holonomik olmayan, diferansiyel sürüş sistemine sahip gezgin robot için parametreler .....	41
-----	---	----

## BÖLÜM 1

### GİRİŞ

#### 1.1 Gezgin Robotlar

Gezgin robotlar bulunduğu ortamda hareket kabiliyetine sahip otomatik makinelerdir. Gezgin robotlar, sahip olduğu geniş uygulama alanı potansiyeli ile son yıllarda büyük ilgi görmekte ve birçok araştırmacı bu alanda çalışmalar yapmaktadır.

Uzay araştırmaları, askeri araştırmalar, afet durumlarında insanların yerlerinin tespit edilmesi ve kurtarılması, güvenlik ve servis alanları ve büyük binaların temizlenmesi gezgin robotların kullanım alanlarından bazılarıdır.

Gezgin robotlar hareket ettikleri ortam türüne ve hareket etmek için kullandıkları araç türüne göre sınıflandırılabilirler. Hareket ettikleri ortam türüne göre gezgin robotlar aşağıdaki gibi sınıflandırılabilir:

- Yer robotları, bu tip robotlar genellikle tekerlekli olup, iki veya daha fazla bacağına sahip türleri de bulunmaktadır.
- Hava robotları, genellikle otonom hava araçları olarak adlandırılırlar.
- Su altı robotları, genellikle otonom su altı araçları olarak adlandırılırlar.
- Polar robotlar, kaygan ve buzlu ortamlarda hareket kabiliyetleri vardır.

Gezgin robotlar hareket etmek için kullandıkları araç türüne göre

- Bacaklı robotlar,
- Tekerlekli robotlar,
- Paletli robotlar olarak sınıflandırılabilir.

Bu çalışmada, tekerlekli, diferansiyel sürüş sistemine sahip iç ortam robotlarının yörünge takibi konusu ele alınmıştır.

## 1.2 Tekerlekli Gezgin Robotların Yörünge Kontrolü

Tekerlekli gezgin robotların yörünge takibi uzun zamandır ilgi çeken bir araştırma alanıdır. Günümüze kadar çok sayıda tekerlekli gezgin robot modeli ve yörünge takibi için kontrol yöntemi önerilmiştir. Yörünge takibi için geliştirilen bu kontrol yöntemleri kinematik, dinamik yörünge takibi denetleyicileri veya her iki denetleyicinin bütünleştirildiği denetleyicileri kapsamaktadır.

(Kanayama, et al., 1990) otonom gezgin robotların yörünge takibi için kontrol metodu önermiştir. Bu kontrol yöntemi robotun kinematik modeli dikkate alınarak geliştirilmiştir. Bu çalışma daha sonra yapılan çalışmalar için temel oluşturmuş, uzun bir süre burada önerilen kontrol metodu tekerlekli gezgin robotların yörünge kontrolü çalışmalarında kullanılmıştır. Bu çalışmada temel amaç gezgin robotun yörüngeyi izleyebilmesi için gerekli doğrusal ve açısız hızları bulmaktır. (Yun and Yamamoto, 1992) gezgin robotun hareket ve kısıt denklemlerini durum uzayında incelemiş ve gezgin robotların geri besleme doğrusallaştırmasına uygunluğunu çalışmıştır. Bu çalışma gezgin robotların girdi-durum doğrusallaştırmasına uygun olmadığını, eğer tekerlek eksenindeki bir konum çıktı olarak seçilir ise statik durum geri beslemesi ile sistemin girdi-çıkışı doğrusallaştırmasına da uygun olmadığını, fakat dinamik bir durum geri beslemesi kullanılarak sisteme girdi-çıkışı doğrusallaştırılması uygulanabileceğini göstermiştir. Bütünleştirilmiş kinematik denetleyici ve tork denetleyici (Fierro and Lewis, 1995) tarafından önerilmiştir. Bütünleştirilmiş kinematik/tork denetleyici geliştirilirken geri adımlama metodu kullanılmıştır. Ayrıca bu çalışmada önerilen kontrol yöntemi üç temel, holonomik olmayan seyrüsefer problemine çözüm için uygulanabilmektedir, bunlar referans yörüngeyi takip, yol takibi, istenilen bir pozisyonda sabitleştirme.



Tekerlekli gezgin robotların yörünge kontrolünde uyarlamalı kontrol metotlarının da kullanıldığı görülmektedir. Uyarlamalı kinematik denetleyicinin tork denetleyicisi ile bütünleştirildiği detaylı bir çalışma (Fukao, et al., 2000) tarafından yapılmıştır. (Wilson and Robinett, 2001) ise holonomik olmayan gezgin robotlar için gürbüz uyarlamalı kontrol mimarisi önermiştir. Bu çalışmada geri adımlama tekniği robot kinematiği ve dinamiği arasında köprü oluşturmuş, takip performansı robotun dinamiği ve parametre değişiklikleri için gürbüzlük dengelemesi göz önünde bulundurularak iyileştirilmiştir. (Pourboghrat and Karlsson, 2002; Petrov, 2010) bilinmeyen dinamik parametrelere sahip tekerlekli gezgin robotların uyarlamalı kontrolü için yöntemler sunmuştur. Dinamik modelin iki kısımdan oluştuğu, kinematik modelin ve dinamik hata denklemlerinin koordinatlara dönüştürülerek takip probleminin kararlılaştırma problemine dönüştürüldüğü ve parametre belirsizliklerinin model referanslı uyarlamalı kontrol yöntemi ile telafi edildiği bir yöntem (Gholipour and Yazdanpanah, 2003) tarafından önerilmiştir. (De La Cruz and Carelli, 2006) ilk defa çoklu robot formasyonunda kullanılan eksiksiz bir gezgin robot modeli önermiştir. Bu modele girdi-çıkı geri beslemesi doğrusallaştırması uygulanmıştır. (Martins, et al., 2008) tekerlekli gezgin robotlara yörünge takibi esnasında rehberlik etmek için uyarlamalı bir denetleyici önermiştir; bu çalışmada referans hızlar robotun kinematik modeli kullanılarak üretilmekte ve daha sonra bu hızlar işlenerek robotun dinamiğinden kaynaklanan belirsizlikleri telafi etmek için kullanılmaktadır. (Shojaei, et al., 2010), girdi-çıkı geri besleme doğrusallaştırmasına dayanan uyarlamalı yörünge takibi denetleyicisini önermiştir. (Zhengcai, et al., 2011) geri adımlama metoduna dayanan uyarlamalı kinematik denetleyici tasarlamış ve bu denetleyiciyle birlikte kullanılacak dinamik uyarlamalı denetleyici önermiştir. (Park, et al., 2011) holonomik olmayan bir gezgin robotun yörünge takibi için uyarlamalı gözlemleyici tabanlı bir denetleyici önermiştir. Bu çalışmada ölçülemeyen hızlar geliştirilen uyarlamalı gözlemleyici ile tahmin edilmiş ve geri adımlama kullanılarak, torku girdi olarak üreten yörünge takibi denetleyicisi önerilmiştir.

### 1.3 Çoklu Modellerin Kullanımı

Bir önceki bölümde bahsedilen kontrol yöntemlerinde yakınsama kanıtları sağlanmış, fakat hiçbirisinde geçici tepkiye değinilmemiştir. Parametre hataları çok fazla olduğunda sistemin geçici tepkisi çok yüksek aşmalar (overshoot) içerebilir. Sistem asimptotik kararlı olmasına karşın uyarlamalı kontrol yaklaşımı bu aşmalar yüzünden bazı sistemlere uygulanamayabilir.

(Ciliz and Narendra, 1994) çoklu model yaklaşımını kullanarak özgün bir uyarlamalı kontrol stratejisi geliştirmiş ve bu kontrol yöntemini bilinmeyen veya değişen dinamiğe sahip robotik manipülatörlere uygulamıştır. (Ciliz and Narendra, 1995) daha sonra çoklu model yaklaşımını kullanarak, doğrudan ve dolaylı uyarlamalı kontrol yöntemlerinin birleştirildiği bir kontrol stratejisi önermiş, bu yöntemi yine robotik manipülatörlere uygulamıştır. Bu çalışma daha sonra tekrar gözden geçirilmiştir (Ciliz and Cezayirli, 2004). Çoklu modellerin kullanılarak, doğrusal, zamandan bağımsız sistemlerin uyarlamalı kontrolü için anahtarlama (switching) ve ayarlama (tuning) metotlarını da kapsayan detaylı bir çalışma (Narendra and Balakrishnan, 1997) tarafından yapılmıştır. (Narendra and George, 2001) ilk kez robotik manipülatörler dışında kalan, doğrusal olmayan sistemler için çoklu modeller ile anahtarlama ve ayarlama metotlarının kullanıldığı uyarlamalı kontrol yöntemi önermiştir. DC motorların yük değişimi altında kontrolü için çoklu model tabanlı uyarlamalı kontrol yöntemi (Cezayirli and Ciliz, 2004) tarafından önerilmiştir. İki eksenli, SCARA tipi doğrudan sürücülü robot manipülatörünün kontrolü için çoklu model tabanlı uyarlamalı denetleyici (Ciliz and Tuncay, 2005) tarafından önerilmiştir. Doğrudan sürücülü sistemlerde manipülatörün dinamiğinden kaynaklanan doğrusal olmayan etkiler yüksek hızlarda doğrudan robotun kontrolüne yansımaktadır; bu nedenle çoklu model tabanlı önerilen kontrol yöntemlerinin etkinliğini göstermek için doğrudan sürücülü sistemler idealdir. (Lee, 2006) geliştirdiği çoklu model tabanlı uyarlamalı kontrol yönteminin etkinliğini kilitlenmeyen fren sistemine uygulayarak göstermiştir. Doğrusal olmayan dinamiğe sahip sistemlerin bilinmeyen parametreler cinsinden doğrusal olarak parametrik ayrıştırılabildiği kabul edilerek, çoklu modellerin kullanıldığı model referanslı uyarlamalı kontrol yöntemi (Ciliz and Cezayirli, 2006) tarafından önerilmiştir.

(Cezayirli and Ciliz, 2007) doğrusal olmayan sistemlerin sadece doğrudan uyarlamalı kontrolü için çoklu model tabanlı bir yöntem geliştirmiş ve yöntemin etkinliğini göreceli derecesi iki olan, doğrusal olmayan bir sisteme uygulayarak göstermiştir. Tek girdili ve tek çıktılı (SISO) sistemler için, minimum faz ve girdi-çıkıtı doğrusallaştırması yapılabilen sistemler oldukları kabulü ile çoklu model tabanlı uyarlamalı kontrol yöntemi (Cezayirli and Ciliz, 2008) tarafından önerilmiştir.

#### **1.4 Çoklu Model Yaklaşımının Gezgin Robotların Uyarlamalı Kontrolünde Kullanımı**

Literatürde çoklu model yaklaşımının gezgin robotların uyarlamalı kontrolünde kullanıldığı çok az sayıda çalışma bulunmaktadır. Literatür taraması sonucunda, bu tezde önerilen yöntemlerden farklı olarak, çoklu model tabanlı yöntemlerin kullanıldığı iki adet çalışma bulunduğu görülmüştür.

(D'Amico, et al., 2006) çoklu model tabanlı, uyarlamalı kontrol ve öğrenme kontrolü çerçevesinde gezgin robot dinamiğinin tanımlandığı ve robotların takip probleminde çözüm getiren bir yöntem önermiştir. Bu yöntemde robotun kinematik davranışını modellemek ve modellenmemiş takip hatalarının birikimini azaltmak amacı ile çoklu modeller için radyal tabanlı fonksiyon ağları (RBFNs) kullanılmıştır. (De La Cruz, et al., 2008) ise Lyapunov teorisini kullanarak gezgin robotlarda takip ve konumlama için uyarlamalı bir kontrol yöntemi geliştirmiştir. Bu çalışmada anahtarlama gezgin robot tanımlama modelleri yerine farklı parametre güncelleme kazancına sahip parametre tahmin kuralları arasında yapılmaktadır. Önerilen yöntem ile robotun yüksek ivmelere çıkması ve parametrelerin başka değerlere sürüklenmesi engellenmiştir.

## 1.5 Önerilen Yaklaşım ve Katkılar

Bu tez çalışmasına (Cezayirli, 2007) tarafından hazırlanan doktora çalışması ilham kaynağı olmuştur. (Cezayirli, 2007) doğrusal olmayan sistemler için çoklu tanımlama modellerinin kullanıldığı uyarlamalı kontrol yöntemleri önermiştir.

Öncelikle tez kapsamında kullanılacak gezgin robot modelleri belirlenmiştir. Daha sonra çoklu model yaklaşımı tanımlanmış, anahtarlama ve ayarlama metotları tanımlanmıştır. Önerilen çoklu model tabanlı uyarlamalı kontrol yöntemi gezgin robotun dinamik kontrolü için kullanılmıştır. Daha sonra gezgin robotun ayrıca kartezyen uzayda kontrolü için bir kinematik denetleyici önerilmiştir. Önerilen bu kinematik denetleyici ve dinamik denetleyiciler çoklu model yaklaşımı da kullanılarak bütünleştirilmiştir. Son olarak da dolaylı ve doğrudan uyarlamalı kontrol yöntemlerinin birleştirildiği ve yine çoklu model yaklaşımının kullanıldığı bir yöntem önerilmiştir.

Bu tezde gezgin robotların uyarlamalı kontrolü için özgün bütünleştirilmiş kinematik ve dinamik denetleyici geliştirilmiş; ayrıca, bu denetleyici ile birlikte çoklu model yaklaşımı uygulanmıştır. Önerilen yöntemlerin uygulandığı benzetim çalışmaları sonucunda geçici tepkideki iyileşmeler açık bir şekilde gözlemlenmiştir. Bu çalışmalar yapılan bilimsel yayınlarla paylaşılmıştır.

## BÖLÜM 2

### ÇOKLU MODEL YAKLAŞIMI İLE UYARLAMALI KONTROL

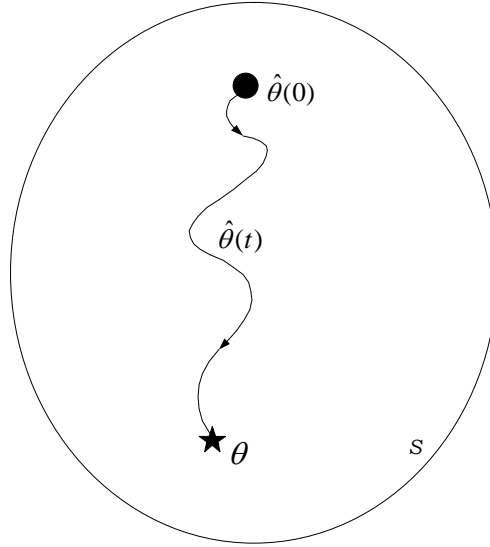
#### 2.1 Giriş

Amaç uyarlamalı kontrol yöntemi ile çoklu modeller ve anahtarlama kullanarak sistemin geçici tepkisini iyileştirmektir. Birçok araştırmacı tarafından da belirtildiği üzere uyarlamalı kontrolün eksiği yavaş uyarlama ve zayıf geçici tepkidir. Bu eksiklikler parametre tahminleri özellikle gerçek parametre değerlerinden çok uzak ise veya takip esnasında parametrelerde çok büyük ve ani değişiklikler var ise ortaya çıkmaktadır. Daha büyük uyarlama kazançları seçilerek uyarlama hızlandırılabilir, fakat bu soruna tam olarak çözüm olmamaktadır, çünkü yüksek uyarlama kazançları yatışkın durum (steady-state) gürültü hassasiyetini arttırdığı için performansı düşürebilir. Önerilen yöntemler düşük kazançlarda geçici tepkiyi iyileştirmeyi sağlamaktadır.

Genel olarak önerilen mekanizma basit olup, sistemde  $N$  adet tanımlama modeli bulunmaktadır ( $N > 1$ ).  $N = 1$  olduğu durum tek modele sahip sisteme karşılık gelmektedir. Bu tanımlama modelleri sabit modeller veya uyarlamalı modeller olabilirler. Parametre uzayında tek model ile uyarlamayı görsel hale getirmek amacı ile Şekil 2.1'e bakılmalıdır.

Şekil 2.1'de görüldüğü üzere bu sistemde tek bir tanımlama modeli bulunmaktadır. Parametre uzayı  $S \subset R^p$ 'de gerçek sistem parametrelerini tanımlayan  $\theta$  vektörü  $\star$  ile gösterilmiştir. Parametre tahmin vektörünün başlangıç değeri  $\hat{\theta}(0)$  yine aynı uzayda farklı bir noktaya karşılık gelmektedir.  $\hat{\theta}(0)$  ve  $\theta$ 'yı birbirine bağlayan yol uyarlamayı temsil etmektedir. Uyarlama başladığında, parametre tahmin vektörü  $\hat{\theta}(t)$  başlangıç değeri  $\hat{\theta}(0)$ 'dan sistemin gerçek parametre vektörü  $\theta$ 'ya

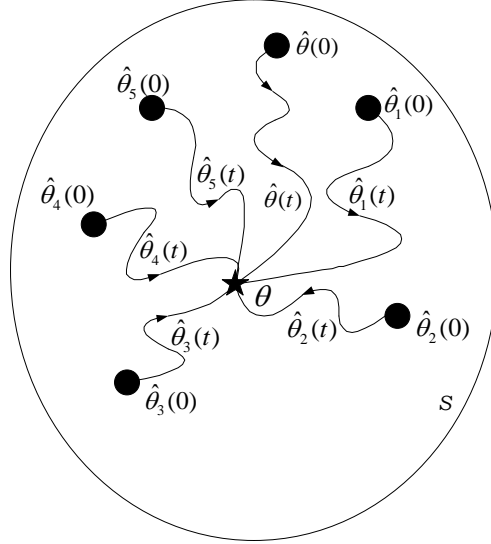
belirtilen yolda gitmektedir. Bu  $\hat{\theta}(t)$ 'nin  $\theta$ 'ya asimptotik yakınsamasına karşılık gelmektedir. Yolun şekli ve yolculuk süresi (diğer bir deyiş ile yakınsama süresi) tanımlama algoritması ile belirlenmektedir.



Şekil 2.1 Parametre yakınsamasının tek bir model ile gösterimi

Çoklu model tabanlı uyarlamalı kontrol sistemi tümü uyarlamalı olan modeller içerebilir. Bunun dışında her bir uyarlamalı modelin farklı tanımlama algoritması olabilir. Her bir anda, hangi modelin tahmininin denetleyici tarafından kullanılacağına anahtarlama yöntemi karar vermektedir. Eğer tüm uyarlamalı modeller asimptotik kararlı ise modeller arasında anahtarlama kararlılığı etkilemeyecektir (Narendra and George, 2001). Çoklu model tabanlı uyarlamalı kontrolde parametre yakınsaması Şekil 2.2'de görülmektedir.

Şekil 2.2'de tüm modellerin gerçek parametre değerine yakınsadığı görülmektedir. Bu modeller arasında rastgele bir anahtarlamanın parametre değerini gerçek değerine götüreceği açık bir şekilde görülmektedir, çünkü tüm modeller gerçek değerine yakınsamaktadır.



Şekil 2.2 Parametre yakınsamasının çoklu uyarlamalı modeller ile gösterimi

Tüm modellerin uyarlamalı modeller olduğu çoklu model tabanlı uyarlamalı kontrolün avantajları şu şekilde sıralanabilir:

1. Her bir modelde farklı tanımlama algoritmaları kullanılabilir, örneğin en küçük kareler metodu, gradyan tabanlı tanımlama, sinir ağları tabanlı tanımlama vb.
2. Eğer tüm modeller asimptotik kararlı ise anahtarlama yöntemi kritik öneme sahip değildir. Rastgele anahtarlama bile kararlı bir sistem sağlayacaktır.

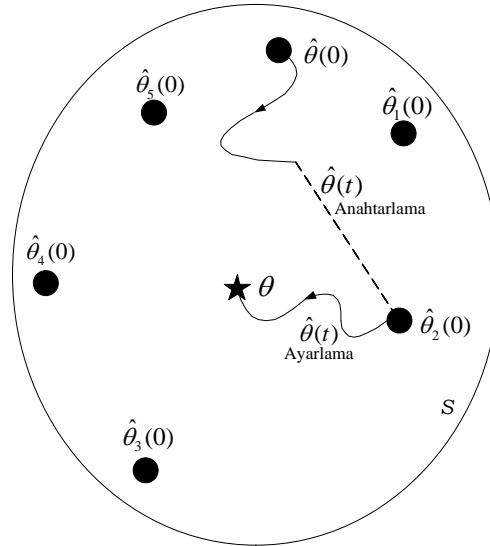
Bu avantajlarının yanında tüm modellerin uyarlamalı olduğu çoklu model tabanlı yaklaşımın bazı dezavantajları da vardır. Bunlar,

1. Tüm modeller aynı değere, yani gerçek sistem parametre vektörüne yakınsayacaklardır. Denetleyicinin çalışması esnasında sistem parametreleri değişir ise başlangıç değerlerindeki noktalar kaybolacaktır ve bu da tek bir modelin bulunacağı sisteme karşılık gelecektir.

2. Tüm modelleri uyarlamalı yapmanın maliyeti genellikle yüksek olmaktadır.

İlk dezavantaj özellikle ciddi bir eksikliklerdir. Eğer uyarlamalı modellerin başlangıç değerleri ilerideki kullanım için saklanır ve parametre değişiminde uyarlamalı modeller bu değerlerden tekrar başlatılır ise bu eksiklik giderilebilir.

Diğer taraftan, bir uyarlamalı model ve  $N$  sabit modelin olduğu çoklu model tabanlı uyarlamalı kontrol sistemleri de oluşturulabilir.



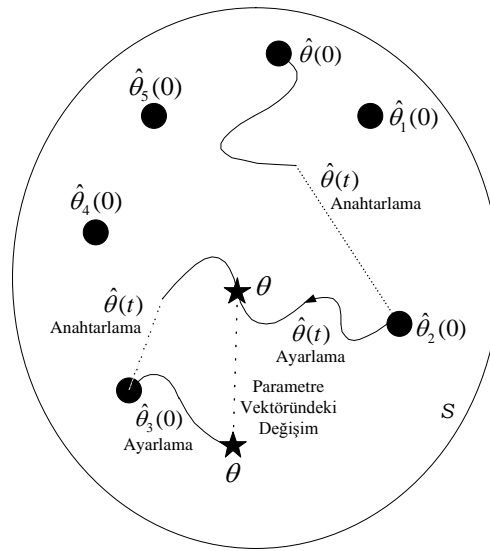
Şekil 2.3 Parametre yakınsamasının çoklu sabit modeller ve bir uyarlamalı model, anahtarlama ve ayarlama kullanılarak gösterimi

Uyarlamalı model  $\hat{\theta}(t)$  sabit modeller olan  $\hat{\theta}_j(t)$  'lerden gerçek parametre değeri  $\theta$  'ya en yakın olana anahtarlannmıştır. Bu durum bir uyarlamalı beş sabit model için yukarıdaki Şekil 2.3'de rahatlıkla görülebilmektedir. Bu şekilde sabit modellerin ve uyarlamalı modelin gerçek değere yakınlığı bir performans indeksi veya anahtarlama fonksiyonu ile belirlenmektedir. Şekil 2.3'deki senaryoda ayarlama  $t=0$  anında başladıktan sonra herhangi bir  $t_1 > 0$  anında uyarlamalı model  $\hat{\theta}_2$  'ye



anahtarlanmaktadır. Daha sonra uyarlamalı model  $\hat{\theta}(t)$  uyarlamaya  $\hat{\theta}_2$ 'den devam etmektedir, bu ayarlama olarak isimlendirilmektedir.

Şekil 2.4 senaryonun ikinci kısmını göstermektedir. Bu senaryoda gerçek sistem parametresi  $t_2$  zamanında değişmektedir.



Şekil 2.4 Bir uyarlamalı model ile çoklu sabit modeller kullanılması ve sistemin gerçek parametre vektörünün değişimi durumunda anahtarlama ve ayarlama

Sistemin yeni parametre vektörü  $S$  uzayında başka bir nokta olmaktadır. Uyarlama sistemi uyarlamaya  $t_2$  zamanından hemen sonra başlamaktadır.  $t_3$  zamanında anahtarlama mekanizması hangi sabit modele geçileceğine karar vermektedir. Bu nedenle bir anahtarlama gerçekleşmekte, uyarlamalı model  $\hat{\theta}(t)$  sabit model  $\hat{\theta}_3$ 'e anahtarlanmaktadır. Uyarlama gerçek değere yakınsama sağlanana kadar devam etmektedir.

Yukarıda tanımlanan senaryo basit bir durumu belirtmektedir. Anahtarlamanın zamanı ve anahtarlamanın sayısı anahtarlama kuralı ile belirlenmektedir.

Çoklu model kullanmanın avantajı sistemin en uygun modele anahtarlama yapabilmesidir. Tüm sistemde karışıklığa neden olmamak amacı ile sonlu sayıda anahtarlama yapılmalıdır. Bu yapıyı belirtmek için izin verilebilir bir anahtarlama mekanizması önerilecektir.

Sonlu bir dizi olan  $T_i \in R_+$ , eğer  $T_0 = 0$  ve tüm  $i$  değerleri için  $T_i < T_{i+1}$  ise bu diziye anahtarlama dizisi denilir. Buna ek olarak eğer  $T_{\min}$  gibi bir sayı var ise ve bu sayı  $T_{i+1} - T_i \geq T_{\min}$  eşitsizliğini sağlıyor ise buna izin verilen anahtarlama mekanizması denilmektedir.

Yukarıdaki izin verilen anahtarlama mekanizması tanımı temelde sonlu bir zamanda sonsuz anahtarlamanın olamayacağını belirtmektedir. Yukarıdaki tanımlara dayanarak  $N$  adet sabit tanımlama modeli,  $N$  adet sabit parametre tahmini  $\hat{\theta}_j$ ,  $j=1, \dots, N$  ile tanımlanmaktadır. İzin verilen anahtarlama tanımında belirtilen  $T_{\min}$  anahtarlama periyodu göz önüne alınarak  $t$  anında bir anahtarlama olur ise, parametre tahmin vektörü  $\hat{\theta}(t)$  anlık olarak seçilen modelin indeksinin  $j$  olduğu  $\hat{\theta}_j$  'ye anahtarlacaktır.

## 2.2 Çoklu Modeller Arasında Anahtarlama

Çoklu modeller ile uyarlamalı kontrolde parametre uzayında parametre tahminlerinin gerçek parametre değerine yakınlığını ölçmek için sistem tanımlama hatalarının belirlenmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Böylelikle tanımlama hatasını belirlemek için bir performans indeksi oluşturulabilir.  $e_{I_j} \in R^n$  tanımlama hatası vektörü olsun. Performans indeksinin genelleştirilmiş hali

$$J_j(t) \stackrel{def}{=} e_{I_j}(t)^T G_1 e_{I_j}(t) + \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} e_{I_j}(\tau)^T G_2 e_{I_j}(\tau) d\tau, \quad j=0, \dots, N \quad (2.1)$$

olmaktadır. Burada  $G_1, G_2 \in R^{n \times n}$  pozitif (yarı-) tanımlı ağırlık matrisleri olup,  $\lambda \geq 0$  sayısal unutmama faktörüdür. Denklem (2.1)'de bulunan sıfır indeksi ( $j=0$ ) uyarlamalı modele karşılık gelmekte,  $1, \dots, N$  indeksleri ise  $N$  adet sabit modele karşılık gelmektedir. Ağırlık matrisleri  $G_1, G_2$ 'den birisi sıfır olabilir, fakat her ikisi de sıfır olmamalıdır. Denklem (2.1)'in sağ tarafındaki terim anlık hataları dikkate almakta, ikinci terim ise birikimli tanımlama hatalarını dikkate almaktadır. Eğer  $\lambda > 0$  ise, birikimli hatalar performans indeksinde üssel unutmama ile bulunmaktadır.  $G_1$  için daha büyük değerler seçilip,  $G_2$  sabit kaldıkça, anahtarlama sayısı artacaktır, çünkü anahtarlama mekanizması anlık hatalara daha duyarlı hale gelecektir.

Uyarlamalı modelin tanımlama hatası  $\tilde{x}_0$  ve  $N$  adet sabit tanımlama modeli tanımlama hataları  $\tilde{x}_j$ ,  $j=1, \dots, N$  ile verilmiş olsun. İzin verilen anahtarlama zamanı  $T_{\min}$  ile birlikte Denklem (2.1)'deki performans indeksine bağlı anahtarlama mantığı

$$j^* = \{j : \min J_j\} \quad , \quad j=0, \dots, N \quad (2.2)$$

burada  $j^*$  seçilen tanımlama modeli için indeksi belirtmektedir.

Yukarıdaki tanıma göre, eğer seçilen modelin indeksi sıfır ise, uyarlamalı model hala en iyi modeldir ve bu hesaplama anında anahtarlama olmayacaktır. Eğer seçilen indeks sıfırdan farklı ise seçilen sabit tanımlama modeli hesaplama anında en iyi modeldir. Bu nedenle o anda uyarlamalı model için belirtilen parametre tahmin vektörü  $\hat{\theta}(t)$  seçilen sabit modele ait parametre vektörü  $\hat{\theta}_{j^*}$ 'a anahtarlanacaktır. Uyarlamalı model, seçilen sabit modelin parametre tahmin değerinden devam edecektir.

Anahtarlama için bir maliyet fonksiyonu kullanmanın dışında (Cezayirli, 2007) ve (Branicky, 1998) yaptığı çalışmada çoklu Lyapunov fonksiyonlarının kullanımını ve dinamik bir sistem için kararlılık koşullarını da içeren sonuçları kullanarak anahtarlama

mekanizması önermiştir. Bu tez çalışmasında bu yöntem gezgin robot yerine basit doğrusal olmayan bir sisteme uygulanmıştır. Bunun nedeni bu yöntemin uygulanabilmesi için regresör matrisinin kalıcı tahrik için yeteri kadar zengin olması gerekmektedir, diğer bir ifade ile

$$\beta_1 > \int_t^{t+\delta} Y(\tau)Y^T(\tau)d\tau > \beta_2 I \quad , \quad \beta_1, \beta_2, \delta > 0 \quad (2.3)$$

eşitsizliğinin sağlanması gerekmektedir. Gezgin robot modeli için elde edilen regresör matrisi bu koşulu sağlamamaktadır. Bu nedenle anahtarlama kriteri olarak çoklu Lyapunov fonksiyonlarının kullanıldığı yöntem basit doğrusal olmayan, fakat elde edilen regresörün kalıcı tahriki sağlayacak derecede zengin olduğu bir sisteme uygulanmıştır.

(Cezayirli, 2007)'de belirtilen sistem

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \theta) + g(x, \theta)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

olmaktadır. Burada  $x \in \mathfrak{R}^n$  durum vektörü,  $f, g$  yeteri kadar düzgün (smooth) vektör alanları,  $h$  yeteri kadar düzgün sayısal fonksiyon,  $\theta \in S$  olmak üzere belirsiz parametre vektörü,  $u \in \mathfrak{R}$  girdi vektörü,  $y \in \mathfrak{R}$  çıktı vektörüdür. Bu sistem parametrik formda yazılır ise

$$\dot{x} = Y^T(x, u)\theta \quad (2.5)$$

ifadesi elde edilmektedir. Denklem (2.3)'de verilen sistemin göreceli derecesinin tüm  $x \in \mathfrak{R}^n$  ve  $\theta \in S$  için  $\gamma$  olduğu, durum vektörü  $x$ 'in geri besleme için uygun olması ve sisteme girdi-çıkıtlı doğrusallaştırması uygulanabileceği kabul edilmiştir. Bu sistem için Lyapunov fonksiyonu adayları  $V_j$ ,  $j=1, \dots, N$ , ile belirlenmiş ve  $T_i$  izin verilen anahtarlama dizisi olarak kullanılmıştır. Eğer

$$V_j(x(T_{i+1})) < V_j(x(T_i)) \quad (2.6)$$

tüm  $j$  değerleri için sağlanıyor ise anahtarlanan bu sistem Lyapunov anlamında kararlıdır (Branicky, 1998). Burada kullanılan tüm Lyapunov fonksiyonları dolaylı olarak tanımlanan dinamik için oluşturulmuştur. Her bir Lyapunov fonksiyonu  $V_j$  olarak tanımlanıp,  $N$  adet sabit model olduğu varsayımı ile çoklu Lyapunov fonksiyonlarındaki değişim gözlemlenebilir. Anahtarlama mekanizmasının temeli aşağıdaki koşuldur

$$\Delta V_j = V_j(t + T_{\min}) - V_j(t) < 0 \quad , \quad j = 1, \dots, N. \quad (2.7)$$

Bu eşitsizlikte  $V(t)$  uyarlamalı model için oluşturulmuş Lyapunov fonksiyonu,  $V_j(t + T_{\min})$  ise  $j$ . sabit model için oluşturulmuş Lyapunov fonksiyonudur. Eğer  $\Delta V_j \leq -\kappa$ ,  $\kappa > 0$  için sağlanır ise, uyarlamalı modelin parametre tahminleri  $\hat{\theta}_j$ 'ye anahtarlanacak ve uyarlama bu noktadan başlayacaktır. Eğer birden fazla model  $\Delta V_j \leq -\kappa$  eşitsizliğini sağlıyor ise en büyük  $\kappa$  değerini sağlayan model seçilecektir. Eğer hiçbir model Lyapunov fonksiyonunda negatif bir zıplamaya neden olmuyor ise anahtarlama olmayacak ve uyarlama anahtarlama olmadan devam edecektir.

### 2.3 Çoklu Modeller Kullanarak Dolaylı Uyarlamalı Kontrol

Denklem (2.4) ve Denklem (2.5) ile belirtilen sistem göz önüne alınsın. Dolaylı kontrol yöntemleri kullanılarak yapılan kontrolde parametre tahminleri ayrı bir tanımlama modeli kullanılarak oluşturulmaktadır.

Denklem (2.4) ile verilen sistemin dinamiğinin belirsiz parametreler cinsinden doğrusal olduğu kabul edilir ise Denklem (2.4) ile verilen  $f$  ve  $g$  aşağıdaki gibi ifade edilebilir

$$\left. \begin{aligned} f(x, \theta) &= \sum_{k=1}^p \theta_k f_k(x) \\ g(x, \theta) &= \sum_{k=1}^p \theta_k g_k(x) \end{aligned} \right\}. \quad (2.8)$$

Burada vektör alanı  $\theta$ 'ya ait elemanlar olan  $\theta_k$  iki vektör alanı  $f$  ve  $g$  için aynıdır.

Burada bilinmeyen parametre vektörü  $\theta$  filtre tabanlı tanımlama modeli kullanılarak tanımlanabilir. Sistem dinamiğinin regresör formunda Denklem (2.5) ile verildiği kabul edilsin.  $x$  ve  $Y$ 'nin filtrelenmiş şekli sırasıyla  $x_f$  ve  $Y_f$  olsun, bunlar

$$\left. \begin{aligned} \sigma \dot{x}_f &= -x_f + x \\ \sigma \dot{Y}_f^T &= -Y_f^T + \sigma Y^T(x, u) \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

olarak tanımlanabilir. Burada  $\sigma \in \mathfrak{R}_+$  Denklem (2.5) ile verilen türevli ifadeyi yok ederek doğrusal bir hata denklemi elde etmeyi sağlayan birinci dereceden bir filtrenin zaman sabitidir. Durum vektörü  $x$  aşağıdaki gibi yazılabilir

$$x = Y_f^T \theta + x_f + [x(0) - Y_f^T(0)\theta - x_f(0)] e^{-t/\sigma}. \quad (2.10)$$

Yukarıdaki ifade, türevi alınıp Denklem (2.5) elde edilerek doğrulanabilir.  $\sigma$ 'nın yeteri kadar küçük seçildiği varsayımı ile yatışkın durum tahmini

$$\hat{x} = Y_f^T \hat{\theta} + x_f \quad (2.11)$$

olarak verilebilir. Durum tahmin hatası  $\tilde{x} = \hat{x} - x$  olarak ve parametre tahmin hatası  $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$  olarak verilir ise, durum tahmin hatası

$$\tilde{x} = Y_f^T \tilde{\theta} \quad (2.12)$$

olarak elde edilebilir. Denklem (2.12) ile verilen doğrusal hata denklemi bilinmeyen parametre vektörü  $\hat{\theta}$ 'i tanımlamak için kullanılabilir. Burada parametre tanımlamak için basit gradyan tabanlı bir yöntem seçilmiştir. Denklem (2.12) ile verilen hata denklemi için gradyan tahmin yöntemi

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\alpha Y_f \tilde{x} \quad , \quad \alpha \in \mathfrak{R}_+ \quad (2.13)$$

olarak verilmiştir. Aşağıdaki gibi bir Lyapunov fonksiyonu seçilir ise

$$V(\tilde{\theta}) = \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \quad (2.14)$$

ve türevi alınır ise

$$\dot{V}(\tilde{\theta}) = \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \quad (2.15)$$

olmaktadır. Denklem (2.12) ve Denklem (2.13), Denklem (2.15)'de yerine konulur ise

$$\dot{V}(\tilde{\theta}) = -\alpha \tilde{x}^T \tilde{x}, \quad (2.16)$$

ve  $\dot{V}(\tilde{\theta}) < 0$  olmaktadır. Bu nedenle  $\tilde{\theta} \in L_\infty$  olmaktadır. Denklem (2.16)'nın integrali alınır ise

$$\int_0^t \dot{V}(\tilde{\theta}(\tau)) d\tau = \int_0^t -\alpha \tilde{x}^T(\tau) \tilde{x}(\tau) d\tau \quad (2.17)$$

$$V(\tilde{\theta}(t)) - V(\tilde{\theta}(0)) = -\alpha \int_0^t \tilde{x}^T(\tau) \tilde{x}(\tau) d\tau \quad (2.18)$$

olmaktadır. Denklem (2.14) ve  $\tilde{\theta}$  'nın sınırlılığından Denklem (2.18)'in sol tarafı sınırlıdır. Bu nedenle  $\tilde{x} \in L_2$  olmaktadır. Eğer sistem BIBS (Sınırlı Girdi-Sınırlı Durum) kararlı ise  $x \in L_\infty$  ve dolayısı ile  $Y(x) \in L_\infty$  olmaktadır.  $Y$  matrisine uygulanan filtre  $\sigma > 0$  için kararlı olmaktadır. (Cezayirli, 2007, s. 12)'de bulunan Lemma 2.4'de de belirtildiği üzere eğer  $x(t) \in L_p$ ,  $1 \leq p < \infty$  ise  $x_f(t) = \frac{b}{s+a} x(t) \in L_\infty$  ve  $a > 0$ ,  $b > 0$  için  $\lim_{t \rightarrow \infty} x_f(t) = 0$  olmaktadır. Bu lemma kullanılarak  $Y_f \in L_\infty$  olduğu görülmektedir. Bu sonuç Denklem (2.12)' de kullanılarak  $\tilde{x} \in L_\infty$  elde edilebilir. Denklem (2.13) kullanılarak  $\dot{\tilde{x}} \in L_\infty$  olmaktadır.  $\tilde{x} \in L_2 \cap L_\infty$  ve  $\dot{\tilde{x}} \in L_\infty$  olduğundan dolayı (Cezayirli, 2007, s. 12)'de bulunan Lemma 2.3'de de belirtildiği üzere eğer  $e(t) \in L_2 \cap L_\infty$  ve  $\dot{e}(t) \in L_\infty$  ise  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$  olmaktadır. Bu sonuç kullanarak  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x} = 0$  olduğu açıkça görülmektedir.

Denklem (2.4) ile belirtilen doğrusal olmayan,  $n$ . derece tek girdili-tek çıktılı bir sistemin  $D_0 \subset D$  bölgesinde  $\gamma$  göreceli derecesine sahip olması için

$$\begin{aligned} Lg L_f^i h(x) &= 0, \quad \forall x \in D_0, \quad i = 0, \dots, \gamma - 2 \\ Lg L_f^{\gamma-1} h(x) &= 0, \quad \forall x \in D_0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

olmalıdır. Basitçe sistemin göreceli derecesi  $\gamma$ , çıktı  $y = h(x)$  'in girdi  $u$  ifadede belirene kadar kaç kez türevi alınabileceğini göstermektedir. Göreceli derece her zaman tanımlanamayabilir, bu özellikle çıktının girdi tarafından etkilenmediği durumlarda olmaktadır. Eğer sistemin göreceli derecesi  $\gamma$  tanımlanabiliyor ise,  $\gamma \leq n$  olmaktadır.  $\gamma = n$  olduğu durumda girdi-çıkı doğrusallaştırması, sistemi girdi-durum doğrusallaştırmasına götürecektir.

Eğer  $\gamma < n$  ise doğrusal olmayan dinamik bazı kısımların gözlemlenebilir olmadığı ve bu kısımların doğrusallaştırılmadığı görülür. Sistemin gözlemlenemeyen bu kısmına iç dinamik denilmektedir. Eğer sistem  $\forall x \in D_0, D_0 \subset D$  için  $\gamma \leq n$



göreceli dereceye sahip ise her  $x_0 \in D_0$  için,  $x_0$ 'ın  $\Omega$  komşuluğunda düzgün vektör fonksiyonu  $\eta(x) = [\eta_1 \dots \eta_{n-\gamma}]^T$  bulunmaktadır. Bu vektör fonksiyonu

$$L_g \eta_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, n - \gamma, \quad \forall x \in \Omega \quad (2.20)$$

koşulunu sağlamaktadır. Ayrıca

$$\phi(x) = \begin{bmatrix} \xi(x) \\ \eta(x) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$\Omega$  üzerinde bir difeomorfizm olmaktadır. Burada

$$\xi(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{\gamma-1} h(x) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

olmaktadır. Yukarıda görüldüğü üzere koordinat dönüşüm fonksiyonu  $\phi(x)$  iki kısımdan oluşmaktadır, birisi doğrusallaştırılmış kısım diğeri ise doğrusal olmayan kısımdır. Bu koordinat dönüşümü Denklem (2.4) ile belirtilen sisteme uygulanır ise bu sistemi aşağıdaki gibi verilmiş normal yapı olarak adlandırılan yapıya dönüştürmüş olacaktır.

$$\left. \begin{array}{l} \dot{\xi}_1 = \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 = \xi_3 \\ \vdots \\ \dot{\xi}_\gamma = b(\xi, \eta) + a(\xi, \eta)u \\ \dot{\eta} = q(\xi, \eta) \\ y = \xi_1 \end{array} \right\} \quad (2.23)$$

burada  $b(\xi, \eta) \stackrel{def}{=} L_f^\gamma h(x)$  ve  $a(\xi, \eta) \stackrel{def}{=} L_g L_f^{\gamma-1} h(x)$  olarak tanımlanmıştır.  $\dot{\eta} = q(\xi, \eta)$  sistemin iç dinamiğidir. Geri besleme ile oluşturulan kontrol girdisi

$$u = \frac{v - b(\xi, \eta)}{a(\xi, \eta)} \quad (2.24)$$

Denklem (2.23)'de bulunan  $\dot{\xi}_\gamma$ 'yi  $\dot{\xi}_\gamma = v$ 'ye dönüştürmektedir. Böylelikle dönüştürülmüş girdi  $v$  ile çıktı  $y$  tam anlamıyla doğrusal olmaktadır, ve doğrusal durum geri beslemeli denetleyiciler kullanılabilir. Denklem (2.24)'de yazılan geri beslemeli kontrol kuralı aşağıdaki gibi yazılabilir

$$u = \frac{v - L_f^\gamma h(x)}{L_g L_f^{\gamma-1} h(x)}. \quad (2.25)$$

Eğer kutup yerleştirme tasarımı uygulanacak ise, dönüştürülmüş girdi

$$v = \lambda_1 L_f^{\gamma-1} h(x) + \lambda_2 L_f^{\gamma-2} h(x) + \dots + \lambda_\gamma h(x) \quad (2.26)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $\lambda_1, \dots, \lambda_\gamma \in \mathfrak{R}_+$ , Denklem (2.26), Denklem (2.25)'de gerekli yere konulduğunda

$$u = \frac{-L_f^\gamma h(x) + \lambda_1 L_f^{\gamma-1} h(x) + \lambda_2 L_f^{\gamma-2} h(x) + \dots + \lambda_\gamma h(x)}{L_g L_f^{\gamma-1} h(x)} \quad (2.27)$$

ifadesi elde edilmektedir. Bu ifade durum geri beslemeli kontrol kuralı tamamlamaktadır. Eğer Denklem (2.27)'deki ifade Denklem (2.23)'e uygulanır ise normal yapı

$$\begin{aligned}
\dot{\xi} &= A\xi \\
\dot{\eta} &= q(\xi, \eta) \\
y &= \xi_1
\end{aligned} \tag{2.28}$$

olarak yazılabilir. Doğrusallaştırılmış sistemin durum matrisi  $A$  dönüştürülmüş kontrol girdisi ile birlikte  $\xi$  alt sisteminin durum değişkenleri sıfıra yakınsayacak şekilde tasarlanabilir. Bu durumda Denklem (2.28)'de bulunan ikinci denklem

$$\dot{\eta} = q(0, \eta) \tag{2.29}$$

olmaktadır. Denklem (2.29)'da oluşan ifadeye doğrusal olmayan sistemin sıfır dinamiği denilmektedir. Sıfır dinamiği doğrusal olmayan sistemin çıktısından gözlemlenemeyen kısmı olduğu için bu kısmın asimptotik kararlılığı önemlidir.

Denklem (2.23)'de verilen  $b(\xi, \eta) \stackrel{def}{=} L_f^\gamma h(x)$  ve  $a(\xi, \eta) \stackrel{def}{=} L_g L_f^{\gamma-1} h(x)$  çoklu doğrusal parametrik elemanlar cinsinden tanımlanabilir

$$\begin{aligned}
L_f^\gamma h(x) &= \\
&\underbrace{\sum_{i_1}^p \sum_{i_1}^p \dots \sum_{i_\gamma}^p \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \dots \left( \frac{\partial h}{\partial x} f_{i_1}(x) \right) \dots \right) f_{i_{\gamma-1}}(x) \right) f_{i_\gamma}(x)}_{F^T(x)} \underbrace{\theta_{i_1}, \theta_{i_2}, \dots, \theta_{i_\gamma}}_{\Theta}
\end{aligned} \tag{2.30}$$

ve

$$\begin{aligned}
L_g L_f^{\gamma-1} h(x) &= \\
&\underbrace{\sum_j^p \sum_{i_1}^p \sum_{i_1}^p \dots \sum_{i_{\gamma-1}}^p \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \dots \left( \frac{\partial h}{\partial x} f_{i_1}(x) \right) \dots \right) f_{i_{\gamma-1}}(x) \right) g_j(x)}_{G^T(x)} \underbrace{\theta_{i_1}, \theta_{i_2}, \dots, \theta_{i_\gamma}}_{\Theta} .
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Analizin kolaylaşması açısından Denklem (2.30) ve Denklem (2.31) vektör normunda yazılır ise

$$L_f^\gamma h(x) \stackrel{def}{=} F^T(x)\Theta \quad (2.32)$$

ve

$$L_g L_f^{\gamma-1} h(x) \stackrel{def}{=} G^T(x)\Theta \quad (2.33)$$

olmaktadır.  $\Theta$  Denklem (2.32) ve Denklem (2.33)'de belirtildiği gibi çoklu doğrusal parametre vektörü olmaktadır. Bu gösterim kullanılarak

$$\left. \begin{array}{l} \dot{\xi}_1 = \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 = \xi_3 \\ \vdots \\ \dot{\xi}_\gamma = F^T(x)\Theta + G^T(x)\Theta \cdot u \\ \dot{\eta} = q(\xi, \eta) \\ y = \xi_1 \end{array} \right\} \quad (2.34)$$

ifadesi elde edilebilir. Tanımlama modeli ile oluşturulan parametre tahmini dikkate alınarak kesinlik denkliği prensibi (certainty equivalence principle) kullanılarak

$$u = \frac{1}{G^T(x)\hat{\Theta}} \left( -F^T(x)\hat{\Theta} + v \right) \quad (2.35)$$

olarak türetilebilir. Burada  $\Theta$  çoklu doğrusal parametre vektörünün tahmini,  $v$  ise istenen yörünge kullanılarak tasarlanmış takip kontrol işareti

$$v = y_r^{(\gamma)} + \lambda_1 \left( y_r^{(\gamma)} - y^{(\gamma-1)} \right) + \dots + \lambda_\gamma \left( y_r - y \right) \quad (2.36)$$

olmaktadır. Burada  $\lambda_1, \dots, \lambda_\gamma$  seçilen pozitif sabitlerdir. Bu sabitler

$$s_\gamma + \lambda_1 s_{\gamma-1} + \dots + \lambda_\gamma = 0 \quad (2.37)$$

şeklinde Hurwitz polinomu oluşturmaktadır. Denklem (2.36)'da verilen  $y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(\gamma)}$  hesaplama için mevcuttur, fakat  $\dot{y}, \dots, y^{(\gamma)}$ ,  $L_f h, L_f^2 h, \dots, L_f^{\gamma-1} h$  kullanılarak hesaplanmalıdır. Bu Lie türevlerinin bilinmeyen parametrelerden bağımsız olmamaları nedeni ile bir kez daha kesinlik denkliği prensibi kullanılarak

$$\hat{y}^{(i)} = \dot{\xi}_i = \sum_{j_1}^p \dots \sum_{j_k}^p \frac{\partial}{\partial x} \left( \dots \left( \frac{\partial h}{\partial x} f_{j_1} \right) \dots \right) f_{j_k} \hat{\theta}_{j_1} \dots \hat{\theta}_{j_k}, \quad i=1, \dots, \gamma \quad (2.38)$$

elde edilmektedir. Denklem (2.38) kullanılarak kesinlik denkliği tabanlı takip kontrolü tahmini  $\hat{v}$

$$\hat{v} = y_r^{(\gamma)} + \lambda_1 (y_r^{(\gamma)} - \hat{y}^{(\gamma-1)}) + \dots + \lambda_\gamma (y_r - \hat{y}) \quad (2.39)$$

şeklinde yazılabilmektedir. Kontrol girdisi  $u$  bilinen işaretler ile oluşturulur ise

$$u = \frac{1}{G^T(x)\hat{\Theta}} \left( -F^T(x)\hat{\Theta} + \hat{v} \right) \quad (2.40)$$

ifadesi elde edilmektedir. Elde edilen bu kontrol girdisi Denklem (2.34) ile verilen sistemde yerine konulduğunda kapalı döngü hata dinamiği elde edilebilmektedir. Bunu yapmak için  $\dot{\xi}_\gamma$  terimi yeniden yazılır ise

$$\dot{\xi}_\gamma = F^T(x)\Theta + G^T(x)\Theta \cdot u - \left[ F^T(x)\hat{\Theta} + G^T(x)\hat{\Theta} \cdot u \right] + \left[ F^T(x)\hat{\Theta} + G^T(x)\hat{\Theta} \cdot u \right] \quad (2.41)$$

elde edilir. Çoklu doğrusal parametre hata vektörü aşağıdaki gibi tanımlanır ise

$$\tilde{\Theta} \stackrel{def}{=} \hat{\Theta} - \Theta \quad (2.42)$$

aşağıdaki ifade elde edilir

$$\dot{\xi}_\gamma = F^T(x)\hat{\Theta} + G^T(x)\hat{\Theta} \cdot u + \varphi_1^T(x, u)\tilde{\Theta}. \quad (2.43)$$

Burada  $\varphi_1 = -[F(x)\hat{\Theta} + G(x)\hat{\Theta} \cdot u]$  olmaktadır. Denklem (2.40)'da yer alan kesinlik denkleği tabanlı kontrol girdisi  $u$  Denklem (2.43)'de yerine konulur ise

$$\dot{\xi}_\gamma = \hat{v} + \varphi_1^T(x, u)\tilde{\Theta} \quad (2.44)$$

ifadesi elde edilmektedir. Ayrıca  $\hat{v}$  aşağıdaki gibi de yazılabilir

$$\hat{v} = y_r^{(\gamma)} + \lambda_1(y_r^{(\gamma)} - y^{(\gamma-1)}) + \lambda_1(y^{(\gamma-1)} - \hat{y}^{(\gamma-1)}) + \dots + \lambda_\gamma(y_r - y) + \lambda_\gamma(y - \hat{y}). \quad (2.45)$$

Bu ifadede  $\hat{v}$ 'in, takip kontrol girdisi  $v$ 'ye ek olarak parametre hatalarının bir fonksiyonu olan bir öteleme terimi bulunmaktadır ve  $\hat{v}$  aşağıdaki gibi yazılabilir

$$\hat{v} = v + \varphi_2^T(x, u)\tilde{\Theta}. \quad (2.46)$$

Burada  $\varphi_2$  aşağıda verilen ifadeyi sağlamaktadır

$$\varphi_2^T(x, u)\tilde{\Theta} = \lambda_1(y^{(\gamma-1)} - \hat{y}^{(\gamma-1)}) + \dots + \lambda_\gamma(y_r - y) + \lambda_\gamma(y - \hat{y}). \quad (2.47)$$

Elde edilen ifadeler ile Denklem (2.44)

$$\dot{\xi}_\gamma = v + \varphi^T(x, u) \tilde{\Theta} \quad (2.48)$$

şeklinde yazılabilmektedir. Burada  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$  olmaktadır. Aşağıdaki gibi bir hata terimi tanımlanabilir

$$e_i = \xi_i - y_r^{i-1} \quad , \quad i = 1, \dots, \gamma. \quad (2.49)$$

Böylelikle kapalı döngü hata dinamiği aşağıdaki gibi elde edilir

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_i &= e_i + y_r^{i-1} \\ \dot{e} &= Ae + \varphi^T(\xi, \eta, u) \tilde{\Theta} \\ \dot{\eta} &= q(\xi, \eta) \end{aligned} \right\}. \quad (2.50)$$

Burada  $A$  Denklem (2.37)'de tanımlanmış parametreler ile verilmiş Hurwitz matrisidir.  $\varphi(\xi, \eta, u)$  ise Denklem (2.48) ile verilmiş regresör vektörüdür.

Denklem (2.4) ile verilen doğrusal olmayan sınırlı takip işareti  $y_r$ , sınırlı türevleri  $y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^\gamma$  ve  $\xi, \eta$  cinsinden global Lipschitz olan iç dinamik  $q(\xi, \eta)$  ile verildiği düşünülün. Eğer regresör  $\varphi$  sınırlı  $\xi, \eta, u$  için sınırlı ise, diğer bir deyiş ile  $\|\varphi^T(\xi, \eta, u)\| \leq b_\varphi (\|\xi\| + \|\eta\|)$  eşitsizliği sağlanıyor ve girdi tahrik için yeteri kadar zengin, yani  $t \rightarrow \infty$ ,  $\tilde{\Theta} \rightarrow 0$  sağlanıyor ise Denklem (2.39) ve Denklem (2.40) ile verilen kontrol kuralı ile birlikte Denklem (2.13)'de verilen parametre tahmin kuralı kapalı döngü kararlı bir sistem oluşturmaktadır. Böylelikle takip yakınsaması sağlanmaktadır, diğer bir deyiş ile  $t \rightarrow \infty$  için  $y(t) \rightarrow y_r(t)$  olmaktadır.

Kapalı döngü sistem için sistemin hata dinamiği Denklem (2.50) ile verilmiştir. Sıfır dinamiği üssel olarak kararlı olduğundan, aşağıdaki gibi bir Lyapunov fonksiyonu  $V_q(\eta)$  bulunmaktadır (Khalil, 2000),

$$\left. \begin{aligned} c_1 \|\eta\|^2 &\leq V_q(\eta) \leq c_2 \|\eta\|^2 \\ \frac{\partial V_q}{\partial \eta} q(0, \eta) &\leq -c_3 \|\eta\|^2 \\ \left\| \frac{\partial V_1}{\partial \eta} \right\| &\leq -c_4 \|\eta\| \end{aligned} \right\}. \quad (2.51)$$

Burada  $c_1, c_2, c_3, c_4$  pozitif sabitler olup,  $\|\cdot\|$  ifadesi öklid normu temsil etmektedir. Verilen hata dinamiği için aşağıdaki Lyapunov fonksiyonu seçilebilir

$$V_c(e, \eta) = e^T P e + \mu V_q(\eta) \quad , \quad \mu \in \mathfrak{R}_+ . \quad (2.52)$$

Burada  $P$  aşağıdaki Lyapunov denkleminin çözümü olmaktadır

$$A^T P + P A = -I . \quad (2.53)$$

Denklem (2.52) ile verilen ifadenin türevi alınır ise

$$\begin{aligned} \dot{V}_c(e, \eta) &= e^T (A^T P + P A) e + 2e^T P \varphi^T(\xi, \eta, u) \tilde{\Theta} + \mu \frac{\partial V_q}{\partial \eta} q(\xi, \eta) \\ \dot{V}_c(e, \eta) &= -e^T e + 2e^T P \varphi^T(\xi, \eta, u) \tilde{\Theta} + \mu \frac{\partial V_q}{\partial \eta} q(0, \eta) \\ &\quad + \left( \mu \frac{\partial V_q}{\partial \eta} q(\xi, \eta) - \mu \frac{\partial V_q}{\partial \eta} q(0, \eta) \right) \end{aligned} \quad (2.54)$$

olmaktadır. Sistemin iç dinamiğinin tüm argümanları cinsinden global Lipschitz sürekli olduğu varsayımı ile

$$\|q(\xi, \eta) - q(0, \eta)\| \leq b_q \|\xi\| \quad (2.55)$$



ifadesi elde edilmektedir. Burada  $b_q \in \mathfrak{R}_+$  üst sınır olmaktadır. Ayrıca  $y_r, \dot{y}_r, \dots, y^{r-1}$  sınırlı olduğu için,  $b_r, y_r$  ve türevleri için üst sınır olarak tanımlanır ise

$$\|\xi\| \leq \|e\| + b_r \quad (2.56)$$

ifadesi elde edilebilir. Sınırlı  $\|\xi\|$  ve  $\|\eta\|$  'dan dolayı aşağıdaki koşul da elde edilmektedir

$$\|\varphi^T(\xi, \eta, u)\| \leq b_\varphi (\|\xi\| + \|\eta\|). \quad (2.57)$$

Denklem (2.57) ve Denklem (2.53)'de yer alan  $P$  matrisi kullanılarak

$$\|2P\varphi^T(\xi, \eta, u)\| \leq b_\varphi (\|\xi\| + \|\eta\|) \quad (2.58)$$

ifadesi elde edilmektedir. Denklem (2.51), Denklem (2.55), Denklem (2.56) ve Denklem (2.58) Denklem (2.54)'de kullanılır ise

$$\begin{aligned} \dot{V}_c(e, \eta) \leq & -\|e\|^2 + b_1 \|e\| (\|e\| + \|\eta\| + b_r) \|\hat{\Theta}\| - \\ & \mu c_3 \|\eta\|^2 + \mu c_4 b_q \|\eta\| (\|e\| + b_r) \end{aligned} \quad (2.59)$$

ifadesi elde edilmektedir. Bu ifade genişletilir ise

$$\begin{aligned} \dot{V}_c(e, \eta) \leq & -\left(\frac{1}{2}\|e\| - b_1 b_r \|\tilde{\Theta}\|\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{\mu c_3} \|\eta\| - \sqrt{\frac{\mu}{c_3}} c_4 b_q b_r\right)^2 \\ & -\frac{3}{4}\|e\|^2 + (b_1 b_r \|\tilde{\Theta}\|)^2 - \frac{3}{4}\mu c_3 \|\eta\|^2 - \frac{\mu}{c_3} (c_4 b_q b_r)^2 + b_1 \|\tilde{\Theta}\| \|e\|^2 \\ & + (b_1 \|\tilde{\Theta}\| + \mu c_4 b_q) \|e\| \|\eta\| \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_c(e, \eta) \leq & \left( -\frac{3}{4} + b_1 \|\tilde{\Theta}\| \right) \|e\|^2 + (b_1 \|\tilde{\Theta}\| + \mu c_4 b_q) \|e\| \|\eta\| - \frac{3}{4} \mu c_3 \|\eta\|^2 \\ & + (b_1 b_r \|\tilde{\Theta}\|)^2 + \frac{\mu}{c_3} (c_4 b_q b_r)^2 \end{aligned} \quad (2.61)$$

ifadeleri elde edilebilir. Denklem (2.61) aşağıdaki formda da yazılabilir

$$\dot{V}_c(e, \eta) \leq - \begin{bmatrix} \|e\| \\ \|\eta\| \end{bmatrix}^T Q_1 \begin{bmatrix} \|e\| \\ \|\eta\| \end{bmatrix} + (b_1 b_r \|\tilde{\Theta}\|)^2 + \frac{\mu}{c_3} (c_4 b_q b_r)^2. \quad (2.62)$$

Burada

$$Q_1 = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} - b_1 \|\tilde{\Theta}\| & -\frac{1}{2} (b_1 \|\tilde{\Theta}\| + \mu c_4 b_q) \\ -\frac{1}{2} (b_1 \|\tilde{\Theta}\| + \mu c_4 b_q) & \frac{3}{4} \mu c_3 \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

olmaktadır. Denklem (2.62)'de sağ tarafta kalan kısım  $Q_1$  sadece pozitif tanımlı bir matris ise negatif olmaktadır. Diğer iki terim ilk terim ile karşılaştırıldığında küçük kalmaktadır.  $Q_1$  matrisinin pozitif tanımlılığı hem ilk elemanı hem de determinanı pozitif ise sağlanmaktadır. Bu iki koşul

$$\frac{3}{4} - b_1 \|\tilde{\Theta}\| > 0 \quad (2.64)$$

$$\det(Q_1) = \left( \frac{3}{4} - b_1 \|\tilde{\Theta}\| \right) \frac{3}{4} \mu c_3 - \frac{1}{4} (b_1 \|\tilde{\Theta}\| + \mu c_4 b_q)^2 > 0 \quad (2.65)$$

ifadeleri ile belirtilebilir. Yukarıdaki koşullar

$$\|\tilde{\Theta}\| \leq \frac{1}{2b_1} \quad (2.66)$$

$$\mu \leq \frac{3}{4(c_4 b_q)^2} \quad (2.67)$$

eşitsizlikleri gerçekleşiyor ise sağlanmaktadır.

Girdinin tahrik için yeteri kadar zengin olduğu varsayımı ile  $t \rightarrow \infty$  için  $\|\tilde{\Theta}\| \rightarrow 0$  olmaktadır. Bu sonuç belirli bir  $T_1$  zamanı sonunda  $\|\tilde{\Theta}\| \leq \frac{1}{2b_1}$  koşulunun sağlanacağını göstermektedir. Diğer taraftan Denklem (2.67)'de belirtilen koşulun sağlanması için  $\mu$  için küçük pozitif bir değer seçilebilir. Böylelikle Denklem (2.62)'de yer alan  $Q_1$  matrisi pozitif tanımlı olmaktadır. Denklem (2.62)'nin sağ tarafındaki ikinci terim  $\left( (b_1 b_r \|\tilde{\Theta}\|)^2 \right)$ ,  $\|\tilde{\Theta}\| \rightarrow 0$  olduğu için asimptotik olarak sifıra yaklaşmaktadır. Son olarak Denklem (2.62)'deki terim küçük bir sabit olmaktadır. Çünkü  $\mu$  küçük pozitif bir değer olmaktadır. Bu neden ile tüm  $t \geq T_1$  için  $\|e\|, \|\eta\|$  büyük olduğunda  $\dot{V}_c < 0$  olmaktadır. Bu  $\|e\| \in L_\infty$  ve  $\|\eta\| \in L_\infty$  olduğunu göstermektedir. Denklem (2.56)'dan yararlanılarak  $\|\xi\| \in L_\infty$  olduğu görülebilir. Ayrıca  $\varphi^T(\xi, \eta, u)$  sınırlı olduğu için

$$\dot{e} = Ae + \varphi^T(\xi, \eta, u)\tilde{\Theta} \quad (2.68)$$

sistemi üssel kararlı asimptotik olarak sifıra yaklaşan girdiye sahip doğrusal bir sistem olmaktadır. Bu neden ile  $t \rightarrow \infty$  için  $e_i \rightarrow 0$  olmaktadır. Çünkü  $t \rightarrow \infty$  için  $\xi_1 = y \rightarrow y_r$  olmaktadır.

Bu noktaya kadar sistemin tek bir model ile kararlılığı ele alınmıştır. Bu noktadan sonra çoklu modeller için sistemin davranışı ve kararlılığı incelenecektir.

Basitlik için  $(t+T_{\min})$  ifadesine  $(t^+)$  denilsin. Dinamiğin tanımlanması için türetilmiş ve Denklem (2.14) ile verilmiş Lyapunov fonksiyonu ele alınsın

$$\Delta V_j(t) = \frac{1}{2} \tilde{\theta}_j^T(t^+) \tilde{\theta}_j(t^+) - \frac{1}{2} \tilde{\theta}_j^T(t) \tilde{\theta}_j(t). \quad (2.69)$$

$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$  ve  $\tilde{\theta}_j = \hat{\theta}_j - \theta$  kullanılarak Denklem (2.69) aşağıdaki gibi yazılabilir

$$\Delta V_j(t) = -\frac{1}{2} (\tilde{\theta}_j(t^+) - \hat{\theta}_j(t))^T (\tilde{\theta}_j(t^+) - \hat{\theta}_j(t)) + (\hat{\theta}_j(t^+) - \hat{\theta}_j(t))^T (\hat{\theta}_j(t^+) - \theta). \quad (2.70)$$

Burada  $\theta$  gerçek parametre değeri olup hesaplama için mevcut değildir.  $\hat{\theta}_j$ 'ler sabit olacakları için Denklem (2.70) aşağıdaki gibi yazılabilir

$$\Delta V_j(t) = -\frac{1}{2} (\tilde{\theta}_j - \hat{\theta}_j(t))^T (\tilde{\theta}_j - \hat{\theta}_j(t)) + (\hat{\theta}_j - \hat{\theta}_j(t))^T (\hat{\theta}_j - \theta). \quad (2.71)$$

Denklem (2.12) ile verilen tanımlama hatası kullanılarak

$$\underbrace{\int_{t-\delta}^t Y_f(\tau) \tilde{x}_j(\tau) d\tau}_{\Upsilon_j(t)} = \underbrace{\int_{t-\delta}^t Y_f(\tau) Y_f^T(\tau) d\tau}_{\Psi(t)} (\hat{\theta}_j - \theta) \quad (2.72)$$

ifadesi elde edilmektedir. Burada  $\delta > 0$  sabit bir zaman penceresidir.  $(\hat{\theta}_j - \theta)$  ifadesini Denklem (2.72)'den çekerek  $\Delta V_j$  aşağıdaki gibi hesaplanabilir

$$\Delta V_j(t) = -\frac{1}{2} (\tilde{\theta}_j - \hat{\theta}_j(t))^T (\tilde{\theta}_j - \hat{\theta}_j(t)) + (\hat{\theta}_j - \hat{\theta}_j(t))^T \Psi^{-1}(t) \Upsilon_j(t). \quad (2.73)$$

Burada  $\Psi$  için tersinin alınması koşulu Denklem (2.3) ile verilen yeteri kadar zengin tahrik koşuluna karşılık gelmektedir. Bu neden ile hesaplama için  $\Psi^{-1}$  elde edilebilmektedir.

Denklem (2.12) ile verilmiş hata denklemlerine sahip  $N$  adet sabit tanımlama modeli aşağıdaki gibi verilsin

$$\tilde{x} = Y_f^T \tilde{\theta}. \quad (2.74)$$

Burada  $\tilde{\theta}_j = \hat{\theta}_j - \theta$ ,  $j = 1, \dots, N$  sabit parametre tahminleri olmakta ve tanımı daha önceden yapılmış, izin verilen anahtarlama zamanı  $T_{\min}$  ile sistemin kararlılığını korurken parametre yakınsamasını arttıracak anahtarlama mantığı

$$j^* = \left\{ j : \left\{ \Delta V_j(t) = V_j(t^+) - V(t) < 0 \right\} \cap \left\{ \min \Delta V_j \right\} \right\}, \quad j = 1, \dots, N \quad (2.75)$$

olmaktadır. Burada  $j^*$  seçilen tanımlama modelinin indeksini vermektedir.  $V(t)$  Lyapunov fonksiyonu olup Denklem (2.14) ile verilmiştir,  $V_j(t^+)$  anahtarlama anlarında sabit tanımlama modelleri için hesaplanmış Lyapunov fonksiyonudur.

Bu anahtarlama kuralı ile çoklu doğrusal parametre tahmin vektörü  $\hat{\Theta}$  olmakta, Denklem (2.30) ve Denklem (2.31) ile verilmiş parametre hata vektörü  $\tilde{\Theta}$  aşağıdaki yapıdadır

$$\hat{\Theta}(t) = \hat{\Theta}_z(t), \quad (2.76)$$

$$\tilde{\Theta}(t) = \tilde{\Theta}_z(t). \quad (2.77)$$

Burada  $z(t)$ ,  $t \in [T_i, T_{i+1})$  ve  $i < \infty$  için  $z(t): \mathfrak{R}_+ \mapsto 0, \dots, N$  ve  $z(t) = z(T_i)$  olarak tanımlanmıştır. Burada  $T_i$  izin verilen anahtarlama dizisidir.

$\tilde{\Theta}(t)$  çoklu doğrusal parametre vektörü olarak tanımlandığı için

$$\|\tilde{\Theta}_{z(t^+)}\| < \|\tilde{\Theta}_{z(t)}\| \quad (2.78)$$

ifadesi her  $\|\tilde{\theta}(t^+)\| < \|\tilde{\theta}(t)\|$  sağlandığında elde edilmektedir.

$t^+$  anında bir anahtarlama olduğu kabul edilir ise ve parametre tahmin vektörü  $\hat{\theta}$ 'in Denklem (2.75) ile verilen anahtarlama mantığı ile  $\hat{\theta}_j$ 'ye anahtarlandığını düşünelim. Bu durum sadece bazı  $\kappa \in \mathfrak{R}^+$  için  $\Delta V_j \leq -\kappa$  olduğunda olmaktadır. Burada  $\Delta V_j$  Denklem (2.73) kullanılarak hesaplanmaktadır. Denklem (2.69) kullanılarak

$$\Delta V_j(t) = \frac{1}{2} \tilde{\theta}_j^T(t^+) \tilde{\theta}_j(t^+) - \frac{1}{2} \tilde{\theta}_j^T(t) \tilde{\theta}_j(t) \leq -\kappa \quad (2.79)$$

elde edilmektedir. Bu ifade aşağıdaki ifade ile eşdeğerdir

$$\tilde{\theta}_j^T(t^+) \tilde{\theta}_j(t^+) + 2\kappa \leq \tilde{\theta}_j^T(t) \tilde{\theta}_j(t). \quad (2.80)$$

Yukarıdaki ifade genişletilir ise

$$(\hat{\theta}_j - \theta)^T (\hat{\theta}_j - \theta) + 2\kappa \leq (\hat{\theta}(t) - \theta)^T (\hat{\theta}(t) - \theta) \quad (2.81)$$

$$\|\hat{\theta}_j - \theta\|^2 + 2\kappa \leq \|\hat{\theta}(t) - \theta\|^2 \quad (2.82)$$

olmaktadır. Sonuç olarak elde edilen

$$\|\hat{\theta}_j - \theta\| \leq \|\hat{\theta}(t) - \theta\| \quad (2.83)$$

ve

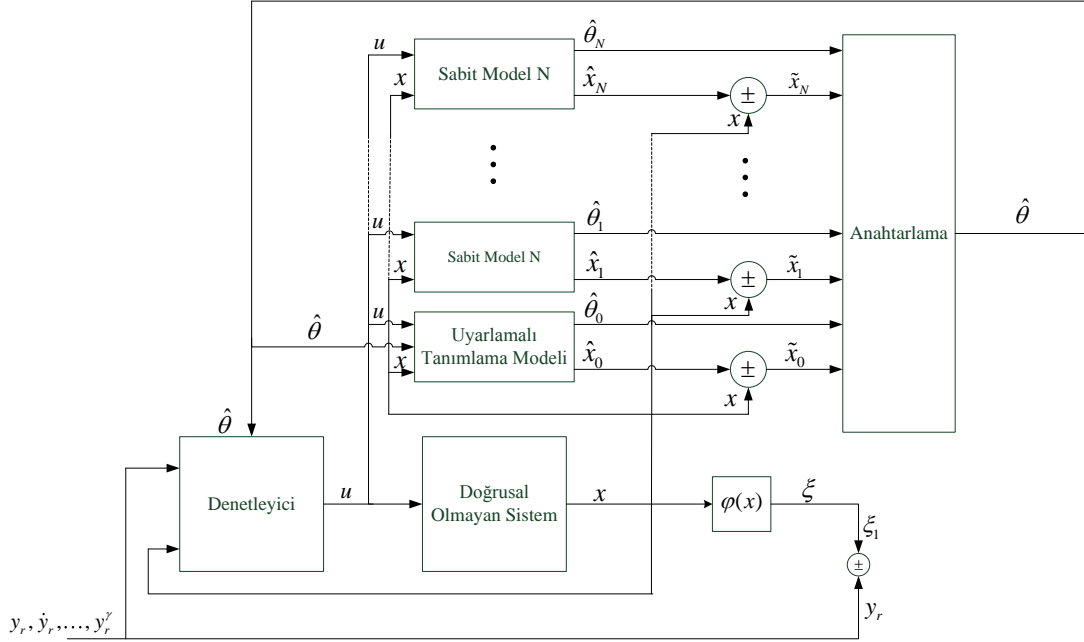
$$\|\tilde{\theta}(t^+)\| \leq \|\tilde{\theta}(t)\| \quad (2.84)$$

olmaktadır. Denklem (2.84) göz önüne alınarak

$$\|\tilde{\Theta}_{z(t^+)}\| < \|\tilde{\Theta}_{z(t)}\| \quad (2.85)$$

elde edilmektedir. Bu çoklu doğrusal parametre vektörü  $\tilde{\Theta}_{z(t)}$ 'nin her bir anahtarlama ile azaldığını göstermektedir. Tek bir model olduğu durum için kanıtlanmış kapalı döngü sistem kararlılığı testi Denklem (2.76) ve Denklem (2.77) kullanılarak tekrar yapılır ise Denklem (2.62)'de belirtilen ifadeye benzer bir ifade oluşacaktır. Burada anahtarlama sadece  $\tilde{\Theta}$ 'in yakınsama hızını arttıracaktır. Önerilen kontrol yaklaşımının performansı benzetim çalışması ile test edilmiştir.

## 2.4 Benzetim Çalışması



Şekil 2.5  $N$  adet sabit modele ve bir adet uyarlamalı modele sahip dolaylı uyarlamalı denetleyici için blok şeması

Bu bölümde verilmiş uyarlamalı denetleyici benzetim ile test edilmiştir. Oluşturulmuş kontrol sisteminin blok şeması Şekil 2.5’de görülmektedir.

Sistem dinamiği aşağıdaki gibi verilmiştir

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + px_1(10 + \sin(x_1)) \\ \dot{x}_2 &= u \\ y &= x_1 \end{aligned} \right\}. \quad (2.86)$$

Burada  $p \in \mathfrak{R}$  sistemin bilinmeyen parametresidir. Sistemin göreceli derecesi ikidir. Denklem (2.22)’de de belirtildiği şekilde doğrusallaştırma dönüşümü yapılır ise



$$\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 + px_1(10 + \sin(x_1)) \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

olmaktadır. Kontrol kuralı ise

$$u = \hat{v} - \hat{p}(10 + \sin x_1 + x_1 \cos x_1)(x_2 + \hat{p}x_1(10 + \sin x_1)) \quad (2.88)$$

olarak elde edilmektedir. İzleme kontrol kuralı ise

$$v = y_r + \lambda_1(\dot{y}_r - \dot{y}) + \lambda_2(y_r - y) \quad (2.89)$$

olarak elde edilmektedir. Burada  $y_r$  referans girdi olmaktadır.

$L_f h = x_2 + \hat{p}x_1(10 + \sin x_1)$  olduğu ve  $p$  bilinmeyen parametre olduğu için  $\dot{y} = L_f h$  ölçülememektedir. Bu nedenle  $p$ 'nin tahmini  $\hat{v}$ 'i hesaplamak için kullanılır ise

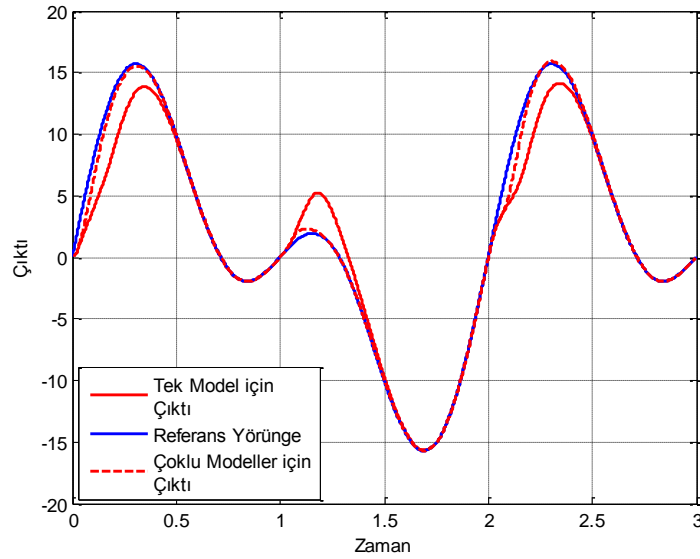
$$\hat{v} = y_r + \lambda_1 \left[ \underbrace{\dot{y}_r - (x_2 + \hat{p}x_1(10 + \sin x_1))}_{L_f h} \right] + \lambda_2(y_r - y) \quad (2.90)$$

olmaktadır. Simülasyonda  $\lambda_1 = 30$  ve  $\lambda_2 = 200$  olarak kullanılmıştır. Sistemin tanımlanması için sistem dinamiği parametrik formda yazılır ise

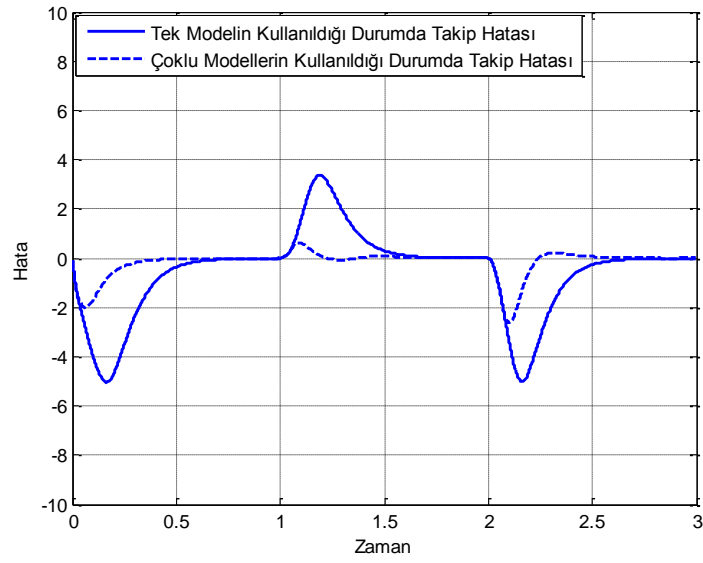
$$\dot{x} = Y^T \theta = \begin{bmatrix} x_2 & x_1(10 + \sin x_1) \\ u & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ p \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

olmaktadır.  $x$  ve  $Y$ 'nin filtrelenmiş hali  $x_f$  ve  $Y_f$  olmaktadır. Bu filtrelenmiş yapı Denklem (2.9) kullanılarak elde edilmiştir. Benzetimde  $\sigma = 0.06$  olarak alınmıştır. Parametre tahmin kuralı ise  $\hat{\theta} = \alpha Y_f \tilde{x}$  olarak alınmıştır. Burada  $\tilde{x} = Y_f \tilde{\theta}$  ve  $\alpha = 10$  'dur. Referans yörünge ise  $y_r = 10 \sin \pi t + 8 \sin 2\pi t$  olarak seçilmiştir.

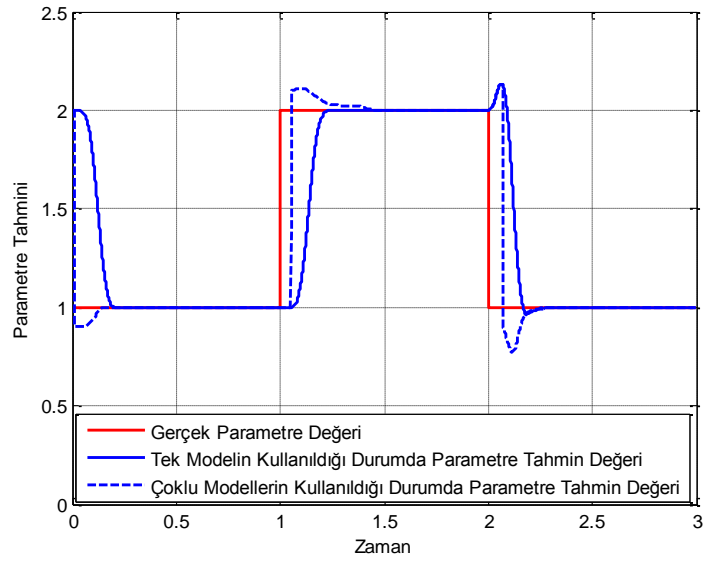
Bilinmeyen parametre  $p$  için başlangıç tahmini  $\hat{p}(0)=2$  olarak seçilmiştir. Bilinmeyen parametrenin başlangıç değeri  $0 < t < 1$  saniye aralığında 1 yapılmıştır.  $t=1$  saniye anında  $p$  parametresinin değeri aniden 2 olmuş ve  $t=2$  saniye anında bilinmeyen parametre değeri tekrar 1 olmuştur. 6 adet sabit model  $\hat{\theta}_j \in \{0.9, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.1\}$  kullanılmıştır. Anahtarlama eşiği  $\kappa=3$ , integrasyon için integrasyon adımı 0.001 saniye olan dördüncü dereceden Runge-Kutta integrasyon yöntemi kullanılmış ve Denklem (2.72) de belirtilen zaman penceresi için  $\delta=0.01$  saniye seçilmiş ve bu zaman penceresi süresince alınması gereken integraller yamuk kuralı ile elde edilmiştir.



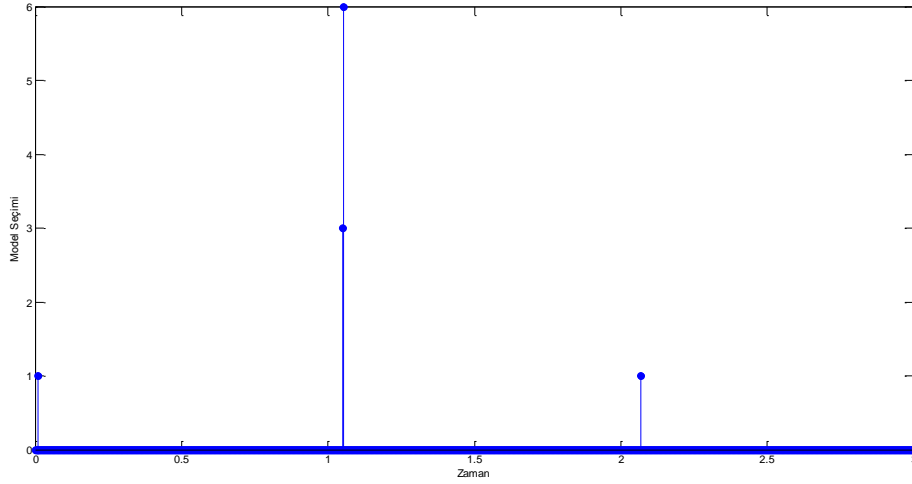
Şekil 2.6 Tek model kullanıldığı durumda çıktı ( $y$ )



Şekil 2.7 Tek model kullanıldığı durumda takip hatası



Şekil 2.8 Tek model kullanıldığı durumda parametre tahmini



Şekil 2.9 Dolaylı uyarlamalı kontrol yönteminde anahtarlama (0: uyarlamalı model, 1-6: sabit modeller)

Denklem (2.86) ile verilmiş doğrusal olmayan sisteme önerilen dolaylı uyarlamalı kontrol metodu uygulanmıştır. Şekil 2.6'da da görüldüğü gibi tek model kullanıldığı durumda çıktı için referans yörüngede meydana gelen sapma çoklu modellerin kullanıldığı duruma göre daha fazla olmuştur.

Sonuç olarak uyarlamalı kontrol yönteminde çoklu model kullanımı ile geçici hatanın daha az olduğu ve ayrıca takip hatalarının daha çabuk sıfıra gittiği gözlemlenmiştir. Gözlemlenen sistemde dört kez anahtarlama gerçekleşmiştir. Bunlardan ilki başlangıçta olmuş böylelikle geçici hata azaltılmıştır. İkinci ve üçüncü anahtarlama gerçek parametre değeri  $t = 1$  saniye anından hemen sonra gerçekleşmiştir. Dördüncü ve son anahtarlama ise gerçek parametre değerinin tekrar değiştiği  $t = 2$  saniye anında gerçekleşmiştir.

## 2.5 Bölüm Özeti

Doğrusal olmayan sistemler için geliştirilmiş uyarlamalı denetleyicilerin geçici tepki performansı parametre tahminleri gerçek parametre değerlerinden çok farklı olduğunda genellikle yetersiz olmaktadır. Geçici tepki performansını arttırmak için çoklu modeller ve anahtarlama yöntemi kullanılmaktadır. Çok modellenli bir sistemde tüm modellere anahtarlanan bir uyarlamalı model içerecek ve bu model dışındaki tüm modeller sabit veya uyarlamalı olacaktır. Burada anahtarlama mantığı dinamiğin tanımlanması ve en iyi modelin seçimi için bir maliyet fonksiyonunun küçültülmesi veya Lyapunov fonksiyonundaki negatif bir sıçramanın yakalanması olmaktadır. Bir kez anahtarlama olduktan sonra uyarlama bir sonraki anahtarlama kadar devam edecektir.

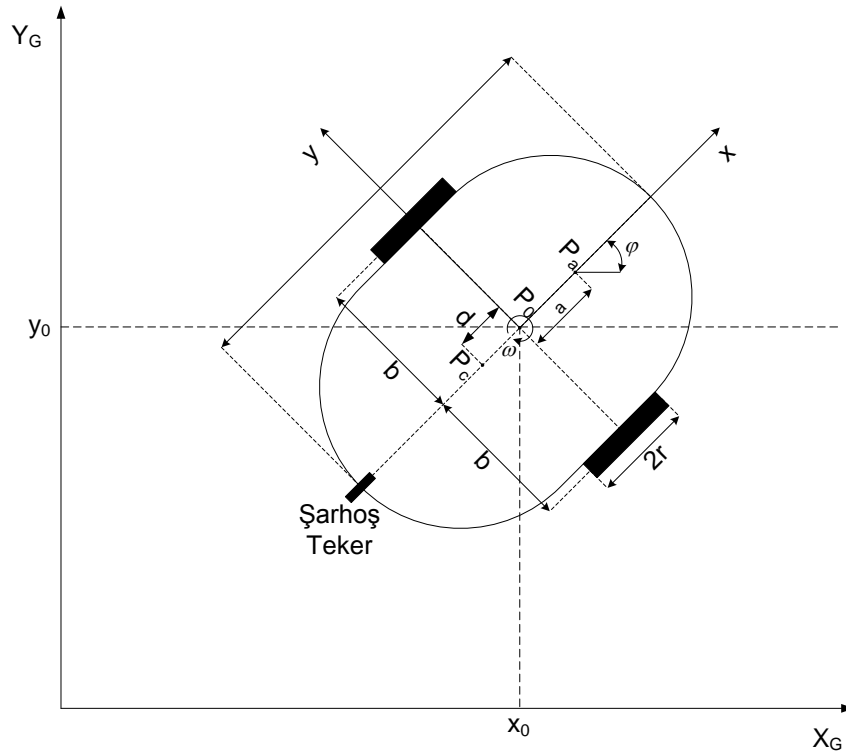
Bu bölümde anahtarlama mantığı Lyapunov fonksiyonundaki negatif bir sıçrama yakalanması olup, çoklu modeller bir adet uyarlamalı model ve altı adet sabit modeli içermektedir. Önerilen bu yöntem yeteri kadar zengin tahrik kuralı gezgin robot sistemi için sağlanamadığından gezgin robota uygulanamamıştır. Bundan sonraki bölümlerde anahtarlama mantığı bir maliyet fonksiyonunun küçültülmesi olacaktır.

## BÖLÜM 3

## GEZGİN ROBOT KİNEMATİĞİ VE DİNAMİĞİ

## 3.1 Gezgin Robot Kinematığı

Bu bölümde düzlemsel hareket eden, holonomik olmayan, diferansiyel sürüş sistemine sahip bir gezgin robotun matematiksel modeli elde edilecektir. Gezgin robot konfigürasyonu aşağıdaki şekilde görülmektedir.



Şekil 3.1 Holonomik olmayan diferansiyel sürüş sistemine sahip gezgin robot

Gezgin robot için Şekil 3.1'de gösterilen parametreler aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

Çizelge 3.1 Holonomik olmayan, diferansiyel sürüş sistemine sahip gezgin robot için parametreler

Parametre	Açıklama
$r$	Robotu süren tekerleğin çapı
$2b$	İki tekerlek arası mesafe
$d$	$P_c$ noktasından $P_o$ noktasına olan mesafe
$a$	$P_o$ noktasından $P_a$ noktasına olan mesafe
$m_c$	Süren tekerlekler ve DC motorların rotorları olmadan platformun kütlesi
$m_w$	Motorunun rotoru ile birlikte her bir tekerleğin kütlesi
$I_C$	Süren tekerlekler ve DC motorların rotorları olmadan $P_c$ noktası boyunca uzanan dikey eksen etrafında platformun eylemsizlik momenti
$I_w$	Her bir tekerleğin motorunun rotoru ile birlikte tekerlek eksen etrafında eylemsizlik momenti
$I_m$	Her bir tekerleğin motorunun rotoru ile birlikte tekerlek çapı etrafında eylemsizlik momenti

Konfigürasyonu ve parametreleri verilen gezgin robotun  $m$  adet holonomik ve  $n$  adet holonomik olmayan kısıtı olduğu varsayalım. Bu kısıtların tümü

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (3.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $A(q) \in \mathcal{R}^{m \times n}$  matrisi tam rank matris olmaktadır.  $S(q) = [s_1(q) \ \dots \ s_{n-m}(q)]^T$  matrisinin  $A(q)$  matrisinin null uzayında düzgün ve doğrusal olarak bağımsız vektörlerden oluşmuş tam rank matris olduğu varsayalım. Aşağıdaki ifade elde edilebilir (Shojaei, et al., 2010)

$$A(q) \cdot S(q) = 0. \quad (3.2)$$

$P_0$  hızının yerel çerçevenin x-ekseni yönünde olduğu ve yana kaymanın olmadığı varsayalım.  $P_0$  noktası için genelleştirilmiş koordinatların  $q = [x_0 \ y_0 \ \varphi]^T$  olduğu kabul edilerek  $P_0$  noktasına göre aşağıdaki kısıt elde edilir

$$\dot{x}_0 \sin \varphi - y_0 \cos \varphi = 0. \quad (3.3)$$

Denklem (3.3) matris olarak yazılır ise,  $A(q)$  ve  $S(q)$  matrisleri Denklem (3.2)'yi sağlayacak şekilde aşağıdaki gibi elde edilebilir

$$A(q) = [\sin \varphi \ -\cos \varphi \ 0], \quad S(q) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Denklem (3.1) ve Denklem(3.2)'ye göre robotun kinematik denklemi (pseudo hızlar)  $v(t) \in \mathcal{R}^{n-m}$  aşağıdaki gibi yazılabilir

$$\dot{q} = S(q) \cdot v(t). \quad (3.5)$$

Burada  $v(t) \in [v(t) \ \omega(t)]$  doğrusal ve açısal hızlardan oluşmuştur. Bu tez kapsamında belirlenen yörüngelerin takip edilmesinin istenildiği nokta  $P_a$  noktası olmaktadır. Bunun için genelleştirilmiş koordinatlar  $q_a = [x \ y \ \varphi]$  kabul edilerek bu nokta için aşağıdaki kinematik model elde edilebilir

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -a \sin \varphi \\ \sin \varphi & a \cos \varphi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$



### 3.2 Gezgin Robot Dinamiği

Gezgin robotun dinamiği Lagrange hareket denklemi kullanılarak elde edilmektedir. Robotun düzlemsel hareketinden dolayı potansiyel enerjisinin değişmediği kabul edilmektedir. Lagrange hareket denklemi aşağıdaki gibidir

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_i} = B(q) + A(q)^T \lambda. \quad (3.7)$$

Burada  $q$  genelleştirilmiş koordinatlar,  $B(q)$  girdi dönüşüm matrisi,  $\tau_1, \tau_2$  tekerleklere uygulanan torklardır. Sistemin kinetik enerjisi

$$K = \frac{1}{2} m (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2) + m_c d \dot{\varphi} (\dot{x}_0 \sin \varphi - \dot{y}_0 \cos \varphi) + \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 \quad (3.8)$$

olmaktadır. Burada  $m = m_c + 2m_w$  ve  $I = I_c + 2I_m + m_c d^2 + 2m_w b^2$  olmaktadır. Diğer parametreler Çizelge 3.1’de verilmiştir. Kinetik enerji kullanılarak Lagrange hareket denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{x}} = m \dot{x}_0 + m_c d \dot{\varphi} \sin \varphi, \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{y}} = m \dot{y}_0 - m_c d \dot{\varphi} \cos \varphi, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{\varphi}} = m_c d (\dot{x}_0 \sin \varphi - \dot{y}_0 \cos \varphi) + I \dot{\varphi}, \quad (3.11)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{x}} = m \ddot{x}_0 + m_c d \ddot{\varphi} \sin \varphi + m_c d \dot{\varphi}^2 \cos \varphi, \quad (3.12)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{y}} = m\ddot{y}_0 - m_c d \ddot{\phi} \cos \varphi + m_c d \dot{\phi}^2 \sin \varphi, \quad (3.13)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{\phi}} = m_c d (\ddot{x}_0 \sin \varphi + \dot{x}_0 \dot{\phi} \cos \varphi - \ddot{y}_0 \cos \varphi + \dot{y}_0 \dot{\phi} \sin \varphi) + I \ddot{\phi}, \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial K}{\partial x} = 0, \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial K}{\partial y} = 0, \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial K}{\partial \varphi} = m_c d \dot{\phi} (\dot{x}_0 \cos \varphi + \dot{y}_0 \sin \varphi). \quad (3.17)$$

Denklem (3.9) ile Denklem (3.17) arasındaki denklemler kullanılarak gezgin robotun dinamik modeli aşağıdaki gibi yazılabilir

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = B(q)\tau + A^T(q)\lambda. \quad (3.18)$$

Burada  $M(q) \in R^{n \times n}$  simetrik pozitif tanımlı eylemsizlik matrisi,  $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$  merkezci kuvvetleri ve Coriolis kuvvetlerini içeren matris,  $B(q) \in R^{n \times r}$  girdi dönüşüm matrisi ve  $A(q) \in R^{m \times n}$  kısıtlar ile ilgili matris olarak tanımlanmıştır. Bu matrisler aşağıdaki gibidir

$$M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & m_c d \sin \varphi \\ 0 & m & -m_c d \cos \varphi \\ m_c d \sin \varphi & -m_c d \cos \varphi & I \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & m_c d \dot{\varphi} \cos \varphi \\ 0 & 0 & m_c d \dot{\varphi} \sin \varphi \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

$$B(q) = \begin{bmatrix} \frac{\cos \varphi}{r} & \frac{\cos \varphi}{r} \\ \frac{\sin \varphi}{r} & \frac{\sin \varphi}{r} \\ \frac{b}{r} & \frac{-b}{r} \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

Denklem (3.2)'den yararlanılarak ve Denklem (3.18)'in her iki tarafı  $S^T(q)$  ifadesi ile çarpılarak aşağıdaki ifade elde edilebilir

$$S^T(q)M(q)\ddot{q} + S^T(q)C(q, \dot{q})\dot{q} = S^T(q)B(q)\tau. \quad (3.22)$$

Burada  $M_s(q) = S^T(q)M(q)$ ,  $C_s(\dot{q}) = S^T(q)C(q, \dot{q})$ ,  $B_s(q) = S^T(q)B(q)$  olarak tanımlanır ise Denklem (3.22)

$$M_s(q)\ddot{q} + C_s(\dot{q})\dot{q} = B_s(q)\tau \quad (3.23)$$

halini almaktadır. Bu matrisler aşağıdaki gibidir

$$M_s(q) = S^T(q)M(q) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m & 0 & m_c d \sin \varphi \\ 0 & m & -m_c d \cos \varphi \\ m_c d \sin \varphi & -m_c d \cos \varphi & I \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$= \begin{bmatrix} m \cos \varphi & m \sin \varphi & 0 \\ m_c d \sin \varphi & -m_c d \cos \varphi & I \end{bmatrix},$$

$$C_s(\dot{q}) = S^T(q)C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & m_c d \dot{\varphi} \cos \varphi \\ 0 & 0 & m_c d \dot{\varphi} \sin \varphi \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.25)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & m_c d \dot{\varphi} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_s(q) = S^T(q)B(q) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\cos \varphi}{r} & \frac{\cos \varphi}{r} \\ \frac{\sin \varphi}{r} & \frac{\sin \varphi}{r} \\ \frac{b}{r} & \frac{-b}{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \frac{1}{r} \\ \frac{b}{r} & \frac{-b}{r} \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Denklem (3.5)'in türevi alınır ise

$$\ddot{q} = \dot{S}(q) \cdot v + S(q) \cdot \dot{v} \quad (3.27)$$

Denklem (3.27) ve Denklem (3.5), Denklem (3.23)'de yerine konular ise

$$M_s(q) \left( \dot{S}(q) \cdot v(t) + S(q) \cdot \dot{v}(t) \right) + C_s(\dot{q})S(q)v(t) = B_s(q)\tau \quad (3.28)$$

ifadesi elde edilmektedir.  $\bar{M} = M_s(q)S(q)$  ,  $\bar{C}(\dot{q}) = M_s(q)\dot{S}(q) + C_s(\dot{q})S(q)$  ,  $\bar{B}(q) = B_s(q)$  olarak tanımlanarak Denklem (3.28) düzenlenir ise

$$\bar{M}\dot{v} + \bar{C}(\dot{q})v = \bar{B}(q)\tau \quad (3.29)$$

ifadesi elde edilmektedir. Denklem (3.29)'da elde edilen matrisler

$$\bar{M} = M_s(q)S(q) = \begin{bmatrix} m \cos \varphi & m \sin \varphi & 0 \\ m_c d \sin \varphi & -m_c d \cos \varphi & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 \\ \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \bar{C}(\dot{q}) &= M_s(q)S(q) + C_s(\dot{q})S(q) = \begin{bmatrix} m \cos \varphi & m \sin \varphi & 0 \\ m_c d \sin \varphi & -m_c d \cos \varphi & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\dot{\varphi} \sin \varphi & 0 \\ \dot{\varphi} \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & m_c d \dot{\varphi} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 \\ \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & m_c d \dot{\varphi} \\ -m_c d \dot{\varphi} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.31)$$

olmaktadır. Denklem (3.29) parametrik formda yazılır ise bilinmeyen parametreler  $\theta_i$ ,  $i=1, \dots, 3$ ,

$$\theta_1 = m, \quad \theta_2 = I, \quad \theta_3 = m_c d \quad (3.32)$$

şeklinde olmaktadır.  $\bar{B}(q)$  matrisinin tersi alınarak Denklem (3.29)'un her iki tarafı çapılır ise aşağıdaki ifadeler elde edilir

$$\bar{M}_B \dot{v} + \bar{C}_B(\dot{q})v = \tau, \quad (3.33)$$

$$\bar{B}^{-1}(q) = \frac{1}{-2b} \begin{bmatrix} -\frac{b}{r} & -\frac{1}{r} \\ -\frac{b}{r} & \frac{1}{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2b} \\ \frac{r}{2} & -\frac{r}{2b} \end{bmatrix}, \quad (3.34)$$

$$\bar{M}_B = \bar{B}^{-1}(q) \bar{M}(q) = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2b} \\ \frac{r}{2} & -\frac{r}{2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{mr}{2} & \frac{Ir}{2b} \\ \frac{mr}{2} & -\frac{Ir}{2b} \end{bmatrix}, \quad (3.35)$$

$$\bar{C}_B(\dot{q}) = \bar{B}^{-1}(q) \cdot \bar{C}(\dot{q}) = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2b} \\ \frac{r}{2} & -\frac{r}{2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & m_c d \dot{\varphi} \\ -m_c d \dot{\varphi} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{m_c dr}{2b} \dot{\varphi} & \frac{m_c dr}{2} \dot{\varphi} \\ \frac{m_c dr}{2b} \dot{\varphi} & \frac{m_c dr}{2} \dot{\varphi} \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

Son olarak belirtilen durumda Denklem (3.33) regresör formunda yazılır ise bilinmeyen parametreler  $\theta_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$  aşağıdaki gibi yazılabilirler

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \frac{mr}{2}, & \theta_2 &= \frac{Ir}{2b}, \\ \theta_3 &= \frac{m_c dr}{2b}, & \theta_4 &= \frac{m_c dr}{2}.\end{aligned}\tag{3.37}$$



Önerilen kontrol yaklaşımının blok şeması Şekil (4.1)'de görülmektedir. Tüm modeller gezgin robot parametrelerini tanımlamak için istenilen hız profili  $v_d, \dot{v}_d$ 'yi ve filtrelenmiş torku girdi olarak almaktadır. Tüm modeller paralel olarak çalışmaktadır. Burada temel amaç kontrol esnasında gezgin robotu en iyi tanımlayan modeli bularak kontrol vektörü  $\tau_{WMR}$ 'i üretmektir.

## 4.2 Denetleyici Tasarımı

Her bir tanımlama modeli aşağıdaki yapıya sahiptir

$$\hat{\tau}_j = \hat{M}_{B_j} \dot{v} + \hat{C}_{B_j}(\dot{q})v = Y(\dot{q}, v, \dot{v})\hat{\theta}_j. \quad (4.1)$$

Burada  $\hat{\theta}_j$  parametre tahminlerini belirtmektedir. Her bir model basit gradyan tabanlı algoritma kullanılarak güncellenmektedir. Her bir model için kullanılan güncelleme kuralı

$$\dot{\hat{\theta}}_j = -\Gamma Y^T(\dot{q}, v, \dot{v})\tilde{\tau}_j \quad (4.2)$$

olmaktadır. Burada  $Y(\dot{q}, v, \dot{v})$  doğrusal olmayan regresör matrisi olup tüm modeller için ortaktır, fakat her bir model için başlangıç parametre tahmini farklıdır. Denklem (4.2) ile verilen güncelleme ifadesi aşağıdaki hata modeline dayanmaktadır

$$\tilde{\tau}_j = Y(\dot{q}, v, \dot{v})\tilde{\theta}_j. \quad (4.3)$$

Burada  $\tilde{\tau}$  tork tahmin hatası olmaktadır. Bölüm 3'de belirtilen modelin gezgin robotlar için tam bir model olduğu kabul edilmiştir. Bu durumda her bir tanımlama modeline karşılık gelen tork vektörü  $\tau_j$  aşağıdaki gibi seçilmektedir



$$\tau_j = \hat{M}_{B_j} (\dot{v}_d + K_p e + K_i \int e) + \hat{C}_{B_j} (\dot{q}) v. \quad (4.4)$$

Denklem (4.4) ile  $\dot{e} + K_p e + K_i \int e = 0$  elde edilmektedir. Bu ifadede  $\dot{e} = \dot{v}_d - \dot{v}$ ,  $e = v_d - v$ ,  $\int_0^t e = \int_0^t (v_d - v) dt$  olmaktadır.

İstenilen anda  $N$  adet modelin her birinin tanımlama hataları mevcuttur, fakat sadece  $\tau_j$  tork vektörlerinden bir tanesi tekerlekli gezgin robota girdi olarak uygulanacaktır.

### 4.3 Denetleyicinin Kararlılığının Kanıtlanması

Bu bölümde kullanılan anahtarlama kuralı Bölüm (2.2)'de Denklem (2.1) ile verilmiştir. Bu kural  $h(t): \mathcal{R}_+ \rightarrow 1, \dots, N$  olarak isimlendirilsin. Eğer  $t \in [T_i, T_{i+1})$  ve  $i < \infty$  için bir anahtarlama dizisi  $T_i$  var ise  $h(t) = h(T_i)$  olmaktadır. Böylelikle bu anahtarlama dizisi daha önce de belirtildiği gibi izin verilen bir anahtarlama dizisi olmaktadır.

İzin verilen anahtarlama kuralı ile tork girdisi

$$\tau(t) = \tau_h(t) \quad t \geq 0 \quad (4.5)$$

olmaktadır.

Kararlılık kanıtında doğrusal bir sistem için aşağıda verilmiş teorem kullanılacaktır (Ciliz and Narendra, 1994).

Aşağıdaki uzay durum denklemi ile verilmiş doğrusal sistem ele alınsın

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + bu(t) \\ y(t) &= c^T x(t)\end{aligned}\quad (4.6)$$

Burada  $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  asimptotik kararlı bir matris,  $b, c \in \mathfrak{R}^n$  olmaktadır. Eğer  $u(t) \in L_2$  ise  $y(t) \in L_2 \cap L_\infty$  olmaktadır. Ayrıca  $y(t)$  sürekli olup  $\dot{y}(t) \in L_2$  ve  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$  olmaktadır. Eğer  $u(t) \in L_\infty$  ise  $y(t) \in L_\infty$  ve  $\dot{y}(t) \in L_\infty$  olmaktadır.

Önerilen kontrol algoritmasının herhangi bir anahtarlama mekanizması ile kararlı olduğunu göstermek için öncelikle tek modelin kullanıldığı durumda kararlılık incelenmelidir. Daha sonra tek model ile yapılan kararlılık analizi anahtarlama kuralı ile birlikte çoklu modellerin kullanıldığı duruma genişletilebilir.

Uyarlamalı kontrol için parametre tahmin kuralı aşağıdaki gibidir

$$\dot{\tilde{\theta}}_j = -\Gamma Y^T(\dot{q}, v, \dot{v}) \tilde{\tau}_j. \quad (4.7)$$

Aşağıda verilen Lyapunov fonksiyonu adayı

$$V = \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (4.8)$$

kullanılarak

$$\dot{V} = -\tilde{\tau}^T \tilde{\tau} \quad (4.9)$$

ifadesi elde edilmektedir ve  $\tilde{\tau} \in L_2$ ,  $\tilde{\theta} \in L_\infty$  olmaktadır.

Tork ifadesi aşağıdaki gibi verilmiştir

$$\tau = \hat{M}_B(\dot{v}_d + K_p e + K_i \int e) + \hat{C}_B(\dot{q})v. \quad (4.10)$$

Denklem (4.10) tahmin hatası denklemini olan Denklem (4.3)'de yerine konular ise, Denklem (4.1) de kullanılarak kapalı döngü hata denklemini aşağıdaki gibi elde edilir

$$\tilde{\tau} = \hat{M}_B (\dot{e} + K_p e + K_i \int e), \quad (4.11)$$

burada  $\tilde{\tau}$  tahmin hatası ve  $e$  takip hatası olmaktadır.  $\hat{M}_B$ 'nin pozitif tanımlı olduğu, tekil noktası olmadığı ve sınırlı olduğu kabul edilmiştir böylelikle

$$\Psi = \hat{M}_B^{-1} \tilde{\tau} = (\dot{e} + K_p e + K_i \int e) \quad (4.12)$$

ifadesi elde edilmektedir.  $\hat{M}_B^{-1} \in L_\infty$  olduğundan dolayı ve Denklem (4.7) kullanılarak  $\Psi \in L_2$  olmaktadır.  $\int e \in L_2 \cap L_\infty$  olmakta, ayrıca  $\int e$  sürekli olup  $\Psi \in L_2$  olmasından dolayı  $t \rightarrow 0$  için  $\int e \rightarrow 0$  olmaktadır.  $e$  asimptotik kararlı bir sistemin çıktısı olarak alınabileceğinden  $e \in L_2 \cap L_\infty$  olmakta ve  $t \rightarrow 0$  için  $e \rightarrow 0$  olmaktadır.  $\int e \in L_\infty$  ve  $e \in L_\infty$  olmasından ve takip edilmesi istenen yörüngelerin sınırlı olmalarından dolayı  $v \in L_\infty$  ve  $\dot{v} \in L_\infty$  olmaktadır. Tork girdisi denklemini olan Denklem (4.10) kullanılarak,  $\hat{M}_B \in L_\infty$  olduğu ve tekil olmadığı için, ayrıca  $v \in L_\infty$  ve  $\dot{v} \in L_\infty$  olduğu için  $\tau \in L_\infty$  olmaktadır. Tüm işaretler sınırlı olduğu için regresör matrisi  $Y(\dot{q}, v, \dot{v})$ 'de sınırlı olmaktadır.  $\tilde{\theta}$  sınırlı olduğu için Denklem (4.3) kullanılarak  $\tilde{\tau} \in L_\infty$  olduğu görülmektedir.

Çoklu modeller kullanıldığı durumda parametre tahmini Denklem (4.2) ile verilmiştir ve tork vektörü izin verilen anahtarlama kuralı ile birleştirildiğinde aşağıdaki gibi olmaktadır

$$\tau_{h(t)} = \hat{M}_{B_{h(t)}} (\dot{v}_d + K_p e + K_i \int e) + \hat{C}_{B_{h(t)}} (\dot{q})v. \quad (4.13)$$

Burada  $h(t)$  bu bölümün başında belirtilen anahtarlama kuralıdır. Çoklu modellerin kullanıldığı durumda, tek modelin kullanıldığı durumda yapılmış tüm varsayımlar geçerlidir. Ayrıca buna ek olarak herhangi bir izin verilen anahtarlama kuralı ile birlikte tüm işaretlerin sınırlı oldukları kabul edilmektedir. Denklem (4.7)'de verilmiş uyarılama algoritması için Denklem (4.8)'de seçilen Lyapunov fonksiyonuna benzer bir Lyapunov fonksiyonu her bir model için aşağıdaki gibi seçilebilir

$$V_j = \tilde{\theta}_j^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}_j. \quad (4.14)$$

Lyapunov fonksiyonuna dayanarak tüm  $j=1, \dots, N$  için  $\tilde{\tau} \in L_2$  ve  $\tilde{\theta} \in L_\infty$  olmaktadır, çünkü

$$\dot{V}_j = -\tilde{\tau}_j^T \tilde{\tau}_j. \quad (4.15)$$

olmaktadır. Her bir model için aşağıdaki gibi bir hata modeli kullanılmaktadır

$$\tilde{\tau} = \tau - \hat{\tau}_j. \quad (4.16)$$

Tüm sistemin hata dinamiği

$$\tilde{\tau}_{h(t)} = \tau_{h(t)} - \hat{\tau}_{h(t)} = Y_{h(t)} \tilde{\theta}_{h(t)} \quad (4.17)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (4.1) ve Denklem (4.13) kullanılarak Denklem (4.16)

$$\tilde{\tau}_{h(t)} = \hat{M}_{B_{h(t)}} (\dot{e} + K_p e + K_i \int e) \quad (4.18)$$

şeklinde yazılabilir. Anahtarlama ile  $\hat{M}_{B_{h(t)}}$  pozitif tanımlı ve sınırlı olduğu kabul edilerek

$$\Psi = \hat{M}_{B_{h(t)}}^{-1} \tilde{\tau}_{h(t)} = (\dot{e} + K_p e + K_i \int e) \quad (4.19)$$

ifadesi elde edilmektedir.

Burada tüm modeller için  $\tilde{\tau}_j \in L_2$  olduğu için tahmin hatasının  $L_2$  özelliği korunmuştur. Herhangi bir izin verilen anahtarlama kuralı  $h(t)$  için  $\hat{M}_{B_{h(t)}}^{-1} \in L_\infty$  olduğundan  $\Psi \in L_2$  olmaktadır. Pozitif tanımlı kazanç matrisleri  $K_p$  ve  $K_i$  anahtarlama altında değişmedikleri için ve  $\Psi \in L_2$  olduğundan  $\int e$  ve  $e$   $t \rightarrow \infty$  için sıfıra yaklaşma eğilimindedir. Tek model kullanıldığı durumda olduğu gibi  $\tau_{h(t)} \in L_\infty$  ve  $\dot{v}_{h(t)} \in L_\infty$  olmaktadır. Regresör matrisi  $Y_{h(t)}$  herhangi bir anda sınırlı olduğu için ve Denklem (4.17)'den  $\tilde{\tau}_{h(t)} \in L_\infty$  ve  $\tilde{\theta}_{h(t)} \in L_\infty$  olmaktadır.

#### 4.4 Filtrelenmiş Regresör Matrisinin Kullanımı

Bu durumda denetleyici algoritması Bölüm (4.2)'de belirtilen ile aynı olmaktadır. Her bir tanımlama modeli

$$\hat{\tau}_j = Y_f(q, \int v, v) \hat{\theta}_j \quad j = 1, \dots, N \quad (4.20)$$

olmaktadır. Burada  $Y_f(q, \int v, v) = H(s)Y(\dot{q}, v, \dot{v})$  filtrelenmiş regresör matrisi,

$H(s) = \frac{\alpha}{s + \alpha}$  olmaktadır. Her bir model için parametre tahmin kuralı

$$\dot{\hat{\theta}}_j = -\Gamma Y_f^T(q, \int v, v) e_{I_j} \quad (4.21)$$

olmaktadır. Bu tahmin kuralı aşağıdaki hata modeline dayanmaktadır

$$e_{I_j} = Y_f(q, \int v, v) \tilde{\theta}_j. \quad (4.22)$$

Burada  $e_{I_j}$  filtrelenmiş tork tahmin hatası vektörüdür. Filtrelenmiş regresör matrisi ile sistemin kararlılığının kanıtı Bölüm (4.3)'de çoklu modelleri kullanıldığı durumda yapılan kararlılık kanıtına benzer şekilde yapılmaktadır. Benzer bileşenler kullanılarak kontrol vektörü

$$H^{-1}(s) \underbrace{\hat{M}_{B_h(t)}^{-1} \tilde{\tau}_{h(t)}}_{\Psi} = (\dot{e} + K_p e + K_i \int e) \quad (4.23)$$

olarak elde edilmektedir. Denklem (4.21) kullanılarak ve  $e_{I_{h(t)}} \in L_2$  olduğu için tüm  $j=1, \dots, N$  için  $e_{I_j} \in L_2$  olmaktadır.  $\hat{M}_{B_h(t)}^{-1} \in L_\infty$  olduğu için  $\Psi \in L_2$  olmaktadır. Bir önceki bölümde de söylendiği üzere tüm işaretlerin sınırlı olduğu kabulü ile  $\int e$  ve  $e$   $t \rightarrow \infty$  için sıfıra yaklaşma eğilimindedir ve  $e_{I_{h(t)}} \in L_2 \cap L_\infty$  olmaktadır. Regresör matrisi  $q, \int v, v$ 'ye bağlı olduğu için ve Denklem (4.21), Denklem (4.22) ve  $\dot{v} \in L_\infty$  olduğu kullanılarak  $\dot{e}_{I_{h(t)}} \in L_\infty$  olduğu gösterilebilir, çünkü  $\dot{Y}_f, \dot{\tilde{\theta}}, Y_f, \tilde{\theta} \in L_\infty$  olmaktadır. Böylelikle  $t \rightarrow \infty$  için  $e_{I_{h(t)}} \rightarrow 0$  olmaktadır.

#### 4.5 Anahtarlama Kriteri

Anahtarlama için dikkate alınacak olan maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibi seçilmiştir

$$J_j(t) = e_{I_j}(t)^T G_1 e_{I_j}(t) + \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} e_{I_j}(\tau)^T G_2 e_{I_j}(\tau) d\tau. \quad (4.24)$$

Burada  $J_j$  seçilen  $j$  modelinin maliyet fonksiyonu,  $e_{I_j}$  seçilen  $j$  modeline ait tanımlama hatası,  $G_1, G_2 \in R^{n \times n}$  matrisleri pozitif (yarı-) tanımlı ağırlık matrisleri ve  $\lambda \geq 0$  skalar unutm faktörü olmaktadır. Mevcut modelin maliyet fonksiyonu  $J_a$  olarak isimlendirilmiştir. Eğer tanımlanmış anahtarlama dizisi ile  $J_a(t) > J_j(t)$  ise bu durum anahtarlama kriterine göre uyarlamalı modelin seçilen  $j$  modeline anahtarlanması gerektiğini göstermektedir.

#### 4.6 Benzetim Çalışması

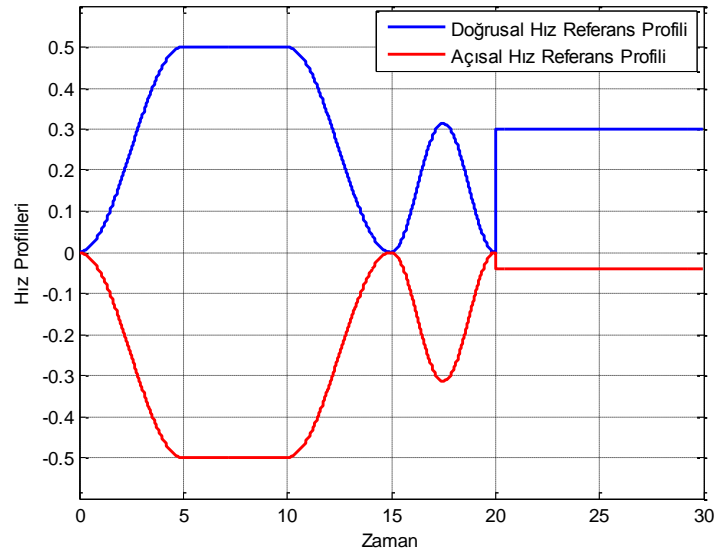
Benzetim çalışmasında gezgin robotun aşağıdaki referans hız profilini izlemesi beklenmiştir

$$\begin{aligned}
 v_r &= 0.25 \left( 1 - \cos \frac{\pi t}{5} \right), \quad \omega_r = -v_r, \quad 0 \leq t < 5, \\
 v_r &= 0.5, \quad \omega_r = 0, \quad 5 \leq t < 10, \\
 v_r &= 0.25 \left( 1 + \cos \frac{\pi t}{5} \right), \quad \omega_r = -v_r, \quad 10 \leq t < 15, \\
 v_r &= 0.05 \left( 1 - \cos \frac{2\pi t}{5} \right), \quad \omega_r = -v_r, \quad 15 \leq t < 20, \\
 v_r &= 0.3, \quad \omega_r = -0.04, \quad 20 \leq t.
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

Başlangıçta robotun hızları ve  $\varphi$  açısı sıfırdır. Robotun ve denetleyicinin parametreleri  $I_m = 0.0025 \text{ Kg.m}^2$ ,  $I_c = 15.625 \text{ Kg.m}^2$ ,  $r = 0.15 \text{ m}$ ,  $b = 0.75 \text{ m}$ ,  $d = 0.3 \text{ m}$ ,  $L = 0.1 \text{ m}$ ,  $m_w = 1 \text{ Kg}$ ,  $m_c = 36 \text{ Kg}$ ,  $I_w = 0.005 \text{ Kg.m}^2$ ,  $K_p = \text{diag}(2, 2)$ ,  $K_i = \text{diag}(2, 2)$ ,  $\Gamma = \text{diag}(2, 2, 2, 2)$ ,  $\alpha = 10$ ,  $\lambda = 10$ ,  $G_1 = \text{diag}(0.2, 0.2)$ ,  $G_2 = \text{diag}(0.4, 0.4)$  olarak seçilmiştir. İntegraller nümerik olarak dördüncü dereceden Runge-Kutta integrasyon yöntemi ile hesaplanmıştır. İntegrasyon aralığı 0.001 saniye olarak seçilmiştir. Anahtarlama zamanı ise 0.005 saniye olarak seçilmiştir.

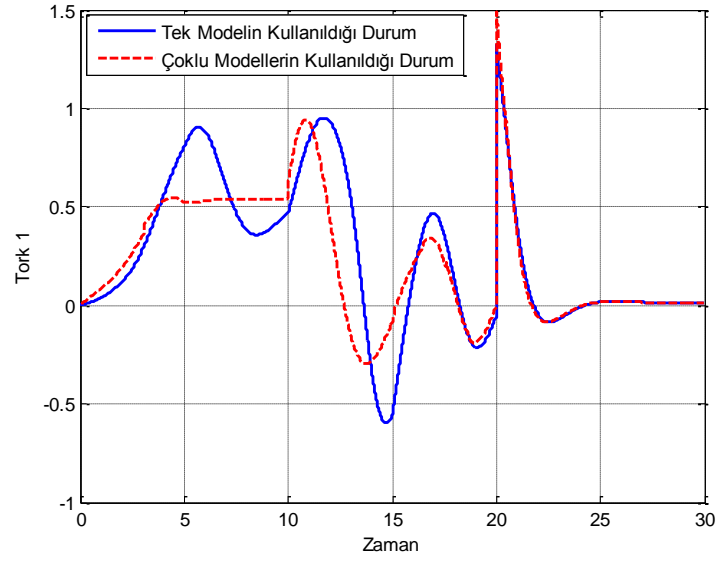
Parametre vektörünün gerçek değeri  $\theta = [2.85 \ 1.99 \ 1.08 \ 0.81]$  olmaktadır. Uyarlamalı modelin başlangıç tahmini  $\hat{\theta} = [1 \ 0.8 \ 0.2 \ 0.1]$  olarak seçilmiştir. Bu çalışmada on adet uyarlamalı model kullanılmıştır. Bu on adet uyarlamalı model için başlangıç tahminleri

$$\begin{aligned}
 \hat{\theta}_1 &= [1.37 \ 1.04 \ 0.36 \ 0.24], \\
 \hat{\theta}_2 &= [1.74 \ 1.28 \ 0.52 \ 0.38], \\
 \hat{\theta}_3 &= [2.11 \ 1.52 \ 0.68 \ 0.52], \\
 \hat{\theta}_4 &= [2.48 \ 1.76 \ 0.84 \ 0.66], \\
 \hat{\theta}_5 &= [2.85 \ 1.99 \ 1.00 \ 0.80], \\
 \hat{\theta}_6 &= [3.08 \ 2.23 \ 1.16 \ 0.94], \\
 \hat{\theta}_7 &= [3.31 \ 2.47 \ 1.32 \ 1.10], \\
 \hat{\theta}_8 &= [3.54 \ 2.70 \ 1.48 \ 1.26], \\
 \hat{\theta}_9 &= [3.77 \ 2.93 \ 1.64 \ 1.40], \\
 \hat{\theta}_{10} &= [4.00 \ 3.10 \ 1.80 \ 1.56].
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

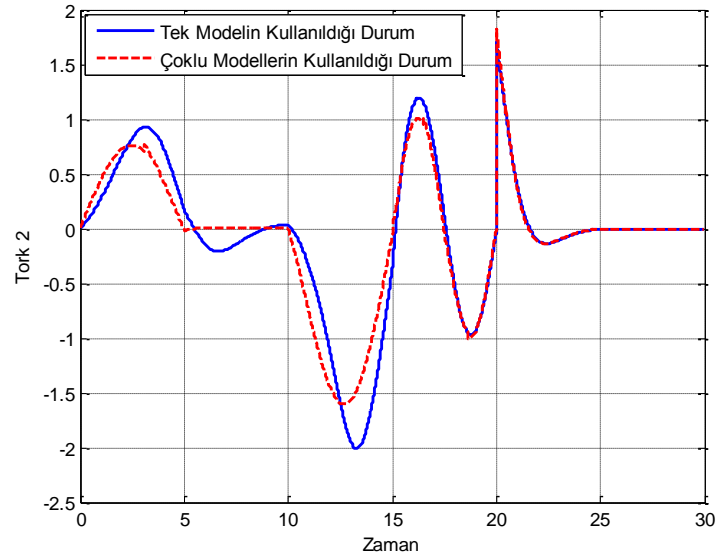


Şekil 4.2 Gezgin robotun takip etmesi istenilen hız profili

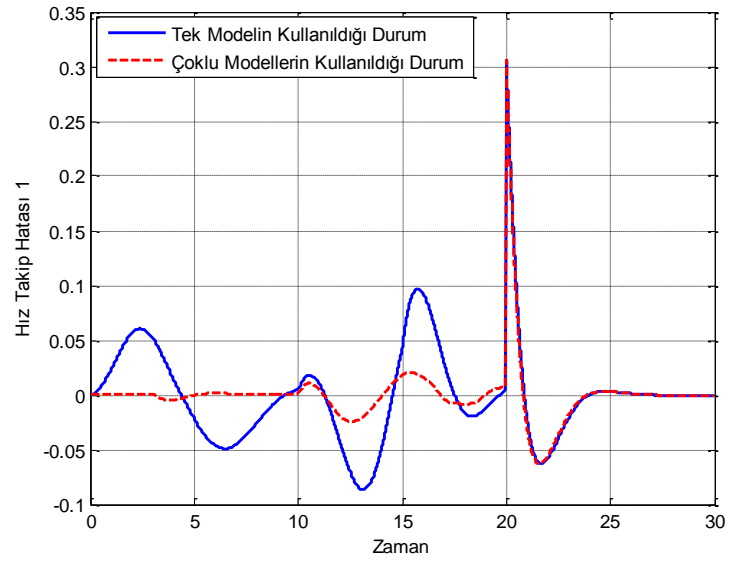




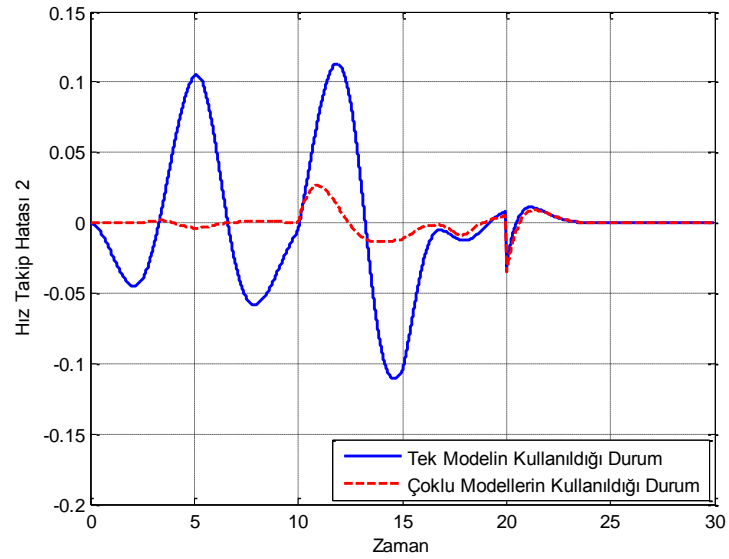
Şekil 4.3 Gezgin robotun birinci tekerleğine uygulanan tork



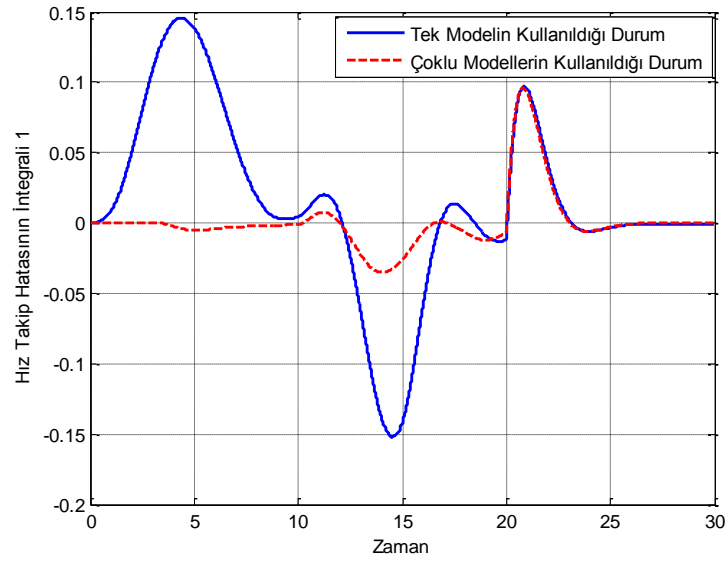
Şekil 4.4 Gezgin robotun ikinci tekerleğine uygulanan tork



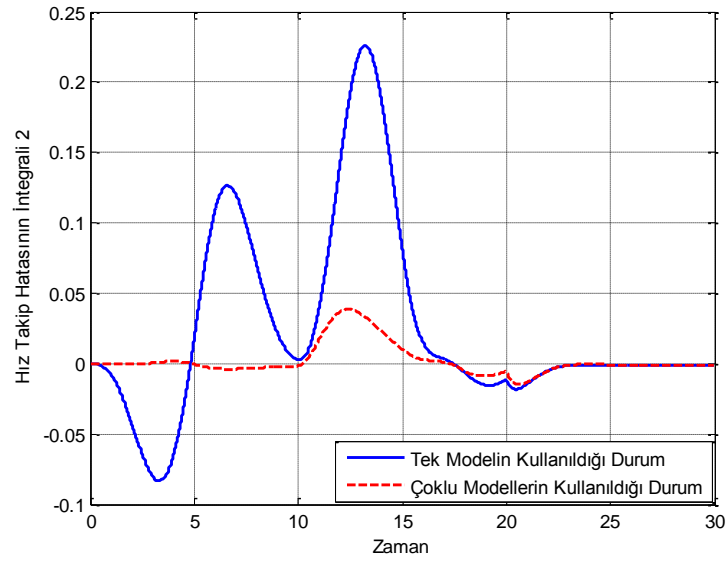
Şekil 4.5 Gezgin robotun doğrusal hız takip hatası



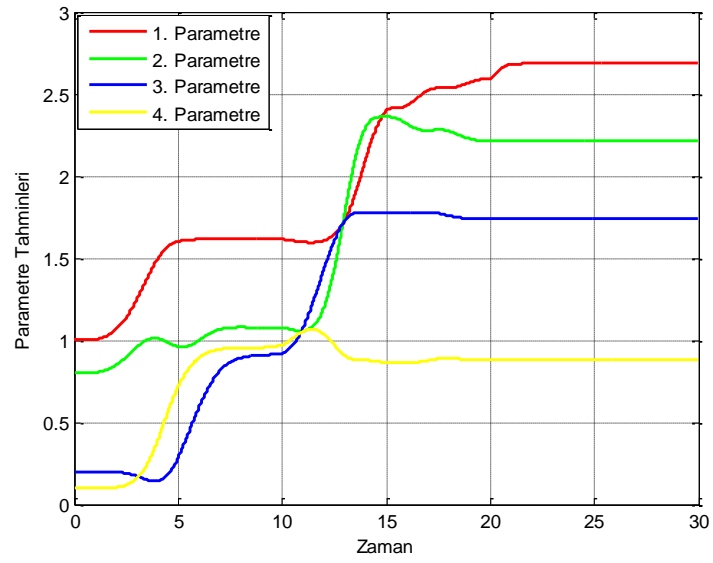
Şekil 4.6 Gezgin robotun açısız hız takip hatası



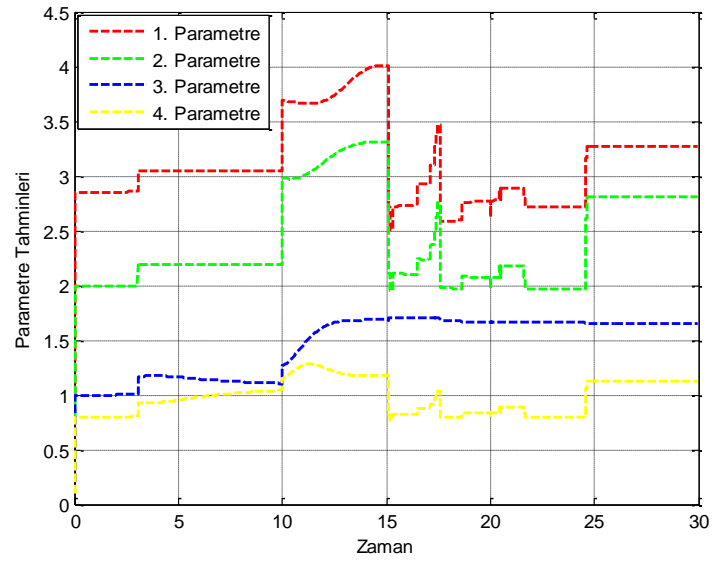
Şekil 4.7 Gezgin robotun doğrusal hız takip hatasının integrali



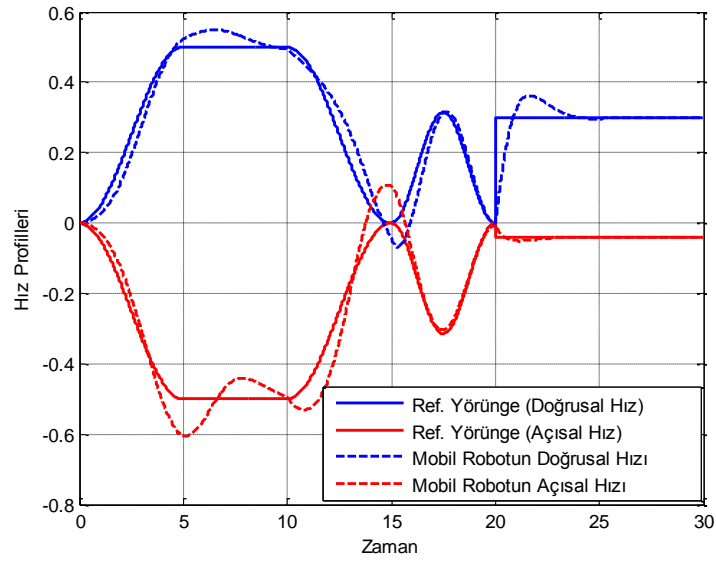
Şekil 4.8 Gezgin robotun açısız hız takip hatasının integrali



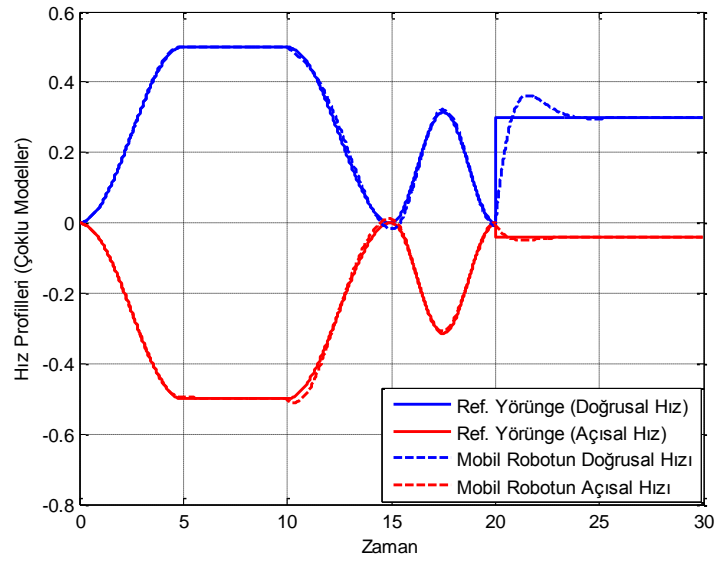
Şekil 4.9 Tek model kullanıldığı durumda parametre tahminleri



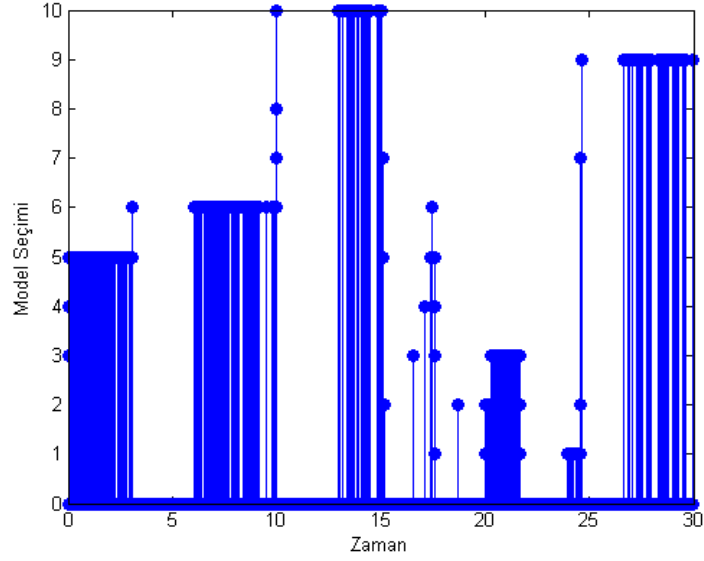
Şekil 4.10 Çoklu modellerin kullanıldığı durumda parametre tahminleri



Şekil 4.11 Tek model kullanıldığı durumda gezgin robotun hız takip hataları



Şekil 4.12 Çoklu modeller kullanıldığı durumda gezgin robotun hız takip hataları

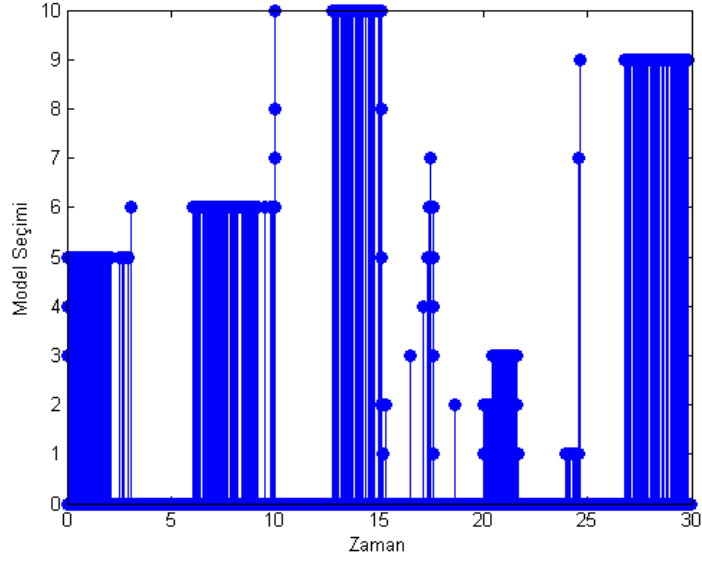


Şekil 4.13 Çoklu modeller kullanıldığı durumda modellerin seçimi

Benzetim çalışmalarında  $10 < t \leq 15$  saniye aralığında sistemin bilinmeyen parametrelerinin iki katına çıktığı varsayımı yapılmıştır.

Bölüm (2.2)'de de belirtildiği gibi ayrıca çoklu modellerin kullanıldığı durum için  $G_2$  sabit tutularak  $G_1$  artırılmış ve anahtarlama sayısının arttığı gözlemlenmiştir. İlk durumda  $G_2 = \text{diag}(0.4, 0.4)$  ve  $G_1 = \text{diag}(0.2, 0.2)$  olduğu durumda sistemde 1688 adet anahtarlama gözlemlenmiştir.  $G_2$  sabit tutulup  $G_1 = \text{diag}(1, 1)$  yapıldığında sistemde 1817 adet anahtarlama gözlemlenmiştir. Aşağıda bu durum için modellerin seçimi verilmiştir.

Ayrıca belirli bir zaman sonra anahtarlamanın hatayı azaltmadığı görülmektedir. Bunun nedeni parametre tahminlerinin belirli bir zaman sonra birbirlerine çok yaklaşmalarıdır. Bu nedenle anahtarlama olsa bile çıktıda bu etki çok az olmaktadır.



Şekil 4.14  $G_2 = \text{diag}(0.4, 0.4)$  ve  $G_1 = \text{diag}(1, 1)$  durumunda modellerin seçimi

#### 4.7 Bölüm Özeti

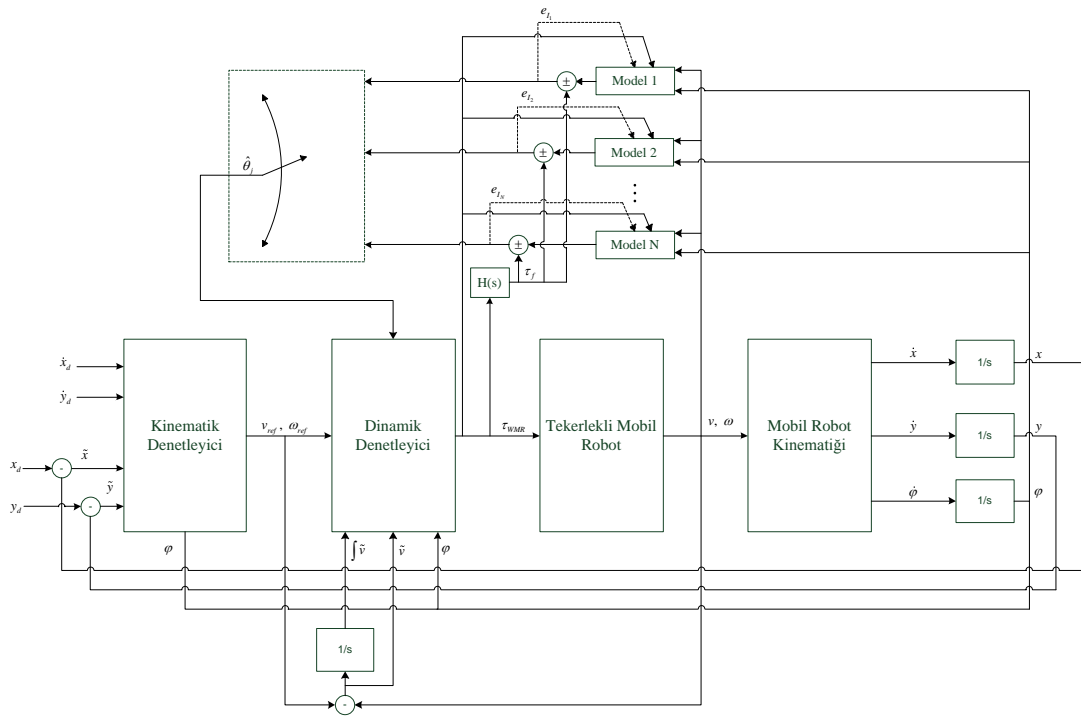
Bu bölümde tekerlekli gezgin robotun belirli bir hız profilini takip etmesi için bir kontrol kuralı önerilmiştir (Onat and Özkan, 2012 a). Robotun dinamik modeli için regresör matrisi elde edilirken birinci derece alçak geçiren bir filtre ile filtreleme yapılarak regresör matrisinde yer alan ivme terimleri kaldırılmıştır. Robotik sistemlerde ivme ölçümü zor ve maliyetli olmaktadır. Burada yapılan filtrelemenin amacı da uygulamada yaşanabilecek bu zorlukları ortadan kaldırmaktır. Sistem için kararlılık analizi yapılmıştır. Benzetim sonuçları önerilen kontrol kuralının etkinliğini göstermektedir. Önerilen kontrol kuralı ile birlikte tanımlama için çoklu modeller kullanıldığında geçici tepki hataları daha az olmaktadır. Bu da önerilen kontrol kuralının çoklu modeller ile birlikte, geçici tepki hatasının kritik olduğu uygulamalarda kullanılmasının yerinde olduğunu göstermektedir.

## BÖLÜM 5

GEZGİN ROBOTLARIN ÇOKLU MODELLER KULLANILARAK  
BÜTÜNLEŞTİRİLMİŞ KİNEMATİK ve DİNAMİK UYARLAMALI KONTROLÜ

## 5.1 Giriş

Bu bölümde uyarlamalı dinamik denetleyici ile birlikte kinematik denetleyici de kullanılmaktadır. Böylece, gezgin robotun düzlemsel uzayda referans bir yörüngeyi takip etmesi sağlanmaktadır. Bir önceki bölümde önerilen dinamik denetleyiciye eklenen kinematik denetleyici pozisyon hatalarından yola çıkarak dinamik denetleyiciye girdi olan referans hızları üretmektedir. Bir önceki bölümde önerilen dinamik uyarlamalı denetleyicinin yapısı aynı kalmıştır.



Şekil 5.1 Kontrol mimarisinin blok şeması



Önerilen kontrol yönteminin blok şeması Şekil 5.1’de görülmektedir. Bu yapıda kullanılan çoklu modellerin hepsi uyarlamalı modellerdir. Bu modeller aynı tanımlama kuralı ile güncellenmektedir, fakat her bir modelin başlangıç tahminleri farklıdır.

## 5.2 Bütünleşik Denetleyicinin Tasarımı

### 5.2.1 Kinematik denetleyici

Bu bölümde (Martins, et al., 2008) tarafından önerilen kinematik denetleyici kullanılmaktadır. Kinematik denetleyicinin tasarımı aşağıdaki kinematik model göz önüne alınarak yapılmıştır.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -a \sin \phi \\ \sin \phi & a \cos \phi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

burada  $x, y$  ilgilenilen  $P_a$  noktasının koordinatları olmaktadır.  $h$  vektörü

$$\dot{h} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -a \sin \phi \\ \sin \phi & a \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

olarak seçilmektedir. Denklem (5.2) kullanılarak ters kinematik

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\frac{1}{a} \sin \phi & \frac{1}{a} \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

olarak verilmiştir. Önerilen kinematik denetleyici (Martins, et al., 2008)

$$\begin{bmatrix} v_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\frac{1}{a} \sin \varphi & \frac{1}{a} \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_d + I_x \tanh\left(\frac{k_x}{I_x} \tilde{x}\right) \\ \dot{y}_d + I_y \tanh\left(\frac{k_y}{I_y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

olmaktadır. Burada  $\tilde{x} = x_d - x$  ve  $\tilde{y} = y_d - y$  robotun pozisyon hataları,  $k_x > 0$  ve  $k_y > 0$  denetleyicinin kazançları,  $I_x \in R$  ve  $I_y \in R$  doyuma ulaşma sabiti,  $(x, y)$  ve  $(x_d, y_d)$  sırası ile ilgilenilen  $P_a$  noktasının mevcut ve istenilen koordinatları olmaktadır. Bu denetleyicinin amacı dinamik denetleyiciye referans doğrusal ve açısal hızları üretmektir.

### 5.2.2 Uyarlamalı dinamik denetleyici

Uyarlamalı dinamik denetleyici Bölüm 4'de önerilen uyarlamalı dinamik denetleyicinin aynısıdır. Bu denetleyicide her bir tanımlama modeli

$$\hat{\tau}_j = \hat{M}_{B_j} \dot{v} + \hat{C}_{B_j}(\dot{q})v = Y(\dot{q}, v, \dot{v})\hat{\theta}_j \quad (5.5)$$

olmaktadır. Regresör matrisi tüm modeller için ortaktır. Her bir model gradyan tabanlı algoritma kullanılarak güncellenmektedir. Her bir model için tahmin kuralı

$$\dot{\hat{\theta}}_j = -\Gamma Y^T(\dot{q}, v, \dot{v})\tilde{\tau}_j \quad (5.6)$$

olmaktadır. Bu tahmin kuralı aşağıdaki hata modeline dayanmaktadır

$$\tilde{\tau}_j = Y(\dot{q}, v, \dot{v})\tilde{\theta}_j. \quad (5.7)$$

Her bir tanımlama modeli için tork vektörü  $\tau_j$

$$\tau_j = \hat{M}_{B_j}(\dot{v}_d + K_p e + K_i \int e) + \hat{C}_{B_j}(\dot{q})v \quad (5.8)$$

olmaktadır. Önerilen denetleyici ile ilgili diğer detaylar Bölüm (4.2)'de verilmiştir.

### 5.3 Denetleyicinin Kararlılığının Kanıtlanması

Bu bölümde öncelikle dinamik denetleyicinin kararlılık analizi yapılacaktır. Dinamik denetleyicinin kararlılık analizi Bölüm (4.3)'de de verilmiştir. Kinematik denetleyicinin kararlılığının kanıtının anlaşılması için bu bölümde yine dinamik denetleyicinin kararlılık kanıtı kısaca verilmiştir.

Başlangıçta tek bir modelin kullanıldığı düşünülmüştür. Parametre tahmini için uyarılama kuralı

$$\dot{\tilde{\theta}}_j = -\Gamma Y^T(\dot{q}, v, \dot{v})\tilde{\tau}_j \quad (5.9)$$

olmaktadır. Aşağıdaki Lyapunov fonksiyonu

$$V = \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (5.10)$$

alınır ise bu fonksiyonun türevi

$$\dot{V} = -\tilde{\tau}^T \tilde{\tau} \quad (5.11)$$

olmaktadır. Böylelikle  $\tilde{\tau} \in L_2$  ve  $\tilde{\theta} \in L_\infty$  olduğu görülmektedir. Tork

$$\tau = \hat{M}_B(\dot{v}_d + K_p e + K_i \int e) + \hat{C}_B(\dot{q})v \quad (5.12)$$

olmaktadır. Denklem (5.12), Denklem (5.5)'de yerine konular ise ve Denklem (5.7) kullanılır ise hata

$$\tilde{\tau} = \hat{M}_B (\dot{e} + K_p e + K_i \int e) \quad (5.13)$$

olarak elde edilmektedir. Burada  $\tilde{\tau}$  tahmin hatası,  $e$  hız takip hatası olmaktadır.  $\hat{M}_B$  matrisinin tekil olmadığı ve sınırlı olduğu kabul edilir ise aşağıdaki ifade

$$\Psi = \hat{M}_B^{-1} \tilde{\tau} = (\dot{e} + K_p e + K_i \int e) \quad (5.14)$$

elde edilmektedir.  $\hat{M}_B^{-1} \in L_\infty$  olduğu için ve Denklem (5.9) kullanılarak  $\tilde{\theta} \in L_2$  ve  $\Psi \in L_2$  olmaktadır.  $\Psi \in L_2$  olduğu için  $\int e \in L_2 \cap L_\infty$  olmakta ve  $\int e$  sürekli olduğundan  $t \rightarrow 0$  için  $\int e \rightarrow 0$  olmaktadır. Ayrıca  $e$  asimptotik kararlı bir sistemin çıktısı olarak alınabileceğinden  $e \in L_2 \cap L_\infty$  ve  $t \rightarrow 0$  için  $e \rightarrow 0$  olmaktadır.  $\int e \in L_\infty$  ve  $e \in L_\infty$  olduğundan,  $v \in L_\infty$  ve  $\dot{v} \in L_\infty$  olduğu, üretilen referans hızların  $v \rightarrow v_{ref}$  ve  $\omega \rightarrow \omega_{ref}$ , sınırlı olduğu kabulü ile çıkarılabilir. Denklem (5.12),  $\hat{M}_B \in L_\infty$  olduğu ve tekil olmadığı kullanılarak  $v \in L_\infty$ ,  $\dot{v} \in L_\infty$ ,  $\tau \in L_\infty$  olduğu çıkarılabilir. Tüm işaretler sınırlı olduğu için  $Y(\dot{q}, v, \dot{v})$ 'de sınırlı olmaktadır. Denklem (5.7)'den ve  $\tilde{\theta}$  olduğu kullanılarak  $\tilde{\tau} \in L_\infty$  olduğu çıkarılabilir.

Çoklu modellerin kullanıldığı durumda tork vektörü izin verilen anahtarlama kuralı ile birleştirildiği durum Denklem (4.13) ile verilmiştir.

Kinematik denetleyici için verilen Denklem (5.3) ve Denklem (5.4)'den yola çıkılarak

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_x & 0 \\ 0 & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tanh\left(\frac{k_x}{I_x} \tilde{x}\right) \\ \tanh\left(\frac{k_y}{I_y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

ifadesi elde edilmektedir. Burada  $e$  hız takip hatası olmak üzere hata vektörü  $\varepsilon$ ,  $Te$  olarak yazılabilmektedir. Burada  $T$  matrisi Denklem (5.2) ile verilmiştir. Denklem (5.15) düzenlenir ise

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{h}} + L(\tilde{h}) &= Te \\ L(\tilde{h}) &= \begin{bmatrix} I_x & 0 \\ 0 & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tanh\left(\frac{k_x}{I_x} \tilde{x}\right) \\ \tanh\left(\frac{k_y}{I_y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.16)$$

olmaktadır. Aşağıda verilen Lyapunov fonksiyonu ve türevi göz önüne alınır ise

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \tilde{h}^T \tilde{h} \\ \dot{V} &= \tilde{h}^T \dot{\tilde{h}} = \tilde{h}^T (Te - L(\tilde{h})) \end{aligned} \quad (5.17)$$

açıkça görülmektedir ki  $\dot{V} < 0$  olması için

$$\tilde{h}^T L(\tilde{h}) > |\tilde{h}^T Te| \quad (5.18)$$

eşitsizliği gerekli bir koşul olmaktadır.

Kontrol hatası  $\tilde{h}$ 'nin küçük değerleri için

$$K_{xy} = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

olmak üzere

$$L(\tilde{h}) \approx K_{xy} \tilde{h} \quad (5.20)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (5.18) ile verilen koşul

$$\tilde{h}^T K_{xy} \tilde{h} > |\tilde{h}^T T e| \quad (5.21)$$

olarak yazılabilir. Denklem (5.21) düzenlenir ise

$$\begin{aligned} \min(k_x, k_y) \|\tilde{h}\|^2 &> \|\tilde{h}\| \|T e\| \\ \|\tilde{h}\| &> \frac{\|T e\|}{\min(k_x, k_y)} \end{aligned} \quad (5.22)$$

ifadeleri elde edilmektedir. Bu bölümün önceki kısımlarında  $e$  'nin sıfıra gitme eğiliminde olduğu gösterilmiştir. Denklem (5.22)'den de görüldüğü üzere  $t \rightarrow \infty$  için  $\tilde{h}(t) \rightarrow 0$  olmaktadır.

#### 5.4 Benzetim Çalışması

Bu çalışmada Bölüm (4.4)'de belirtildiği şekilde filtrelenmiş regresör matrisi ve Bölüm (4.5)'de belirtilen anahtarlama kuralı kullanılmıştır.

Benzetim çalışmasında gezgin robotun dairesel bir yörünge izlemesi istenmiştir. Bu dairesel yörünge

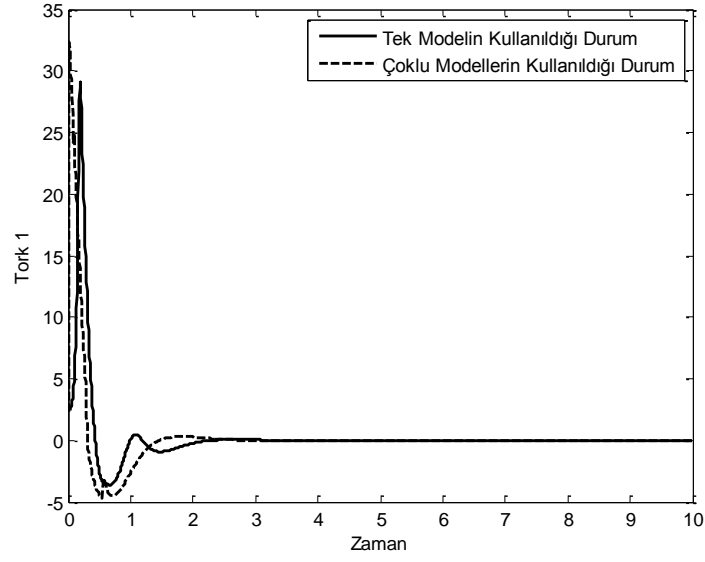
$$\begin{aligned} x_r &= x_g + R \cos \omega_r t \\ y_r &= y_g + R \sin \omega_r t \end{aligned} \quad (5.23)$$

olarak verilmiştir. Burada  $x_g = 0$ ,  $y_g = 0$ , robotun bu yörüngeyi takip ederken sahip olması istenen açısal hız  $\omega_r = 0.06$  ve yörüngenin yarıçapı  $R = 3$  olmaktadır. Robotun doğrusal ve açısal hızlarının ve  $\varphi$  açısının başlangıçta sıfır olduğu kabul edilmiştir. Robot başlangıçta kartezyen uzayda  $(3,0)$  noktasında bulunmaktadır.

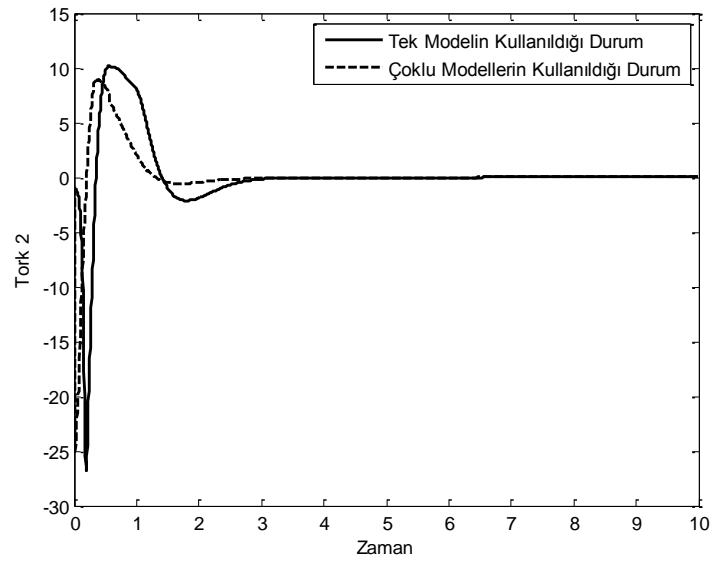
Gezgin robotun ve denetleyicilerin parametreleri  $I_m = 0.0025 \text{ Kg.m}^2$ ,  $I_c = 15.625 \text{ Kg.m}^2$ ,  $r = 0.15 \text{ m}$ ,  $b = 0.75 \text{ m}$ ,  $d = 0.3 \text{ m}$ ,  $L = 0.1 \text{ m}$ ,  $m_w = 1 \text{ Kg}$ ,  $m_c = 36 \text{ Kg}$ ,  $I_w = 0.005 \text{ Kg.m}^2$ ,  $K_p = \text{diag}(5,5)$ ,  $K_i = \text{diag}(10,10)$ ,  $\Gamma = \text{diag}(2,2,2,2)$ ,  $\alpha = 10$ ,  $G_1 = \text{diag}(1,1)$ ,  $G_2 = \text{diag}(0,0)$ ,  $k_x = 0.3$ ,  $k_y = 0.3$ ,  $I_x = 0.3$ ,  $I_y = 0.3$  olarak seçilmiştir. Runge Kutta integrasyon adımı 0.005 saniye olarak seçilmiştir. İzin verilen anahtarlama zamanı ise 0.025 saniye olarak seçilmiştir.

Parametrelerin gerçek değerleri  $\theta = [2.85 \ 1.99 \ 1.08 \ 0.81]^T$  olmaktadır. Uyarlamalı model için parametre tahmini başlangıç değeri  $\hat{\theta} = [0.50 \ 0.10 \ 0.05 \ 0.05]^T$  olarak seçilmiştir. Bu bölümde on adet uyarlamalı model kullanılmış olup hepsinin parametre başlangıcı tahmin değerleri aşağıdaki gibidir

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_1 &= [0.7 \ 0.3 \ 0.1 \ 0.1], \\ \hat{\theta}_2 &= [1 \ 0.5 \ 0.2 \ 0.2], \\ \hat{\theta}_3 &= [1.2 \ 0.8 \ 0.3 \ 0.3], \\ \hat{\theta}_4 &= [1.5 \ 1 \ 0.4 \ 0.4], \\ \hat{\theta}_5 &= [1.8 \ 1.2 \ 0.5 \ 0.5], \\ \hat{\theta}_6 &= [2.1 \ 1.5 \ 0.7 \ 0.6], \\ \hat{\theta}_7 &= [2.5 \ 1.8 \ 0.9 \ 0.7], \\ \hat{\theta}_8 &= [2.8 \ 2 \ 1.1 \ 0.8], \\ \hat{\theta}_9 &= [3.1 \ 2.3 \ 1.4 \ 0.9], \\ \hat{\theta}_{10} &= [3.5 \ 2.5 \ 1.7 \ 1]. \end{aligned} \quad (5.24)$$

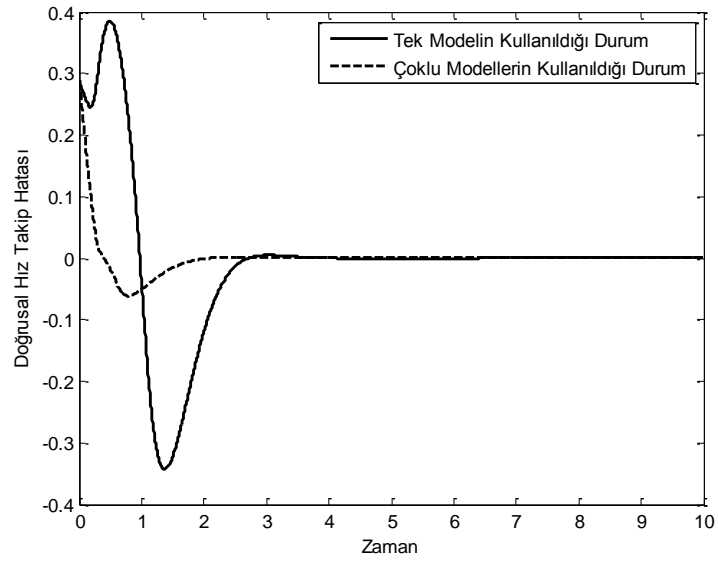


Şekil 5.2 Gezgin robotun birinci tekerleğine uygulanan tork

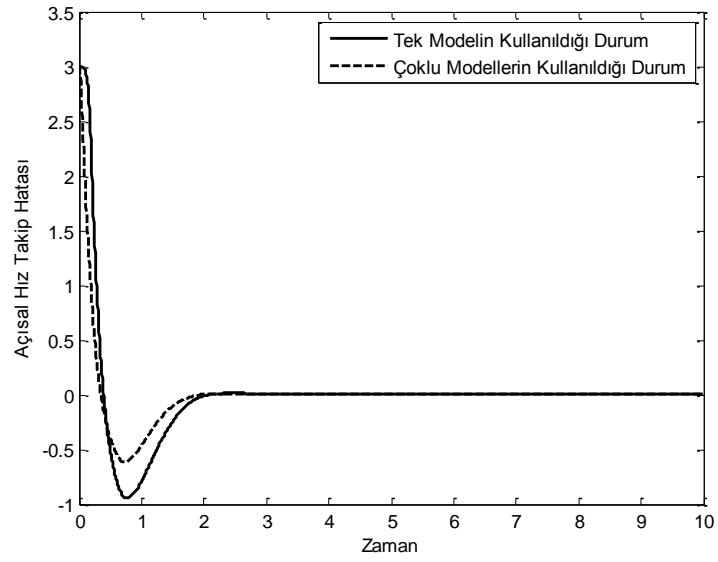


Şekil 5.3 Gezgin robotun ikinci tekerleğine uygulanan tork

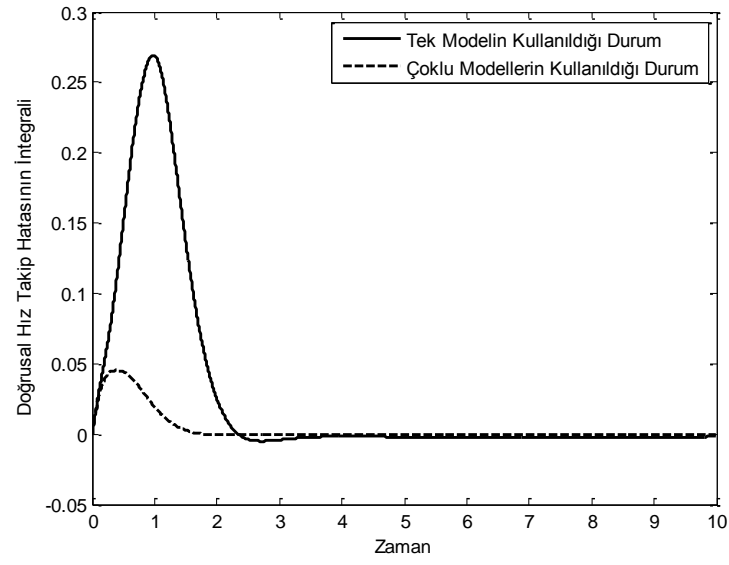




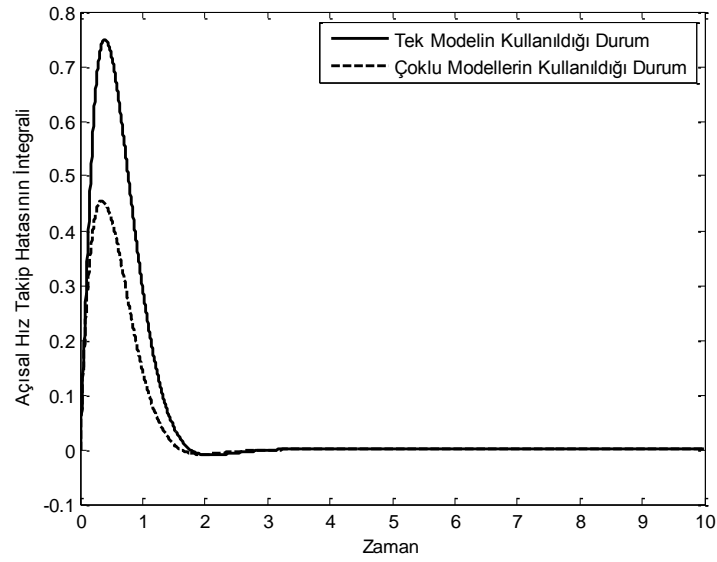
Şekil 5.4 Doğrusal hız takip hatası



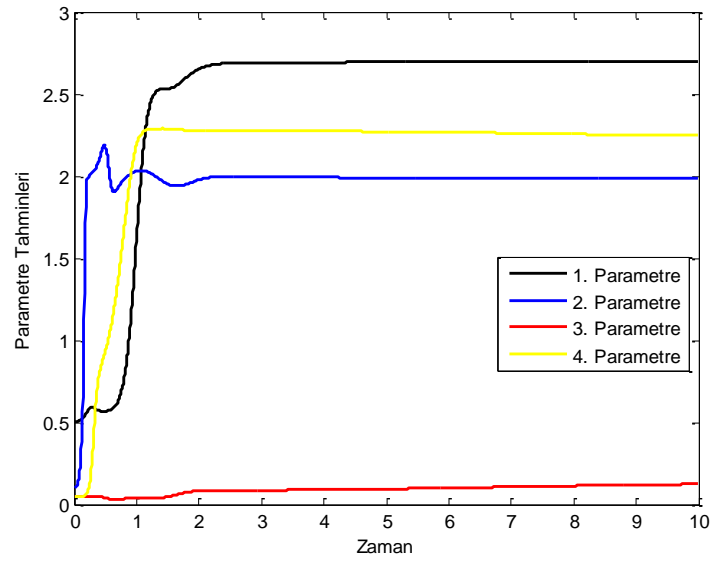
Şekil 5.5 Açısal hız takip hatası



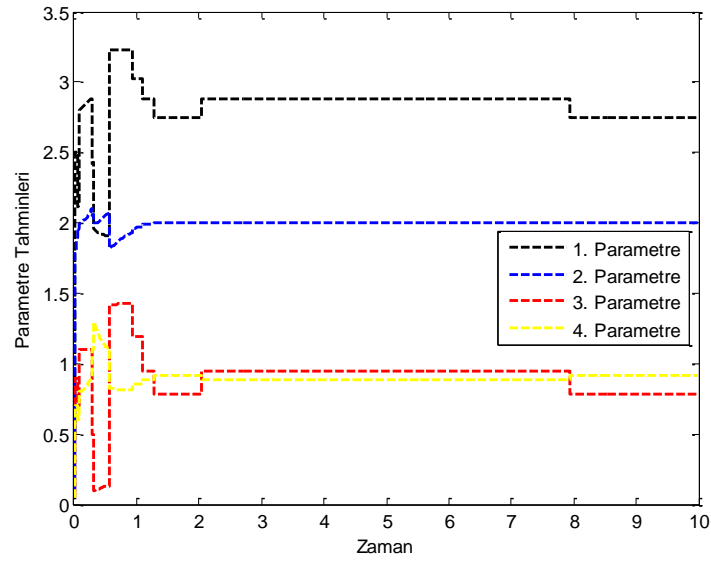
Şekil 5.6 Doğrusal hız takip hatasının integrali



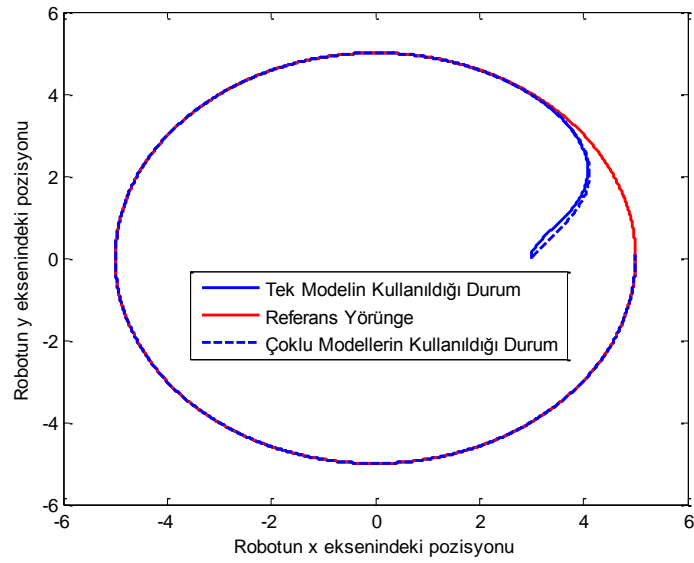
Şekil 5.7 Açısal hız takip hatasının integrali



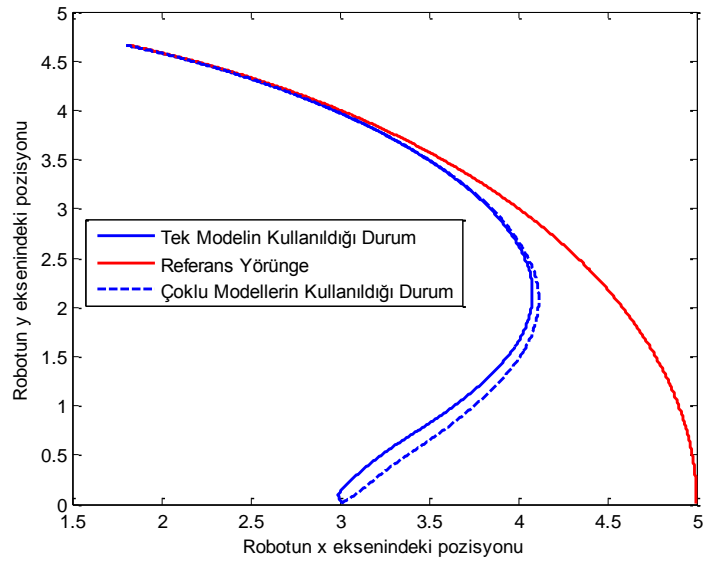
Şekil 5.8 Tek model kullanıldığı durumda parametre tahminleri



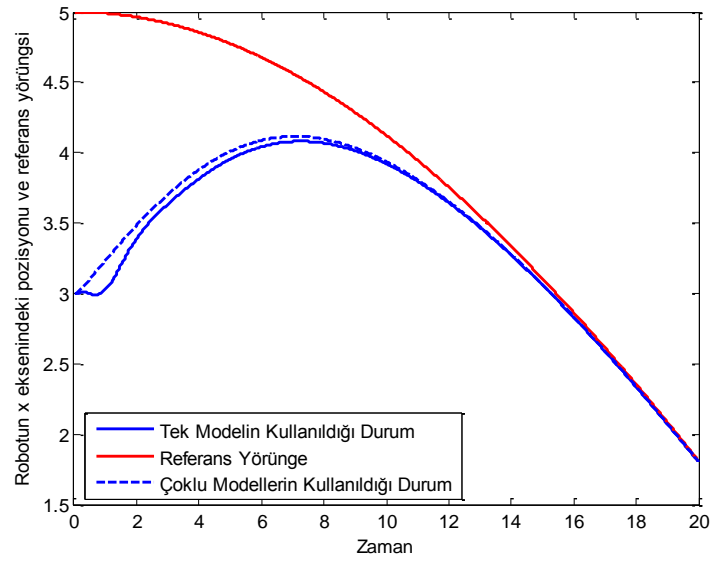
Şekil 5.9 Çoklu modeller kullanıldığı durumda parametre tahminleri



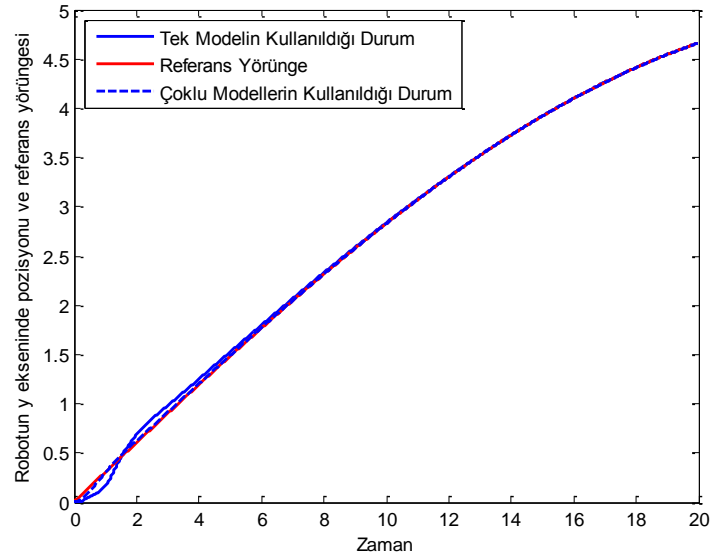
Şekil 5.10 Robotun pozisyonu ve referans yörünge



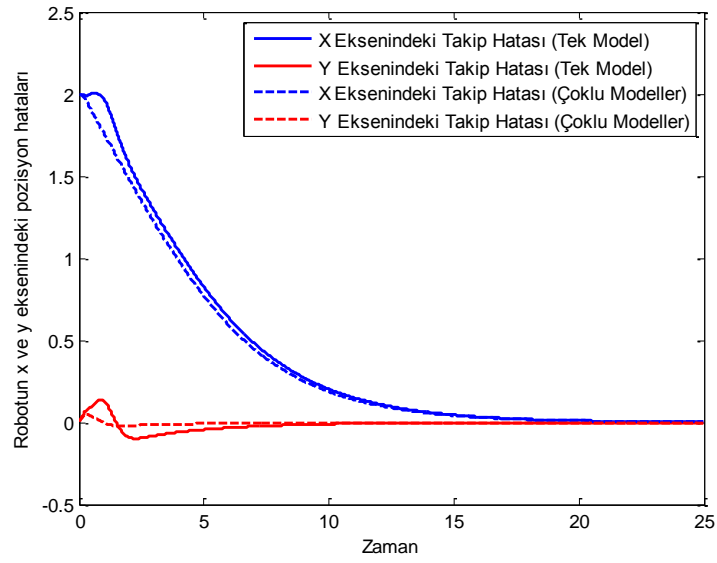
Şekil 5.11 Robotun pozisyonu ve referans yörünge (Etkinin görülebilmesi için ilk yirmi saniye alınmıştır.)



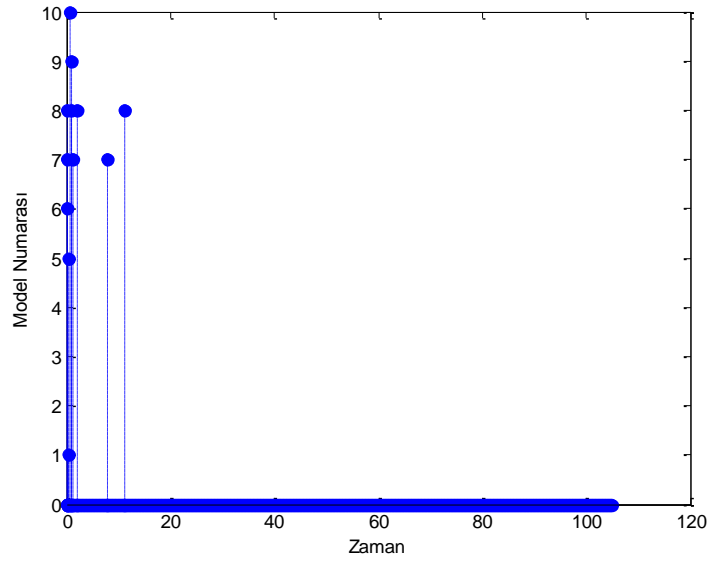
Şekil 5.12 Robotun x eksenindeki pozisyonu ve x eksenindeki referans yörüngesi



Şekil 5.13 Robotun y eksenindeki pozisyonu ve y eksenindeki referans yörüngesi



Şekil 5.14 Robotun x ve y eksenlerindeki takip hataları



Şekil 5.15 Modeller arasındaki anahtarlama

## 5.5 Bölüm Özeti

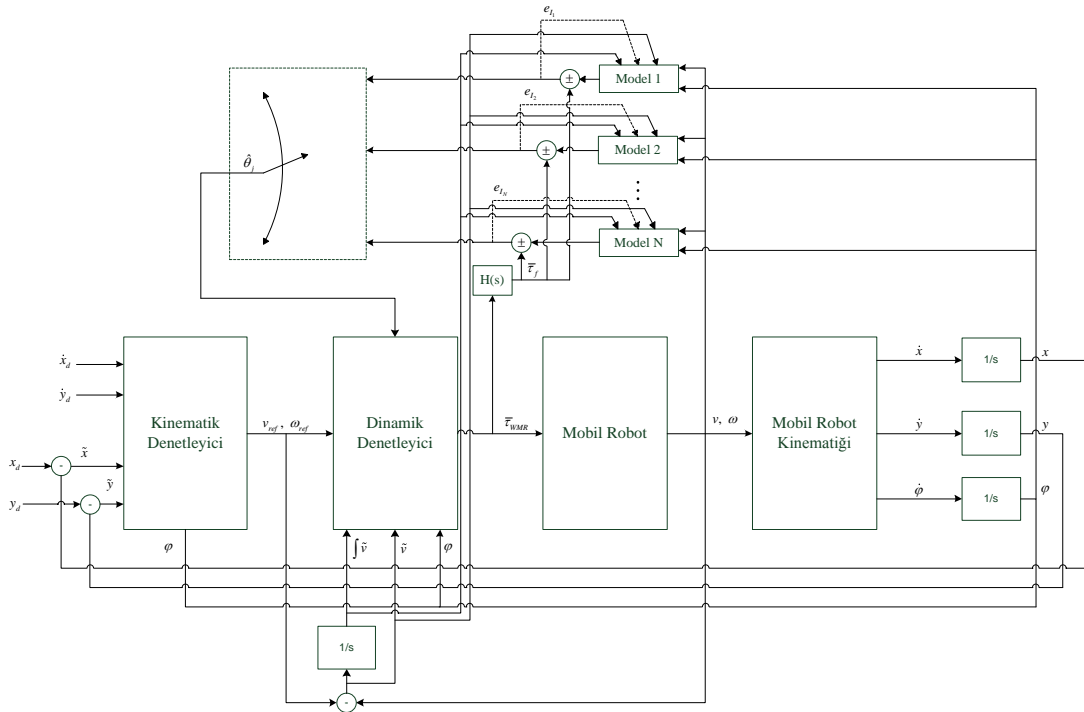
Benzetim çalışmasından da görüldüğü üzere önerilen kinematik ve dinamik denetleyici ile birlikte çoklu tanımlama modelleri kullanıldığında geçici tepkiler tek modelin kullanıldığı duruma göre daha az olmuştur (Onat and Özkan, 2012 b). Robot hem kartezyen uzayda verilen yörüngeyi hem de kinematik denetleyici tarafından üretilen referans hızları takip etmiştir. Önerilen bu denetleyiciler ile birlikte çoklu modellerin kullanımı gezgin robotun istenilen yörüngeleri daha hızlı takip etmesini sağlamıştır.

## BÖLÜM 6

GEZGİN ROBOTLARIN ÇOKLU MODELLER KULLANARAK BİRLEŞTİRİLMİŞ  
DOĞRUDAN ve DOLAYLI UYARLAMALI KONTROLÜ

## 6.1 Giriş

Önceki bölümlerde bahsedilen denetleyicilerde çoklu modeller kullanılırken gezgin robot dinamiği aynı anda paralel tanımlama modelleri ile tanımlanmaktadır. Bu yapı uyarlamalı doğrudan kontrol kurallarının uygulanmasına izin vermemektedir, fakat bu kontrol kuralları dolaylı kontrol kuralları ile birleştirilerek ve çoklu modeller kullanılarak uygulanabilir.



Şekil 6.1 Kontrol mimarisinin blok şeması



Önerilen kontrol kuralının blok şeması Şekil 6.1’de görülmektedir. Önerilen denetleyicide tanımlama modeli parametreleri hem tanımlama hatası  $e_{I_j}$ , hem de takip hatası  $s$  kullanılarak yapılmaktadır.

Kullanılan gezgin robot dinamiği Denklem (3.29)’da belirtildiği gibidir

$$\bar{M}\dot{v}(t) + \bar{C}(\dot{q})v(t) = \bar{B}(q)\tau . \quad (6.1)$$

Burada kolaylık sağlanması açısından  $\bar{B}(q)\tau$  terimi  $\bar{\tau}$  olarak adlandırılır ise

$$\bar{M}\dot{v}(t) + \bar{C}(\dot{q})v(t) = \bar{\tau} \quad (6.2)$$

ifadesi elde edilmektedir. Ayrıca

$$\bar{M}\dot{v}(t) + \bar{C}(\dot{q})v(t) = Y(\dot{q}, v, \dot{v})\theta \quad (6.3)$$

ifadesi ile regresör matrisi ve parametre vektörü elde edilebilir. Burada parametreler

$$\theta_1 = m, \quad \theta_2 = I, \quad \theta_3 = m_c d \quad (6.4)$$

olmaktadır.

## 6.2 Denetleyicinin Tasarımı

### 6.2.1 Kinematik denetleyici

Kullanılan kinematik denetleyici Bölüm 5.2’de önerilen kinematik denetleyicidir.

### 6.2.2 Uyarlamalı dinamik denetleyici

(Wilson and Robinett, 2001)'de belirtildiği üzere oransal-integral (PI) filtrelenmiş hız takip hatası işareti aşağıdaki gibi verilmiş olsun

$$s = e_v + \lambda \int e_v dt, \quad (6.5)$$

burada  $\lambda$  pozitif tanımlı denetleyici kazancı olmaktadır. Hız takip hatası ise

$$e_v = v_d - v \quad (6.6)$$

olmaktadır. Burada  $v_d = [v_d \ \omega_d]^T$  takip edilmesi istenen doğrusal ve açısal hızlardır. Denklem (6.5)'in türevi alınır ise

$$\dot{s} = \dot{e}_v + \lambda e_v \quad (6.7)$$

ifadesi elde edilmektedir. Denklem (6.2) ve oransal-integral filtrelenmiş hata terimi düşünülür ise

$$\bar{M}\dot{s} + \bar{C}(\dot{q})s = Y_2(v_d, \dot{v}_d)\theta - \bar{\tau} \quad (6.8)$$

ifadesi elde edilmektedir. Burada  $Y_2(v_d, \dot{v}_d)\theta$

$$Y_2(v_d, \dot{v}_d)\theta = \bar{M}(\dot{v}_d + \lambda e_v) + \bar{C}(\dot{q})(v_d + \lambda \int e_v dt) \quad (6.9)$$

ifadesi ile verilmektedir. Kontrol kuralını ve parametre tahmin kuralını belirlemek için aşağıdaki gibi bir Lyapunov fonksiyonu seçilmiştir (Lewis et al., 2004)

$$V = \frac{1}{2} s^T \bar{M} s + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}. \quad (6.10)$$

Bu fonksiyonun zamana göre türevi alınır ise

$$\dot{V} = \frac{1}{2} s^T \dot{\bar{M}} s + s^T \bar{M} \dot{s} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \quad (6.11)$$

ifadesi elde edilmektedir. Denklem (6.8)'den  $\bar{M}\dot{s}$  çekilir ve Denklem (6.11) de yerine konulur ise

$$\dot{V} = s^T \left( Y_2(v_d, \dot{v}_d) \theta - \bar{\tau} - \bar{C}(v) s \right) + \frac{1}{2} s^T \dot{\bar{M}} s + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \quad (6.12)$$

ifadesi elde edilmektedir. Kontrol kuralı aşağıdaki gibi seçilmiştir

$$\bar{\tau} = Y_2(v_d, \dot{v}_d) \hat{\theta} + K_v s. \quad (6.13)$$

Bu kontrol kuralı Denklem (6.12)'de yerine konulur ise

$$\dot{V} = s^T Y_2(v_d, \dot{v}_d) \tilde{\theta} - s^T K_v s + \frac{1}{2} s^T \left( \dot{\bar{M}} - 2\bar{C}(\dot{q}) \right) s + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \quad (6.14)$$

ifadesi elde edilmektedir. Bu ifadede  $\dot{\bar{M}} - 2\bar{C}(\dot{q})$  ifadesinin eksi bakışlı matris olduğu unutulmamalıdır. Parametre tahmin kuralı

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\Gamma \left( Y_1^T(q, \int v, v) \tilde{\tau}_f + Y_2^T(v_d, \dot{v}_d) s \right) \quad (6.15)$$

ve hata tahmin modeli

$$\tilde{\tau}_f = Y_1(q, \int v, v) \tilde{\theta} \quad (6.16)$$

olarak seçilmiştir. Denklem (6.15), Denklem (6.14)'de yerine konular ise

$$\begin{aligned} \dot{V} = & s^T Y_2(v_d, \dot{v}_d) \tilde{\theta} - s^T K_v s + \frac{1}{2} s^T \left( \dot{M} - 2\bar{C}(\dot{q}) \right) s \\ & + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \left( -\Gamma \left( Y_1^T(q, \int v, v) \tilde{\tau}_f + Y_2^T(v_d, \dot{v}_d) s \right) \right) \end{aligned} \quad (6.17)$$

ifadesi elde edilmektedir. Burada  $Y_1(q, \int v, v)$  filtrelenmiş regresör matrisi ve  $\tilde{\tau}_f$  filtrelenmiş tork terimidir. Bu terimler daha önceki bölümlerde açıklanmıştır. Denklem (6.17) düzenlenir ise

$$\dot{V} = -s^T K_v s + \frac{1}{2} s^T \left( \dot{M} - 2\bar{C}(\dot{q}) \right) s - \tilde{\theta}^T Y_1^T(q, \int v, v) \tilde{\tau}_f \quad (6.18)$$

ifadesi elde edilmektedir.

Denklem (6.16) ile verilmiş olan tanımlama hatası modeli ele alınır ve bu ifadeye Denklem (6.18) eklenir ise

$$\dot{V} = -s^T K_v s + \frac{1}{2} s^T \left( \dot{M} - 2\bar{C}(\dot{q}) \right) s - \tilde{\theta}^T Y_1^T(q, \int v, v) Y_1(q, \int v, v) \tilde{\theta} \quad (6.19)$$

ifadesi elde edilir.

Denetleyicinin kararlılığını göstermek için (Lewis et al., 2004)'de verilen prosedür takip edilmiştir. Öncelikle  $\dot{V}$ 'nin negative tanımlı olduğu görülmelidir. Böylelikle  $V$ 'nin üstten sınırlı olduğu söylenebilir. Ayrıca  $\bar{M}(q)$ 'nin pozitif tanımlı olduğu,  $s$  ve  $\tilde{\theta}$ 'nin sınırlı olduğu da görülmektedir. Bunun ile birlikte  $e_v$  ve  $\int e_v$ 'de sınırlıdır.  $e_v, \int e_v, s, \tilde{\theta}$  sınırlı olmasından yola çıkılarak  $\dot{s}$  ve  $\dot{V}$ 'nin sınırlı olduğu çıkarılabilir.  $\bar{M}(q)$ 'nin alttan sınırlı olmasından yola çıkılarak  $V$ 'nin de alttan sınırlı

olduğu görülmelidir.  $\dot{V}$ 'in alttan sınırlı, negative tanımlı ve üstten sınırlı olması ile Barbalat'ın Lemması kullanılarak

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0 \quad (6.20)$$

ifadesi elde edilmektedir. Ayrıca Rayleigh-Ritz teoremi kullanılarak

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{\min} \{K_v\} \|s\|^2 = 0 \text{ veya } \lim_{t \rightarrow \infty} s = 0 \quad (6.21)$$

olduğu görülmektedir. Ayrıca standart doğrusal kontrol kuralları kullanılarak

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_v e = 0 \text{ ve } \lim_{t \rightarrow \infty} e_v = 0 \quad (6.22)$$

olduğu görülmektedir.

### 6.3 Çoklu Modeller Kullanılarak Uyarlamalı Dinamik Kontrol

Çoklu tanımlama modelleri aşağıdaki formdadır

$$\hat{\tau}_j = \hat{M}_j \dot{v}(t) + \hat{C}_j(\dot{q})v(t) = Y(\dot{q}, v, \dot{v})\hat{\theta}_j. \quad (6.23)$$

Burada  $\hat{\theta}_j$ ,  $j = 1, \dots, N$  parametre tahmin vektörünü göstermektedir ve  $Y(\dot{q}, v, \dot{v})$  doğrusal olmayan regresör matrisi olmaktadır. Bu regresör matrisi tüm modeller için ortaktır, fakat her bir model için başlangıç tahminleri farklıdır. Daha önceki bölümlerde bahsedilen filtreleme yöntemi kullanılarak ivme işareti olmadan filtrelenmiş regresör matrisi  $Y_1(q, \int v, v)$  elde edilmektedir. Her bir model, tek model kullanıldığı durumda olduğu gibi basit gradyan tabanlı algoritma ile güncellenmektedir ve bu algoritma

$$\dot{\tilde{\theta}}_j = -\Gamma(Y_1^T(q, \int v, v)\tilde{\tau}_{f_j} + Y_2^T(v_d, \dot{v}_d)s) \quad (6.24)$$

ifadesi ile verilmiştir. Bu ifade aşağıdaki hata modeline dayanmaktadır

$$\tilde{\tau}_{f_j} = e_{I_j} = \bar{\tau}_f - \hat{\tau}_{f_j} = Y_1(q, \int v, v)\tilde{\theta}_j. \quad (6.25)$$

Burada  $\tilde{\tau}_f$  filtrelenmiş tork tahmin hatası,  $Y_2(v_r, \dot{v}_r)$  Denklem (6.9) ile verilmiştir ve tüm modeller için ortak regresör matrisidir. Her bir model için oluşturulan tork vektörü  $\bar{\tau}_j$

$$\bar{\tau}_j = Y_2(v_d, \dot{v}_d)\hat{\theta}_j + K_v s \quad (6.26)$$

olmaktadır. Denklem (6.8) ve Denklem (6.26), Denklem (6.2)'de yerine konular ise

$$\bar{M}_j \dot{s} + \bar{C}_j(\dot{q})s + K_v s = \tilde{M}_j(\dot{v}_d + \lambda e_v) + \tilde{C}_j(v)(v_d + \lambda \int e_v) \quad (6.27)$$

ifadesi ile kapalı döngü dinamiği elde edilmektedir. Denklem (6.27) düzenlenir ise

$$\bar{M}_j \dot{s} + \bar{C}_j(\dot{q})s + K_v s = Y_2(v_d, \dot{v}_d)\tilde{\theta}_j \quad (6.28)$$

ifadesi elde edilmektedir. Her bir anda  $N$  adet modelin tanımlama hatası elde edilebilmektedir.

İzin verilen anahtarlama kuralı ile verilen tork vektörü

$$\begin{aligned} \bar{\tau}(t) &= \bar{\tau}_{h(t)}(t) \quad t \geq 0 \\ \bar{\tau}_{h(t)} &= Y_{2_{h(t)}}(v_d, \dot{v}_d)\hat{\theta}_j + K_v s \end{aligned} \quad (6.29)$$

ifadesi ile tanımlanmaktadır.

Çoklu modeller kullanıldığı durum için tek modelin kullanıldığı durumda takip edilen prosedür takip edilmiştir. Herhangi bir anahtarlama kuralı altında her bir işaretin sınırlı olması ek bir gereksinimdir. Denklem (6.10)'daki gibi bir Lyapunov fonksiyonu seçilmiştir

$$V_j = \frac{1}{2} s^T \bar{M}_j s + \tilde{\theta}_j^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}_j. \quad (6.30)$$

Denklem (6.30)'un türevi

$$\dot{V}_j = -s^T K_v s + \frac{1}{2} s^T \left( \dot{\bar{M}}_j - 2\bar{C}_j(\dot{q}) \right) s - \tilde{\theta}_j^T Y_1^T(q, \int v, v) Y_1(q, \int v, v) \tilde{\theta}_j \quad (6.31)$$

olarak elde edilmektedir.

Her bir model için  $\dot{V}_j$  negatif tanımlı olmaktadır. Denklem (6.30)'da görülmektedir ki  $V_j$  üstten sınırlı ve  $\bar{M}_j(q)$  pozitif tanımlı olduğu için  $s$  ve  $\tilde{\theta}_j$  sınırlı olmaktadır. Ayrıca standart doğrusal kontrol argümanları kullanılarak  $e_v$  ve  $\int e_v$  sınırlı olduğu görülmektedir.  $e_v, \int e_v, s, \tilde{\theta}$  sınırlı olduğundan  $\dot{s}$  ve  $\dot{V}_j$  sınırlıdır.  $\bar{M}_j(q)$  sınırlı olduğundan  $V_j$  'de sınırlıdır.  $\dot{V}_j$  alttan sınırlı, negatif tanımlı ve sınırlı olduğu için Barbalat'ın Lemması kullanılarak

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V}_j = 0 \quad (6.32)$$

olmaktadır. Rayleigh-Ritz teoremi kullanılarak

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_{\min} \{K_v\} \|s\|^2 = 0 \text{ veya } \lim_{t \rightarrow \infty} s = 0 \quad (6.33)$$

elde edilmektedir. Standart doğrusal kontrol argümanları kullanılarak

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_v e = 0 \text{ ve } \lim_{t \rightarrow \infty} e_v = 0 \quad (6.34)$$

olduğu elde edilmektedir.

Kullanılan kinematik denetleyici için kararlılık kanıtı önceki bölümlerde verilmiştir.

#### 6.4 Benzetim Çalışması

Bu çalışmada Bölüm 4 ve Bölüm 5'de kullanılan anahtarlama kriteri kullanılmıştır.

Robotun sekiz şekilde bir yörünge takip etmesi amaçlanmıştır. Bu yörünge

$$\begin{aligned} x_r &= x_g + R \sin(2\omega_r t), \\ y_r &= y_g + R \sin(\omega_r t) \end{aligned} \quad (6.35)$$

ifadesi ile verilmiştir. Burada yörünge'nin merkez koordinatları  $x_g = 2.5$ ,  $y_g = 5.5$ , açısal hızı  $\omega_r = 0.04$ , ve yarıçapı  $R = 7.5$  olmaktadır. Başlangıçta robot sıfır hızlar ile  $x_0 = 2$  ve  $y_0 = 6.5$  konumunda bulunmaktadır. Robotun ağırlık merkezinden geçen eksenin x eksenine ile yaptığı açı ise  $\varphi = -\pi/6$  olarak alınmıştır.

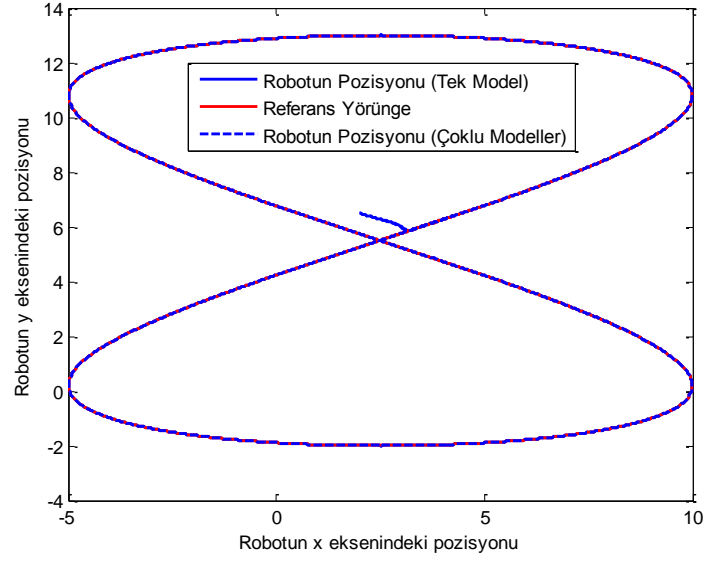
Robotun ve denetleyicinin parametreleri  $I_m = 0.0025 \text{ Kg.m}^2$ ,  $I_c = 15.625 \text{ Kg.m}^2$ ,  $r = 0.15 \text{ m}$ ,  $b = 0.75 \text{ m}$ ,  $a = 0.3 \text{ m}$ ,  $d = 0.3 \text{ m}$ ,  $L = 0.1 \text{ m}$ ,  $m_w = 1 \text{ Kg}$ ,  $m_c = 36 \text{ Kg}$ ,  $I_w = 0.005 \text{ Kg.m}^2$ ,  $K_v = 10$ ,  $\lambda = \text{diag}(10,10)$ ,  $\Gamma = \text{diag}(2,2,2)$ ,  $\alpha = 1$ ,  $k_x = 10$ ,  $k_y = 10$ ,



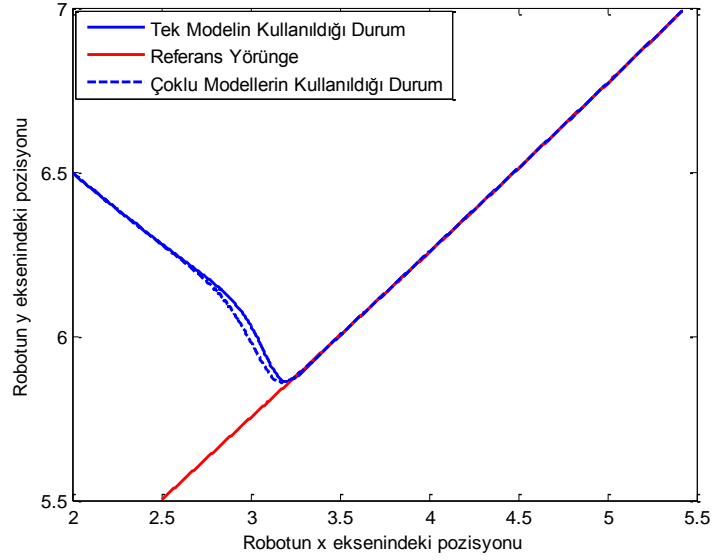
$I_y = 1$ ,  $I_x = 1$  olarak alınmıştır. Runge Kutta integrasyon adımı 0.005 saniye olarak seçilmiştir. İzin verilen anahtarlama zamanı ise 0.025 saniye olarak seçilmiştir.

Bilinmeyen parametrelerin gerçek değeri  $\theta = [38 \ 19.95 \ 10.8]^T$  olmaktadır. Uyarlamalı model için parametre tahmini  $\hat{\theta} = [20 \ 7 \ 3]^T$  olarak seçilmiştir. Diğer uygulamalarda olduğu gibi on adet model seçilmiştir. Bu modellerin başlangıç tahminleri aşağıdaki gibi seçilmiştir

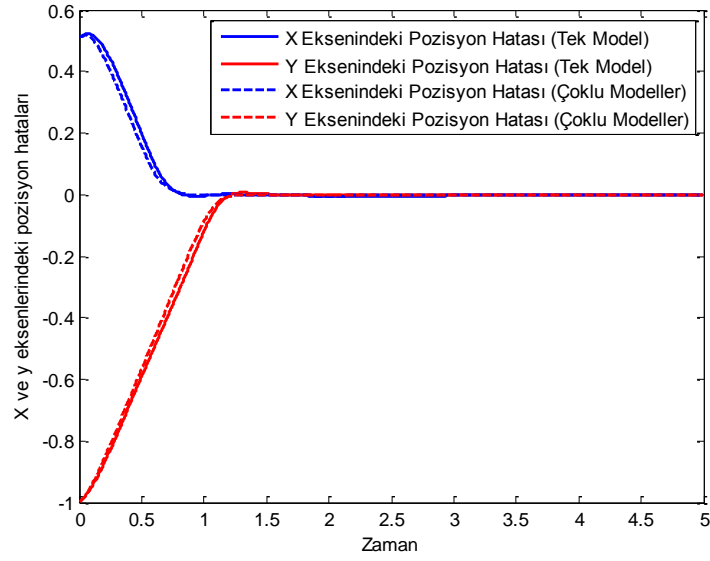
$$\begin{aligned}
 \hat{\theta}_1 &= [29 \ 11 \ 5]^T, \\
 \hat{\theta}_2 &= [32 \ 14 \ 7]^T, \\
 \hat{\theta}_3 &= [35 \ 17 \ 9]^T, \\
 \hat{\theta}_4 &= [38 \ 20 \ 11]^T, \\
 \hat{\theta}_5 &= [41 \ 23 \ 13]^T, \\
 \hat{\theta}_6 &= [44 \ 26 \ 15]^T, \\
 \hat{\theta}_7 &= [47 \ 29 \ 17]^T, \\
 \hat{\theta}_8 &= [50 \ 32 \ 19]^T, \\
 \hat{\theta}_9 &= [53 \ 35 \ 21]^T, \\
 \hat{\theta}_{10} &= [56 \ 38 \ 23]^T.
 \end{aligned} \tag{6.36}$$



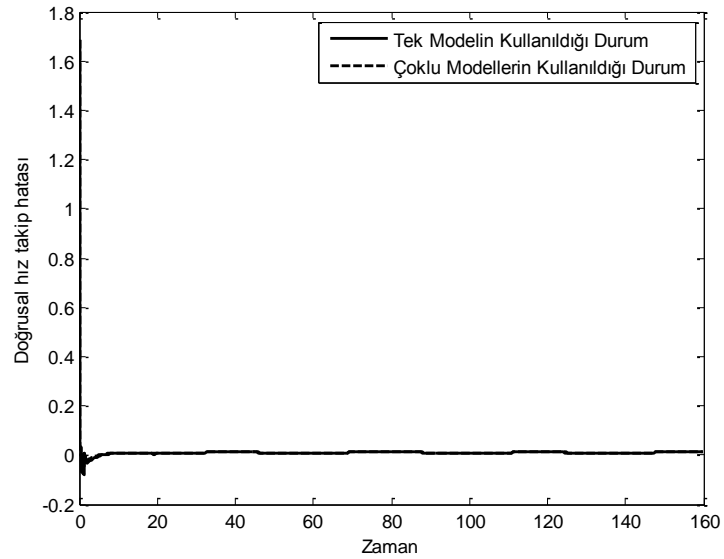
Şekil 6.2 Robotun pozisyonu ve referans yörünge



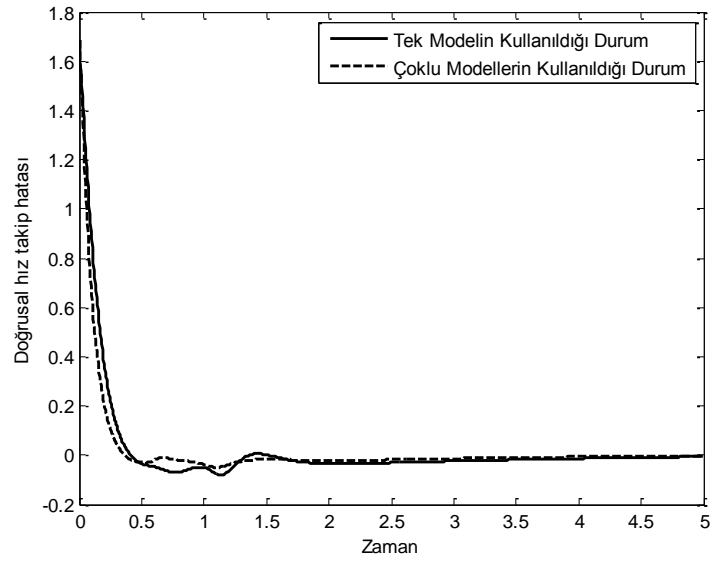
Şekil 6.3 Robotun pozisyonu ve referans yörünge (Etkinin görülebilmesi için ilk beş saniye alınmıştır.)



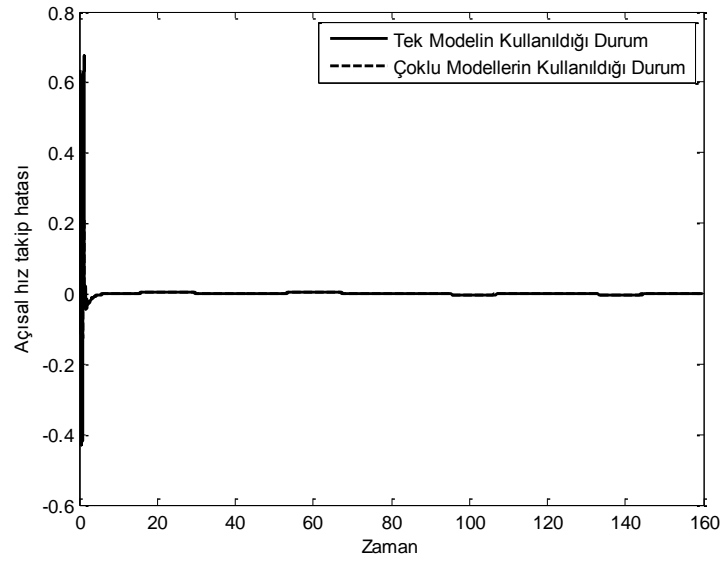
Şekil 6.4 Robotun x ve y eksenindeki pozisyon takip hataları



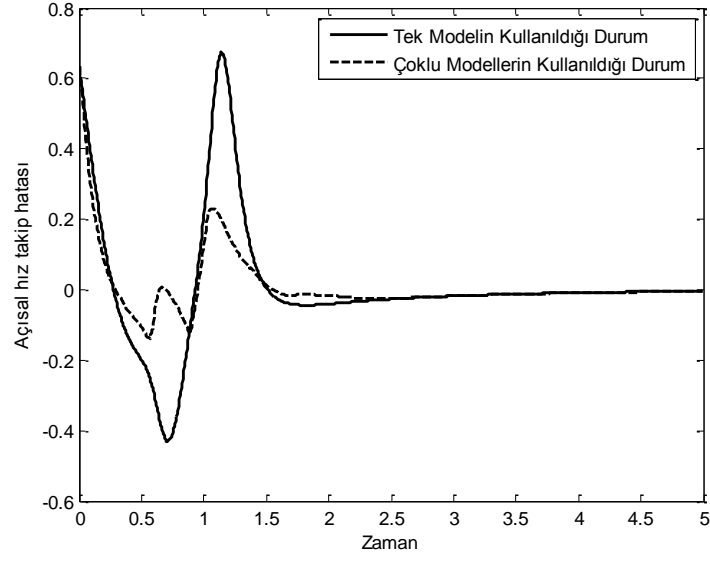
Şekil 6.5 Doğrusal hız takip hatası



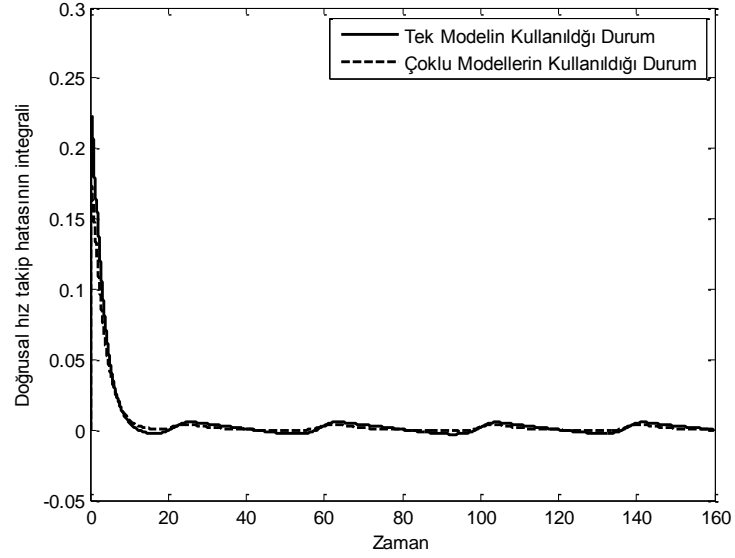
Şekil 6.6 Doğrusal hız takip hatası (Etkinin görülebilmesi için ilk beş saniye alınmıştır.)



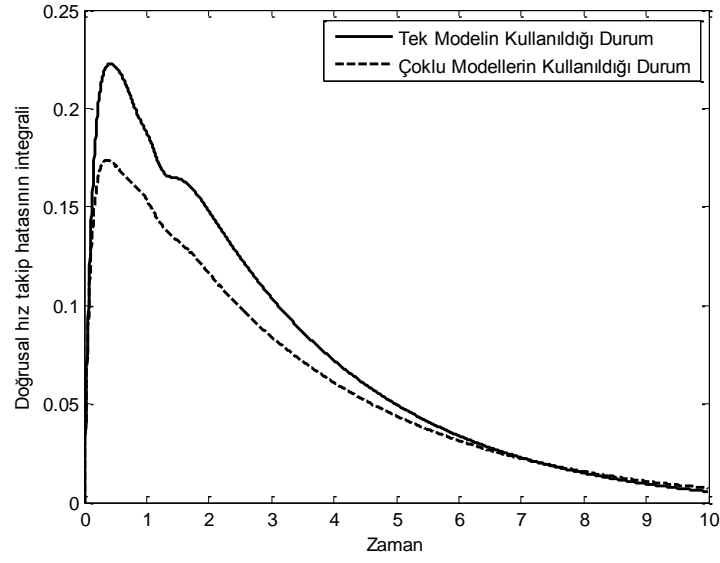
Şekil 6.7 Açısal hız takip hatası



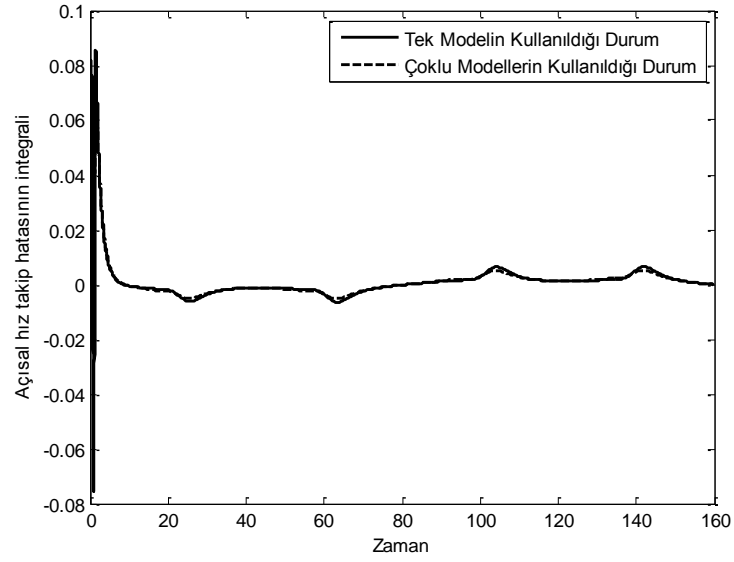
Şekil 6.8 Açısal hız takip hatası (Etkinin görülebilmesi için ilk beş saniye alınmıştır.)



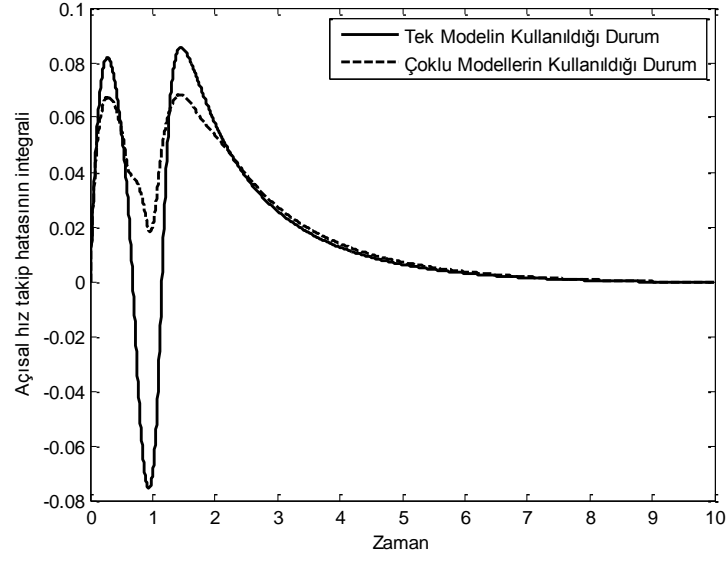
Şekil 6.9 Doğrusal hız takip hatasının integrali



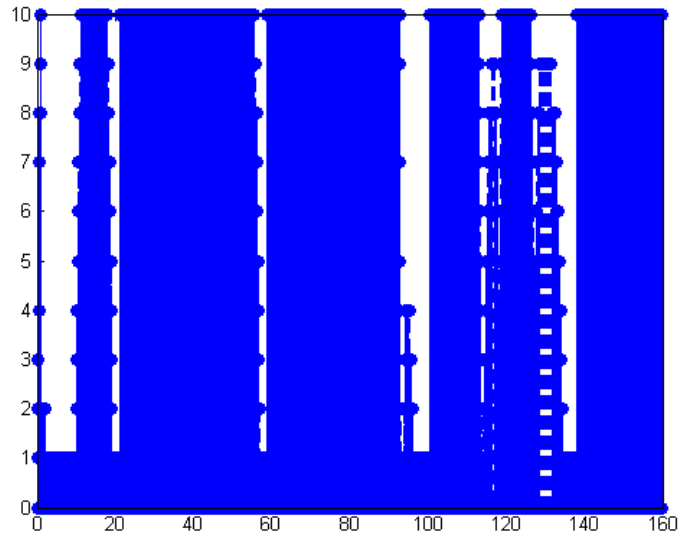
Şekil 6.10 Doğrusal hız takip hatasının integrali (Etkinin görülebilmesi için ilk on saniye alınmıştır.)



Şekil 6.11 Açısal hız takip hatasının integrali



Şekil 6.12 Açısal hız takip hatasının integrali (Etkinin görülebilmesi için ilk on saniye alınmıştır.)



Şekil 6.13 Modeller arasındaki anahtarlama

## 6.5 Bölüm Özeti

Bu bölümde bir önceki bölümde yapılandırılarak farklı olarak birleştirilmiş doğrudan ve dolaylı denetleyici kullanılmıştır (Onat and Özkan, 2012 c). Dolaylı uyarlama yöntemleri parametre uyarlaması için ayrı tanımlayıcılar kullanılmaktadır. Diğer taraftan doğrudan denetleyiciler çıktı hatası kullanılarak uyarlamayı gerçekleştirmektedir. Aynı anda denetleyici hatası kullanılarak çoklu model yaklaşımı doğrudan denetleyici ile uygulanamayacağından birleştirilmiş bir denetleyici önerilmiştir.

Benzetim sonuçlarından da görüleceği üzere çoklu modeller kullanıldığı durumda geçici tepki hataları, tek modelin kullanıldığı duruma göre daha az olmaktadır. Robot hem kartezyen uzayda verilen yörüngeyi hem de kinematik denetleyici tarafından üretilen referans hızları takip etmiştir.



## BÖLÜM 7

### SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında gezgin robotların uyarlamalı kontrolü ele alınmıştır. Bu tez çalışmasında amaç gezgin robotların uyarlamalı kontrolünde geçici tepki hatasını iyileştirmektir. Bu iyileştirmeyi sağlamak için çoklu modeller ve anahtarlama kullanılmıştır. Burada gerçek sistem parametreleri ne kadar iyi bilinir ise denetleyicilerden de o kadar iyi tepki alınacağı prensibinden yola çıkılmıştır.

Dinamik bir sistemin parametre değerleri daha önceden bilinebilmektedir. Çoklu model yaklaşımında bu parametre değerleri sabit veya uyarlamalı olarak denetleyicilerde alınmaktadır. Uyarlamalı denetleyici çalışırken tüm modeller için bir maliyet fonksiyonu hesaplanmaktadır. Bu maliyet fonksiyonu parametre tahminlerine dayanmaktadır. Eğer bu modellerden herhangi birisi maliyet fonksiyonunun minimize ediyorsa uyarlamalı model, bu modele sabitlenecektir ve uyarlama yeniden başlayacaktır. Böylelikle sistem hakkında daha iyi bilgiye sahip olunacak ve denetleyici performansı arttırılacaktır. Diğer bir anahtarlama metodu olan çoklu Lyapunov fonksiyonlarına dayanarak yapılan anahtarlama, yeteri kadar zengin tahrik sağlanamadığından gezgin robot yerine bu şartı yerine getiren basit bir doğrusal olmayan sisteme uygulanmıştır.

Hem teorik olarak hem de bilgisayar benzetimleri ile önerilen kontrol kurallarının geçici tepki hatalarını gözlenebilecek şekilde azalttığı görülmüştür.

İleriki çalışmalarda şunlar yapılabilir:

- Gezgin robot için yeteri kadar zengin tahrik kuralını sağlayacak bir parametre uyarlama kuralı belirlenerek çoklu Lyapunov fonksiyonlarını temel alan anahtarlama kuralı gezgin robotlara uygulanabilir.

- Çoklu yapay sinir ağları sistem modellemede uyarlamalı modeller yerine kullanılabilir.
- Tecrübe tabanlı olarak yeni modeller üreten veya silen akıllı öğrenme mekanizmaları kullanılabilir.

## KAYNAKLAR DİZİNİ

- Cezayirli, A., Ciliz, K., 2004, Multiple model based adaptive control of a DC motor under load changes, Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics.
- Cezayirli, 2007, Adaptive control of nonlinear systems using multiple identification models, Ph.D. Thesis, Boğaziçi University.
- Cezayirli, A., Ciliz, M. K., 2007, Transient performance enhancement of direct adaptive control of nonlinear systems using multiple models and switching, IET Control Theory Appl., 1,6, 1711-1725 p.
- Cezayirli, A., Ciliz, M. K., 2008, Indirect adaptive control of non-linear systems using multiple identification models and switching, International Journal of Control, 81, 9, 1434-1450 p.
- Chen, W., Anderson, B. D. O., 2009, Multiple model adaptive control (MMAC) for nonlinear systems with nonlinear parametrization, Joint 48<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control and 28<sup>th</sup> Chinese Control Conference, Shanghai, P.R. China.
- Ciliz, K., Narendra, K. S., 1994, Multiple model based adaptive control of robotic manipulators, Proceedings of the 33<sup>rd</sup> Conference on Decision and Control. Lake Buena Vista, FL.
- Ciliz, K., Narendra, K. S., 1995, Intelligent control of robotic manipulators: a multiple model based approach, Intelligent Robots and Systems 95. 'Human Robot Interaction and Cooperative Robots', Proceedings.
- Ciliz, K., Cezayirli, A., 2004, Combined direct and indirect control of robot manipulators using multiple models, Proceedings of the 2004 IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics, Singapore.
- Ciliz, K., Tuncay, M. Ö., 2005, Comparative experiments with a multiple model based adaptive controller for SCARA type direct drive manipulator, Robotica, 23, 6, 721-729 p.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)**

- Ciliz, M. K., Cezayirli, A., 2006, Increased transient performance for adaptive control of feedback linearizable systems using multiple models, *International Journal of Control*, 79, 10, 1205-1215 p.
- Ciliz, K., Cezayirli, A., 2006, Adaptive tracking for nonlinear plants using multiple identification models and state-feedback, *IEEE Industrial Electronics, IECON 2006 - 32nd Annual Conference*.
- De La Cruz, C., Carelli, R., 2006, Dynamic modeling and centralized formation control of mobile robots, *IEEE Industrial Electronics, IECON 2006*.
- D'Amico, A., Ippoliti, G., Longhi, S., 2006, A multiple models approach for adaptation and learning in mobile robots control, *Journal of Intelligent Robot Systems*, 47, 3-31.
- De La Cruz, C., Carelli, R., Bastos, T. F., 2008, Switching adaptive control of mobile robots, *Industrial Electronics, 2008, ISIE 2008, IEEE International Symposium*.
- Desoer, A. C., Vidyasagar, M., Carelli, R., Bastos, T. F., 2009, Feedback systems input-output properties.
- Fierro, R., Lewis, F. L., 1995, Control of a nonholonomic mobile robot: backstepping kinematics into dynamics, *Proceedings of the 34<sup>th</sup> Conference on Decision and Control*. New Orleans, LA.
- Fukao, T., Nakagawa, H., Adachi, N., 2000, Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 16, 5, 609-615.
- Gholipour, A., Yazdanpanah, M. J., 2003, Dynamic tracking control of nonholonomic mobile robot with model reference adaptation for uncertain parameters, *European Control Conference Cambridge, UK*.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)**

- Islam, S., Liu, P. X., 2009, Adaptive output feedback control for robot manipulators using Lyapunov-based switching, The 2009 IEEE/RJS International Conference on Intelligent Robots and Systems, St. Louis, USA.
- Kalkkuhl, J., Johansen, T. A., Lüdemann, J., 2002, Improved transient performance of nonlinear adaptive backstepping using estimator resetting based on multiple models, IEEE Transactions on Automatic Control, 47, 1, 136-140.
- Kanayama, Y., Kimura, Y., Miyazaki, F., Noguchi, T., 1990, A stable tracking control method for an autonomous mobile robot, Robotics and Automation International Conference. USA.
- Khalil, H. K., 2001, Nonlinear systems 3<sup>rd</sup> edition
- Lee, C. Y., 2006, Adaptive control of a class of nonlinear systems using multiple parameter models, International Journal of Control, Automation, and Systems, 4, 4, 428-437.
- Lewis, F. L., Dawson, D. M., Abdallah, T., 2003, Robot manipulator control: theory and practice 2<sup>nd</sup> edition.
- Martins, F. N., Celeste, W. C., Carelli, R., Sarcinelli-Filho, M., Bastos-Filho, T., 2008, An adaptive dynamic controller for autonomous mobile robot trajectory tracking. Control Engineering Practice, 16, 1354-1363.
- Narendra, K. S., Balakrishnan, J., 1995, Adaptation and learning using multiple models, switching, and tuning, IEEE Control Systems Magazine, 15, 3, 37-51.
- Narendra, K. S., Balakrishnan, J., 1997, Adaptive control using multiple models, IEEE Transactions on Automatic Control, 42, 2, 171-187.
- Narendra, K. S., George, K., 2002, Adaptive control of simple nonlinear systems using multiple models, Proceedings of the American Control Conference Anchorage.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)**

- Onat, A., Özkan M., 2012 a, Adaptive dynamic control of a mobile robot using multiple models approach a dynamic adaptive control scheme, 2<sup>nd</sup> International Conference on Communications, Computing and Control Applications, Marseilles, France (paper submitted).
- Onat, A., Özkan M., 2012 b, Dynamic adaptive trajectory tracking control of a nonholonomic wheeled mobile robot using multiple models approach, Mechatronics The Science of Intelligent Machines (paper submitted).
- Onat, A., Özkan M., 2012 c, Trajectory Tracking Control of nonholonomic wheeled mobile robots combined direct and indirect adaptive control using multiple models, 9<sup>th</sup> International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics , Rome, Italy.
- Park, B. S., Park, J. B., Choi, Y. H., 2011, Adaptive observer-based trajectory tracking control of nonholonomic mobile robots, International Journal of Control, Automation, and Systems, 9, 3, 534-541.
- Petrov, P., 2010, Modeling and adaptive path control of a differential drive mobile robot, Proceedings of the 12th WSEAS International Conference on Automatic Control, Modelling and Simulation.
- Pourboghraat, F., Karlsson, M. P., 2002, Adaptive control of dynamic mobile robots with nonholonomic constraints, Computers & Electrical Engineering, 28, 4, 241-253.
- Shojaei, K., Shahri, A. M., Tarakameh, A., Tabibian, B., 2011, Adaptive trajectory tracking control of a differential drive wheeled mobile robot, Robotica, 29, 3, 391-402.
- Slotine, J. J. E., Li, W., 1991, Applied nonlinear control.
- Wison, D. G., Robinett, R. D., 2001, Robust adaptive backstepping control for a nonholonomic mobile robot, IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)**

Ye, X., 2008, Nonlinear adaptive control using multiple identification models, *Systems & Control Letters*, 3, 488-491.

Yun, X., Yamamoto, Y., 1992, On feedback linearization of mobile robots, Department of Computer & Information Science Technical Reports University of Pennsylvania.

Zhengcai, C., Yingtao, Z., Qidi, W., 2011, Adaptive trajectory tracking control for a nonholonomic mobile robot., *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 24, 3, 1-7.