

**EI YAZISI KARAKTERLERDEN
KARAKTER VE YAZICI TANIMA**

Önder KIRLI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı

Haziran 2006

**CHARACTER AND WRITER RECOGNITION
FROM HANDWRITTEN CHARACTERS**

Önder KIRLI

MASTER OF SCIENCE THESIS

Department of Electrical and Electronics Engineering

June 2006

EL YAZISI KARAKTERLERDEN
KARAKTER VE YAZICI TANIMA

Önder KIRLI

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı
Telekomünikasyon Bilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

Danışman: Doç. Dr. M. Bilginer GÜLMEZOĞLU

Haziran 2006

Önder KIRLI'nın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı "El Yazısı Karakterlerden Karakter ve Yazıcı Tanıma" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

İMZA

Üye: Doç.Dr. M. Bilginer GÜLMEZOĞLU

Üye: Y.Doç.Dr. Erol SEKE

Üye: Y.Doç.Dr. Nihat ADAR

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun tarih ve
sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU

Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu tezin amacı, el yazısı karakterlerden karakter ve yazıcı tanımadır. Karakter tanıma çalışmasında, MNIST veri tabanındaki el yazısı ile yazılmış rakamlar kullanılarak Eigenspace, Fisherspace, Ortak Vektör Yaklaşımı (OVY) ve Gaussian Karışım Modeli (GKM) yöntemleri ile tanıma yapılmıştır. OVY ilk defa bu tezde el yazısı karakter tanıma çalışmasında kullanılmış olup, daha önceden yapılan ses, konuşmacı ve görüntü tanıma çalışmalarında tatmin edici sonuçlar vermiştir. Bir alt uzay yöntemi olan OVY'nın temel amacı her sınıfa ait, o sınıfın ortak özelliklerini en iyi temsil edebilecek ve tek olan bir vektör bulmaktır. Sınıflandırma aşamasından önce her karaktere ait Zernike, Dikgen Fourier-Mellin (DFM) ve iki boyutlu ölçekleme (2D-ölçekleme) isimli moment tabanlı öznitelikler elde edilmiştir. Bu öznitelikler ve ham verinin tanıma oranlarına olan etkileri değerlendirilmiştir. Sınıflandırma sonucunda yöntemler, tanıma oranlarının yanında, eğitim ve test için gerekli süre ile hafıza ihtiyaçları bakımından karşılaştırılmıştır.

Karakter tanıma çalışması sonucunda, en iyi tanıma oranları GKM yöntemi ile elde edilmiştir. Ancak OVY diğer alt uzay yöntemleri Eigenspace ve Fisherspace'e göre daha iyi sonuç vermiştir. Eğitim ve test için gerekli süre ve hafıza ihtiyaçları düşünüldüğünde ise OVY'nın diğer yöntemlere göre daha üstün olduğu görülmüştür. Ham veri, üzerinde boyut eşitleme haricinde, kopuk karakterleri birleştirme, eğikleri düzeltme, gürültü temizleme gibi çalışmalar yapılmadığı halde, bütün yöntemler için en iyi sonuçları vermiştir. Moment tabanlı özniteliklerde ise 2D-ölçekleme momentlerinden elde edilen sonuçlar ham veri için elde edilen sonuçlara yakın çıkmıştır.

Yazıcı tanıma aşamasında, veri tabanının yetersiz olması ve literatürde ayrık karakterlerden yazıcı tanıma çalışmasına rastlanmadığından dolayı iyi bir performans değerlendirmesi yapılamamıştır. Bu bölümde NIST 19 özel veri tabanındaki yazıcısı belli olan numaralar üzerinde OVY uygulanmıştır. Yazıcı tanıma çalışması kişinin yazdığı numaraya bağımlı ve bağımsız olarak iki aşamada gerçekleştirilmiştir.

Anahtar Sözcükler : El yazısı karakter tanıma, Örüntü tanıma, Yazıcı tanıma, Ortak vektör yaklaşımı, Alt uzay yöntemleri.

SUMMARY

The aim of this thesis is character and writer recognition from handwritten characters. Four different approaches, which are Eigenspace, Fisherspace, Common Vector Approach (CVA) and Gaussian Mixture Models (GMM), are compared using MNIST database of handwritten digits. CVA is used in character recognition problem for the first time in this thesis and also CVA has given satisfactory results in previous works such as speech, speaker and image recognition. CVA is a subspace method and it aims to find a unique vector, which contains the common features for each class. Before the classification phase, three different types of moment based features, which are Zernike, Orthogonal Fourier-Mellin (OFM), and 2-D Scaling Moments are obtained for each digit. The raw data and these moment-based features are discussed about their affects on the recognition rates. The results are compared in terms of raw accuracy but also training time, recognition time and memory requirements.

The experimental study indicates that GMM is superior to the other methods. But CVA has given better results among the subspace methods. When we consider the training time and test time and the memory requirements of the methods, CVA is superior to the other methods. However, except the scaling any pre-processing such as disjoint region connection, slant correction and noise reduction, are achieved, best results are obtained for raw data with all methods. 2D-scaling moments have the best results among the other type moments.

In the writer recognition part of this thesis, a good comparison of the performance couldn't be done because of the insufficient database and the absence of any publishes about the writer recognition from isolated characters. In this part, CVA is applied on the numbers, writers of which are known, in NIST 19 special database. In the recognition phase, number dependent and number independent recognitions are achieved.

Keywords: Handwritten digit recognition, Pattern recognition, Writer recognition, Common vector approach, Subspace methods.

TEŞEKKÜR

Çalıőmalarım süresince tecrübe ve bilgisi ile birlikte hiçbir desteğini esirgemeyen danışman hocam Doç. Dr. M. Bilginer GÜLMEZOĞLU'na, yardımları için Dr. Bayram ÇETİŞLİ'ye ve tüm Osmangazi Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümüne teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	v
SUMMARY.....	vi
TEŞEKKÜR	vii
İÇİNDEKİLER.....	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
TABLolar DİZİNİ.....	x
KISALTMALAR	xi
1. GİRİŞ.....	1
2. ÖZİNİTELİK ÇIKARTMA.....	6
2.1 Zernike Momentleri	6
2.2 Dikgen Fourier-Mellin Momentleri	7
2.3 İki Boyutlu Ölçkleme Momentleri	8
3. YÖNTEMLER	10
3.1 Eigenspace	10
3.2 Fisherspace	12
3.3 Ortak Vektör Yaklaşımı.....	13
3.4 Gaussian Karışım Modeli	15
4. DENEYSEL ÇALIŞMALAR.....	17
4.1 Karakter Tanıma	17
4.1.1 Kullanılan Veri Tabanı.....	17
4.1.2 Karar Verme Kriterleri.....	19
4.1.3 Sonuçlar.....	20
4.2 Yazıcı Tanıma.....	24
4.2.1 Kullanılan Veri Tabanı.....	24
4.2.2 Karar Verme Kriterleri.....	25
4.2.3 Sonuçlar.....	25
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	27
REFERANSLAR	29

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3-1 “1” rakamının sınıf-içi dağılım matrisine ait özdeğerlerin karekökleri.....	14
Şekil 4-1 MNIST veri tabanına ait bazı numaralar.....	18
Şekil 4-2 MNIST veri tabanındaki bazı tanınması güç numaralar	19
Şekil 4-3 “5” rakamına a) ait orijinal, b) kırılmış, c) 20x15’e ölçeklenmiş ve d) ikilileştirilmiş görüntüler	21

TABLolar DİZİNİ

Tablo 1 MNIST veri tabanının eğitim ve test setlerindeki her sınıfa ait örnek sayısı ...	18
Tablo 2 MNIST test seti üzerinde OVY ile ham veri çalışması sonuçları.....	21
Tablo 3 MNIST eğitim seti için ortalama tanıma oranları (yüzde olarak).....	22
Tablo 4 MNIST test seti için ortalama tanıma oranları (yüzde olarak)	22
Tablo 5 MNIST test seti için OVY ve GKM yöntemleriyle elde edilen her rakama ait ortalama tanıma oranları (yüzde olarak).....	23
Tablo 6 Eğitim ve test süreleri	23
Tablo 7 Hafıza ihtiyaçlarının karşılaştırılması.....	24
Tablo 8 Her rakama ait rakama bağımlı yazıcı tanıma oranları (yüzde olarak).....	26
Tablo 9 Rakamdan bağımsız yazıcı tanıma oranı (yüzde olarak)	26

KISALTMALAR

D

DVM : Destek Vektör Makineleri

DFM : Dikgen Fourier-Mellin

DFA : Doğrusal Fark Analizi

F

FM : Fourier-Mellin

G

GKM : Gaussian Karışım Modeli

GMM : Gizli Markov Modeli

O

OVY : Ortak Vektör Yaklaşımı

T

TBA : Temel Bileşen Analizi

Y

YSA : Yapay Sinir Ağları

1. GİRİŞ

İşlemci ve hafıza kapasitesindeki gelişmeler, ağ teknolojisi ve multi-medya alanındaki korkunç patlamalar bilgisayarları günlük hayatımızın vazgeçilmez parçaları haline getirmişlerdir. Dış dünyadan alınan görüntü, ısı, manyetik alan, akustik gibi bilgileri toplayıp, bunları sayısal verilere dönüştürebilen çeşitli sensör ve işlemcilerin doğmasıyla birlikte, bu verilerin sınıflandırılıp analiz edilmesi problemi bir çok bilim adamı tarafından cazip bir araştırma sahası haline gelmiştir. Verilerin sınıflandırılması ve analizi işlemi ne kadar az hatayla gerçekleştirilirse sistemler o kadar iyi kontrol edilecektir.

Örüntü tanımanın klasik bir problemi olan el yazısı karakterlerinden karakter tanıma ve yazıcı tanıma, 1960'lı yıllardan sonra bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişmeler sonucu bir çok geniş kapsamlı araştırmalara konu olmuş ve endüstriyel alanlarda uygulamaları kullanılmaya başlanmıştır. Karakter tanımanın yanında, yüz, imge, parmak izi, doküman, doku ve hedef tanıma gibi uygulamalar da örüntü tanımaya örnek olarak gösterilebilirler. Bu uygulamalar sayesinde insanların yaptığı işler makineler ile otomasyona bağlanmış, adam/zaman parametresinden kazanıldığı gibi, insan kaynaklı hatalar ortadan kaldırılmıştır. El yazısı karakterlerini tanıma probleminin en büyük amacı, dış ortamdaki karakterleri elektronik ortamlara taşıyabilmektir. Böylelikle elektronik ortama aktarılan karakterler bilgisayarlar tarafından işlenebilir hale gelecektir. Karakterler bir çok sistem için arzu edilen girdi olabilmektedirler. Bu yüzden karakter tanıma problemi, çeşitli güvenlik sistemleri, banka çekleri, posta kodları, araç plakaları ve barkod okuma, form doldurma, büro otomasyonu (elle yazılmış ya da bilgisayar çıktısı olan kağıtların yeniden elektronik ortama taşınması), elektronik kalemlerle ekrana yazılan el yazılarının işlenmesi gibi yaygın bir uygulama alanına sahiptir.

El yazısı karakterlerini tanıma problemi için, her birisi kendine özgü avantaj ve dezavantajlara sahip olan çok çeşitli algoritmalar ve projeler üretilmiştir [1]. Fakat diğer tanıma problemlerine göre el yazısı karakterlerini tanımak daha zordur. El yazısı karakter

tanımadaki zorlukların başlıca iki sebebi; (1) çok miktarda karakterin olması, (2) benzer şekillere sahip çok sayıda karakterlerin olması, şeklinde ifade edilebilir [2]. Bunların yanında, kişiye özgü değişik yazı stillerinden dolayı ve kullanılan kağıt, kalem, tarayıcı gibi çevresel etkiler sebebiyle aynı karakterler, boyut, eğiklik, dönme, imge içindeki yer, içerdiği gürültü, deformasyon gibi özellikler bakımından değişkenlik arz ederler.

Bir örüntü tanıma sisteminde, sınıflandırmadaki hatayı en küçük yapmak için öncelikle bazı işlemlerin yapılması gereklidir. Bununla birlikte, güvenilir bir ölçümle sistemin karar verme kriterini belirlemek hatayı en küçük yapmak için önemli bir unsurdur [3]. El yazısı numaralarını tanıma işlemi, diğer birçok örüntü tanıma problemlerinde olduğu gibi üç aşamada düşünülebilir: görüntü ön işleme, öznitelik çıkarma ve sınıflandırma [4]. Ön işleme, karakterlerdeki boyut, dönme, imge içinde yerleşim gibi değişimleri en küçükleme amacıyla yapılır. Bunlarla birlikte, kopuk karakterleri birleştirme, eğikleri düzeltme, gürültüden temizleme gibi işlemler ön işleme kısmında yapılırlar. Öznitelik çıkarma işlemi ise daha sonra sınıflandırmada kullanılmak üzere karakteri en iyi temsil edecek ayırt edici özellikleri bulma açısından önemlidir [5]. Bu kısmın ana amacı, karakter şekillerindeki değişimlerden bağımsız, gereksiz bilgilerden arındırılmış bir öznitelik kümesiyle karakteri temsil edebilmektir. Literatürde birçok öznitelik çıkarma yöntemlerinden bahsedilmektedir. Karakter tanımda zincir kodu, histogram, şablon eşleme, karakterlerin parça analizi, dış hat takibi, karakter şekline uygun katsayıları bulma gibi yapısal analizlerle öznitelikler çıkarıldığı gibi, daha çok süzgeçleme mantığına dayanan ve bölgesel analizler yapan moment yöntemleri de kullanılmaktadır [6]. Karakter tanıma sisteminde son aşama olan sınıflandırma ise çıkarılan özniteliklerden faydalanarak karakterin ait olduğu sınıf hakkında karar verme kısmıdır. İstatistiksel metotlar, yapay sinir ağları (YSA), destek vektör makineleri (DVM), ve çoklu sınıflayıcılar gibi bir çok yöntem sınıflandırma aşamasında kullanılmaktadırlar [7].

Karakter tanıma probleminin sınıflandırma aşamasında gerekli olan vektör karşılaştırma işlemi için çok sayıda mesafe hesaplamasına dayanan yöntemler mevcuttur [8]. El yazısı karakterlerini tanıma sistemleri, karakterlerdeki çeşitlilik ve gürültülerden dolayı sınıflandırmada başarılı bir şekilde uygulanamamışlardır. Günümüzde el yazısı

karakterlerini tanıma alanında, çeşitli sınıflandırıcıların birleştirilmesiyle çoklu sınıflayıcılar geliştirerek yüksek performanslı tanıma sistemleri elde etme yönünde yeni eğilimler vardır [2]. Mevcut olan karakter tanıma sistemleri genelde, kullanılan öznitelik çıkarma veya sınıflandırma yöntemleri açısından farklılıklar göstermektedirler. Testin verimliliğini ölçmek için en önemli kriter tanıma oranıdır. Bu kriter veri tabanı içerisinde hangi karakterlerin doğru olarak tanındığını gösterir.

Karakter tanıma sistemlerindeki çok sayıdaki veriden tam olarak yararlanabilmek amacıyla, özellikle YSA gibi öğrenme tabanlı yöntemler ilgi görmüştür [2,7,9]. YSA'nın el yazısı numara tanıma problemindeki ilk uygulamalarında, girdi olarak ham veri kullanılmıştır [10]. YSA'nda iyi bir performans elde etmek için ham veri üzerinde bir takım ön işleme yapmak gereklidir [11]. YSA'nın performansı aynı zamanda eğitim için kullanılan karakterlere de bağlıdır [12].

Son yıllarda DVM'ler örüntü tanıma alanında büyük önem kazanmışlardır [3,7,13] DVM, YSA'na göre daha yavaştır. Dinamik programlama teknikleri bir boyutta çeşitli problemlerin çözümünde başarılı uygulamalara sahiptir [8]. Ayrıca bu teknik görüntü gibi iki boyutlu problemlerde de denenmiştir. Chevalier bir boyutta dinamik programlamanın bir uzantısı olan iki boyutta dinamik programlama yaklaşımını el yazısı karakterlerini tanımak için geliştirmiştir [14]. Gizli Markov Modeli el yazısı karakterlerini modellemek için kullanılmıştır [15,16]. Modeller Baum-Welch optimizasyon programıyla eğitilmiş ve bilinmeyen karakterler maksimum olasılık yöntemiyle sınıflandırılmıştır [16]. Yang ve Marago, morfolojik şekil-boyut histogramlarının gelişmiş bir versiyonunu hesaplayan bir sistem önermiş ve bunları görüntü analizleriyle birlikte, öznitelik çıkarma ve karakterlerin sınıflandırmasında kullanmışlardır [17]. El yazısı karakterlerinden oluşan veri tabanlarına başarıyla uygulanan bir çok algoritmalar çeşitli yazarlar tarafından karşılaştırılmış ve tartışılmıştır [1,18,19].

Karakter tanıma çalışmalarında kullanılmak üzere bir çok veri tabanı mevcuttur [6]. Bu tez çalışmasının karakter tanıma aşamasında, el yazısı numaralarından oluşan MNIST veri tabanı kullanılmıştır. MNIST veri tabanı, daha önceden hazırlanmış olan

NIST 19 özel veri tabanından elde edilmiştir. NIST veri tabanının çok büyük olması, tüm veri tabanının kullanılmasını zorlaştırmış ve yapılan çalışmalarda veri tabanının bir bölümü kullanıldığından dolayı çalışmalar üzerinde standart bir karşılaştırma yapılamamıştır. Bu nedenle yeni bir veri tabanına ihtiyaç duyulmuş ve MNIST oluşturulmuştur. MNIST veri tabanı sadece el yazısı ile yazılmış numaralardan oluşturulmuş olup, 60000 rakam eğitim setinde, 10000 rakam test setinde bulunmaktadır. Her rakam 20x20 çerçevelerin merkezinde yerleştirilerek 28x28 düzlem içine oturtulmuştur. Tüm rakamlar ikilileştirilmiştir. Literatürde MNIST veri tabanı ile yapılmış çok fazla çalışma bulunmaktadır [20].

Bu tez çalışmasında, karakter tanıma problemi için, yapısal sorunları olmayan, yer değiştirme, dönme ve ölçekleme gibi bölgesel sorunlardan arındırılan moment tabanlı öznelik çıkarma yöntemleri tercih edilmiştir. Moment tabanlı özneliklerin kendi aralarında doğrusal bağımsız olması yani momenti hesaplanan bölgenin üs üste çakışmaması için, momentlerde dikgenlik şartı aranmalıdır. Moment yöntemlerinde dikgenliği sağlamak için, karakterler birim çember içine indirgenerek radyal boyutun sabitlenmesi gerekir [6]. Böylece karakterin boyutundan bağımsız olarak, birim çemberin içine sığdırıldığından merkezden en uzak noktasına olan uzaklık bir olur. Birim çember içindeki karakterin dönmesi açısız özelliklerini değiştirirken radyal özelliklerini değiştirmez. Çünkü örüntünün aynı yarıçap dairesindeki toplam piksel sayısı dönmeye değişmez [6]. Momentlerin bu özelliği sayesinde karakterler dönmeye karşı değişmez hale gelirler. Ancak karakter imgesinin açısız özelliklerinin ihmal edilerek bir boyuta indirgenmesi tanıma oranını düşürmektedir. Buna rağmen bir boyutlu değişmez özneliklerden karakterin tekrar geriye elde edilebilmesi, moment yöntemlerinin üstün yanısıdır [6]. Bu tez çalışmasında bir boyutlu değişmez momentlerden, Zernike, Dikgen Fourier-Mellin (DFM) momentleri kullanılmıştır. Bu momentlerin yanında, radyal eksenle birlikte açısız ekseninde hesaba katıldığı, iki boyutlu ölçekleme (2D-Scaling) momentleri [6] kullanılmıştır. 2D-ölçekleme momentleri açı bilgisini de içerdiğinden dolayı dönmeye karşı değişmez değillerdir. Bu yüzden bu momentlere yarı değişmez momentler denilebilir. 2D-ölçekleme momentleri dalgacık dönüşümlerinden üretilmiştir. Sınıflandırma aşamasında üretilen üç tip moment tabanlı öznelikler ve ham verinin sınıflandırmaya olan etkileri karşılaştırılmıştır.

Karakter tanıma çalışmasının sınıflandırma aşamasında, Ortak Vektör Yaklaşımı (OVY) kullanılmıştır. OVY, bir alt uzay yöntemi olup, daha önce yapılan ses tanıma, konuşmacı tanıma, yüz tanıma gibi değişik alanlarda tatmin edici sonuçlar vermiştir [21-24]. OVY her sınıf için sadece sınıf içi dağılım matrislerini kullanır. Ortak vektör, her sınıfın ortak özelliklerini veya değişmez özniteliklerini temsil eden ve her sınıf için tek olan bir vektördür. Bu çalışmada OVY ile birlikte üç farklı yöntem daha uygulanmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu yöntemler, Eigenspace, Fisherspace ve Gaussian Karışım Modeli (GKM)'dir. Çalışmada, tanıma oranlarının yanında, her yöntem için gerekli hafıza kapasiteleri ve eğitim ile tanıma süreleri de karşılaştırılmıştır.

Bu tez çalışmasının yazıcı tanıma kısmında ise, NIST 19 özel veri tabanındaki [25] yazıcısı belli olan numaralar üzerinde OVY uygulanarak bir deneysel çalışma gerçekleştirilmiştir. Tanıma rakama bağımlı ve rakamdan bağımsız olmak üzere iki aşamada yapılmıştır. Veri tabanında yazıcısı belli olan çok az sayıda karakter olmasından dolayı yazıcı tanıma çalışması üzerinde daha az durulmuştur. Literatürde NIST 19 özel veri tabanı üzerinde herhangi bir yazıcı tanıma çalışmasına rastlanmamıştır. Literatürdeki çalışmalara bakıldığında genelde kelimeler veya bütün satır ve paragraflardan yazıcı tanınması yapıldığı, sadece bağımsız karakterlerin kullanılarak yazıcı tanıma çalışması yapılmadığı görülmüştür. Buna rağmen sadece kişinin yazdığı numaralar ile yapılan rakama bağlı yazıcı tanıma çalışmamız, literatürdeki kişinin yazdığı kelimelere bağımlı olarak yapılmış olan yazıcı tanıma çalışmalarına göre tatmin edici sonuçlar vermiştir. Bu çalışma daha sonra, kıyas teşkil edebilecek uygun bir veri tabanı üzerinde geniş kapsamlı olarak yapılabilir.

2. ÖZNETELİK ÇIKARTMA

Orijinal verilerden öznitelik çıkarma işlemi örüntü tanıma probleminde önemli bir basamaktır. Karakter tanıma probleminde, karakterin imge içindeki konumunun, boyutunun ve yönünün değişkenliği sınıflandırma başarısını düşüren en önemli sorunlardır. Bu amaçla ölçekleme, yer değiştirme ve dönmeye karşı değişmez olan moment tabanlı öznitelikler yaygın olarak tercih edilirler [26-28]. Değişmez momentler aynı zamanda şekil tanıma amaçlı da kullanılırlar. Geometrik, Legendre, Zernike, Fourier-Mellin ve dalgacık gibi moment yöntemleri mevcuttur [29-31]. El yazısı karakterlerinin, değişik yazı stillerinden dolayı, imge içindeki yerinin değişmiş olması, küçük ya da büyük yazılması, eğik yazılması ve dönmüş olması mümkündür. Bu nedenle moment yöntemleriyle karakter özniteliklerinin çıkartılması tercih edilmiştir. Bu çalışmada Zernike, DFM ve dalgacık momentlerinden türetilen 2 boyutlu ölçekleme momentleri kullanılmıştır.

Bu tez çalışmasının karakter tanıma aşamasında ham veri ile birlikte moment tabanlı özniteliklerinde kullanılmasına karşın, yazıcı tanıma çalışmasında sadece ham veri üzerinde uygulama yapılmıştır. Bundan sonraki bölümlerde bu momentlerin nasıl hesaplandığı anlatılacaktır.

2.1 Zernike Momentleri

Zernike birim daire içerisinde tamamen dikgen olan bir karmaşık çok terimli kümesi tanımlamıştır [27,28]. Bu çok terimliliği $V_{p,q}(x, y)$ olarak tanımlarsak, x ve y koordinatlar olmak üzere,

$$V_{p,q}(x, y) = V_{p,q}(r, \theta) = R_{p,q}(r) \cdot \exp(jq\theta) \quad (1)$$

olarak ifade edebiliriz. Burada $R_{p,q}(r)$ radyal çok terimliliği, p ve q ise sırasıyla Zernike momentinin derece ve tekrarını gösterir. Radyal çok terimliliği,

$$R_{p,q}(r) = \sum_{s=0}^{p-|q|/2} (-1)^s \cdot \frac{(p-s)!}{s! \left(\frac{p+|q|}{2}-s\right)! \left(\frac{p-|q|}{2}-s\right)!} \cdot r^{p-2s} \quad (2)$$

eşitliği ile ifade edilirler. Sonuç olarak, bir $f(x, y)$ örüntüsünün, p . dereceden q tekrarlı Zernike momenti aşağıdaki gibidir:

$$Z_{p,q} = \frac{p+1}{\pi} \cdot \sum_x \sum_y f(x, y) \cdot V_{p,q}^*(r, \theta) \Delta x \Delta y, \quad x^2 + y^2 \leq 1, x = r \cdot \cos \theta, y = r \cdot \sin \theta. \quad (3)$$

2.2 Dikgen Fourier-Mellin Momentleri

Bu momentler küçük boyutlu örüntülerde, sinyal gürültü oranı açısından daha başarılı olduğu gibi Zernike momentlerine göre örüntülerdeki değişimlere daha duyarlıdır [30]. Fourier-Mellin (FM) çok terimli $Q_p(r)$,

$$Q_p(r) = \sum_{i=0}^p \alpha_{p,i} \cdot r^i, \quad \alpha_{p,i} = (-1)^{p+i} \cdot \frac{(p+i+1)!}{(p-i)! i! (i+1)!} \quad (4)$$

eşitliği ile ifade edilir. (p, q) dereceden FM momentleri $F_{p,q}$ ve DFM momentleri $O_{p,q}$, kartezyan koordinatlarında,

$$F_{p,q} = \sum_x \sum_y f(x, y) \cdot r^p \exp(-jq\theta) \Delta x \Delta y, \quad (5)$$

$$O_{p,q} = \frac{p+1}{\pi} \sum_x \sum_y f(x, y) \cdot Q_p(r) \cdot \exp(-jq\theta) \Delta x \Delta y.$$

eşitlikleri ile tanımlanırlar. DFM momentlerinin genliği $|O_{p,q}|$, görüntüsünün dönmeye karşı değişmez bir özneliğidir [30].

2.3 İki Boyutlu Ölçekleme Momentleri

Dalgacık dönüşümü daha çok bölgesel analizler yapmaya olanak tanıyan bir yöntemdir. Geleneksel kısa zamanlı Fourier dönüşümlerinden farklı olarak, dalgacık dönüşümlerinde farklı frekanslarda farklı pencere büyüklüğü ayarlanarak hem zaman hem de frekans bölgelerinde tam bir bölgesel analiz yapma olanağı vardır [26]. Bu nedenle dalgacık dönüşümleri bölgesel ayırt edici öznelikleri çıkarmakta başarılıdır. Zernike ve DFM momentlerindeki çok terimlilikler gibi, dalgacık momentlerinin de, temel dalgacık olarak bilinen çok terimlilikleri vardır [31]. Bu çok terimlilikler, kübik temel eğrileri tarafından, Gaussian dağılımı ile,

$$\psi(r) = \frac{4a^{b+1}}{\sqrt{2\pi(b+1)}} \cdot \sigma_w \cdot \cos(2\pi \cdot h_0 \cdot (2r-1)) \cdot \exp\left(-\frac{(2r-1)^2}{2\sigma_w^2(b+1)}\right) \quad (6)$$

eşitliği ile tanımlanırlar. Burada, $b = 3$, $a = 0.697066$, $h_0 = 0.409177$ ve $\sigma_w^2 = 0.561145$ dir.

Zernike ve DFM momentlerine benzer şekilde p . dereceden ve t tekrarlı radyal dalgacık çok terimlilikleri,

$$\psi_{p,t}(r) = 2^{p/2} \psi(2^p r - 0.5t), \quad p = 0, 1, 2, 3 \text{ ve } t = 0, 1, \dots, 2^{p+1} \quad (7)$$

eşitliği ile ifade edilirler. Buradaki p ve t katsayıları dalgacık dönüşümlerinde genişletme ve öteleme katsayıları olarak ta bilinirler.

(p,q) dereceden bir boyutlu dalgacık momenti,

$$W_{p,t,q} = \left\| \sum_r A_q(r) \cdot \psi_{p,t}(r) \cdot r \cdot \Delta r \right\|, \quad A_q(r) = \sum_{\theta} f(r, \theta) \cdot \exp(-jq\theta) \cdot \Delta\theta \quad (8)$$

eşitliği ile tanımlanır. Burada $f(r, \theta)$, $f(x, y)$ 'nin kutupsal koordinatlardaki gösterimidir.

1D dalgacık momentleri imgenin bölgesel ayrıntılarını sağlarlar. Aynı zamanda imgenin bölgesel yaklaşım bilgilerini elde etmek için 1D ölçekleme momentleri tanımlanabilir. Radyal ölçekleme çok terimliliği temel eğri ölçekleme fonksiyonları ile aşağıdaki gibi tanımlanırlar:

$$\phi_k(r) = \sqrt{\frac{6}{\pi(k+1)}} \cdot \exp\left(-\frac{6r^2}{k+1}\right). \quad (9)$$

Burada k , B temel eğri ölçekleme fonksiyonunun derecesini göstermekle birlikte, bu çalışmada $k=3$ olarak alınmıştır. Şimdi 1D ölçekleme momentleri aşağıdaki gibi verilebilir:

$$S_{p,t,q} = \left\| \sum A_q(r) \cdot \phi_{p,t}(r) \cdot r \cdot \Delta r \right\|, \quad A_q(r) = \sum f(r, \theta) \cdot \exp(-jq\theta) \cdot \Delta \theta. \quad (10)$$

İmgenin sadece radyal ekseninde incelenmesi, ikinci boyuttaki bilginin ihmal edilmesine ve tanıma oranının düşmesine neden olmaktadır. Bu nedenle iki boyutlu ölçekleme momentleri önerilmiştir [6]. Ancak bu 2D momentler açısız ekseni de hesaba kattıklarından dolayı dönmeye karşı değişmez değillerdir. Bu nedenle bu momentlere yarı-değişmez momentler denir. 2D ölçekleme momentleri aşağıdaki gibi tanımlanmışlardır:

$$S_{p,t_1,t_2,q} = \left\| \sum_r \sum_\theta f(r, \theta) \cdot \phi_{p,t_1}(r) \cdot \phi_{p,t_2}(\theta) \cdot \exp(-jq\theta) \cdot r \cdot \Delta r \Delta \theta \right\|. \quad (11)$$

3. YÖNTEMLER

Günümüze kadar sınıflandırma aşamasında bir çok yöntemler üzerinde çalışılmıştır. Alt uzay yöntemleri, özellikle sinyal ve görüntü işleme çalışmalarında, hem boyut indirgeme hem de veriye ait belirli özelliklerin üzerine izdüşümün yönünü bulmada etkin olarak kullanılmışlardır. Temel Bileşen Analizi (TBA), Doğrusal Fark Analizi (DFA), ve Bayes gibi alt uzay yöntemleri, son yıllarda karakter tanıma alanında geniş bir şekilde kullanılmışlardır. [8,18,32]. Bu tezin karakter tanıma çalışmasında dört adet yöntem uygulanıp, sonuçlar tanıma oranı, eğitim ve test zamanı ve hafıza gereksinimi açısından karşılaştırılmıştır. Bu yöntemler, TBA'nin bir uzantısı olan Eigenspace, DFA'nin bir uzantısı olan Fisherspace, OVY ve GKM'dir. Bu yöntemler aşağıdaki bölümlerde geniş bir şekilde anlatılacaktır. Bu tezin yazıcı tanıma aşamasında ise sadece OVY kullanılmıştır.

3.1 Eigenspace [33]

Eigenspace yöntemi, karakteri en iyi şekilde ifade edebilmek için, daha düşük bir boyutta alt uzay oluşturmayı amaçlar. Bu işlem için Karhunen-Loeve dönüşümü kullanılır. Bu yöntem, eğitim setindeki sınıfları ayrı ayrı düşünmek yerine, tüm eğitim setine ait toplam dağılım matrisini kullanır. Toplam dağılımı en büyük yapmak için gerekli kriterin seçiminde temel amaç, sınıflar içi farklılıkları modellemektir. Fakat, sınıf içi farklılıklar en küçüklenmediği için, oluşturulan yeni sınıflar arasında diğer yaklaşımlara göre daha çok örtüşme oluşacaktır. Bunun sonucunda, izdüşüm için seçilen vektörler, ayrı ayrı sınıfların varlığını kaybedecektir.

Her birisi c adet $\{X_1, \dots, X_c\}$ sınıflarından birisine ait olan, n boyutlu görüntü uzayında N adet örnek $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N\}$ ¹ tanımlayalım. Bu n boyutlu görüntüleri m boyutlu öznelik vektörlerine $\mathbf{y}_k \in R^m$ dönüştürme işlemi,

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{W}^T \mathbf{x}_k \quad k=1,2,\dots,N \quad (12)$$

olarak ifade edilir. Burada $\mathbf{W} \in R^{n \times m}$ birimlik kolonlara sahip olan bir matristir.

Eğer toplam dağılım matrisini \mathbf{S}_T olarak tanımlarsak,

$$\mathbf{S}_T = \sum_{k=1}^N (\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu})^T \quad (13)$$

eşitliği ile ifade edilebilir. Burada $\boldsymbol{\mu} \in R^n$ tüm eğitim setindeki örneklerin ortalamasıdır. Doğrusal dönüşüm sonrasında öznelik vektörlerinin $\{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N\}$ dağılımı $\mathbf{W}^T \mathbf{S}_T \mathbf{W}$ olacaktır. Temel bileşen analizinde \mathbf{W}_{opt} , izdüşümü alınmış örneklerin toplam dağılım matrisinin determinantını en büyük yapacak şekilde seçilir:

$$\mathbf{W}_{opt} = \arg \max_{\mathbf{W}} |\mathbf{W}^T \mathbf{S}_T \mathbf{W}| = [\mathbf{w}_1 \ \mathbf{w}_2 \ \dots \ \mathbf{w}_m] \quad (14)$$

Burada $\{\mathbf{w}_i | i=1,2,\dots,m\}$, \mathbf{S}_T 'nin n boyutlu özdeğerlerinden en büyük m tanesine karşılık gelen özvektörlerdir.

Bu yöntemin en büyük dezavantajı, en büyüklenen toplam dağılımın sınıflandırma açısından kullanışlı olan sınıflar arası dağılıma veya istenmeyen bilgiler açısından sınıf içi dağılıma bağlı olmamasıdır.

¹ Formüllerin anlaşılır olması amacıyla vektörler kalın harflerle temsil edilmişlerdir.

3.2 Fisherspace [33]

Fisherspace ayırt edici alt uzay yöntemlerine bir örnektir. Temel amaç karakter sınıflarını en iyi şekilde ayırt edebilecek bir öznelik kümesi araştırmaktır. Fisherspace öncelikle, görüntünün daha düşük bir boyuttaki uzaya izdüşümünü almak için TBA'ni kullanır. Daha sonra DFA'nin en büyükleme teoremi gerçekleştirilir. Bu yöntem \mathbf{W}_{opt} 'u seçerken, sınıflar arası dağılım ve sınıf içi dağılımın oranını en büyük yapmayı amaçlar. Sınıflar arası dağılım matrisi,

$$\mathbf{S}_B = \sum_{j=1}^c N_j (\boldsymbol{\mu}_j - \boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{\mu}_j - \boldsymbol{\mu})^T \quad (15)$$

eşitliği ile ifade edilir. Burada $\boldsymbol{\mu}_j$, X_j sınıfına ait ortalamayı, N_j ise X_j sınıfına ait eleman sayısını gösterir. Toplam sınıf içi dağılım matrisini ise,

$$\mathbf{S}_w = \sum_{j=1}^c \boldsymbol{\Phi}_j \quad (16)$$

eşitliği ile ifade edebiliriz. Burada $\boldsymbol{\Phi}_j$ sınıf içi dağılım matrisini göstermektedir ve aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\boldsymbol{\Phi}_j = \sum_{\mathbf{x}_k \in X_j} (\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_j)(\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_j)^T. \quad (17)$$

Eğer \mathbf{S}_w , tekil değilse en uygun izdüşüm \mathbf{W}_{opt} aşağıdaki gibi seçilebilir.

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \arg \max_{\mathbf{W}} \frac{|\mathbf{W}^T \mathbf{S}_B \mathbf{W}|}{|\mathbf{W}^T \mathbf{S}_w \mathbf{W}|} = [\mathbf{w}_1 \ \mathbf{w}_2 \ \dots \ \mathbf{w}_m] \quad (18)$$

Burada $\{\mathbf{w}_i | i=1,2,\dots,m\}$, $\mathbf{S}_w^{-1} \mathbf{S}_B$ matrisine ait en büyük m adet özdeğer $\{\lambda_i | i=1,2,\dots,m\}$ 'lere karşılık gelen özvektörler kümesidir.

$$\mathbf{S}_B \mathbf{w}_i = \lambda_i \mathbf{S}_w \mathbf{w}_i \quad i=1,2,\dots,m. \quad (19)$$

Burada sıfır olmayan özdeğer sayısı en fazla sınıf sayısından 1 eksik olabilir. Sınıf sayısını c ile gösterirsek, $m=c-1$ olacaktır.

3.3 Ortak Vektör Yaklaşımı

OVY daha önce ses, konuşmacı ve örüntü tanıma problemlerinde uygulanmış ve tatmin edici sonuçlar alınmıştır [21-24]. OVY'da öncelikle eğitim setindeki X_j sınıfının sınıf içi dağılım matrisinin özdeğer ve özvektörleri bulunur. Φ_j 'nin özdeğerlerini azalan bir sırada, $(\lambda_i | i = 1, 2, \dots, n)$ şeklinde gösterelim. n adet özvektör tarafından taranan öznitelik uzayını, z boyutlu fark alt uzayı \mathbf{B}_j ve $(n-z)$ boyutlu farksızlık alt uzayı \mathbf{B}_j^\perp şeklinde ikiye bölebiliriz. Bu durumda fark alt uzayı en büyük özdeğerlere karşılık gelen $(\mathbf{u}_i, i=1, 2, \dots, z)$, özvektörleri tarafından taranırlar. Farksızlık alt uzayı \mathbf{B}_j^\perp ise en küçük özdeğerlere karşılık gelen $(\mathbf{u}_i, i=z+1, \dots, n)$ özvektörler tarafından taranır [34]. İki alt uzayın toplamı tüm öznitelik uzayını verecektir [34]. Öznitelik uzayını iki alt uzaya bölmemizdeki amaç, bütün uzaydaki ortalamadan sapmaları elimine etmektir [35].

En küçük özdeğerlerin sayısı z 'yi seçerken, en küçük özdeğerlerin toplamının bütün özdeğerlerin toplamına olan yüzdesini hesaplayarak sabit bir L değerini referans alabiliriz [36]. z değeri,

$$\frac{\sum_{i=z}^n \lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} < L \quad (20)$$

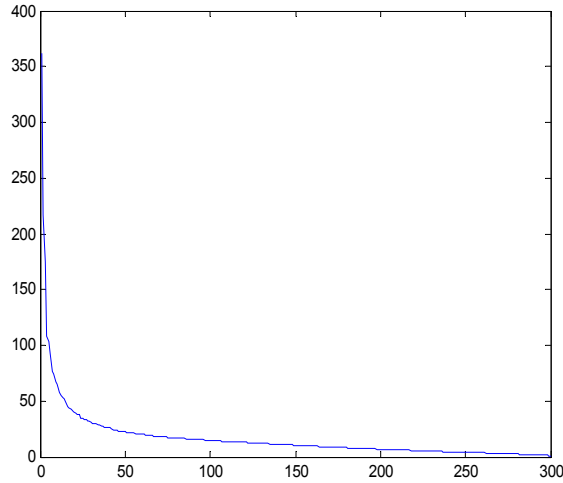
gibi hesaplanır. $L=16$ seçtiğimiz zaman, orijinal uzaydaki değişiminin küçük bir oranını bırakarak iyi bir performans elde edilir [37]. $L=16$ her sınıf için değişik sayıda özdeğerlerle elde edilmiştir. Deneysel çalışmamızda en küçük özdeğerlerin ortalama sayısı 280 bulunmuştur. ($z=20=300-280$).

z değeri aynı zamanda, özdeğerleri Şekil 3.1'deki gibi azalan bir oranda çizdirdiğimiz zaman, özdeğerlerin çok az değişmeye başladığı bir kırılma noktası belirlenerek bulunabilir. Şekil 3.1'de bu kırılma noktası $z=20$ 'ye karşılık gelmektedir.

X_j sınıfına ait $\boldsymbol{\mu}_j$ ortalama vektörünün \mathbf{B}_j^\perp farksızlık alt uzayı üzerine dikgen izdüşümü, X_j sınıfına ait ortak vektör $\mathbf{a}_j^{\text{com}}$ verir:

$$\mathbf{a}_j^{\text{com}} = \sum_{i=z+1}^n (\boldsymbol{\mu}_j^T \mathbf{u}_i) \mathbf{u}_i . \quad (21)$$

Burada \mathbf{u}_i 'ler fark alt uzayına göre daha az değişime sahip olan farksızlık alt uzayı \mathbf{B}_j^\perp 'na ait özvektörlerdir.



Şekil 3-1 “1” rakamının sınıf-içi dağılım matrisine ait özdeğerlerin karekökleri

Herhangi bir $\mathbf{x}_k \in X_j$ öznitelik vektörünün \mathbf{B}_j farklılık alt uzayı üzerine izdüşümü, karakterler arası gürültüyü, eğiklik-yatıklık, dönme gibi farkları verecektir. Bir sınıfa ait öznitelik vektörlerinin farksızlık alt uzayına izdüşümleri ise ortak vektöre daha yakın olacaktır.

3.4 Gaussian Karışım Modeli [38]

X_j sınıfına ait bir veri, Gaussian dağılımı ile aşağıdaki gibi modellenir:

$$G(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\Phi}_j) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |\boldsymbol{\Phi}_j|^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_j)^T \boldsymbol{\Phi}_j^{-1} (\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_j)\right). \quad (22)$$

Gaussian'ın en büyük avantajı hesaplamasının basit oluşudur. Ancak Gaussian, pratikte genel olarak karşılaşılan çoklu dağılımları modelleyemez. Bu nedenle Gaussian karışım, daha çok modelleme esnekliğine sahiptir. Sonlu bir Gaussian karışım aşağıdaki gibi modellenir:

$$P(k) = \sum_{l=1}^M \alpha_l G_l(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_l, \boldsymbol{\Phi}_l). \quad (23)$$

Burada M karışım miktarını, $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M$ ise karışım katsayılarıdır. Karışım katsayıları,

$$\sum_{l=1}^M \alpha_l = 1 \text{ ve } \alpha_l \geq 0, \quad l=1,2,\dots,M, \quad (24)$$

eşitliklerini sağlarlar. $\boldsymbol{\mu}_l, \boldsymbol{\Phi}_l$ parametreleri sırasıyla, bir sınıftaki l . Gaussian karışımın ortalama vektörünü ve dağılım matrisini gösterir. Yeterli sayıda karışım ile, olasılık yoğunluk fonksiyonu, Gaussian karışımı tarafından bir dereceye yaklaştırılabilir. Bir X_j sınıfına ait Gaussian karışımındaki katsayılar, ortalama vektörler ve dağılım matrisleri, bilinen bir M karışım miktarı ile beklenen değer ve en büyükleme yöntemi kullanılarak tahmin edilebilir. Beklenen değer ve en büyükleme yöntemi, bu parametrelerin başlangıç değerlerinden başlayarak aşağıdaki adımları belli bir yakınsama oluncaya kadar sürdürür:

$$1. \text{ adım : } P_l(k) = \frac{\alpha_l G_l(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_l, \boldsymbol{\Phi}_l)}{\sum_{l=1}^M \alpha_l G_l(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\mu}_l, \boldsymbol{\Phi}_l)} \quad k=1, \dots, N \quad (25)$$

$$2. \text{ adım: } \alpha_l = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N P_l(k) \quad (26)$$

$$3. \text{ adım: } \boldsymbol{\mu}_l = \frac{\sum_{k=1}^N \mathbf{x}_k P_l(k)}{\sum_{k=1}^N P_l(k)} \quad (27)$$

$$4. \text{ adım: } \boldsymbol{\Phi}_l = \frac{\sum_{k=1}^N (\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_l)(\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_l)^T P_l(k)}{\sum_{k=1}^N P_l(k)} \quad (28)$$

Beklenen değer ve en büyükleme yöntemi, sonlu sayıda adımda, olasılık fonksiyonunun en büyük değerine yakınsamayı garanti eder.

4. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

Bu bölümde MNIST veri tabanındaki el yazısı numaralar ile karakter tanıma çalışması ve NIST 19 özel veri tabanındaki yazanı belli olan el yazısı numaralar ile yazıcı tanıma çalışması gerçekleştirilmiştir. Yapılan çalışmalar, kullanılan veri tabanı, karar verme kriterleri ve sonuçlar olmak üzere üçer bölümde incelenmiştir.

4.1 Karakter Tanıma

Bu bölümde MNIST veri tabanındaki el yazısı ile yazılmış rakamları tanıma çalışması yapılmıştır.

4.1.1 Kullanılan Veri Tabanı

Deneysel çalışmada uluslar arası çok yaygın olarak kullanılan, ve birçok algoritmaların üzerinde denenerak kıyas yapıldığı bir veri tabanı olan MNIST veri tabanı kullanıldı. MNIST veri tabanı NIST 19 özel veri tabanına ait SD1 ve SD3 bölümlerinden oluşturulmuştur. NIST veri tabanında SD3 eğitim seti, SD1 ise test seti olarak düzenlenmiştir. SD3 500 kişiden oluşan nüfus memurlarına yazdırılan formlardan hazırlanırken, SD1 ise 500 kişiden oluşan lise öğrencilerine yazdırılan formlardan hazırlanmıştır. NIST veri tabanının eğitim ve test setlerinin farklı gruplara ait kişiler tarafından oluşturulması, eğitim setinin oldukça kolay tanınabilen karakterlerden oluşmasına rağmen test setinin tanınması zor karakterlerden oluşması ve veri tabanının normal bir işlemcinin sınırlarını zorlayacak kadar büyük olması gibi nedenlerden dolayı, bu veri tabanı uluslar arası yapılan çalışmalarda bir ölçüt olarak kullanılamamıştır. Bunun sonucunda yeni bir veri tabanı hazırlanması ihtiyacı doğmuştur. MNIST eğitim seti, NIST veri tabanının eğitim ve test setlerinden 250'şer kişiye ait rasgele 30000'er örnek alınarak, MNIST test seti ise NIST veri tabanının eğitim ve test setlerinden 250'şer kişiye ait rasgele 5000'er örnek alınarak oluşturulmuştur. MNIST veri tabanının eğitim setinde 60000 ve test setinde 10000 adet el yazısı ile yazılmış numaralar mevcuttur. Şekil 4.1' de MNIST veri tabanından

seçilmiş bazı örnekler görülmektedir. Bütün resimler ikili veri olup, 20x20'lik piksel kutularına ölçeklenmişlerdir [39]. Ayrıca bu 20x20'lik kutular 28x28 bir düzleme oturtulmuşlardır. Numaranın olduğu pikseller sayısal olarak 1 iken etrafındaki pikseller ise 0'dır. Tablo 1'de eğitim ve test setlerinde hangi rakamdan kaç adet olduğu görülmektedir.

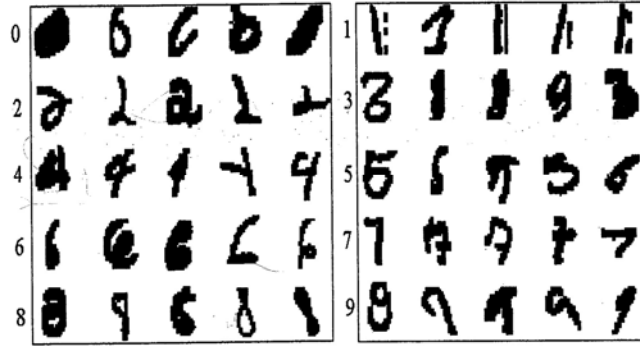


Şekil 4-1 MNIST veri tabanına ait bazı numaralar

Numara	Eğitim	Test
1	6598	1135
2	5958	1032
3	6275	1010
4	5842	982
5	5421	892
6	5918	958
7	6265	1028
8	5851	974
9	5949	1009
0	5923	980
Toplam	60000	10000

Tablo 1 MNIST veri tabanının eğitim ve test setlerindeki her sınıfa ait örnek sayısı

MNIST veri tabanında bazı numaralar çok kolay ayırt edilebilmesine rağmen bazıları oldukça belirsiz ve ayırt etmesi güçtür. Bazı numaralar kopuk olduğu gibi bazıları kendisinden daha büyük boyutta gürültü içermektedirler. Aşağıdaki şekilde MNIST veri tabanındaki bazı tanınması güç numaralar verilmiştir.



Şekil 4-2 MNIST veri tabanındaki bazı tanınması güç numaralar

4.1.2 Karar Verme Kriterleri

Eigenspace ve Fisherspace yöntemlerinde, bilinmeyen vektör ile her sınıfın ortalamalarının en uygun izdüşüm matrisi üzerine izdüşümleri arasındaki öklid mesafesi, karar verme kriteri olarak kullanılmıştır. Burada en küçük mesafe, bilinmeyen vektörün ait olduğu sınıfı belirler.

OVY'nın tanıma aşamasında, bilinmeyen bir \mathbf{a}_x vektörü için kalan vektör olarak adlandırdığımız $\mathbf{a}_{x,j}^{\text{rem}}$ aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\mathbf{a}_{x,j}^{\text{rem}} = (\mathbf{a}_x^T \mathbf{u}_j^{m+1}) \mathbf{u}_j^{m+1} + \dots + (\mathbf{a}_x^T \mathbf{u}_j^n) \mathbf{u}_j^n. \quad (29)$$

Ortak vektör ile kalan vektör arasındaki öklid mesafesi karar verme kriteri olarak kullanılır ve aşağıdaki gibidir:

$$K = \arg \min_j \left\| \mathbf{a}_{x,j}^{\text{rem}} - \mathbf{a}_j^{\text{com}} \right\|. \quad (30)$$

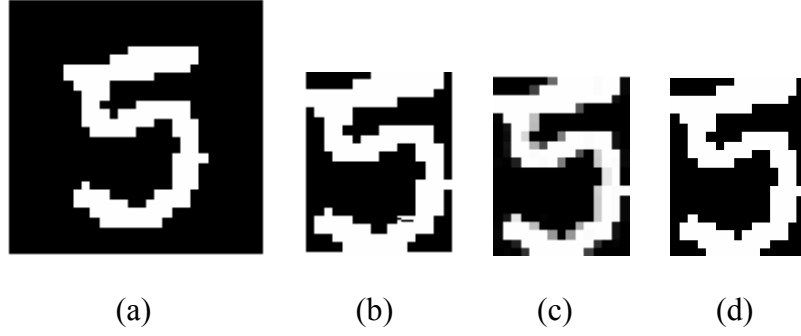
Eğer bilinmeyen vektör \mathbf{a}_x , X_j sınıfına aitse, $\mathbf{a}_{x,j}^{\text{rem}}$ ve $\mathbf{a}_j^{\text{com}}$ arasındaki mesafe en küçük olacaktır.

Gaussian karışım modeli için en iyi model her sınıf için $M=10$ karışım ile elde edilmiştir. Karar verme aşamasında bilinmeyen vektör için, her eğitim modeline karşılık gelen çoklu gaussian olasılığının logaritması hesaplanır. En büyük olasılık bilinmeyen vektörün sınıfını belirler.

4.1.3 Sonuçlar

MNIST veri tabanındaki numaralar, yöntemler bölümünde bahsedilen dört adet yöntem ile sınıflanarak, öznelik çıkarma bölümünde anlatılan üç tip moment tabanlı öznelik vektörü ve ham verinin tanıma oranına etkileri karşılaştırıldı. Ham veri sınıflandırmaya sokulmadan önce üzerinde bir takım çalışmalar yapılmıştır. Ham veriyi direkt olarak kullandığımız zaman rakamların etrafındaki gereksiz pikseller tanıma oranını düşürdüğünden dolayı, bu pikselleri atarak sadece numaranın çevresini dikdörtgen kutu şeklinde kırpma işlemi yapıldı. Ancak bu sefer de her numaranın boyutu birbirinden farklı olduğundan dolayı, boyut eşitlemek amacıyla sıfır ekleme, rasgele sayı ekleme gibi çalışmalar yapıldı. Sona sıfır ekleme veya rasgele sayı eklemenin zaten 1 ve 0'lerden oluşan ikili veri üzerinde gereksiz bilgi veya gürültü oluşturduğu bu yüzden tanıma oranlarını düşürdüğü görüldü. Boyut eşitleme problemini çözmek amacıyla, veri tabanındaki tüm rakamlar kırıldıktan sonraki boy ve enleri tespit edilerek ortalamaları bulundu. Sonuç olarak bütün rakamlar kırıldıktan sonra ortalama boy ve en değerleri 20×15 'e ölçeklenerek ikilileştirildi. Şekil 4.3'de 5 rakamına ait orijinal, kırılmış, 20×15 'e ölçeklenmiş ve ikilileştirilmiş resimler görülmektedir. Matris formundaki numaralar daha sonra her kolon uç uca eklenerek 300×1 vektörler haline getirildi. Tablo 2'de değişik boyutlardaki ham veri ile yapılmış çalışmaların test seti tanıma oranına olan etkileri görülmektedir. 28×28 olan orijinal

veriyi 300x1 vektör haline dönüştürmek, hem tanıma oranlarını artırdı hem de boyutun azalmasından dolayı eğitim ve test için gerekli süreyi önemli ölçüde azalttı.



Şekil 4-3 “5” rakamına a) ait orijinal, b) kırılmış, c) 20x15’e ölçeklenmiş ve d) ikilileştirilmiş görüntüler

Yapılan İşlem	Boyut	Sonuç (%)
28x28 orijinal resim	786	94,8
20x20 çerçeve kırılarak	400	94,9
Sadece rakam kırılıp sona sıfır	400	81,3
Sadece rakam kırılıp sona rasgele	400	79,5
Sadece resim kırılıp sona	400	78,9
Sadece rakam kırılıp 20x15’e	300	95,2
Sadece rakam kırılıp 20x20’ye	400	95

Tablo 2 MNIST test seti üzerinde OVY ile ham veri çalışması sonuçları

Tablo 3 ve 4’de sırasıyla eğitim ve test setleri için ham veri ve diğer üç tip moment tabanlı özneliklerin tanıma oranına etkileri karşılaştırılmıştır.

	Eigenspace	Fisherspace	OVY	GKM
Ham veri	79,4	89,8	95,3	98,4
2D-ölçekleme	69,3	87,9	93,3	95,8
DFM	68	80,1	85,6	87,9
Zernike	69,1	77,5	82,2	87,1

Tablo 3 MNIST eğitim seti için ortalama tanıma oranları (yüzde olarak)

	Eigenspace	Fisherspace	OVY	GKM
Ham veri	78,7	89,5	95,2	98,3
2D-ölçekleme	70,6	88,5	93,3	95,7
DFM	68,3	80,9	85,4	87,5
Zernike	69,8	78,3	82,1	87,1

Tablo 4 MNIST test seti için ortalama tanıma oranları (yüzde olarak)

Ortalama tanıma oranlarının yanında her rakamın ayrı ayrı tanıma oranları da incelenmiştir. Bu amaçla, test setinde en yüksek tanıma oranlarının elde edildiği OYV ve GKM için ham veri ile yapılmış çalışmalar Tablo 5’de verilmiştir.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
OVY	98,1	96,4	96,3	96,2	93,5	97,2	94,7	91,5	92,3	98,6
GKM	99,8	98,3	98,5	98,8	96,6	99,1	98,2	97,9	96,6	98,5

Tablo 5 MNIST test seti için Ovy ve GKM yöntemleriyle elde edilen her rakama ait ortalama tanıma oranları (yüzde olarak)

Kullanılan yöntemlerin tanımadaki performanslarının yanında, eğitim ve test için gerekli zamanlar ölçülmüştür. Bütün çalışmalar Pentium IV, 2GHZ işlemci kapasiteli ve 512 RAM bellekli bilgisayar üzerinde gerçekleştirilmiştir. Tablo 6’da her yöntem için eğitim ve test süreleri görülmektedir.

	Eigenspace	Fisherspace	OVY	GKM
Eğitim zamanı (sn)	118,03	16	15,047	41920
Test zamanı (sn)	0,078	0,093	0,046	0,328

Tablo 6 Eğitim ve test süreleri

Bu bölümde son olarak her yöntem için gerekli hafıza ihtiyaçları karşılaştırıldı. Tablo 7’de yöntemler en küçük hafıza ihtiyacı olandan en büyük hafıza ihtiyacı olana doğru sıralanmıştır.

Performans derecesi	Hafıza ihtiyacı
1	OVY
2	Fisherspace
3	Eigenspace
4	GKM

Tablo 7 Hafıza ihtiyaçlarının karşılaştırılması

4.2 Yazıcı Tanıma

Bu bölümde NIST 19 özel veri tabanındaki yazıcısı belli olan numaralar üzerinde yazıcı tanıma çalışması yapılmıştır.

4.2.1 Kullanılan Veri Tabanı

NIST 19 özel veri tabanı karakter tanıma amaçlı hazırlanmış 4000 kişi tarafından doldurulmuş formlardan oluşmaktadır. Formlar üzerindeki karakterler ayrıştırılarak değişik kullanım amaçlarına göre düzenlenmişlerdir. Veri tabanında 1500 kişiye ait yazıcısı belli olan numara ve karakterler var olmasına karşın sayıları oldukça düşüktür. Veri tabanında kişilere doldurtulan formlar üzerindeki karakterler ayıklanırken, bir çok karakter başarılı bir şekilde ayıklanamadığından dolayı her kişiye ait karakter sayısı değişiklik arz etmektedir. Örneğin doldurtulan formlara göre her rakamdan 13 tekrar olması beklenirken bu çoğu kişide bazı rakamlarda 5'in altına bile düşebilmektedir. Harflerde ise sadece belli harflerden çok sayıda olup, bu harfler de kişilere göre değişiklik göstermektedir. Ortak bir karakter kümesi üzerinde çalışma yapabilmek

amacıyla veri tabanı üzerinde otomatik tarama işlemleri gerçekleştirildi. Her rakamdan en az 10 adet örneğe sahip olan 10 adet yazıcı tespit edildi. Sonuç olarak yazıcı tanıma çalışması için her kişinin her rakamdan 10'ar tane sahip olduğu 10 kişiden oluşan yeni bir veritabanı oluşturuldu.

Veri tabanındaki numaralar 128x128 bir düzlem üzerine oturtulmuş olup bütün karakterlerin boyutları oldukça değişkendir. Yazıcı tanıma çalışmasında, yazıcıya ait ayırt edici özellikler olan karakterin, ince-kalın, eğik-yatık yazılması, yazıcıya ait özniteliklerin çıkarılmasında oldukça önemlidir. Karakter tanıma çalışmasının tam tersine bu çalışmada bu özelliklerin değişkenliğinin korunması gereklidir. Bu nedenle bu çalışmada sadece ham veri kullanılmıştır.

4.2.2 Karar Verme Kriterleri

Yazıcı tanıma çalışmasında sadece OVY kullanılmış olup OVY ile ilgili karar verme kriteri bölüm 4.1.2'de anlatılmıştır.

4.2.3 Sonuçlar

Her karakterin sahip olduğu yazıcısına ait bir takım ayırt edici özellikler mevcuttur. Bu özellikler bazı karakterlerde çok belirgin olmasına karşılık bazılarında ise belirgin olmayabilir. Örneğin hemen hemen her kişinin yazdığı "1" rakamı veya "0" rakamı birbirine benzer. Bu nedenle bu rakamlar diğer rakamlara oranla daha az ayırt edicidirler. Bu düşünceden hareketle yazıcı tanıma çalışması kişinin yazdığı rakama bağımlı ve kişinin yazdığı rakamdan bağımsız olmak üzere iki aşamada gerçekleştirildi. Veri tabanının yetersiz olmasından dolayı, ayrı ayrı eğitim ve test seti hazırlamak yerine, her seferinde her kişinin rakamından bir tanesi test için geriye kalan dokuzu ise eğitim için ayrılarak, veri tabanındaki bütün rakamlar test edildi. Tablo 8'de kişinin yazdığı rakama bağımlı ortalama tanıma oranları, Tablo 9'da ise kişinin yazdığı rakamdan bağımsız ortalama tanıma oranı verilmiştir.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Rakama Bağımlı	22	69	49	71	76	59	57	64	63	57

Tablo 8 Her rakama ait rakama bağımlı yazıcı tanıma oranları (yüzde olarak)

	Ortalama
Rakamdan Bağımsız	39,3

Tablo 9 Rakamdan bağımsız yazıcı tanıma oranı (yüzde olarak)

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tezde yaygın olarak kullanılan çeşitli alt uzay yöntemleri karşılaştırılmıştır. Eigenspace ve Fisherspace yöntemleri TBA ve DFA yöntemlerinin bir uzantısı olmakla beraber örüntü tanıma alanında oldukça geniş uygulamalara sahiptirler. Daha önce ses, konuşmacı ve görüntü tanıma alanlarında kullanılan OVY, el yazısı karakterlerinden karakter tanıma ve yazıcı tanıma probleminde ilk olarak bu tezde uygulanmış ve tatmin edici sonuçlar alınmıştır. Ortak vektör, bir sınıfın dağılım matrisinin en küçük özdeğerlerine karşılık gelen özvektörler yönündedir. OVY’nda her sınıf için ayrı ayrı oluşturulan farksızlık alt uzayları kullanılır. Ortak vektör bir sınıfa ait genel öznitelikleri temsil etmesi ve her sınıf için bir tek olması bakımından sınıflandırma problemlerinde kullanmak için elverişlidir. OVY’nın diğer bir avantajı ise gerek eğitim gerekse test aşamasında basit hesaplamalar gerektirir. GKM ise çoklu sınıf problemlerinde kullanılan oldukça popüler ve verimli bir olasılık yöntemidir. GKM en uygun karışım miktarının belirlenerek, beklenen değer ve tahmin yöntemiyle eğitim setindeki her sınıfın modellenmesi amacını taşır.

Yöntemler açısından karakter tanıma probleminde, eğitim ve test setlerine ait tanıma oranlarını karşılaştırdığımızda en iyi sonuçları GKM vermiştir. Ancak alt uzay yöntemleri arasında OVY daha iyi sonuçlar vermiştir. Eğitim ve test için gerekli süreler ve hafıza ihtiyaçları karşılaştırıldığında ise OVY’nın diğer yöntemlerden üstün olduğu görülmüştür.

Bu çalışmada yer alan diğer önemli bölüm ise değişik tipteki moment tabanlı öznitelikler ve ham verinin karşılaştırılmasıdır. Ham veri kullanılırken boyut eşitleme haricinde, kopuk karakterleri birleştirme, eğikleri düzeltme, gürültüden arındırma gibi ön işleme çalışmaları yapılmamıştır. Dört adet yöntem ile sınıflandırmadan sonra, en iyi tanıma oranlarının ham veri ile elde edildiği görülmüştür. Aynı zamanda ham veri için herhangi bir zaman ihtiyacı söz konusu olmazken, moment tabanlı öznitelikleri çıkarmak önemli ölçüde zaman almaktadır. Moment tabanlı özniteliklerde ise Dr.

Bayram Çetişli'nin doktora tezinde önerdiği 2D-ölçekleme momentleri ham veriden elde edilen sonuçlara yakın sonuçlar vermiştir. Buradan 2D-ölçekleme momentlerinin, yarı-değişmez olmasına karşın açılı bilgisini de içerdikten dolayı, değişmez olan ancak açılısal eksenini ihmal eden Zernike ve DFM momentlerinden daha iyi öznelilikler olduğu anlaşılmaktadır.

Karakter tanıma probleminde, uygun ön işleme ve öznelilik çıkarma çalışmaları yapıldığı takdirde tanıma oranlarının artacağı umulmaktadır. Fakat bu işlemler eğitim ve test zamanını ve hafıza ihtiyacını artıracaklardır.

Yazıcı tanıma problemleri için literatürde, ayrıık karakterlerden kişi tanıma çalışmasına rastlanamamıştır. Genellikle kişinin yazdığı kelimelerden veya satırlardan tanıma çalışmaları mevcuttur. Bu nedenle yaptığımız ayrıık rakamlardan yazıcı tanıma çalışması için bir kıyas yapılamamıştır. Ancak rakama bağımlı tanıma oranları, literatürdeki bazı kelime bağımlı yapılan çalışmalarla karşılaştırıldığında sonuçların tatmin edici olduğu görülmüştür. Rakama bağımlı yazıcı tanıma çalışmasından elde edilen sonuçlarda "4", "5", "8" gibi rakamların daha iyi sonuç verdiği, "1" ve "0" gibi rakamların ise daha düşük sonuçlar verdiği görülmüştür. Buradan bazı karakterlerin yazıcıya ait daha çok ayırt edici bilgi içerdikten anlaşılmaktadır. Yazıcı tanıma çalışması daha uygun bir veri tabanı ile yapıldığı takdirde, daha iyi bir performans değerlendirmesi yapılabilecektir.

REFERANSLAR

- [1] Bhattacharya, U., Vajda, S., Mallik, A., Chaudhuri, B. B. and Belaid A., 2004, On the Choice of Training Set, Architecture and Combination Rule of Multiple (MLP) Classifiers for Multiresolution Recognition of Handwritten Characters, IEEE Proceedings of the 9th Int'l Workshop on Frontiers in Handwriting Recognition (IWFHR-9).
- [2] Fu, H-C. and Chen, C. M., 1996, Recognition of Handwritten Similar Chinese Characters by Neural Networks, Proceedings of the 1996 IEEE Signal Processing Society Workshop, 320-329.
- [3] Milgram, J., Sabourin, R. and Cheriet, M., 2005, Combining Model-based and Discriminative Approaches in a Modular Two-stage Classification System: Application to Isolated Handwritten Digit Recognition, Electronic Letters on Computer Vision and Image Analysis, 5(2), 1-15.
- [4] Chen, M. Y., Kundu, A., and Srihari, S. N., 1995, Variable Duration Hidden Markov Model and Morphological Segmentation For Handwritten Word recognition, IEEE Transactions on Image Processing 4 (12), 1675-1688.
- [5] Cai, J. and Liu, Z. Q., 1999, Drying of Loose and Particulate Materials, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. Vol. 21, No. 3.
- [6] Çetişli, B., 2005, El Yazısı Karakter Tanıma: Dalgacık Moment Özniteliklerinin Yenilenen ANFIS ile Sınıflandırılması, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, 136s.
- [7] He, C. L., Zhang, P., Dong, J., Suen, J. Y. ve Bui, T. D., 2005, The Role of Size Normalization on the Recognition Rate of Handwritten Numerals, Proceedings of IAPR TC3 Workshop of 8th International Conference on Document Analysis and Recognition Neural Networks and Learning in Document Analysis and Recognition, Seoul, Korea, 8-12.
- [8] Andrianasy, F. and Milgram, M., 1995, A New Learning Scheme for the Recognition of Dynamical Handwritten Characters, Neural Networks for Signal Processing, Proceedings of IEEE Workshop, 371-379.
- [9] Bellegarda, E., J. and Bellegarda, J. R, 1994, On-Line Handwritten Character Recognition Using Parallel Neural Networks, Proc. in IEEE Int. Conf. On Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. 2, 605-608.
- [10] Pan, F. and Keane, M., 1994, A New Set of Moment Invariants for Handwritten Numeral Recognition, Proc. In International Conference on Image Processing ICIP(1), 154-158.

- [11] Guu, Y-F. and Peikari, B., 1995, Logpolar Sampling and Normalization Based on Boundary Crossing for Handwritten Numerals Recognition, Proc. in IEEE Int. Conf. On Acoustics, Speech and Signal Processing, 3495-3498.
- [12] Yan, H., 1994, Transformation of Optimized Prototypes for Handwritten Digit Recognition, Proc. in IEEE Int. Conf. On Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. 2, 625-628.
- [13] Oliveira, L. S. and Sabourin, R., 2004, Support Vector Machines for Handwritten Numeral String Recognition, Ninth International Workshop on Frontiers in Handwriting Recognition (IWFHR'04), 39-44.
- [14] Chevalier, S., Geoffrois, E. and Preteux, F., 2003, A 2D Dynamic Programming Approach for Markov Random Field-based Handwritten Character Recognition, Proceedings IAPR International Conference on Image and Signal Processing (ICISP'2003), Agadir, Morocco, 617-630.
- [15] Vlontzos, J. A. and Kung, S. Y., 1992, Hidden Markov Models for Character Recognition, IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 1, No. 4, pp. 539-543.
- [16] Veltman, S. R. and Prasad, R., 1994, Hidden Markov Models Applied to On-Line Handwritten Isolated Character Recognition, , IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 3, No. 3, 314-318.
- [17] Yang, P-F. and Maragos, P., 1993, Morphological Systems for Character Image Processing and Recognition, Proc. in IEEE Int. Conf. On Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. 5, 97-100.
- [18] Liu, C-L. and Fujisava, H., 2005, Classification and Learning for Character Recognition: Comparison of Methods and Remaining Problems, First IAPR TC3 NNLDAR Workshop, Seoul, Korea, 1-7.
- [19] LeCun, Y., Jackel, L. D., Bottou, L., Cartes, C., Denker, S. S., Drucker, H., Guyon, I., Muller, U. A., Sackienr, E., Simard, P. and Vapnik, V., 1995, Learning Algorithms for classification: A Comparison on Handwritten Digit Recognition, In J. H. Oh. C. Kwan and S.Cho editors, Neural Networks: The Statistical Mechanics Perspective, World Scientific, 261-276.
- [20] LeCun, Y., Bottou, L, Bengio, Y. and Haffner, P.,1998, Gradient-based learning applied to document recognition, Proceedings of the IEEE 86, 2278–2324.
- [21] Gülmezoğlu M. B., Dzhafarov V., Keskin M. and Barkana A., 1999, A novel approach to isolated word recognition, IEEE Trans. on Speech and Audio Processing 7: 620-628.
- [22] Gülmezoğlu M. B., Dzhafarov V. and Barkana A, 2001, The common vector approach and its relation to the principal component analysis, IEEE Trans. on Speech and Audio Processing 9: 655-662.

- [23] Gülmezoğlu M. B. and Barkana A., 1998, Text-dependent speaker recognition by using Gram-Schmidt orthogonalization method, In: Proc. Of IASTED Int. Conf. Signal Processing and Applications. Canary Islands, 438-440.
- [24] Çevikalp H., Neamtu M., Wilkes M. and Barkana A., 2005, Discriminative common vectors for face recognition, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence 27, 1-10.
- [25] Grother, P. J., 1995, National Institute of Standards and Technology Advanced Systems Division Visual Image processing Group.
- [26] Theodoridis, S. and Koutroumbas, K., 1999, Pattern recognition, Academic Press, San Diego.
- [27] Teague, M., 1980, Image analysis via the general theory of moments, J. Opt. Soc. Am. V. 70 (8), 920-930.
- [28] Khotanzad, A., and Hong, Y. H., 1990, Invariant image recognition by Zernike moments, IEEE PAMI, V12 No 5, 489-497.
- [29] Hu, M. K., 1962, Visual pattern recognition by moment invariants, IRE Trans. Inform. Theory 8, 179-187.
- [30] Kan, C., and Srinath, M. D., 2002, Invariant character recognition with Zernike and orthogonal Fourier-Mellin moments, Pattern Recognition, Elsevier Science Ltd., V.35, 143-154.
- [31] Shen, D. and Ip, H. H. S., 1999, Discriminative wavelet shape descriptors for recognition of 2-D patterns, Pattern Recognition, Elsevier Science Ltd., V.32, 151-165.
- [32] Chevalier, S., Geoffrois, E., and Preteux, F., 2003, A 2D Dynamic Programming Approach for Markov Random Field-based Handwritten Character Recognition, Proceedings IAPR International Conference on Image and Signal Processing (ICISP'2003), Agadir, Morocco, 617-630.
- [33] Belhumeur, P. N., Hespanha, J. P. and Kriegman, D. J., 1997, Eigenspaces vs. Fisherspaces: Recognition Using Class Specific Linear Projection, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 19, No. 7.
- [34] Gülmezoğlu M. B., Dzhafarov V. and Barkana A., 2000, Comparison of the Common Vector Approach with the other subspace methods when there are sufficient data in the training set, In: Proc. of 8th National Conf. on Signal Processing and Applications, Belek, Turkey, 13-18.
- [35] Landgrebe, D. A., 2002, Hyperspectral image data analysis, IEEE Signal Processing Magazine 19, 17-28.

- [36] Oja, E., 1983, Subspace methods of pattern recognition, John Wiley and Sons Inc., New York.
- [37] Swets, D. L., and Weng, J., 1996, Using discriminant eigenfeatures for image retrieval, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence 18: 831-836.
- [38] Lyu, S., 2005, Kernels for Unordered Sets: the Gaussian Mixture Approach, European Conference on Machine Learning (ECML), Porto, Portugal.
- [39] Liu, C. L. and Fujisawa, H., 2005, Comparison of Methods and Remaining Problems in Neural Networks and Learning in Document Analysis and Recognition, First IAPR TC3 NNLDAR Workshop, Seoul, Korea, 1-7..