

Sağlam Kestiricilerin Etkinliklerinin Farklı Örnekleme  
Yöntemleri için Karşılaştırılması ve Uygulaması

Arzu Altın

**DOKTORA TEZİ**

İstatistik Anabilim Dalı

Ekim 2007

Comparison of Efficiencies of Robust Estimators for Different  
Sampling Methods and Application

Arzu Altın

**DOCTORAL DISSERTATION**

Department of Statistics

October 2007

Sağlam Kesticilerin Etkinliklerinin Farklı rnekleme Yöntemleri için Karşılaştırılması ve  
Uygulaması

Arzu Altın

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Lisansüstü Yönetmeliđi Uyarınca  
İstatistik Anabilim Dalı  
İstatistik Teorisi Bilim Dalında  
DOKTORA TEZİ  
Olarak Hazırlanmıştır

Danıřman: Doç.Dr. Birdal ŞENOĞLU

Ekim 2007

Arzu Altın'ın DOKTORA tezi olarak hazırladığı "Sağlam kestiricilerin etkinliklerinin farklı örnekleme yöntemleri için karşılaştırılması" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Üye : Doç. Dr. Birdal ŞENOĞLU

Üye : Prof. Dr. Ahmet ÖZMEN

Üye : Yrd. Doç. Dr. H. Kıvanç AKSOY

Üye : Yrd. Doç. Dr. Zeynep FİLİZ

Üye : Yrd. Doç. Dr. Hatice FİDAN

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU

Enstitü Müdürü

## SAĞLAM KESTİRİCİLERİN ETKİNLİKLERİNİN FARKLI ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİ İÇİN KARŞILAŞTIRILMASI VE UYGULAMASI

ARZU ALTIN

### ÖZET

En küçük kareler (EKK) kestiricileri örnekleme çalışmalarında evren parametrelerini tahmin etmede yaygın olarak kullanılan kestiricilerdir. Ancak EKK kestiricileri sadece normal dağılım varsayımı altında etkin kestiricilerdir. Uygulamada, özellikle veri kümesinin aykırı değer içerdiği veya varsayılan modelden uzaklaştığı durumlarda EKK kestiricilerinin etkinlikleri azalmaktadır. Böyle durumlarda, aykırı değerlere ve varsayılan modelden sapmalara karşı daha az duyarlı olan sağlam kestiricilerin kullanılması tercih edilir.

Bu çalışmanın amacı, veri setinin normal dağılıma sahip olmaması veya aykırı değer içermesi durumunda EKK kestiricisine alternatif daha etkin sağlam kestiricilerin tanıtılması ve süper evrenin uzun kuyruklu simetrik ve genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda bu kestiricilerin etkinliklerinin MSE kriteri bakımından karşılaştırılmasıdır. Çalışmada çeşitli örnekleme yöntemlerinde, kestiricilerin etkinlikleri bakımından karşılaştırılabilirliği için süper evren modeli benimsenmiştir. Süper evrenin dağılımının simetrik (uzun kuyruklu simetrik dağılımlar ailesi) ve çarpık (Genelleştirilmiş lojistik dağılım) olduğu iki farklı durum ele alınmıştır. Süper evrenin bu dağılımlara sahip olması durumunda evren parametrelerinin EKK ve sağlam kestiricileri belirlenerek, bu kestiriciler etkinlikleri bakımından karşılaştırılmıştır. Ayrıca veri setinin aykırı değer içermesi veya varsayılan modelden sapmalar olması durumunda da bu kestiriciler etkinlikleri bakımından karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** En Küçük Kareler Kestiricisi, Sağlam Kestirici, Örnekleme, Normal Olmayan Dağılımlar, Sağlamlık

## COMPARISON OF EFFICIENCIES OF ROBUST ESTIMATORS FOR DIFFERENT SAMPLING METHODS AND APPLICATION

ARZU ALTIN

### SUMMARY

Least square estimators (LSE) are commonly used to estimate the population parameters in sampling theory. However, LSEs are efficient under the Normal distribution assumption only. In practice, the efficiency of LSEs inevitably decrease if the data set includes outliers or if it has different characteristics from the assumed model. In these cases, robust estimators which are insensitive to outliers and deviations from the assumed model are preferred.

The aim of this work is to introduce robust estimators alternating to LSEs, when the data set includes outliers or having characteristics rather than the Normal distribution and to compare the efficiency of these robust estimators in terms of mean square error (MSE) if the population is assumed to have the Long tail symmetric and the Generalized Logistic distributions. In the study, in order to compare the estimator efficiency, superpopulation model is assumed. Two forms of superpopulation distribution: the long tail symmetric family and the Generalized Logistic distribution family are examined. After the robust estimators of these families are determined, the estimators are compared in terms of their efficiency. In addition, estimator efficiencies are also compared in the existence of outliers and irregularities from the assumed model.

**Keywords:** Least squares estimator, Robust estimator, Sampling, Non-normal distribution, robustness

## TEŞEKKÜR

Uzun, zorlu ve yorucu olan doktora çalışmam sırasında sadece mesleki bilgisi ile değil, yaşamak zorunda kaldığım en zor günlerde insanlığı ile bana her zaman yol gösteren ve destek olan sevgili danışmanım Doç.Dr. Birdal Şenoğlu'na sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Kendime olan güvenimi kaybettiğimde, hayatın zorlukları karşısında güçsüz kaldığımda her zaman yanımda olduğunuz için minnettarım. Sizden öğrenebileceklerim bir doktora süresine sığamayacak kadar çok. Bu tezi sadece bir başlangıç olarak görüyorum.

Tez önerisinden itibaren çalışmalarımızı takip eden, bilgi ve görüşlerini esirgemeyen, bize zaman ayıran Tez İzleme Komitesi hocalarım Prof. Dr. Ahmet Özmen ve Yrd. Doç. Dr. H. Kıvanç Aksoy'a çok teşekkür ederim.

Çalışmalarım sırasında moral desteğini, yardımlarını ve anlayışını esirgemeyen, kendiside bir doktora öğrencisi olmasına rağmen öncelikleri her zaman bana veren canım arkadaşım Arş. Gör. H.Serhan Yavuz'a bir ömür minnettar kalacağım. İyi ki varsın.

Üniversite hayatımın ilk gününden bu yana tanımaktan ve birlikte çalışmaktan mutlu olduğum arkadaşım Arş. Gör. Özer Özaydın'a yardımlarından dolayı çok teşekkür ediyorum. Manevi destekleriyle moralimi her zaman yüksek tutmamı sağlayan İstatistik ve Elektrik Elektronik Mühendisliği bölümündeki araştırma görevlisi arkadaşlarıma anlayış ve desteklerinden dolayı teşekkür ederim.

Ve hayattaki en değerlim, AİLEME, beni bugünlere getirdikleri, hiçbir fedakârlıktan kaçınmadıkları, tüm dertlerime ortak oldukları, zorlukları benimle paylaştıkları, bana her konuda destek oldukları ve güvendikleri için sonsuz teşekkür ediyorum. Hayattaki en büyük zenginliğim sizsiniz. Bu tezi, bugünleri görmesini en çok istediğim Canım BABAMA ithaf ediyorum. Sen hala içimde yaşamasaydın bu tez olmazdı.

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET</b> .....	v
<b>SUMMARY</b> .....	vi
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	vii
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	xiii
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....	xiv
<b>1. GİRİŞ</b> .....	1
<b>2. SONLU EVREN ORTALAMASININ KESTİRİCİLERİ</b> .....	8
2.1. En Küçük Kareler Kestiricisi .....	8
2.2. Sağlam Kestiriciler .....	9
2.2.1. L-Kestiriciler .....	9
2.2.1.1. Medyan.....	10
2.2.1.2. Trimmed Ortalama (Trimmed Mean).....	11
2.2.1.3. Winsorize Ortalama.....	13
2.2.1.4. Trimmed L (Trimmed L-TL) Ortalama.....	15
2.2.2. M-Kestiriciler .....	16
2.2.2.1. Uyarlanmış En Çok Olabilirlik Kestiricisi (Modified Maximum Likelihood Estimator-MML).....	17
Simetrik p ailesi için MML kestiricisi.....	17
Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım için MML Kestiricisi.....	18
2.2.2.2. Huber Kestiricileri.....	19
W24 Kestiricisi.....	20
BS82 Kestiricisi.....	21
2.2.3. R-Kestiricileri .....	21
Hodges-Lehmann Kestiricisi.....	21



## İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
<b>3. BASİT RASSAL ÖRNEKLEME .....</b>	<b>23</b>
3.1. Uzun Kuyruklu Simetrik Dağılımlar Ailesi .....	23
3.1.1. Süper Evrenin Uzun Kuyruklu Simetrik Dağılıma Sahip Olması Durumunda Sonlu Evren Ortalamasının EKK Kestiricileri .....	24
3.1.2. Süper Evrenin Uzun Kuyruklu Simetrik Dağılıma Sahip Olması Durumunda Sonlu Evren Ortalamasının Sağlam Kestiricileri ....	28
3.1.3. EKK kestiricisinin oransal etkinliği (Relative Efficiency-RE)....	30
3.1.4. Sonlu Evren Ortalaması $\bar{Y}_N$ 'in Kestiricilerin Monte-Carlo Simülasyonu ile Karşılaştırılması .....	31
3.2. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım. ....	35
3.2.1. $\sigma$ 'nın Bilinmesi Durumunda Sonlu Evren Modunun EKK Kestiricisi.....	35
3.2.2. $\sigma$ 'nın Bilinmesi Durumunda Sonlu Evren Modunun MML Kestiricisi .....	41
3.2.3. $\sigma$ 'nın Bilinmesi Durumunda Sonlu Evren Modunun Diğer Sağlam Kestiricileri .....	43
3.2.3.1. MML Dışındaki Sağlam Kestiriciler için Yanlılık Düzeltilmesi.....	44
Medyan.....	44
Trimmed Ortalama.....	45
Winsorized Ortalama.....	46
TL Ortalama.....	47
W24 ve BS82 Kestiricileri.....	48
Hodges-Lehmann Kestiricisi.....	48
3.2.3.2. Sonlu Evren Modunun Kestiriminde Kullanılan MML Dışındaki Sağlam Kestiricilerin MSE Değeri.....	49
3.2.4. $\sigma$ 'nın Bilinmemesi Durumunda Sonlu Evren Modunun Kestiricileri.....	54

## İÇİNDEKİLER (devam)

	<b><u>Sayfa</u></b>
3.3. İstatistiksel Sağlamlık.....	57
3.3.1. Uzun Kuyruklu Simetrik Dağılım.....	57
3.3.2. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım.....	62
<b>4. TABAKALI ÖRNEKLEME .....</b>	<b>66</b>
4.1. Uzun Kuyruklu Simetrik Dağılımlar Ailesi.....	67
4.1.1. Tabakalı Rassal Örneklemede Sonlu Evren Ortalamasının EKK Kestiricisi.....	67
4.1.2. Tabakalı Rassal Örneklemede Sonlu Evren Ortalamasının Sağlam Kestiricileri.....	71
4.2. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım.....	76
4.2.1. Tabakalı Rassal Örneklemede Sonlu Evren Modunun EKK Kestiricisi.....	76
4.2.2. Tabakalı Rassal Örneklemede Sonlu Evren Modunun Sağlam Kestiricileri.....	79
<b>5. KÜME ÖRNEKLEMESİ.....</b>	<b>84</b>
5.1. Uzun Kuyruklu Simetrik Dağılımlar Ailesi.....	84
5.2.1. İki Aşamalı Küme Örnekleme (Basit Küme Örnekleme).....	85
5.1.1.1. Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren parametrelerinin EKK kestiricileri.....	86
5.1.1.2. Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren parametrelerinin MML kestiricileri.....	93
5.1.1.3. Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren parametrelerinin diğer sağlam kestiricileri...	96
5.1.2. Üç Aşamalı Küme Örnekleme.....	112
5.1.2.1. Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren parametrelerinin EKK kestiricileri.....	113

## İÇİNDEKİLER (devam)

	<b><u>Sayfa</u></b>
5.1.2.2. Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren parametrelerinin MML kestiricileri.....	115
5.1.2.3. Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren parametrelerinin sağlam kestiricileri.....	117
5.1.3. $k$ -aşamalı Küme Örneklemesi.....	119
5.2. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılımı.....	121
5.2.1. İki Aşamalı Küme Örneklemesi.....	121
5.2.1.1. Süper evrenin dağılımının genelleştirilmiş lojistik olması durumunda sonlu evren parametrelerinin EKK kestiricileri.....	121
5.2.1.2. Süper evrenin dağılımının genelleştirilmiş lojistik olması durumunda sonlu evren parametrelerinin MML kestiricileri.....	124
5.2.1.3. Süper evrenin dağılımının genelleştirilmiş lojistik olması durumunda sonlu evren parametrelerinin diğer sağlam kestiricileri.....	127
5.2.2. Üç Aşamalı Küme Örneklemesi.....	137
5.2.3. $k$ -aşamalı Küme Örneklemesi.....	142
<b>6. UYGULAMA.....</b>	<b>145</b>
6.1. Türkiye’deki Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarının Tahmini.....	147
6.1.1. Basit Rassel Örneklemeye Yardımıyla Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarının Tahmini.....	148
6.1.2. Tabakalı Örneklemeye Yöntemiyle Türkiye’deki Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarının Tahmini.....	151
6.2. Türkiye’deki Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Verim Miktarının Tahmini.....	160

**İÇİNDEKİLER (devam)**

	<b><u>Sayfa</u></b>
6.2.1. Basit Rassal Örneklemeye Yardımıyla Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Verim Miktarının Tahmini.....	160
6.2.2. Tabakalı Örneklemeye Yöntemiyle Türkiye'deki Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Verim Miktarının Tahmini.....	162
6.3. Guava Meyvesi Üretimine İlişkin Verim Miktarının Tahmini .....	167
<b>7. SONUÇ VE ÖNERİLER.....</b>	<b>173</b>
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>182</b>

## ŞEKİLLER DİZİNİ

<b><u>Sekil</u></b>	<b><u>Sayfa</u></b>
2.1. $n=20$ için EKK kestiricisinde ağırlık değerleri.....	9
2.2. $n=20$ için medyan kestiricisinde ağırlık değerleri.....	11
2.3. $n=20$ için trimmed ortalamada ağırlık değerleri.....	13
2.4. $n=20$ için Winsorize ortalamada ağırlık değerleri.....	14
2.5. $n=20$ için TL-Ortalamada ağırlık değerleri.....	16
4.1. Tabakalı Rassal Örnekleme.....	67
5.1. İki Aşamalı Küme Örneklemesi.....	85
5.2. Üç Aşamalı Küme Örneklemesi.....	113
6.1. Türkiye'deki Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarı için Q-Q Grafiği	150
6.2. Doğu Anadolu Bölgesindeki Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarı için Q-Q Grafiği.....	154
6.3. Bölgelere Göre Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarına ait Q-Q Grafikleri.....	157
6.4. Türkiye'deki Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Verim Miktarı için Q-Q Grafiği.....	161
6.5. Bölgelere Göre Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Verim Miktarına ait Q-Q Grafikleri.....	164
6.6. Kümelere Göre Guava Meyvesi Verim Miktarına ait Q-Q Grafikleri....	171

## ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Cizelge</u>	<u>Sayfa</u>
1.1. İlgilenilen Parametre ve Örnekleme Prosedürleri ile Örnekleme Teorilerinin Sınıflandırılması.....	3
3.1. Uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren ortalamasının kestiricilerine ait MSE ve $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$ değerleri.....	33
3.2. Uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren ortalamasının kestiricilerine ait MSE ve $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$ değerleri (devam).....	33
3.3. Uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren ortalamasının kestiricilerine ait MSE ve $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$ değerleri (devam).....	34
3.4. Uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren ortalamasının kestiricilerine ait MSE ve $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$ değerleri (devam).....	34
3.5. $\psi'(b)$ ve $\psi(b)$ fonksiyon değerleri.....	37
3.6. Medyan Kestiricisine ait Yanlılık Miktarları.....	44
3.7. Trimmed Ortalama için Yanlılık Miktarları.....	46
3.8. Winsorize Ortalama için Yanlılık Miktarları.....	47
3.9. TL Ortalama için Yanlılık Miktarları.....	47
3.10. Huber Kestiricileri için Yanlılık Miktarları.....	48
3.11. Hodges-Lehmann Kestiricisi için Yanlılık Miktarları.....	49
3.12. Genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren modunun kestiricilerine ait MSE ve $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$ değerleri.....	52
3.13. Genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren modunun kestiricilerine ait MSE ve $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$ değerleri (devam).....	53

## ÇİZELGELER DİZİNİ (devam)

<u>Cizelge</u>	<u>Sayfa</u>
3.14. Genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren modunun kestiricilerine ait MSE ve $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$ değerleri (devam) .....	53
3.15. Genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren modunun kestiricilerine ait MSE ve $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$ değerleri (devam).....	54
3.16. Uzun kuyruklu simetrik dağılımda istatistiksel sağlamlık için elde edilen sonuçlar ( $n_h/N_h = 0,10$ ).....	61
3.17. Genelleştirilmiş Lojistik dağılımda istatistiksel sağlamlık için elde edilen sonuçlar ( $n_h/N_h = 0,10$ ).....	63
4.1. Uzun kuyruklu simetrik dağılım için tabakalı örnekleme sonuçları ( $n_h/N_h = 0,10$ ).....	75
4.2. Genelleştirilmiş lojistik dağılım için tabakalı örnekleme sonuçları ( $n_h/N_h = 0,10$ ).....	83
5.1a. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-1).....	100
5.1b. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-1).....	101
5.1c. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-1).....	101
5.1d. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-1).....	102
5.2a. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-2).....	102
5.2b. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-2).....	103
5.2c. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-2) .....	103
5.2d. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-2).....	104
5.3a. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-3) .....	104
5.3b. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-3) .....	105
5.3c. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-3) .....	105
5.3d. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-3) .....	106
5.4a. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-4) .....	106

## ÇİZELGELER DİZİNİ (devam)

<b><u>Çizelge</u></b>	<b><u>Sayfa</u></b>
5.4b. Simetrik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-4) .....	107
5.4c. Simetrik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-4) .....	107
5.4d. Simetrik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-4) .....	108
5.5a. Simetrik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-5) .....	108
5.5b. Simetrik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-5) .....	109
5.5c. Simetrik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-5) .....	109
5.5d. Simetrik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-5) .....	110
5.6a. Simetrik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-6) .....	110
5.6b. Simetrik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-6) .....	111
5.6c. Simetrik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-6) .....	111
5.6d. Simetrik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-6) .....	112
5.7. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-1).....	131
5.8. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-2).....	132
5.9. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-3).....	133
5.10. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-4).....	134
5.11. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-5).....	135
5.12. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım için Küme Örneklemesi Sonuçları (Model-6).....	136
6.1. Çeşitli Bitki Türleri için Biyoyakıt Verimi.....	146
6.2. Türkiye'deki Patates Üretimine İlişkin Ortalama Verim Miktarı Tahminleri.....	151
6.3. Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarına ait Evren Bilgileri.....	153
6.4. Tabakalara Göre Örneklem Büyüklükleri.....	153



## ÇİZELGELER DİZİNİ (devam)

<b><u>Çizelge</u></b>	<b><u>Sayfa</u></b>
6.5. Doğu Anadolu Bölgesindeki Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarı Tahminleri.....	155
6.6. Tüm Bölgeler için Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarı Tahminleri ve Yanlılık Değerleri.....	159
6.7. Türkiyede Patates Üretimine İlişkin Ortalama Verim Miktarı Tahminleri.....	160
6.8. Türkiye'deki Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Ortalama Verim Miktarı Tahminleri.....	162
6.9. Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Verim Miktarına ait Evren Bilgileri	163
6.10. Tabakalara Göre Örneklem Büyüklükleri.....	165
6.11. Tüm Bölgeler için Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Ortalama Verim Miktarı Tahminleri ve Yanlılık Değerleri.....	166
6.12. Türkiye için Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Ortalama Verim Miktarı Tahminleri.....	167
6.13. Guava Meyvesi Üretimine İlişkin Verim Miktarları (kg/ağaç).....	168
6.14. Seçilen 9 küme için Guava Meyvesi Verim Miktarı Ortalamaları.....	171
6.15. Guava Meyvesi Üretimine İlişkin Ortalama Verim Miktarı Tahminleri.....	172

## BÖLÜM 1

### GİRİŞ

İstatistiğin en önemli amacı varolan kısmi bilgi yardımıyla bilinmeyen evren parametrelerinin kestirilmesidir. Bu amaçla istatistiğin önemli bir dalı olan örneklemeden yararlanır. Örnekleme, bir evrenden rassal olarak seçilmiş ve daha az sayıda birimden oluşan bir örnekleme incelemek suretiyle, evren hakkında genel yargılara varma işlemidir (Serper ve Aytacı, 1988). Klasik örnekleme teorisinde amaç, hedef evrendeki birimler üzerinde tanımlanan bir rassal değişkenin tüm değerlerinin ortalaması, oranı vb. şeklinde tanımlanan sonlu evren parametrelerini tahmin etmektir. Örneklemeden elde edilen bilginin bilinmeyen evren parametrelerine genelleştirilmesi istatistiksel çıkarılmanın konusudur. Örneklemede sonlu evren parametrelerinin tahmini için iki yaklaşım söz konusudur (Pfeffermann, 1993; Renssen, 1998; Binder and Roberts, 2001; Thompson, 2002). Bunlardan birincisi tasarım temelli (design based) yaklaşım, diğeri ise model temelli (model based) yaklaşımdır.

**i) Tasarım Temelli Yaklaşım:** Tasarım temelli yaklaşımda sonlu evrenin elemanlarının sabit değerler olduğu düşünölmektedir. Bu yaklaşım, örnekleme tasarımlarıyla (olasılıklı örnekleme yöntemlerinin iadeli veya iadesiz olarak kullanımı) oluşturulan tekrarlı örneklemler üzerinden elde edilen örnekleme dağılımlarını kullanarak iyi özelliklere sahip kestiricilerin bulunmasıyla ilgilidir. Tasarım temelli yaklaşımda evrendeki birimler ilgilenilen değişken bakımından sabit değerler alır. Bu değişkenin dağılımına ilişkin herhangi bir varsayım bulunmamaktadır (Kovacevic, 2002).

Tasarım temelli yaklaşımda, özel bir örnekleme tasarımıyla  $N$  birimlik sonlu evrenden,  $n$  birimlik rassal bir örnekleme seçilir. Sonlu evren parametreleri hakkında yapılacak olan çıkarılma seçilen bu örnekleme üzerinden genelleştirilir. Ancak bu örnekleme sonlu evrenden seçilebilecek olan mümkün örneklemlerden sadece bir tanesidir. Herhangi bir örneklemin seçilme olasılığı, örneklemin tasarım şekliyle belirlenir. Örneğin Basit Rassal Örneklemede iadesiz seçimle  $N$  birimlik sonlu

evrenden  $n$  birimlik  $\binom{N}{n}$  kadar mümkün örneklem oluşturulabilir. Bu örneklemelerin seçilme olasılığı  $1/\binom{N}{n}$ 'dir. Farklı bir örneklem, farklı birimler kümesinden oluştuğu için her bir örneklem rassal bir sürecin meydana getirdiği değerler gibi görülür. Evren parametreleri için çıkarsama yapılırken örneklemin olasılık yapısı rassallığın tek kaynağıdır (Ott, 2007; Hartley and Sielken, 1975).

Tasarım temelli yaklaşımda, sonlu evrenden seçilebilecek  $n$  hacimli tüm mümkün örneklemelerin seçildiği varsayılır. Birbirinden farklı oluşturulabilecek tüm mümkün örneklemelerden evren parametresinin farklı bir kestiriminin elde edildiği düşünülür. Tüm mümkün örneklemelerden elde edilen kestirimlerin dağılımı, bilinmeyen evren parametreleri hakkında çıkarsama yapmak için temel bir dağılım sağlar. Bu temel dağılım ilgilenilen kestiricinin örnekleme dağılımı olarak adlandırılır (Hartley and Sielken, 1975; Ott, 2007). Tasarım temelli çıkarsamada elde edilen kestiricinin yansız bir kestirici olması önemlidir.

**ii) Model Temelli Yaklaşım:** Sonlu evren parametrelerinin kestirimi için kullanılan diğer yaklaşım ise model temelli yaklaşımdır. Daha güncel olan bu yaklaşımda süper evren modeli önemli bir rol oynar. Süper evren modeli ilk kez Deming ve Stephan (1941) tarafından verilmiştir. Model temelli yaklaşımda sonlu evrenin, süper evren olarak adlandırılan hipotetik bir evrenden rassal olarak seçildiği varsayılır (Cochran, 1946). Model temelli yaklaşımda örneklemin seçilmesi iki aşamada gerçekleşir (Hartley and Sielken, 1975; Korn and Graubard, 1998; Graubard and Korn, 2002).

**Adım 1:** Sonsuz süper evrenden  $N$  hacimli büyük bir örneklem seçilir. Bu büyük örneklem sonlu evrendir. Gerçekte Adım1 hayali bir adımdır. Sonlu evrenin elemanlarının süper evren tarafından üretildiği varsayılır.

**Adım 2:** Adım 1'de seçilen  $N$  hacimli sonlu evrenden  $n$  hacimli bir örneklem seçilir.

Adım 2’de ilk adıma bağlı olarak sonlu evrenden daha az birim içeren bir örneklem seçilir. Bu nedenle model temelli çıkarsamada örneklem, sonlu evren elemanlarının bir alt kümesidir. Çıkarsama gözlemlenen örnekleme dayandırılarak yapılır. Bir başka deyişle, seçtiğimiz örneklem ilgilendiğimiz evreni en uygun biçimde temsil eder ve çıkarsama yaparken örneklem tasarımının rassal yapısı gözönünde bulundurulmaz. Bu yaklaşımda örneklem verisinin önerilen modele uygun olup olmadığının kontrol edilmesi önemlidir. Çıkarsamanın dayandırıldığı olasılık dağılımı, süper evren modeli tarafından üretilen sayısız sonlu evrenle tanımlanır (Stanek, 2000; Mukhopadhyay, 2003; Ott, 2007).

Model temelli yaklaşımda, hem sonlu evren parametreleri hem de sonsuz süper evren model parametreleri için çıkarsama yapılabilir (Deming, 1953; Godambe and Thompson, 1986). Bu yaklaşımda, tasarım temelli yaklaşımda olduğu gibi sonlu evren parametresi için çıkarsama yapılırken, örneklemin seçildiği zamanla ilgilenilir. Sonlu evrenin birimlerini yaratan süper evren modelinin zamana göre değiştiği varsayılır, bu yüzden örneklem seçildikten sonra genellikle evren farklı olacaktır.

Örnekleme alanında kullanılan bu iki çıkarsama yaklaşımı, ilgilenilen parametre tahminine göre aşağıdaki gibi sınıflandırılabilir (Hartley and Sielken, 1975).

**Çizelge 1.1.** İlgilenilen Parametre ve Örnekleme Prosedürleri ile Örnekleme Teorilerinin Sınıflandırılması

<i>İlgilenilen Parametre</i>	<i>Örnekleme Prosedürü</i>	
	<b>Sabit sonlu evrenden tekrarlı örnekleme yoluyla</b>	<b>Sonsuz süper evrenden iki aşamalı örnekleme yoluyla</b>
<b>Sonlu evren parametreleri</b>	Klasik sonlu evren örnekleme teorisi	Sonlu evren için süper evren teorisi
<b>Sonsuz süper evren parametreleri</b>	Mümkün değil	İki aşamalı örnekleme yoluyla süper evren parametrelerinin çıkarsanması

Çizelge 1.1’den görüldüğü gibi süper evren modeli kullanılarak hem sonlu evren hem de süper evren parametreleri tahmin edilebilir. Ancak tasarım temelli yaklaşımda

sadece sonlu evren parametreleri tahmin edilebilmektedir. Örnekleme alanında süper evren yaklaşımı genellikle kestiricileri ve örnekleme tasarımlarını değerlendirmek (Cochran, 1939; Cochran, 1946; Ericson, 1969; Scott and Smith, 1969; Hartley and Sieltken, 1975; Cassel et al., 1977; Isaki and Fuller, 1982), ölçüm hatalarını (Sarndal et al., 1992) ve eksik verileri hesaba katmak (Little and Rubin, 1987) amacıyla kullanılmıştır.

Örnekleme yöntemleri ile ilgili olarak yapılan çalışmalarda, parametre kestirimi konusu oldukça önemli bir yer tutmaktadır. Yapılan çalışmalar genellikle kestiricilerin etkinliklerinin artırılmasını amaçlamaktadır. Veri yapısına uygun olan örnekleme yöntemi ile birlikte, etkin sonuçlar veren bir kestiricinin kullanılması kestirim sonuçlarının daha iyi olmasını sağlamaktadır. Örnekleme alanında sonlu evren parametrelerini kestirmek için geleneksel olarak En Küçük Kareler (EKK) kestiricileri kullanılmaktadır. Ancak EKK kestiricileri, sadece normal dağılım varsayımı altında etkin kestiricilerdir (Tiku and Akkaya, 2004). Bununla birlikte, uygulamada karşılaşılan farklı problemlerde rassal değişkenlerin normal dağılıma sahip olmadığı görülmüştür (Pearson and Adyanthaya, 1929; Pearson, 1932; Scheffe, 1959). Normal olmayan dağılımlar için EKK kestiricisinin etkinliği son derece düşüktür.

Ayrıca istatistiksel veri analizinde ilgilenilen veri kümesi her zaman istenilen yapıdaki değerlerden oluşmaz. Veri setindeki bir veya birkaç değer, verinin geri kalan kısmından büyük farklılıklar gösterebilir. Aykırı değer olarak adlandırılan bu verilerin nasıl belirleneceği, nasıl analiz edileceği istatistikte ayrı bir inceleme konusu olmuştur. Aykırı değerler dağılımın şeklini değiştirmekte ve bu dağılıma bağlı olarak yapılacak kestirimlerin etkinliğini azaltmaktadır.

Aykırı değerler, çeşitli değişkenlik kaynakları yüzünden ortaya çıkabilirler. İlk değişkenlik kaynağı, verinin doğal yapısıdır. Verinin doğasından kaynaklanan değişkenlik kontrol edilemez ve veriyi doğru olarak oluşturmayı açıklayan bir temel modelin dağılımsal özelliklerini yansıtır. Diğer bir değişkenlik kaynağı ölçüm hatasıdır. Ölçüm hatasından kaynaklanan değişkenlik, genellikle çalışmadaki birimlerden fiziksel ölçümler alınması durumunda ölçme aracındaki yetersizlikler nedeniyle ortaya çıkar.

Elde edilen verinin yuvarlanması, kaydedilmesindeki hatalar, ölçme hatalarını oluşturan nedenlerdir. Bu tip değişkenliğin kontrolü bir dereceye kadar mümkündür (Barnett and Levis, 1994).

Çoğu klasik istatistik yöntemleri için aykırı gözlem olarak adlandırılan çeşitli hata değerlerinin varolması, yöntemlerin uygulanması konusunda ciddi sorunlar yaratmaktadır. Özellikle normal dağıldığı varsayılan veri kümesinde bulunan aykırı değerler, model varsayımlarının sağlanması konusunda ciddi problemlere yol açmaktadır. İstatistiksel modelin dayandığı varsayımların sağlanmaması durumunda veya veri setinde aykırı değer bulunması durumunda En Küçük Kareler (EKK) kestiricisi tatmin edici sonuçlar vermemektedir. Bu gibi durumlarda, aykırı değerlerden ve modelden sapmalardan etkilenmeyen sağlam (robust) kestiriciler tercih edilir. Sağlam kestiriciler, verideki aykırı değerlerden ve varsayılan modelden sapmalardan etkilenmeyen kestiricilerdir (Tiku, et al., 1986).

Sağlamlık (robustness) teorisi model bozulmalarına konu olan sorunların çözümü ile doğrudan ilgilidir. Bir sağlam yöntemin, varsayılan model için olumlu sonuçlar vermesinin yanısıra varsayılan modelden sapmalar olması durumunda da tatmin edici sonuçlar verdiği bilinmektedir. İstatistiksel anlamda ilk kez 1963 yılında Box tarafından kullanılan sağlamlık kelimesi, varsayımlara bağlı olmayan, özellikle normallik varsayımına duyarsız yaklaşımlar olarak tanımlanmıştır (Stigler, 1973). Sağlam yöntemlerden genellikle parametre kestirimi konusunda yararlanılmaktadır.

Bu çalışmada, örnekleme alanında sonlu evren parametrelerinin kestirimi için sıkça kullanılan EKK kestiricilerinin, normallik varsayımının sağlanmadığı durumdaki etkinlikleri araştırılmıştır. Geleneksel olarak sonlu evren ortalaması  $\bar{Y}_N$ 'yi tahmin etmek için örneklem ortalaması  $\bar{y}_n$  kullanılır. Örneklem ortalaması  $\bar{y}_n$  sadece Normal dağılım için etkin bir kestiricidir (Tiku and Akkaya, 2004). Normal dağılım koşulunun sağlanmaması durumunda veya veri setinde aykırı değer bulunması durumunda EKK kestiricileri etkin olma özelliklerini kaybederler. Bu durumlarda varsayımlardan sapmalardan ve aykırı değerlerden etkilenmeyen sağlam kestiricilerin kullanılması

gerekmektedir. Bu çalışmada, çeşitli örnekleme yöntemlerinde, sonlu evren parametre tahminleri için farklı kestiriciler etkinlikleri bakımından karşılaştırılacağından, süper evren modeli benimsenmiştir. Yapılan çalışmanın bir bütünlük taşıması ve uygulamada karşılaşılabilecek bir çok problemi kapsaması için, süper evrenin dağılımının simetrik ve çarpık olduğu iki farklı durum ele alınmıştır. Simetrik durum için, uygulamada karşılaşılan simetrik dağılımların büyük bir kısmını kapsayan uzun kuyruklu simetrik aile, çarpık durum için ise şekil parametresinin farklı değerlerine göre çarpıklığının yönü değişen genelleştirilmiş lojistik dağılım gözönünde bulundurulmuştur. Süper evrenin bu dağılımlara sahip olması durumunda sonlu evren parametrelerinin sağlam kestiricileri bulunarak, kestiricilerin etkinlikleri Ortalama Hata Kare (Mean Square Error-MSE) kriterine göre karşılaştırılmıştır. Şekil parametresi, örneklem hacmi ve örnekleme oranının farklı değerleri için elde edilen etkinlik değerlerine göre, hangi kestiricinin daha etkin sonuçlar verdiği belirlenmiştir.

Örnekleme yöntemlerinde, kestiriciler ile ilgili olarak yapılan çalışmalarda genellikle aşağıda tanımlanan ölçütler kullanılmaktadır. Kestiricilerin karşılaştırılmasında kullanılan temel özelliklerden biri yansızlık özelliğidir. Yansız bir kestirici aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$E(\hat{\theta}) = \theta \text{ ya da } E(\hat{\theta} - \theta) = 0.$$

Bu durumda  $\hat{\theta}$  kestiricisinin  $\theta$  parametresinin yansız bir kestiricisi olduğu ifade edilir. Kestiricileri karşılaştırırken kullanılan en önemli kriterlerden biri de MSE'dir. MSE değeri bir kestiricinin hem yanlılığına hemde varyansına bağlıdır. Bu nedenle bilimsel çalışmalarda sıkça kullanılan bir özelliktir. Kestiricinin yansız olduğu durumda MSE değeri sadece kestiricinin varyansına eşit olacaktır. Yansız kestiriciler arasında varyansı daha küçük olan kestirici her zaman daha etkindir. Bu durum genelleştirildiğinde iki kestiriciden MSE'si daha küçük olan kestirici daha etkindir.  $\hat{\theta}$  kestiricisi için MSE aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$MSE(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2$$

Bu çalışmanın ilerleyen kısımlarında farklı örnekleme yöntemleri için sonlu evren parametrelerine ait kestiricilerin birbirlerine olan üstünlüklerini belirlemek amacıyla MSE kriteri kullanılacaktır. Yine, ilerleyen paragraflarda kullanılacak olan evren ifadesi, sonlu evreni temsil edecektir. Aksi belirtilmedikçe çalışmada evren kelimesi geçtiğinde, sonlu evren olduğu anlaşılmalıdır.

Çalışmanın İkinci Bölümü'nde, sonlu evren ortalamasının EKK kestiricisi ve diğer sağlam kestiricileri hakkında temel bilgiler verilecektir.

Üçüncü Bölüm'de süper evrenin uzun kuyruklu simetrik ve genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda Basit Rassal Örnekleme yöntemi için sonlu evren parametre kestiricileri karşılaştırılacaktır.

Dördüncü Bölüm'de Tabakalı Örnekleme yöntemi için sonlu evren parametre kestiricileri karşılaştırılacaktır.

Beşinci Bölüm'de ilk olarak Basit (İki Aşamalı) Küme Örnekleme yönteminde sonlu evren toplamı ve ortalamasının kestiricileri belirlenecek ve yukarıda sözü edilen özellikler bakımından karşılaştırılacaktır. Benzer olarak 3 Aşamalı ve  $k$ -Aşamalı küme örnekleme için sonuçlar elde edilecek ve genelleştirme yoluna gidilecektir.

Çalışmanın Altıncı Bölümü uygulama bölümüdür. Uygulamanın ilk iki bölümünde basit rassal örnekleme ve tabakalı örnekleme yöntemlerinden yararlanılarak, biyoyakıt üretimi için elverişli olan şekerpancarı ve patates bitkilerinin Türkiye'deki ortalama verimliliği tahmin edilmeye çalışılacaktır. Uygulamanın son bölümünde ise Hindistan'da yetiştirilen tropikal bir meyvenin (guava) üretim verimliliği, küme örnekleme yöntemi yardımıyla tahmin edilmeye çalışılacaktır.

Son olarak çalışmadan elde edilen sonuçlara ve bazı önerilere Yedinci Bölümde yer verilmiştir.



## BÖLÜM 2

### SONLU EVREN ORTALAMASININ KESTİRİCİLERİ

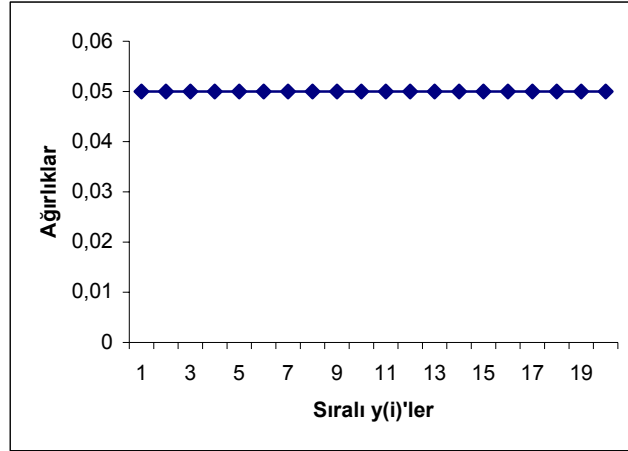
İstatistiğin bir çok alanında olduğu gibi, örnekleme alanında da EKK kestiricisi, en çok kullanılan kestiricidir. Bu kısımda sonlu evren ortalaması  $\bar{Y}_N$ 'nin tahmininde yaygın olarak kullanılan EKK kestiricisi ile aykırı değerlerden ve modelden sapmalardan daha az etkilenen sağlam kestiriciler ele alınacaktır. İlk olarak EKK kestiricisi açıklanacak ve daha sonra hesaplanış biçimlerine göre L, M ve R kestiricileri olarak adlandırılan sağlam kestiriciler üzerinde durulacaktır. Sağlam kestiricilerin uygulamada sıkça kullanılan bazı özel halleri tanıtılarak, ilerleyen bölümlerde bu kestiriciler yardımıyla sonlu evren parametreleri tahmin edilecektir.

#### 2.1. En Küçük Kareler Kestiricisi

Aritmetik ortalama olarak bilinen EKK kestiricisi istatistikte yaygın olarak kullanılan ve çok iyi bilinen bir kestiricidir.  $y_1, y_2, \dots, y_n$ ,  $n$  birimlik bir örneklem olsun. Bu durumda sonlu evren ortalamasının EKK kestiricisi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.1)$$

Örneklem ortalaması olarak bilinen ve (2.1) eşitliğinde verilen EKK kestiricisi hesaplanışındaki basitlik nedeniyle bir çok alanda kullanılmaktadır. EKK kestiricisi örneklemdeki tüm birimlere  $1/n$  ağırlığının verildiği ağırlıklı bir ortalamaadır.



Şekil 2.1.  $n=20$  için EKK kestiricisinde ağırlık değerleri

EKK kestiricisi normal dağılım varsayımı altında tam etkin kestiricidir. Ancak veri setinde aykırı değerler bulunduğu ya da veriler normal dağılıma sahip olmadığında EKK kestiricisi, en iyi kestirici olma özelliğini kaybeder.

## 2.2. Sağlam Kestiriciler

Sağlam kestiriciler, hesaplanmış biçimlerine göre L-kestiriciler, R-kestiriciler ve M-kestiriciler olarak üç gruba ayrılır. Herbir kestirici, aşağıdaki alt bölümlerde ayrıntılarıyla açıklanmıştır. Daha sonra bu kestirici tiplerinin uygulamada sıkça kullanılan bazı özel şekilleri ayrıntılarıyla açıklanacaktır.

### 2.2.1. L-Kestiriciler

İlk olarak Daniel (1920) tarafından önerilen L-kestiricileri sıra istatistiklerinin doğrusal kombinasyonları olarak tanımlanmaktadır (Hoaglin and Mosteller, 1983).

$y_{(1)} \leq y_{(2)} \leq \dots \leq y_{(n)}$   $n$  büyüklüğünde bir örneklemin sıra istatistikleri ve  $a_1, a_2, \dots, a_n$  gerçel sayılar olmak üzere ( $0 \leq a_i \leq 1$ ;  $i=1, 2, \dots, n$ ) bir L-kestiricisi aşağıdaki biçimde tanımlanır.

$$T = \sum_{i=1}^n a_i y_{(i)} \quad (2.2)$$

Burada  $a_1, a_2, \dots, a_n$  katsayılarının  $\sum_{i=1}^n a_i = 1$  koşulunu sağlaması gerekmektedir.

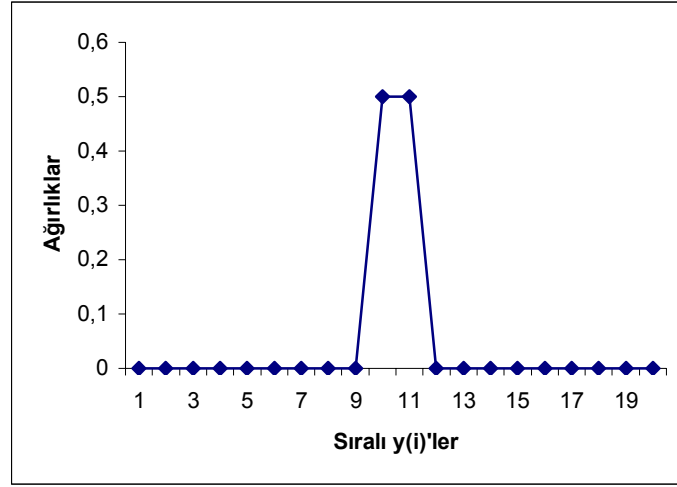
L-kestiricilerin en yaygın özel halleri örneklem ortalaması, medyanı, trimmed (trimmed) ve winsorize ortalamalarıdır. Örneğin,  $n$  büyüklüğündeki bir örneklemin ortalaması bütün ağırlıkları  $1/n$  olan sıra istatistiklerinin doğrusal kombinasyonu olarak ifade edilebilir. Bu durumda örneklem ortalaması bir L-kestiricisidir. Örneklem medyanı benzer olarak  $n$  örneklem hacmine bağlı olarak bir veya iki sıra istatistiğinin katsayısı dışındaki tüm katsayıların sıfır olduğu bir L-kestiricisi durumudur. L-kestiricileri hesaplama bakımından oldukça basittir (Hoaglin and Mosteller, 1983).

### **2.2.1.1. Medyan**

Medyan, bir veri setinde sadece ortadaki bir veya iki gözlemin farklı ağırlıklandırıldığı diğer tüm gözlem değerlerine sıfır ağırlığının verildiği bir L-kestiricisidir. Medyan örneklem hacmi  $n$  tek sayı olduğunda merkezi sıra istatistiği,  $n$  çift sayı olduğunda iki merkezi sıra istatistiğinin ortalamasıdır.

$$Medyan = \begin{cases} y_{(M+1)} & , \quad n = 2M + 1 \\ \frac{y_{(M)} + y_{(M+1)}}{2} & , \quad n = 2M \end{cases} \quad (2.3)$$

$n=20$  birimlik bir örneklem için medyanın hesaplanılmasında kullanılan ağırlıklar Şekil 2.2'de verilmiştir.



Şekil 2.2.  $n=20$  için medyan kestiricisinde ağırlık değerleri

### 2.2.1.2. Trimmed Ortalama (Trimmed Mean)

Veri setinde aykırı değer bulunması durumunda evren ortalamasının tahmininde kullanılabilir bir diğer kestiricide trimmed ortalamadır. Bir trimmed ortalama,  $n$  birimlik örneklemden her iki ucundan belli oranlarda gözlem değerlerinin atılmasından sonra hesaplanan ortalama olarak tanımlanır. Örneğin, örneklem büyüklüğü 10 olduğunda %20 trimmed ortalama örneklemin iki en büyük ve iki en küçük değeri atıldıktan sonra geriye kalan 6 değerlerin ortalamasıdır. Özel olarak örneklem ortalaması %0 trimmed ortalama, örneklem medyanı ise  $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2n}\right)$  oranında trimmed bir ortalamadır (Hoaglin and Mosteller, 1983).

$y_{(1)} \leq y_{(2)} \leq \dots \leq y_{(n)}$  sıra istatistikleri olmak üzere  $(\alpha, 1 - \beta)$  trimmed ortalama aşağıdaki eşitlikle tanımlanır.

$$T_n = T_n(l_n, u_n) = \frac{1}{u_n - l_n} \sum_{i=l_n+1}^{u_n} y_{(i)} \quad (2.4)$$

Burada,  $[\cdot]$  en büyük tam sayı fonksiyonu olmak üzere,

$l_n = [n\alpha]$ , sıralı verilerin alt ucundan atılacak terim sayısını,

$u_n = [n\beta]$  ise üst ucundan atılacak terim sayısını göstermektedir (Olive, 2005).

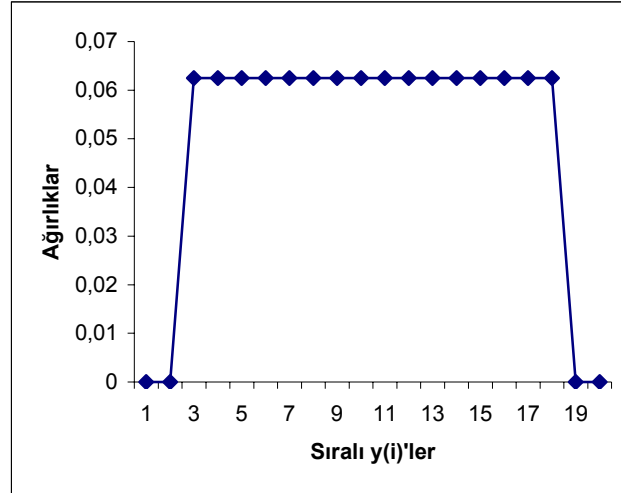
Genellikle kuyrukların ağırlıklarına bağlı olarak  $0 \leq \alpha, 1 - \beta \leq 0,25$  olarak alınır. Eğer  $\alpha = 1 - \beta$  ise trimmed ortalama,  $(\alpha)$  trimmed ortalama olarak adlandırılır. Bu durumda  $(\alpha)$  trimmed ortalama aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$T_n = \sum_{i=1}^n w_i Y_{(i)} \quad (2.5)$$

(2.5) eşitliğindeki  $w_i$  ağırlık fonksiyonu,

$$w_i = \begin{cases} 0 & ; i \leq l_n \text{ veya } i \geq n - (l_n - 1) \\ \frac{1}{n - 2l_n} & ; l_n + 1 \leq i \leq n - l_n \end{cases}$$

olarak tanımlanır. 20 birimlik örnekleme  $\alpha = 0,10$  trimmed ortalama için verilecek ağırlıklar Şekil 2.3'de yer almaktadır. Şekil 2.3'ten de görülebileceği gibi 20 birimlik örneklem için  $\alpha = 0,10$  trimmed ortalama her iki uçtaki 2'şer gözleme sıfır ağırlık verilmektedir.



Şekil 2.3.  $n=20$  için trimmed ortalamada ağırlık değerleri

### 2.2.1.3. Winsorize Ortalama

Veri setinde aykırı değerler bulunduğu zaman evren ortalamasının diğer bir sağlam kestiricisi Winsorize ortalamadır. Winsorize ortalama, örnekleme alanında ilk kez 1993 yılında Rivest tarafından sadece en küçük ve en büyük gözlemler için uygulanmıştır. Trimmed ortalama ve winsorize ortalama örneklemedeki uç değerlerin etkisini azaltmak için kullanılır. Trimmed ortalama, verinin dağılımının kuyruklarını yok eder. Bu durum bilgi kaybına neden olmaktadır. Özellikle örneklem hacmi küçük olduğunda bu bilgi kaybından kaçınmak gerekir. Winsorize ortalama trimmed ortalamaya benzerdir, ancak Winsorize ortalamada verinin uç kısımları atılmaz. Winsorize ortalama en küçük  $l_n$  tane gözlemi ( $l_n + 1$ )'inci gözlemlerle, en büyük ( $n - u_n$ ) tane gözlemi ise  $u_n$ 'inci gözlemlerle değiştirir. Genel olarak Winsorize ortalama aşağıdaki gibi tanımlanır.

$Y_{(1)} \leq Y_{(2)} \leq \dots \leq Y_{(n)}$  sıra istatistikleri olmak üzere  $(\alpha, 1 - \beta)$  Winsorize ortalama,

$$W_n = W_n(l_n, u_n) = \frac{1}{n} \left\{ l_n Y_{(l_n+1)} + \sum_{i=l_n+1}^{u_n} Y_{(i)} + (n - u_n) Y_{(u_n)} \right\} \quad (2.6)$$

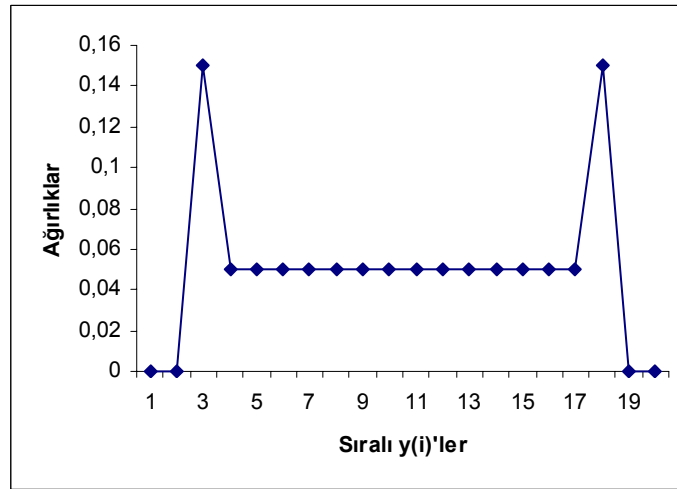
şeklinde tanımlanır. Burada  $[\cdot]$  en büyük tam sayı fonksiyonu olmak üzere,  $l_n = [n\alpha]$  ve  $u_n = [n\beta]$ 'dir. Winsorize ortalama içinde, trimmed ortalama olduğu gibi kuyrukların ağırlıklarına bağlı olarak genellikle  $0 \leq \alpha$  ve  $1 - \beta \leq 0,25$  olacak biçimde seçilir. Eğer  $\alpha = 1 - \beta$  ise Winsorize ortalama,  $(\alpha)$  Winsorize ortalama olarak adlandırılır. Bu özel durumda Winsorize ortalama aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$W_n(\alpha) = \sum_{i=1}^n w_i Y_{(i)} \quad (2.7)$$

Eşitlik (2.7)'de tanımlanan  $W_n(\alpha)$  için  $w_i$  ağırlık fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$w_i = \begin{cases} 0 & ; i \leq l_n \text{ veya } i \geq n - (l_n - 1) \\ \frac{l_n + 1}{n} & ; i = l_n + 1 \text{ veya } i = n - l_n \\ \frac{1}{n} & ; l_n + 2 \leq i \leq n - (l_n + 1) \end{cases}$$

Şekil 2.4'de,  $n=20$  birimlik örnekleme  $\alpha = 0,10$  Winsorize ortalama için ağırlıklar verilmiştir.



Şekil 2.4.  $n=20$  için Winsorize ortalama için ağırlık değerleri

Şekil 2.4'den de görüldüğü gibi 20 birimlik örnekleme  $\alpha = 0,10$  winsorize ortalama için uçlardaki iki değer, kendilerine en yakın olan değer ile değiştirildiğinden alt ve üst uçtaki üçüncü gözlemlerin ağırlıkları diğerlerinin üç katıdır.

#### **2.2.1.4. Trimmed L (Trimmed L-TL) Ortalama**

Elamir ve Seheult (2003) tarafından önerilen TL ortalama, diğer L kestiricileri gibi sıra istatistiklerinin doğrusal kombinasyonları biçiminde tanımlanmaktadır. TL-ortalama olarak ifade edilen trimmed-L ortalama aşağıdaki biçimde tanımlanmaktadır.

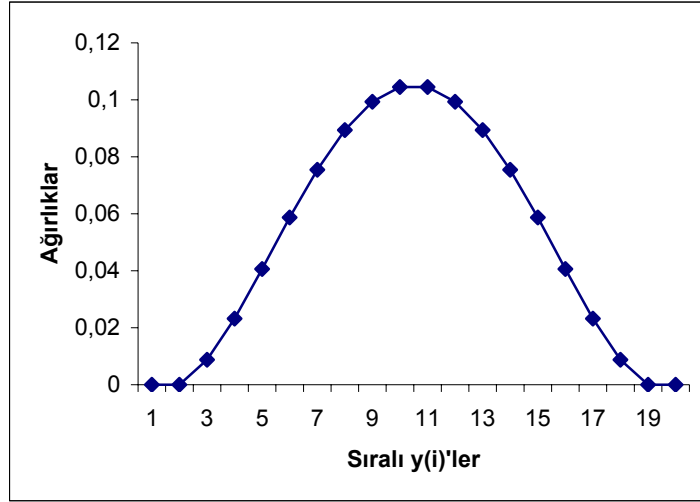
$$\hat{\mu}_{TL} = \sum_{i=1}^n w_i Y_{(i)} \quad (2.8)$$

$l_n = [n\alpha]$  olmak üzere ağırlık fonksiyonu;

$$w_i = \begin{cases} \frac{\binom{i-1}{l_n} \binom{n-i}{l_n}}{\binom{n}{2l_n+1}} & ; \quad l_n + 1 \leq i \leq n - l_n \\ 0 & ; \quad \text{d.d.} \end{cases}$$

TL-ortalama, hem hesaplanma hem de uç gözlemlerin ihmal edilmesi bakımından trimmed ortalamaya benzerdir. Aralarındaki en temel fark, trimmed ortalamanın gözönünde bulundurulan tüm gözlemlere eşit ağırlık vermesi, TL-ortalamanın ise medyana yakın olan gözlemlere daha büyük ağırlıklar vermesidir (Leonowicz et al., 2005).





Şekil 2.5.  $n=20$  için TL-Ortalamada ağırlık değerleri

Şekil 2.5.'den görüldüğü gibi  $n=20$  ve  $\alpha = 0,10$  için hesaplanacak TL-ortalamada herbir gözleme verilmesi gereken ağırlık farklıdır. Bu ağırlıklar örneklem hacmine ve  $l_n$  değerine bağlı olarak değişmektedir.  $l_n=0$  olması durumunda TL-ortalama, örneklem ortalamasına dönüşür.

### 2.2.2. M-Kestiriciler

İstatistiksel çalışmalarda kullanılan bir çok kestirici aslında belirli bir amaç fonksiyonunun minimize edilmesini sağlar. M-kestiricileri, minimax prensibine dayanan sağlam kestiricilerdir (Huber, 1964, 1981; Hlavka, 2000; Shevlyakov and Vilchevski, 2000)

$y_1, y_2, \dots, y_n$ ,  $f(y-\theta)$  olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip bir dağılımdan  $n$  birimlik rassal örneklem olsun. Burada  $\theta$  konum parametresi ve  $\rho(\cdot)$  negatif olmayan amaç fonksiyonu olmak üzere,

$$\hat{\theta}_n = \arg \min_{\theta} \sum_{i=1}^n \rho(y_i - \theta) \quad (2.9)$$

en küçükleme (minimizasyon) probleminin çözümü sonlu evren ortalamasının M-kestiricisi olarak adlandırılır (Huber, 1972, 1981). Burada  $\rho(y_i - \theta)$ ,  $\theta$  merkezi ile  $y_i$  değerleri arasındaki farkın ölçüsüdür. Örneğin  $\rho(u) = u^2$  olarak seçildiğinde EKK kestiricisi;  $\rho(u) = |u|$  olarak seçildiğinde En Küçük Mutlak Değer kestiricisi;  $\rho(u) = -\log f(u)$  olarak seçildiğinde ise En Çok Olabilirlik kestiricisi elde edilir.

(2.9) eşitliğinde verilen denklemi doğrudan çözmek oldukça zordur. (2.9) denklemini minimize etmek için türevi alınarak sifıra eşitlendiğinde, evren ortalaması  $\bar{Y}_N$ 'nin M kestiricisi (2.10) eşitliğindeki gibi elde edilir.

$$\sum_{i=1}^n \psi(y_i - \theta) = 0 \quad (2.10)$$

Burada  $\psi(u) = \frac{d}{du} \rho(u)$  skor fonksiyonu olarak adlandırılır (Huber, 1964; Huber, 1981).

### **2.2.2.1. Uyarlanmış En Çok Olabilirlik Kestiricisi (Modified Maximum Likelihood Estimator-MML)**

Bu çalışmada ele alınan ve süper evrenin dağılımına bağlı olarak değişen tek kestirici Uyarlanmış En Çok Olabilirlik (MML) kestiricisidir.

#### **Simetrik $p$ ailesi için MML kestiricisi**

Süper evrenin dağılımının simetrik ailenin bir üyesi olduğu durumda MML kestiricisi aşağıdaki gibidir (Tiku and Akkaya, 2004).

$$\hat{\mu} = \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i y^{(i)}}{m} ; \quad \hat{\sigma} = \frac{\left\{ B + \sqrt{(B^2 + 4nC)} \right\}}{2\sqrt{n(n-1)}} \quad (2.11)$$

Burada  $k = 2p - 3$  olmak üzere,

$$B = \frac{2p}{k} \sum_{i=1}^n \alpha_i y_{(i)}, \quad C = \frac{2p}{k} \sum_{i=1}^n \beta_i (y_{(i)} - \hat{\mu})^2$$

$$\beta_i = \frac{1 - (1/k)t_{(i)}^2}{[1 + (1/k)t_{(i)}^2]^2}, \quad \alpha_i = \frac{(2/k)t_{(i)}^3}{[1 + (1/k)t_{(i)}^2]^2}, \quad m = \sum_{i=1}^n \beta_i, \quad t_{(i)} = E(z_{(i)}) \text{ 'dir.}$$

$t_{(i)}$  değerleri simetrik aileden gelen standartlaştırılmış sıra istatistiklerinin beklenen değerleridir.  $t_{(i)}$  değerleri farklı büyüklükteki  $n$  değerlerine ve  $p$  şekil parametresinin aldığı değere göre değişmektedir. Sıra istatistikleri birbirine bağımlı olduğundan herbir sıra istatistiğinin beklenen değerinin belirlenmesi oldukça zor bir işlem gerektirir. Ancak  $p=2(0,5)10$ ,  $n \leq 20$  için Tiku ve Kumra (1981) ve  $p=1,5$  ve  $n \leq 20$  Vaughan (1992) tarafından tablolaştırılmıştır.

### **Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım için MML Kestircisi**

Genelleştirilmiş lojistik dağılım için MML kestiricileri aşağıdaki gibidir (Tiku et al., 1986).

$$\hat{\mu} = \hat{\mu} + \frac{\Delta}{m} \hat{\sigma}, \quad \hat{\sigma} = \frac{\{B + \sqrt{(B^2 + 4nC)}\}}{2\sqrt{n(n-1)}} \quad (2.12)$$

Burada;

$$\hat{\mu} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \beta_i y_{(i)}, \quad B = (b+1) \sum_{i=1}^n \Delta_i (y_{(i)} - \hat{\mu}), \quad C = (b+1) \left( \sum_{i=1}^n \beta_i y_{(i)}^2 - m \hat{\mu}^2 \right)$$

$$\Delta_i = \frac{1}{b+1} - \alpha_i, \quad \Delta = \sum_{i=1}^n \Delta_i, \quad \alpha_i = \frac{(1 + e^t + te^t)}{(1 + e^t)^2}, \quad m = \sum_{i=1}^n \beta_i; \quad \beta_i = \frac{e^t}{(1 + e^t)^2}, \quad t = t_{(i)} \text{ 'dir.}$$

$t_{(i)}$  değerleri genelleştirilmiş lojistik aileden gelen standartlaştırılmış sıra istatistiklerinin beklenen değerleridir.  $t_{(i)}$  değerleri farklı büyüklükteki  $n$  değerlerine ve  $b$  şekil parametresinin aldığı değerlere göre değişmektedir. Sıra istatistikleri birbirine bağımlı olduğundan her bir sıra istatistiğinin beklenen değeri ve varyans-kovaryans değerlerinin belirlenmesi oldukça fazla bir hesap yükü gerektirir. Bu değerler,  $b=1(0,5)5, 6, 7, 8, n \leq 15$  için tablolaştırılmıştır (Balakrishnan and Leung, 1988). Ancak  $t_{(i)}$  değerleri aşağıdaki gibi yaklaşık olarak da belirlenebilmektedir.

$$t_{(i)} = E(z_{(i)}) = -\ln(q_i^{-1/b} - 1), \quad q_i = \frac{i}{n+1}$$

Yaklaşık olarak belirlenen bu değerler ile  $t_{(i)}$ 'nin kesin değerleri arasındaki fark örneklem hacmi arttıkça azalmaktadır. Bu çalışmada hesaplama kolaylığı nedeniyle  $t_{(i)}$  değerleri yaklaşık olarak ele alınmıştır.

### **2.2.2.2. Huber Kestiricileri**

$Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ ,  $\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} > 3$  olan  $\frac{1}{\sigma} f\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)$  şeklinde tanımlı uzun kuyruklu simetrik bir dağılıma sahip olsun. Evren ortalaması  $\bar{Y}_N$  için Huber M kestiricileri olarak bilinen kestiriciler aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır (Huber, 1964).

$f$  fonksiyonunun şekli biliniyorsa,  $\mu$  konum parametresi için M kestiricisi aşağıdaki eşitliğin çözümü ile elde edilmektedir.

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n \psi(z_i) = 0 \quad (2.14)$$

Burada  $z_i = \frac{(y_i - \mu)}{\sigma}$  ve  $\psi(z) = \frac{\partial \ln f(z)}{\partial \mu}$ , dir.

Örneğin normal ve çift-üstel dağılım için  $\psi$  skor fonksiyonları sırasıyla  $\psi(z) = z$  ve  $\psi(z) = \text{sgn}(z)$  şeklindedir. Ancak uygulamada  $\psi$  skor fonksiyonunun bilinmesi mümkün değildir. Bu nedenle Huber, Hampel, Andrews, Tukey ve Beaton 64 farklı  $\psi$  fonksiyonu belirlemiştir. Bu çalışmada basit ve kullanışlı olan iki  $\psi$  skor fonksiyonu ele alınacaktır.

### 1. W24- Andrews Dalga Fonksiyonu (Wave Function)

$$\psi(z) = \begin{cases} \sin(z) & ; |z| \leq \pi \\ 0 & ; |z| > \pi \end{cases} \quad (2.15)$$

### 2. BS82- Çiftkare Fonksiyonu (Bisquare Function)

$$\psi(z) = \begin{cases} z(1-z^2)^2 & ; |z| \leq 1 \\ 0 & ; |z| > 1 \end{cases} \quad (2.16)$$

(2.15) ve (2.16) eşitliklerinde verilen  $\psi$  skor fonksiyonları yardımıyla (2.14) eşitliğini çözmek mümkündür. Bu fonksiyonlar yardımıyla elde edilecek kestiricilerin hesaplanması Gross tarafından basitleştirilmiş, (2.17) ve (2.18) eşitliklerinde verilmiştir (Gross, 1976).

#### W24 Kestiricisi

$$\hat{\mu}_{W24} = T_0 + (hS_0) \tan^{-1} \left[ \frac{\sum \sin(z_i)}{\sum \cos(z_i)} \right] \quad (2.17)$$

Burada  $T_0 = \text{medyan}(y_i)$ ;  $S_0 = \text{medyan}|y_i - T_0|$ ;  $h=2,4$ ;  $z_i = \frac{y_i - T_0}{hS_0}$  ( $1 \leq i \leq n$ )

olarak tanımlanmaktadır (Gross, 1976). Burada  $|z_i| \leq \pi$ , ( $1 \leq i \leq n$ ) koşulunu sağlayan  $z_i$  değerleri kullanılmaktadır.

### **BS82 Kestiricisi**

$$\hat{\mu}_{BS82} = T_0 + hS_0 \frac{\sum \psi(z_i)}{\sum \psi'(z_i)} \quad (2.18)$$

Burada,

$$T_0 = \text{medyan}(y_i); \quad S_0 = \text{medyan}|y_i - T_0|; \quad h=8,2$$

$$z_i = \frac{y_i - T_0}{hS_0} \quad (1 \leq i \leq n), \quad \psi' = 1 - 6z_i^2 + 5z_i^4$$

olarak tanımlanmaktadır. M-kestiricileri genellikle iteratif çözümler sonucunda elde edilmektedir. Ancak (2.17) ve (2.18)'de verilen M-kestiricileri bir adımda hesaplanabilen kestiricilerdir.

### **2.2.3. R-Kestiricileri**

R kestiricisi tek örneklem problemi için Hodges ve Lehman (1963) tarafından önerilmiştir. Bu tip kestiriciler rank (sıra) testlerine dayalı olarak belirlendiğinden R-kestiricileri olarak adlandırılmaktadır. Tek örneklem durumunda en çok kullanılan R kestiricisi, Hodges-Lehmann kestiricisidir (Staudte and Sheather, 1990).

### **Hodges-Lehman kestiricisi**

Bu kestirici Hodges-Lehman (1963) tarafından Wilcoxon sıra işaret test istatistiğinden elde edilmiştir. Hodges-Lehman kestiricisi tüm ikili gözlem çiftlerinin ortalamalarının medyanı olarak tanımlanır.

$Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ ,  $n$  birimlik rassal bir örneklem olsun. Sonlu evren ortalamasının Hodges-Lehman kestiricisi,

$$\hat{\mu}_{HL} = med \left\{ \frac{y_{(i)} + y_{(j)}}{2}, \quad 1 \leq i < j \leq n \right\} \quad (2.19)$$

şeklinde tanımlanır. Hodges-Lehman kestiricisi, ortalama ile medyanı birleştirdiği için iyi sonuçlar vermektedir (Staudte and Sheather, 1990; Vandev, 2003).

## BÖLÜM 3

### BASİT RASSAL ÖRNEKLEME

Basit rassal örnekleme, örnekleme planlarında örnekleme girecek birimlerin seçiminde rassal seçimin kullanıldığı en temel olasılıklı örnekleme yöntemidir. Bu yöntemin uygulanması sonucu oluşturulan basit rassal örneklemlerin özellikleri istenen özelliklerdir. Basit rassal örneklemlerin arzu edilen bu özellikleri, rassal örnekleme yöntemlerini örneklem oluşturma ve bilinmeyen evren parametrelerini tahminleme yönleriyle karşılaştırırken kullanılacak standartları belirleme imkanı verir (Özmen, 2000).

#### 3.1. Uzun Kuyruklu Simetrik Dağılımlar Ailesi

Bu kısımda amaç, süper evrenin aşağıda olasılık yoğunluk fonksiyonu verilen uzun kuyruklu simetrik bir dağılıma sahip olduğu varsayımı altında sonlu evren parametre kestiricilerinin elde edilmesidir. Burada  $p$  şekil parametresi olup, dağılım  $p$ 'nin farklı değerleri için farklı durumları kapsamaktadır.

$$f(y, p) = \frac{1}{\sigma} \left\{ 1 + \frac{(y - \mu)^2}{k\sigma^2} \right\}^{-p}, \quad -\infty < y < \infty, \quad -\infty < \mu < \infty, \quad \sigma > 0. \quad (3.1)$$

Burada  $k=2p-3$  ve  $p \geq 2$  dir.

Bu çalışmada uzun kuyruklu simetrik dağılımın seçilmesinin başlıca nedeni, farklı şekil parametreleri için uygulamada karşılaşılabilecek simetrik veri setlerinin uygun olabileceği uzun kuyruklu tüm simetrik dağılımları kapsamasıdır. Uzun kuyruklu simetrik dağılım denmesinin nedeni basıklığının 3'ten ( $\beta > 3$ ) büyük olmasıdır. Basıklığı 3'ten büyük olan simetrik bir dağılım, Normal dağılıma göre daha uzun kuyruklara sahiptir.



### 3.1.1. Süper Evrenin Uzun Kuyruklu Simetrik Dağılıma Sahip Olması Durumunda Sonlu Evren Ortalamasının EKK Kestiricileri

Bu kısımda, süper evrenin (3.1) eşitliğinde verilen uzun kuyruklu simetrik bir dağılıma sahip olduğu varsayılarak, sonlu evren ortalamasının EKK kestiricisi için MSE değeri hesaplanacaktır.

Uygulamada  $\mu$  ve  $\sigma$  parametre değerleri asla bilinmemektedir. Süper evrenin (3.1) eşitliğinde verilen dağılıma sahip olduğu varsayılınsın. Bu durumda  $f$  dağılımından rassal olarak  $N$  elemanlı sonlu bir evren seçilsin. Burada  $Y_1, Y_2, \dots, Y_N$  sonlu evrenin elemanlarını,  $\Pi_N$  sonlu evrenin elemanlarını içeren kümeyi gösterebilir. Daha sonra bu sonlu evrenden iadesiz (yerine konulmaksızın) olarak  $n$  elemanlı rassal bir örneklem seçilsin. Bu örneklemin elemanları  $y_1, y_2, \dots, y_n$  ile ve örneklem hacmi  $n$  ile gösterilsin. Süper evren modelinde sonlu evrenin elemanları  $(Y_i, 1 \leq i \leq N)$  ve bu sonlu evrenden seçilen rassal örneklemin elemanları  $(y_i, 1 \leq i \leq n)$ 'ler  $f$  dağılımından gelen rassal örneklemlerdir ve ortalamaları aşağıdaki gibidir.

$$\bar{Y}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i, \quad \bar{y}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i.$$

İyi bir kestiricinin taşıması istenilen özelliklerden biri yansızlık özelliğidir.

$$E(\bar{y}_n - \bar{Y}_N) = 0$$

olduğundan,  $\bar{y}_n$  örneklem ortalaması  $\bar{Y}_N$  sonlu evren ortalamasının yansız bir kestiricisidir. Çünkü  $E(\bar{y}_n) = \mu$  ve  $E(\bar{Y}_N) = \mu$ 'dür. Bir başka ifadeyle süper evrenden rassal olarak oluşturulan örneklem ve sonlu evren ortalamasının beklenen değeri süper evren modelinin dayandığı olasılık modelinin ortalamasına eşittir.

Kestiricilerin etkinliklerinin karşılaştırılabilmesi amacıyla hesaplanması gereken ikinci bir kriter MSE değeridir. EKK kestiricisi  $\bar{y}_n$ 'nin MSE değeri aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$MSE(\bar{y}_n) = E(\bar{y}_n - \bar{Y}_N)^2 \quad (3.2)$$

(3.2) eşitliğini elde etmek için sonlu evren ve bu evrenden rassal olarak oluşturulan örnekleme ile ilgili bazı açıklamaların yapılması gerekmektedir. Sonlu evrenden rassal olarak seçilmiş olan örnekleme giren elemanlar  $y_1, y_2, \dots, y_n$ ,  $\Pi_N$  sonlu evreninin rassal örnekleme seçilemeyen  $N-n$  elemanda  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{N-n}$  biçiminde gösterilsin. Bu durumda örneklem ortalaması ve sonlu evren ortalaması sırasıyla aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\bar{y}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i ; \quad \bar{Y}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i = \frac{n}{N} \bar{y}_n + \frac{N-n}{N} \bar{Y}_{N-n}$$

Sonlu evren ortalaması,  $n/N$  oranıyla rassal örneklem ortalaması ve  $(1-n/N)$  oranıyla örnekleme seçilememiş olan sonlu evren birimlerinin ortalamasının toplamına eşittir. Sonlu evrenden örnekleme seçilemeyen elemanların ortalaması da aşağıdaki gibidir.

$$\bar{Y}_{N-n} = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} Y_i$$

Bu durumda  $\bar{y}_n$  ve  $\bar{Y}_{N-n}$ 'in koşulsuz olarak bağımsız olduğu gösterilmiştir (Fuller, 1970).

$$MSE(\bar{y}_n) = E(\bar{y}_n - \bar{Y}_N)^2 = E \left[ \bar{y}_n - \left( \frac{n}{N} \bar{y}_n + \left( 1 - \frac{n}{N} \right) \bar{Y}_{N-n} \right) \right]^2 \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned}
&= E \left[ \bar{y}_n - \frac{n}{N} \bar{y}_n - \left( 1 - \frac{n}{N} \right) \bar{Y}_{N-n} \right]^2 = E \left[ \frac{N-n}{N} \bar{y}_n - \left( \frac{N-n}{N} \right) \bar{Y}_{N-n} \right]^2 \\
&= \left( \frac{N-n}{N} \right)^2 E \left[ \bar{y}_n - \bar{Y}_{N-n} \right]^2
\end{aligned}$$

olarak yazılabilir. Burada beklenen değer fonksiyonun içindeki ifade, eşitliği bozmayacak biçimde aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}
&= \left( \frac{N-n}{N} \right)^2 E \left[ \bar{y}_n - \mu + \mu - \bar{Y}_{N-n} \right]^2 \\
&= \left( \frac{N-n}{N} \right)^2 E \left[ (\bar{y}_n - \mu) - (\bar{Y}_{N-n} - \mu) \right]^2 \\
&= \left( \frac{N-n}{N} \right)^2 \left[ E(\bar{y}_n - \mu)^2 - 2E(\bar{y}_n - \mu)(\bar{Y}_{N-n} - \mu) + E(\bar{Y}_{N-n} - \mu)^2 \right] \quad (3.4)
\end{aligned}$$

Burada  $\bar{y}_n$  ve  $\bar{Y}_{N-n}$  koşulsuz olarak bağımsız olduğundan  $E(\bar{y}_n - \mu)(\bar{Y}_{N-n} - \mu) = Cov(\bar{y}_n, \bar{Y}_{N-n}) = 0$  'dır. Eşitlik (3.4) aşağıdaki gibi indirgenebilir.

$$= \left( \frac{N-n}{N} \right)^2 \left[ E(\bar{y}_n - \mu)^2 + E(\bar{Y}_{N-n} - \mu)^2 \right] \quad (3.5)$$

Eşitlik (3.5)'te verilen  $E(\bar{y}_n - \mu)^2$  aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E(\bar{y}_n - \mu)^2 = V(\bar{y}_n) = V \left( \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \right) = \frac{1}{n^2} V \left( \sum_{i=1}^n y_i \right) \quad (3.6)$$

$$= \frac{1}{n^2} V(y_1 + y_2 + \dots + y_n)$$

$y_1, y_2, \dots, y_n$  bağımsız aynı dağılıma sahip rassal değişkenler olduğundan,

$$E(\bar{y}_n - \mu)^2 = \frac{1}{n^2} n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad (3.7)$$

olarak elde edilir. Benzer şekilde (3.5) eşitliğindeki  $E(\bar{Y}_{N-n} - \mu)^2$  ifadesi,

$$\begin{aligned} E(\bar{Y}_{N-n} - \mu)^2 &= V(\bar{Y}_{N-n}) = V\left(\frac{\sum_{i=1}^{N-n} Y_i}{N-n}\right) = \frac{1}{(N-n)^2} (N-n)\sigma^2 \\ &= \frac{\sigma^2}{(N-n)} \end{aligned} \quad (3.8)$$

olarak elde edilir. (3.7) ve (3.8) eşitliği, (3.5) eşitliğinde yerine konulduğunda,

$$= \left(\frac{N-n}{N}\right)^2 \left[ \frac{\sigma^2}{n} + \frac{\sigma^2}{N-n} \right]$$

ve gerekli düzenlemeler yapıldığında (3.3) eşitliği,

$$MSE(\bar{y}_n) = E(\bar{y}_n - \bar{Y}_N)^2 = \frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right) \quad (3.9)$$

olarak elde edilir. Böylece  $\bar{y}_n$  EKK kestiricisinin MSE değeri (3.9) eşitliğindeki gibi

belirlenmiş olur. Burada  $\left(1 - \frac{n}{N}\right)$  sonlu evren düzeltme çarpanı olarak adlandırılır. Bu

sonuçlar, (3.1) eşitliğinde verilen dağılıma sahip herhangi bir süper evren modeli için geçerlidir.

### 3.1.2. Süper Evrenin Uzun Kuyruklu Simetrik Dağılıma Sahip Olması Durumunda Sonlu Evren Ortalamasının Sağlam Kestiricileri

Bu kısımda süper evrenin dağılımının (3.1) eşitliğinde verilen simetrik ailenin bir elemanı olduğu varsayılarak belirlenen bazı sağlam kestiricilerin MSE değerleri hesaplanacaktır. Süper evrenin (3.1) eşiliğinde verilen uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda, daha önce ele alınan  $\bar{y}_n$  EKK kestiricisi ile MML kestiricisi, Tiku ve Akkaya (2004) tarafından MSE kriteri bakımından karşılaştırılmış ve MML kestiricisinin daha etkin olduğu belirlenmiştir. Ancak bu çalışmada sadece MML kestiricisi değil, L, M ve R sağlam kestirici sınıflarından birçok sağlam kestirici MSE kriteri bakımından karşılaştırılacaktır. Burada ele alınacak olan sağlam kestiriciler Bölüm 2'de verilen medyan, Trimmed ortalama, Winsorize ortalama, TL-ortalama, MML, W24, BS82 ve Hodges-Lehman kestiricileridir. Tüm bu sağlam kestiricilerin MSE formüllerinin elde edilmesi, EKK kestiricisindeki duruma benzer bir mantıkla yapılmış ve genel olarak aşağıdaki gibi verilmiştir.

Tüm bu sağlam kestiriciler  $\hat{\mu}_R$  ile gösterilsin.  $y_1, y_2, \dots, y_n$  rassal örneklemin elemanları olsun. Bu durumda, (3.1) eşitliğinde verilen dağılım simetrik olduğu için,

$$E(\hat{\mu}_R - \bar{Y}_N) = E(\hat{\mu}_R) - E(\bar{Y}_N) = \mu - \mu = 0$$

eşittir.  $E(\hat{\mu}_R) = \mu$  olduğundan, sağlam kestirici  $\hat{\mu}_R$  de  $\bar{y}_n$  örneklem ortalaması gibi  $\bar{Y}_N$ 'in yansız bir kestiricisidir. Burada not edilmesi gereken önemli bir husus, trimmed ortalama ve Winsorize ortalamasının sadece simetrik sansürleme altında yansız olduğudur. Trimmed ve winsorize ortalamalar, simetrik olmayan sansürleme durumunda yansız olmayacaktır. Sağlam kestiriciler  $\hat{\mu}_R$  ile  $\bar{y}_n$  örneklem ortalamasını

karşılaştırmak için sağlam kestiricilerin MSE formüllerinin elde edilmesi gerekmektedir. Sağlam kestiricilerin MSE formülü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}
E(\hat{\mu}_R - \bar{Y}_N)^2 &= E\left[(\hat{\mu}_R - \mu) - (\bar{Y}_N - \mu)\right]^2 \\
&= E\left[(\hat{\mu}_R - \mu)^2 - 2(\hat{\mu}_R - \mu)(\bar{Y}_N - \mu) + (\bar{Y}_N - \mu)^2\right] \\
&= V(\hat{\mu}_R) - 2E(\hat{\mu}_R - \mu)(\bar{Y}_N - \mu) + V(\bar{Y}_N^2) \tag{3.10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(\hat{\mu}_R - \mu)(\bar{Y}_N - \mu) &= Cov(\hat{\mu}_R, \bar{Y}_N) = Cov\left(\hat{\mu}_R, \left(\frac{n}{N}\bar{y}_n + \left(1 - \frac{n}{N}\right)\bar{Y}_{N-n}\right)\right) \\
&= Cov\left(\hat{\mu}_R, \frac{n}{N}\bar{y}_n\right) + Cov\left(\hat{\mu}_R, \left(1 - \frac{n}{N}\right)\bar{Y}_{N-n}\right) \\
&= \frac{n}{N}Cov(\hat{\mu}_R, \bar{y}_n) + \left(\frac{N-n}{N}\right)Cov(\hat{\mu}_R, \bar{Y}_{N-n}) \tag{3.11}
\end{aligned}$$

olarak yazılabilir. Örneklem ortalamasında ( $\bar{y}_n$ ) olduğu gibi  $\hat{\mu}_R$  sağlam kestiricisi de  $\bar{Y}_{N-n}$ 'den bağımsız olduğundan,  $Cov(\hat{\mu}_R, \bar{Y}_{N-n}) = 0$ 'dir. Bu (3.11) eşitliği aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$E(\hat{\mu}_R - \mu)(\bar{Y}_N - \mu) = \frac{n}{N}Cov(\bar{y}_n, \hat{\mu}_R) \tag{3.12}$$

Eşitlik (3.6)'e benzer biçimde,

$$E(\bar{Y}_N - \mu)^2 = V\left(\frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{N}\right) = \frac{1}{N^2} V\left(\sum_{i=1}^N Y_i\right) \quad (3.13)$$

yazılabilir.  $Y_1, Y_2, \dots, Y_N$  bağımsız aynı dağılıma sahip rassal değişkenler olduğundan (3.13) eşitliği,

$$E(\bar{Y}_N - \mu)^2 = \frac{1}{N^2} N\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{N} \quad (3.14)$$

olarak elde edilir. (3.12) ve (3.14) eşitlikleri (3.10) eşitliğide yerine yazıldığında,  $\hat{\mu}_R$  sağlam kestiricisinin MSE'si aşağıdaki gibi elde edilmiş olur.

$$E(\hat{\mu}_R - \bar{Y}_N)^2 = V(\hat{\mu}_R) - 2\frac{n}{N} Cov(\hat{\mu}_R, \bar{y}_n) + \frac{\sigma^2}{N} \quad (3.15)$$

Süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren ortalamasının EKK ve sağlam kestiricilerinin karşılaştırılmasına geçmeden önce, izleyen kısımda özel olarak EKK kestiricisinin diğer kestiricilere oransal etkinliği de ele alınacaktır.

### 3.1.3. EKK kestiricisinin oransal etkinliği (Relative Efficiency-RE)

İki farklı kestiricinin karşılaştırılmasında kullanılan önemli ölçütlerden biri oransal etkinlik değeridir.  $\hat{\mu}_R$  sağlam kestiricileri ile  $\bar{y}_n$  EKK kestiricisinin oransal etkinlik değerleri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$R.E. = \frac{MSE(\hat{\mu}_R)}{MSE(\bar{y}_n)} \times 100 = \frac{V(\hat{\mu}_R) - 2\frac{n}{N} Cov(\hat{\mu}_R, \bar{y}_n) + \frac{\sigma^2}{N}}{\left(1 - \frac{n}{N}\right) \frac{\sigma^2}{n}} \times 100 \quad (3.16)$$

Bu çalışmada kestiricilerin birbirleriyle karşılaştırılmasında MSE kriteri kullanılacaktır. Ayrıca örnekleme alanında yaygın olarak kullanılan EKK kestiricisinin diğer sağlam kestiricilere olan oransal etkinliği de (3.16) eşitliğinden belirlenebilir.

### 3.1.4. Sonlu Evren Ortalaması $\bar{Y}_N$ 'in Kestiricilerin Monte-Carlo Simülasyonu ile Karşılaştırılması

Bu aşamada, süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda  $\bar{y}_n$  EKK ve  $\hat{\mu}_R$  sağlam kestiricileri içerisinde en etkin kestiricinin hangisi olduğu belirlenmelidir. Bu amaç için MSE kriteri kullanılacaktır. MSE kriteri bir kestiricinin hem yanlılığı hem de varyans bilgisini içermektedir. Ancak tüm sağlam kestiricilerin (3.15) eşitliğinde verilen MSE formüllerinde yer alan  $V(\hat{\mu}_R)$  ve  $Cov(\hat{\mu}_R, \bar{y}_n)$  ifadelerini kesin olarak belirlemek mümkün değildir. Bu değerler standartlaştırılmış gözlemlere ait sıra istatistikleri yardımıyla hesaplanmaktadır ve hesaplanması oldukça zordur. Bu nedenle şekil parametresi  $p$ 'nin 2; 3; 5; 10 ve örneklem hacmi  $n$ 'nin  $n= 5, 10, 15, 20$  değerleri alınarak 10000 iterasyonda Monte-Carlo simülasyonu yardımıyla bu değerler yaklaşık olarak belirlenmiştir. Daha sonra örnekleme oranı  $\frac{n}{N}=0,10$  ve  $0,20$  alınarak tüm kestiricilerin MSE değerleri belirlenmiştir. Elde edilen MSE değerleri kullanılarak (3.16) eşitliği yardımıyla EKK kestiricisinin diğer sağlam kestiricilere oransal etkinlik değerleri hesaplanmıştır. Elde edilen oransal etkinlik değerleri MSE değerleri ile birlikte Çizelge 3.1-Çizelge 3.4'de verilmiştir. .

Çizelge 3.1-Çizelge 3.4'e kadar olan tüm çizelgeler incelendiğinde tüm şekil parametreleri, örneklem hacimleri ve örnekleme oranları için sonlu evren ortalamasının en etkin kestiricisinin MML kestiricisi olduğu görülmektedir. İkinci olarak en etkin kestirici Hodges-Lehmann kestiricisidir. Daha sonra bu kestiricileri Huber'ın W24 ve BS82 kestiricileri izlemektedir. L kestiricileri olarak bilinen medyan, trimmed ortalama, TL-ortalama ve winsorize ortalama örneklem hacmine göre farklı sonuçlar vermektedir. Klasik olarak kullanılan EKK kestiricisi ise bir çok durumda, medyandan



sonra en büyük MSE değerine sahiptir. Ayrıca MSE değerlerine bağlı olarak hesaplanan oransal etkinlik değerlerine bakıldığında, süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda en etkin kestiricinin MML kestiricisi olduğu görülmektedir. Uygulamada çok sık kullanılmasına rağmen EKK kestiricisinin etkinliği oldukça kötüdür. Ayrıca  $\bar{y}_n$  EKK kestiricisinin oransal etkinlik değeri  $n$  örneklem hacmi arttıkça azalmaktadır. Bu durum  $\bar{y}_n$  EKK kestiricisinin iyi özelliklere sahip bir kestirici olmadığını gösterir. Tüm şekil parametreleri ele alındığında,  $p=10$  için MML kestiricisine ait sonuçların EKK kestiricisine ait sonuçlara yaklaştığı görülmektedir. Bunun nedeni uzun kuyruklu simetrik dağılımın  $p \geq 10$  için Normal dağılıma yaklaşmasıdır.

Süper evrenin dağılımının  $p=2$  şekil parametrelili simetrik bir dağılıma sahip olması durumunda,  $n=20$  hacimli bir örneklemden  $\bar{y}_n$  EKK kestiricisi kullanılarak elde edilecek bilgi, yaklaşık olarak  $n=12$  hacimli bir örneklem ile  $\hat{\mu}_{MML}$  MML kestiricisi ile elde edilebilir. Benzer açıklamalar W24, BS82, ve Hodges-Lehmann kestiricileri içinde yapılabilir. Örneklemedeki amaç en az maliyetle en fazla bilgiyi elde etmek olduğundan  $\bar{y}_n$  EKK kestiricisinin maliyet bakımından da etkin bir kestiricisi olmadığı görülmektedir.

Basit rassal örnekleme yönteminde, süper evrenin dağılımının (3.1) eşitliğinde verilen simetrik ailenin bir elemanı olması durumunda, EKK kestiricilerinin etkinliklerini kaybettiği açıkça görülmektedir. Çizelge 3.1-Çizelge 3.4'de verilen sonuçlara bakıldığında tüm şekil parametreleri için en küçük MSE değerine sahip olan ve oransal etkinliği en iyi olan kestiricinin MML kestiricisi olduğu görülmektedir. Sansürlenmiş normal dağılım için MML kestiricisinin, EKK kestiricisinden daha etkin olduğu Tiku ve Bhasin (1982) tarafından gösterilmiştir. Ayrıca, MML kestiricisi ile Rao tipi birleştirilmiş  $\left(\frac{n}{N}\right)\bar{y}_n + \left(1 - \frac{n}{N}\right)\hat{\mu}_{MML}$  kestiricisinin, çeşitli simetrik dağılımlar için EKK kestiricisinden çok daha etkin olduğu belirlenmiştir (Tiku, 1983). Tüm bu

sonuçlar birleştirildiğinde, uygulamada MML kestiricisinin kullanılmasının, elde edilecek kestirimlerin güvenilirliğini arttıracacağı açıktır.

**Çizelge 3.1. Uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren ortalamasının kestiricilerine ait MSE ve  $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$  değerleri**

$n/N = 0,10, p=2$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	0,18000	100,0	0,09000	100,0	0,06000	100,0	0,04500	100,0
Medyan	0,13265	73,7	0,05956	66,2	0,04219	70,3	0,03022	67,2
Trim(0.1;0.1)	0,18000	100,0	0,05666	63,0	0,03903	65,1	0,02737	60,8
Win(0.1;0.1)	0,18000	100,0	0,06211	69,0	0,04367	72,8	0,03054	67,9
TL(0.1)	0,18000	100,0	0,05388	59,9	0,03567	59,5	0,02600	57,8
MML	0,11725	65,1	0,05490	61,0	0,03595	59,9	0,02685	59,7
W24	0,12692	70,5	0,05728	63,6	0,03772	62,9	0,02786	61,9
BS82	0,12709	70,6	0,05725	63,6	0,03769	62,8	0,02781	61,8
HL	0,12603	70,0	0,05557	61,7	0,03631	60,5	0,02686	59,7
$n/N = 0,20, p=2$								
EKK	0,16000	100,0	0,08000	100,0	0,05333	100,0	0,04000	100,0
Medyan	0,12953	81,0	0,05887	73,6	0,04181	78,4	0,03002	75,0
Trim(0.1;0.1)	0,16000	100,0	0,05338	66,7	0,03644	68,3	0,02601	65,0
Win(0.1;0.1)	0,16000	100,0	0,05792	72,4	0,04035	75,7	0,02862	71,6
TL(0.1)	0,16000	100,0	0,05144	64,3	0,03396	63,7	0,02527	63,2
MML	0,11215	70,1	0,05466	68,3	0,03585	67,2	0,02690	67,3
W24	0,12229	76,4	0,05584	69,8	0,03682	69,0	0,02727	68,2
BS82	0,12254	76,6	0,05588	69,8	0,03683	69,1	0,02726	68,1
HL	0,11779	73,6	0,05282	66,0	0,03457	64,8	0,02564	64,1

**Çizelge 3.2. Uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren ortalamasının kestiricilerine ait MSE ve  $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$  değerleri (devam)**

$n/N = 0,10, p=3$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	0,18000	100,0	0,09000	100,0	0,06000	100,0	0,04500	100,0
Medyan	0,19572	108,7	0,09037	100,4	0,06543	109,1	0,04752	105,6
Trim(0.1;0.1)	0,18000	100,0	0,07751	86,1	0,05176	86,3	0,03790	84,2
Win(0.1;0.1)	0,18000	100,0	0,08105	90,1	0,05472	91,2	0,04006	89,0
TL(0.1)	0,18000	100,0	0,07663	85,1	0,05028	83,8	0,03836	85,2
MML	0,15915	88,4	0,07647	85,0	0,05029	83,8	0,03763	83,6
W24	0,17264	95,9	0,07985	88,7	0,05233	87,2	0,03873	86,1
BS82	0,17291	96,1	0,07994	88,8	0,05236	87,3	0,03874	86,1
HL	0,16402	91,1	0,07846	87,2	0,05095	84,9	0,03814	84,8
$n/N = 0,20, p=3$								
EKK	0,16000	100,0	0,08000	100,0	0,05333	100,0	0,04000	100,0
Medyan	0,18392	115,0	0,08491	106,1	0,06197	116,2	0,04488	112,2
Trim(0.1;0.1)	0,16000	100,0	0,07033	87,9	0,04668	87,5	0,03440	86,0
Win(0.1;0.1)	0,16000	100,0	0,07329	91,6	0,04919	92,2	0,03618	90,4
TL(0.1)	0,16000	100,0	0,06998	87,5	0,04579	85,9	0,03532	88,3
MML	0,14318	89,5	0,06950	86,9	0,04586	86,0	0,03438	85,9
W24	0,15928	99,6	0,07339	91,7	0,04803	90,1	0,03553	88,8
BS82	0,15959	99,7	0,07353	91,9	0,04810	90,2	0,03557	88,9
HL	0,14895	93,1	0,07145	89,3	0,04634	86,9	0,03468	86,7

**Çizelge 3.3. Uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren ortalamasının kestiricilerine ait MSE ve  $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$  değerleri (devam)**

$n/N = 0,10, p=5$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	0,18000	100,0	0,09000	100,0	0,06000	100,0	0,04500	100,0
Medyan	0,23240	129,1	0,10830	120,3	0,07952	132,5	0,05736	127,5
Trim(0.1;0.1)	0,18000	100,0	0,08684	96,5	0,05695	94,9	0,04303	95,6
Win(0.1;0.1)	0,18000	100,0	0,08849	98,3	0,05830	97,2	0,04387	97,5
TL(0.1)	0,18000	100,0	0,08784	97,6	0,05753	95,9	0,04361	96,9
MML	0,17415	96,7	0,08608	95,6	0,05659	94,3	0,04263	94,7
W24	0,19464	108,1	0,08966	99,6	0,05857	97,6	0,04362	96,9
BS82	0,19509	108,4	0,08985	99,8	0,05871	97,8	0,04370	97,1
HL	0,18122	100,7	0,08852	98,4	0,05778	96,3	0,04343	96,5
$n/N = 0,20, p=5$								
EKK	0,16000	100,0	0,08000	100,0	0,05333	100,0	0,04000	100,0
Medyan	0,21627	135,2	0,10049	125,6	0,07449	139,7	0,05350	133,8
Trim(0.1;0.1)	0,16000	100,0	0,07804	97,6	0,05110	95,8	0,03872	96,8
Win(0.1;0.1)	0,16000	100,0	0,07938	99,2	0,05223	97,9	0,03936	98,4
TL(0.1)	0,16000	100,0	0,07934	99,2	0,05199	97,5	0,03969	99,2
MML	0,15524	97,0	0,07682	96,0	0,05067	95,0	0,03815	95,4
W24	0,17749	110,9	0,08111	101,4	0,05300	99,4	0,03937	98,4
BS82	0,17795	111,2	0,08133	101,7	0,05316	99,7	0,03946	98,7
HL	0,16327	102,0	0,07978	99,7	0,05214	97,8	0,03912	97,8

**Çizelge 3.4. Uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren ortalamasının kestiricilerine ait MSE ve  $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$  değerleri (devam)**

$n/N = 0,10, p=10$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	0,18000	100,0	0,09000	100,0	0,06000	100,0	0,04500	100,0
Medyan	0,25391	141,1	0,11956	132,8	0,08715	145,3	0,06339	140,9
Trim(0.1;0.1)	0,18000	100,0	0,09143	101,6	0,06014	100,2	0,04546	101,0
Win(0.1;0.1)	0,18000	100,0	0,09157	101,7	0,06053	100,9	0,04546	101,0
TL(0.1)	0,18000	100,0	0,09391	104,3	0,06186	103,1	0,04876	108,4
MML	0,17935	99,6	0,08900	98,9	0,05933	98,9	0,04426	98,3
W24	0,21008	116,7	0,09463	105,1	0,06215	103,6	0,04562	101,4
BS82	0,21071	117,1	0,09491	105,5	0,06236	103,9	0,04574	101,6
HL	0,19297	107,2	0,09350	103,9	0,06167	102,8	0,04584	101,9
$n/N = 0,20, p=10$								
EKK	0,16000	100,0	0,08000	100,0	0,05333	100,0	0,04000	100,0
Medyan	0,23505	146,9	0,11055	138,2	0,08125	152,3	0,05891	147,3
Trim(0.1;0.1)	0,16000	100,0	0,08199	102,5	0,05376	100,8	0,04080	102,0
Win(0.1;0.1)	0,16000	100,0	0,08199	102,5	0,05404	101,3	0,04071	101,8
TL(0.1)	0,16000	100,0	0,08461	105,8	0,05564	104,3	0,04421	110,5
MML	0,15946	99,7	0,07919	99,0	0,05279	99,0	0,03942	98,5
W24	0,19050	119,1	0,08525	106,6	0,05585	104,7	0,04096	102,4
BS82	0,19113	119,5	0,08554	106,9	0,05607	105,1	0,04109	102,7
HL	0,17316	108,2	0,08407	105,1	0,05539	103,8	0,04118	102,9

### 3.2. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım

Genelleştirilmiş lojistik dağılımı ( $b > 0$ ), Eşitlik (3.17)'deki olasılık yoğunluk fonksiyonu ile tanımlanır.

$$GL(b, \sigma): f(y) = \frac{b}{\sigma} \frac{e^{\left\{ \frac{y-\mu}{\sigma} \right\}}}{\left( 1 + e^{\left\{ \frac{y-\mu}{\sigma} \right\}} \right)^{b+1}}, \quad -\infty < y < \infty \quad (3.17)$$

Bu çalışmada genelleştirilmiş lojistik dağılımın seçilmesinin başlıca nedeni, bu ailenin şekil parametresi  $b > 1$  pozitif çarpık,  $b < 1$  için negatif çarpık ve  $b = 1$  için simetrik olabilmesidir (Tiku and Akkaya, 2004). Uygulamada karşılaşılan bir çok problemin modellenmesi için bu özelliği sahip olan genelleştirilmiş lojistik dağılımın kullanılması, uygulamacılara esneklik sağlamaktadır. Şekil parametresi  $b=1$  olduğunda (3.17) eşitliği uygulamada bir çok alanda sıkça kullanılan lojistik dağılıma dönüşmektedir (Balakrishnan and Leung, 1988; Agresti, 1996).

Süper evrenin (3.17) eşitliğinde verilen genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olduğu varsayımı altında, sonlu evren modunun farklı kestiricileri karşılaştırmalı olarak alt bölümlerde incelenecektir. Bu durum  $\sigma$  ölçek parametresinin bilindiği ve bilinmediği durum olarak iki başlık altında incelenecektir.

#### 3.2.1. $\sigma$ 'nın Bilinmesi Durumunda Sonlu Evren Modunun EKK Kestiricisi

Bu kısımda süper evrenin genelleştirilmiş lojistik  $GL(b, \sigma)$  dağılımına sahip olduğu durum üzerinde durulacaktır. Dağılımın modu  $\mu$  ile gösterildiğinde, dağılımın ortalaması  $\mu + \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma$ 'ya ve varyansı  $\{\psi'(b) + \psi'(1)\} \sigma^2$ 'ye eşittir. Uygulamada  $\mu$  mod değerinin tahmin edilmesi ile ilgilenilir (Tiku and Akkaya, 2004). Süper evrenin dağılımının genelleştirilmiş lojistik olması durumunda ilk olarak sonlu

evren modü tahmin edilerek, daha sonra bu tahmin yardımıyla sonlu evren ortalaması belirlenebilir.

$\Pi_N$  birimlik sonlu evrenden  $y_1, y_2, \dots, y_n$ ,  $n$  birimlik rassal bir örneklem seçilsin.  $\bar{Y}_N$  sonlu evren ortalamasını ve  $\bar{Y}_{N\cdot}$  sonlu evren modunu göstermek üzere, sonlu evrenin modü aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\bar{Y}_{N\cdot} = \bar{Y}_N - \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma \quad (3.18)$$

$\bar{y}_n$  EKK kestiricisini göstermek üzere, sonlu evrenin modü (EKK kestiricisi Normallik varsayımına dayandığından),

$$\bar{y}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (3.19)$$

şeklindedir. Normal dağılım varsayımı altında EKK kestiricileri en iyi kestiricilerdir. Normal dağılımda ortalama, mod ve medyan birbirine eşit olduğundan sonlu evren modunun tahmini için (3.19) eşitliğinde verilen EKK kestiricisi, süper evrenin dağılımının genelleştirilmiş lojistik olması durumunda yanlıdır. Bu yanlılığı gidermek amacıyla yanlılık düzeltmesi yapılabilir. Düzeltmiş örneklem ortalaması  $\bar{y}_{n\cdot}$  ile gösterilmek üzere,

$$\bar{y}_{n\cdot} = \bar{y}_n - \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma \quad (3.20)$$

şeklindedir. Düzeltmiş örneklem ortalaması  $\bar{y}_{n\cdot}$ 'nin varyansı,

$$V(\bar{y}_{n\cdot}) = V(\bar{y}_n - \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma) = V(\bar{y}_n) - V(\{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma)$$

biçimindedir. Sabitin varyansı 0'a eşit olduğundan, eşitliğin sağ tarafındaki ikinci terim 0'dır. Eşitliğin sağ tarafındaki ilk terim ise  $\bar{y}_n$ 'nin varyansıdır ve

$$V(\bar{y}_n) = \{\psi'(b) + \psi'(1)\} \frac{\sigma^2}{n}$$

eşittir. Bu durumda  $\bar{y}_{n.}$ 'in varyansı,

$$V(\bar{y}_{n.}) = V(\bar{y}_n) = \{\psi'(b) + \psi'(1)\} \frac{\sigma^2}{n} \quad (3.21)$$

olarak elde edilir. Burada  $\psi'(b)$  fonksiyonu,  $\psi(b)$  fonksiyonunun türevidir. Çeşitli  $b$  şekil parametre değerleri için  $\psi'(b)$  ve  $\psi(b)$  fonksiyonunun değerleri Çizelge 3.5'te verilmiştir (Abromowitz and Stegun, 1985).

**Çizelge 3.5.**  $\psi'(b)$  ve  $\psi(b)$  fonksiyon değerleri

$b$	$\psi(b)$	$\psi(b+1)$	$\psi'(b)$	$\psi'(b+1)$
0,5	-1,9635	0,0365	4,9348	0,9348
1	-0,5772	0,4228	1,6449	0,6449
2	0,4228	0,9228	0,6449	0,3949
4	1,2561	1,5061	0,2838	0,2213
6	1,7061	1,8728	0,1813	0,1536
8	2,0156	2,1406	0,1331	0,1175
10	2,2518	2,3518	0,1051	0,0951

EKK kestiricisi  $\bar{y}_{n.}$ 'nin varyansı Çizelge 3.5'da verilen değerler yardımıyla kesin olarak hesaplanabilir.  $GL(b, \sigma)$  dağılımına sahip süper evren için  $\bar{y}_{n.}$  düzeltilmiş örneklem ortalaması,

$$E(\bar{y}_{n.} - \bar{Y}_{N.}) = \mu - \mu = 0$$

olduğundan,  $\bar{Y}_{N\cdot}$  sonlu evren modunun yansız bir kestiricisidir. Bu durumda  $\bar{y}_{n\cdot}$  kestiricisinin MSE değerinin belirlenmesi gerekmektedir. Sonlu evrenin modu,

$$\begin{aligned}\bar{Y}_{N\cdot} &= \frac{n}{N}\bar{y}_{n\cdot} + \left(1 - \frac{n}{N}\right)\bar{Y}_{N-n\cdot} \\ &= \frac{n}{N}(\bar{y}_{n\cdot} - \{\psi(b) - \psi(1)\}\sigma) + \left(1 - \frac{n}{N}\right)(\bar{Y}_{N-n\cdot} - \{\psi(b) - \psi(1)\}\sigma)\end{aligned}$$

biçiminde yazılabilir. Buradan  $\bar{y}_{n\cdot}$  kestiricisinin MSE değeri,

$$E(\bar{y}_{n\cdot} - \bar{Y}_{N\cdot})^2 = E((\bar{y}_{n\cdot} - \mu) - (\bar{Y}_{N\cdot} - \mu))^2 \quad (3.22)$$

$$= E((\bar{y}_{n\cdot} - \mu)^2 - 2(\bar{y}_{n\cdot} - \mu)(\bar{Y}_{N\cdot} - \mu) + (\bar{Y}_{N\cdot} - \mu)^2)$$

$$= E(\bar{y}_{n\cdot} - \mu)^2 - 2E((\bar{y}_{n\cdot} - \mu)(\bar{Y}_{N\cdot} - \mu)) + E((\bar{Y}_{N\cdot} - \mu)^2) \quad (3.23)$$

(3.23) eşitliğindeki ilk terim,

$$E(\bar{y}_{n\cdot} - \mu)^2 = V(\bar{y}_{n\cdot}) = V[\bar{y}_{n\cdot} - \{\psi(b) - \psi(1)\}\sigma] = V(\bar{y}_{n\cdot}) + V(\{\psi(b) - \psi(1)\}\sigma)$$

eşittir ve  $V(\{\psi(b) - \psi(1)\}\sigma) = 0$  olduğundan,

$$E(\bar{y}_{n\cdot} - \mu)^2 = V(\bar{y}_{n\cdot}) \text{ olarak elde edilir. Burada,}$$

$$V(\bar{y}_n) = V\left(\frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}\right) = \frac{1}{n^2} V\left(\sum_{i=1}^n y_i\right) = \frac{1}{n^2} V(y_1 + y_2 + \dots + y_n)$$

$y_1, y_2, \dots, y_n$  bağımsız aynı dağılıma sahip rassal değişkenler olduğundan,

$$V(\bar{y}_n) = \frac{1}{n^2} [V(y_1) + V(y_2) + \dots + V(y_n)]$$

$$E(\bar{y}_n - \mu)^2 = V(\bar{y}_n) = V(\bar{y}_n) = \{\psi'(b) + \psi'(1)\} \frac{\sigma^2}{n} \quad (3.24)$$

olarak elde edilir. (3.23) eşitliğinin sağ tarafındaki üçüncü terim benzer olarak,

$$E(\bar{Y}_N - \mu)^2 = V(\bar{Y}_N) = V(\bar{Y}_N) = \frac{\{\psi'(b) + \psi'(1)\} \sigma^2}{N} \quad (3.25)$$

biçiminde belirlenebilir. (3.23) eşitliğinde,

$$E((\bar{y}_n - \mu)(\bar{Y}_N - \mu)) = Cov(\bar{y}_n, \bar{Y}_N)$$

olarak yazılabilir.

$$= Cov\left[\bar{y}_n - \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma, \frac{n}{N} (\bar{y}_n - \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma) + \left(1 - \frac{n}{N}\right) (\bar{Y}_{N-n} - \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma)\right]$$

$$= Cov\left[\bar{y}_n - \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma, \frac{n}{N} (\bar{y}_n - \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma)\right] + \\ Cov\left[\bar{y}_n - \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma, \left(1 - \frac{n}{N}\right) (\bar{Y}_{N-n} - \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma)\right]$$



$$= \frac{n}{N} \text{Cov}(\bar{y}_n, \bar{y}_n) + \left(1 - \frac{n}{N}\right) \text{Cov}(\bar{y}_n, \bar{Y}_{N-n})$$

$\bar{y}_n$  ve  $\bar{Y}_{N-n}$  koşulsuz olarak bağımsız olduğundan ikinci terim sifıra eşittir. Buradan,

$$= \frac{n}{N} \text{Cov}(\bar{y}_n, \bar{y}_n) = \frac{n}{N} V(\bar{y}_n) = \frac{n}{N} \frac{\{\psi'(b) + \psi'(1)\} \sigma^2}{n}$$

olarak elde edilir ve

$$E\left((\bar{y}_n - \mu)(\bar{Y}_{N-n} - \mu)\right) = \frac{\{\psi'(b) + \psi'(1)\} \sigma^2}{N} \quad (3.26)$$

eşittir. (3.24), (3.25) ve (3.26) eşitlikleri (3.23) eşitliğinde yerine yazıldığında,  $\bar{y}_n$  kestiricisinin MSE değeri,

$$E(\bar{y}_n - \bar{Y}_{N-n})^2 = \{\psi'(b) + \psi'(1)\} \frac{\sigma^2}{n} - 2\{\psi'(b) + \psi'(1)\} \frac{\sigma^2}{N} + \{\psi'(b) + \psi'(1)\} \frac{\sigma^2}{N}$$

$$= \{\psi'(b) + \psi'(1)\} \frac{\sigma^2}{n} - \{\psi'(b) + \psi'(1)\} \frac{\sigma^2}{N}$$

$$E(\bar{y}_n - \bar{Y}_{N-n})^2 = \frac{N-n}{N} \frac{\sigma^2}{n} \{\psi'(b) + \psi'(1)\} \quad (3.27)$$

olarak elde edilir. Süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda düzeltilmiş  $\bar{y}_n$  EKK kestiricisi  $\bar{Y}_{N-n}$ 'nin yansız kestiricisidir ve  $\bar{y}_n$  EKK kestiricisinin MSE değeri (3.27) eşitliğindeki gibidir. Süper evrenin dağılımının simetrik olması durumunda olduğu gibi, EKK kestiricisi ile sağlam kestiricilerin karşılaştırılabilmesi için bu kestiricilerin yansızlığı ve MSE değerleri belirlenecektir.

### 3.2.2. $\sigma$ 'nın Bilinmesi Durumunda Sonlu Evren Modunun MML Kestiricisi

Bölüm 2'de ayrıntılı olarak verilen sağlam kestiriciler içerisinde süper evrenin dağılımına bağlı olarak değişen tek kestirici MML kestiricisidir. Süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda MML kestiricisi ve diğer sağlam kestiriciler yanlıdır. Ancak MML kestiricisi yanlılık düzeltmesini kendi içerisinde yapan bir kestiricidir. Diğer sağlam kestiriciler için yanlılık düzeltmesi EKK kestiricisine benzer bir biçimde yapılmaktadır. MML kestiricisi, diğer sağlam kestiricilerle aynı şekilde ifade edilemeyeceğinden, süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda MML kestiricisi ayrıca ele alınacaktır.  $\sigma$  ölçek parametresinin bilindiği durumda Eşitlik (2.12)'de ayrıntılı olarak verilen MML kestiricisi aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\mu}_{MML.} = \hat{\mu}_{MML} - \frac{1}{m} \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{n}{b+1} \right) \sigma,$$

$$\hat{\mu}_{MML} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \beta_i y_{(i)}, \quad m = \sum_{i=1}^n \beta_i, \quad \beta_i = \frac{e^t}{(1+e^t)^2}, \quad \alpha_i = \frac{(1+e^t + te^t)}{(1+e^t)^2}$$

$$t = t_{(i)} = E(z_{(i)}) = -\ln(q_i^{-1/b} - 1), \quad q_i = \frac{i}{n+1}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

$t_{(i)}$  değerleri genelleştirilmiş lojistik aileden gelen standartlaştırılmış sıra istatistiklerinin beklenen değerleridir.

$$E(\hat{\mu}_{MML.}) = E\left(\hat{\mu}_{MML} - \frac{1}{m} \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{n}{b+1} \right) \sigma\right) = E(\hat{\mu}_{MML}) - \left( \frac{1}{m} \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{n}{b+1} \right) \sigma \right)$$

$$= \mu - \frac{1}{m} \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{n}{b+1} \right) \sigma \quad (3.28)$$

Eşitlik (3.28)'dan  $\hat{\mu}_{MML}$  kestiricisinin sonlu evren modu  $\mu$  için yansız bir kestirici olmadığı görülür.  $\hat{\mu}_{MML}$  kestiricisinin yanlılık miktarı (3.29) eşitliğinde verildiği gibidir.

$$Yan_{MML} = \frac{1}{m} \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{n}{b+1} \right) \sigma \quad (3.29)$$

$\hat{\mu}_{MML}$  kestiricisinin yanlılık miktarı çeşitli şekil parametreleri ve örneklem hacimleri için Tiku ve Akkaya (2004) tarafından belirlenmiştir. Örneklem hacmi  $n \geq 10$  olduğunda yanlılık miktarının ihmal edilebileceği gösterilmiştir (Tiku ve Akkaya, 2004). Bu sebepten dolayı  $\hat{\mu}_{MML}$  kestiricisi yansız olarak kabul edilmiş ve diğer sağlam kestiricilerle karşılaştırılabilmesi için MSE değeri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned} E\left(\hat{\mu}_{MML} - \bar{Y}_{N.}\right)^2 &= E\left(\left(\hat{\mu}_{MML} - \mu\right) - \left(\bar{Y}_{N.} - \mu\right)\right)^2 \\ &= E\left(\left(\hat{\mu}_{MML} - \mu\right)^2 - 2\left(\hat{\mu}_{MML} - \mu\right)\left(\bar{Y}_{N.} - \mu\right) + \left(\bar{Y}_{N.} - \mu\right)^2\right) \quad (3.30) \\ &= E\left(\hat{\mu}_{MML} - \mu\right)^2 - 2E\left(\left(\hat{\mu}_{MML} - \mu\right)\left(\bar{Y}_{N.} - \mu\right)\right) + E\left(\left(\bar{Y}_{N.} - \mu\right)^2\right) \end{aligned}$$

(3.30) eşitliğinde,

$$E\left(\hat{\mu}_{MML} - \mu\right)^2 = V\left(\hat{\mu}_{MML}\right) \quad (3.31)$$

eşitliği sözkonusudur. Ayrıca,

$$E\left(\left(\hat{\mu}_{MML} - \mu\right)\left(\bar{Y}_{N.} - \mu\right)\right) = Cov\left(\hat{\mu}_{MML}, \bar{Y}_{N.}\right)$$

$$\begin{aligned}
&= Cov\left(\hat{\mu}_{MML}, \frac{n}{N}(\bar{y}_n - \{\psi(b) - \psi(1)\}\sigma) + \left(1 - \frac{n}{N}\right)(\bar{Y}_{N-n} - \{\psi(b) - \psi(1)\}\sigma)\right) \\
&= Cov\left(\hat{\mu}_{MML}, \frac{n}{N}(\bar{y}_n - \{\psi(b) - \psi(1)\}\sigma)\right) + Cov\left(\hat{\mu}_{MML}, \left(1 - \frac{n}{N}\right)(\bar{Y}_{N-n} - \{\psi(b) - \psi(1)\}\sigma)\right) \\
&= \frac{n}{N}Cov(\hat{\mu}_{MML}, \bar{y}_n) + \left(1 - \frac{n}{N}\right)Cov(\hat{\mu}_{MML}, \bar{Y}_{N-n})
\end{aligned}$$

$\hat{\mu}_{MML}$  ve  $\bar{Y}_{N-n}$  bağımsız olduğu için,

$$= \frac{n}{N}Cov(\hat{\mu}_{MML}, \bar{y}_n) \quad (3.32)$$

eşitliği elde edilir. (3.25), (3.31) ve (3.32) eşitlikleri (3.30) eşitliğinde yerine yazıldığında  $\hat{\mu}_{MML}$  kestiricisinin MSE değeri (3.33)'deki gibi elde edilir.

$$E\left(\hat{\mu}_{MML} - \bar{Y}_{N\cdot}\right)^2 = V(\hat{\mu}_{MML}) - 2\frac{n}{N}Cov(\hat{\mu}_{MML}, \bar{y}_n) + \frac{\{\psi'(b) + \psi'(1)\}\sigma^2}{N} \quad (3.33)$$

### 3.2.3. $\sigma$ 'nın Bilinmesi Durumunda Sonlu Evren Modunun Diğer Sağlam Kestiricileri

Bu kısımda, süper evrenin (3.17) eşitliğinde verilen genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda, Bölüm 2'de verilen MML kestiricisi dışındaki tüm sağlam kestiriciler ele alınacaktır. Tüm bu sağlam kestiriciler süper evrenin dağılımının genelleştirilmiş lojistik dağılım olması durumunda sonlu evren modu için yanlı kestiricilerdir. Bu kısımda ilk olarak ele alınan sağlam kestiricilerin yanlılık düzeltilmesi yapılacaktır. Daha sonra yanlılık düzeltilmesi yapılan bu sağlam kestiricilerin EKK ve MML kestiricileri ile karşılaştırılabilmesi için MSE değeri elde edilecektir.

### **3.2.3.1. MML Dışındaki Sağlam Kestiriciler için Yanlılık Düzeltmesi**

Bu kısımda, süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda evren modunu tahmin etmek için kullanılacak olan MML dışındaki sağlam kestiricilerin yanlılık düzeltmesi üzerinde durulacaktır. MML kestiricisi dışındaki tüm sağlam kestiricilerin yanlılık düzeltmesinin yapılabilmesi için, öncelikle yanlılık miktarlarının elde edilmesi gerekir. Bu kestiricilerin yanlılık miktarları belirlenirken genelliği bozmamak amacıyla  $\sigma=1$  olarak alınmıştır.

#### **Medyan**

Süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren modunu tahmin etmek için kullanılan sağlam kestiricilerden biri medyandır. Medyanda EKK kestiricisi gibi yanlı bir kestiricidir. Medyan için yanlılık miktarı (3.34) eşitliği yardımıyla kolayca belirlenebilir.

$$Yan_{Medyan} = -\ln \left[ \left( \frac{1}{0,5} \right)^{\frac{1}{b}} - 1 \right] \quad (3.34)$$

Seçilen bazı şekil parametre değerleri için medyana ait yanlılık miktarları Çizelge 3.6'da verilmiştir.

**Çizelge 3.6. Medyan Kestiricisine ait Yanlılık Miktarları**

$b$	$-\ln \left[ \left( \frac{1}{0,5} \right)^{\frac{1}{b}} - 1 \right]$
0,5	-1,099
1	0,000
2	0,881
4	1,665
10	2,634

(3.34) eşitliği ile yanlılık miktarı hesaplanan medyan için yanlılık düzeltmesi aşağıdaki biçimde yapılabilir.

$$\hat{\mu}_{Medyan.} = \hat{\mu}_{Medyan} - Yan_{Medyan} \sigma$$

### **Trimmed Ortalama**

Bilindiği gibi, trimmed ortalama sıralanmış gözlem değerlerinin her iki ucundan belirli oranda gözlem değeri atılır. Kalan gözlemlerin ortalaması trimmed ortalama olarak adlandırılır. Süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılım gibi çarpık bir dağılım olması durumunda, sonlu evren modu için trimmed ortalama yanlı bir kestiricidir. Trimmed ortalamanın yanlılık miktarı, alttan ve üstten farklı oranlarda truncation yapılmış genelleştirilmiş lojistik dağılımın ortalaması yardımıyla elde edilir. Bu değer (3.35) eşitliğiyle kolayca belirlenebilir.

$$Yan_{Trim} = \int_{F^{-1}(p_1)}^{F^{-1}(p_2)} z \frac{1}{p_2 - p_1} \frac{be^{-z}}{(1 + e^{-z})^{b+1}} dz, \quad (3.35)$$

burada,

$$F^{-1}(p_i) = -\ln \left[ \left( \frac{1}{p_i} \right)^{1/b} - 1 \right] \quad i = 1, 2.$$

Belirli bazı şekil parametre değerleri için trimmed ortalama ait yanlılık miktarları Çizelge 3.7’de verilmiştir.

**Çizelge 3.7. Trimmed Ortalama için Yanlılık Miktarları**

$b$	$Yan_{Trim(0.1;0.1)}$	$Yan_{Trim(0.2;0.1)}$	$Yan_{Trim(0.1;0.2)}$
0,5	-1,224	-0,855	—
1	0	0	0
2	0,932	—	0,709
4	1,737	—	1,527
10	2,717	—	2,515

— : İlgili şekil parametresi için bu değerın hesaplanması anlamlı değildir.

Ayrıca, örneklem hacmi  $n=1000$  alınarak, 10000 iterasyonluk Monte Carlo simülasyonu yapıldığında aynı sonuçlar elde edilmiştir.

Sonlu evren modunun yansız trimmed kestiricisi aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\hat{\mu}_{Trim\bullet} = \hat{\mu}_{Trim} - Yan_{Trim} \sigma .$$

### **Winsorized Ortalama**

Winsorized ortalama için yanlılık düzeltmesi trimmed ortalamaya benzer bir mantıkla yapılabilir. Winsorize ortalama için yanlılık miktarı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$Yan_{win} = p_1 F^{-1}(p_1) + (p_2 - p_1) \int_{F^{-1}(p_1)}^{F^{-1}(p_2)} z \frac{1}{(p_2 - p_1)} \frac{be^{-z}}{(1 + e^{-z})^{b+1}} dz + p_2 F^{-1}(p_2) \quad (3.36)$$

(3.36) eşitliği yardımıyla bazı şekil parametre değerleri için elde edilen yanlılık miktarları Çizelge 3.8’de verilmiştir.

**Çizelge 3.8. Winsorize Ortalama için Yanlılık Miktarları**

$b$	$Yan_{Win(0.1;0.1)}$	$Yan_{Win(0.2;0.1)}$	$Yan_{Win(0.1;0.2)}$
0,5	-1,294	-1,089	—
1	0	0	0
2	0,960	—	0,847
4	1,777	—	1,666
10	2,764	—	2,654

— : İlgili şekil parametresi için bu değer hesaplanması anlamlı değildir.

Ayrıca trimmed ortalamada olduğu gibi örneklem hacmi  $n=1000$  alınarak, 10000 iterasyonluk Monte Carlo simülasyonu ile aynı sonuçlar elde edilmiştir.

Winsorized ortalama kullanılarak, evren modu yansız olarak aşağıdaki biçimde elde edilebilir,

$$\hat{\mu}_{Win.} = \hat{\mu}_{Win} - Yan_{Win} \sigma .$$

### **TL Ortalama**

TL ortalama için yanlılık miktarı teorik olarak elde edilememiştir. Burada yanlılık miktarı simülasyon yardımıyla elde edilmiştir. 10000 iterasyonluk Monte-Carlo simülasyonu ile  $n=100$  örneklem hacmi için elde edilen yanlılık miktarı Çizelge 3.9’da verilmiştir. Çeşitli şekil parametreleri için elde edilen bu yanlılık miktarları yardımıyla, TL-ortalama için yanlılık düzeltmesi aşağıdaki gibi yapılabilir,

$$\hat{\mu}_{TL.} = \hat{\mu}_{TL} - Yan_{TL} \sigma .$$

**Çizelge 3.9. TL Ortalama için Yanlılık Miktarları**

$b$	$Yan_{TL}$
0,5	-1,120
1	0,000
2	0,891
4	1,675
10	2,647



### **W24 ve BS82 Kestiricileri**

Huber kestiricileri olarak bilinen W24 ve BS82 kestiricileri için yanlılık düzeltmesi EKK kestiricisinde olduğu gibi yapılır (Tiku and Akkaya, 2004). Şekil parametresinin farklı değerleri için hesaplanan yanlılık miktarları Çizelge 3.10'da verilmiştir.

**Çizelge 3.10. Huber Kestiricileri için Yanlılık Miktarları**

$b$	$\{\psi(b) - \psi(1)\}$
0,5	-1,386
1	0,000
2	1,000
4	1,833
10	2,829

Sonlu evren modunun yansız W24 ve BS82 kestiricileri,

$$\hat{\mu}_{W24*} = \hat{\mu}_{W24} - \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma,$$

$$\hat{\mu}_{BS82*} = \hat{\mu}_{BS82} - \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma,$$

şeklindedir.

### **Hodges-Lehmann Kestiricisi**

TL ortalamada olduğu gibi Hodges-Lehmann kestiricisi için de yanlılık miktarı teorik olarak elde edilememiştir. Hodges Lehmann kestiricisinin yanlılık miktarı 10000 iterasyonluk Monte Carlo simülasyonu yardımıyla elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar Çizelge 3.11'de verilmiştir.

**Çizelge 3.11. Hodges-Lehmann Kestiricisi için Yanlılık Miktarları**

$b$	$Yan_{HL}$
0,5	-1,227
1	0,000
2	0,935
4	1,756
10	2,727

Çizelge 3.11’de verilen yanlılık miktarları kullanılarak, yanlılık düzeltmesi yapılmış Hodges-Lehmann kestiricisi aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$\hat{\mu}_{HL.} = \hat{\mu}_{HL} - Yan_{HL}\sigma$$

### **3.2.3.2. Sonlu Evren Modunun Kestiriminde Kullanılan MML Dışındaki Sağlam Kestiricilerin MSE Değeri**

$\hat{\mu}_R$ , yukarıda sözü edilen sağlam kestiricilerden herhangi birini göstermek üzere bu kestiriciler için yanlılık düzeltmesi genel olarak,

$$\hat{\mu}_{R.} = \hat{\mu}_R - Yan_R\sigma$$

şeklinde yapılır. Burada  $\hat{\mu}_{R.}$  yanlılık düzeltmesi yapılmış olan sağlam kestiriciyi gösterir. Kestiricinin beklenen değeri,

$$E(\hat{\mu}_{R.}) = E(\hat{\mu}_R - Yan_R\sigma) = \mu$$

olduğundan, yanlılık düzeltmesi yapılmış olan sağlam kestiriciler,  $\bar{Y}_N$  sonlu evren modunun yansız bir kestiricisi haline gelmiştir. Tüm bu kestiriciler için MSE değeri, EKK ve MML kestiricilerine benzer bir mantıkla aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$E(\hat{\mu}_{R.} - \bar{Y}_N)^2 = E((\hat{\mu}_{R.} - \mu) - (\bar{Y}_N - \mu))^2$$

$$= E\left((\hat{\mu}_{R.} - \mu)^2 - 2(\hat{\mu}_{R.} - \mu)(\bar{Y}_{N.} - \mu) + (\bar{Y}_{N.} - \mu)^2\right) \quad (3.37)$$

Burada,

$$E\left((\hat{\mu}_{R.} - \mu)^2\right) = V(\hat{\mu}_{R.}) = V[\hat{\mu}_R - Yan_R \sigma] = V(\hat{\mu}_R) \quad (3.38)$$

biçimindedir.

$$\begin{aligned} E\left((\hat{\mu}_{R.} - \mu)(\bar{Y}_{N.} - \mu)\right) &= Cov(\hat{\mu}_{R.}, \bar{Y}_{N.}) \\ &= Cov\left[\hat{\mu}_{R.}, \frac{n}{N}(\bar{y}_n - \{\psi(b) - \psi(1)\}\sigma) + \left(1 - \frac{n}{N}\right)(\bar{Y}_{N-n} - \{\psi(b) - \psi(1)\}\sigma)\right] \\ &= \frac{n}{N}Cov(\hat{\mu}_R, \bar{y}_n) + \left(1 - \frac{n}{N}\right)Cov(\hat{\mu}_R, \bar{Y}_{N-n}) \end{aligned}$$

$\hat{\mu}_R$  ve  $\bar{Y}_{N-n}$  koşulsuz olarak bağımsız olduğu için aşağıdaki eşitlik söz konusudur.

$$E\left((\hat{\mu}_{R.} - \mu)(\bar{Y}_{N.} - \mu)\right) = Cov(\hat{\mu}_{R.}, \bar{Y}_{N.}) = \frac{n}{N}Cov(\hat{\mu}_R, \bar{y}_n) \quad (3.39)$$

(3.25), (3.38) ve (3.39) eşitlikleri (3.37) eşitliğinde yerine yazıldığında, (3.40) eşitliği elde edilir.

$$E\left((\hat{\mu}_{R.} - \bar{Y}_{N.})^2\right) = V(\hat{\mu}_R) - 2\frac{n}{N}Cov(\hat{\mu}_R, \bar{y}_n) + \{\psi'(b) + \psi'(1)\}\frac{\sigma^2}{N} \quad (3.40)$$

(3.33) eşitliğinde verilen MML kestiricisinin MSE değeri, (3.40) eşitliğinde yer alan diğer sağlam kestiricilerin MSE değerleri ile aynıdır. Bu nedenle simetrik ailede olduğu gibi burada da tüm sağlam kestiriciler  $\hat{\mu}_R$  ile gösterilebilir. Süper evrenin

genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda, sonlu evren modunun tüm kestiricilerinin MSE kriterine göre karşılaştırılması gerekir.

Simetrik ailede olduğu gibi bazı sağlam kestiriciler için  $V(\hat{\mu}_R)$  ve  $Cov(\hat{\mu}_R, \bar{y}_n)$  değerlerini kesin olarak belirlemek mümkün değildir. Tüm kestiricilerin aynı durumlarda karşılaştırılması gerektiğinden, şekil parametresi  $b$ 'nin 0,5; 1; 4; 10 değerleri ve örneklem hacmi  $n$ 'nin 5,10, 15, 20 değerleri alınarak, 10000 iterasyonla Monte-Carlo simülasyonu yardımıyla  $V(\hat{\mu}_R)$  ve  $Cov(\hat{\mu}_R, \bar{y}_n)$  değerleri yaklaşık olarak belirlenmiştir. Ayrıca simülasyonda genelliği bozmamak için  $\sigma = 1$  olarak alınmıştır. Daha sonra örnekleme oranı  $\frac{n}{N} = 0,10$  ve  $0,20$  alınarak tüm kestiricilerin MSE değerleri belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlar Çizelge 3.12-Çizelge 3.15' de verilmiştir. Ancak burada dikkat edilmelidir ki W24 ve BS82 kestiricileri uzun kuyruklu simetrik dağılımlar için tasarlanmış olup, çarpık dağılımlar için kullanılması önerilmemektedir. Bununla beraber, bu çalışmada dağılımın çarpık olması durumunda bu kestiricilerin etkinliğinin nasıl değiştiğini gözlemlemek amacıyla genelleştirilmiş lojistik dağılıma ait çizelgelerde bu kestiricilere yer verilmiştir.

Çizelge 3.12-Çizelge 3.15 incelendiğinde, süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumuna benzer olarak tüm örneklem hacimleri ve şekil parametrelerinde sonlu evren modu için en iyi kestiricinin MML kestiricisi olduğu görülmektedir. Çarpık bir dağılım olan genelleştirilmiş lojistik dağılım için en kötü sonuçlar medyan, W24, BS82, EKK kestiricileri için elde edilmiştir. Küçük örneklem hacimlerinde kötü olmalarına rağmen, örneklem hacmi büyüdükçe Hodges Lehmann, trimmed ortalama, winsorize ortalama ve TL ortalama, EKK kestiricilerine göre daha iyi sonuç vermektedir. Şekil parametresi  $b=0,5$ ; için Trim(0,2;0,1) ve Win(0,2;0,1) ortalamalar daha iyi sonuç verirken,  $b=4$  ve 10 için Trim(0,1;0,2) ve Win(0,1;0,2) ortalamalar daha iyi sonuç vermektedir. Bunun nedeni şekil parametresinin aldığı değere göre dağılımın çarpıklığının değişmesidir. Tüm sonuçlar bir arada değerlendirildiğinde, süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda, sonlu evren modu için en iyi kestiricinin MML kestiricisi olduğu belirlenmiştir. Ayrıca Çizelge 3.12-Çizelge 3.15'de

verilen oransal etkinlik değerlerine bakıldığında, EKK kestiricisinin örneklem hacmi arttıkça etkinliğinin azaldığı görülmektedir. Simetrik dağılım durumunda olduğu gibi burada da EKK kestiricisinin iyi özelliklere sahip bir kestirici olmadığı görülmektedir. Sonuç olarak, süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren modu için en etkin kestirici MML kestiricisidir.

**Çizelge 3.12. Genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren modunun kestiricilerine ait MSE ve  $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$  değerleri**

Kestiriciler	$n/N = 0,10, b=0.5$							
	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	1,18435	100,00	0,59218	100,00	0,39478	100,00	0,29609	100,00
Medyan	1,37975	116,50	0,63167	106,67	0,44759	113,38	0,32266	108,97
Trim(0.1;0.1)	1,18435	100,00	0,53670	90,63	0,35950	91,06	0,26325	88,91
Trim(0.2;0.1)	1,18435	100,00	0,50465	85,22	0,32594	82,56	0,24643	83,23
Win(0.1;0.1)	1,18435	100,00	0,56129	94,79	0,38049	96,38	0,27839	94,02
Win(0.2;0.1)	1,18435	100,00	0,54148	91,44	0,35806	90,70	0,26651	90,01
TL(0.1)	1,18435	100,00	0,53118	89,70	0,34828	88,22	0,26447	89,32
MML	1,01168	85,42	0,48479	81,87	0,31857	80,70	0,23672	79,95
W24	1,22140	103,13	0,56695	95,74	0,37636	95,33	0,27634	93,33
BS82	1,22390	103,34	0,56776	95,88	0,37695	95,48	0,27650	93,38
HL	1,14542	96,71	0,54711	92,39	0,36184	91,65	0,26679	90,11
$n/N = 0,20, b=0.5$								
EKK	1,05276	100,00	0,52638	100,00	0,35092	100,00	0,26319	100,00
Medyan	1,28986	122,52	0,59135	112,34	0,42211	120,29	0,30413	115,55
Trim(0.1;0.1)	1,05276	100,00	0,48446	92,04	0,32278	91,98	0,23828	90,54
Trim(0.2;0.1)	1,05276	100,00	0,46138	87,65	0,29800	84,92	0,22612	85,91
Win(0.1;0.1)	1,05276	100,00	0,50530	96,00	0,34077	97,11	0,25086	95,31
Win(0.2;0.1)	1,05276	100,00	0,49228	93,52	0,32481	92,56	0,24261	92,18
TL(0.1)	1,05276	100,00	0,48253	91,67	0,31555	89,92	0,24279	92,25
MML	0,92156	87,54	0,44548	84,63	0,29322	83,56	0,21880	83,13
W24	1,11838	106,23	0,51920	98,64	0,34345	97,87	0,25252	95,95
BS82	1,12114	106,50	0,52029	98,84	0,34424	98,10	0,25287	96,08
HL	1,03568	98,38	0,49672	94,36	0,32792	93,45	0,24220	92,03

**Çizelge 3.13. Genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren modunun kestiricilerine ait MSE ve  $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$  değerleri (devam)**

$n/N = 0,10, b=1$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	0,59218	100,00	0,29609	100,00	0,19739	100,00	0,14804	100,00
Medyan	0,73927	124,84	0,34170	115,41	0,25129	127,31	0,17677	119,40
Trim(0.1;0.1)	0,59218	100,00	0,27967	94,45	0,18741	94,94	0,13737	92,79
Win(0.1;0.1)	0,59218	100,00	0,28796	97,26	0,19423	98,40	0,14195	95,88
TL(0.1)	0,59218	100,00	0,28042	94,71	0,18593	94,19	0,14194	95,88
MML	0,57256	96,69	0,27750	93,72	0,18437	93,40	0,13617	91,98
W24	0,63625	107,44	0,28916	97,66	0,19143	96,98	0,13964	94,32
BS82	0,63765	107,68	0,28966	97,83	0,19184	97,19	0,13987	94,48
HL	0,59668	100,76	0,28503	96,26	0,18819	95,34	0,13836	93,46
$n/N = 0,20, b=1$								
EKK	0,52638	100,00	0,26319	100,00	0,17546	100,00	0,13159	100,00
Medyan	0,68867	130,83	0,31818	120,89	0,23563	134,29	0,16562	125,86
Trim(0.1;0.1)	0,52638	100,00	0,25163	95,61	0,16798	95,74	0,12401	94,24
Win(0.1;0.1)	0,52638	100,00	0,25856	98,24	0,17376	99,03	0,12768	97,02
TL(0.1)	0,52638	100,00	0,25372	96,40	0,16794	95,72	0,12969	98,55
MML	0,50992	96,87	0,24805	94,25	0,16512	94,11	0,12235	92,97
W24	0,57986	110,16	0,26209	99,58	0,17323	98,73	0,12656	96,17
BS82	0,58131	110,44	0,26271	99,82	0,17371	99,00	0,12686	96,40
HL	0,53737	102,09	0,25726	97,75	0,16974	96,74	0,12507	95,04

**Çizelge 3.14. Genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren modunun kestiricilerine ait MSE ve  $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$  değerleri (devam)**

$n/N = 0,10, b=4$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	0,34717	100,00	0,17359	100,00	0,11572	100,00	0,08679	100,00
Medyan	0,44549	128,32	0,21131	121,73	0,15304	132,25	0,11007	126,82
Trim(0.1;0.1)	0,34717	100,00	0,16812	96,85	0,11131	96,19	0,08311	95,75
Trim(0.1;0.2)	0,34717	100,00	0,15824	91,16	0,10214	88,26	0,07842	90,35
Win(0.1;0.1)	0,34717	100,00	0,17192	99,04	0,11422	98,70	0,08537	98,36
Win(0.1;0.2)	0,34717	100,00	0,16717	96,30	0,11092	95,84	0,08331	95,98
TL(0.1)	0,34717	100,00	0,16991	97,88	0,11190	96,69	0,08656	99,73
MML	0,28820	83,01	0,13987	80,58	0,09330	80,62	0,06954	80,12
W24	0,38434	110,70	0,17951	103,41	0,11918	102,99	0,08825	101,68
BS82	0,38522	110,96	0,18000	103,70	0,11950	103,27	0,08842	101,88
HL	0,35362	101,86	0,17312	99,73	0,11443	98,88	0,08476	97,65
$n/N = 0,20, b=4$								
EKK	0,30860	100,00	0,15430	100,00	0,10287	100,00	0,07715	100,00
Medyan	0,41469	134,38	0,19656	127,39	0,14331	139,31	0,10286	133,32
Trim(0.1;0.1)	0,30860	100,00	0,15125	98,02	0,09974	96,96	0,07466	96,78
Trim(0.1;0.2)	0,30860	100,00	0,14401	93,33	0,09301	90,41	0,07130	92,42
Win(0.1;0.1)	0,30860	100,00	0,15435	100,03	0,10216	99,31	0,07645	99,10
Win(0.1;0.2)	0,30860	100,00	0,15141	98,13	0,10033	97,54	0,07525	97,54
TL(0.1)	0,30860	100,00	0,15369	99,61	0,10100	98,19	0,07873	102,05
MML	0,26228	84,99	0,12808	83,01	0,08565	83,26	0,06381	82,71
W24	0,35140	113,87	0,16318	105,76	0,10815	105,13	0,07988	103,55
BS82	0,35234	114,18	0,16373	106,11	0,10850	105,48	0,08009	103,82
HL	0,31892	103,34	0,15641	101,37	0,10327	100,39	0,07636	98,98

**Çizelge 3.15. Genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip süper evren modeli temelinde sonlu evren modunun kestiricilerine ait MSE ve  $RE = MSE_R / MSE_{EKK}$  değerleri (devam)**

$n/N = 0,10, b=10$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	0,31500	100,00	0,15750	100,00	0,10500	100,00	0,07875	100,00
Medyan	0,40096	127,29	0,18991	120,58	0,13844	131,85	0,10004	127,04
Trim(0.1;0.1)	0,31500	100,00	0,15158	96,24	0,10091	96,10	0,07513	95,40
Trim(0.1;0.2)	0,31500	100,00	0,14086	89,43	0,09040	86,09	0,06971	88,52
Win(0.1;0.1)	0,31500	100,00	0,15499	98,41	0,10408	99,13	0,07753	98,45
Win(0.1;0.2)	0,31500	100,00	0,15028	95,42	0,09949	94,75	0,07484	95,03
TL(0.1)	0,31500	100,00	0,15319	97,27	0,10114	96,32	0,07801	99,06
MML	0,23900	75,87	0,11556	73,37	0,07670	73,05	0,05762	73,17
W24	0,34322	108,96	0,16439	104,38	0,10824	103,09	0,08066	102,43
BS82	0,34401	109,21	0,16477	104,61	0,10850	103,33	0,08087	102,69
HL	0,31835	101,06	0,15702	99,70	0,10395	99,00	0,07695	97,71
$n/N = 0,20, b=10$								
EKK	0,28000	100,00	0,14000	100,00	0,09333	100,00	0,07000	100,00
Medyan	0,37420	133,64	0,17691	126,36	0,12986	139,14	0,09359	133,69
Trim(0.1;0.1)	0,28000	100,00	0,13660	97,57	0,09034	96,79	0,06765	96,64
Trim(0.1;0.2)	0,28000	100,00	0,12856	91,83	0,08245	88,33	0,06362	90,88
Win(0.1;0.1)	0,28000	100,00	0,13938	99,56	0,09300	99,64	0,06958	99,40
Win(0.1;0.2)	0,28000	100,00	0,13645	97,46	0,09006	96,50	0,06780	96,86
TL(0.1)	0,28000	100,00	0,13881	99,15	0,09127	97,79	0,07114	101,63
MML	0,21988	78,53	0,10754	76,81	0,07152	76,62	0,05385	76,93
W24	0,31475	112,41	0,15000	107,14	0,09834	105,37	0,07334	104,77
BS82	0,31559	112,71	0,15043	107,45	0,09864	105,69	0,07358	105,11
HL	0,28791	102,83	0,14221	101,58	0,09386	100,57	0,06949	99,27

### 3.2.4. $\sigma$ 'nın Bilinmemesi Durumunda Sonlu Evren Modunun Kestiricileri

$\sigma$ 'nın bilinmemesi durumunda sonlu evren modunun kestirilmesi için ilk olarak  $\sigma$ 'nın kestirilmesi gerekir. Süper evren genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olduğunda MML kestiricisi dışındaki tüm kestiricilerde yanlışlık düzeltmesi yapılmalıdır. Yanlılık düzeltmesi yapılırken  $\sigma$ 'nın kestirim değerine ihtiyaç duyulur. Ancak  $\sigma$ 'nın kestiriminde sonlu evren ortalaması için ilgili kestiricinin kestirim değerinin bilinmesi gerekir. Bu durumda aşamalı olarak parametre kestirimi yapılır.

$y_{(i)}$  ( $1 \leq i \leq n$ ) sıra istatistiklerini göstermek üzere,  $\sigma$ 'nın EKK kestiricisi  $s_n^2$  aşağıdaki gibidir.

$$s_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{(i)} - \bar{y}_n)^2}{n-1} \quad (3.41)$$

Burada  $\bar{y}_n$ , sonlu evren ortalamasının EKK kestiricisidir. (3.41) eşitliğinden  $\sigma$  tahmin edildikten sonra, sonlu evren modunun düzeltilmiş EKK kestiricisi aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$\bar{y}_{n..} = \bar{y}_n - \{\psi(b) - \psi(1)\} s_n \quad (3.42)$$

Eşitlik (3.42) verilen düzeltilmiş EKK kestiricisinin MSE değeri,

$$E(\bar{y}_{n..} - \bar{Y}_{N.})^2 = \frac{N-n}{N} \frac{\{\psi'(b) + \psi'(1)\} s_n^2}{n}$$

biçimindedir.

$\sigma$ 'nın bilinmemesi durumunda sonlu evren modunun sağlam kestiricileri için de benzer bir yol izlenir.  $\sigma$ 'nın trimmed ortalama kestirimi (Huber, 1981; Hampel et al., 1986; Tiku and Akkaya, 2004),

$$\hat{\sigma}_{Trim} = \left[ \frac{\sum_{i=l_n+1}^{u_n} (y_{(i)} - \hat{\mu}_{Trim})^2 + l_n (y_{(l_n+1)} - \hat{\mu}_{Trim})^2 + (n - u_n) (y_{(u_n)} - \hat{\mu}_{Trim})^2}{u_n - l_n - 1} \right] \quad (3.43)$$

ile belirlendikten sonra, sonlu evren modunun düzeltilmiş trimmed ortalama kestiricisi;

$$\hat{\mu}_{Trim..} = \hat{\mu}_{Trim} - Y_{an_{Trim}} \hat{\sigma}_{Trim} \quad (3.44)$$

şeklinde yapılabilir.



Winsorize ortalama kullanılarak  $\sigma$ 'nın kestirimi (3.45) eşitliği yardımıyla belirlenebilir (Huber, 1981; Hampel et al., 1986).

$$\hat{\sigma}_{win} = \frac{1}{n^2} \left[ \sum_{i=l_n+1}^{u_n} (y_{(i)} - \hat{\mu}_{win})^2 + l_n (y_{(l_n+1)} - \hat{\mu}_{win})^2 + (n - u_n) (y_{(u_n)} - \hat{\mu}_{win})^2 \right] \quad (3.45)$$

$\sigma$ 'nın kestirimi elde edildikten sonra, sonlu evren modunun düzeltilmiş winsorize ortalama kestirimi (3.46) eşitliği yardımıyla elde edilebilir.

$$\hat{\mu}_{win..} = \hat{\mu}_{win} - Y_{an_{win}} \hat{\sigma}_{win} \quad (3.46)$$

şeklinde yapılabilir.

Yukarıda açıklanan kestiricilere benzer olarak  $\sigma$ 'nın W24 kestirici;

$$\hat{\sigma}_{(W24)} = (hS_0) \left[ n \frac{\sum \sin^2(z_i)}{(\sum \cos(z_i))^2} \right]^{1/2} \quad (3.47)$$

ve BS82 kestiricisi;

$$\hat{\sigma}_{(BS82)} = (hS_0) \left[ n \frac{\sum \psi^2(z_i)}{(\sum \psi'(z_i))^2} \right]^{1/2} \quad (3.48)$$

biçimindedir (Tiku and Akkaya, 2004). Bu kestiricilerle  $\sigma$  tahmin edildikten sonra, trimmed ve winsorize ortalamaya benzer olarak sonlu evren modunun düzeltilmiş W24 ve BS82 kestiricileri kolayca elde edilebilir. (2.12) eşitliği yardımıyla  $\sigma$ 'nın MML kestirimi yapıldıktan sonra, sonlu evren modunun MML kestirimi;

$$\hat{\mu}_{MML..} = \hat{\mu}_{MML} - a\hat{\sigma}_{MML}, \quad a = \frac{1}{m} \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{n}{b+1} \right\} \quad (3.49)$$

ile belirlenir. Medyan, TL ortalama ve Hodges-Lehmann kestiricileri için ise  $\sigma$ 'nın kestirimi kesin bir formül yardımıyla elde edilememektedir. Ancak Monte Carlo simülasyonu yardımıyla bu kestiriciler için de  $\sigma$ 'nın kestirimini elde edilebilir.

### 3.3. İstatistiksel Sağlamlık

Sağlamlık teorisi model bozulmalarına konu olan sorunların çözümü ile doğrudan ilgilidir. Bir sağlam kestiricinin, varsayılan model için iyi sonuçlar vermesinin yanısıra varsayılan modelden makul sapmalar olması durumunda da tatmin edici sonuçlar verdiği bilinmektedir. EKK kestiricisi normal dağılım varsayımının sağlanmaması durumunda veya veri setinde aykırı değer bulunması durumunda etkinliğini kaybeden bir kestiricidir. Ancak sağlam kestiriciler, verideki aykırı değerlerden ve varsayılan modelden sapmalardan etkilenmeyen kestiricilerdir (Tiku, et al., 1986).

Bu kısımda süper evrenin uzun kuyruklu simetrik ve genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda, ele alınan kestiricilerin sağlamlığı belirlenmeye çalışılacaktır.

#### 3.3.1. Uzun Kuyruklu Simetrik Dağılım

Süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda, evren ortalaması için en etkin kestiricinin MML kestiricisi olduğu ve EKK kestiricisinin etkinliğini kaybettiği Kısım 3.1'de verilmiştir. Elde edilen bu sonuçlar, süper evrenin dağılımının doğru olarak belirlenmesi durumunda geçerlidir. Ancak pratikte süper evrenin dağılım şekli doğru olarak belirlenemeyebilir. Çalışmanın bu kısmında, süper evrenin dağılımının doğru olarak belirlenememesi veya veri setinde aykırı değer bulunması durumunda ele alınan kestiricilerden hangisinin daha etkin olduğu

belirlenmeye çalışılacaktır. Ele alınan kestiricilerin etkinliklerinin karşılaştırılabilmesi için 4 farklı model gözönünde bulundurulacaktır.

Süper evrenin  $p=3$  şekil parametrelili uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olduğu varsayılın. Varsayılan bu modele alternatif olabilecek modeller aşağıda verilmiştir.

**Model-1:**  $p=2$  (Dağılımın yanlış olarak belirlenmesi durumu)

**Model-2 (Dixon Aykırı Değer Modeli):**  $rLTS(3,2\sigma) + (n-r)LTS(3, \sigma)$

( $r = [0,5 + 0,1n]$ , LTS: Uzun kuyruklu simetrik dağılım). Burada gözlemlerin  $n-r$  tanesi  $LTS(3, \sigma)$  dağılımdan,  $r$  tanesi ise  $LTS(3,2\sigma)$  dağılımdan gelmektedir.

**Model-3 (Karma Model):**  $0,90LTS(3, \sigma) + 0,10LTS(5, \sigma)$

Burada gözlemlerin %90'ı  $LTS(3, \sigma)$  dağılımdan, %10'u ise  $LTS(5, \sigma)$  dağılımdan gelmektedir.

**Model-4 (Contamination Model):**  $0,90LTS(3, \sigma) + 0,10N(0,1)$

Model-4'te gözlemlerin %90'ı  $LTS(3, \sigma)$  dağılımdan, %10'u ise  $N(0,1)$  dağılımdan gelmektedir.

Süper evrenin  $p=3$  şekil parametrelili uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olduğu gerçek durumla birlikte, oluşturulan tüm alternatif modeller için kestiricilerin MSE değerleri ve RE değerleri simülasyon yardımıyla belirlenmiştir. Genelliği bozmamak için tüm modellerde  $\sigma=1$  olarak alınmıştır. Örnekleme oranı  $n_h/N_h = 0,10$  için 10000 iterasyonluk Monte-Carlo simülasyonu ile elde edilen sonuçlar Çizelge 3.16'da verilmiştir.

Çizelge 3.16'da ilk olarak varsayılan modelin doğru olarak belirlenmesi durumunda elde edilen sonuçlar yer almaktadır.  $n>5$  olduğunda medyan dışındaki tüm kestiriciler EKK kestiricisinden daha etkindir. Örneklem hacminin tüm değerleri için

elde edilen sonuçlar incelendiğinde evren ortalamasının en etkin kestiricisinin MML kestiricisi olduğu, bunu sırasıyla Hodges-Lehmann, TL ortalama ve Trimmed ortalamının izlediği görülmektedir. Süper evrenin dağılım şeklinin doğru olarak belirlenmesi durumunda evren ortalamasının en etkin kestiricisi MML kestiricisidir. EKK kestiricisi ise medyan dışındaki sağlam kestiricilerden daha kötü sonuç vermektedir.

Çizelge 3.16’da Model 1 başlığı altında, süper evrenin  $p=2$  şekil parametrelili uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olduğu ancak şekil parametresinin  $p=3$  olarak belirlendiği durum için elde edilen sonuçlar yer almaktadır. Dağılımın yanlış olarak belirlenmesi durumunda Trimmed ortalama, TL ortalama ve winsorized ortalama dışındaki tüm kestiriciler EKK kestiricisinden daha etkindir. Örneklem hacminin küçük değerleri için bu kestiriciler EKK kestiricisi ile aynı etkinliğe sahip olmalarına rağmen, örneklem hacmi arttıkça EKK kestiricisine göre etkin hale gelmektedirler. Model 1 için elde edilen sonuçlar incelendiğinde en etkin kestiricilerin sırasıyla MML, Hodges-Lehmann, W24 ve BS82 kestiricileri olduğu görülmektedir. Örneklem hacmi  $n \geq 10$  olduğunda ise tüm sağlam kestiriciler EKK kestiricisinden daha etkin olmaktadır. Böylece, modelin yanlış belirlenmesi durumundan en fazla etkilenen kestiricinin EKK kestiricisi olduğu görülmektedir. Çizelge 3.16’da Model 2 başlığı altında Dixon Aykırı Değer Modeli için elde edilen sonuçlar yer almaktadır. Bu modelde verilerin belirli bir kısmının varsayılan modelden farklı ölçek parametresine sahip bir dağılımdan geldiği durum incelenmiştir. Farklı ölçek parametresinden gelen veriler, veri setindeki aykırı değerleri oluşturmaktadır. Model-2 için elde edilen sonuçlar incelendiğinde, tüm örneklem hacimleri için en etkin kestiricinin MML olduğu, bunu Hodges-Lehmann ve TL kestiricilerinin izlediği görülmektedir. Örneklem hacmi  $n \geq 10$  olduğunda tüm sağlam kestiriciler EKK kestiricisinden daha etkindir. Veri setinde aykırı değer bulunması durumunda da EKK kestiricisi etkinliğini kaybetmektedir. Aykırı değerlerden en az etkilenen kestiriciler sırasıyla MML, TL ortalama, Hodges-Lehmann, Trim(0.1;0.1), BS82 ve W24’tür.

Model 3’te karma model için elde edilen sonuçlar yer almaktadır. Karma modelde verilerin %90’ı varsayılan modelden, %10’u ise varsayılan modelin farklı şekil

parametresine sahip bir dağılımdan gelmektedir. Model 3 için elde edilen sonuçlar incelendiğinde, örneklem hacmi  $n \geq 10$  için medyan dışındaki tüm sağlam kestiricilerin EKK kestiricisinden daha etkin olduğu görülmektedir. Karma modelde en etkin kestiriciler sırasıyla MML, trimmed ortalama, Hodges-Lehmann, TL ortalama, W24 ve BS82 kestiricileridir.

Model 4'de ise veri setine varsayılan model dışında, farklı bir dağılımdan verilerin karıştığı durum ele alınmıştır. Bu modelde veri setindeki verilerin %90'ının varsayılan modelden gelmesine rağmen, %10'unun standart normal dağılımdan geldiği varsayılmıştır. Model 4'de tüm örneklem hacimlerinde MML ve Hodges-Lehmann kestiricilerinin EKK kestiricisinden etkin olduğu görülmektedir. Örneklem hacmi arttıkça bu kestiricilere W24 ve BS82 kestiricileri katılmaktadır.  $n \geq 10$  olduğunda ise medyan dışındaki tüm sağlam kestiriciler EKK kestiricisinden etkindir. Model 4'e göre evren ortalamasının en etkin kestiricileri sırasıyla MML, trimmed, Hodges-Lehmann, TL ortalama, W24 ve BS82'dir.

Tüm modeller için elde edilen sonuçlar birlikte değerlendirildiğinde, varsayılan modelden sapmalar olduğunda veya veri seti aykırı değer içerdiğinde EKK kestiricisinin etkinliğini kaybettiği görülmektedir. Sağlam kestiriciler içerisinde ise bu durumdan en az etkilenenin MML, Hodges-Lehmann ve TL ortalama kestiricileri olduğu görülmektedir. Bu sonuçlar varsayılan modelin doğru olarak belirlenmesi durumunda elde edilen sonuçlarla örtüşmektedir. Bu nedenle uygulamada bu kestiricilerin tercih edilmesi daha güvenilir sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır.

Çizelge 3.16. Uzun kuyruklu simetrik dağılımda istatistiksel sağlamlık için elde edilen sonuçlar ( $n_h/N_h = 0,10$ )

LTS(3)								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	0,18000	100,0	0,09000	100,0	0,06000	100,0	0,04500	100,0
Medyan	0,19572	108,7	0,09037	100,4	0,06543	109,1	0,04752	105,6
Trim(0.1;0.1)	0,18000	100,0	0,07751	86,1	0,05176	86,3	0,03790	84,2
Win(0.1;0.1)	0,18000	100,0	0,08105	90,1	0,05472	91,2	0,04006	89,0
TL(0.1)	0,18000	100,0	0,07663	85,1	0,05028	83,8	0,03836	85,2
MML	0,15915	88,4	0,07647	85,0	0,05029	83,8	0,03763	83,6
W24	0,17264	95,9	0,07985	88,7	0,05233	87,2	0,03873	86,1
BS82	0,17291	96,1	0,07994	88,8	0,05236	87,3	0,03874	86,1
HL	0,16402	91,1	0,07846	87,2	0,05095	84,9	0,03814	84,8
Model 1: LTS(2)								
EKK	0,17016	100,0	0,08973	100,0	0,05797	100,0	0,04321	100,0
Medyan	0,13056	76,7	0,05882	65,5	0,04253	73,4	0,03002	69,5
Trim(0.1;0.1)	0,17016	100,0	0,05620	62,6	0,03798	65,5	0,02654	61,4
Win(0.1;0.1)	0,17016	100,0	0,06167	68,7	0,04243	73,2	0,02959	68,5
TL(0.1)	0,17016	100,0	0,05342	59,5	0,03486	60,1	0,02533	58,6
MML	0,12340	72,5	0,05416	60,4	0,03482	60,1	0,02573	59,5
W24	0,12486	73,4	0,05705	63,6	0,03663	63,2	0,02690	62,2
BS82	0,12506	73,5	0,05702	63,5	0,03661	63,2	0,02686	62,2
HL	0,12240	71,9	0,05510	61,4	0,03538	61,0	0,02597	60,1
Model 2: $rLTS(3,2)+(n-r)LTS(3,1)$								
EKK	0,26991	100,0	0,11468	100,0	0,08049	100,0	0,05713	100,0
Medyan	0,24511	90,8	0,09980	87,0	0,07621	94,7	0,05217	91,3
Trim(0.1;0.1)	0,26991	100,0	0,08822	76,9	0,06361	79,0	0,04322	75,6
Win(0.1;0.1)	0,26991	100,0	0,09420	82,1	0,06956	86,4	0,04672	81,8
TL(0.1)	0,26991	100,0	0,08592	74,9	0,06001	74,6	0,04278	74,9
MML	0,21226	78,6	0,08515	74,2	0,05921	73,6	0,04161	72,8
W24	0,22465	83,2	0,09036	78,8	0,06313	78,4	0,04393	76,9
BS82	0,22511	83,4	0,09037	78,8	0,06307	78,4	0,04389	76,8
HL	0,21715	80,5	0,08867	77,3	0,06113	75,9	0,04302	75,3
Model 3: $0,90LTS(3, 1)+0,10LTS(5,1)$								
EKK	0,18016	100,0	0,08984	100,0	0,05979	100,0	0,04476	100,0
Medyan	0,20306	112,7	0,09278	103,3	0,06797	113,7	0,04768	106,5
Trim(0.1;0.1)	0,18016	100,0	0,07768	86,5	0,05181	86,7	0,03796	84,8
Win(0.1;0.1)	0,18016	100,0	0,08112	90,3	0,05451	91,2	0,03980	88,9
TL(0.1)	0,18016	100,0	0,07710	85,8	0,05083	85,0	0,03848	86,0
MML	0,16260	90,3	0,07698	85,7	0,05089	85,1	0,03768	84,2
W24	0,17856	99,1	0,08054	89,6	0,05255	87,9	0,03872	86,5
BS82	0,17882	99,3	0,08060	89,7	0,05249	87,8	0,03876	86,6
HL	0,16914	93,9	0,07876	87,7	0,05143	86,0	0,03800	84,9
Model 4: $0,90LTS(3,1)+0,10N(0, 1)$								
EKK	0,18200	100,0	0,09048	100,0	0,05939	100,0	0,04468	100,0
Medyan	0,21012	115,5	0,09390	103,8	0,06813	114,7	0,04796	107,3
Trim(0.1;0.1)	0,18200	100,0	0,07870	87,0	0,05203	87,6	0,03858	86,3
Win(0.1;0.1)	0,18200	100,0	0,08184	90,5	0,05465	92,0	0,04054	90,7
TL(0.1)	0,18200	100,0	0,07840	86,6	0,05113	86,1	0,03904	87,4
MML	0,16688	91,7	0,07818	86,4	0,05107	86,0	0,03832	85,8
W24	0,18246	100,3	0,08202	90,6	0,05269	88,7	0,03928	87,9
BS82	0,18282	100,5	0,08216	90,8	0,05273	88,8	0,03930	88,0
HL	0,17100	94,0	0,08006	88,5	0,05161	86,9	0,03864	86,5

### 3.3.1. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım

Süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda, evren parametreleri için en etkin kestiricinin MML kestiricisi olduğu Kısım 3.2’de elde edilmiştir. Bu kısımda süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olmasına benzer olarak, ele alınan kestiricilerin varsayılan modelden sapmalar olduğunda veya veri seti aykırı değer içerdiğinde etkinliklerinin nasıl değiştiği belirlenmeye çalışılacaktır. Ele alınan kestiricilerin etkinliklerinin karşılaştırılabilmesi için 5 farklı model gözönünde bulundurulacaktır.

Süper evrenin  $b=1$  şekil parametrelili genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olduğu varsayılınsın. Varsayılan bu modele alternatif olabilecek modeller aşağıda verilmiştir.

**Model-1:**  $b=0.5$  şekil parametrelili genelleştirilmiş lojistik dağılım

**Model-2:**  $b=2$  şekil parametrelili genelleştirilmiş lojistik dağılım

**Model-3 (Dixon Aykırı Değer Modeli):**  $rGL(1,2\sigma)+(n-r)GL(1,\sigma)$

( $r = [0,5 + 0,1n]$ , GL: Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım).

**Model-4 (Karma Model):**  $0,90GL(1,\sigma)+0,10GL(4,\sigma)$

**Model-5 (Contamination Model):**  $0,90LTS(1,\sigma)+0,10N(0,\sigma)$

Süper evrenin  $b=1$  şekil parametrelili genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olduğu gerçek durumla birlikte, oluşturulan tüm alternatif modeller için kestiricilerin etkinlikleri bakımından karşılaştırılabilmesi için MSE değerleri ve RE değerleri simülasyon yardımıyla belirlenmiştir. Tüm modellerde genelliği bozmamak için  $\sigma=1$  olarak alınmıştır. Örnekleme oranı  $n_h/N_h = 0,10$  için 10000 iterasyonluk Monte-Carlo simülasyonu ile elde edilen sonuçlar Çizelge 3.17’de verilmiştir.

Çizelge 3.17. Genelleştirilmiş Lojistik dağılımda istatistiksel sağlamlık için elde edilen sonuçlar ( $n_h/N_h = 0,10$ )

Kestiriciler	GL(1)							
	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	0,59218	100,00	0,29609	100,00	0,19739	100,00	0,14804	100,00
Medyan	0,73927	124,84	0,34170	115,41	0,25129	127,31	0,17677	119,40
Trim(0.1;0.1)	0,59218	100,00	0,27967	94,45	0,18741	94,94	0,13737	92,79
Win(0.1;0.1)	0,59218	100,00	0,28796	97,26	0,19423	98,40	0,14195	95,88
TL(0.1)	0,59218	100,00	0,28042	94,71	0,18593	94,19	0,14194	95,88
MML	0,57256	96,69	0,27750	93,72	0,18437	93,40	0,13617	91,98
W24	0,63625	107,44	0,28916	97,66	0,19143	96,98	0,13964	94,32
BS82	0,63765	107,68	0,28966	97,83	0,19184	97,19	0,13987	94,48
HL	0,59668	100,76	0,28503	96,26	0,18819	95,34	0,13836	93,46
<b>Model 1: GL(0.5)</b>								
EKK	1,11403	100,0	0,54467	100,0	0,37124	100,0	0,27446	100,0
Medyan	1,31544	118,1	0,58940	108,2	0,43564	117,3	0,30305	110,4
Trim(0.1;0.1)	1,11403	100,0	0,49580	91,0	0,33975	91,5	0,24417	89,0
Win(0.1;0.1)	1,11403	100,0	0,52034	95,5	0,36003	97,0	0,25951	94,6
TL(0.1)	1,11403	100,0	0,48990	89,9	0,32886	88,6	0,24571	89,5
MML	1,05170	94,4	0,49268	90,5	0,33092	89,1	0,24218	88,2
W24	1,16789	104,8	0,52872	97,1	0,35646	96,0	0,26009	94,8
BS82	1,17095	105,1	0,52980	97,3	0,35729	96,2	0,26032	94,8
HL	1,09214	98,0	0,50789	93,2	0,33903	91,3	0,24706	90,0
<b>Model 2: GL(2)</b>								
EKK	0,42390	100,0	0,21397	100,0	0,14446	100,0	0,10797	100,0
Medyan	0,54733	129,1	0,25417	118,8	0,18681	129,3	0,13282	123,0
Trim(0.1;0.1)	0,42390	100,0	0,20762	97,0	0,13876	96,1	0,10335	95,7
Win(0.1;0.1)	0,42390	100,0	0,21283	99,5	0,14283	98,9	0,10586	98,0
TL(0.1)	0,42390	100,0	0,20875	97,6	0,13886	96,1	0,10706	99,2
MML	0,41375	97,6	0,20448	95,6	0,13729	95,0	0,10231	94,8
W24	0,46946	110,7	0,21706	101,4	0,14440	100,0	0,10673	98,8
BS82	0,47076	111,1	0,21760	101,7	0,14474	100,2	0,10694	99,0
HL	0,43544	102,7	0,21239	99,3	0,14119	97,7	0,10459	96,9
<b>Model 3: <math>r</math>LTS(3,2)+(n-r)LTS(3,1)</b>								
EKK	0,90681	100,0	0,37300	100,0	0,26646	100,0	0,18940	100,0
Medyan	0,91944	101,4	0,38042	102,0	0,28578	107,2	0,19584	103,4
Trim(0.1;0.1)	0,90681	100,0	0,31797	85,2	0,22566	84,7	0,15865	83,8
Win(0.1;0.1)	0,90681	100,0	0,33180	89,0	0,24243	91,0	0,16841	88,9
TL(0.1)	0,90681	100,0	0,31623	84,8	0,21707	81,5	0,15890	83,9
MML	0,81336	89,7	0,32131	86,1	0,22060	82,8	0,15663	82,7
W24	0,82233	90,7	0,33241	89,1	0,22734	85,3	0,16175	85,4
BS82	0,82362	90,8	0,33269	89,2	0,22741	85,3	0,16170	85,4
HL	0,79976	88,2	0,32884	88,2	0,22118	83,0	0,15745	83,1
<b>Model 4: 0,90LTS(3, 1)+0,10LTS(5, 1)</b>								
EKK	0,62446	100,0	0,31089	100,0	0,20510	100,0	0,15469	100,0
Medyan	0,80946	129,6	0,36672	118,0	0,27137	132,3	0,19195	124,1
Trim(0.1;0.1)	0,62446	100,0	0,29736	95,6	0,19609	95,6	0,14786	95,6
Win(0.1;0.1)	0,62446	100,0	0,30498	98,1	0,20195	98,5	0,15243	98,5
TL(0.1)	0,62446	100,0	0,29925	96,3	0,19663	95,9	0,15273	98,7
MML	0,60755	97,3	0,29455	94,7	0,19416	94,7	0,14615	94,5
W24	0,68618	109,9	0,30790	99,0	0,20138	98,2	0,15031	97,2
BS82	0,68761	110,1	0,30849	99,2	0,20177	98,4	0,15061	97,4
HL	0,62974	100,8	0,30266	97,4	0,19746	96,3	0,14889	96,3
<b>Model 5: 0,90LTS(3,1)+0,10N(0, 1)</b>								
EKK	0,55396	100,0	0,27000	100,0	0,18834	100,0	0,13958	100,0
Medyan	0,67139	121,2	0,30423	112,7	0,22823	121,2	0,16056	115,0
Trim(0.1;0.1)	0,55396	100,0	0,25329	93,8	0,17619	93,6	0,12853	92,1
Win(0.1;0.1)	0,55396	100,0	0,26264	97,3	0,18402	97,7	0,13483	96,6
TL(0.1)	0,55396	100,0	0,25278	93,6	0,17336	92,0	0,13028	93,3
MML	0,53116	95,9	0,25111	93,0	0,17329	92,0	0,12747	91,3
W24	0,57961	104,6	0,26144	96,8	0,17883	95,0	0,13076	93,7
BS82	0,58111	104,9	0,26194	97,0	0,17906	95,1	0,13090	93,8
HL	0,54811	98,9	0,25693	95,2	0,17463	92,7	0,12846	92,0



Çizelge 3.17’de, GL(1) başlığı altında varsayılan modelin doğru olarak belirlenmesi durumunda elde edilen sonuçlar yer almaktadır. Örneklem hacminin tüm değerleri için elde edilen sonuçlar incelendiğinde evren modunun en etkin kestiricisinin MML kestiricisi olduğu, bunu sırasıyla trimmed ortalama, Hodges-Lehmann ve TL ortalamasının izlediği görülmektedir. EKK kestiricisinin etkinliği sadece medyan kestiricisinden daha iyidir.

Çizelge 3.17’de Model 1 başlığı altında süper evrenin  $b=1$  şekil parametrelili genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olduğu ancak şekil parametresinin  $b=0.5$  olarak belirlendiği durum için elde edilen sonuçlar yer almaktadır. Dağılımın yanlış olarak belirlenmesi durumunda tüm örneklem hacimlerinde, sadece MML ve Hodges-Lehmann kestiricisi EKK kestiricisinden daha etkindir. Örneklem hacmi  $n \geq 10$  olduğunda medyan dışındaki tüm sağlam kestiriciler EKK kestiricisinden daha etkindir. L kestiricileri olan trimmed ortalama, TL ortalama ve winsorized ortalamasının etkinlikleri örneklem hacmine göre değişmektedir. Örneklem hacmi arttıkça en etkin kestiricinin MML kestiricisi olduğu görülmektedir. Model 2’de pozitif çarpık olan dağılımın simetrik olarak belirlenmesi durumu incelenmiştir. Model-2 de de en etkin kestirici MML kestiricisidir. Bunu trimmed ortalama, TL ortalama ve Hodges-Lehmann kestiricileri izlemektedir. Örneklem hacmi  $n \geq 10$  olduğunda ise medyan W24 ve BS82 dışındaki tüm sağlam kestiriciler EKK kestiricisinden daha etkindir.

Çizelge 3.17’de Model 3 başlığı altında verilen sonuçlar, Dixon Aykırı Değer Modeli için elde edilen sonuçlardır. Model-3 için elde edilen sonuçlar incelendiğinde, tüm örneklem hacimleri için en etkin kestiricilerin MML ve Hodges-Lehmann kestiricileri olduğu görülmektedir. Örneklem hacmi arttıkça EKK kestiricisinin etkinliği azalmaktadır. Küçük örneklem hacimlerinde medyan ve L kestiricilerinin etkinlikleri EKK kestiricisinden kötüdür. Fakat örneklem hacmi  $n \geq 10$  olduğunda medyan dışındaki tüm sağlam kestiriciler EKK kestiricisinden daha etkindir. Veri setinde aykırı değer bulunması durumunda da EKK kestiricisi etkinliğini kaybetmektedir. Aykırı değerlerden en az etkilenen kestiriciler sırasıyla MML, Hodges-Lehmann, trimmed ortalama ve TL ortalamadır.

Model 4'te karma model için elde edilen sonuçlar yer almaktadır. Model 4 için elde edilen sonuçlar incelendiğinde, daha önceki modellerde olduğu gibi örneklem hacmi  $n \geq 10$  için medyan dışındaki tüm sağlam kestiricilerin EKK kestiricisinden daha etkin olduğu görülmektedir. Karma modelde en etkin kestiriciler sırasıyla MML, trimmed ortalama, Hodges-Lehmann, W24 ve BS82 kestiricileridir.

Model 5'te contamination model için elde edilen sonuçlar yer almaktadır. Model-5'de tüm örneklem hacimlerinde MML ve Hodges-Lehmann kestiricilerinin EKK kestiricisinden etkin olduğu görülmektedir.  $n \geq 10$  olduğunda ise medyan dışındaki tüm sağlam kestiriciler EKK kestiricisinden etkindir. Model-5 için en etkin kestiriciler sırasıyla MML, Hodges-Lehmann, trimmed ve TL ortalama, W24 ve BS82'dir.

Tüm modeller için elde edilen sonuçlar birlikte değerlendirildiğinde, EKK kestiricisinin etkinliğini kaybettiği görülmektedir. Sağlam kestiriciler içerisinde ise bu durumdan en az etkilenenin MML ve Hodges-Lehmann kestiricileri olduğu görülmektedir. Medyan ise bir çok durumda EKK kestiricisinden daha kötü sonuçlar vermektedir. Bu nedenle uygulamada MML ve Hodges-Lehmann kestiricilerin tercih edilmesi daha güvenilir sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır.

## BÖLÜM 4

### TABAKALI ÖRNEKLEME

Örneklem birimlerinin herhangi bir ölçüsüne ilişkin birimden birime değişim büyük ise, bu durumda evren, değişkenliği daha küçük alt gruplara ayrılır. Böylece evren varyansı büyük iken, alt grupların varyansı daha küçük olacaktır. Bu ise duyarlılıkta önemli bir kazanç sağlar. Evrendeki herbir birim yalnız bir tabakaya ait olacak ve hiçbir birim açıkta kalmayacak, tabaka içi değişim olabildiğince küçük, tabakalar arası değişim olabildiğince büyük olacak şekilde evrenin alt gruplara ayrıldığı ve örneklemin bu alt grupların herbirinden ayrı ayrı ve bağımsız olarak çekildiği örnekleme yöntemine *Tabakalı Örnekleme Yöntemi* denir. Herbir tabaka bir evren olarak düşünüldüğünde, her tabakadan farklı örnekleme yöntemiyle örneklem seçilebilir. Her tabakaya basit rassal örnekleme uygulandığı tabakalı örnekleme yöntemine *Tabakalı Rassal Örnekleme* adı verilir (Cochran, 1977; Çıngı, 1994).

Örneklemede tabakalamadan yararlanmanın amacı homojen olmayan araştırma birimlerini homojen gruplara ayırarak evren parametreleri hakkında duyarlılığı yüksek tahminler elde etmektir. Tabakalı örnekleminin uygulanmasının diğer bir sebebi, her tabakaya ilişkin ayrıntılı bilgilerin elde edilebilmesidir. Üçüncü bir sebep ise, idari ve fiziksel sebeplerden dolayı tabakalamanın veri toplanmasını kolaylaştırmasıdır (Yamane, 2001).

Tabakalı örnekleme yönteminde aşağıdaki unsurlara dikkat edilmesi gerekmektedir (Singh and Chaudhary, 2002).

1. Tabakaların nasıl oluşturulacağı
2. Tabaka sayısının belirlenmesi
3. Her tabaka için örneklem büyüklüğünün dağıtımı
4. Tabakalı örneklemeden elde edilen verilerin analizi.

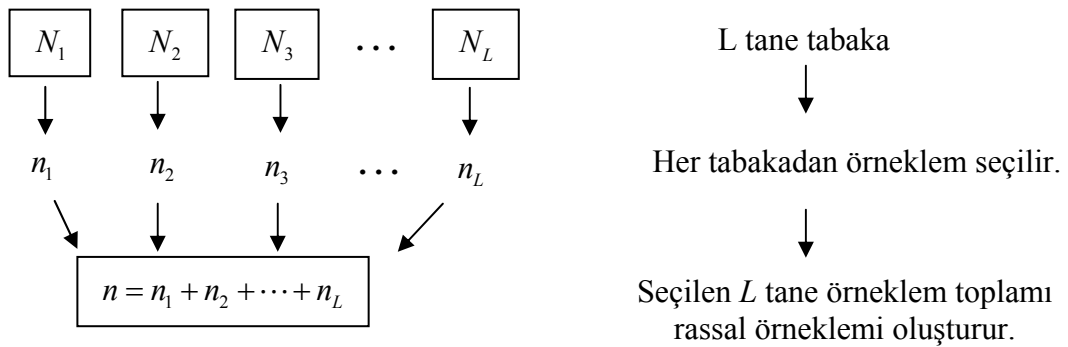
Çalışmanın bu kısmında uygulamada sıkça kullanılan tabakalı rassal örnekleme yöntemi ele alınarak, sonlu evren parametrelerinin tahmini konusu üzerinde durulacaktır.

#### 4.1. Uzun Kuyruklu Simetrik Dağılımlar Ailesi

Bu kısımda süper evrenin (3.1) eşitliğinde verilen simetrik dağılıma sahip olması durumunda tabakalı rassal örnekleme için sonlu evren ortalamasının kestirimi üzerinde durulacaktır. Öncelikle tabakalı rassal örnekleme yönteminde klasik olarak kullanılan EKK kestiricisi ele alınacak, daha sonra sonlu evren ortalamasının sağlam kestiricileri ile karşılaştırma yapılacaktır.

##### 4.1.1. Tabakalı Rassal Örneklemede Sonlu Evren Ortalamasının EKK Kestiricisi

Süper evrenin, (3.1) eşitliğinde verilen dağılıma sahip olduğu varsayalım. Evrenin  $L$  ( $1 \leq h \leq L$ ) tane tabakaya ayrıldığı düşünölsün.



Şekil 4.1. Tabakalı Rassal Örnekleme

$N_h$  :  $h$ 'inci tabakadaki birim sayısını göstermek üzere,

$$\sum_{h=1}^L N_h = N \text{ eşittir. Benzer şekilde,}$$

$n_h$  :  $h$ 'inci tabakadan seçilen örneklemden birim sayısını göstermek üzere,

$$\sum_{h=1}^L n_h = n \text{ eşittir.}$$

Süper evrenin (3.1) eşitliğinde verilen simetrik dağılıma sahip olması durumunda tabakalı rassal örnekleme yönteminde sonlu evren ortalaması,  $L$  tane sonlu evren ortalaması yardımıyla,

$$\bar{Y}_N = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L N_h \bar{Y}_h$$

biçiminde yazılabilir.  $y_{h1}, y_{h2}, \dots, y_{hn_h}$   $h$ 'inci tabakanın elemanlarını göstermek üzere,  $h$ 'inci tabakadan seçilen rassal örneklemin ortalaması,

$$\bar{y}_h = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}$$

olarak yazılabilir. Sonlu evrenden seçilen rassal örneklemin ortalaması  $\bar{y}_{st}$  ile gösterilmek üzere,

$$\bar{y}_{st} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L N_h \bar{y}_h$$

şeklinde dir. Sonlu evrende  $L$  tane birbirinden bağımsız tabakaya ayrılmış olduğundan,  $h$ 'inci tabaka için sonlu evren ortalaması,

$$\bar{Y}_h = \frac{n_h}{N_h} \bar{y}_h + \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right) \frac{1}{N_h} \bar{Y}_h$$

biçiminde yazılabilir. Burada  $\bar{Y}_h$ ,  $h$ 'inci tabakadan seçilen  $n_h$  birimlik örnekleme yer alamayan birimlerin ortalamasını göstermektedir ve

$$\bar{Y}_h = \frac{1}{N_h - n_h} \sum_{i=1}^{N_h - n_h} Y_{hi}$$

olarak ifade edilmektedir. Bu durumda  $\bar{y}_h$  ve  $\bar{Y}_h$  koşulsuz olarak bağımsızdır.

$E(\bar{y}_{st} - \bar{Y}_N) = \mu - \mu = 0$  olduğundan tabakalı örnekleme için  $\bar{y}_{st}$  EKK kestiricisi  $\bar{Y}_N$  sonlu evren ortalamasının yansız kestiricisidir. Bu durumda  $\bar{y}_{st}$  EKK kestiricisinin MSE değerinin belirlenmesi gerekmektedir.  $\bar{y}_{st}$  EKK kestiricisinin MSE değeri,

$$E(\bar{y}_{st} - \bar{Y}_N)^2 = E\left(\frac{N_1}{N} \bar{y}_1 + \frac{N_2}{N} \bar{y}_2 + \dots + \frac{N_L}{N} \bar{y}_L - \frac{N_1}{N} \bar{Y}_1 - \frac{N_2}{N} \bar{Y}_2 - \frac{N_L}{N} \bar{Y}_L\right)^2$$

olarak yazılabilir. Tabakalı rassal örnekleme yöntemiyle seçilen rassal örneklemin ortalaması ve sonlu evrenin ortalaması  $L$  tane ortalamadan oluşmaktadır. Aynı tabaka için belirlenen rassal örneklem ortalaması ve sonlu evren ortalaması için gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$\begin{aligned} &= E\left(\left(\frac{N_1}{N} \bar{y}_1 - \frac{N_1}{N} \bar{Y}_1\right) + \left(\frac{N_2}{N} \bar{y}_2 - \frac{N_2}{N} \bar{Y}_2\right) + \dots + \left(\frac{N_L}{N} \bar{y}_L - \frac{N_L}{N} \bar{Y}_L\right)\right)^2 \\ &= E\left(\frac{N_1}{N} (\bar{y}_1 - \bar{Y}_1) + \frac{N_2}{N} (\bar{y}_2 - \bar{Y}_2) + \dots + \frac{N_L}{N} (\bar{y}_L - \bar{Y}_L)\right)^2 \end{aligned}$$

elde edilir. Her tabaka diğerinden bağımsız olduğu için,

$$E(\bar{y}_{st} - \bar{Y}_N)^2 = \frac{N_1^2}{N^2} E(\bar{y}_1 - \bar{Y}_1)^2 + \frac{N_2^2}{N^2} E(\bar{y}_2 - \bar{Y}_2)^2 + \dots + \frac{N_L^2}{N^2} E(\bar{y}_L - \bar{Y}_L)^2 \quad (4.1)$$

olarak yazılabilir. Burada herhangi bir tabaka için  $E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)^2$  değerinin belirlenmesi yeterli olacaktır.  $h$ 'nci tabaka için bu değer basit rassal örnekleme yönteminde olduğu gibi belirlenebilir. Her tabaka kendi içerisinde bir evren olarak düşünülebilir. Bu evrenden basit rassal örnekleme yöntemiyle örneklem seçildiğinden,  $E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)^2$  değerinin belirlenmesinde basit rassal örnekleme sonuçlarından yararlanılabilir.  $h$ 'nci tabaka için elde edilen bu sonuç, tabakalı rassal örnekleme yönteminde diğer tabakalar içinde geçerli olacaktır. Bu nedenle  $E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)^2$  ifadesi basit rassal örnekleme sonuçlarından,

$$E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)^2 = \left( \frac{N_h - n_h}{N_h} \right) \frac{\sigma_h^2}{n_h} \quad (4.2)$$

olarak yazılabilir. (4.2) eşitliği tüm tabakalar için benzer şekilde (4.1) eşitliğinde yerine yazıldığında,

$$E(\bar{y}_{st} - \bar{Y}_N)^2 = \frac{N_1^2}{N^2} \left( \frac{N_1 - n_1}{N_1} \right) \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{N_2^2}{N^2} \left( \frac{N_2 - n_2}{N_2} \right) \frac{\sigma_2^2}{n_2} + \dots + \frac{N_L^2}{N^2} \left( \frac{N_L - n_L}{N_L} \right) \frac{\sigma_L^2}{n_L}$$

ve gerekli sadeleştirme işlemleri yapıldığında  $\bar{y}_{st}$  EKK kestiricisinin MSE değeri

$$= \frac{N_1}{N^2} (N_1 - n_1) \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{N_2}{N^2} (N_2 - n_2) \frac{\sigma_2^2}{n_2} + \dots + \frac{N_L}{N^2} (N_L - n_L) \frac{\sigma_L^2}{n_L}$$

$$E(\bar{y}_{st} - \bar{Y}_N)^2 = \sum_{h=1}^L \frac{N_h}{N^2} (N_h - n_h) \frac{\sigma_h^2}{n_h} \quad (4.3)$$

olarak elde edilir. Tabakalı örnekleme yönteminde sonlu evren ortalamasının EKK kestiricisi  $\bar{y}_{st}$ 'nin sağlam kestiricilerle karşılaştırılabilmesi için, izleyen bölümde bu kestiriciler ele alınacaktır. Bu kestiriciler için MSE değerleri belirlenecek ve EKK kestiricisine olan oransal etkinlik değerleri hesaplanacaktır.

#### 4.1.2. Tabakalı Rassal Örneklemede Sonlu Evren Ortalamasının Sağlam Kestiricileri

Bu kısımda ele alınacak olan sağlam kestiriciler, trimmed ortalama, medyan, winsorize ortalama, TL-ortalama, (2.11) eşitliğinde simetrik aile için verilen MML, W24, BS82 ve Hodges-Lehmann kestiricileridir.

Süper evrenin dağılımı, (3.1)'de verilen uzun kuyruklu simetrik dağılımlar ailesinin bir üyesi olsun. Bu durumda tüm sağlam kestiricilerin MSE değeri, basit rassal örneklemede olduğu gibi genel olarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$\hat{\mu}_{R_h}$ ;  $h$ 'ncı tabaka için sonlu evren ortalamasının sağlam kestiricisini göstermek üzere, tabakalı rassal örnekleme yönteminde sonlu evren ortalamasının sağlam kestiricisi,

$$\hat{\mu}_{R_{st}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^L N_h \hat{\mu}_{R_h} = \frac{N_1}{N} \hat{\mu}_{R_1} + \frac{N_2}{N} \hat{\mu}_{R_2} + \dots + \frac{N_L}{N} \hat{\mu}_{R_L}$$

olarak yazılabilir. Her tabaka diğerinden bağımsız olduğu için, her tabaka ayrı birer evren olarak düşünülebilir. Basit rassal örnekleme yönteminde olduğu gibi simetrik trimmed ve winsorize edilmiş ortalamalar ile diğer sağlam kestiriciler için  $E(\hat{\mu}_{R_{st}}) = E(\bar{Y}_N) = \mu$  olduğundan,  $\hat{\mu}_{R_{st}}$  sağlam kestiricisi tabakalı rassal örnekleme yönteminde sonlu evren ortalamasının yansız bir kestiricisidir.  $\hat{\mu}_{R_{st}}$  sağlam kestiricilerinin MSE değeri,



$$E\left(\hat{\mu}_{R_{st}} - \bar{Y}_N\right)^2 = E\left(\frac{N_1}{N}\hat{\mu}_{R_1} + \frac{N_2}{N}\hat{\mu}_{R_2} + \dots + \frac{N_L}{N}\hat{\mu}_{R_L} - \frac{N_1}{N}\bar{Y}_1 - \frac{N_2}{N}\bar{Y}_2 - \frac{N_L}{N}\bar{Y}_L\right)^2$$

biçiminde yazılabilir. Her tabaka diğerinden ayrık olduğu için,

$$= E\left(\frac{N_1}{N}(\hat{\mu}_{R_1} - \bar{Y}_1) + \frac{N_2}{N}(\hat{\mu}_{R_2} - \bar{Y}_2) + \dots + \frac{N_L}{N}(\hat{\mu}_{R_L} - \bar{Y}_L)\right)^2$$

$$E\left(\hat{\mu}_{R_{st}} - \bar{Y}_N\right)^2 = \frac{N_1^2}{N^2}E\left(\hat{\mu}_{R_1} - \bar{Y}_1\right)^2 + \frac{N_2^2}{N^2}E\left(\hat{\mu}_{R_2} - \bar{Y}_2\right)^2 + \dots + \frac{N_L^2}{N^2}E\left(\hat{\mu}_{R_L} - \bar{Y}_L\right)^2 \quad (4.4)$$

eşittir. Burada ilk olarak herhangi bir tabaka için  $E\left(\hat{\mu}_{R_L} - \bar{Y}_L\right)^2$  değerinin belirlenmesi gerekir. Her tabaka ayrı bir evren olarak düşünüldüğünde, bu değer basit rassal örnekleme yöntemi için elde edilen sonuçlardan,

$$E\left(\hat{\mu}_{R_h} - \bar{Y}_h\right)^2 = V\left(\hat{\mu}_{R_h}\right) - 2\frac{n_h}{N_h}Cov\left(\hat{\mu}_{R_h}, \bar{y}_h\right) + \frac{\sigma_h^2}{N_h} \quad (4.5)$$

olarak yazılabilir. (4.5) eşitliği tüm tabakalar için (4.4) eşitliğinde yerine yazılabilir. Böylece  $\hat{\mu}_{R_{st}}$  sağlam kestiricilerinin MSE değeri,

$$E\left(\hat{\mu}_{R_{st}} - \bar{Y}_N\right)^2 = \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2}{N^2} \left\{ V\left(\hat{\mu}_{R_h}\right) - 2\frac{n_h}{N_h}Cov\left(\hat{\mu}_{R_h}, \bar{y}_h\right) + \frac{\sigma_h^2}{N_h} \right\} \quad (4.6)$$

olarak elde edilir.

$\hat{\mu}_{R_{st}}$  sağlam kestiricileri ile  $\bar{y}_{st}$  EKK kestiricisinin karşılaştırılması için basit rassal örnekleme yönteminde olduğu gibi MSE kriteri kullanılacaktır. Tabakalı rassal örnekleme yönteminde tüm sağlam kestiricilerin MSE değerlerinin belirlenebilmesi için aşağıda gösterilen 4 farklı model oluşturulmuş ve bu modeller için MSE değerleri 10000 iterasyonluk Monte-Carlo simülasyonu yardımıyla belirlenmiştir. Elde edilen

sonuçlar Çizelge 4.1’de verilmiştir. Modeller oluşturulurken, her tabakanın farklı bir şekil parametresine sahip olması göz önünde bulundurulmuştur. Seçilen şekil parametre değerleri birbirine yakın ve uzak şekil parametreleri olacak şekilde belirlenmiştir. Tabaka sayısı 2 ve 4 olarak alınmıştır. Örnekleme oranı  $n_h/N_h = 0,10$  ve  $0,20$  alınarak elde edilen sonuçlar benzerlik gösterdiğinden, çizelgelerde sadece  $n_h/N_h = 0,10$  örnekleme oranı için elde edilen sonuçlara yer verilmiştir.

**Model-1:**  $L=2$  tabakanın,  $N_h/N = 0,50$  olduğu durumda, birinci tabakanın  $p_1=2$  ve ikinci tabakanın  $p_2=10$  şekil parametresine sahip olduğu simetrik dağılımlı birer evren olması.

**Model-2**  $L=2$  tabakanın,  $N_h/N = 0,50$  olduğu durumda, birinci tabakanın  $p_1=3$ , ikinci tabakanın  $p_2=5$  şekil parametresine sahip olduğu simetrik dağılımlı birer evren olması.

**Model-3**  $L=4$  tabakanın,  $N_h/N = 0,25$  olduğu durumda, birinci tabakanın  $p_1=2$ , ikinci tabakanın  $p_2=3$ , üçüncü tabakanın  $p_3=4$ , dördüncü tabakanın  $p_4=10$  şekil parametresine sahip olduğu simetrik dağılımlı birer evren olması.

**Model-4**  $L=4$  tabakanın,  $N_h/N = 0,25$  olduğu durumda, birinci tabakanın  $p_1=2,5$ ; ikinci tabakanın  $p_2=3,5$ ; üçüncü tabakanın  $p_3=5$ , dördüncü tabakanın  $p_4=8$  şekil parametresine sahip olduğu simetrik dağılımlı birer evren olması.

Oluşturulan 4 farklı model için elde edilen sonuçlara bakıldığında tüm  $n$  değerlerinde sadece MML ve Hodges-Lehmann kestiricilerinin EKK kestiricilerinden daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Ancak MML kestiricisinin Hodges-Lehmann kestiricisine göre daha etkin olduğu, örneklem hacmi arttıkça bu farkın azaldığı görülmektedir. Örneklem hacmi  $n>5$  için W24, BS82, trimmed ortalama, winsorize ortalama ve TL ortalamanın EKK kestiricisinden daha etkin kestiriciler olduğu görülmektedir. Tüm örneklem hacimlerinde medyan, EKK kestiricisinden daha kötü sonuç vermektedir.

Birbirine uzak iki şekil parametresi için elde edilen oransal etkinlik değerleri, birbirine yakın olan iki şekil parametresi için elde edilen oransal etkinlik değerlerinden daha küçüktür. Tabakalı örnekleme yönteminde, tabakaların kendi aralarında olabildiğince farklı olması istenir. Elde edilen bu sonuç, tabakaların doğru bir şekilde oluşturulması halinde, sağlam kestiricilerin EKK kestiricilerine olan oransal etkinliklerinin daha da artacağını göstermektedir.

Tabaka sayısı arttıkça tüm kestiricilerin MSE değerleri benzer şekilde azalmaktadır. Buna bağlı olarak elde edilen oransal etkinlik değerleri ise çok fazla değişmemektedir.

Tüm bu sonuçlar bir arada değerlendirildiğinde tabakalı rassal örnekleme yönteminde sonlu evren ortalamasının en etkin kestiricisinin MML kestiricisi olduğu, bunu Hodges-Lehmann kestiricisinin izlediği görülmektedir. Uygulamada karşılaşılabilecek farklı durumları yansıtması açısından oluşturulan bu modeller doğrultusunda, süper evrenin simetrik dağılıma sahip olduğu durumlar için en etkin kestiricinin MML kestiricisi olduğu belirlenmiştir.

Çizelge 4.1. Uzun kuyruklu simetrik dağılım için tabakalı örnekleme sonuçları ( $n_h/N_h = 0,10$ )

<b>Model 1:</b> $L=2$ tabaka, $p_1=2$ ve $p_2=10$ , $N_h/N = 0,50$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	0,09000	100,00	0,04500	100,00	0,03000	100,00	0,02250	100,00
Medyan	0,09664	107,38	0,04478	99,51	0,03234	107,78	0,02340	104,01
Trim(0.1;0.1)	0,09000	100,00	0,03702	82,27	0,02479	82,64	0,01821	80,93
Win(0.1;0.1)	0,09000	100,00	0,03842	85,37	0,02605	86,83	0,01900	84,45
TL(0.1)	0,09000	100,00	0,03695	82,11	0,02438	81,28	0,01869	83,06
MML	0,07451	82,79	0,03598	79,95	0,02382	79,39	0,01778	79,00
W24	0,08425	93,61	0,03798	84,39	0,02497	83,23	0,01837	81,65
BS82	0,08445	93,84	0,03804	84,53	0,02501	83,38	0,01839	81,72
HL	0,07975	88,61	0,03727	82,82	0,02450	81,65	0,01817	80,78
<b>Model 2:</b> $L=2$ tabaka, $p_1=3$ ve $p_2=5$ , $N_h/N = 0,50$								
EKK	0,09000	100,00	0,04500	100,00	0,03000	100,00	0,02250	100,00
Medyan	0,10703	118,92	0,04967	110,37	0,03624	120,79	0,02622	116,53
Trim(0.1;0.1)	0,09000	100,00	0,04109	91,31	0,02718	90,59	0,02023	89,91
Win(0.1;0.1)	0,09000	100,00	0,04238	94,18	0,02826	94,18	0,02098	93,25
TL(0.1)	0,09000	100,00	0,04112	91,37	0,02695	89,84	0,02086	92,71
MML	0,08332	92,58	0,04064	90,31	0,02672	89,07	0,02007	89,18
W24	0,09182	102,02	0,04238	94,17	0,02773	92,42	0,02059	91,51
BS82	0,09200	102,22	0,04245	94,33	0,02777	92,56	0,02061	91,60
HL	0,08631	95,90	0,04175	92,77	0,02718	90,61	0,02039	90,64
<b>Model 3:</b> $L=4$ tabaka, $p_1=2$ , $p_2=3$ , $p_3=4$ , $p_4=10$ , $N_h/N = 0,25$								
EKK	0,04500	100,00	0,02250	100,00	0,01500	100,00	0,01125	100,00
Medyan	0,05000	111,12	0,02325	103,34	0,01693	112,86	0,01220	108,48
Trim(0.1;0.1)	0,04500	100,00	0,01935	85,99	0,01292	86,12	0,00952	84,58
Win(0.1;0.1)	0,04500	100,00	0,02007	89,21	0,01354	90,25	0,00994	88,38
TL(0.1)	0,04500	100,00	0,01929	85,75	0,01272	84,80	0,00974	86,58
MML	0,03914	86,98	0,01898	84,37	0,01255	83,69	0,00937	83,31
W24	0,04350	96,67	0,01989	88,41	0,01310	87,33	0,00965	85,76
BS82	0,04360	96,88	0,01992	88,55	0,01312	87,46	0,00965	85,82
HL	0,04113	91,41	0,01953	86,79	0,01283	85,56	0,00954	84,76
<b>Model 4:</b> $L=4$ tabaka, $p_1=2,5$ ; $p_2=3,5$ ; $p_3=5$ , $p_4=8$ , $N_h/N = 0,25$								
EKK	0,04500	100,00	0,02250	100,00	0,01500	100,00	0,01125	100,00
Medyan	0,05398	119,96	0,02520	112,02	0,01835	122,36	0,01320	117,36
Trim(0.1;0.1)	0,04500	100,00	0,02048	91,01	0,01356	90,40	0,01009	89,71
Win(0.1;0.1)	0,04500	100,00	0,02107	93,63	0,01407	93,80	0,01042	92,63
TL(0.1)	0,04500	100,00	0,02057	91,43	0,01351	90,07	0,01045	92,85
MML	0,04163	92,52	0,02016	89,62	0,01332	88,83	0,00995	88,46
W24	0,04635	102,99	0,02111	93,84	0,01385	92,32	0,01025	91,12
BS82	0,04646	103,24	0,02115	93,99	0,01387	92,49	0,01026	91,23
HL	0,04345	96,56	0,02080	92,45	0,01362	90,81	0,01015	90,27

## 4.2. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım

Bu kısımda süper evrenin (3.17) eşitliğinde verilen genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda tabakalı rassal örnekleme için sonlu evren modunun EKK ve sağlam kestiricileri üzerinde durulacaktır. Bölüm 3'te süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması halinde  $\sigma$ 'nın bilindiği ve bilinmediği durum başlıkları altında incelenen kestiriciler, burada sadece  $\sigma$ 'nın bilindiği durum için ele alınacaktır. Tabakalı örneklemede her tabaka diğerinden bağımsız olduğundan ve her tabakadan basit rassal örnekleme yoluyla örneklem seçildiğinden,  $\sigma_h$ 'in bilinmediği durumda herhangi bir tabaka için  $\sigma_h$ 'in kestirimi, kısım 3.3.4'deki gibi yapılabilir. Daha sonra bu kestirim yardımıyla  $\sigma_h$ 'in bilindiği durumdaki gibi işlemlere devam edilir. Bu nedenle çalışmanın bu kısmında sadece  $\sigma_h$ 'in bilindiği durum gözönünde bulundurularak, sonlu evren modunun EKK ve sağlam kestiricileri MSE kriteri bakımından karşılaştırılacaktır.

### 4.2.1. Tabakalı Rassal Örneklemede Sonlu Evren Modunun EKK Kestiricisi

Süper evrenin, (3.17) eşitliğinde verilen dağılıma sahip olduğu varsayalım. Evrenin  $L$  ( $1 \leq h \leq L$ ) tane tabakaya ayrıldığı düşünölsün. Her tabakadan basit rassal örnekleme yoluyla örneklem seçildiğinden her tabaka diğerinden bağımsız bir evren olarak düşünölebilir. Süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda, her tabaka için elde edilecek olan EKK kestiricisi yanlı olacaktır. Bu nedenle basit rassal örneklemede olduğu gibi EKK kestiricisi için yanlılık düzeltmesi yapılacaktır.

$y_{h1}, y_{h2}, \dots, y_{hn_h}$ ;  $h$ 'inci tabakanın elemanlarını göstermek üzere,  $h$ 'inci tabakadan seçilen rassal örneklemin düzeltilmiş EKK kestiricisi  $\bar{y}_{h\cdot}$ ,

$$\bar{y}_{h\cdot} = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi} - \{\psi(b_h) - \psi(1)\} \sigma_h \quad (4.7)$$

olarak yazılabilir. Bu durumda düzeltilmiş EKK kestiricisi  $\bar{y}_{h.}$ 'in varyansı aşağıdaki gibi olacaktır.

$$V(\bar{y}_{h.}) = V(\bar{y}_h - \{\psi(b_h) - \psi(1)\}\sigma_h) = V(\bar{y}_h) = \frac{\psi'(b_h) + \psi'(1)}{n_h} \sigma_h^2$$

Tabakalı örnekleme için sonlu evren modunun EKK kestiricisi  $\bar{y}_{st.}$ ,

$$\bar{y}_{st.} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^L N_h \bar{y}_{h.} \quad (4.8)$$

şeklindedir. Sonlu evren  $L$  tane birbirinden bağımsız tabakaya ayrılmış olduğundan,  $h$ 'nci tabaka için sonlu evren modu,

$$\bar{Y}_{h.} = \frac{n_h}{N_h} \bar{y}_{h.} + \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right) \frac{1}{N_h} \bar{Y}_{h.}$$

biçiminde yazılabilir. Tabakalı rassal örnekleme yöntemi için sonlu evren modunun düzeltilmiş EKK kestiricisi  $\bar{y}_{st.}$ ,

$$\begin{aligned} E(\bar{y}_{st.}) &= E\left(\frac{1}{N} \sum_{h=1}^L N_h (\bar{y}_h - \{\psi(b_h) - \psi(1)\}\sigma_h)\right) \\ &= E\left(\frac{N_1}{N} (\bar{y}_1 - \{\psi(b_1) - \psi(1)\}\sigma_1) + \dots + \frac{N_L}{N} (\bar{y}_L - \{\psi(b_L) - \psi(1)\}\sigma_L)\right) \\ &= \frac{N_1}{N} E(\bar{y}_1 - \{\psi(b_1) - \psi(1)\}\sigma_1) + \dots + \frac{N_L}{N} (E(\bar{y}_L) - \{\psi(b_L) - \psi(1)\}\sigma_L) \\ &= \frac{N_1}{N} \mu_1 + \dots + \frac{N_L}{N} \mu_L = \mu \end{aligned}$$

olduğundan  $\bar{Y}_{N\cdot}$  sonlu evren modunun yansız bir kestiricisidir. Bu durumda  $\bar{y}_{st\cdot}$  düzeltilmiş EKK kestiricisinin MSE değeri, süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumuna benzer olarak aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$\begin{aligned}
 E(\bar{y}_{st\cdot} - \bar{Y}_{N\cdot})^2 &= \left( \frac{N_1}{N} (\bar{y}_1 - \{\psi(b_1) - \psi(1)\} \sigma_1) + \dots + \frac{N_L}{N} (\bar{y}_L - \{\psi(b_L) - \psi(1)\} \sigma_L) - \right. \\
 &\quad \left. \frac{N_1}{N} (\bar{Y}_1 - \{\psi(b_1) - \psi(1)\} \sigma_1) - \dots - \frac{N_L}{N} (\bar{Y}_L - \{\psi(b_L) - \psi(1)\} \sigma_L) \right)^2 \\
 &= \frac{N_1^2}{N^2} E(\bar{y}_1 - \bar{Y}_1)^2 + \frac{N_2^2}{N^2} E(\bar{y}_2 - \bar{Y}_2)^2 + \dots + \frac{N_L^2}{N^2} E(\bar{y}_L - \bar{Y}_L)^2 \quad (4.9)
 \end{aligned}$$

Burada herhangi bir tabaka için  $E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)^2$  değeri, basit rassal örnekleme sonuçlarından,

$$E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)^2 = \frac{N_h - n_h}{N_h} \frac{\sigma_h^2}{n_h} \{\psi'(b_h) + \psi'(1)\} \quad (4.10)$$

olarak yazılabilir. Eşitlik (4.10)'de herhangi bir tabaka için verilen  $E(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)^2$  değeri, (4.9) eşitliğinde yerine yazıldığında,

$$\begin{aligned}
 E(\bar{y}_{st\cdot} - \bar{Y}_{N\cdot})^2 &= \frac{N_1^2}{N^2} \frac{N_1 - n_1}{N_1} \frac{\sigma_1^2}{n_1} \{\psi'(b_1) + \psi'(1)\} + \frac{N_2^2}{N^2} \frac{N_2 - n_2}{N_2} \frac{\sigma_2^2}{n_2} \{\psi'(b_2) + \psi'(1)\} \\
 &\quad + \dots + \frac{N_L^2}{N^2} \frac{N_L - n_L}{N_L} \frac{\sigma_L^2}{n_L} \{\psi'(b_L) + \psi'(1)\}
 \end{aligned}$$

ve gerekli sadeleştirme işlemleri yapıldığında düzeltilmiş EKK kestiricisi  $\bar{y}_{st\cdot}$ 'nin MSE değeri,

$$E(\bar{y}_{st\cdot} - \bar{Y}_{N\cdot})^2 = \sum_{h=1}^L \frac{N_h}{N^2} (N_h - n_h) \frac{\sigma_h^2}{n_h} \{\psi'(b_h) + \psi'(1)\} \quad (4.11)$$

olarak elde edilir. Tabakalı örnekleme yönteminde sonlu evren modunun düzeltilmiş EKK kestiricisi  $\bar{y}_{st.}$ 'nin, sağlam kestiricilerle karşılaştırılabilmesi için izleyen bölümde bu kestiriciler ele alınacaktır.

#### 4.2.2. Tabakalı Rassel Örneklemede Sonlu Evren Modunun Sağlam Kestiricileri

Tabakalı rassel örnekleme yönteminde süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda ele alınacak sağlam kestiriciler, Bölüm 3'te verilen basit rassel örnekleme yöntemi sonuçlarından kolaylıkla elde edilebilir. Tabakalı rassel örnekleme yönteminde her tabaka bir evren olarak düşünüldüğünde, sonlu evren modu için MML kestiricisi dışındaki sağlam kestiriciler için yanlılık düzeltmesinin yapılması gerektiği açıktır.

$\hat{\mu}_{R_h}$ ;  $h$ 'nci tabaka için sonlu evren modunun MML kestiricisi dışındaki yanlılık düzeltmesi yapılmış sağlam kestiricilerini gösterebilir. Tabakalı rassel örnekleme yönteminde sonlu evren modunun düzeltilmiş sağlam kestiricisi,

$$\hat{\mu}_{R_{st.}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^L N_h \hat{\mu}_{R_h} = \frac{N_1}{N} \hat{\mu}_{R_1} + \frac{N_2}{N} \hat{\mu}_{R_2} + \dots + \frac{N_L}{N} \hat{\mu}_{R_L}. \quad (4.12)$$

olarak yazılabilir.  $\hat{\mu}_{R_h}$ ,  $h$ 'nci tabaka için sonlu evren modunun yanlılık düzeltmesi yapılmış sağlam kestiricisini gösterir ve  $\hat{\mu}_{R_h} = \hat{\mu}_{R_h} - Y_{an_{R_h}} \sigma$  şeklindedir. Her tabaka diğerinden bağımsız olduğu için, her tabaka ayrı birer evren olarak düşünülebilir.

$E(\hat{\mu}_{R_{st.}}) = E(\bar{Y}_N) = \mu$  olduğundan,  $\hat{\mu}_{R_{st.}}$  sağlam kestiricisi tabakalı rassel örnekleme yönteminde sonlu evren ortalamasının yansız bir kestiricisidir.  $\hat{\mu}_{R_{st.}}$  sağlam kestiricilerinin MSE değeri Bölüm 3'te verilen sonuçlar yardımıyla aşağıdaki gibi belirlenir.



$$\begin{aligned}
E\left(\hat{\mu}_{R_{st.}} - \bar{Y}_N\right)^2 &= \frac{N_1^2}{N^2} E\left(\hat{\mu}_{R_{1.}} - \bar{Y}_1\right)^2 + \frac{N_2^2}{N^2} E\left(\hat{\mu}_{R_{2.}} - \bar{Y}_2\right)^2 + \dots + \frac{N_L^2}{N^2} E\left(\hat{\mu}_{R_{L.}} - \bar{Y}_L\right)^2 \\
&= \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2}{N^2} \left\{ V\left(\hat{\mu}_{R_h}\right) - 2 \frac{n_h}{N_h} \text{Cov}\left(\hat{\mu}_{R_h}, \bar{y}_h\right) + \left\{ \psi'(b_h) + \psi'(1) \right\} \frac{\sigma_h^2}{N_h} \right\} \quad (4.13)
\end{aligned}$$

Benzer şekilde tabakalı örnekleme yönteminde sonlu evren modunun MML sağlam kestiricisi (4.14) eşitliğindeki gibi tanımlanabilir.

$$\hat{\mu}_{MML_{st.}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^L N_i \hat{\mu}_{MML_{i.}} = \frac{N_1}{N} \hat{\mu}_{MML_{1.}} + \frac{N_2}{N} \hat{\mu}_{MML_{2.}} + \dots + \frac{N_L}{N} \hat{\mu}_{MML_{L.}} \quad (4.14)$$

Her tabaka diğerinden bağımsız olduğundan ve tabakalardan basit rassal örnekleme yöntemiyle örneklem seçildiğinden, MML sağlam kestiricisinin yanlılık miktarının ihmal edilebileceği basit rassal örnekleme sonuçlarından kolaylıkla görülebilir. Her tabaka için yanlılık miktarı ihmal edilebilecek kadar küçük olduğundan, sonlu evren modunun MML kestiricisi  $\hat{\mu}_{MML_{st.}}$ 'in yanlılığı da ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Bu durumda  $\hat{\mu}_{MML_{st.}}$  kestiricisinin MSE değeri, daha öncekilere benzer olarak aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$\begin{aligned}
E\left(\hat{\mu}_{MML_{st.}} - \bar{Y}_N\right)^2 &= \frac{N_1^2}{N^2} E\left(\hat{\mu}_{MML_{1.}} - \bar{Y}_1\right)^2 + \frac{N_2^2}{N^2} E\left(\hat{\mu}_{MML_{2.}} - \bar{Y}_2\right)^2 + \dots + \frac{N_L^2}{N^2} E\left(\hat{\mu}_{MML_{L.}} - \bar{Y}_L\right)^2 \\
&= \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2}{N^2} \left\{ V\left(\hat{\mu}_{MML_h}\right) - 2 \frac{n_h}{N_h} \text{Cov}\left(\hat{\mu}_{MML_h}, \bar{y}_h\right) + \left\{ \psi'(b_h) + \psi'(1) \right\} \frac{\sigma_h^2}{N_h} \right\} \quad (4.15)
\end{aligned}$$

Eşitlik (4.15), diğer sağlam kestiricilerin MSE değeri ile benzer şekilde ifade edilebileceğinden, tüm sağlam kestiricilerin MSE değerinin gösteriminde (4.13) eşitliği benimsenir. Örneklem hacmi  $n \geq 10$  olduğunda bile yanlılık miktarı ihmal edilebilecek kadar küçük olan MML kestiricisi ile yanlılık düzeltilmesi yapılmış diğer kestiricilerin etkinlik bakımından karşılaştırılması gerekir. Bu nedenle daha önce olduğu gibi 4 farklı

model oluşturulmuş ve tüm kestiricilerin MSE değerleri 10000 iterasyonda Monte-Carlo simülasyonu ile hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 4.2’de verilmiştir. Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumunda olduğu gibi, burada da her tabakanın farklı bir şekil parametresine sahip olması göz önünde bulundurulmuştur. Şekil parametre değerleri birbirine yakın ve uzak olacak şekilde belirlenmiştir. Tabaka sayısı 2 ve 4 olarak alınmıştır. Süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumuna benzer olarak burada da örnekleme oranı  $n_h/N_h = 0,10$  ve  $0,20$  alınarak sonuçlar elde edilmiştir. Örnekleme oranının bu iki değeri için elde edilen sonuçlar benzerlik gösterdiğinden sadece  $0,10$  örnekleme oranı için elde edilen sonuçlar verilmiştir.

**Model-1:**  $L=2$  tabakanın,  $N_h/N = 0,50$  olduğu durumda, birinci tabakanın  $b_1=1,5$  ve ikinci tabakanın  $b_2=10$  şekil parametresine sahip geliştirilmiş lojistik dağılımlı birer evren olması.

**Model-2**  $L=2$  tabakanın,  $N_h/N = 0,50$  olduğu durumda, birinci tabakanın  $b_1=3$ , ikinci tabakanın  $b_2=5$  şekil parametresine sahip geliştirilmiş lojistik dağılımlı birer evren olması.

**Model-3**  $L=4$  tabakanın,  $N_h/N = 0,25$  olduğu durumda, birinci tabakanın  $b_1=2$ , ikinci tabakanın  $b_2=3$ , üçüncü tabakanın  $b_3=4$ , dördüncü tabakanın  $b_4=10$  şekil parametresine sahip geliştirilmiş lojistik dağılımlı birer evren olması.

**Model-4**  $L=4$  tabakanın,  $N_h/N = 0,25$  olduğu durumda, birinci tabakanın  $b_1=2,5$ ; ikinci tabakanın  $b_2=3,5$ ; üçüncü tabakanın  $b_3=5$ , dördüncü tabakanın  $b_4=8$  şekil parametresine sahip geliştirilmiş lojistik dağılımlı birer evren olması.

Birbirine uzak iki şekil parametresi için elde edilen sonuçlara bakıldığında, tüm  $n$  değerlerinde medyan dışındaki tüm sağlam kestiricilerin EKK kestiricisinden daha etkin olduğu görülmektedir. Bu kestiriciler arasında sonlu evren modunun MML

kestiricisi en etkin kestiricidir. Bunu trimmed ortalamalar, winsorize ortalamalar, TL ortalama, Hodges-Lehmann, W24 ve BS82 kestiricisi izlemektedir. Örneklem hacmi arttıkça, EKK kestiricisinin oransal etkinliği azalmaktadır. EKK kestiricisi kullanılarak  $n=20$  birimlik bir örnekleme elde edilecek bilgi miktarı, MML kestiricisi kullanılarak  $n=15$  birimlik bir örnekleme elde edilebilir. Birbirine yakın iki şekil parametresi için elde edilen sonuçlara bakıldığında ise sadece MML kestiricisinin tüm  $n$  değerlerinde EKK kestiricisinden daha etkin olduğu görülmektedir. Süper evrenin çarpık bir dağılım olan genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda MML dışındaki tüm sağlam kestiriciler küçük örneklem hacimleri için ( $n < 10$ ) EKK kestiricisinden daha kötü sonuçlar vermektedir. Fakat örneklem hacmi arttıkça bu kestiricilerde EKK kestiricisinden daha etkin hale gelmektedir. Bu sonuçtan tabakaların kendi içinde homojen, fakat kendi aralarında olabildiğince heterojen olarak oluşturulmasının gerekliliği de görülmüş olur.  $n > 5$  için  $L$  kestiricileri EKK kestiricisinden daha etkin hale gelmektedir. Tabaka sayısı arttığında ise kestiricilerin oransal etkinliklerinin çok fazla değişmediği görülmektedir. Tüm sonuçlar bir arada değerlendirildiğinde, süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda tabakalı rassal örneklemede sonlu evren modunun EKK kestiricisi etkin bir kestirici değildir. Tüm şekil parametreleri ve  $n$  örneklem hacimlerinde, MML kestiricisi en etkin kestiricidir. Uygulamada MML kestiricisinin tercih edilmesi daha güvenilir sonuçları, daha az örneklem hacmi ile elde etmeyi sağlar. Süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda, sonlu evren modunun ve buna bağlı olarak sonlu evren ortalamasının tahmininde MML kestiricisi kullanılmalıdır.

Çizelge 4.2. Genelleştirilmiş lojistik dağılım için tabakalı örnekleme sonuçları ( $n_h/N_h = 0,10$ )

<b>Model 1: <math>L=2</math> tabaka, <math>b_1=1,5</math> ve <math>b_2=10</math>, <math>N_h/N = 0,50</math></b>								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	0,22173	100,00	0,11086	100,00	0,07391	100,00	0,05543	100,00
Medyan	0,25046	112,96	0,11801	106,45	0,08577	116,04	0,06194	111,74
Trim(0.1;0.1)	0,22173	100,00	0,09511	85,79	0,06293	85,14	0,04707	84,91
Trim(0.1;0.2)	0,22173	100,00	0,09170	82,72	0,05983	80,95	0,04556	82,19
Win(0.1;0.1)	0,22173	100,00	0,09740	87,86	0,06480	87,67	0,04830	87,14
Win(0.1;0.2)	0,22173	100,00	0,09575	86,37	0,06314	85,44	0,04760	85,88
TL(0.1)	0,22173	100,00	0,09587	86,48	0,06316	85,46	0,04896	88,32
MML	0,17305	78,05	0,08414	75,89	0,05583	75,53	0,04186	75,52
W24	0,21494	96,94	0,10038	90,55	0,06608	89,41	0,04918	88,72
BS82	0,21540	97,15	0,10060	90,74	0,06623	89,61	0,04928	88,91
HL	0,20063	90,48	0,09764	88,07	0,06430	87,00	0,04791	86,42
<b>Model 2: <math>L=2</math> tabaka, <math>b_1=2</math> ve <math>b_2=3</math>, <math>N_h/N = 0,50</math></b>								
EKK	0,19484	100,00	0,09742	100,00	0,06495	100,00	0,04871	100,00
Medyan	0,24670	126,62	0,11572	118,78	0,08587	132,22	0,06006	123,30
Trim(0.1;0.1)	0,19484	100,00	0,09269	95,14	0,06164	94,90	0,04598	94,39
Trim(0.1;0.2)	0,19484	100,00	0,08921	91,57	0,05838	89,90	0,04434	91,02
Win(0.1;0.1)	0,19484	100,00	0,09492	97,44	0,06326	97,40	0,04730	97,10
Win(0.1;0.2)	0,19484	100,00	0,09297	95,43	0,06173	95,05	0,04635	95,15
TL(0.1)	0,19484	100,00	0,09349	95,97	0,06208	95,59	0,04773	97,98
MML	0,17337	88,98	0,08439	86,63	0,05609	86,36	0,04189	86,01
W24	0,21199	108,80	0,09755	100,14	0,06470	99,62	0,04787	98,29
BS82	0,21236	109,00	0,09779	100,38	0,06485	99,85	0,04797	98,49
HL	0,19760	101,42	0,09500	97,52	0,06292	96,89	0,04660	95,67
<b>Model 3: <math>L=4</math> tabaka, <math>b_1=1,5</math>; <math>b_2=3</math>, <math>b_3=5</math>, <math>b_4=10</math>, <math>N_h/N = 0,25</math></b>								
EKK	0,09938	100,00	0,04969	100,00	0,03313	100,00	0,02484	100,00
Medyan	0,11886	119,60	0,05597	112,65	0,04073	122,96	0,02925	117,75
Trim(0.1;0.1)	0,09938	100,00	0,04482	90,20	0,02970	89,66	0,02218	89,28
Trim(0.1;0.2)	0,09938	100,00	0,04294	86,43	0,02788	84,15	0,02127	85,63
Win(0.1;0.1)	0,09938	100,00	0,04583	92,24	0,03055	92,22	0,02277	91,64
Win(0.1;0.2)	0,09938	100,00	0,04492	90,41	0,02967	89,57	0,02234	89,93
TL(0.1)	0,09938	100,00	0,04526	91,08	0,02984	90,07	0,02309	92,94
MML	0,08002	80,52	0,03902	78,53	0,02589	78,16	0,01938	78,03
W24	0,10211	102,75	0,04766	95,92	0,03136	94,68	0,02327	93,67
BS82	0,10233	102,97	0,04777	96,14	0,03144	94,91	0,02332	93,87
HL	0,09493	95,53	0,04611	92,80	0,03039	91,74	0,02258	90,88
<b>Model 4: <math>L=4</math> tabaka, <math>b_1=1</math>, <math>b_2=2</math>, <math>b_3=4</math>, <math>b_4=6</math>, <math>N_h/N = 0,25</math></b>								
EKK	0,10502	100,00	0,05251	100,00	0,03501	100,00	0,02625	100,00
Medyan	0,13282	126,48	0,06221	118,49	0,04567	130,48	0,03212	122,35
Trim(0.1;0.1)	0,10502	100,00	0,05008	95,38	0,03329	95,11	0,02462	93,78
Trim(0.1;0.2)	0,10502	100,00	0,04878	92,90	0,03205	91,55	0,02406	91,66
Win(0.1;0.1)	0,10502	100,00	0,05133	97,76	0,03430	97,97	0,02536	96,58
Win(0.1;0.2)	0,10502	100,00	0,05066	96,48	0,03357	95,91	0,02499	95,19
TL(0.1)	0,10502	100,00	0,05046	96,09	0,03335	95,26	0,02555	97,31
MML	0,09395	89,46	0,04535	86,36	0,03013	86,07	0,02241	85,36
W24	0,11433	108,87	0,05275	100,47	0,03491	99,73	0,02563	97,62
BS82	0,11457	109,10	0,05288	100,70	0,03499	99,97	0,02568	97,80
HL	0,10641	101,33	0,05133	97,77	0,03387	96,76	0,02495	95,04

## BÖLÜM 5

### KÜME ÖRNEKLEMESİ

Evrenin hacmi çok büyük olduğunda örnekleme çalışmasının basit rassal örnekleme, sistematik örnekleme veya tabakalı örnekleme yöntemleri ile yürütülmesi oldukça zor ve maliyetlidir. Bu üç örnekleme yönteminde örneklemin seçilmesi için geçerli bir çerçevenin var olması gerekir. Ayrıca geniş bir alana yayılmış örnekleme birimlerini soruşturma maliyeti oldukça yüksektir. Ancak küme örneklemesinde son aşamaya kadar çerçeve gerekmemektedir. Son aşamada nihai örnekleme birimlerinin seçilmesi için geçerli bir çerçevenin var olması yeterlidir. Güncel bir çerçevenin olmaması durumunda hazırlanması da diğer örnekleme yöntemlerine göre daha kolay ve hesaplı olacaktır. Uygulamada örnekleme planının kapsayıcılığı, örnekleme çalışmasının yürütülmesindeki kolaylık ve birim başına bilgi edinme maliyetinin düşüklüğü sebebiyle küme örnekleme oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Küme örnekleme yardımıyla yürütülen başlıca araştırma çalışmaları (Yamane, 2001),

1. Resmi istatistikler (enflasyon, TEFE v.b.),
2. Kamuoyu araştırmaları,
3. Pazar araştırmaları,
4. Tarım araştırmalarıdır.

Örnekleme çalışmalarında en az maliyetle en çok bilgi elde edilmesi amaçlanır. Bu çalışmada küme örneklemesinin ele alınmasının nedeni yukarıda da belirtildiği gibi uygulamada oldukça önemli bir yer tutmasıdır. Küme örneklemesinin incelenmesi ve farklı durumlar için daha güvenilir sonuçlar verecek kestiricilerin belirlenmesi oldukça yararlı olacaktır.

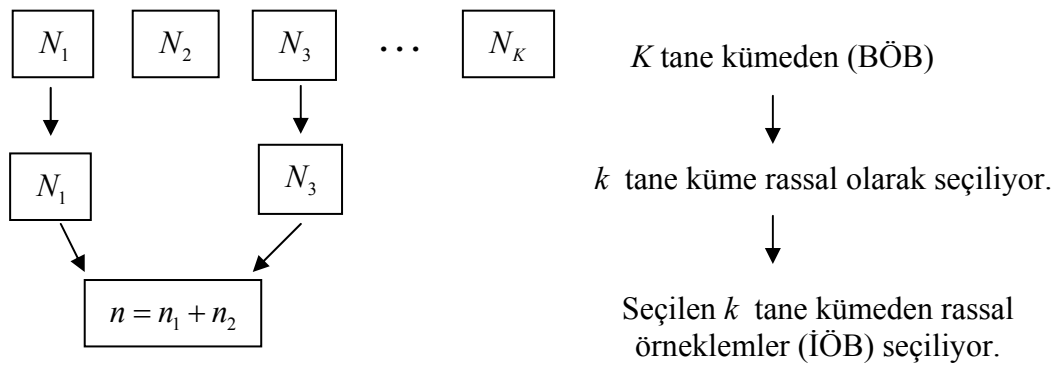
#### 5.1. Uzun Kuyruklu Simetrik Dağılımlar Ailesi

Bu kısımda amaç, küme örnekleme için evren parametrelerinin kestiricilerini süper evren modelinin (3.1) eşitliğinde verilen simetrik dağılıma sahip olduğu varsayımı altında elde etmektir. Klasik örnekleme teorisinde olduğu gibi ilk olarak sonlu evren

toplamının kestiricileri elde edilecektir. Daha sonra sonlu evren toplamı yardımıyla sonlu evren ortalamasının kestiricisi elde edilecektir. Bu kısımda öncelikle iki ve üç aşamalı küme örnekleme için sonlu evren toplamının kestiricileri elde edilecek ve etkinlikleri bakımından karşılaştırılacaktır. Daha sonra elde edilen sonuçlar  $k$ -aşamalı küme örnekleme için genelleştirilecektir.

### 5.1.1. İki Aşamalı Küme Örnekleme (Basit Küme Örnekleme)

Küme örneklemesinin özelliği, örnekleme birimlerinin aşamalı olarak seçilmesidir. İki aşamalı küme örneklemede örnekleme birimleri iki aşamada seçilir. Evren ilk aşamada kendi aralarında homojen, fakat kendi içlerinde heterojen olan kümelere ( $K$  tane) ayrılır. Bunun nedeni her bir kümenin evreni temsil edebilecek şekilde olmasını sağlamaktır. Oluşturulan bu kümeler birincil örnekleme birimi (BÖB) olarak adlandırılır. Daha sonra oluşturulan birincil örnekleme birimlerinden basit rassal örnekleme yöntemiyle daha az sayıda küme seçilir. Seçilen birincil örnekleme birimlerinden basit rassal örneklemler alınmasıyla incelenecek olan birimlere ulaşılır. Bu birimler ikincil örnekleme birimi (İÖB) veya nihai örnekleme birimi olarak adlandırılır (Yamane, 2001). Bu durum Şekil 5.1'de kısaca özetlenmektedir.



Şekil 5.1. İki Aşamalı Küme Örnekleme

İki aşamalı küme örneklemesinde amaç ilk olarak nihai örneklemler yardımıyla seçilen  $k$  tane BÖB'lerinin toplamını tahmin etmek, daha sonra bu toplam tahminleri yardımıyla tüm BÖB toplamını tahmin etmektir.

### **5.1.1.1. Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren parametrelerinin EKK kestiricileri**

Bu kısımda süper evrenin (3.1) eşitliğinde verilen simetrik dağılıma sahip olduğu varsayılarak, evren toplamının EKK kestiricisi verilecek ve daha sonra bu kestiricinin beklenen değeri ve varyansı hesaplanacaktır.

$$\bar{y}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}; \quad i\text{'nci nihai küme ortalaması}$$

$\hat{y}$ : Seçilen  $k$  tane küme için toplam kestirimi

$$\hat{Y}_i = N_i \bar{y}_i; \quad i\text{'nci küme toplamının kestirimi}$$

$\hat{\bar{Y}}$ :  $K$  tane birincil küme ortalamasının kestirimi

$\hat{Y}$ : Evren toplamının kestirimi

İki aşamalı küme örnekleme için seçilen  $k$  tane küme toplamının ve evren toplamının EKK kestiricisi aşağıda verilmiştir.

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i = \sum_{i=1}^k \bar{y}_i N_i = \sum_{i=1}^k N_i \frac{y_i}{n_i} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} \quad (5.1)$$

$$\hat{Y} = \frac{K}{k} \hat{y} = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} \quad (5.2)$$

(5.1) ve (5.2) eşitliklerinden daha basit bir ifadeyle sonlu evren toplamının EKK kestiricisi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\hat{Y} = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} \quad (5.3)$$

İyi bir kestiricinin taşınması istenen yansızlık özelliğinin, (5.3) eşitliğinde verilen  $\hat{Y}$  EKK kestiricisi tarafından sağlandığının gösterilmesi gerekir. Basit küme örneklemede nihai örneklemin seçilmesi işlemi iki aşamada gerçekleştiğinden,  $\hat{Y}$  EKK kestiricisinin beklenen değeri,

$$E(\hat{Y}) = E_i E_j \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} \right)$$

iki aşamalı olarak belirlenebilir. Burada  $E_i$  birinci aşamada ( $K$  tane BÖB) üzerinden,  $E_j$  ise ikinci aşamada seçilen herhangi bir  $i$ 'inci BÖB için  $N_i$  örnekleme birimi üzerinden beklenen değer alma işlemidir. Buradan hareketle,

$$= E_i \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} E_j(y_{ij}) \right)$$

olarak yazılabilir. İlk aşamada belirlenen  $i$ 'inci BÖB'den seçilen  $n_i$  çaplı örnekleme  $E_j(y_{ij}) = \bar{Y}_i$  olduğundan,

$$= E_i \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \bar{Y}_i \right) = E_i \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{n_i} (n_i \bar{Y}_i) \right)$$

yazılabilir. Burada  $i$ 'inci BÖB toplamı  $Y_i = N_i \bar{Y}_i$  olarak belirlendiğinden,



$$= E_i \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right) = \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k E_i(Y_i) \right)$$

BÖB'ler basit rassal örnekleme yöntemiyle seçildiğinden,  $K$  tane BÖB'den herhangi birinin seçilme olasılığı  $\frac{1}{K}$ 'dir. Buradan  $E_i(Y_i) = \sum_{i=1}^K \frac{1}{K} Y_i$  olarak yazılabilir. Böylece,

$$E(\hat{Y}) = E_i E_j \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} \right) = Y$$

olarak elde edilir.  $\hat{Y}$  sonlu evren toplamının EKK kestiricisi  $Y$  evren toplamı için yansız bir kestiricidir.  $\hat{Y}$  yansız kestiricisinin diğer kestiricilerle karşılaştırılabilmesi için varyansının da belirlenmesi gerekir. (5.3) eşitliğinde verilen EKK kestiricisi için varyans aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$V(\hat{Y}) = E_i E_j (\hat{Y} - Y)^2 = E_i E_j \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - Y \right)^2$$

$\hat{Y}$ 'ın varyansı iki bileşenden oluşmaktadır. Bu bileşenlerden birincisi BÖB arasındaki değişim, diğeri ise İÖB arasındaki değişimdir. Varyansın hesaplanmasında bu bileşenler gözönünde tutulduğunda varyans formülü aşağıdaki biçimde ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} V(\hat{Y}) &= E_i E_j \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i + \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \\ &= E_i E_j \left[ \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right) + \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) \right]^2 \end{aligned}$$

$$= E_i E_j \left[ \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right)^2 + 2 \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right) \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) + \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \right]$$

Burada  $\left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right) = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i)$  olduğundan, yukarıdaki ifade (5.4) eşitliği halini alır.

$$= E_i E_j \left[ \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right)^2 + 2 \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i) \right) \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) + \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \right] \quad (5.4)$$

Eşitlik (5.4)'teki ilk terim,

$$\begin{aligned} \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right)^2 &= \left( \frac{K}{k} \right)^2 \left( \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \sum_{i=1}^k Y_i \right)^2 = \left( \frac{K}{k} \right)^2 \left[ \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i) \right]^2 \\ &= \left( \frac{K}{k} \right)^2 \left[ (\hat{Y}_1 - Y_1) + (\hat{Y}_2 - Y_2) + \dots + (\hat{Y}_k - Y_k) \right]^2 \\ &= \left( \frac{K}{k} \right)^2 \left[ (\hat{Y}_1 - Y_1)^2 + (\hat{Y}_2 - Y_2)^2 + \dots + (\hat{Y}_k - Y_k)^2 + \right. \\ &\quad \left. 2(\hat{Y}_1 - Y_1)(\hat{Y}_2 - Y_2) + \dots + 2(\hat{Y}_{k-1} - Y_{k-1})(\hat{Y}_k - Y_k) \right] \\ &= \left( \frac{K}{k} \right)^2 \left[ \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i)^2 + \sum_{i=i'}^k (\hat{Y}_i - Y_i)(\hat{Y}_{i'} - Y_{i'}) \right] \end{aligned} \quad (5.5)$$

eşittir. (5.5) eşitliği (5.4) eşitliğinde yerine yazıldığında,

$$\begin{aligned}
&= E_i E_j \left[ \underbrace{\left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i)^2}_{\kappa 1} + \underbrace{\left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=i'}^k (\hat{Y}_i - Y_i) (\hat{Y}_{i'} - Y_i)}_{\kappa 2} + \right. \\
&\quad \left. \underbrace{2 \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i) \right) \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)}_{\kappa 3} + \underbrace{\left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2}_{\kappa 4} \right] \quad (5.6)
\end{aligned}$$

elde edilir. İki aşamalı küme örneklemesinde varyansın belirlenebilmesi için iki kez beklenen değer alınmalıdır. Öncelikle, BÖB'ler sabit tutularak İÖB'ler üzerinden beklenen değer alınır. Eşitlik (5.6)'daki  $\kappa 4$  ifadesi,

$$E_j(\kappa 4) = E_j \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 = \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \quad (5.7)$$

eşittir. İÖB'leri basit rassal örnekleme yöntemiyle elde edildiğinden ve  $\hat{Y}_i$  ile  $\hat{Y}_{i'}$  birbirinden bağımsız olduğundan (5.6) eşitliğindeki  $\kappa 2$  ifadesi sıfıra eşittir.

$$E_j(\kappa 2) = E_j \left[ \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=i'}^k (\hat{Y}_i - Y_i) (\hat{Y}_{i'} - Y_i) \right] = 0 \quad (5.8)$$

Eşitlik (5.6)'daki  $\kappa 3$  ifadesinde sıfıra eşit olduğu aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$\begin{aligned}
E_j(\kappa 3) &= E_j \left[ 2 \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i) \right) \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) \right] = 2 \frac{K}{k} \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) E_j \left( \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i) \right) \\
&= 2 \frac{K}{k} \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) \sum_{i=1}^k E_j (\hat{Y}_i - Y_i) \\
&= 2 \frac{K}{k} \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) \sum_{i=1}^k [E_j (\hat{Y}_i) - Y_i]
\end{aligned}$$

$$= 2 \frac{K}{k} \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) \sum_{i=1}^k [Y_i - Y] = 0 \quad (5.9)$$

$\kappa_1$  ifadesinin BÖB'ler sabit tutularak İÖB'ler üzerinden beklenen değeri alındığında Son olarak İÖB üzerinden alınması gereken beklenen değer,

$$\begin{aligned} E_j(\kappa_1) &= E_j \left[ \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i)^2 \right] = \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k E_j (\hat{Y}_i - Y_i)^2 \\ &= \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k E_j (N_i \bar{y}_i - N_i \bar{Y}_i)^2 = \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k N_i^2 E_j (\bar{y}_i - \bar{Y}_i)^2 \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. İki aşamalı küme örneklemesinde seçilen  $k$  tane kümeden basit rassal örnekleme yoluyla birim seçildiğinden,

$$E_j (\bar{y}_i - \bar{Y}_i)^2 = \left( 1 - \frac{n_i}{N_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{n_i}$$

eşittir ve

$$E_j(\kappa_1) = \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k N_i^2 \left( 1 - \frac{n_i}{N_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{n_i} \quad (5.10)$$

olarak elde edilir. (5.7), (5.8), (5.9) ve (5.10) eşitlikleri (5.6) eşitliğinde yerine yazıldığında,

$$= \left[ \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k E_i \left( N_i^2 \left( 1 - \frac{n_i}{N_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{n_i} \right) + E_i \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k (Y_i - Y) \right)^2 \right] \quad (5.11)$$

elde edilir. Bu aşamadan sonra birincil örnekleme birimleri üzerinden beklenen değer alınmalıdır. Eşitlik (5.11)'de  $N_i^2 \left(1 - \frac{n_i}{N_i}\right) \frac{\sigma_i^2}{n_i} = u_i$  olarak ifade edilebilir. Herhangi bir BÖB basit rassal örnekleme yöntemiyle seçildiğinden,  $u_i$ 'ler (1, 2, ..., K),  $1/K$  olasılığına sahip bağımsız rassal değişkenlerdir.

Buradan (5.11) eşitliğindeki ilk ifade  $u_i$ 'ler cinsinden yazıldığında ve BÖB üzerinden beklenen değer alındığında,

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{K}{k}\right)^2 \sum_{i=1}^k E_i(u_i) = \left(\frac{K}{k}\right)^2 \sum_{i=1}^k \left(\sum_{i=1}^K \frac{1}{K} u_i\right) = \left(\frac{K}{k}\right)^2 \frac{k}{K} \sum_{i=1}^K u_i \\ &= \left(\frac{K}{k}\right)^2 \frac{k}{K} \sum_{i=1}^K N_i^2 \left(1 - \frac{n_i}{N_i}\right) \frac{\sigma_i^2}{n_i} \end{aligned} \quad (5.12)$$

elde edilir.

(5.11) eşitliğindeki ikinci terim için beklenen değer işlemi gerçekleştirildiğinde (5.13) eşitliği elde edilir.

$$\begin{aligned} E_i \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 &= E_i \left( K \frac{\sum_{i=1}^k Y_i}{k} - K\bar{Y} \right)^2 \\ &= K^2 E_i \left( \frac{\sum_{i=1}^k Y_i}{k} - \bar{Y} \right)^2 = K^2 \left(1 - \frac{k}{K}\right) \frac{\sigma_B^2}{k} \end{aligned} \quad (5.13)$$

Eşitlik (5.13)'de  $\sigma_B^2$ , kümeler arası varyansı ifade eder. (5.12) ve (5.13) eşitlikleri (5.11)'de yerine yazıldığında sonlu evren toplamının EKK kestiricisinin varyansı (5.14) eşitliğindeki gibi elde edilir.

$$V(\hat{Y}) = \left[ \left( \frac{K}{k} \right) \sum_{i=1}^K \left( N_i^2 \left( 1 - \frac{n_i}{N_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{n_i} \right) + K^2 \left( 1 - \frac{k}{K} \right) \frac{\sigma_B^2}{k} \right] \quad (5.14)$$

Şu ana kadar sonlu evren toplamının EKK kestiricisi ve bu kestiricinin varyansı üzerinde durulmuştur.  $\hat{Y} = \frac{\hat{Y}}{N}$  biçimde tanımlanan sonlu evren ortalamasının EKK kestiricisi ve varyansı, (5.3) ve (5.14) eşitliklerinden kolayca belirlenebilir.

### **5.1.1.2. Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren parametrelerinin MML kestiricileri**

Basit rassal örnekleme ve tabakalı örnekleme yöntemlerinde olduğu gibi küme örnekleme durumunda da MML kestiricisi diğer kestiricilerle aynı biçimde ifade edilememektedir. Bu kısımda süper evrenin dağılımının (3.1) eşitliğinde verilen uzun kuyruklu simetrik dağılım olduğu varsayılarak sonlu evren toplamının MML kestiricileri ele alınacaktır. Sonlu evren toplamı için elde edilecek sonuçlardan,  $\hat{Y} = \frac{\hat{Y}}{N}$  şeklinde tanımlanan sonlu evren ortalaması için geçerli olacak eşitlikler kolaylıkla belirlenebilir. Bu nedenle çalışmanın bu kısmında sadece sonlu evren toplamının MML kestiricisi tanımlanarak, bu kestiricinin yansızlığı ve varyansı belirlenecektir.

$$\hat{\mu}_{MML_i} = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{n_i} \beta_{ij} y_{ij} \quad i^{\text{nci}} \text{ nihai küme ortalamasının MML kestiricisini ve}$$

$\sum_{j=1}^{n_i} \beta_{ij} = m_i$  ağırlık toplamlarını göstermek üzere, seçilen  $k$  tane küme toplamının ve evren toplamının MML kestiricisi,

$$\hat{y}_{MML} = \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{m_i} \sum_{j=1}^{n_i} \beta_{ij} y_{ij}$$

$$\hat{Y}_{MML} = \frac{K}{k} \hat{y}_{MML} = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{m_i} \sum_{j=1}^{n_i} \beta_{ij} y_{ij}$$

şeklinde yazılabilir. Evren toplamının MML kestiricisi (5.15) eşitliğindeki gibidir.

$$\hat{Y}_{MML} = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{m_i} \sum_{j=1}^{n_i} \beta_{ij} y_{ij} \quad (5.15)$$

$\hat{Y}_{MML}$  sonlu evren toplamının MML kestiricisinin diğer kestiricilerle karşılaştırılabilmesi için MML kestiricisinin yansızlığının ve varyansının bilinmesi gerekmektedir. MML kestiricisinin yansızlığı aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\begin{aligned} E(\hat{Y}_{MML}) &= E_i E_j \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{m_i} \sum_{j=1}^{n_i} \beta_{ij} y_{ij} \right) \\ &= E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{m_i} \sum_{j=1}^{n_i} E_j (\beta_{ij} y_{ij}) \right] = E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{m_i} (m_i \bar{Y}_i) \right] \end{aligned}$$

$Y_i = N_i \bar{Y}_i$  olduğundan,

$$= E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right] = \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k E_i (Y_i) \right] = Y$$

elde edilir.  $\hat{Y}_{MML}$  MML kestiricisinin varyansı ise aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$V(\hat{Y}_{MML}) = E_i E_j (\hat{Y}_{MML} - Y)^2 = E_i E_j \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - Y \right)^2$$

$$\begin{aligned}
&= E_i E_j \left[ \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right) + \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) \right]^2 \\
&= E_i E_j \left[ \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right)^2 + 2 \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i) \right) \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) + \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \right]
\end{aligned}$$

olarak yazılabilir. Buradan EKK kestiricisinin varyansının belirlenmesi durumundaki gibi (5.6) eşitliğinin elde edileceği açıktır. (5.6) eşitliğindeki tüm ifadelerin iki aşamada beklenen değerinin alınması gerekir. Birincil örnekleme birimleri sabit tutulup ikincil örnekleme birimleri üzerinden beklenen değer alındığında (5.6) eşitliğindeki  $\kappa_2$  ve  $\kappa_3$  ifadelerinin sıfıra eşit olduğu görülür.  $\kappa_1$  ve  $\kappa_4$  ifadelerinin ikincil örnekleme birimlerine göre beklenen değeri alındığında (5.16) eşitliği elde edilir.

$$= E_i \left[ \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k N_i^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{MML_i}) - 2 \frac{n_i}{N_i} Cov(\hat{\mu}_{MML_i}, \bar{y}_i) + \frac{\sigma_i^2}{n_i} \right\} + \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \right] \quad (5.16)$$

İki aşamalı küme örnekleminde seçilen  $k$  tane kümeden basit rassal örnekleme yoluyla birim seçildiğinden, (5.16) eşitliğindeki  $\left\{ V(\hat{\mu}_{MML_i}) - 2 \frac{n_i}{N_i} Cov(\hat{\mu}_{MML_i}, \bar{y}_i) + \frac{\sigma_i^2}{n_i} \right\}$  terimi basit rassal örnekleme sonuçlarından kolayca yazılabilir. (5.16) eşitliğindeki ifadelerin birincil örnekleme birimleri üzerinden beklenen değeri EKK kestiricisinde olduğu gibi belirlenebilir. İÖB üzerinden de beklenen değer alındığında,

$$= \left[ \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k E_i \left( N_i^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{MML_i}) - 2 \frac{n_i}{N_i} Cov(\hat{\mu}_{MML_i}, \bar{y}_i) + \frac{\sigma_i^2}{n_i} \right\} \right) \right] + E_i \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2$$

$\hat{Y}_{MML}$  sağlam kestiricisinin varyansı (5.17) eşitliğindeki gibi elde edilir.

$$V(\hat{Y}_{MML}) = \left[ \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k N_i^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{MML_i}) - 2 \frac{n_i}{N_i} Cov(\hat{\mu}_{MML_i}, \bar{y}_i) + \frac{\sigma_i^2}{n_i} \right\} + K^2 \left( 1 - \frac{k}{K} \right) \frac{\sigma_B^2}{k} \right] \quad (5.17)$$



Bu kısımda sonlu evren toplamının MML kestiricisi ve bu kestiricinin varyansı üzerinde durulmuştur. Sonlu evren ortalamasının MML kestiricisi ve varyansı, (5.15) ve (5.17) eşitliklerinden kolayca yazılabilir.

### **5.1.1.3. Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren parametrelerinin diğer sağlam kestiricileri**

Bu kısımda süper evrenin dağılımının (3.1) eşitliğinde verilen simetrik dağılım olduğu varsayılarak sonlu evren toplamının MML kestiricisi dışındaki sağlam kestiricileri ele alınacaktır. Evren toplamı için sağlam kestiriciler tanımlanacak, bu kestiricilerin yansızlığı ve varyansı belirlenecektir. Daha sonra elde edilen sonuçlar, EKK ve MML kestiricisi için elde edilen sonuçlarla karşılaştırılacak, evren toplamı  $Y$  için en etkin olan kestirici belirlenecektir.

$$\hat{\mu}_{R_i} = \sum_{j=1}^{n_i} w_{ij} y_{ij} \quad i^{\text{nci}} \text{ nihai küme ortalamasının sağlam kestiricisini ve } \sum_{j=1}^{n_i} w_{ij} = 1$$

ağırlık toplamlarını göstermek üzere, seçilen  $k$  tane küme toplamının ve evren toplamının sağlam kestiricisi,

$$\hat{y}_R = \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i = \sum_{i=1}^k N_i \sum_{j=1}^{n_i} w_{ij} y_{ij}$$

$$\hat{Y}_R = \frac{K}{k} \hat{y}_R = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k N_i \sum_{j=1}^{n_i} w_{ij} y_{ij} \quad (5.18)$$

şeklinde yazılabilir.  $\hat{Y}_R$  sonlu evren toplamının sağlam kestiricileri ile EKK ve MML kestiricisinin özelliklerini karşılaştırabilmek için sağlam kestiricilerin yansız olduğunu ve varyanslarının bu iki kestiriciden daha küçük olduğunu göstermemiz gerekir.

$$E(\hat{Y}_R) = E_i E_j \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k N_i \sum_{j=1}^{n_i} w_{ij} y_{ij} \right)$$

$$= E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k N_i \sum_{j=1}^{n_i} E_j (w_{ij} y_{ij}) \right] = E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k N_i \bar{Y}_i \right]$$

$Y_i = N_i \bar{Y}_i$  olduğundan,

$$= E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right] = \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k E_i (Y_i) \right] = Y$$

elde edilir.  $\hat{Y}_R$  sonlu evren toplamının sağlam kestiricisi yansız bir kestiricidir.  $\hat{Y}_R$  sağlam kestiricisinin varyansı aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$\begin{aligned} V(\hat{Y}_R) &= E_i E_j (\hat{Y}_R - Y)^2 = E_i E_j \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - Y \right)^2 \\ &= E_i E_j \left[ \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right) + \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) \right]^2 \\ &= E_i E_j \left[ \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right)^2 + 2 \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i) \right) \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) + \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \right] \end{aligned}$$

olarak yazılabilir. Burada EKK ve MML kestiricisinin varyansının belirlenmesi durumundaki gibi iki aşamada beklenen değer alınması gerekir. Birincil örnekleme birimleri sabit tutulup ikincil örnekleme birimleri üzerinden beklenen değer alındığında,

$$= E_i \left[ \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k N_i^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{R_i}) - 2 \frac{n_i}{N_i} \text{Cov}(\hat{\mu}_{R_i}, \bar{y}_i) + \frac{\sigma_i^2}{n_i} \right\} + \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \right]$$

elde edilir (bkz. 5.13). Birincil örnekleme birimleri üzerinden de beklenen değer alındığında,  $\hat{Y}_R$  sağlam kestiricisinin varyansı (5.19) eşitliğindeki gibi elde edilir.

$$V(\hat{Y}_R) = \left[ \left( \frac{K}{k} \right) \sum_{i=1}^K N_i^2 \left\{ V(\hat{\mu}_R) - 2 \frac{n_i}{N_i} \text{Cov}(\hat{\mu}_R, \bar{y}_i) + \frac{\sigma_i^2}{n_i} \right\} + K^2 \left( 1 - \frac{k}{K} \right) \frac{\sigma_B^2}{k} \right] \quad (5.19)$$

Sonlu evren toplamı  $Y$  için  $\hat{Y}_R$ ,  $\hat{Y}_{MML}$  ve  $\hat{Y}$  kestiricileri yansız kestiricilerdir. Süper evrenin (3.1) eşitliğinde verilen simetrik dağılıma sahip olması durumunda tüm bu kestiricilerin karşılaştırılabilmesi için tabakalı rassal örnekleme yönteminde olduğu gibi 6 farklı model oluşturulmuştur. Simetrik dağılımın  $p=2, 4, 6, 8$  şekil parametreleri, örneklem hacminin  $n=5, 10, 15, 20$ , örnekleme oranının  $n/N = 0,10$  ve  $0,20$  değerleri alınmıştır. Küme örneklemesinde kümelerdeki heterojenliği sağlamak için, küme içi varyansın büyük buna karşın kümeler arası varyansın küçük olması arzu edilir. Bu durum gözönünde bulundurularak oluşturulan modeller aşağıdaki gibidir.

**Model-1:**  $K=15$  kümeden (BÖB)  $k=5$  kümenin seçildiği, kümeler içi varyansların birbirine eşit ve  $\sigma_i = 1$  ( $i=1, \dots, K$ ) olduğu, kümeler arası varyansın küme içi varyansın  $1/10$ 'u olduğu ( $\sigma_B/\sigma_i = 0,1$ ), her kümeden eşit hacimde örneklem seçildiği durumdur.

**Model-2:**  $K=15$  kümeden (BÖB)  $k=5$  kümenin seçildiği, kümeler içi varyansların birbirine eşit ve  $\sigma_i = 1$  ( $i=1, \dots, K$ ) olduğu, kümeler arası varyansın küme içi varyansın 10 katı olduğu ( $\sigma_B/\sigma_i = 10$ ), her kümeden eşit hacimde örneklem seçildiği durumdur.

**Model-3:**  $K=50$  kümeden (BÖB)  $k=10$  kümenin seçildiği, kümeler içi varyansların birbirine eşit ve  $\sigma_i = 1$  ( $i=1, \dots, K$ ) olduğu, kümeler arası varyansın küme içi varyansın  $1/10$ 'u olduğu ( $\sigma_B/\sigma_i = 0,1$ ), her kümeden eşit hacimde örneklem seçildiği durumdur.

**Model-4:**  $K=50$  kümeden (BÖB)  $k=10$  kümenin seçildiği, kümeler içi varyansların birbirine eşit ve  $\sigma_i = 1$  ( $i=1, \dots, K$ ) olduğu, kümeler arası varyansın küme içi varyansın 10 katı olduğu ( $\sigma_B/\sigma_i = 10$ ), her kümeden eşit hacimde örneklem seçildiği durumdur.

**Model-5:**  $K=100$  kümeden (BÖB)  $k=10$  kümenin seçildiği, kümeler içi varyansların birbirine eşit ve  $\sigma_i = 1$  ( $i = 1, \dots, K$ ) olduğu, kümeler arası varyansın küme içi varyansın  $1/10$ 'u olduğu ( $\sigma_B/\sigma_i = 0,1$ ), her kümeden eşit hacimde örneklem seçildiği durumdur.

**Model-6:**  $K=100$  kümeden (BÖB)  $k=10$  kümenin seçildiği, kümeler içi varyansların birbirine eşit ve  $\sigma_i = 1$  ( $i = 1, \dots, K$ ) olduğu, kümeler arası varyansın küme içi varyansın 10 katı olduğu ( $\sigma_B/\sigma_i = 10$ ), her kümeden eşit hacimde örneklem seçildiği durumdur.

Tüm bu modeller için 10000 iterasyonluk Monte-Carlo simülasyonu ile EKK ve sağlam kestiricilerin MSE değerleri, ve buna bağlı olarak oransal etkinlik değerleri belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.1a-Çizelge 5.6d'de verilmiştir.

Model-1'de şekil parametresi  $p=2$  için tüm sağlam kestiriciler EKK kestiricisinden daha etkindir. Tüm örneklem hacimlerinde sağlam kestiriciler içerisinde MML kestiricisi en etkin kestiricidir. MML kestiricisinden sonra etkinliklerine göre Hodges-Lehmann, W24, BS82 kestiricileri gelmektedir. L kestiricileri olan medyan, trimmed ortalama, winsorize ortalama ve TL ortalamanın etkinlikleri ise örneklem hacmine göre değişmektedir. Model-1 de  $p=4$  şekil parametresi için MML ve Hodges-Lehmann kestiricileri tüm örneklem hacimlerinde en etkin kestiricilerdir. Model-1'de şekil parametresinin diğer değerleri için elde edilen sonuçlar incelendiğinde, şekil parametresi  $p>10$  için MML kestiricisinin etkinliğinde EKK kestiricisine yaklaştığı görülmektedir. Model-2'de  $p=2$  şekil parametresi için Model-1'de olduğu gibi, tüm sağlam kestiriciler EKK kestiricisinden daha etkindir. Model-2'de tüm şekil parametreleri incelendiğinde, tüm örneklem hacimleri ve örnekleme oranlarında en etkin kestiricinin MML kestiricisi olduğu görülmektedir. Şekil parametresi  $p>10$  olduğunda MML kestiricisinin etkinliği EKK kestiricisinin etkinliğine yaklaşmaktadır. Bunun nedeni ise simetrik dağılımın  $p>10$  için normal dağılıma yaklaşmasıdır. Model-3, 4, 5 ve 6 için de benzer sonuçlar elde edilmiştir. Kümeler arası varyansın, kümeler içi varyansın  $1/10$ 'u ( $\sigma_B/\sigma_i = 0,1$ ) olması durumunda elde edilen etkinlik değerleri ile, 10 katı olduğu ( $\sigma_B/\sigma_i = 10$ ) durumda elde edilen etkinlik değerleri aynıdır. Ancak

MSE değerleri tüm kestiriciler için benzer olarak artmaktadır. Model-1 ve Model-2'de seçilen küme sayısı, toplam küme sayısının 1/3'dür. Bu değer Model-3 ve 4'de 1/5, Model-5 ve 6'da ise 1/10'dur. Küme oranlarına göre modeller için elde edilen sonuçlara bakıldığında da büyük bir değişiklik görülmemektedir. Bu nedenle tüm bu durumlarda MML kestiricisi en etkin kestiricidir.

**Çizelge 5.1a.** Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-1)

<b>Model 1: <math>K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=2</math></b>								
<b>Kestiriciler</b>	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	20250,2	100,0	40500,2	100,0	60750,2	100,0	81000,2	100,0
Medyan	14923,2	73,7	26800,4	66,2	42714,7	70,3	54393,5	67,2
Trim(0.1;0.1)	20250,2	100,0	25497,7	63,0	39522,2	65,1	49273,9	60,8
Win(0.1;0.1)	20250,2	100,0	27948,0	69,0	44213,9	72,8	54976,0	67,9
TL(0.1)	20250,2	100,0	24246,3	59,9	36118,1	59,5	46797,7	57,8
MML	13190,7	65,1	24705,8	61,0	36396,0	59,9	48325,8	59,7
W24	14279,0	70,5	25774,6	63,6	38190,7	62,9	50147,5	61,9
BS82	14298,1	70,6	25763,0	63,6	38161,4	62,8	50054,4	61,8
HL	14178,5	70,0	25007,5	61,7	36764,3	60,5	48351,9	59,7
<b>Model 1: <math>K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=2</math></b>								
EKK	4500,2	100,0	9000,2	100,0	13500,2	100,0	18000,2	100,0
Medyan	3643,1	81,0	6623,3	73,6	10583,0	78,4	13507,8	75,0
Trim(0.1;0.1)	4500,2	100,0	6005,7	66,7	9223,9	68,3	11702,7	65,0
Win(0.1;0.1)	4500,2	100,0	6516,5	72,4	10213,7	75,7	12879,3	71,6
TL(0.1)	4500,2	100,0	5787,0	64,3	8597,4	63,7	11370,8	63,2
MML	3154,4	70,1	6149,4	68,3	9075,7	67,2	12106,3	67,3
W24	3439,6	76,4	6282,3	69,8	9319,1	69,0	12273,4	68,2
BS82	3446,8	76,6	6286,4	69,8	9322,6	69,1	12265,5	68,1
HL	3313,0	73,6	5942,0	66,0	8749,9	64,8	11540,4	64,1

Çizelge 5.1b. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-1)

Model 1: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=4$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	20250,2	100,0	40500,2	100,0	60750,2	100,0	81000,2	100,0
Medyan	24497,3	121,0	46144,3	113,9	77040,7	126,8	97446,2	120,3
Trim(0.1;0.1)	20250,2	100,0	37783,3	93,3	56446,6	92,9	74729,6	92,3
Win(0.1;0.1)	20250,2	100,0	38891,9	96,0	58401,0	96,1	77440,9	95,6
TL(0.1)	20250,2	100,0	37931,0	93,7	56413,3	92,9	76906,8	94,9
MML	19023,3	93,9	37516,6	92,6	55988,7	92,2	74195,9	91,6
W24	20967,2	103,5	38940,5	96,1	58104,4	95,6	75865,0	93,7
BS82	21015,8	103,8	39009,6	96,3	58203,7	95,8	75931,8	93,7
HL	19701,2	97,3	38217,4	94,4	57133,3	94,0	75108,5	92,7
Model 1: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=4$								
EKK	4500,2	100,0	9000,2	100,0	13500,2	100,0	18000,2	100,0
Medyan	5723,4	127,2	10740,0	119,3	18062,2	133,8	22801,8	126,7
Trim(0.1;0.1)	4500,2	100,0	8507,6	94,5	12661,7	93,8	16834,3	93,5
Win (0.1;0.1)	4500,2	100,0	8736,6	97,1	13071,9	96,8	17378,6	96,5
TL(0.1)	4500,2	100,0	8589,3	95,4	12753,5	94,5	17543,4	97,5
MML	4252,1	94,5	8403,8	93,4	12569,0	93,1	16667,8	92,6
W24	4802,9	106,7	8845,4	98,3	13183,4	97,7	17170,5	95,4
BS82	4816,1	107,0	8867,0	98,5	13215,1	97,9	17198,4	95,5
HL	4452,4	98,9	8633,1	95,9	12897,7	95,5	16940,8	94,1

Çizelge 5.1c. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-1)

Model 1: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=8$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	20250,2	100,0	40500,2	100,0	60750,2	100,0	81000,2	100,0
Medyan	27500,3	135,8	53041,8	131,0	86206,0	141,9	111937,1	138,2
Trim(0.1;0.1)	20250,2	100,0	40516,2	100,0	59090,7	97,3	80445,7	99,3
Win(0.1;0.1)	20250,2	100,0	40698,2	100,5	59764,6	98,4	80551,0	99,4
TL(0.1)	20250,2	100,0	41541,5	102,6	60546,6	99,7	86008,3	106,2
MML	20000,8	98,8	39550,1	97,7	58472,0	96,2	78472,9	96,9
W24	22813,4	112,7	42008,6	103,7	60996,2	100,4	81076,9	100,1
BS82	22873,9	113,0	42124,4	104,0	61151,6	100,7	81298,4	100,4
HL	21124,9	104,3	41399,8	102,2	60672,7	99,9	81372,2	100,5
Model 1: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=8$								
EKK	4500,2	100,0	9000,2	100,0	13500,2	100,0	18000,2	100,0
Medyan	6380,2	141,8	12279,7	136,4	20159,7	149,3	26071,1	144,8
Trim(0.1;0.1)	4500,2	100,0	9099,6	101,1	13254,2	98,2	18095,0	100,5
Win(0.1;0.1)	4500,2	100,0	9126,9	101,4	13385,8	99,2	18072,9	100,4
TL(0.1)	4500,2	100,0	9372,5	104,1	13666,9	101,2	19548,1	108,6
MML	4449,3	98,9	8815,0	97,9	13059,0	96,7	17516,5	97,3
W24	5186,5	115,2	9479,9	105,3	13759,3	101,9	18252,8	101,4
BS82	5201,7	115,6	9510,8	105,7	13801,1	102,2	18312,7	101,7
HL	4749,8	105,5	9320,8	103,6	13673,9	101,3	18318,8	101,8

Çizelge 5.1d. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-1)

Model 1: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=10$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	20250,2	100,0	40500,2	100,0	60750,2	100,0	81000,2	100,0
Medyan	28565,2	141,1	53803,1	132,8	88244,5	145,3	114095,8	140,9
Trim(0.1;0.1)	20250,2	100,0	41142,5	101,6	60890,1	100,2	81826,3	101,0
Win(0.1;0.1)	20250,2	100,0	41205,4	101,7	61285,1	100,9	81826,2	101,0
TL(0.1)	20250,2	100,0	42261,1	104,3	62637,5	103,1	87767,0	108,4
MML	20337,8	100,4	40050,2	98,9	60067,8	98,9	79662,0	98,3
W24	23634,7	116,7	42585,1	105,1	62929,1	103,6	82119,8	101,4
BS82	23705,6	117,1	42709,3	105,5	63141,9	103,9	82335,4	101,6
HL	21709,2	107,2	42075,5	103,9	62441,3	102,8	82506,2	101,9
Model 1: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=10$								
EKK	4500,2	100,0	9000,2	100,0	13500,2	100,0	18000,2	100,0
Medyan	6611,0	146,9	12437,2	138,2	20567,0	152,3	26509,9	147,3
Trim(0.1;0.1)	4500,2	100,0	9224,1	102,5	13607,8	100,8	18361,6	102,0
Win(0.1;0.1)	4500,2	100,0	9224,1	102,5	13678,4	101,3	18318,2	101,8
TL(0.1)	4500,2	100,0	9518,7	105,8	14084,6	104,3	19896,3	110,5
MML	4515,4	100,3	8909,2	99,0	13362,5	99,0	17738,2	98,5
W24	5358,1	119,1	9590,4	106,6	14138,4	104,7	18431,6	102,4
BS82	5375,8	119,5	9623,0	106,9	14193,3	105,1	18489,4	102,7
HL	4870,4	108,2	9457,7	105,1	14019,9	103,8	18529,0	102,9

Çizelge 5.2a. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-2)

Model 2: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=2$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	20270,0	100,0	40520,0	100,0	60770,0	100,0	81020,0	100,0
Medyan	14943,0	73,7	26820,2	66,2	42734,5	70,3	54413,3	67,2
Trim(0.1;0.1)	20270,0	100,0	25517,5	63,0	39542,0	65,1	49293,7	60,8
Win(0.1;0.1)	20270,0	100,0	27967,8	69,0	44233,7	72,8	54995,8	67,9
TL(0.1)	20270,0	100,0	24266,1	59,9	36137,9	59,5	46817,5	57,8
MML	13210,5	65,2	24725,6	61,0	36415,8	59,9	48345,6	59,7
W24	14298,8	70,5	25794,4	63,7	38210,5	62,9	50167,3	61,9
BS82	14317,9	70,6	25782,8	63,6	38181,2	62,8	50074,2	61,8
HL	14198,3	70,0	25027,3	61,8	36784,1	60,5	48371,7	59,7
Model 2: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=2$								
EKK	4520,0	100,0	9020,0	100,0	13520,0	100,0	18020,0	100,0
Medyan	3662,9	81,0	6643,1	73,6	10602,8	78,4	13527,6	75,1
Trim(0.1;0.1)	4520,0	100,0	6025,5	66,8	9243,7	68,4	11722,5	65,1
Win(0.1;0.1)	4520,0	100,0	6536,3	72,5	10233,5	75,7	12899,1	71,6
TL(0.1)	4520,0	100,0	5806,8	64,4	8617,2	63,7	11390,6	63,2
MML	3174,2	70,2	6169,2	68,4	9095,5	67,3	12126,1	67,3
W24	3459,4	76,5	6302,1	69,9	9338,9	69,1	12293,2	68,2
BS82	3466,6	76,7	6306,2	69,9	9342,4	69,1	12285,3	68,2
HL	3332,8	73,7	5961,8	66,1	8769,7	64,9	11560,2	64,2

Çizelge 5.2b. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-2)

Model 2: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=4$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	20270,0	100,0	40520,0	100,0	60770,0	100,0	81020,0	100,0
Medyan	24517,1	121,0	46164,1	113,9	77060,5	126,8	97466,0	120,3
Trim(0.1;0.1)	20270,0	100,0	37803,1	93,3	56466,4	92,9	74749,4	92,3
Win(0.1;0.1)	20270,0	100,0	38911,7	96,0	58420,8	96,1	77460,7	95,6
TL(0.1)	20270,0	100,0	37950,8	93,7	56433,1	92,9	76926,6	94,9
MML	19043,1	93,9	37536,4	92,6	56008,5	92,2	74215,7	91,6
W24	20987,0	103,5	38960,3	96,2	58124,2	95,6	75884,8	93,7
BS82	21035,6	103,8	39029,4	96,3	58223,5	95,8	75951,6	93,7
HL	19721,0	97,3	38237,2	94,4	57153,1	94,0	75128,3	92,7
Model 2: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=4$								
EKK	4520,0	100,0	9020,0	100,0	13520,0	100,0	18020,0	100,0
Medyan	5743,2	127,1	10759,8	119,3	18082,0	133,7	22821,6	126,6
Trim(0.1;0.1)	4520,0	100,0	8527,4	94,5	12681,5	93,8	16854,1	93,5
Win (0.1;0.1)	4520,0	100,0	8756,4	97,1	13091,7	96,8	17398,4	96,6
TL(0.1)	4520,0	100,0	8609,1	95,4	12773,3	94,5	17563,2	97,5
MML	4271,9	94,5	8423,6	93,4	12588,8	93,1	16687,6	92,6
W24	4822,7	106,7	8865,2	98,3	13203,2	97,7	17190,3	95,4
BS82	4835,9	107,0	8886,8	98,5	13234,9	97,9	17218,2	95,6
HL	4472,2	98,9	8652,9	95,9	12917,5	95,5	16960,6	94,1

Çizelge 5.2c. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-2)

Model 2: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=8$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	20270,0	100,0	40520,0	100,0	60770,0	100,0	81020,0	100,0
Medyan	27520,1	135,8	53061,6	131,0	86225,8	141,9	111956,9	138,2
Trim(0.1;0.1)	20270,0	100,0	40536,0	100,0	59110,5	97,3	80465,5	99,3
Win(0.1;0.1)	20270,0	100,0	40718,0	100,5	59784,4	98,4	80570,8	99,4
TL(0.1)	20270,0	100,0	41561,3	102,6	60566,4	99,7	86028,1	106,2
MML	20020,6	98,8	39569,9	97,7	58491,8	96,3	78492,7	96,9
W24	22833,2	112,6	42028,4	103,7	61016,0	100,4	81096,7	100,1
BS82	22893,7	112,9	42144,2	104,0	61171,4	100,7	81318,2	100,4
HL	21144,7	104,3	41419,6	102,2	60692,5	99,9	81392,0	100,5
Model 2: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=8$								
EKK	4520,0	100,0	9020,0	100,0	13520,0	100,0	18020,0	100,0
Medyan	6400,0	141,6	12299,5	136,4	20179,5	149,3	26090,9	144,8
Trim(0.1;0.1)	4520,0	100,0	9119,4	101,1	13274,0	98,2	18114,8	100,5
Win(0.1;0.1)	4520,0	100,0	9146,7	101,4	13405,6	99,2	18092,7	100,4
TL(0.1)	4520,0	100,0	9392,3	104,1	13686,7	101,2	19567,9	108,6
MML	4469,1	98,9	8834,8	97,9	13078,8	96,7	17536,3	97,3
W24	5206,3	115,2	9499,7	105,3	13779,1	101,9	18272,6	101,4
BS82	5221,5	115,5	9530,6	105,7	13820,9	102,2	18332,5	101,7
HL	4769,6	105,5	9340,6	103,6	13693,7	101,3	18338,6	101,8



Çizelge 5.2d. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-2)

Model 2: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=10$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	20270,0	100,0	40520,0	100,0	60770,0	100,0	81020,0	100,0
Medyan	28585,0	141,0	53822,9	132,8	88264,3	145,2	114115,6	140,8
Trim(0.1;0.1)	20270,0	100,0	41162,3	101,6	60909,9	100,2	81846,1	101,0
Win(0.1;0.1)	20270,0	100,0	41225,2	101,7	61304,9	100,9	81846,0	101,0
TL(0.1)	20270,0	100,0	42280,9	104,3	62657,3	103,1	87786,8	108,4
MML	20357,6	100,4	40070,0	98,9	60087,6	98,9	79681,8	98,3
W24	23654,5	116,7	42604,9	105,1	62948,9	103,6	82139,6	101,4
BS82	23725,4	117,0	42729,1	105,5	63161,7	103,9	82355,2	101,6
HL	21729,0	107,2	42095,3	103,9	62461,1	102,8	82526,0	101,9
Model 2: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=10$								
EKK	4520,0	100,0	9020,0	100,0	13520,0	100,0	18020,0	100,0
Medyan	6630,8	146,7	12457,0	138,1	20586,8	152,3	26529,7	147,2
Trim(0.1;0.1)	4520,0	100,0	9243,9	102,5	13627,6	100,8	18381,4	102,0
Win(0.1;0.1)	4520,0	100,0	9243,9	102,5	13698,2	101,3	18338,0	101,8
TL(0.1)	4520,0	100,0	9538,5	105,7	14104,4	104,3	19916,1	110,5
MML	4535,2	100,3	8929,0	99,0	13382,3	99,0	17758,0	98,5
W24	5377,9	119,0	9610,2	106,5	14158,2	104,7	18451,4	102,4
BS82	5395,6	119,4	9642,8	106,9	14213,1	105,1	18509,2	102,7
HL	4890,2	108,2	9477,5	105,1	14039,7	103,8	18548,8	102,9

Çizelge 5.3a. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-3)

Model 3: $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=2$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	112500,4	100,0	225000,4	100,0	337500,4	100,0	450000,4	100,0
Medyan	82905,7	73,7	148890,5	66,2	237303,0	70,3	302185,3	67,2
Trim(0.1;0.1)	112500,4	100,0	141653,4	63,0	219567,3	65,1	273742,9	60,8
Win(0.1;0.1)	112500,4	100,0	155266,1	69,0	245632,3	72,8	305421,8	67,9
TL(0.1)	112500,4	100,0	134700,8	59,9	200655,6	59,5	259986,7	57,8
MML	73280,8	65,1	137253,9	61,0	202199,5	59,9	268476,1	59,7
W24	79327,1	70,5	143191,5	63,6	212169,9	62,9	278596,8	61,9
BS82	79433,0	70,6	143127,0	63,6	212007,3	62,8	278079,1	61,8
HL	78768,8	70,0	138930,0	61,7	204245,5	60,5	268621,2	59,7
Model 3: $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=2$								
EKK	25000,4	100,0	50000,4	100,0	75000,4	100,0	100000,4	100,0
Medyan	20238,8	81,0	36795,3	73,6	58793,6	78,4	75042,5	75,0
Trim(0.1;0.1)	25000,4	100,0	33364,3	66,7	51243,3	68,3	65014,1	65,0
Win(0.1;0.1)	25000,4	100,0	36201,8	72,4	56742,1	75,7	71551,0	71,6
TL(0.1)	25000,4	100,0	32149,5	64,3	47762,9	63,7	63170,3	63,2
MML	17523,5	70,1	34162,6	68,3	50419,9	67,2	67256,6	67,3
W24	19108,4	76,4	34901,1	69,8	51772,0	69,0	68184,7	68,2
BS82	19148,0	76,6	34923,9	69,8	51791,7	69,1	68141,0	68,1
HL	18404,7	73,6	33010,4	66,0	48609,6	64,8	64112,7	64,1

Çizelge 5.3b. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-3)

Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	112500,4	100,0	225000,4	100,0	337500,4	100,0	450000,4	100,0
Medyan	136095,6	121,0	256356,7	113,9	428003,4	126,8	541367,2	120,3
Trim(0.1;0.1)	112500,4	100,0	209906,5	93,3	313591,3	92,9	415163,9	92,3
Win(0.1;0.1)	112500,4	100,0	216065,3	96,0	324449,5	96,1	430226,7	95,6
TL(0.1)	112500,4	100,0	210727,0	93,7	313406,7	92,9	427259,2	94,9
MML	105684,5	93,9	208424,8	92,6	311047,5	92,2	412199,0	91,6
W24	116484,0	103,5	216335,4	96,1	322801,5	95,6	421471,5	93,7
BS82	116753,7	103,8	216719,5	96,3	323353,3	95,8	421842,4	93,7
HL	109450,6	97,3	212318,2	94,4	317406,3	94,0	417268,8	92,7
EKK	25000,4	100,0	50000,4	100,0	75000,4	100,0	100000,4	100,0
Medyan	31795,7	127,2	59666,2	119,3	100344,7	133,8	126676,1	126,7
Trim(0.1;0.1)	25000,4	100,0	47263,5	94,5	70341,8	93,8	93523,3	93,5
Win(0.1;0.1)	25000,4	100,0	48535,8	97,1	72621,1	96,8	96547,2	96,5
TL(0.1)	25000,4	100,0	47717,8	95,4	70852,3	94,5	97462,7	97,5
MML	23622,3	94,5	46687,2	93,4	69827,0	93,1	92598,2	92,6
W24	26682,0	106,7	49140,1	98,3	73240,5	97,7	95391,0	95,4
BS82	26755,7	107,0	49260,4	98,5	73416,3	97,9	95545,9	95,5
HL	24734,7	98,9	47961,0	95,9	71653,4	95,5	94114,8	94,1

Çizelge 5.3c. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-3)

Model 3: $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=8$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	112500,4	100,0	225000,4	100,0	337500,4	100,0	450000,4	100,0
Medyan	152778,5	135,8	294676,1	131,0	478921,3	141,9	621872,3	138,2
Trim(0.1;0.1)	112500,4	100,0	225089,0	100,0	328280,9	97,3	446919,9	99,3
Win(0.1;0.1)	112500,4	100,0	226100,1	100,5	332025,0	98,4	447504,7	99,4
TL(0.1)	112500,4	100,0	230785,5	102,6	336369,1	99,7	477823,0	106,2
MML	111115,0	98,8	219722,1	97,7	324843,5	96,2	435960,0	96,9
W24	126740,2	112,7	233380,2	103,7	338867,2	100,4	450426,4	100,1
BS82	127076,4	113,0	234023,7	104,0	339730,6	100,7	451656,9	100,4
HL	117359,6	104,3	229997,9	102,2	337070,0	99,9	452066,9	100,5
Model 3: $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=8$								
EKK	25000,4	100,0	50000,4	100,0	75000,4	100,0	100000,4	100,0
Medyan	35444,6	141,8	68219,7	136,4	111997,5	149,3	144838,6	144,8
Trim(0.1;0.1)	25000,4	100,0	50552,4	101,1	73633,5	98,2	100527,1	100,5
Win(0.1;0.1)	25000,4	100,0	50704,6	101,4	74364,8	99,2	100404,4	100,4
TL(0.1)	25000,4	100,0	52068,6	104,1	75926,7	101,2	108599,7	108,6
MML	24717,7	98,9	48971,7	97,9	72549,1	96,7	97313,3	97,3
W24	28813,1	115,3	52665,4	105,3	76440,0	101,9	101403,6	101,4
BS82	28897,9	115,6	52836,8	105,7	76672,3	102,2	101736,8	101,7
HL	26386,9	105,5	51781,4	103,6	75965,2	101,3	101770,5	101,8

Çizelge 5.3d. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-3)

Model 3: $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=10$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	112500,4	100,0	225000,4	100,0	337500,4	100,0	450000,4	100,0
Medyan	158695,1	141,1	298905,4	132,8	490246,4	145,3	633864,6	140,9
Trim(0.1;0.1)	112500,4	100,0	228568,8	101,6	338277,4	100,2	454589,8	101,0
Win(0.1;0.1)	112500,4	100,0	228918,0	101,7	340472,1	100,9	454589,3	101,0
TL(0.1)	112500,4	100,0	234783,3	104,3	347985,5	103,1	487593,5	108,4
MML	112987,1	100,4	222500,5	98,9	333709,5	98,9	442566,0	98,3
W24	131303,2	116,7	236583,4	105,1	349605,6	103,6	456220,3	101,4
BS82	131696,8	117,1	237273,0	105,5	350787,6	103,9	457418,2	101,6
HL	120605,9	107,2	233752,2	103,9	346895,4	102,8	458367,1	101,9
Model 3: $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=10$								
EKK	25000,4	100,0	50000,4	100,0	75000,4	100,0	100000,4	100,0
Medyan	36726,9	146,9	69095,1	138,2	114260,4	152,3	147276,3	147,3
Trim(0.1;0.1)	25000,4	100,0	51244,3	102,5	75598,2	100,8	102008,1	102,0
Win (0.1;0.1)	25000,4	100,0	51244,4	102,5	75990,5	101,3	101767,0	101,8
TL(0.1)	25000,4	100,0	52881,0	105,8	78247,2	104,3	110534,4	110,5
MML	25084,8	100,3	49494,7	99,0	74235,5	99,0	98544,8	98,5
W24	29766,7	119,1	53279,0	106,6	78546,2	104,7	102397,2	102,4
BS82	29864,8	119,5	53460,6	106,9	78851,2	105,1	102718,2	102,7
HL	27056,9	108,2	52542,1	105,1	77887,7	103,8	102937,9	102,9

Çizelge 5.4a. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-4)

Model 4: $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=2$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	112540,0	100,0	225040,0	100,0	337540,0	100,0	450040,0	100,0
Medyan	82945,3	73,7	148930,1	66,2	237342,6	70,3	302224,9	67,2
Trim(0.1;0.1)	112540,0	100,0	141693,0	63,0	219606,9	65,1	273782,5	60,8
Win(0.1;0.1)	112540,0	100,0	155305,7	69,0	245671,9	72,8	305461,4	67,9
TL(0.1)	112540,0	100,0	137293,5	61,0	202239,1	59,9	268515,7	59,7
MML	79366,7	70,5	143231,1	63,6	212209,5	62,9	278636,4	61,9
W24	79472,6	70,6	143166,6	63,6	212046,9	62,8	278118,7	61,8
BS82	110272,5	98,0	134740,4	59,9	200695,2	59,5	260026,3	57,8
HL	78808,4	70,0	138969,6	61,8	204285,1	60,5	268660,8	59,7
Model 4: $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=2$								
EKK	25040,0	100,0	50040,0	100,0	75040,0	100,0	100040,0	100,0
Medyan	20278,4	81,0	36834,9	73,6	58833,2	78,4	75082,1	75,1
Trim(0.1;0.1)	25040,0	100,0	33403,9	66,8	51282,9	68,3	65053,7	65,0
Win(0.1;0.1)	25040,0	100,0	36241,4	72,4	56781,7	75,7	71590,6	71,6
TL(0.1)	25040,0	100,0	32189,1	64,3	47802,5	63,7	63209,9	63,2
MML	17563,1	70,1	34202,2	68,3	50459,5	67,2	67296,2	67,3
W24	19148,0	76,5	34940,7	69,8	51811,6	69,0	68224,3	68,2
BS82	19187,6	76,6	34963,5	69,9	51831,3	69,1	68180,6	68,2
HL	18444,3	73,7	33050,0	66,0	48649,2	64,8	64152,3	64,1

Çizelge 5.4b. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-4)

Model 4: $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=4$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	112540,0	100,0	225040,0	100,0	337540,0	100,0	450040,0	100,0
Medyan	136135,2	121,0	256396,3	113,9	428043,0	126,8	541406,8	120,3
Trim(0.1;0.1)	112540,0	100,0	209946,1	93,3	313630,9	92,9	415203,5	92,3
Win(0.1;0.1)	112540,0	100,0	216104,9	96,0	324489,1	96,1	430266,3	95,6
TL(0.1)	112540,0	100,0	210766,6	93,7	313446,3	92,9	427298,8	94,9
MML	105724,1	93,9	208464,4	92,6	311087,1	92,2	412238,6	91,6
W24	116523,6	103,5	216375,0	96,1	322841,1	95,6	421511,1	93,7
BS82	116793,3	103,8	216759,1	96,3	323392,9	95,8	421882,0	93,7
HL	109490,2	97,3	212357,8	94,4	317445,9	94,0	417308,4	92,7
Model 4: $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=4$								
EKK	25040,0	100,0	50040,0	100,0	75040,0	100,0	100040,0	100,0
Medyan	31835,3	127,1	59705,8	119,3	100384,3	133,8	126715,7	126,7
Trim(0.1;0.1)	25040,0	100,0	47303,1	94,5	70381,4	93,8	93562,9	93,5
Win(0.1;0.1)	25040,0	100,0	48575,4	97,1	72660,7	96,8	96586,8	96,5
TL(0.1)	25040,0	100,0	47757,4	95,4	70891,9	94,5	97502,3	97,5
MML	23661,9	94,5	46726,8	93,4	69866,6	93,1	92637,8	92,6
W24	26721,6	106,7	49179,7	98,3	73280,1	97,7	95430,6	95,4
BS82	26795,3	107,0	49300,0	98,5	73455,9	97,9	95585,5	95,5
HL	24774,3	98,9	48000,6	95,9	71693,0	95,5	94154,4	94,1

Çizelge 5.4c. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-4)

Model 4: $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=8$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	112540,0	100,0	225040,0	100,0	337540,0	100,0	450040,0	100,0
Medyan	152818,1	135,8	294715,7	131,0	478960,9	141,9	621911,9	138,2
Trim(0.1;0.1)	112540,0	100,0	225128,6	100,0	328320,5	97,3	446959,5	99,3
Win(0.1;0.1)	112540,0	100,0	226139,7	100,5	332064,6	98,4	447544,3	99,4
TL(0.1)	112540,0	100,0	230825,1	102,6	336408,7	99,7	477862,6	106,2
MML	111154,6	98,8	219761,7	97,7	324883,1	96,3	435999,6	96,9
W24	126779,8	112,7	233419,8	103,7	338906,8	100,4	450466,0	100,1
BS82	127116,0	113,0	234063,3	104,0	339770,2	100,7	451696,5	100,4
HL	117399,2	104,3	230037,5	102,2	337109,6	99,9	452106,5	100,5
Model 4: $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=8$								
EKK	25040,0	100,0	50040,0	100,0	75040,0	100,0	100040,0	100,0
Medyan	35484,2	141,7	68259,3	136,4	112037,1	149,3	144878,2	144,8
Trim(0.1;0.1)	25040,0	100,0	50592,0	101,1	73673,1	98,2	100566,7	100,5
Win(0.1;0.1)	25040,0	100,0	50744,2	101,4	74404,4	99,2	100444,0	100,4
TL(0.1)	25040,0	100,0	52108,2	104,1	75966,3	101,2	108639,3	108,6
MML	24757,3	98,9	49011,3	97,9	72588,7	96,7	97352,9	97,3
W24	28852,7	115,2	52705,0	105,3	76479,6	101,9	101443,2	101,4
BS82	28937,5	115,6	52876,4	105,7	76711,9	102,2	101776,4	101,7
HL	26426,5	105,5	51821,0	103,6	76004,8	101,3	101810,1	101,8

Çizelge 5.4d. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-4)

Model 4: $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=10$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	112540,0	100,0	225040,0	100,0	337540,0	100,0	450040,0	100,0
Medyan	158734,7	141,0	298945,0	132,8	490286,0	145,3	633904,2	140,9
Trim(0.1;0.1)	112540,0	100,0	228608,4	101,6	338317,0	100,2	454629,4	101,0
Win(0.1;0.1)	112540,0	100,0	228957,6	101,7	340511,7	100,9	454628,9	101,0
TL(0.1)	112540,0	100,0	234822,9	104,3	348025,1	103,1	487633,1	108,4
MML	113026,7	100,4	222540,1	98,9	333749,1	98,9	442605,6	98,3
W24	131342,8	116,7	236623,0	105,1	349645,2	103,6	456259,9	101,4
BS82	131736,4	117,1	237312,6	105,5	350827,2	103,9	457457,8	101,6
HL	120645,5	107,2	233791,8	103,9	346935,0	102,8	458406,7	101,9
Model 4: $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=10$								
EKK	25040,0	100,0	50040,0	100,0	75040,0	100,0	100040,0	100,0
Medyan	36766,5	146,8	69134,7	138,2	114300,0	152,3	147315,9	147,3
Trim(0.1;0.1)	25040,0	100,0	51283,9	102,5	75637,8	100,8	102047,7	102,0
Win(0.1;0.1)	25040,0	100,0	51284,0	102,5	76030,1	101,3	101806,6	101,8
TL(0.1)	25040,0	100,0	52920,6	105,8	78286,8	104,3	110574,0	110,5
MML	25124,4	100,3	49534,3	99,0	74275,1	99,0	98584,4	98,5
W24	29806,3	119,0	53318,6	106,6	78585,8	104,7	102436,8	102,4
BS82	29904,4	119,4	53500,2	106,9	78890,8	105,1	102757,8	102,7
HL	27096,5	108,2	52581,7	105,1	77927,3	103,8	102977,5	102,9

Çizelge 5.5a. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-5)

Model 5: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=2$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	450000,9	100,0	900000,9	100,0	1350000,9	100,0	1800000,9	100,0
Medyan	331622,3	73,7	595561,4	66,2	949211,4	70,3	1208740,5	67,2
Trim(0.1;0.1)	450000,9	100,0	566612,8	63,0	878268,5	65,1	1094971,0	60,8
Win(0.1;0.1)	450000,9	100,0	621063,8	69,0	982528,6	72,8	1221686,4	67,9
TL(0.1)	450000,9	100,0	538802,7	59,9	802621,6	59,5	1039946,0	57,8
MML	293122,3	65,1	549014,9	61,0	808797,1	59,9	1073903,7	59,7
W24	317307,7	70,5	572765,1	63,6	848678,9	62,9	1114386,3	61,9
BS82	317731,3	70,6	572507,5	63,6	848028,5	62,8	1112315,7	61,8
HL	315074,7	70,0	555719,5	61,7	816981,2	60,5	1074484,1	59,7
Model 5: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=2$								
EKK	100000,9	100,0	200000,9	100,0	300000,9	100,0	400000,9	100,0
Medyan	80954,6	81,0	147180,5	73,6	235173,8	78,4	300169,5	75,0
Trim(0.1;0.1)	100000,9	100,0	133456,5	66,7	204972,4	68,3	260055,8	65,0
Win(0.1;0.1)	100000,9	100,0	144806,6	72,4	226967,7	75,7	286203,4	71,6
TL(0.1)	100000,9	100,0	128597,2	64,3	191050,7	63,7	252680,7	63,2
MML	70093,5	70,1	136649,8	68,3	201678,9	67,2	269025,7	67,3
W24	76432,9	76,4	139603,7	69,8	207087,3	69,0	272738,2	68,2
BS82	76591,4	76,6	139694,8	69,8	207166,1	69,1	272563,5	68,1
HL	73618,2	73,6	132040,9	66,0	194437,7	64,8	256450,1	64,1

Çizelge 5.5b. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-5)

Model 5: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=4$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	450000,9	100,0	900000,9	100,0	1350000,9	100,0	1800000,9	100,0
Medyan	544381,8	121,0	1025426,3	113,9	1712013,0	126,8	2165468,1	120,3
Trim(0.1;0.1)	450000,9	100,0	839625,3	93,3	1254364,5	92,9	1660654,7	92,3
Win(0.1;0.1)	450000,9	100,0	864260,5	96,0	1297797,4	96,1	1720906,0	95,6
TL(0.1)	450000,9	100,0	842907,3	93,7	1253626,1	92,9	1709036,0	94,9
MML	422737,4	93,9	833698,5	92,6	1244189,1	92,2	1648795,3	91,6
W24	465935,2	103,5	865340,9	96,1	1291205,3	95,6	1685885,3	93,7
BS82	467014,1	103,8	866877,2	96,3	1293412,5	95,8	1687368,8	93,7
HL	437801,6	97,3	849272,0	94,4	1269624,6	94,0	1669074,4	92,7
Model 5: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=4$								
EKK	100000,9	100,0	200000,9	100,0	300000,9	100,0	400000,9	100,0
Medyan	127182,1	127,2	238664,2	119,3	401378,1	133,8	506703,8	126,7
Trim(0.1;0.1)	100000,9	100,0	189053,5	94,5	281366,6	93,8	374092,6	93,5
Win(0.1;0.1)	100000,9	100,0	194142,5	97,1	290483,6	96,8	386187,9	96,5
TL(0.1)	100000,9	100,0	190870,4	95,4	283408,5	94,5	389850,2	97,5
MML	94488,4	94,5	186748,0	93,4	279307,3	93,1	370392,0	92,6
W24	106727,5	106,7	196559,8	98,3	292961,3	97,7	381563,1	95,4
BS82	107022,0	107,0	197040,7	98,5	293664,6	97,9	382182,8	95,5
HL	98938,0	98,9	191843,4	95,9	286613,0	95,5	376458,5	94,1

Çizelge 5.5c. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-5)

Model 5: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=8$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	450000,9	100,0	900000,9	100,0	1350000,9	100,0	1800000,9	100,0
Medyan	611113,2	135,8	1178703,9	131,0	1915684,3	141,9	2487488,4	138,2
Trim(0.1;0.1)	450000,9	100,0	900355,5	100,0	1313123,1	97,3	1787678,7	99,3
Win(0.1;0.1)	450000,9	100,0	904399,9	100,5	1328099,4	98,4	1790018,0	99,4
TL(0.1)	450000,9	100,0	923141,1	102,6	1345475,7	99,7	1911291,2	106,2
MML	444459,3	98,8	878887,6	97,7	1299373,4	96,2	1743839,4	96,9
W24	506960,0	112,7	933520,2	103,7	1355468,1	100,4	1801705,0	100,1
BS82	508304,9	113,0	936094,2	104,0	1358921,8	100,7	1806626,8	100,4
HL	469437,6	104,3	919991,0	102,2	1348279,4	99,9	1808266,7	100,5
Model 5: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=8$								
EKK	100000,9	100,0	200000,9	100,0	300000,9	100,0	400000,9	100,0
Medyan	141777,8	141,8	272878,3	136,4	447989,2	149,3	579353,6	144,8
Trim(0.1;0.1)	100000,9	100,0	202209,0	101,1	294533,2	98,2	402107,8	100,5
Win(0.1;0.1)	100000,9	100,0	202817,5	101,4	297458,4	99,2	401616,8	100,4
TL(0.1)	100000,9	100,0	208273,6	104,1	303706,1	101,2	434398,1	108,6
MML	98870,2	98,9	195886,0	97,9	290195,8	96,7	389252,7	97,3
W24	115251,6	115,3	210661,0	105,3	305759,1	101,9	405613,7	101,4
BS82	115590,7	115,6	211346,5	105,7	306688,6	102,2	406946,4	101,7
HL	105546,7	105,5	207125,0	103,6	303860,1	101,3	407081,3	101,8

Çizelge 5.5d. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-5)

Model 5: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=10$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	450000,9	100,0	900000,9	100,0	1350000,9	100,0	1800000,9	100,0
Medyan	634779,7	141,1	1195620,7	132,8	1960984,7	145,3	2535457,7	140,9
Trim(0.1;0.1)	450000,9	100,0	914274,7	101,6	1353109,0	100,2	1818358,6	101,0
Win(0.1;0.1)	450000,9	100,0	915671,1	101,7	1361887,6	100,9	1818356,7	101,0
TL(0.1)	450000,9	100,0	939132,5	104,3	1391941,2	103,1	1950373,4	108,4
MML	451947,5	100,4	890001,1	98,9	1334837,1	98,9	1770263,4	98,3
W24	525212,2	116,7	946333,0	105,1	1398421,7	103,6	1824880,4	101,4
BS82	526786,6	117,1	949091,5	105,5	1403149,7	103,9	1829672,2	101,6
HL	482422,7	107,2	935008,1	103,9	1387580,8	102,8	1833467,5	101,9
Model 5: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=10$								
EKK	100000,9	100,0	200000,9	100,0	300000,9	100,0	400000,9	100,0
Medyan	146907,0	146,9	276379,8	138,2	457041,1	152,3	589104,5	147,3
Trim(0.1;0.1)	100000,9	100,0	204976,4	102,5	302392,0	100,8	408031,6	102,0
Win(0.1;0.1)	100000,9	100,0	204976,7	102,5	303961,3	101,3	407067,2	101,8
TL(0.1)	100000,9	100,0	211523,3	105,8	312988,1	104,3	442136,9	110,5
MML	100338,6	100,3	197978,1	99,0	296941,3	99,0	394178,4	98,5
W24	119066,3	119,1	213115,4	106,6	314184,0	104,7	409588,0	102,4
BS82	119458,3	119,5	213841,6	106,9	315403,9	105,1	410872,1	102,7
HL	108227,1	108,2	210167,6	105,1	311549,9	103,8	411751,0	102,9

Çizelge 5.6a. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-6)

Model 6: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=2$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	450090,0	100,0	900090,0	100,0	1350090,0	100,0	1800090,0	100,0
Medyan	331711,4	73,7	595650,5	66,2	949300,5	70,3	1208829,6	67,2
Trim(0.1;0.1)	450090,0	100,0	566701,9	63,0	878357,6	65,1	1095060,1	60,8
Win(0.1;0.1)	450090,0	100,0	621152,9	69,0	982617,7	72,8	1221775,5	67,9
TL(0.1)	450090,0	100,0	538891,8	59,9	802710,7	59,5	1040035,1	57,8
MML	293211,4	65,1	549104,0	61,0	808886,2	59,9	1073992,8	59,7
W24	317396,8	70,5	572854,2	63,6	848768,0	62,9	1114475,4	61,9
BS82	317820,4	70,6	572596,6	63,6	848117,6	62,8	1112404,8	61,8
HL	315163,8	70,0	555808,6	61,8	817070,3	60,5	1074573,2	59,7
Model 6: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=2$								
EKK	100090,0	100,0	200090,0	100,0	300090,0	100,0	400090,0	100,0
Medyan	81043,7	81,0	147269,6	73,6	235262,9	78,4	300258,6	75,0
Trim(0.1;0.1)	100090,0	100,0	133545,6	66,7	205061,5	68,3	260144,9	65,0
Win(0.1;0.1)	100090,0	100,0	144895,7	72,4	227056,8	75,7	286292,5	71,6
TL(0.1)	100090,0	100,0	128686,3	64,3	191139,8	63,7	252769,8	63,2
MML	70182,6	70,1	136738,9	68,3	201768,0	67,2	269114,8	67,3
W24	76522,0	76,5	139692,8	69,8	207176,4	69,0	272827,3	68,2
BS82	76680,5	76,6	139783,9	69,9	207255,2	69,1	272652,6	68,1
HL	73707,3	73,6	132130,0	66,0	194526,8	64,8	256539,2	64,1

Çizelge 5.6b. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-6)

Model 6: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=4$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	450090,0	100,0	900090,0	100,0	1350090,0	100,0	1800090,0	100,0
Medyan	544470,9	121,0	1025515,4	113,9	1712102,1	126,8	2165557,2	120,3
Trim(0.1;0.1)	450090,0	100,0	839714,4	93,3	1254453,6	92,9	1660743,8	92,3
Win(0.1;0.1)	450090,0	100,0	864349,6	96,0	1297886,5	96,1	1720995,1	95,6
TL(0.1)	450090,0	100,0	842996,4	93,7	1253715,2	92,9	1709125,1	94,9
MML	422826,5	93,9	833787,6	92,6	1244278,2	92,2	1648884,4	91,6
W24	466024,3	103,5	865430,0	96,1	1291294,4	95,6	1685974,4	93,7
BS82	467103,2	103,8	866966,3	96,3	1293501,6	95,8	1687457,9	93,7
HL	437890,7	97,3	849361,1	94,4	1269713,7	94,0	1669163,5	92,7
Model 6: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=4$								
EKK	100090,0	100,0	200090,0	100,0	300090,0	100,0	400090,0	100,0
Medyan	127271,2	127,2	238753,3	119,3	401467,2	133,8	506792,9	126,7
Trim(0.1;0.1)	100090,0	100,0	189142,6	94,5	281455,7	93,8	374181,7	93,5
Win(0.1;0.1)	100090,0	100,0	194231,6	97,1	290572,7	96,8	386277,0	96,5
TL(0.1)	100090,0	100,0	190959,5	95,4	283497,6	94,5	389939,3	97,5
MML	94577,5	94,5	186837,1	93,4	279396,4	93,1	370481,1	92,6
W24	106816,6	106,7	196648,9	98,3	293050,4	97,7	381652,2	95,4
BS82	107111,1	107,0	197129,8	98,5	293753,7	97,9	382271,9	95,5
HL	99027,1	98,9	191932,5	95,9	286702,1	95,5	376547,6	94,1

Çizelge 5.6c. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-6)

Model 6: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=8$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	450090,0	100,0	900090,0	100,0	1350090,0	100,0	1800090,0	100,0
Medyan	611202,3	135,8	1178793,0	131,0	1915773,4	141,9	2487577,5	138,2
Trim(0.1;0.1)	450090,0	100,0	900444,6	100,0	1313212,2	97,3	1787767,8	99,3
Win(0.1;0.1)	450090,0	100,0	904489,0	100,5	1328188,5	98,4	1790107,1	99,4
TL(0.1)	450090,0	100,0	923230,2	102,6	1345564,8	99,7	1911380,3	106,2
MML	444548,4	98,8	878976,7	97,7	1299462,5	96,3	1743928,5	96,9
W24	507049,1	112,7	933609,3	103,7	1355557,2	100,4	1801794,1	100,1
BS82	508394,0	113,0	936183,3	104,0	1359010,9	100,7	1806715,9	100,4
HL	469526,7	104,3	920080,1	102,2	1348368,5	99,9	1808355,8	100,5
Model 6: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=8$								
EKK	100090,0	100,0	200090,0	100,0	300090,0	100,0	400090,0	100,0
Medyan	141866,9	141,7	272967,4	136,4	448078,3	149,3	579442,7	144,8
Trim(0.1;0.1)	100090,0	100,0	202298,1	101,1	294622,3	98,2	402196,9	100,5
Win(0.1;0.1)	100090,0	100,0	202906,6	101,4	297547,5	99,2	401705,9	100,4
TL(0.1)	100090,0	100,0	208362,7	104,1	303795,2	101,2	434487,2	108,6
MML	98959,3	98,9	195975,1	97,9	290284,9	96,7	389341,8	97,3
W24	115340,7	115,2	210750,1	105,3	305848,2	101,9	405702,8	101,4
BS82	115679,8	115,6	211435,6	105,7	306777,7	102,2	407035,5	101,7
HL	105635,8	105,5	207214,1	103,6	303949,2	101,3	407170,4	101,8

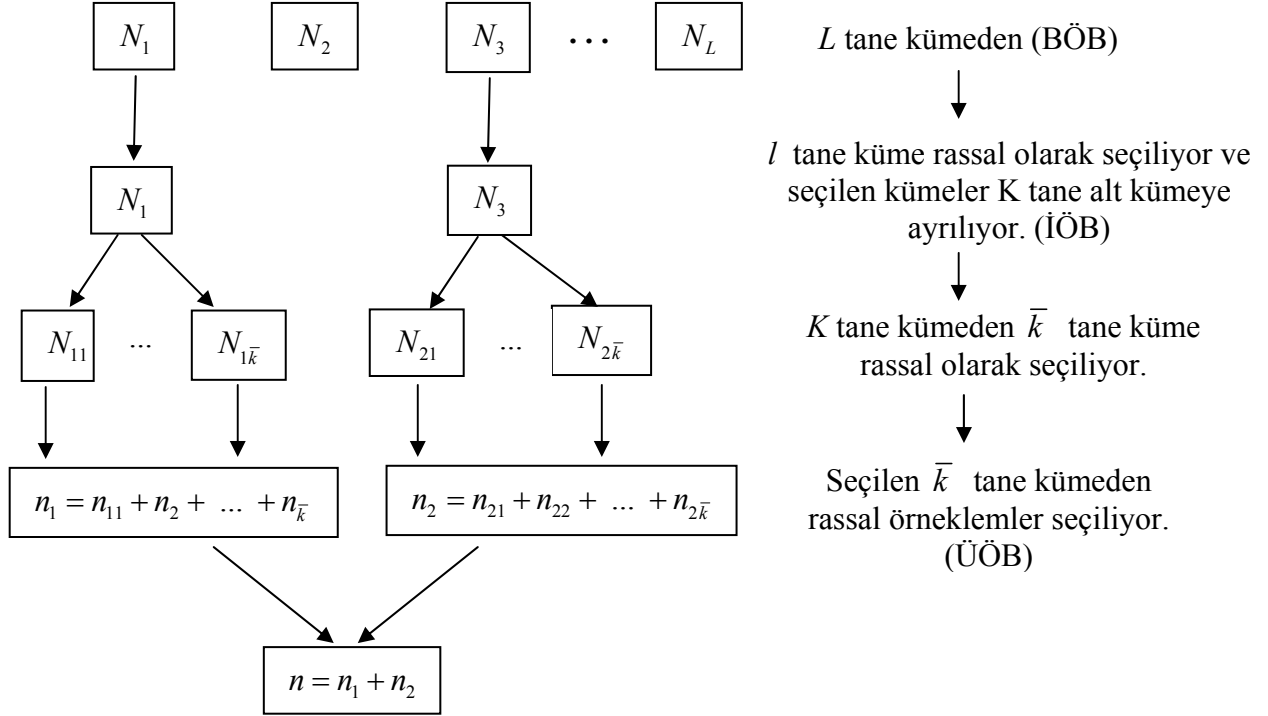


Çizelge 5.6d. Simetrik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-6)

Model 6: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; p=10$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	450090,0	100,0	900090,0	100,0	1350090,0	100,0	1800090,0	100,0
Medyan	634868,8	141,1	1195709,8	132,8	1961073,8	145,3	2535546,8	140,9
Trim(0.1;0.1)	450090,0	100,0	914363,8	101,6	1353198,1	100,2	1818447,7	101,0
Win(0.1;0.1)	450090,0	100,0	915760,2	101,7	1361976,7	100,9	1818445,8	101,0
TL(0.1)	450090,0	100,0	939221,6	104,3	1392030,3	103,1	1950462,5	108,4
MML	452036,6	100,4	890090,2	98,9	1334926,2	98,9	1770352,5	98,3
W24	525301,3	116,7	946422,1	105,1	1398510,8	103,6	1824969,5	101,4
BS82	526875,7	117,1	949180,6	105,5	1403238,8	103,9	1829761,3	101,6
HL	482511,8	107,2	935097,2	103,9	1387669,9	102,8	1833556,6	101,9
Model 6: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,20; p=10$								
EKK	100090,0	100,0	200090,0	100,0	300090,0	100,0	400090,0	100,0
Medyan	146996,1	146,9	276468,9	138,2	457130,2	152,3	589193,6	147,3
Trim(0.1;0.1)	100090,0	100,0	205065,5	102,5	302481,1	100,8	408120,7	102,0
Win(0.1;0.1)	100090,0	100,0	205065,8	102,5	304050,4	101,3	407156,3	101,8
TL(0.1)	100090,0	100,0	211612,4	105,8	313077,2	104,3	442226,0	110,5
MML	100427,7	100,3	198067,2	99,0	297030,4	99,0	394267,5	98,5
W24	119155,4	119,0	213204,5	106,6	314273,1	104,7	409677,1	102,4
BS82	119547,4	119,4	213930,7	106,9	315493,0	105,1	410961,2	102,7
HL	108316,2	108,2	210256,7	105,1	311639,0	103,8	411840,1	102,9

### 5.1.2. Üç Aşamalı Küme Örnekleme

Kısım 5.1.1.'de verilen iki aşamalı küme örneklemesine benzer olarak üç aşamalı küme örnekleme, nihai örnekleme üçüncü aşamanın sonunda ulaşılır. Evren ilk aşamada kendi içlerinde heterojen, fakat kendi aralarında homojen olan  $L$  adet kümeye (BÖB) ayrılır. Bu kümelerden rassal olarak  $l$  tane küme seçilir. İkinci aşamada seçilen  $l$  tane küme tekrar kendi içlerinde heterojen, fakat kendi aralarında homojen olan  $K$  tane alt kümeye (İÖB) ayrılır. Oluşturulan  $K$  tane kümeden basit rassal örnekleme yöntemiyle daha az sayıda küme seçilir. Son aşamada seçilen  $\bar{k}$  tane ikincil örnekleme birimlerinden basit rassal örneklemler alınmasıyla incelenecek olan nihai örnekleme birimlerine (üçüncül örnekleme birimlerine) ulaşılır. Bu durum Şekil 5.2'de kısaca özetlenmiştir.



**Şekil 5.2.** Üç Aşamalı Küme Örnekleme

Üç aşamalı küme örnekleme için evren toplamının kestiricileri iki aşamalı küme örnekleme durumuna benzer biçimde belirlenebilir.

### **5.1.2.1. Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren parametrelerinin EKK kestiricileri**

Bu kısımda süper evrenin (3.1) eşitliğinde verilen simetrik ailenin bir elemanı olduğu varsayılarak, evren toplamının EKK kestiricisi, bu kestiricinin beklenen değeri ve varyansı üç aşamalı küme örnekleme için verilecektir.

$$i'nci \text{ BÖB}'nin j'nci \text{ İÖB}'den seçilen örneklemin ortalaması, \bar{y}_{ij} = \frac{1}{n_{ij}} \sum_{t=1}^{n_{ij}} y_{ijt}$$

$i$ 'nci BÖB'den seçilen  $j$ 'nci İÖB'nin toplamının kestirimi,  $\hat{Y}_{ij} = N_{ij} \bar{y}_{ij}$

$i$ 'nci BÖB toplamının kestiricisi,  $\hat{Y}_i = \frac{K_i}{k} \sum_{j=1}^{\bar{k}} \frac{N_{ij}}{n_{ij}} \sum_{t=1}^{n_{ij}} y_{ijt}$

olarak ifade edildiğinde üç aşamalı küme örneklemede sonlu evren toplamının EKK kestiricisi,

$$\hat{Y} = \frac{L}{l} \sum_{i=1}^l \frac{K_i}{k} \sum_{j=1}^{\bar{k}} \frac{N_{ij}}{n_{ij}} \sum_{t=1}^{n_{ij}} y_{ijt} \quad (5.20)$$

biçiminde yazılır. (5.20) eşitliğinde verilen  $\hat{Y}$  EKK kestiricisinin yansızlığı iki aşamalı küme örnekleme durumundaki gibi elde edilir. Sadece üç aşamalı küme örneklemede üç kez beklenen değer alınması gerekir.

$$E(\hat{Y}) = E_i E_j E_t \left[ \hat{Y} = \frac{L}{l} \sum_{i=1}^l \frac{K_i}{k} \sum_{j=1}^{\bar{k}} \frac{N_{ij}}{n_{ij}} \sum_{t=1}^{n_{ij}} y_{ijt} \right] = Y$$

$E(\hat{Y}) = Y$  olduğundan üç aşamalı küme örnekleme için,  $\hat{Y}$  evren toplamının EKK kestiricisi  $Y$  evren toplamı için yansız bir kestiricidir. (5.20) eşitliğinde verilen üç aşamalı küme örnekleme için evren toplamının EKK kestiricisinin varyansı iki tane iki aşamalı küme örnekleme mantığıyla elde edilir. İlk aşamada birincil örnekleme birimlerinden ikincil örnekleme birimlerinin seçilmesi durumu ele alınır. Bu durum, iki aşamalı bir küme örneklemedir. Benzer şekilde ikincil örnekleme birimlerinden, üçüncül (nihai) örnekleme birimlerinin seçilmesi durumu da iki aşamalı bir küme örnekleme durumudur. (5.14) eşitliğinde verilen varyans formülü birincil örnekleme birimlerinden ikincil örnekleme birimlerinin seçilmesi durumuna uyarlandığında,

$$\left( \frac{L}{l} \right) \sum_{i=1}^l \left( K_i^2 \left( 1 - \frac{\bar{k}}{K_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{k} \right) + L^2 \left( 1 - \frac{l}{L} \right) \frac{\sigma_B^2}{l} \quad (5.21)$$

elde edilir. Benzer biçimde (5.14) eşitliği, ikincil örnekleme birimlerinden üçüncül örnekleme birimlerinin seçilmesi durumuna uygulandığında,

$$\left(\frac{K_i}{\bar{k}}\right) \sum_{j=1}^{K_i} \left( N_{ij}^2 \left( 1 - \frac{n_{ij}}{N_{ij}} \right) \frac{\sigma_{ij}^2}{n_{ij}} \right) + K_i^2 \left( 1 - \frac{\bar{k}}{K_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{\bar{k}} \quad (5.22)$$

elde edilir. (5.21) ve (5.22) ifadeleri birleştirildiğinde üç aşamalı küme örneklemesinde sonlu evren toplamının EKK kestiricisi  $\hat{Y}$ 'nin varyansı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$V(\hat{Y}) = L^2 \left( 1 - \frac{l}{L} \right) \frac{\sigma_B^2}{l} + \left( \frac{L}{l} \right) \sum_{i=1}^L K_i^2 \left( 1 - \frac{\bar{k}}{K_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{\bar{k}} + \left( \frac{L}{l} \right) \sum_{i=1}^L \left( \frac{K_i}{\bar{k}} \right) \sum_{j=1}^{K_i} \left( N_{ij}^2 \left( 1 - \frac{n_{ij}}{N_{ij}} \right) \frac{\sigma_{ij}^2}{n_{ij}} \right) \quad (5.23)$$

### **5.1.2.2. Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren parametrelerinin MML kestiricileri**

Bu kısımda üç aşamalı küme örnekleme için evren toplamının MML kestiricileri ele alınacaktır.

$i$ 'nci BÖB'nin  $j$ 'nci İÖB'den seçilen örneklemin ortalaması,

$$\hat{\mu}_{MML_{ij}} = \frac{1}{m_{ij}} \sum_{t=1}^{n_{ij}} \beta_{ijt} y_{ijt}$$

$i$ 'nci BÖB'den seçilen  $j$ 'nci İÖB'nin toplamının kestirimi,  $\hat{Y}_{ij} = N_{ij} \hat{\mu}_{MML_{ij}}$

$i$ 'nci BÖB toplamının kestiricisi,  $\hat{Y}_i = \frac{K_i}{\bar{k}} \sum_{j=1}^{\bar{k}} \frac{N_{ij}}{m_{ij}} \sum_{t=1}^{n_{ij}} \beta_{ijt} y_{ijt}$

olarak ifade edildiğinde evren toplamının MML kestiricileri,

$$\hat{Y}_{MML} = \frac{L}{l} \sum_{i=1}^l \frac{K_i}{\bar{k}} \sum_{j=1}^{\bar{k}} \frac{N_{ij}}{m_{ij}} \sum_{t=1}^{n_{ij}} \beta_{ijt} y_{ijt} \quad (5.24)$$

şeklinde yazılır. (5.24) eşitliğinde verilen  $\hat{Y}_{MML}$  MML kestiricisinin yansızlığı iki aşamalı küme örneklemesinden kolayca gösterilebilir.

$$E(\hat{Y}_{MML}) = E_i E_j E_t \left[ \frac{L}{l} \sum_{i=1}^l \frac{K_i}{\bar{k}} \sum_{j=1}^{\bar{k}} \frac{N_{ij}}{m_{ij}} \sum_{t=1}^{n_{ij}} \beta_{ijt} y_{ijt} \right] = Y$$

(5.24) eşitliğinde verilen üç aşamalı küme örnekleme için evren toplamının MML kestiricilerinin varyansı, EKK kestiricisinin varyansına benzer biçimde aşağıdaki gibi elde edilir. (5.14) eşitliğinde verilen varyans formülü birincil örnekleme birimlerinden ikincil örnekleme birimlerinin seçilmesi durumuna uyarlandığında,

$$L^2 \left( 1 - \frac{l}{L} \right) \frac{\sigma_B^2}{l} + \left( \frac{L}{l} \right) \sum_{i=1}^L \left( K_i^2 \left( 1 - \frac{\bar{k}}{K_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{\bar{k}} \right) \quad (5.25)$$

elde edilir. Benzer biçimde (5.17) eşitliği, ikincil örnekleme birimlerinden üçüncül örnekleme birimlerinin seçilmesi durumuna uygulandığında,

$$\left( \frac{K_i}{\bar{k}} \right) \sum_{j=1}^{K_i} \left( N_{ij}^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{MML_{ij}}) - 2 \frac{n_{ij}}{N_{ij}} \text{Cov}(\hat{\mu}_{MML_{ij}}, \bar{y}_{ij}) + \frac{\sigma_{ij}^2}{n_{ij}} \right\} \right) + K_i^2 \left( 1 - \frac{\bar{k}}{K_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{\bar{k}} \quad (5.26)$$

elde edilir. (5.25) ve (5.26) ifadeleri birleştirildiğinde üç aşamalı küme örneklemesinde sonlu evren toplamının MML kestiricisi  $\hat{Y}_{MML}$  'nın varyansı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}
V(\hat{Y}_{MML}) = & L^2 \left( 1 - \frac{l}{L} \right) \frac{\sigma_B^2}{l} + \left( \frac{L}{l} \right) \sum_{i=1}^L K_i^2 \left( 1 - \frac{\bar{k}}{K_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{\bar{k}} + \\
& \left( \frac{L}{l} \right) \sum_{i=1}^L \left( \frac{K_i}{\bar{k}} \right) \sum_{j=1}^{K_i} \left( N_{ij}^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{MML_{ij}}) - 2 \frac{n_{ij}}{N_{ij}} \text{Cov}(\hat{\mu}_{MML_{ij}}, \bar{y}_{ij}) + \frac{\sigma_{ij}^2}{n_{ij}} \right\} \right)
\end{aligned} \quad (5.27)$$

Üç aşamalı küme örnekleme durumunda sonlu evren toplamının en etkin kestiricisi varyans değerlerinin karşılaştırılması ile belirlenebilir. İzleyen bölümde MML dışındaki diğer sağlam kestiricilerin varyans değerleri elde edilerek, EKK ve MML kestiricileri ile karşılaştırılacaktır.

### **5.1.2.3. Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren parametrelerinin sağlam kestiricileri**

Üç aşamalı küme örnekleme için evren toplamının MML dışındaki diğer sağlam kestiricileri aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$i'nci \text{ BÖB}'nin j'nci \text{ İÖB}'den seçilen örneklemin ortalaması, \hat{\mu}_{R_{ij}} = \sum_{t=1}^{n_{ij}} w_{ijt} y_{ijt}$$

ve  $\sum_{t=1}^{n_{ij}} w_{ijt} = 1$  olmak üzere,  $i'nci \text{ BÖB}'den seçilen j'nci \text{ İÖB}'nin toplamının kestirimi,$

$$\hat{Y}_{ij} = N_{ij} \hat{\mu}_{R_{ij}}$$

şeklindedir.  $i'nci \text{ BÖB}$  toplamının kestiricisi,  $\hat{Y}_i = \frac{K_i}{\bar{k}} \sum_{j=1}^{\bar{k}} N_{ij} \sum_{t=1}^{n_{ij}} w_{ijt} y_{ijt}$

olarak ifade edildiğinde evren toplamının sağlam kestiricileri,

$$\hat{Y}_R = \frac{L}{l} \sum_{i=1}^l \frac{K_i}{\bar{k}} \sum_{j=1}^{\bar{k}} N_{ij} \sum_{t=1}^{n_{ij}} w_{ijt} y_{ijt} \quad (5.28)$$

şeklinde yazılır. (5.28) eşitliğinde verilen  $\hat{Y}_R$  sağlam kestiricisinin yansızlığı, (5.18) de verilen iki aşamalı küme örnekleme için geçerli olan durumdan kolayca gösterilebilir.

$$E\left(\hat{Y}_R\right) = E_i E_j E_t \left[ \frac{L}{l} \sum_{i=1}^l \frac{K_i}{\bar{k}} \sum_{j=1}^{\bar{k}} N_{ij} \sum_{t=1}^{n_{ij}} w_{ijt} y_{ijt} \right] = Y$$

(5.28) eşitliğinde verilen üç aşamalı küme örnekleme için evren toplamının MML dışındaki sağlam kestiricilerinin varyansı, EKK ve MML kestiricilerinin varyanslarına benzer biçimde aşağıdaki gibi elde edilir. (5.14) eşitliğinde verilen varyans formülü birincil örnekleme birimlerinden ikincil örnekleme birimlerinin seçilmesi durumuna, uygulandığında (5.29) eşitliği elde edilir.

$$\left(\frac{L}{l}\right) \sum_{i=1}^l \left( K_i^2 \left(1 - \frac{\bar{k}}{K_i}\right) \frac{\sigma_i^2}{\bar{k}} \right) + L^2 \left(1 - \frac{l}{L}\right) \frac{\sigma_B^2}{l} \quad (5.29)$$

(5.19) eşitliğinde verilen varyans formülü de ikincil örnekleme birimlerinden üçüncül örnekleme birimlerinin seçilmesi durumuna uygulandığında,

$$\left(\frac{K_i}{\bar{k}}\right) \sum_{j=1}^{K_i} \left( N_{ij}^2 \left\{ V\left(\hat{\mu}_{R_{ij}}\right) - 2 \frac{n_{ij}}{N_{ij}} \text{Cov}\left(\hat{\mu}_{R_{ij}}, \bar{y}_{ij}\right) + \frac{\sigma_{ij}^2}{n_{ij}} \right\} \right) + K_i^2 \left(1 - \frac{\bar{k}}{K_i}\right) \frac{\sigma_i^2}{\bar{k}} \quad (5.30)$$

elde edilir. (5.29) ve (5.30) ifadeleri birleştirildiğinde üç aşamalı küme örnekleme sonlu evren toplamının MML dışındaki diğer sağlam kestiricilerinin varyansı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$V\left(\hat{Y}_R\right) = L^2 \left(1 - \frac{l}{L}\right) \frac{\sigma_B^2}{l} + \left(\frac{L}{l}\right) \sum_{i=1}^l K_i^2 \left(1 - \frac{\bar{k}}{K_i}\right) \frac{\sigma_i^2}{\bar{k}} + \left(\frac{L}{l}\right) \sum_{i=1}^l \left(\frac{K_i}{\bar{k}}\right) \sum_{j=1}^{K_i} \left( N_{ij}^2 \left\{ V\left(\hat{\mu}_{R_{ij}}\right) - 2 \frac{n_{ij}}{N_{ij}} \text{Cov}\left(\hat{\mu}_{R_{ij}}, \bar{y}_{ij}\right) + \frac{\sigma_{ij}^2}{n_{ij}} \right\} \right) \quad (5.31)$$

Üç aşamalı küme örnekleme durumunda sonlu evren toplamının tüm kestiricileri iki aşamalı küme örnekleme olduğu gibi yansızdır. Bu nedenle en etkin kestiricinin belirlenebilmesi için varyans değerlerinin karşılaştırılması gerekir. İki aşamalı küme örnekleme için elde edilen sonuçların, üç aşamalı küme örnekleme içinde geçerli olacağı (5.23), (5.27) ve (5.31) eşitliklerinden kolayca görülebilir. Üç aşamalı küme örnekleme durumunda da sonlu evren toplamının en etkin kestiricisi MML kestiricisidir ve EKK kestiricisi etkinliğini bir çok durumda kaybetmektedir.

### 5.1.3. $k$ -aşamalı Küme Örnekleme

Bu bölümde iki ve üç aşamalı küme örneklemeden hareketle  $k$  aşamalı küme örnekleme için evren toplamının kestiricileri belirlenecektir.  $k$  aşamalı küme örnekleme nihai örneklem  $k$ 'inci aşamanın sonunda elde edilir.  $k$  aşamalı küme örnekleme için evren toplamının  $\hat{Y}$  EKK kestiricisi (5.3) ve (5.20) eşitliklerinden genelleştirilebilir.

$$\hat{Y} = \frac{A}{a} \sum_{m=1}^a \frac{B_m}{b} \sum_{p=1}^{\bar{b}} \dots \sum_{r=1}^{\bar{l}} \frac{K_{mp\dots r}}{\bar{k}} \sum_{s=1}^{\bar{k}} \frac{N_{mp\dots rs}}{n} \sum_{t=1}^{n_{mp\dots rs}} y_{mp\dots rst} \quad (5.32)$$

$\hat{Y}$  EKK kestiricisinin varyansı da (5.14) ve (5.23) eşitlikleri genelleştirilerek (5.33) eşitliğindeki gibi belirlenebilir.

$$V(\hat{Y}) = A^2 \left( 1 - \frac{a}{A} \right) \frac{\sigma_B^2}{a} + \left( \frac{A}{a} \right) \sum_{m=1}^A B_m^2 \left( 1 - \frac{\bar{b}}{B_m} \right) \frac{\sigma_m^2}{\bar{k}} + \dots + \left( \frac{A}{a} \right) \sum_{m=1}^A \left( \frac{B_m}{b} \right) \sum_{p=1}^{B_m} \dots \sum_{r=1}^L \left( \frac{K_{mp\dots r}}{\bar{k}} \right) \sum_{s=1}^{K_{mp\dots r}} \left( N_{mp\dots rs}^2 \left( 1 - \frac{n_{mp\dots rs}}{N_{mp\dots rs}} \right) \frac{\sigma_{mp\dots rs}^2}{n_{mp\dots rs}} \right) \quad (5.33)$$

$k$  aşamalı küme örnekleme durumunda evren toplamının  $\hat{Y}_{MML}$  MML kestiricisinde EKK kestiricisine benzer olarak (5.15) ve (5.24) eşitliklerinden (5.34) eşitliğindeki gibi,



$$\hat{Y}_{MML} = \frac{A}{a} \sum_{m=1}^a \frac{B_m}{\bar{b}} \sum_{p=1}^{\bar{b}} \dots \sum_{r=1}^{\bar{l}} \frac{K_{mp\dots r}}{\bar{k}} \sum_{s=1}^{\bar{k}} \frac{N_{mp\dots rs}}{m_{mp\dots rs}} \sum_{t=1}^{n_{mp\dots rs}} \beta_{mp\dots rst} y_{mp\dots rst} \quad (5.34)$$

varyansı da (5.17) ve (5.27) eşitliklerinden (5.35) eşitliğindeki gibi yazılabilir.

$$V(\hat{Y}_{MML}) = A^2 \left( 1 - \frac{a}{A} \right) \frac{\sigma_B^2}{a} + \left( \frac{A}{a} \right) \sum_{m=1}^A B_m^2 \left( 1 - \frac{\bar{b}}{B_m} \right) \frac{\sigma_m^2}{\bar{k}} + \dots + \left( \frac{A}{a} \right) \sum_{m=1}^A \left( \frac{B_m}{\bar{b}} \right) \sum_{p=1}^{B_m} \dots \sum_{r=1}^L \left( \frac{K_{mp\dots r}}{\bar{k}} \right) \sum_{s=1}^{K_{mp\dots r}} \left( N_{mp\dots rs}^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{MML_{mp\dots rs}}) - 2 \frac{n_{mp\dots rs}}{N_{mp\dots rs}} \text{Cov}(\hat{\mu}_{MML_{mp\dots rs}}, \bar{y}_{mp\dots rs}) + \frac{\sigma_{mp\dots rs}^2}{n_{mp\dots rs}} \right\} \right) \quad (5.35)$$

İki ve üç aşamalı küme örneklemesinden elde edilen sonuçlarla  $k$  aşamalı küme örneklemesinde geçerli olacak MML dışındaki diğer sağlam kestiriciler ve varyansları da aşağıdaki gibi belirlenebilir.  $k$  aşamalı küme örneklemesinde sonlu evren toplamının sağlam kestiricisi  $\hat{Y}_R$ , (5.18) ve (5.28) eşitliklerinden,

$$\hat{Y}_R = \frac{A}{a} \sum_{m=1}^a \frac{B_m}{\bar{b}} \sum_{p=1}^{\bar{b}} \dots \sum_{r=1}^{\bar{l}} \frac{K_{mp\dots r}}{\bar{k}} \sum_{s=1}^{\bar{k}} N_{mp\dots rs} \sum_{t=1}^{n_{mp\dots rs}} w_{mp\dots rst} y_{mp\dots rst} \quad (5.36)$$

(5.36)'da verilen kestiricinin varyansı da (5.19) ve (5.31) eşitliklerinden aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$V(\hat{Y}_R) = A^2 \left( 1 - \frac{a}{A} \right) \frac{\sigma_B^2}{a} + \left( \frac{A}{a} \right) \sum_{m=1}^A B_m^2 \left( 1 - \frac{\bar{b}}{B_m} \right) \frac{\sigma_m^2}{\bar{k}} + \dots + \left( \frac{A}{a} \right) \sum_{m=1}^A \left( \frac{B_m}{\bar{b}} \right) \sum_{p=1}^{B_m} \dots \sum_{r=1}^L \left( \frac{K_{mp\dots r}}{\bar{k}} \right) \sum_{s=1}^{K_{mp\dots r}} \left( N_{mp\dots rs}^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{R_{mp\dots rs}}) - 2 \frac{n_{mp\dots rs}}{N_{mp\dots rs}} \text{Cov}(\hat{\mu}_{R_{mp\dots rs}}, \bar{y}_{mp\dots rs}) + \frac{\sigma_{mp\dots rs}^2}{n_{mp\dots rs}} \right\} \right) \quad (5.37)$$

İki aşamalı küme örneklemesinde elde edilen sonuçlar üç aşamalı küme örneklemesinde olduğu gibi  $k$  aşamalı küme örnekleme için de genelleştirilebilir. (5.32) de verilen EKK kestiricisinin, (5.34) de verilen MML kestiricisinin ve (5.36) da verilen diğer sağlam kestiricilerin yansız olduğu kolaylıkla gösterilebilir. Yansız olan bu kestiricilerin varyansları karşılaştırıldığında ise (5.33), (5.35) ve (5.37)

eşitliklerinden iki aşamalı küme örnekleme için elde edilen sonuçların  $k$ -aşamalı küme örnekleme içinde geçerli olacağı açıktır.

## 5.2. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılımı

Bu kısımda süper evrenin (3.17) eşitliğinde verilen genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda küme örnekleme için sonlu evren toplamının EKK ve sağlam kestiricileri üzerinde durulacaktır. Tabakalı örnekleme yönteminde olduğu gibi sadece  $\sigma_k$ 'in bilindiği durum gözönünde bulundurulacaktır.

### 5.2.1. İki Aşamalı Küme Örnekleme

(5.2) eşitliğinde verilen kestirici süper evrenin simetrik bir aileden olması durumunda geçerlidir. Simetrik aileden olmayan bir süper evren için yanlış sonuçlar verecektir. Genelleştirilmiş lojistik dağılım şekil parametresi  $b > 1$  pozitif çarpık,  $b < 1$  için negatif çarpık ve  $b = 1$  için simetrik olabildiğinden, evren toplamının kestiricileri (5.2) eşitliğinde verileden biraz farklı olacaktır. Bu durum ilerleyen kısımlarda incelenecektir.

#### **5.2.1.1. Süper evrenin dağılımının genelleştirilmiş lojistik olması durumunda sonlu evren parametrelerinin EKK kestiricileri**

Bu kısımda sonlu evren toplamının EKK kestiricisi verilecek ve daha sonra bu kestiricinin beklenen değeri ve varyansı hesaplanacaktır. Ancak yukarıda ifade edildiği gibi (5.2) eşitliğinde verilen kestiriciler süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda yanlıdır. Bu yanlılığı gidermek için yanlılık düzeltmesi yapılacaktır.

$$\text{Örneklem ortalaması } \bar{y}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}$$

$$\text{Düzeltilmiş örneklem ortalaması } \bar{\bar{y}}_i = \bar{y}_i + \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma_i$$

$i$ 'nci kümenin düzeltilmiş ortalaması  $\bar{Y}_i = \bar{Y}_i + \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma_i$

$i$ 'nci küme toplamının kestirimi  $\hat{Y}_i = N_i \bar{y}_i$ .

Böylece seçilen  $k$  tane küme toplamının ve evren toplamının kestiricisi,

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{y}_i \\ \hat{Y} &= \frac{K}{k} \hat{y} = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k N_i \bar{y}_i \end{aligned} \quad (5.38)$$

şeklinde yazılır. 5.38'de verilen  $\hat{Y}$  düzeltilmiş EKK kestiricisinin yansız olduğu aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\begin{aligned} E(\hat{Y}) &= E_i E_j \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k N_i \bar{y}_i \right] \\ &= E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} E_j(y_{ij}) \right] \\ &= E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \bar{Y}_i \right] \\ &= E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{n_i} (n_i \bar{Y}_i) \right] \end{aligned}$$

$Y_i = N_i \bar{Y}_i$  olduğundan,

$$= E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right] = \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k E_i(Y_i) \right] = Y$$

elde edilir.  $\hat{Y}$  düzeltilmiş EKK kestiricisi,  $Y$  sonlu evren toplamı için yansız bir kestiricidir.  $\hat{Y}$  düzeltilmiş EKK kestiricisinin diğer kestiricilerle karşılaştırılabilmesi için varyansı, süper evrenin dağılımının simetrik dağılım olması durumundaki gibi yazılabilir.

$$V(\hat{Y}) = E_i E_j (\hat{Y} - Y)^2 = E_i E_j \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - Y \right)^2$$

$$\begin{aligned} V(\hat{Y}) &= E_i E_j \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i + \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \\ &= E_i E_j \left[ \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right)^2 + 2 \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right) \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) + \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \right] \end{aligned}$$

$$\left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right) = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i) \text{ olduğundan,}$$

$$= E_i E_j \left[ \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right)^2 + 2 \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i) \right) \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) + \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \right]$$

olarak yazılabilir. Varyansın belirlenebilmesi için öncelikle birincil örnekleme birimleri sabit tutularak, ikincil örnekleme birimleri üzerinden beklenen değer alınır ve

$$= E_i \left[ \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k N_i^2 \left( 1 - \frac{n_i}{N_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{n_i} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} + \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \right]$$

elde edilir. Daha sonra birincil örnekleme birimleri üzerinden de beklenen değer alındığında,

$$= \left[ \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k E_i \left( N_i^2 \left( 1 - \frac{n_i}{N_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{n_i} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right) + E_i \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k (Y_i - Y) \right)^2 \right]$$

ve gerekli düzenlemeler yapıldığında evren toplamının düzeltilmiş EKK kestiricisinin varyansı (5.39) eşitliğindeki gibi elde edilir.

$$V(\hat{Y}) = \left[ \left( \frac{K}{k} \right) \sum_{i=1}^K \left( N_i^2 \left( 1 - \frac{n_i}{N_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{n_i} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right) + K^2 \left( 1 - \frac{k}{K} \right) \frac{\sigma_B^2}{k} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right] \quad (5.39)$$

Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumunda olduğu gibi  $\hat{Y} = \frac{\hat{Y}}{N}$  biçimde tanımlanan sonlu evren ortalamasının düzeltilmiş EKK kestiricisi ve varyansı (5.38) ve (5.39) eşitliklerinden kolayca belirlenebilir.

### **5.2.1.2. Süper evrenin dağılımının genelleştirilmiş lojistik olması durumunda sonlu evren parametrelerinin MML kestiricileri**

Süper evrenin dağılımının genelleştirilmiş lojistik dağılım olduğu durumda diğer sağlam kestiriciler yansızlık özelliğini sağlayamamaktadır. Bu kestiriciler için yanlışlık düzeltilmesi yapılması gerekir. MML kestiricisinin süper evrenin çarpık bir dağılım olan genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda bile yansızlık özelliğini sağladığı Bölüm 3'te gösterilmiştir. Bu nedenle MML kestiricisi için yanlışlık düzeltilmesi yapılmayacaktır. Bu kısımda MML kestiricisi diğer sağlam kestiricilerden ayrı olarak incelenecektir.

$\hat{\mu}_{MML_i} = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{n_i} \beta_{ij} y_{ij}$  olmak üzere,  $i$ 'inci nihai örneklem ortalamasının MML

kestiricisi,

$$\hat{\mu}_{MML_i} = \hat{\mu}_{MML_i} + \frac{\Delta_i}{m_i} \hat{\sigma}_i$$

biçimindedir. Buradan hareketle seçilen  $k$  tane küme toplamının ve sonlu evren toplamının MML kestiricisi,

$$\hat{y}_{MML} = \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i = \sum_{i=1}^k N_i \hat{\mu}_{MML_i}.$$

$$\hat{Y}_{MML} = \frac{K}{k} \hat{y}_{MML} = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k N_i \hat{\mu}_{MML_i}. \quad (5.40)$$

şeklinde yazılır. Evren toplamının MML kestiricisi (5.40) eşitliğindeki gibidir.

Sonlu evren toplamının MML kestiricisi ile diğer kestiricilerin özelliklerini karşılaştırmak için MML kestiricinin yansız olduğunu ve varyansının diğer kestiricilerin varyanslarından daha küçük olduğunu göstermemiz gerekir.

$$\begin{aligned} E(\hat{Y}_{MML}) &= E_i E_j \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k N_i \hat{\mu}_{MML_i} \right] \\ &= E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k N_i E_j(\hat{\mu}_{MML_i}) \right] \\ &= E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k N_i \bar{Y}_i \right] \end{aligned}$$

$Y_i = N_i \bar{\bar{Y}}_i$  olduğundan,

$$= E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right] = \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k E_i(Y_i) \right] = Y$$

elde edilir.  $\hat{Y}_{MML}$  sonlu evren toplamının MML kestiricisi,  $Y$  evren toplamı için yansız bir kestiricidir.  $\hat{Y}_{MML}$  MML kestiricisinin,  $\hat{Y}$  EKK kestiricisi ile karşılaştırılabilmesi için varyansının belirlenmesi gerekir.

$$\begin{aligned} V(\hat{Y}_{MML}) &= E_i E_j (\hat{Y}_{MML} - Y)^2 = E_i E_j \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - Y \right)^2 \\ &= E_i E_j \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i + \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \\ &= E_i E_j \left[ \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right)^2 + 2 \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i) \right) \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) + \right. \\ &\quad \left. \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \right] \end{aligned}$$

olarak yazılabilir. Burada EKK kestiricisinin varyansının belirlenmesi durumundaki gibi iki aşamada beklenen değer alınması gerekir. Birincil örnekleme birimleri sabit tutulup ikincil örnekleme birimleri üzerinden beklenen değer alındığında,

$$= E_i \left[ \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k N_i^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{MML_i}) - 2 \frac{n_i}{N_i} \text{Cov}(\hat{\mu}_{MML_i}, \bar{\bar{y}}_i) + \frac{\sigma_i^2}{n_i} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right\} + \right. \\ \left. \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \right]$$

elde edilir. Birincil örnekleme birimleri üzerinden de beklenen değer alındığında,

$$= \left[ \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k E_i \left( N_i^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{MML_i}) - 2 \frac{n_i}{N_i} \text{Cov}(\hat{\mu}_{MML_i}, \bar{y}_i) + \frac{\sigma_i^2}{n_i} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right\} \right) \right] + E_i \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2$$

$\hat{Y}_{MML}$  MML kestiricisinin varyansı (5.41) eşitliğindeki gibi elde edilir.

$$V(\hat{Y}_{MML}) = \left[ \left( \frac{K}{k} \right)^2 \sum_{i=1}^k N_i^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{MML_i}) - 2 \frac{n_i}{N_i} \text{Cov}(\hat{\mu}_{MML_i}, \bar{y}_i) + \frac{\sigma_i^2}{n_i} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right\} + K^2 \left( 1 - \frac{k}{K} \right) \frac{\sigma_B^2}{k} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right] \quad (5.41)$$

$Y$  evren toplamı için  $\hat{Y}_{MML}$  MML kestiricisi ve  $\hat{Y}$  EKK kestiricisi yansız birer kestiricidir.  $\hat{Y}_{MML}$  MML kestiricisi ile  $\hat{Y}$  EKK kestiricisinin etkinlilikleri bakımından karşılaştırılmasına geçmeden önce, izleyen kısımda diğer sağlam kestiricilerinde benzer özellikleri belirlenecektir.

### **5.2.1.3. Süper evrenin dağılımının geliştirilmiş lojistik olması durumunda sonlu evren parametrelerinin diğer sağlam kestiricileri**

Süper evrenin dağılımının geliştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda MML dışındaki sağlam kestiriciler yanlı sonuçlar vermektedir. Bu nedenle EKK kestiricisinde olduğu gibi bu kestiriciler içinde yanlılık düzeltilmesi yapılacaktır.

$\hat{\mu}_{R_i}$ ,  $i$ 'inci nihai örneklem modunun yukarıda sözü edilen sağlam kestiricilerinden birini gösterebilir. Burada  $i$ 'nci kümenin düzeltilmiş ortalaması,

$$\hat{\mu}_{R_i} = \hat{\mu}_{R_i} + Y_{an_{R_i}} \sigma_i$$



ile belirlenebilir ve  $\hat{\mu}_{R_i}$  yanlışlık düzeltmesi yapılmış sağlam kestiriciyi gösterir.  $i$ 'nci küme toplamının kestirimi  $\hat{Y}_i = N_i \hat{\mu}_{R_i}$  biçiminde yazıldığından, seçilen  $k$  tane küme toplamının ve evren toplamının kestiricisi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}\hat{y}_R &= \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i = \sum_{i=1}^k N_i \hat{\mu}_{R_i} \\ \hat{Y}_R &= \frac{K}{k} \hat{y}_R = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i = \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k N_i \hat{\mu}_{R_i}\end{aligned}\quad (5.42)$$

Burada  $\hat{Y}_R$ , evren toplamının düzeltilmiş sağlam kestiricisini gösterir. (5.42)'da verilen  $\hat{Y}_R$  düzeltilmiş sağlam kestiricilerinin yansız olduğu aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\begin{aligned}E(\hat{Y}_R) &= E_i E_j \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k N_i \hat{\mu}_{R_i} \right] \\ &= E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k N_i \sum_{j=1}^{n_i} E_j (\hat{\mu}_{R_i}) \right] \\ &= E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k N_i \bar{\bar{Y}}_i \right]\end{aligned}$$

$Y_i = N_i \bar{\bar{Y}}_i$  olduğundan,

$$= E_i \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right] = \left[ \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k E_i (Y_i) \right] = Y$$

elde edilir.

$\hat{Y}_R$  düzeltilmiş sağlam kestiricisi,  $Y$  sonlu evren toplamı için yansız bir kestiricidir ve varyansı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}
V(\hat{Y}_R) &= E_i E_j (\hat{Y}_R - Y)^2 = E_i E_j \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - Y \right)^2 \\
&= E_i E_j \left[ \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right) + \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) \right]^2 \\
&= E_i E_j \left[ \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k \hat{Y}_i - \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i \right)^2 + 2 \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k (\hat{Y}_i - Y_i) \right) \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right) + \left( \frac{K}{k} \sum_{i=1}^k Y_i - Y \right)^2 \right]
\end{aligned}$$

EKK ve MML kestiricisinde olduğu gibi iki aşamalı olarak beklenen değer alındığında,  $\hat{Y}_R$  düzeltilmiş sağlam kestiricisinin varyansı,

$$\begin{aligned}
V(\hat{Y}_R) &= \left[ \left( \frac{K}{k} \right) \sum_{i=1}^K N_i^2 \left\{ V(\hat{\mu}_R) - 2 \frac{n_i}{N_i} \text{Cov}(\hat{\mu}_R, \bar{y}_i) + \frac{\sigma_i^2}{n_i} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right\} + \right. \\
&\quad \left. K^2 \left( 1 - \frac{k}{K} \right) \frac{\sigma_B^2}{k} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right] \quad (5.43)
\end{aligned}$$

olarak elde edilir. (5.41) eşitliğinde verilen MML kestiricisi ile yanlılık düzeltmesi yapılmış diğer sağlam kestiricilerin varyans formülleri aynı biçimde ifade edilebilir. Genel gösterim açısından (5.43) eşitliği benimsenecektir.

Süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren modunun kestiricilerini karşılaştırmak için, simetrik dağılım durumunda oluşturulan modellere benzer olarak 6 farklı model oluşturulmuştur. Bu modellerde genelleştirilmiş lojistik dağılımın  $b=1, 2, 4, 6$  ve  $10$  şekil parametreleri, örneklem hacminin  $n=5, 10, 15$  ve  $20$  değerleri ele alınmıştır. Süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda örnekleme oranının farklı değerleri için elde edilen sonuçların birbirine benzerlik gösterdiği görüldüğünden, burada örnekleme oranının sadece  $n/N = 0,10$  değeri alınmıştır. 10000 iterasyonda Monte-Carlo simülasyonu ile yukarıda ele alınan kestiricilerin varyans değerleri yaklaşık olarak belirlenmiştir. Bilindiği gibi MSE değeri yansız bir kestiricide varyans değerine eşittir.

İki aşamalı küme örnekleme durumunda tüm kestiriciler yansızlık özelliğini sağladığından, MSE değerleri varyans değerlerine eşittir. Fakat çalışmanın genelinde MSE gösterimi benimsendiğinden, burada kestiricilerin varyans değerleri MSE ile ifade edilmiştir. Oluşturulan 6 farklı model için elde edilen sonuçlar Çizelge 5.7-Çizelge 5.12’de verilmiştir.

Oluşturulan 6 model için elde edilen sonuçlar incelendiğinde, tüm durumlarda EKK kestiricisinin etkinliğini kaybettiği, MML kestiricisinin en etkin kestirici olduğu görülmektedir.  $n \geq 10$  için medyan, W24 ve BS82 kestiricileri dışındaki tüm sağlam kestiricilerin EKK kestiricisinden daha etkin olduğu belirlenmiştir. Şekil parametresinin değeri büyüdükçe en etkin kestiricinin MML kestirici olduğu, bunu Trim(0.1;0.2) ve Win(0.1;0.2) kestiricilerinin izlediği, daha sonra Trim(0.1;0.1), Hodges-Lehmann, Win(0.1;0.1) ve TL-ortalamanın geldiği görülmektedir. Medyan, W24 ve BS82 kestiricilerinin ise sadece bazı durumlarda EKK kestiricisinden daha etkin olduğu görülmüştür. Şekil parametresinin değeri büyüdükçe Trim(0.1;0.2) ve Win(0.1;0.2) kestiricileri, Trim(0.1;0.1) ve Win(0.1;0.1) kestiricilerinden daha iyi sonuç vermektedir. Bunun nedeni ise dağılımın çarpıklığına göre seçilmiş olan budanma ve winsorize oranlarıdır. Kümeler arası varyansın küme içi varyansa oranı olan  $\sigma_B/\sigma_i$ ’nin iki farklı değeri için elde edilen sonuçlara bakıldığında ise tüm kestiricilerin aynı şekilde MSE değerlerinin arttığı görülmektedir. Küme örnekleme yönteminde kümelerin oluşturulması sırasındaki hatalar tüm kestiricileri aynı şekilde etkilemektedir. Benzer şekilde anakütleyi oluşturan kümelerin içinden seçilen küme oranı da tüm kestiricileri aynı şekilde etkilemektedir. Seçilen küme oranı azaldıkça, tüm kestiricilerin MSE değerinin arttığı görülmüştür. Küme örnekleme yönteminde örneklemin seçimi doğru bir şekilde yapıldığında, tüm şekil parametre değerleri ve örneklem hacimlerinde EKK kestiricisinin etkinliği azalmaktadır. Bu nedenle süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olduğu durumda iki aşamalı küme örneklemede sonlu evren toplamı için EKK kestiricisi iyi bir kestirici değildir. Tüm modeller incelendiğinde sonlu evren toplamı için en etkin kestiricinin MML kestiricisi olduğu görülmektedir.

Çizelge 5.7. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-1)

Model 1: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=1$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	66620,0	100,0	133239,9	100,0	199859,7	100,0	266479,5	100,0
Medyan	83167,7	124,8	153767,1	115,4	254435,3	127,3	318181,0	119,4
Trim(0.1;0.1)	66666,4	100,1	125850,2	94,5	189753,3	94,9	247269,7	92,8
Win(0.1;0.1)	66666,4	100,1	129583,8	97,3	196658,2	98,4	255506,3	95,9
TL(0.1)	66666,4	100,1	126188,3	94,7	188253,9	94,2	255499,4	95,9
MML	64413,2	96,7	124875,4	93,7	186670,8	93,4	245098,8	92,0
W24	71578,3	107,4	130122,9	97,7	193825,7	97,0	251355,8	94,3
BS82	71736,1	107,7	130347,4	97,8	194241,3	97,2	251759,2	94,5
HL	67126,2	100,8	128262,1	96,3	190545,9	95,3	249048,7	93,5
Model 1: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=2$								
EKK	46370,0	100,0	92739,9	100,0	139109,7	100,0	185479,5	100,0
Medyan	58471,1	126,1	109397,4	118,0	183413,4	131,8	225447,0	121,5
Trim(0.1;0.1)	46618,3	100,5	87864,0	94,7	131663,6	94,6	174302,8	94,0
Trim(0.1;0.2)	42904,8	92,5	85102,1	91,8	125913,1	90,5	169396,4	91,3
Win(0.1;0.1)	46618,3	100,5	89999,9	97,0	135147,5	97,2	179211,6	96,6
Win(0.1;0.2)	44752,4	96,5	88472,3	95,4	132576,2	95,3	176305,3	95,1
TL(0.1)	46618,3	100,5	88549,6	95,5	132574,9	95,3	180581,0	97,4
MML	42554,9	91,8	81869,3	88,3	122550,3	88,1	162662,4	87,7
W24	50054,8	107,9	92233,6	99,5	137626,6	98,9	180369,1	97,2
BS82	50146,6	108,1	92463,7	99,7	137935,6	99,2	180720,7	97,4
HL	46783,6	100,9	89852,0	96,9	134173,5	96,5	176294,3	95,0
Model 1: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=4$								
EKK	39057,1	100,0	78113,9	100,0	117170,8	100,0	156227,7	100,0
Medyan	50117,7	128,3	95089,4	121,7	154957,5	132,2	198131,5	126,8
Trim(0.1;0.1)	38999,6	99,9	75653,2	96,8	112702,7	96,2	149589,8	95,8
Trim(0.1;0.2)	33852,3	86,7	71209,0	91,2	103419,5	88,3	141153,8	90,4
Win(0.1;0.1)	38999,6	99,9	77362,7	99,0	115649,1	98,7	153661,8	98,4
Win(0.1;0.2)	36998,7	94,7	75227,1	96,3	112301,8	95,8	149954,8	96,0
TL(0.1)	38999,6	99,9	76457,9	97,9	113296,3	96,7	155807,6	99,7
MML	32422,9	83,0	62943,6	80,6	94463,8	80,6	125172,8	80,1
W24	43238,1	110,7	80778,9	103,4	120669,4	103,0	158845,2	101,7
BS82	43337,6	111,0	81001,7	103,7	120996,9	103,3	159161,0	101,9
HL	39782,1	101,9	77905,4	99,7	115858,9	98,9	152561,1	97,7
Model 1: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=6$								
EKK	36981,4	100,0	73962,7	100,0	110943,9	100,0	147925,2	100,0
Medyan	47319,2	128,0	89689,2	121,3	147098,5	132,6	183362,3	124,0
Trim(0.1;0.1)	37144,1	100,4	71208,5	96,3	105257,3	94,9	137887,0	93,2
Trim(0.1;0.2)	31423,7	85,0	66797,6	90,3	95560,1	86,1	129817,8	87,8
Win(0.1;0.1)	37144,1	100,4	72631,4	98,2	108136,9	97,5	141859,0	95,9
Win(0.1;0.2)	34849,2	94,2	70870,5	95,8	103581,0	93,4	137988,4	93,3
TL(0.1)	37144,1	100,4	72084,8	97,5	106068,8	95,6	143878,1	97,3
MML	29715,3	80,4	56804,0	76,8	84398,7	76,1	112456,4	76,0
W24	40923,6	110,7	76695,3	103,7	113418,1	102,2	147527,6	99,7
BS82	41005,3	110,9	76899,6	104,0	113727,3	102,5	147851,4	100,0
HL	37842,8	102,3	73589,9	99,5	108131,8	97,5	140734,1	95,1
Model 1: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=10$								
EKK	35437,7	100,0	70875,2	100,0	106312,7	100,0	141750,2	100,0
Medyan	45108,2	127,3	85459,0	120,6	140175,5	131,9	180076,6	127,0
Trim(0.1;0.1)	34946,1	98,6	68212,1	96,2	102170,1	96,1	135227,4	95,4
Trim(0.1;0.2)	29069,1	82,0	63386,1	89,4	91525,3	86,1	125477,1	88,5
Win(0.1;0.1)	34946,1	98,6	69745,0	98,4	105386,0	99,1	139559,5	98,5
Win(0.1;0.2)	32598,4	92,0	67626,1	95,4	100735,6	94,8	134705,7	95,0
TL(0.1)	34946,1	98,6	68937,9	97,3	102400,0	96,3	140424,5	99,1
MML	26888,2	75,9	52003,0	73,4	77656,6	73,0	103714,6	73,2
W24	38613,0	109,0	73976,9	104,4	109595,9	103,1	145189,1	102,4
BS82	38701,6	109,2	74146,0	104,6	109857,4	103,3	145565,0	102,7
HL	35814,9	101,1	70659,1	99,7	105254,0	99,0	138505,3	97,7

Çizelge 5.8. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-2)

Model 2: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B / \sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i / N_i = 0,10; b=1$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	66639,8	100,0	133259,7	100,0	199879,5	100,0	266499,3	100,0
Medyan	83187,5	124,8	153786,9	115,4	254455,1	127,3	318200,8	119,4
Trim(0.1;0.1)	66686,2	100,1	125870,0	94,5	189773,1	94,9	247289,5	92,8
Win(0.1;0.1)	66686,2	100,1	129603,6	97,3	196678,0	98,4	255526,1	95,9
TL(0.1)	66686,2	100,1	126208,1	94,7	188273,7	94,2	255519,2	95,9
MML	64433,0	96,7	124895,2	93,7	186690,6	93,4	245118,6	92,0
W24	71598,1	107,4	130142,7	97,7	193845,5	97,0	251375,6	94,3
BS82	71755,9	107,7	130367,2	97,8	194261,1	97,2	251779,0	94,5
HL	67146,0	100,8	128281,9	96,3	190565,7	95,3	249068,5	93,5
Model 2: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B / \sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i / N_i = 0,10; b=2$								
EKK	46389,8	100,0	92759,7	100,0	139129,5	100,0	185499,3	100,0
Medyan	58490,9	126,1	109417,2	118,0	183433,2	131,8	225466,8	121,5
Trim(0.1;0.1)	46638,1	100,5	87883,8	94,7	131683,4	94,6	174322,6	94,0
Trim(0.1;0.2)	42924,6	92,5	85121,9	91,8	125932,9	90,5	169416,2	91,3
Win(0.1;0.1)	46638,1	100,5	90019,7	97,0	135167,3	97,2	179231,4	96,6
Win(0.1;0.2)	44772,2	96,5	88492,1	95,4	132596,0	95,3	176325,1	95,1
TL(0.1)	46638,1	100,5	88569,4	95,5	132594,7	95,3	180600,8	97,4
MML	42574,7	91,8	81889,1	88,3	122570,1	88,1	162682,2	87,7
W24	50074,6	107,9	92253,4	99,5	137646,4	98,9	180388,9	97,2
BS82	50166,4	108,1	92483,5	99,7	137955,4	99,2	180740,5	97,4
HL	46803,4	100,9	89871,8	96,9	134193,3	96,5	176314,1	95,0
Model 2: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B / \sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i / N_i = 0,10; b=4$								
EKK	39076,9	100,0	78133,7	100,0	117190,6	100,0	156247,5	100,0
Medyan	50137,5	128,3	95109,2	121,7	154977,3	132,2	198151,3	126,8
Trim(0.1;0.1)	39019,4	99,9	75673,0	96,9	112722,5	96,2	149609,6	95,8
Trim(0.1;0.2)	33872,1	86,7	71228,8	91,2	103439,3	88,3	141173,6	90,4
Win(0.1;0.1)	39019,4	99,9	77382,5	99,0	115668,9	98,7	153681,6	98,4
Win(0.1;0.2)	37018,5	94,7	75246,9	96,3	112321,6	95,8	149974,6	96,0
TL(0.1)	39019,4	99,9	76477,7	97,9	113316,1	96,7	155827,4	99,7
MML	32442,7	83,0	62963,4	80,6	94483,6	80,6	125192,6	80,1
W24	43257,9	110,7	80798,7	103,4	120689,2	103,0	158865,0	101,7
BS82	43357,4	111,0	81021,5	103,7	121016,7	103,3	159180,8	101,9
HL	39801,9	101,9	77925,2	99,7	115878,7	98,9	152580,9	97,7
Model 2: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B / \sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i / N_i = 0,10; b=6$								
EKK	37001,2	100,0	73982,5	100,0	110963,7	100,0	147945,0	100,0
Medyan	47339,0	127,9	89709,0	121,3	147118,3	132,6	183382,1	124,0
Trim(0.1;0.1)	37163,9	100,4	71228,3	96,3	105277,1	94,9	137906,8	93,2
Trim(0.1;0.2)	31443,5	85,0	66817,4	90,3	95579,9	86,1	129837,6	87,8
Win(0.1;0.1)	37163,9	100,4	72651,2	98,2	108156,7	97,5	141878,8	95,9
Win(0.1;0.2)	34869,0	94,2	70890,3	95,8	103600,8	93,4	138008,2	93,3
TL(0.1)	37163,9	100,4	72104,6	97,5	106088,6	95,6	143897,9	97,3
MML	29735,1	80,4	56823,8	76,8	84418,5	76,1	112476,2	76,0
W24	40943,4	110,7	76715,1	103,7	113437,9	102,2	147547,4	99,7
BS82	41025,1	110,9	76919,4	104,0	113747,1	102,5	147871,2	100,0
HL	37862,6	102,3	73609,7	99,5	108151,6	97,5	140753,9	95,1
Model 2: $K = 15; k = 5; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B / \sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i / N_i = 0,10; b=10$								
EKK	35457,5	100,0	70895,0	100,0	106332,5	100,0	141770,0	100,0
Medyan	45128,0	127,3	85478,8	120,6	140195,3	131,8	180096,4	127,0
Trim(0.1;0.1)	34965,9	98,6	68231,9	96,2	102189,9	96,1	135247,2	95,4
Trim(0.1;0.2)	29088,9	82,0	63405,9	89,4	91545,1	86,1	125496,9	88,5
Win(0.1;0.1)	34965,9	98,6	69764,8	98,4	105405,8	99,1	139579,3	98,5
Win(0.1;0.2)	32618,2	92,0	67645,9	95,4	100755,4	94,8	134725,5	95,0
TL(0.1)	34965,9	98,6	68957,7	97,3	102419,8	96,3	140444,3	99,1
MML	26908,0	75,9	52022,8	73,4	77676,4	73,1	103734,4	73,2
W24	38632,8	109,0	73996,7	104,4	109615,7	103,1	145208,9	102,4
BS82	38721,4	109,2	74165,8	104,6	109877,2	103,3	145584,8	102,7
HL	35834,7	101,1	70678,9	99,7	105273,8	99,0	138525,1	97,7

**Çizelge 5.9.** Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-3)

<b>Model 3: <math>K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=1</math></b>								
<b>Kestiriciler</b>	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	370110,6	100,0	740220,7	100,0	1110330,9	100,0	1480441,1	100,0
Medyan	462042,3	124,8	854261,1	115,4	1413529,0	127,3	1767671,5	119,4
Trim(0.1;0.1)	370368,3	100,1	699167,1	94,5	1054184,4	94,9	1373719,7	92,8
Win(0.1;0.1)	370368,3	100,1	719909,4	97,3	1092544,7	98,4	1419478,7	95,9
TL(0.1)	370368,3	100,1	701045,3	94,7	1045854,5	94,2	1419440,6	95,9
MML	357850,6	96,7	693751,7	93,7	1037059,1	93,4	1361659,5	92,0
W24	397656,6	107,4	722904,3	97,7	1076808,9	97,0	1396420,5	94,3
BS82	398533,2	107,7	724151,7	97,8	1079117,6	97,2	1398661,7	94,5
HL	372922,6	100,8	712566,4	96,3	1058587,7	95,3	1383603,2	93,5
<b>Model 3: <math>K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=2</math></b>								
EKK	257610,6	100,0	515220,7	100,0	772830,9	100,0	1030441,1	100,0
Medyan	324838,7	126,1	607762,4	118,0	1018962,7	131,8	1252482,7	121,5
Trim(0.1;0.1)	258990,1	100,5	488132,5	94,7	731464,0	94,6	968348,2	94,0
Trim(0.1;0.2)	238359,1	92,5	472788,6	91,8	699516,5	90,5	941090,2	91,3
Win(0.1;0.1)	258990,1	100,5	499998,5	97,0	750818,5	97,2	995619,2	96,6
Win(0.1;0.2)	248623,6	96,5	491511,9	95,4	736533,6	95,3	979473,1	95,1
TL(0.1)	258990,1	100,5	491941,7	95,5	736526,7	95,3	1003226,9	97,4
MML	236415,5	91,8	454828,6	88,3	680834,0	88,1	903679,1	87,7
W24	278081,4	107,9	512408,0	99,5	764591,3	98,9	1002050,0	97,2
BS82	278591,4	108,1	513686,6	99,7	766308,2	99,2	1004003,2	97,4
HL	259908,1	100,9	499176,9	96,9	745407,6	96,5	979411,9	95,0
<b>Model 3: <math>K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=4</math></b>								
EKK	216983,0	100,0	433965,6	100,0	650948,1	100,0	867930,7	100,0
Medyan	278431,0	128,3	528273,7	121,7	860874,5	132,2	1100729,9	126,8
Trim(0.1;0.1)	216663,9	99,9	420294,7	96,8	626125,2	96,2	831053,6	95,8
Trim(0.1;0.2)	188067,4	86,7	395604,8	91,2	574552,1	88,3	784187,1	90,4
Win(0.1;0.1)	216663,9	99,9	429791,8	99,0	642494,4	98,7	853675,8	98,4
Win(0.1;0.2)	205547,7	94,7	417927,5	96,3	623897,9	95,8	833081,5	96,0
TL(0.1)	216663,9	99,9	424765,5	97,9	629422,9	96,7	865597,3	99,7
MML	180126,4	83,0	349686,1	80,6	524798,1	80,6	695403,6	80,1
W24	240210,9	110,7	448771,1	103,4	670385,0	103,0	882472,4	101,7
BS82	240763,6	111,0	450008,5	103,7	672204,3	103,3	884227,2	101,9
HL	221011,0	101,9	432806,9	99,7	643659,7	98,9	847560,8	97,7
<b>Model 3: <math>K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=6</math></b>								
EKK	205451,7	100,0	410903,1	100,0	616354,4	100,0	821805,7	100,0
Medyan	262884,0	128,0	498272,7	121,3	817213,2	132,6	1018678,9	124,0
Trim(0.1;0.1)	206355,7	100,4	395602,1	96,3	584761,9	94,9	766038,0	93,2
Trim(0.1;0.2)	174575,4	85,0	371097,3	90,3	530888,8	86,1	721209,4	87,8
Win(0.1;0.1)	206355,7	100,4	403507,3	98,2	600759,6	97,5	788104,9	95,9
Win(0.1;0.2)	193606,2	94,2	393724,4	95,8	575449,2	93,4	766601,3	93,3
TL(0.1)	206355,7	100,4	400470,3	97,5	589270,5	95,6	799322,2	97,3
MML	165084,4	80,4	315577,3	76,8	468880,9	76,1	624757,1	76,0
W24	227352,4	110,7	426084,5	103,7	630099,9	102,2	819596,9	99,7
BS82	227806,6	110,9	427219,2	104,0	631817,6	102,5	821396,1	100,0
HL	210237,2	102,3	408832,3	99,5	600731,4	97,5	781855,3	95,1
<b>Model 3: <math>K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=10</math></b>								
EKK	196875,4	100,0	393750,4	100,0	590625,4	100,0	787500,4	100,0
Medyan	250600,2	127,3	474771,7	120,6	778751,8	131,9	1000424,6	127,0
Trim(0.1;0.1)	194144,4	98,6	378955,6	96,2	567611,1	96,1	751262,5	95,4
Trim(0.1;0.2)	161494,3	82,0	352144,5	89,4	508473,2	86,1	697094,3	88,5
Win(0.1;0.1)	194144,4	98,6	387471,6	98,4	585476,9	99,1	775329,9	98,5
Win(0.1;0.2)	181101,7	92,0	375700,1	95,4	559641,6	94,8	748364,5	95,0
TL(0.1)	194144,4	98,6	382987,7	97,3	568888,4	96,3	780135,6	99,1
MML	149378,1	75,9	288905,0	73,4	431424,6	73,0	576191,4	73,2
W24	214515,7	109,0	410981,8	104,4	608865,3	103,1	806605,2	102,4
BS82	215008,3	109,2	411921,7	104,6	610318,0	103,3	808693,7	102,7
HL	198970,7	101,1	392550,0	99,7	584743,7	99,0	769472,9	97,7

**Çizelge 5.10.** Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-4)

<b>Model 4:</b> $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=1$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	370150,2	100,0	740260,3	100,0	1110370,5	100,0	1480480,7	100,0
Medyan	462081,9	124,8	854300,7	115,4	1413568,6	127,3	1767711,1	119,4
Trim(0.1;0.1)	370407,9	100,1	699206,7	94,5	1054224,0	94,9	1373759,3	92,8
Win(0.1;0.1)	370407,9	100,1	719949,0	97,3	1092584,3	98,4	1419518,3	95,9
TL(0.1)	370407,9	100,1	701084,9	94,7	1045894,1	94,2	1419480,2	95,9
MML	357890,2	96,7	693791,3	93,7	1037098,7	93,4	1361699,1	92,0
W24	397696,2	107,4	722943,9	97,7	1076848,5	97,0	1396460,1	94,3
BS82	398572,8	107,7	724191,3	97,8	1079157,2	97,2	1398701,3	94,5
HL	372962,2	100,8	712606,0	96,3	1058627,3	95,3	1383642,8	93,5
<b>Model 4:</b> $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=2$								
EKK	257650,2	100,0	515260,3	100,0	772870,5	100,0	1030480,7	100,0
Medyan	324878,3	126,1	607802,0	118,0	1019002,3	131,8	1252522,3	121,5
Trim(0.1;0.1)	259029,7	100,5	488172,1	94,7	731503,6	94,6	968387,8	94,0
Trim(0.1;0.2)	238398,7	92,5	472828,2	91,8	699556,1	90,5	941129,8	91,3
Win(0.1;0.1)	259029,7	100,5	500038,1	97,0	750858,1	97,2	995658,8	96,6
Win(0.1;0.2)	248663,2	96,5	491551,5	95,4	736573,2	95,3	979512,7	95,1
TL(0.1)	259029,7	100,5	491981,3	95,5	736566,3	95,3	1003266,5	97,4
MML	236455,1	91,8	454868,2	88,3	680873,6	88,1	903718,7	87,7
W24	278121,0	107,9	512447,6	99,5	764630,9	98,9	1002089,6	97,2
BS82	278631,0	108,1	513726,2	99,7	766347,8	99,2	1004042,8	97,4
HL	259947,7	100,9	499216,5	96,9	745447,2	96,5	979451,5	95,0
<b>Model 4:</b> $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=4$								
EKK	217022,6	100,0	434005,2	100,0	650987,7	100,0	867970,3	100,0
Medyan	278470,6	128,3	528313,3	121,7	860914,1	132,2	1100769,5	126,8
Trim(0.1;0.1)	216703,5	99,9	420334,3	96,9	626164,8	96,2	831093,2	95,8
Trim(0.1;0.2)	188107,0	86,7	395644,4	91,2	574591,7	88,3	784226,7	90,4
Win(0.1;0.1)	216703,5	99,9	429831,4	99,0	642534,0	98,7	853715,4	98,4
Win(0.1;0.2)	205587,3	94,7	417967,1	96,3	623937,5	95,8	833121,1	96,0
TL(0.1)	216703,5	99,9	424805,1	97,9	629462,5	96,7	865636,9	99,7
MML	180166,0	83,0	349725,7	80,6	524837,7	80,6	695443,2	80,1
W24	240250,5	110,7	448810,7	103,4	670424,6	103,0	882512,0	101,7
BS82	240803,2	111,0	450048,1	103,7	672243,9	103,3	884266,8	101,9
HL	221050,6	101,9	432846,5	99,7	643699,3	98,9	847600,4	97,7
<b>Model 4:</b> $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=6$								
EKK	205491,3	100,0	410942,7	100,0	616394,0	100,0	821845,3	100,0
Medyan	262923,6	127,9	498312,3	121,3	817252,8	132,6	1018718,5	124,0
Trim(0.1;0.1)	206395,3	100,4	395641,7	96,3	584801,5	94,9	766077,6	93,2
Trim(0.1;0.2)	174615,0	85,0	371136,9	90,3	530928,4	86,1	71249,0	87,8
Win(0.1;0.1)	206395,3	100,4	403546,9	98,2	600799,2	97,5	788144,5	95,9
Win(0.1;0.2)	193645,8	94,2	393764,0	95,8	575488,8	93,4	766640,9	93,3
TL(0.1)	206395,3	100,4	400509,9	97,5	589310,1	95,6	799361,8	97,3
MML	165124,0	80,4	315616,9	76,8	468920,5	76,1	624796,7	76,0
W24	227392,0	110,7	426124,1	103,7	630139,5	102,2	819636,5	99,7
BS82	227846,2	110,9	427258,8	104,0	631857,2	102,5	821435,7	100,0
HL	210276,8	102,3	408871,9	99,5	600771,0	97,5	781894,9	95,1
<b>Model 4:</b> $K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=10$								
EKK	196915,0	100,0	393790,0	100,0	590665,0	100,0	787540,0	100,0
Medyan	250639,8	127,3	474811,3	120,6	778791,4	131,8	1000464,2	127,0
Trim(0.1;0.1)	194184,0	98,6	378995,2	96,2	567650,7	96,1	751302,1	95,4
Trim(0.1;0.2)	161533,9	82,0	352184,1	89,4	508512,8	86,1	697133,9	88,5
Win(0.1;0.1)	194184,0	98,6	387511,2	98,4	585516,5	99,1	775369,5	98,5
Win(0.1;0.2)	181141,3	92,0	375739,7	95,4	559681,2	94,8	748404,1	95,0
TL(0.1)	194184,0	98,6	383027,3	97,3	568928,0	96,3	780175,2	99,1
MML	149417,7	75,9	288944,6	73,4	431464,2	73,0	576231,0	73,2
W24	214555,3	109,0	411021,4	104,4	608904,9	103,1	806644,8	102,4
BS82	215047,9	109,2	411961,3	104,6	610357,6	103,3	808733,3	102,7
HL	199010,3	101,1	392589,6	99,7	584783,3	99,0	769512,5	97,7

**Çizelge 5.11.** Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-5)

<b>Model 5: <math>K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=1</math></b>								
<b>Kestiriciler</b>	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	1480441,6	100,0	2960882,2	100,0	4441322,9	100,0	5921763,5	100,0
Medyan	1848168,5	124,8	3417043,7	115,4	5654115,2	127,3	7070685,3	119,4
Trim(0.1;0.1)	1481472,6	100,1	2796667,8	94,5	4216736,8	94,9	5494878,1	92,8
Win(0.1;0.1)	1481472,6	100,1	2879637,0	97,3	4370177,9	98,4	5677914,1	95,9
TL(0.1)	1481472,6	100,1	2804180,4	94,7	4183417,3	94,2	5677761,8	95,9
MML	1431401,5	96,7	2775006,3	93,7	4148235,8	93,4	5446637,2	92,0
W24	1590625,6	107,4	2891616,5	97,7	4307235,1	97,0	5585681,2	94,3
BS82	1594132,3	107,7	2896606,2	97,8	4316469,7	97,2	5594646,2	94,5
HL	1491689,8	100,8	2850265,0	96,3	4234350,0	95,3	5534412,1	93,5
<b>Model 5: <math>K = 50; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=2</math></b>								
EKK	1030441,6	100,0	2060882,2	100,0	3091322,9	100,0	4121763,5	100,0
Medyan	1299354,2	126,1	2431048,7	118,0	4075850,3	131,8	5009930,1	121,5
Trim(0.1;0.1)	1035959,8	100,5	1952529,5	94,7	2925855,1	94,6	3873392,2	94,0
Trim(0.1;0.2)	953435,5	92,5	1891153,6	91,8	2798065,4	90,5	3764360,2	91,3
Win(0.1;0.1)	1035959,8	100,5	1999993,1	97,0	3003273,2	97,2	3982476,2	96,6
Win(0.1;0.2)	994493,6	96,5	1966046,9	95,4	2946133,5	95,3	3917891,8	95,1
TL(0.1)	1035959,8	100,5	1967766,0	95,5	2946106,2	95,3	4012907,0	97,4
MML	945661,3	91,8	1819313,6	88,3	2723335,5	88,1	3614715,8	87,7
W24	1112324,7	107,9	2049631,3	99,5	3058364,6	98,9	4008199,2	97,2
BS82	1114365,0	108,1	2054745,5	99,7	3065232,1	99,2	4016012,2	97,4
HL	1039631,6	100,9	1996707,0	96,9	2981629,8	96,5	3917646,8	95,0
<b>Model 5: <math>K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=4</math></b>								
EKK	867931,2	100,0	1735861,6	100,0	2603791,9	100,0	3471722,2	100,0
Medyan	1113723,2	128,3	2113094,1	121,7	3443497,3	132,2	4402919,0	126,8
Trim(0.1;0.1)	866655,1	99,9	1681178,1	96,8	2504500,1	96,2	3324213,5	95,8
Trim(0.1;0.2)	752269,0	86,7	1582418,6	91,2	2298207,9	88,3	3136747,5	90,4
Win(0.1;0.1)	866655,1	99,9	1719166,7	99,0	2569977,0	98,7	3414702,3	98,4
Win(0.1;0.2)	822190,2	94,7	1671709,5	96,3	2495591,0	95,8	3332325,1	96,0
TL(0.1)	866655,1	99,9	1699061,3	97,9	2517691,0	96,7	3462388,3	99,7
MML	720504,9	83,0	1398743,5	80,6	2099191,7	80,6	2781613,9	80,1
W24	960842,9	110,7	1795083,8	103,4	2681539,4	103,0	3529889,1	101,7
BS82	963053,5	111,0	1800033,4	103,7	2688816,4	103,3	3536908,1	101,9
HL	884043,4	101,9	1731227,1	99,7	2574638,1	98,9	3390242,7	97,7
<b>Model 5: <math>K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=6</math></b>								
EKK	821806,2	100,0	1643611,6	100,0	2465416,9	100,0	3287222,2	100,0
Medyan	1051535,3	128,0	1993090,1	121,3	3268852,3	132,6	4074714,9	124,0
Trim(0.1;0.1)	825421,9	100,4	1582407,8	96,3	2339046,9	94,9	3064151,5	93,2
Trim(0.1;0.2)	698301,0	85,0	1484388,6	90,3	2123554,5	86,1	2884837,0	87,8
Win(0.1;0.1)	825421,9	100,4	1614028,6	98,2	2403037,8	97,5	3152418,7	95,9
Win(0.1;0.2)	774424,1	94,2	1574896,7	95,8	2301795,9	93,4	3066404,6	93,3
TL(0.1)	825421,9	100,4	1601880,4	97,5	2357081,3	95,6	3197287,9	97,3
MML	660336,9	80,4	1262308,4	76,8	1875522,7	76,1	2499027,7	76,0
W24	909408,9	110,7	1704337,2	103,7	2520399,0	102,2	3278387,1	99,7
BS82	911225,7	110,9	1708875,9	104,0	2527269,6	102,5	3285583,7	100,0
HL	840948,2	102,3	1635328,6	99,5	2402924,8	97,5	3127420,4	95,1
<b>Model 5: <math>K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 0,1; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=10</math></b>								
EKK	787500,9	100,0	1575000,9	100,0	2362500,9	100,0	3150000,9	100,0
Medyan	1002400,1	127,3	1899086,2	120,6	3115006,6	131,9	4001697,8	127,0
Trim(0.1;0.1)	776576,9	98,6	1515821,9	96,2	2270443,8	96,1	3005049,2	95,4
Trim(0.1;0.2)	645976,6	82,0	1408577,5	89,4	2033892,1	86,1	2788376,6	88,5
Win(0.1;0.1)	776576,9	98,6	1549885,8	98,4	2341907,0	99,1	3101318,8	98,5
Win(0.1;0.2)	724405,9	92,0	1502799,6	95,4	2238565,6	94,8	2993457,5	95,0
TL(0.1)	776576,9	98,6	1531950,0	97,3	2275553,0	96,3	3120541,6	99,1
MML	597511,6	75,9	1155619,1	73,4	1725697,8	73,0	2304764,7	73,2
W24	858062,1	109,0	1643926,7	104,4	2435460,5	103,1	3226420,1	102,4
BS82	860032,4	109,2	1647686,3	104,6	2441271,4	103,3	3234774,2	102,7
HL	795882,1	101,1	1570199,3	99,7	2338974,0	99,0	3077891,1	97,7



Çizelge 5.12. Genelleştirilmiş Lojistik Dağılım için Küme Örnekleme Sonuçları (Model-6)

Model 6: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=1$								
Kestiriciler	5		10		15		20	
	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE	MSE	RE
EKK	1480530,7	100,0	2960971,3	100,0	4441412,0	100,0	5921852,6	100,0
Medyan	1848257,6	124,8	3417132,8	115,4	5654204,3	127,3	7070774,4	119,4
Trim(0.1;0.1)	1481561,7	100,1	2796756,9	94,5	4216825,9	94,9	5494967,2	92,8
Win(0.1;0.1)	1481561,7	100,1	2879726,1	97,3	4370267,0	98,4	5678003,2	95,9
TL(0.1)	1481561,7	100,1	2804269,5	94,7	4183506,4	94,2	5677850,9	95,9
MML	1431490,6	96,7	2775095,4	93,7	4148324,9	93,4	5446726,3	92,0
W24	1590714,7	107,4	2891705,6	97,7	4307324,2	97,0	5585770,3	94,3
BS82	1594221,4	107,7	2896695,3	97,8	4316558,8	97,2	5594735,3	94,5
HL	1491778,9	100,8	2850354,1	96,3	4234439,1	95,3	5534501,2	93,5
Model 6: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=2$								
EKK	1030530,7	100,0	2060971,3	100,0	3091412,0	100,0	4121852,6	100,0
Medyan	1299443,3	126,1	2431137,8	118,0	4075939,4	131,8	5010019,2	121,5
Trim(0.1;0.1)	1036048,9	100,5	1952618,6	94,7	2925944,2	94,6	3873481,3	94,0
Trim(0.1;0.2)	953524,6	92,5	1891242,7	91,8	2798154,5	90,5	3764449,3	91,3
Win(0.1;0.1)	1036048,9	100,5	2000082,2	97,0	3003362,3	97,2	3982565,3	96,6
Win(0.1;0.2)	994582,7	96,5	1966136,0	95,4	2946222,6	95,3	3917980,9	95,1
TL(0.1)	1036048,9	100,5	1967855,1	95,5	2946195,3	95,3	4012996,1	97,4
MML	945750,4	91,8	1819402,7	88,3	2723424,6	88,1	3614804,9	87,7
W24	1112413,8	107,9	2049720,4	99,5	3058453,7	98,9	4008288,3	97,2
BS82	1114454,1	108,1	2054834,6	99,7	3065321,2	99,2	4016101,3	97,4
HL	1039720,7	100,9	1996796,1	96,9	2981718,9	96,5	3917735,9	95,0
Model 6: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=4$								
EKK	868020,3	100,0	1735950,7	100,0	2603881,0	100,0	3471811,3	100,0
Medyan	1113812,3	128,3	2113183,2	121,7	3443586,4	132,2	4403008,1	126,8
Trim(0.1;0.1)	866744,2	99,9	1681267,2	96,8	2504589,2	96,2	3324302,6	95,8
Trim(0.1;0.2)	752358,1	86,7	1582507,7	91,2	2298297,0	88,3	3136836,6	90,4
Win(0.1;0.1)	866744,2	99,9	1719255,8	99,0	2570066,1	98,7	3414791,4	98,4
Win(0.1;0.2)	822279,3	94,7	1671798,6	96,3	2495680,1	95,8	3332414,2	96,0
TL(0.1)	866744,2	99,9	1699150,4	97,9	2517780,1	96,7	3462477,4	99,7
MML	720594,0	83,0	1398832,6	80,6	2099280,8	80,6	2781703,0	80,1
W24	960932,0	110,7	1795172,9	103,4	2681628,5	103,0	3529978,2	101,7
BS82	963142,6	111,0	1800122,5	103,7	2688905,5	103,3	3536997,2	101,9
HL	884132,5	101,9	1731316,2	99,7	2574727,2	98,9	3390331,8	97,7
Model 6: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=6$								
EKK	821895,3	100,0	1643700,7	100,0	2465506,0	100,0	3287311,3	100,0
Medyan	1051624,4	128,0	1993179,2	121,3	3268941,4	132,6	4074804,0	124,0
Trim(0.1;0.1)	825511,0	100,4	1582496,9	96,3	2339136,0	94,9	3064240,6	93,2
Trim(0.1;0.2)	698390,1	85,0	1484477,7	90,3	2123643,6	86,1	2884926,1	87,8
Win(0.1;0.1)	825511,0	100,4	1614117,7	98,2	2403126,9	97,5	3152507,8	95,9
Win(0.1;0.2)	774513,2	94,2	1574985,8	95,8	2301885,0	93,4	3066493,7	93,3
TL(0.1)	825511,0	100,4	1601969,5	97,5	2357170,4	95,6	3197377,0	97,3
MML	660426,0	80,4	1262397,5	76,8	1875611,8	76,1	2499116,8	76,0
W24	909498,0	110,7	1704426,3	103,7	2520488,1	102,2	3278476,2	99,7
BS82	911314,8	110,9	1708965,0	104,0	2527358,7	102,5	3285672,8	100,0
HL	841037,3	102,3	1635417,7	99,5	2403013,9	97,5	3127509,5	95,1
Model 6: $K = 100; k = 10; \sigma_i = 1 (i = 1, \dots, K); \sigma_B/\sigma_i = 10; n_1 = n_2 = \dots = n_k; n_i/N_i = 0,10; b=10$								
EKK	787590,0	100,0	1575090,0	100,0	2362590,0	100,0	3150090,0	100,0
Medyan	1002489,2	127,3	1899175,3	120,6	3115095,7	131,9	4001786,9	127,0
Trim(0.1;0.1)	776666,0	98,6	1515911,0	96,2	2270532,9	96,1	3005138,3	95,4
Trim(0.1;0.2)	646065,7	82,0	1408666,6	89,4	2033981,2	86,1	2788465,7	88,5
Win(0.1;0.1)	776666,0	98,6	1549974,9	98,4	2341996,1	99,1	3101407,9	98,5
Win(0.1;0.2)	724495,0	92,0	1502888,7	95,4	2238654,7	94,8	2993546,6	95,0
TL(0.1)	776666,0	98,6	1532039,1	97,3	2275642,1	96,3	3120630,7	99,1
MML	597600,7	75,9	1155708,2	73,4	1725786,9	73,0	2304853,8	73,2
W24	858151,2	109,0	1644015,8	104,4	2435549,6	103,1	3226509,2	102,4
BS82	860121,5	109,2	1647775,4	104,6	2441360,5	103,3	3234863,3	102,7
HL	795971,2	101,1	1570288,4	99,7	2339063,1	99,0	3077980,2	97,7

### 5.2.2. Üç Aşamalı Küme Örneklemesi

Bu kısımda süper evrenin (3.17) eşitliğinde verilen genelleştirilmiş lojistik ailenin bir elemanı olduğu varsayılarak, üç aşamalı küme örnekleme için sonlu evren toplamının EKK, MML ve diğer sağlam kestiricileri verilecektir. Daha sonra bu kestiricilerin beklenen değerleri ve varyansları elde edilecektir.

Süper evrenin simetrik dağılıma sahip olması durumuna benzer olarak, genelleştirilmiş lojistik dağılım durumunda üç aşamalı küme örnekleme için EKK kestiricisi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$i'nci \text{ BÖB}'nin j'nci \text{ İÖB}'den seçilen örneklemin ortalaması, \bar{y}_{ij} = \frac{1}{n_{ij}} \sum_{t=1}^{n_{ij}} y_{ijt}$$

$$\text{düzeltilmiş örneklem ortalaması, } \bar{\bar{y}}_{ij} = \bar{y}_{ij} + \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma_{ij}$$

$i'nci \text{ BÖB}'den seçilen j'nci \text{ İÖB}'nin toplamının kestirimi,$

$$\hat{Y}_{ij} = N_{ij} \bar{\bar{y}}_{ij} = N_{ij} \bar{y}_{ij} + N_{ij} \{\psi(b) - \psi(1)\} \sigma_{ij}$$

$$i'nci \text{ BÖB toplamının kestiricisi, } \hat{Y}_i = \frac{K_i}{k} \sum_{j=1}^{\bar{k}} N_{ij} \bar{\bar{y}}_{ij}$$

olarak ifade edildiğinde sonlu evren toplamının düzeltilmiş EKK kestiricisi,

$$\hat{Y} = \frac{L}{l} \sum_{i=1}^l \frac{K_i}{k} \sum_{j=1}^{\bar{k}} N_{ij} \bar{\bar{y}}_{ij} \quad (5.44)$$

biçiminde yazılır. (5.44) eşitliğinde verilen düzeltilmiş  $\hat{Y}$  EKK kestiricisi artık yansız bir kestiricidir. Bu durum aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$E(\hat{Y}) = E_i E_j E_t \left[ \hat{Y} = \frac{L}{l} \sum_{i=1}^L \frac{K_i}{\bar{k}} \sum_{j=1}^{\bar{k}} N_{ij} \bar{y}_{ij} \right] = Y$$

$E(\hat{Y}) = Y$  olduğundan üç aşamalı küme örnekleme için,  $\hat{Y}$  evren toplamının EKK kestiricisi  $Y$  evren toplamı için yansız bir kestiricidir. (5.44) eşitliğinde verilen üç aşamalı küme örnekleme için evren toplamının EKK kestiricisinin varyansı, süper evrenin simetrik dağılıma sahip olduğu duruma benzer olarak iki tane iki aşamalı küme örnekleme mantığıyla elde edilir. (5.39) eşitliğinde verilen varyans formülü birincil örnekleme birimlerinden ikincil örnekleme birimlerinin seçilmesi durumuna uyarlandığında,

$$\left( \frac{L}{l} \right) \sum_{i=1}^L \left( K_i^2 \left( 1 - \frac{\bar{k}}{K_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{\bar{k}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right) + L^2 \left( 1 - \frac{l}{L} \right) \frac{\sigma_b^2}{l} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \quad (5.45)$$

elde edilir. Benzer biçimde (5.39) eşitliği, ikincil örnekleme birimlerinden üçüncül örnekleme birimlerinin seçilmesi durumuna uygulandığında,

$$\left( \frac{K_i}{\bar{k}} \right) \sum_{j=1}^{K_i} \left( N_{ij}^2 \left( 1 - \frac{n_{ij}}{N_{ij}} \right) \frac{\sigma_{ij}^2}{n_{ij}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right) + K_i^2 \left( 1 - \frac{\bar{k}}{K_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{\bar{k}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \quad (5.46)$$

elde edilir. (5.45) ve (5.46) ifadeleri birleştirildiğinde üç aşamalı küme örneklemesinde sonlu evren toplamının düzeltilmiş EKK kestiricisi  $\hat{Y}$ 'nin varyansı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$V(\hat{Y}) = L^2 \left( 1 - \frac{l}{L} \right) \frac{\sigma_b^2}{l} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} + \left( \frac{L}{l} \right) \sum_{i=1}^L K_i^2 \left( 1 - \frac{\bar{k}}{K_i} \right) \frac{\sigma_i^2}{\bar{k}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} + \left( \frac{L}{l} \right) \sum_{i=1}^L \left( \frac{K_i}{\bar{k}} \right) \sum_{j=1}^{K_i} \left( N_{ij}^2 \left( 1 - \frac{n_{ij}}{N_{ij}} \right) \frac{\sigma_{ij}^2}{n_{ij}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right) \quad (5.47)$$

(5.47) eşitliğinde verilen kestiricinin sağlam kestiricilerle karşılaştırılabilmesi için benzer tanımlamaların yapılması ve varyans değerlerinin belirlenmesi gerekir.

Üç aşamalı küme örnekleme için evren toplamının MML kestiricisi aşağıdaki gibi belirlenebilir.  $\hat{\mu}_{MML_{ij}} = \frac{1}{m_{ij}} \sum_{t=1}^{n_{ij}} \beta_{ijt} y_{ijt}$  olmak üzere,  $i$ 'nci BÖB'nin  $j$ 'nci İÖB'den seçilen örneklemin ortalaması,

$$\hat{\mu}_{MML_{ij}} = \hat{\mu}_{MML_{ij}} + \frac{\Delta_{ij}}{m_{ij}} \sigma_{ij}$$

şeklinde yazılabilir.  $i$ 'nci BÖB'den seçilen  $j$ 'nci İÖB'nin toplamının kestirimi  $\hat{Y}_{ij} = N_{ij} \hat{\mu}_{MML_{ij}}$  olarak belirlendiğinden,  $i$ 'nci BÖB toplamının kestiricisi,

$$\hat{Y}_i = \frac{K_i}{k} \sum_{j=1}^{\bar{k}} N_{ij} \hat{\mu}_{MML_{ij}}$$

biçimindedir. Buradan üç aşamalı küme örnekleme durumunda sonlu evren toplamının MML kestiricisi,

$$\hat{Y}_{MML} = \frac{L}{l} \sum_{i=1}^l \frac{K_i}{k} \sum_{j=1}^{\bar{k}} N_{ij} \hat{\mu}_{MML_{ij}} \quad (5.48)$$

şeklinde yazılır. (5.48) eşitliğinde verilen  $\hat{Y}_{MML}$  MML kestiricisinin yansızlığı,

$$E(\hat{Y}_{MML}) = E_i E_j E_t \left[ \frac{L}{l} \sum_{i=1}^l \frac{K_i}{k} \sum_{j=1}^{\bar{k}} N_{ij} \hat{\mu}_{MML_{ij}} \right] = Y$$

iki aşamalı küme örneklemesinden kolayca gösterilebilir. (5.48) eşitliğinde verilen üç aşamalı küme örnekleme için sonlu evren toplamının MML kestiricisinin varyansı

EKK kestiricisinin varyans hesabına benzer biçimde aşağıdaki gibi elde edilir. (5.39) eşitliğinde verilen varyans formülü birincil örnekleme birimlerinden ikincil örnekleme birimlerinin seçilmesi durumuna uyarlandığında,

$$\left(\frac{L}{l}\right) \sum_{i=1}^L \left( K_i^2 \left(1 - \frac{\bar{k}}{K_i}\right) \frac{\sigma_i^2}{\bar{k}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right) + L^2 \left(1 - \frac{l}{L}\right) \frac{\sigma_b^2}{l} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \quad (5.49)$$

elde edilir. Benzer biçimde (5.41) eşitliği, ikincil örnekleme birimlerinden üçüncül örnekleme birimlerinin seçilmesi durumuna uygulandığında,

$$\left(\frac{K_i}{\bar{k}}\right) \sum_{j=1}^{K_i} \left( N_{ij}^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{MML_{ij}}) - 2 \frac{n_{ij}}{N_{ij}} \text{Cov}(\hat{\mu}_{MML_{ij}}, \bar{y}_{ij}) + \frac{\sigma_{ij}^2}{n_{ij}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right\} \right) + K_i^2 \left(1 - \frac{\bar{k}}{K_i}\right) \frac{\sigma_i^2}{\bar{k}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \quad (5.50)$$

elde edilir. (5.49) ve (5.50) ifadeleri birleştirildiğinde sonlu evren toplamının MML kestiricisi  $\hat{Y}_{MML}$ 'nin varyansı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$V(\hat{Y}_{MML}) = L^2 \left(1 - \frac{l}{L}\right) \frac{\sigma_b^2}{l} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} + \left(\frac{L}{l}\right) \sum_{i=1}^L K_i^2 \left(1 - \frac{\bar{k}}{K_i}\right) \frac{\sigma_i^2}{\bar{k}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} + \left(\frac{L}{l}\right) \sum_{i=1}^L \left(\frac{K_i}{\bar{k}}\right) \sum_{j=1}^{K_i} \left( N_{ij}^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{MML_{ij}}) - 2 \frac{n_{ij}}{N_{ij}} \text{Cov}(\hat{\mu}_{MML_{ij}}, \bar{y}_{ij}) + \frac{\sigma_{ij}^2}{n_{ij}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right\} \right) \quad (5.51)$$

Üç aşamalı küme örneklemede, sonlu evren toplamının MML kestiricisi dışında kalan diğer sağlam kestiricileri aşağıdaki biçimde belirlenebilir. İki aşamalı küme örneklemede olduğu gibi bu kestiriciler, üç aşamalı küme örnekleme içinde yansız değildir. Bu nedenle yanlışlık düzeltmesi yapılması gerekir.

$\hat{\mu}_{R_{ij}}$ ,  $i$ 'nci BÖB'nin  $j$ 'nci İÖB'den seçilen örneklem modunun yukarıda sözü edilen sağlam kestiricilerinden birini gösterebilir. Burada  $i$ 'nci BÖB'den seçilen  $j$ 'nci İÖB'nin düzeltilmiş ortalaması,

$$\hat{\mu}_{R_{ij}} = \hat{\mu}_{R_{ij}} + Yan_{R_{ij}} \sigma_{ij}$$

ile belirlenebilir ve  $\hat{\mu}_{R_{ij}}$  yanlılık düzeltmesi yapılmış sağlam kestiriciyi gösterir.  $i$ 'nci BÖB'den seçilen  $j$ 'nci İÖB'nin toplamının kestirimi  $\hat{Y}_{ij} = N_{ij} \hat{\mu}_{R_{ij}}$  olarak belirlendiğinden,  $i$ 'nci BÖB toplamının kestiricisi,

$$\hat{Y}_i = \frac{K_i}{k} \sum_{j=1}^{\bar{k}} N_{ij} \hat{\mu}_{R_{ij}}$$

şeklinde yazılabilir. Böylece sonlu evren toplamının yanlılık düzeltmesi yapılmış sağlam kestiricisi,

$$\hat{Y}_R = \frac{L}{l} \sum_{i=1}^L \frac{K_i}{k} \sum_{j=1}^{\bar{k}} N_{ij} \hat{\mu}_{R_{ij}} \quad (5.52)$$

şeklinde yazılır. (5.52)'te verilen sağlam kestirici sonlu evren toplamı için yansız bir kestiricidir ve yansızlığı iki aşamalı küme örneklemede olduğu gibi kolayca gösterilebilir. (5.52)'de verilen sağlam kestiricinin varyans değeri, EKK ve MML kestiricilerinde kullanılan mantıkla,

$$\begin{aligned} V(\hat{Y}_R) = & L^2 \left(1 - \frac{l}{L}\right) \frac{\sigma_B^2}{l} \{\psi'(b) + \psi'(1)\} + \left(\frac{L}{l}\right) \sum_{i=1}^L K_i^2 \left(1 - \frac{\bar{k}}{K_i}\right) \frac{\sigma_i^2}{k} \{\psi'(b) + \psi'(1)\} \\ & + \left(\frac{L}{l}\right) \sum_{i=1}^L \left(\frac{K_i}{k}\right) \sum_{j=1}^{K_i} \left\{ N_{ij}^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{R_{ij}}) - 2 \frac{n_{ij}}{N_{ij}} Cov(\hat{\mu}_{R_{ij}}, \bar{y}_{ij}) + \frac{\sigma_{ij}^2}{n_{ij}} \{\psi'(b) + \psi'(1)\} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (5.53)$$

olarak bulunur. Üç aşamalı küme örnekleme durumunda sonlu evren toplamının en etkin kestiricisinin belirlenebilmesi için, iki aşamalı küme örneklemede elde edilen sonuçlardan yararlanılabilir. (5.47), (5.51) ve (5.53) eşitliklerine bakıldığında, iki aşamalı küme örnekleme için elde edilen varyans formüllerine, sadece üçüncü bir terimin eklendiği görülebilir. Bu terim birincil örnekleme birimleri arasındaki değişimi göstermektedir. Ancak küme örneklemede sadece son aşamada oluşturulan nihai örneklem ele alınarak, sonlu evren toplamının farklı kestiricileri hesaplanmaktadır. Bu nedenle iki aşamalı küme örnekleme için elde edilen sonuçlar, üç aşamalı küme örnekleme için de geçerli olacaktır. Böylece iki aşamalı küme örneklemede olduğu gibi üç aşamalı küme örnekleme durumunda da en etkin kestiricinin MML kestiricisi olduğu, EKK kestiricisinin ise bir çok durumda etkinliğini kaybettiği belirlenmiş olur.

### 5.2.3. $k$ -aşamalı Küme Örnekleme

Bu kısımda iki ve üç aşamalı küme örneklemeden hareketle  $k$  aşamalı küme örnekleme için sonlu evren toplamının kestiricileri belirlenecektir.  $k$  aşamalı küme örnekleme için evren toplamının  $\hat{Y}$  EKK kestiricisi (5.38) ve (5.44) eşitliklerinden genelleştirilebilir.

$$\hat{Y} = \frac{A}{a} \sum_{m=1}^a \frac{B_m}{b} \sum_{p=1}^{\bar{b}} \dots \sum_{r=1}^{\bar{l}} \frac{K_{mp\dots r}}{\bar{k}} \sum_{s=1}^{\bar{k}} N_{mp\dots rs} \bar{y}_{mp\dots rs} \quad (5.54)$$

$\hat{Y}$  EKK kestiricisinin varyansında benzer biçimde (5.39) ve (5.47) eşitlikleri genelleştirilerek (5.55) eşitliğindeki gibi belirlenebilir.

$$V(\hat{Y}) = A^2 \left( 1 - \frac{a}{A} \right) \frac{\sigma_B^2}{a} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} + \left( \frac{A}{a} \right) \sum_{m=1}^A B_m^2 \left( 1 - \frac{\bar{b}}{B_m} \right) \frac{\sigma_m^2}{\bar{k}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} + \dots + \left( \frac{A}{a} \right) \sum_{m=1}^A \left( \frac{B_m}{b} \right) \sum_{p=1}^{B_m} \dots \sum_{r=1}^L \left( \frac{K_{mp\dots r}}{\bar{k}} \right) \sum_{s=1}^{K_{mp\dots r}} \left( N_{mp\dots rs}^2 \left( 1 - \frac{n_{mp\dots rs}}{N_{mp\dots rs}} \right) \frac{\sigma_{mp\dots rs}^2}{n_{mp\dots rs}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right) \quad (5.55)$$

$k$  aşamalı küme örneklemede sonlu evren toplamının  $\hat{Y}_{MML}$  MML kestiricisi, (5.40) ve (5.48) eşitliklerinden, (5.56) eşitliğindeki gibi genelleştirilebilir.

$$\hat{Y}_{MML} = \frac{A}{a} \sum_{m=1}^a \frac{B_m}{\bar{b}} \sum_{p=1}^{\bar{b}} \dots \sum_{r=1}^{\bar{l}} \frac{K_{mp\dots r}}{\bar{k}} \sum_{s=1}^{\bar{k}} N_{mp\dots rs} \hat{\mu}_{MML_{mp\dots rs}} \quad (5.56)$$

MML kestiricisinin varyansı ise (5.41) ve (5.51) eşitliklerinden,

$$V(\hat{Y}_{MML}) = A^2 \left( 1 - \frac{a}{A} \right) \frac{\sigma_B^2}{a} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} + \left( \frac{A}{a} \right) \sum_{m=1}^A B_m^2 \left( 1 - \frac{\bar{b}}{B_m} \right) \frac{\sigma_m^2}{\bar{k}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} + \dots + \quad (5.57)$$

$$\left( \frac{A}{a} \right) \sum_{m=1}^A \left( \frac{B_m}{\bar{b}} \right) \sum_{p=1}^{B_m} \dots \sum_{r=1}^L \left( \frac{K_{mp\dots r}}{\bar{k}} \right) \sum_{s=1}^{K_{mp\dots r}} \left( N_{mp\dots rs}^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{MML_{mp\dots rs}}) - 2 \frac{n_{mp\dots rs}}{N} \text{Cov}(\hat{\mu}_{MML_{mp\dots rs}}, \bar{y}_{mp\dots rs}) + \frac{\sigma_{mp\dots rs}^2}{n_{mp\dots rs}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right\} \right)$$

olarak yazılabilir.  $k$  aşamalı küme örneklemede sonlu evren toplamının diğer sağlam kestiricileri (5.42) ve (5.52) eşitliklerinden genelleştirilebilir.

$$\hat{Y}_R = \frac{A}{a} \sum_{m=1}^a \frac{B_m}{\bar{b}} \sum_{p=1}^{\bar{b}} \dots \sum_{r=1}^{\bar{l}} \frac{K_{mp\dots r}}{\bar{k}} \sum_{s=1}^{\bar{k}} N_{mp\dots rs} \hat{\mu}_{R_{mp\dots rs}} \quad (5.58)$$

(5.58) eşitliğinde verilen kestiricinin varyansı ise (5.43) ve (5.53) eşitliklerinden yazılabilir.

$$V(\hat{Y}_R) = A^2 \left( 1 - \frac{a}{A} \right) \frac{\sigma_B^2}{a} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} + \left( \frac{A}{a} \right) \sum_{m=1}^A B_m^2 \left( 1 - \frac{\bar{b}}{B_m} \right) \frac{\sigma_m^2}{\bar{k}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} + \dots + \quad (5.59)$$

$$\left( \frac{A}{a} \right) \sum_{m=1}^A \left( \frac{B_m}{\bar{b}} \right) \sum_{p=1}^{B_m} \dots \sum_{r=1}^L \left( \frac{K_{mp\dots r}}{\bar{k}} \right) \sum_{s=1}^{K_{mp\dots r}} \left( N_{mp\dots rs}^2 \left\{ V(\hat{\mu}_{R_{mp\dots rs}}) - 2 \frac{n_{mp\dots rs}}{N} \text{Cov}(\hat{\mu}_{R_{mp\dots rs}}, \bar{y}_{mp\dots rs}) + \frac{\sigma_{mp\dots rs}^2}{n_{mp\dots rs}} \{ \psi'(b) + \psi'(1) \} \right\} \right)$$

İki aşamalı küme örnekleme için elde edilen sonuçların üç aşamalı küme örnekleme durumunda da geçerli olduğu gibi,  $k$ -aşamalı küme örnekleme durumunda da geçerli olacağı açıktır. Sonuç olarak küme örneklemede süper evrenin



genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren toplamının  $\hat{Y}_{MML}$ . MML kestiricisi en etkin kestiricidir. Diğer sağlam kestiriciler her durumda etkin olmadığından bu kestiriciler için elde edilen sonuçlar genelleştirilemez. Ayrıca sonlu evren toplamının  $\hat{Y}_{MML}$  MML kestiricisi yardımıyla belirlenecek olan sonlu evren ortalaması da diğer tüm kestiricilerden etkin olacaktır. Küme örnekleme yönteminde, süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda EKK kestiricisi etkinliğini kaybetmektedir. Bu durumda MML kestiricisinin kullanılması daha güvenilir sonuçlar verecektir.

## BÖLÜM 6

### UYGULAMA

Günümüzde dünyanın en önemli çevre sorunu küresel ısınmadır. Sera gazı etkisinden dolayı meydana gelen küresel ısınma, yanma sonucu ortaya çıkan başta CO<sub>2</sub> emisyonu olmak üzere SO<sub>x</sub> ve NO<sub>x</sub> gibi diğer zararlı emisyonların bir sonucudur. Son yıllarda fosil yakıtların, çevre ve halk sağlığını olumsuz etkilediği kanıtlanmıştır ([www20.uludag.edu.tr/~yahyau/calismalar.htm](http://www20.uludag.edu.tr/~yahyau/calismalar.htm)). Türkiye, bölgesel fosil enerji kaynakları yeterli olmayan ve enerji ihtiyacının %85'ini ithal eden bir ülkedir. İthalatı yapılan enerji kaynaklarının, uluslararası pazardaki fiyat dalgalanmaları ulusal ekonomiye büyük bir yük getirmektedir. Türkiye'nin enerji tüketimini, ithal edilen fosil yakıtlara dayalı olarak sürdürmesi, gayri safi yurtiçi hasılanın da azalmasına neden olmaktadır (TÜSİAD Raporu). Fosil yakıtların çevreye ve ülke ekonomisine verdiği zararlar düşünüldüğünde, çevre kirliliğini en aza indirgeyecek yenilenebilir enerji kaynakları arayışı büyük hız kazanmıştır. Yenilenebilir enerji kaynakları olarak rüzgar, güneş, su, biyokütle, jeotermal enerji, ısı pompaları ve Hibrid sistemler akla gelmektedir (Erdin vd., 2002). Yenilenebilir enerji kaynakları içerisinde su, rüzgar ve jeotermal enerji kaynaklarının kurulumu ve gelişmesi kısa sürede gerçekleşebilecek bir durum değildir. Bu durumda yenilenebilir enerji kaynaklarından biri olan biyokütle enerjisi birinci sırada önem arz etmektedir. Biyokütle enerjisi içerisinde yer alan ve biyokimyasal dönüşüm yöntemi ile elde edilen biyoyakıtlar başta Brezilya, ABD, Çin, İspanya, Fransa, Almanya ve diğer birçok ülkenin büyük yatırımlarla üretmeye başladığı bir enerji kaynağıdır (Tzilivakis et al., 2005; Demirbaş and Balat, 2006; Wright, 2006, Blottnitz and Curran, 2007; Demirbaş, 2007; Kondili and Kaldellis, 2007). Biyoyakıtlar, biyodizel (biodiesel-biyomotorin, biofuel) ve biyobenzin (biyoetanol-susuz etil alkol) olarak ayrılmaktadır. Biyobenzin, buğday, şeker pancarı, patates ve mısır gibi bitkilerden elde edilen benzinli motor yakıtıdır. Biyodizel ise genellikle kanola, aspir, soya, pamuk ve ayçiçeği gibi yağlı tohumlardan, bitkisel ve hayvansal atık yağlardan elde edilmektedir (Kim and Dale, 2005). Özellikle 2030

yılından sonra biyoyakıt tüketiminin doğalgaz tüketimini geçeceği öngörülmektedir (Adeeb, 2004). Bu nedenle bir çok ülke bu alandaki yatırımlarını arttırmaktadır.

Biyoyakıtların verimleri birim alana ekilen bitkiden elde edilebilecek biyoethanol üzerinden değerlendirilir. Çeşitli bitkiler için bu değerler Çizelge 6.1’de verilmiştir (Erdin vd, 2002).

**Çizelge 6.1. Çeşitli Bitki Türleri için Biyoyakıt Verimi**

<b>Bitki Türü</b>	<b>Biyoyakıt Verimi (1 ethanol/ha)</b>
Şeker Pancarı	6 000
Patates	5 000
Topinambur	5 000
Mısır	2 300
Buğday	2 000
Hardal Otu	1 350

Çizelge 6.1’e bakıldığında Türkiye’de de üretimi yaygın olarak yapılan şeker pancarı, patates, mısır ve buğday bitkilerinin biyoyakıt elde etmek için en verimli bitkiler olduğu görülmektedir. Bu bitkilerin biyoethanol verimliliği kadar, ekilen alandan elde edilebilecek ürün verimliliği de biyoyakıt üretimini etkilemektedir. Kondili ve Kaldellis (2007), doğu avrupa ülkeleri olarak adlandırılan Bulgaristan, Çek Cumhuriyeti, Estonya, Macaristan, Litvanya, Letonya, Polonya, Romanya, Slovenya ve Slovakya’nın biyoyakıt üretimi için tarımsal olarak elverişli olup olmadığını araştırmıştır. Bulgaristan ve Romanya’nın şeker pancarından, Polonya’nın ise patatesten biyoyakıt elde etmek için uygun olduğunu saptamışlardır.

Geleceğin en önemli yakıtı olarak görülen biyoyakıtların Türkiye’de üretilebilmesi için henüz yeteri kadar yatırım yapılmamıştır. Şu anda enerji kaynaklarının bir çoğunu dışarıdan almak zorunda kalan ülkemiz için bu yeni enerji kaynağını değerlendirmek ülke ekonomisi için çok yararlı olacaktır. Biyoyakıt üretimi için elverişli olan bu bitkilerin Türkiye’deki üretim verimliliği yapılacak yatırımlar için oldukça önemlidir.

Uygulamanın ilk iki bölümünde basit rassal örnekleme ve tabakalı örnekleme yöntemlerinden yararlanılarak, biyoyakıt üretimi için elverişli olan şekerpancarı ve patates bitkilerinin Türkiye'deki ortalama verim miktarı tahmin edilmeye çalışılmıştır. Bu amaçla ilçe bazında üretilen şeker pancarı ve patates bitkilerinin verim miktarları TÜİK tarafından yapılan ve son olarak yayınlanan 2005 yılı genel tarım sayımı sonuçlarından elde edilmiştir. TÜİK tarafından tamsayım olarak yapılan çalışmadan elde edilen veriler, sonlu evrenin elemanlarını olarak benimsenmiştir. Basit rassal örnekleme yönteminde Türkiye'deki tüm ilçelerde ilgili ürünün verim miktarlarının homojen olduğu kabul edilmiş ve ilçeler tüm Türkiye'den rassal olarak seçilmiştir. Seçilen ilçelerdeki ilgili ürünün verim miktarları yardımıyla, ilgili ürünün Türkiye'deki ortalama üretim verimi tahmin edilmiştir. Tabakalı örnekleme yönteminde ise, coğrafi bölgelere göre ilgilenilen ürünün verim miktarının değişeceği düşünülmüş ve coğrafi bölgeler tabaka olarak benimsenmiştir. Bu tabaklardan orantılı dağıtımla örneklem seçilmiş, ilk olarak her coğrafi bölgedeki ilgili ürünün verim miktarı tahmin edilmiştir. Daha sonra her tabaka için elde edilen tahmin değerleri kullanılarak Türkiye'nin tamamında ilgilenilen ürünün verim miktarı için tahmin değeri elde edilmiştir.

Uygulamanın üçüncü bölümünde ise, Hindistan'da yetiştirilen tropikal bir meyvenin (guava) üretim verimliliği, küme örnekleme yardımıyla tahmin edilmeye çalışılmıştır.

### **6.1. Türkiye'deki Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarının Tahmini**

Bu kısımda 2005 yılında Türkiye'deki 546 ilçeye ait patates üretimine ilişkin verim miktarı verileri kullanılmıştır. 2005 yılına ait verim miktarı değerleri sonlu evrenin elemanları olarak benimsenmiştir. Daha önceki bölümlerde ele alınan kestiriciler yardımıyla elde edilen tahminlerin yanlışlık değerleri bakımından birbirleriyle karşılaştırılabilmesi amacıyla, 2005 yılı verilerinden daha az miktarda birim içeren bir örneklem ele alınmıştır. Daha sonra, basit rassal örnekleme ve tabakalı örnekleme yöntemleri kullanılarak, Türkiye'deki ortalama patates üretimine ilişkin verim miktarı tahmin edilmiş ve ele alınan kestiriciler yanlışlık değerleri bakımından karşılaştırılmıştır.

### 6.1.1. Basit Rassal Örnekleme Yardımıyla Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarının Tahmini

Bu kısımda 2005 yılında Türkiye'deki 546 ilçeye ait patates üretimine ilişkin verim miktarının coğrafi bölgelere göre değişmeyeceği düşünülerek, basit rassal örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Basit rassal örnekleme yönteminde incelenecek olan örneklem hacmi (6.1) de verilen eşitlik yardımıyla belirlenmektedir.  $d_0$  kabul edilebilir hoşgörü miktarını,  $z_0$  hata oranına göre standart normal dağılım tablosundaki değerini (güvenilirlik düzeyini) göstermek üzere, arzu edilen varyans  $D^2$ ;

$$D^2 = \frac{d_0^2}{z_0^2}$$

ve incelenmesi gereken örneklem hacmi,

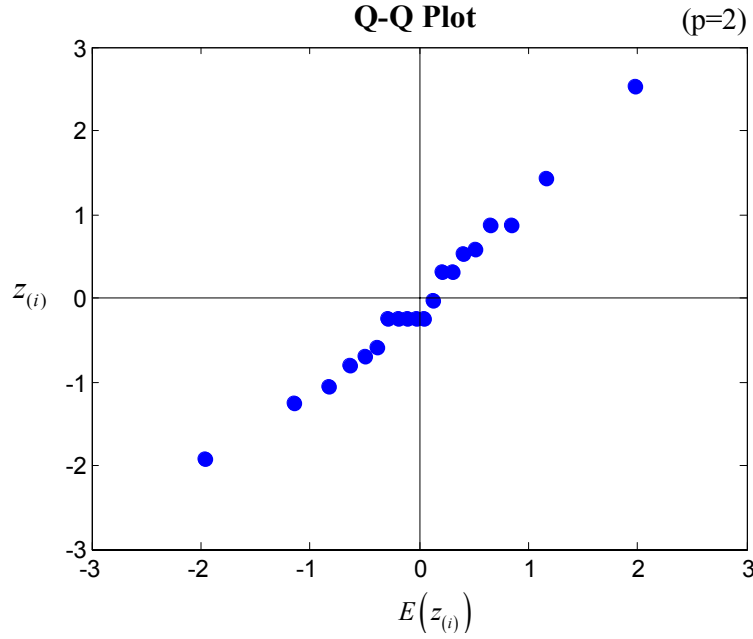
$$n = \frac{\frac{S^2}{D^2}}{1 + \frac{S^2}{ND^2}} \quad (6.1)$$

şeklinde belirlenir (Çıngı, 1994).

Basit rassal örnekleme yöntemi ile patates üretimine ilişkin verim miktarını tahmin etmek için öncelikle 546 ilçeden seçilecek olan ilçe sayısının belirlenmesi gerekir. Örneklem büyüklüğünün belirlenebilmesi için 2004 yılı patates üretimine ilişkin verim miktarlarına ait standart sapma değeri kullanılmıştır. 2004 yılı patates üretimine ilişkin verim miktarına ait standart sapma değeri 912,61 olarak belirlenmiştir. Eşitlik (6.1)'de hoşgörü miktarı  $d_0 = 600$  kg/ha ve  $z_0 = 3$  alındığında, örneklem büyüklüğü  $n=20$  olarak bulunmuştur.  $z_0 = 3$  değeri %99,7 güvenilirliği gösterir.

2005 yılı verilerinin tamamı bilinmesine rağmen, elde edilen tahminlerin yanlışlık miktarlarının belirlenebilmesi amacıyla sadece örneklem verilerinin bilindiği varsayılmıştır. Örneklem verileri kullanılarak, öncelikle süper evrenin dağılım şekli belirlenmeye çalışılmıştır.

Türkiye'deki patates üretimine ilişkin verim miktarlarının olasılık dağılımının belirlenebilmesi amacıyla Q-Q grafiği yönteminden yararlanılmıştır. Q-Q grafiği eldeki verilerin varsayılan dağılıma uyup uymadığını gösteren grafiksel bir yöntemdir. Bilindiği gibi Q-Q grafiği yönteminde standartlaştırılmış gözlem değerleri, ilgili olasılık dağılımında karşı gelen sıra istatistiklerinin beklenen değerleriyle karşılaştırılmaktadır. Q-Q grafiğinde, gözlem değerleri bir ekseninde, teorik olarak hesaplanan değerler diğer ekseninde yer almak üzere koordinat düzlemi üzerinde noktalar işaretlenir. Bu noktalar işaretlendiğinde, noktaların büyük bir çoğunluğu bir doğru etrafında yer alıyorsa, o zaman gözlem verilerinin araştırmaya konu olan teorik dağılımdan olduğu söylenir. Bu amaçla ilk olarak, seçilen 20 ilçeden elde edilen patates üretimine ilişkin verim miktarları küçükten büyüğe doğru sıralanmış ve standartlaştırılmıştır. Farklı şekil parametresine sahip uzun kuyruklu simetrik ve genelleştirilmiş lojistik dağılımlar için Q-Q grafikleri çizilmiştir. Farklı şekil parametrelerine sahip uzun kuyruklu simetrik dağılımlar için çizilen Q-Q grafiklerinden en uygun olanının  $p=2$  şekil parametresi için olduğu saptanmıştır. Bu nedenle, Türkiye'deki patates üretimine ilişkin verim miktarının  $p=2$  şekil parametresine sahip uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olduğu belirlenmiş olur.  $p=2$  şekil parametresi için çizilen Q-Q grafiği Şekil 6.1'de verilmiştir.



**Şekil 6.1.** Türkiye’deki Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarı için Q-Q Grafiği

Türkiye’deki patates üretimine ilişkin verim miktarının olasılık dağılımı, süper evrenin dağılım şeklini vermektedir. Süper evrenin dağılım şekli belirlendikten sonra, Kısım 3.1’de süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda ayrıntılı olarak ele alınan kestiriciler yardımıyla patates üretimine ilişkin verim miktarının ortalaması tahmin edilebilir.  $n=20$  hacimlik örneklem verileri kullanılarak elde edilen tahminler Çizelge 6.2’de verilmiştir. Ayrıca 2005 yılında Türkiye’deki 546 ilçedeki patates üretimine ilişkin verim miktarları bilindiğinden evren ortalamasının kesin değeri belirlenebilir. Seçilen örneklemden elde edilen tahmin değerleri ile, evren ortalamasının kesin değeri arasındaki fark, kestiricilerin yanlılık miktarını verir. 2005 yılı için patates üretimine ilişkin ortalama verim miktarı 20817,31 kg/ha’dır. Bu değer yardımıyla hesaplanan yanlılık miktarları da Çizelge 6.2’de verilmiştir.

**Çizelge 6.2.** Türkiye’deki Patates Üretimine İlişkin Ortalama Verim Miktarı Tahminleri

<b>Kestiriciler</b>	<b>Tahmin Değeri</b>	<b>Yanlılık Miktarı</b>
EKK	22161,35	1344,04
Medyan	20000,00	817,31
Trim(0.1;0.1)	21701,69	884,38
Win(0.1;0.1)	21634,05	816,74
TL(0.1)	21539,98	722,67
MML	21255,39	438,08
W24	21735,61	918,30
BS82	21723,96	906,65
HL	21625,00	807,69

Çizelge 6.2’de yer alan evren ortalaması tahmin değerlerinden en küçük yanlılığa sahip olan kestiricinin MML kestiricisi olduğu görülmektedir. MML kestiricisinden sonra yanlılığı en az olan kestiriciler, TL(0.1), Hodges Lehmann, Win(0.1,0.1), medyan ve Trim (0.1,0.1) kestiricileridir. W24 ve BS82 kestiricileri de EKK kestiricisinden daha az yanlılığa sahip olan diğer kestiricilerdir. En fazla yanlılığa sahip olan kestirici ise EKK kestiricisidir. Elde edilen bu sonuçlar, Kısım 3.1’de örneklem hacmi  $n=20$  için elde edilen sonuçlarla benzerlik göstermektedir. Bir tek örneklem sonucunda elde edilen bu değerlerden hangisinin daha güvenilir olduğuna karar verirken, Kısım 3.1’de ayrıntılı olarak verilen karşılaştırma sonuçlarından yararlanılabilir. Kısım 3.1’de süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda evren ortalamasının en etkin kestiricisinin MML kestiricisi olduğu verilmiştir. Türkiye genelinde patates üretimine ilişkin verim miktarı ortalamasının en iyi tahminini de MML kestiricisi vermektedir.

### **6.1.2. Tabakalı Örnekleme Yöntemiyle Türkiye’deki Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarının Tahmini**

Bu kısımda 2005 yılında Türkiye’deki 546 ilçede üretimi yapılan patates bitkisinin verim miktarının coğrafi bölgelere göre değişeceği düşünülerek, herbir coğrafi bölge tabaka olarak benimsenmiştir. Daha sonra 2005 yılında tamsayım sonucu elde edilen verim miktarları değerleri bu tabakalara ayrılmıştır. Güneydoğu Anadolu Bölgesinde patates üretimi bulunmadığı için bu bölge çalışmada yer almamıştır.



Ele alınan örneklemin tabakalar arasında paylaştırılmasının en basit ve en sık kullanılan yolu, örneklemin tabaka çaplarıyla orantılı olarak paylaştırılmasıdır. Bu nedenle tabaka örneklem büyüklükleri, orantılı dağıtım yöntemiyle bulunmuştur. Örneklem hacminin belirlenmesi için tabakalı örneklemede orantılı dağıtım kullanıldığında aşağıdaki eşitlikler geçerlidir.  $d_0$  kabul edilebilir hoşgörü miktarını,  $z_0$  hata oranına göre standart normal dağılım tablosundaki değerini (güvenilirlik düzeyini) göstermek üzere, arzu edilen varyans  $D^2$ ;

$$D^2 = \frac{d_0^2}{z_0^2}$$

ile belirlenir. Tabakalı örneklemede orantılı dağıtım uygulandığında incelenecek olan örneklem hacmi aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır (Yamane, 2001).

$$n = \frac{N \sum_{h=1}^L N_h S_h^2}{N^2 D^2 + \sum_{h=1}^L N_h S_h^2} \quad (6.2)$$

(6.2) eşitliğinde,

$N$  : Evrendeki birim sayısını,

$N_h$  :  $h$ 'inci tabakadaki birim sayısını,

$S_h^2$  :  $h$ 'inci tabakanın varyansını göstermektedir.

Tabakalı örnekleme yöntemiyle patates üretimine ilişkin verim miktarının tahmini için örneklem büyüklüğünün belirlenmesinde 2004 yılına ait standart sapma değerleri kullanılmıştır. Çizelge 6.3'de tabakalarda bulunan ilçe sayıları ve her bir tabakadaki patates üretimine ilişkin verim miktarının standart sapma değerleri verilmiştir. Hoşgörü miktarı  $d_0 = 300$  kg/ha alındığında, örneklem büyüklüğü  $n=63$

bulunmuştur. Orantılı dağıtım altında herbir tabaka için örneklem büyüklükleri belirlenmiş ve Çizelge 6.4’te verilmiştir.

**Çizelge 6.3.** Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarına ait Evren Bilgileri

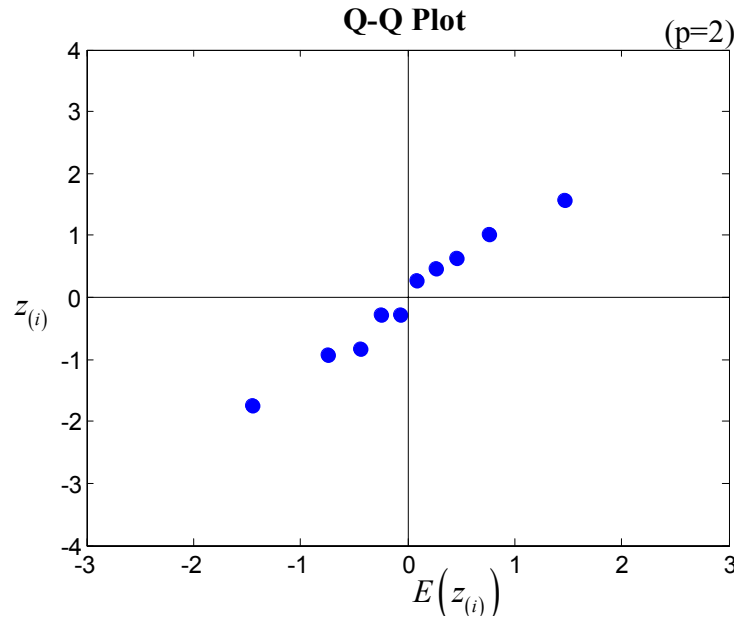
<b>Bölge Adı (Tabaka)</b>	<b>Üretim yapılan ilçe sayısı</b>	<b>Standart Sapma</b>
Akdeniz	48	1299,220
Doğu Anadolu	90	731,145
Ege	71	808,721
İç Anadolu	112	961,747
Karadeniz	165	679,331
Marmara	60	740,945
<b>TOPLAM</b>	<b>546</b>	

**Çizelge 6.4.** Tabakalara Göre Örneklem Büyüklükleri

<b>Bölge Adı (Tabaka)</b>	<b>Üretim yapılan ilçe sayısı</b>	<b>Tabaka Oranı</b>	<b>Örneklem Büyüklüğü</b>
Akdeniz	48	0,09	6
Doğu Anadolu	90	0,16	10
Ege	71	0,13	8
İç Anadolu	112	0,21	13
Karadeniz	165	0,30	19
Marmara	60	0,11	7
<b>TOPLAM</b>	<b>546</b>	<b>1,00</b>	<b>63</b>

Tabakalı örnekleme yönteminde herbir tabaka ayrı birer evren olarak düşünülmektedir. Çalışmanın bu kısmında da her bir bölge birer evren olarak düşünülerek, bu evrenlerden basit rassal örnekleme yoluyla örneklem seçilmiştir. Bu bölgelere ait 2005 yılı verilerinin tamamı bilinmesine rağmen, elde edilen tahminlerin yanlılığının belirlenebilmesi amacıyla sadece örneklem verilerinin bilindiği varsayılmıştır. Tüm bölgeler için tahminlerin elde edilme aşamaları, basit rassal örnekleme yöntemi için yapılan aşamalarla aynıdır. Bu kısımda örnek teşkil etmesi açısından, sadece Doğu Anadolu bölgesi için yapılan analizlere ayrıntılı olarak yer verilecektir.

Çizelge 6.3'ten de görülebileceği gibi, Doğu Anadolu Bölgesinde toplam 90 ilçede patates üretimi yapılmaktadır. Türkiye'deki 546 ilçe içerisinde, Doğu Anadolu bölgesinin oranı 0,16'dır. Türkiye'nin tamamında patates üretimine ilişkin verim miktarının tahmini için incelenmesi gereken ilçe sayısı 63 olduğundan, Doğu Anadolu Bölgesinde incelenmesi gereken ilçe sayısı 10 olarak belirlenmiştir. Doğu Anadolu Bölgesinden seçilecek olan bu 10 ilçe, basit rassal örnekleme yoluyla seçilmiştir. Örneğe çıkacak olan ilçeler, rassal sayılardan yararlanılarak bilgisayar yardımıyla belirlenmiştir. Doğu Anadolu Bölgesindeki patates üretimine ilişkin verim miktarının olasılık dağılımının belirlenebilmesi amacıyla farklı şekil parametrelerine sahip uzun kuyruklu simetrik dağılımlar için Q-Q grafikleri çizilmiştir. Çizilen Q-Q grafiklerinden en uygun olanının  $p=2$  şekil parametresi için çizilen Q-Q grafiği olduğu saptanmıştır. Böylece, Doğu Anadolu Bölgesindeki patates üretimine ilişkin verim miktarının  $p=2$  şekil parametresine sahip uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olduğu belirlenmiştir.  $p=2$  şekil parametresi için çizilen Q-Q grafiği Şekil 6.2'de verilmiştir.



**Şekil 6.2.** Doğu Anadolu Bölgesindeki Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarı için Q-Q Grafiği

Doğu Anadolu bölgesindeki patates üretimine ilişkin verim miktarının olasılık dağılımı belirlendikten sonra, Kısım 3.1'de ele alınan kestiriciler yardımıyla patates

üretimine ilişkin ortalma verim miktarı tahmin edilmiştir. Doğu Anadolu bölgesi için  $n=10$  birimlik örneklem verileri kullanılarak elde edilen tahminler Çizelge 6.4'te verilmiştir. Ayrıca 2005 yılında Doğu Anadolu bölgesinin 90 ilçesindeki patates üretimine ilişkin verim miktarı değerlerinden evren ortalamasının kesin değeri 17402,4 kg/ha olarak belirlenmiştir. Bu değer yardımıyla herbir kestirici için yanlılık miktarları hesaplanmış ve Çizelge 6.5'te verilmiştir.

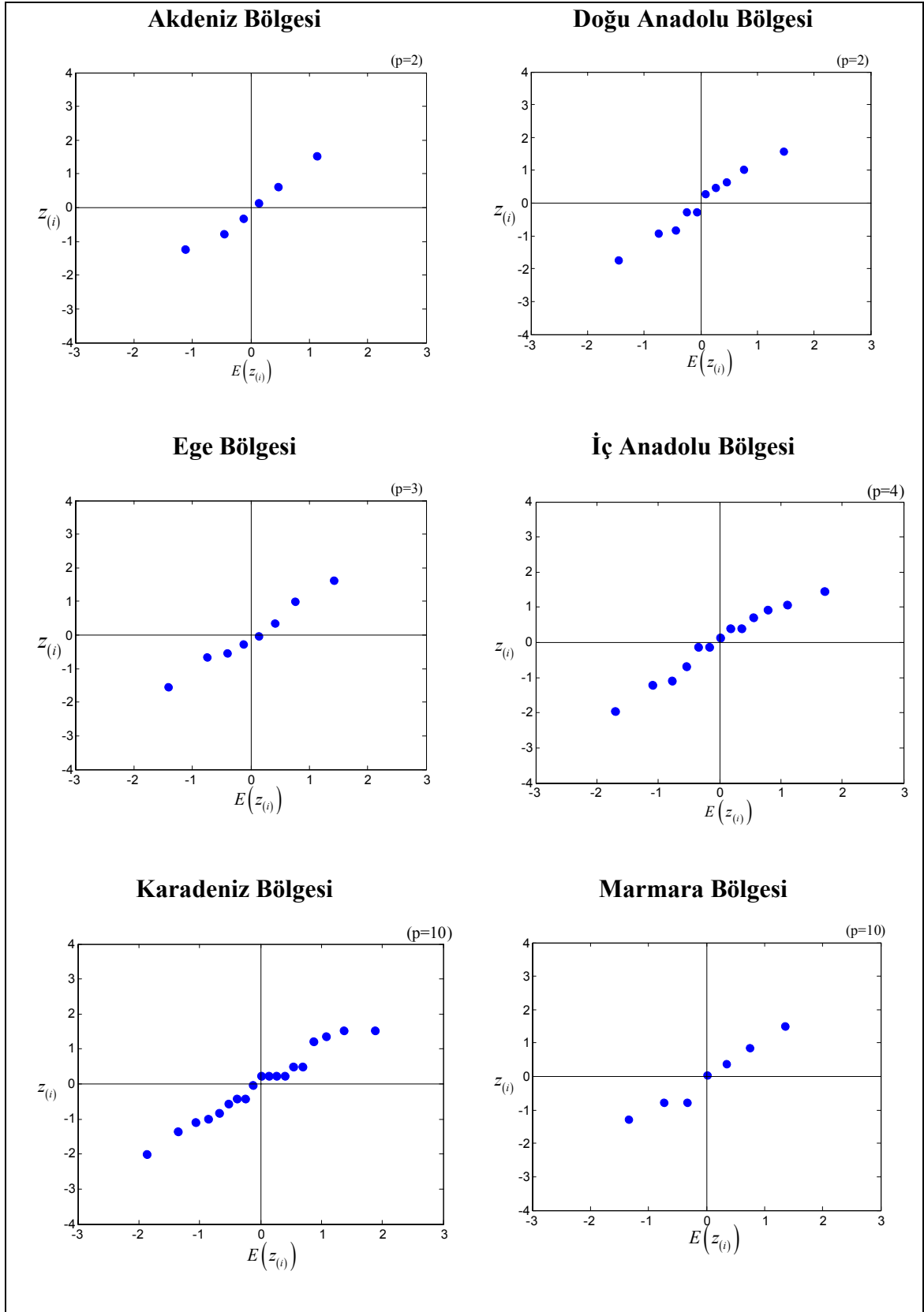
**Çizelge 6.5.** Doğu Anadolu Bölgesindeki Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarı Tahminleri

<b>Kestiriciler</b>	<b>Tahmin Değeri</b>	<b>Yanlılık Miktarı</b>
EKK	16460,7	941,7
Medyan	16500,0	902,4
Trim(0.1;0.1)	16562,5	839,9
Win(0.1;0.1)	16600,0	802,4
TL(0.1)	16566,7	835,8
MML	16634,1	768,3
W24	16495,2	907,2
BS82	16496,7	905,7
HL	16500,0	902,4

Bir tek örneklem sonucunda elde edilen bu değerlerden hangisinin kullanılacağına karar verilirken yanlılık miktarlarından yararlanılabilir. Çizelge 6.5'te yer alan evren ortalaması tahmin değerlerinden en küçük yanlılığa sahip olan kestiricinin MML kestiricisi olduğu görülmektedir. MML kestiricisinden sonra, Win(0.1;0.1), TL(0.1), Trim(0.1;0.1), medyan, Hodges Lehmann, BS82 ve W24 kestiricileri de EKK kestiricisinden daha az yanlılığa sahip olan diğer kestiricilerdir. Bu sonuç, Kısım 3.1'de elde edilen sonuçlarla birlikte değerlendirildiğinde, örneklem hacmi  $n=10$  için süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda evren ortalamasının en etkin kestiricisinin MML kestiricisi olmasının bir tesadüf olmadığı görülür.

Türkiye'deki patates üretimine ilişkin verim miktarını tahmin etmek için, Doğu Anadolu bölgesi dışında kalan diğer bölgeler içinde benzer hesaplamaların yapılması gerekir. Tüm coğrafi bölgelerden incelenmesi gereken örneklem hacimleri Çizelge

6.4'te yer almaktadır. Bu bölgelerden incelenmesi gereken birimler, basit rassal örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Daha sonra Doğu Anadolu bölgesinde olduğu gibi, her bölge için patates üretimine ilişkin verim miktarının olasılık dağılımının belirlenebilmesi amacıyla Q-Q grafikleri çizilmiştir. Uzun kuyruklu simetrik dağılımın en uygun olan şekil parametresi için elde edilen Q-Q grafikleri Şekil 6.3'de verilmiştir. Akdeniz bölgesindeki patates üretimine ilişkin verim miktarı  $p=2$ , Ege bölgesindeki  $p=3$ , İç Anadolu bölgesindeki  $p=4$ , Marmara ve Karadeniz bölgelerindeki ise  $p=10$  şekil parametrelili uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahiptir.



**Şekil 6.3.** Bölgelere Göre Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarına ait Q-Q Grafikleri

Tüm bölgeler için patates üretimine ilişkin verim miktarının sahip olduğu olasılık dağılımı belirlendikten sonra, ele alınan kestiriciler yardımıyla her bölge için evren ortalamaları tahmin edilmiştir. Her bir bölge için ayrı ayrı elde edilen tahmin değerleri, 2005 yılı verileri kullanılarak belirlenen evren ortalamalarının kesin değerleri ve bu değerler kullanılarak belirlenen yanlılık miktarları Çizelge 6.6'da verilmiştir. Bölge adlarının altında yer alan değerler evren ortalamalarının kesin değerleridir. Bu değerlerle çeşitli kestiriciler yardımıyla her bölge için belirlenen ortalama verim miktarı tahminleri karşılaştırıldığında, mutlak değerce en az yanlılığa sahip olan kestiricinin MML kestiricisi olduğu görülmektedir. Her bölgeden farklı büyüklükte örneklem incelendiğinden diğer kestiriciler arasındaki sıralama değişmektedir. Özellikle örneklem hacmi  $n < 10$  olduğunda EKK kestirici ile Trim(0.1;0.1), TL(0.1) ve Win(0.1;0.1) ortalamalar aynı sonucu vermektedir. Şekil parametresi  $p$ 'nin değeri 10 olduğunda EKK kestiricisi iyi sonuçlar vermektedir. Bunun nedeni  $p > 10$  için uzun kuyruklu simetrik dağılımın Normal dağılıma yaklaşmasıdır.

Şu ana kadar her bir bölge için elde edilen sonuçlar üzerinde durulmuştur. Tabakalı örnekleme yöntemi uygulandığında, Türkiye'deki patates üretimine ilişkin verim miktarı tahmini Çizelge 6.4'te verilen tabaka oranları ve Çizelge 6.6'da verilen sonuçlar yardımıyla belirlenebilir. Türkiye'deki patates üretimine ilişkin verim miktarı tahmini için tabakalı örnekleme yöntemi uygulandığında elde edilen sonuçlar Çizelge 6.7'de verilmiştir. Çizelge 6.7'den görüleceği üzere, tabakalı örnekleme yöntemi uygulandığında patates üretimine ilişkin verim miktarını en az hata ile tahmin eden kestirici yine MML kestiricisidir.

**Çizelge 6.6.** Tüm Bölgeler için Patates Üretimine İlişkin Verim Miktarı Tahminleri ve Yanlılık Değerleri

Bölgeler Kestiriciler	Akdeniz (22385,4)		Doğu Anadolu (17402,4)		Ege (21760,4)		İç Anadolu (26761,8)		Karadeniz (18246,8)		Marmara (19541,6)	
	Tahmin	Yanlılık	Tahmin	Yanlılık	Tahmin	Yanlılık	Tahmin	Yanlılık	Tahmin	Yanlılık	Tahmin	Yanlılık
<b>EKK</b>	23333,3	947,9	16460,7	941,7	22107,1	346,7	26215,7	546,1	18194,5	52,3	19689,1	147,5
<b>Medyan</b>	22500,0	114,6	16500,0	902,4	20928,5	831,9	27500,0	738,2	20000,0	1753,2	20000,0	458,4
<b>Trim(0.1;0.1)</b>	23333,3	947,9	16562,5	839,9	22107,1	346,7	26618,5	143,3	18393,9	147,1	19689,1	147,5
<b>Win(0.1;0.1)</b>	23333,3	947,9	16600,0	802,4	22107,1	346,7	26469,8	292,0	18457,7	210,9	19689,1	147,5
<b>TL(0.1)</b>	23333,3	947,9	16566,7	835,8	22107,1	346,7	26889,3	127,5	18281,6	34,8	19689,1	147,5
<b>MML</b>	22301,5	83,9	16634,1	768,3	21735,7	24,7	26699,0	62,8	18239,2	7,6	19624,5	82,9
<b>W24</b>	23151,5	766,1	16495,2	907,2	21920,8	160,4	26385,1	376,7	18218,8	28,0	19642,7	101,1
<b>BS82</b>	23144,1	758,7	16496,7	905,7	21914,6	154,2	26390,5	371,3	18210,5	36,3	19640,8	99,2
<b>HL</b>	22500,0	114,6	16500,0	902,4	21678,5	81,9	26500,0	261,8	18392,8	146,0	20000,0	458,4



**Çizelge 6.7.** Türkiyede Patates Üretimine İlişkin Ortalama Verim Miktarı Tahminleri

<b>Kestiriciler</b>	<b>Tahmin Değeri</b>	<b>Yanlılık Miktarı</b>
EKK	21602,0	893,7
Medyan	21111,5	403,1
Trim(0.1;0.1)	21527,0	818,7
Win(0.1;0.1)	21605,6	897,2
TL(0.1)	21366,1	657,8
MML	20977,1	268,8
W24	21474,2	765,9
BS82	21470,0	761,7
HL	21372,5	664,2

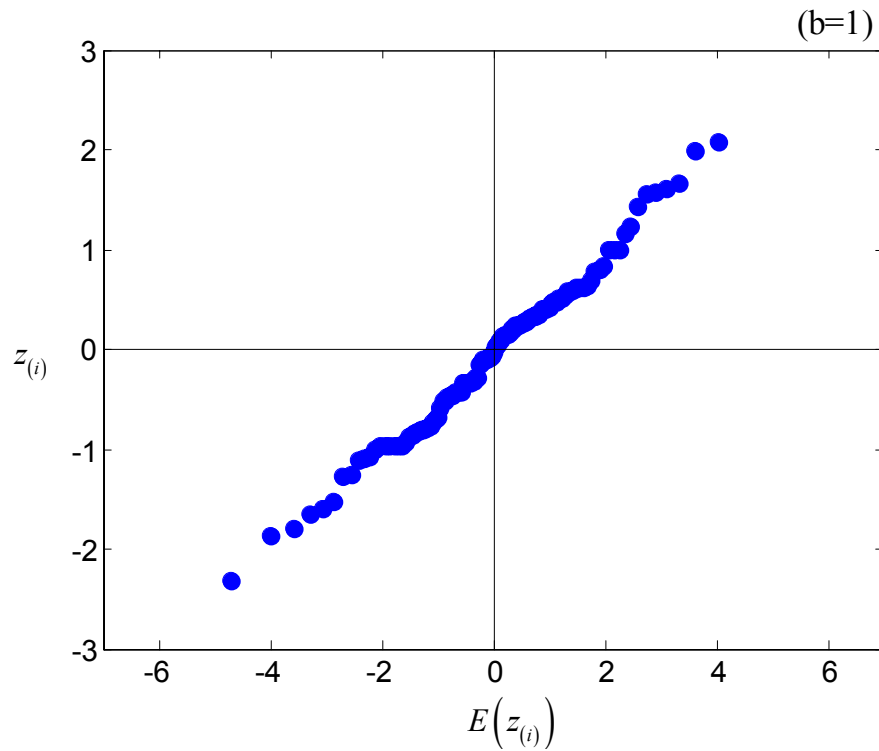
## 6.2. Türkiye'deki Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Verim Miktarının Tahmini

Bu kısımda, patates üretimine ilişkin verim miktarında olduğu gibi 2005 yılında Türkiye'deki 403 ilçeye ait şeker pancarı üretimine ilişkin verim miktarı verileri kullanılmıştır. Türkiye'deki şeker pancarı üretimine ilişkin verim miktarı ilk olarak basit rassal örnekleme daha sonra ise tabakalı örnekleme yönteminin uygulanması ile tahmin edilmiştir. Patates üretimine ilişkin verim miktarının tahmini için izlenen adımlar, şeker pancarı verim miktarının tahmininde de uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir.

### 6.2.1. Basit Rassal Örnekleme Yardımıyla Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Verim Miktarının Tahmini

Bu kısımda 2005 yılında Türkiye'deki 403 ilçeye ait şeker pancarı üretimine ilişkin verim miktarı basit rassal örnekleme yöntemiyle tahmin edilecektir. Basit rassal örnekleme yöntemiyle incelenmesi gereken örneklem hacminin belirlenebilmesi için 2004 yılına ait standart sapma değerleri kullanılmıştır. 2004 yılı şeker pancarı üretimine ait verim miktarına ilişkin standart sapma değeri 1039,72 olarak belirlenmiştir. Eşitlik (6.1)'de hoşgörü miktarı  $d_0 = 250$  kg/ha ve  $z_0 = 3$  alındığında, örneklem büyüklüğü  $n=112$  olarak bulunmuştur.

$n=112$  birimlik örneklem verileri kullanılarak süper evrenin dağılım şekli belirlenmiştir. Farklı şekil parametresine sahip uzun kuyruklu simetrik ve genelleştirilmiş lojistik dağılımlar için çizilen Q-Q grafiklerinden, Türkiye'deki şeker pancarı üretimine ilişkin verim miktarının  $b=1$  şekil parametrelili genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olduğu belirlenmiştir.  $b=1$  şekil parametresi için çizilen Q-Q grafiği Şekil 6.4'te verilmiştir.



**Şekil 6.4.** Türkiye'deki Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Verim Miktarı için Q-Q Grafiği

Türkiye'deki şeker pancarı üretimine ilişkin verim miktarının dağılım şekli belirlendikten sonra, Kısım 3.2'de ele alınan kestiriciler yardımıyla evren ortalaması tahmin edilmiştir.  $n=112$  birimlik örneklem verileri kullanılarak elde edilen tahmin değerleri Çizelge 6.7'de verilmiştir.

**Çizelge 6.8.** Türkiye’deki Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Ortalama Verim Miktarı

Tahminleri

<b>Kestiriciler</b>	<b>Tahmin Değeri</b>	<b>Yanlılık Miktarı</b>
EKK	44057,6	448,5
Medyan	44173,0	563,9
Trim(0.1;0.1)	43447,9	161,2
Win(0.1;0.1)	43588,0	21,1
TL(0.1)	43998,4	389,3
MML	43617,5	8,4
W24	43420,1	189,0
BS82	43417,2	191,9
HL	43512,0	97,1

Çizelge 6.8’de yer alan evren ortalamasının tahmin değerlerinden en küçük yanlılığa sahip olan kestiricinin MML kestiricisi olduğu görülmektedir. MML kestiricisinden sonra yanlılığı en az olan kestiriciler sırasıyla Win(0.1,0.1), Hodges Lehmann, Trim(0.1;0.1), W24, BS82 ve TL ortalamadır. Sadece medyanın yanlılık miktarı EKK kestiricisinden fazladır. Ancak bu yanlılık değerleri sadece bir tek örnekleme dayalı olarak elde edildiğinden, karar verirken Kısım 3.2’de elde edilen simülasyon sonuçları esas alınmalıdır. Kısım 3.2’de elde edilen sonuçlardan, süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda en etkin kestiricinin MML kestiricisi olduğu bilinmektedir.

**6.2.2. Tabakalı Örnekleme Yöntemiyle Türkiye’deki Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Verim Miktarının Tahmini**

Bu kısımda 2005 yılında Türkiye’deki 403 ilçede üretilen şeker pancarı üretimine ait verim miktarının coğrafi bölgelere göre değişeceği düşünülerek, herbir coğrafi bölge tabaka olarak benimsenmiştir. Örneklem hacminin belirlenebilmesi amacıyla 2004 yılına ait standart sapma değerleri kullanılmıştır. Çizelge 6.9’da tabakalarda bulunan ilçe sayıları ve her bir tabakadaki şeker pancarı üretimine ilişkin verim miktarının standart sapma değerleri verilmiştir.  $d_0 = 250$  kg/ha alındığında, örneklem büyüklüğü  $n=83$  bulunmuştur. Orantılı dağıtım altında herbir tabaka için örneklem büyüklükleri belirlenmiş ve Çizelge 6.10’da verilmiştir.

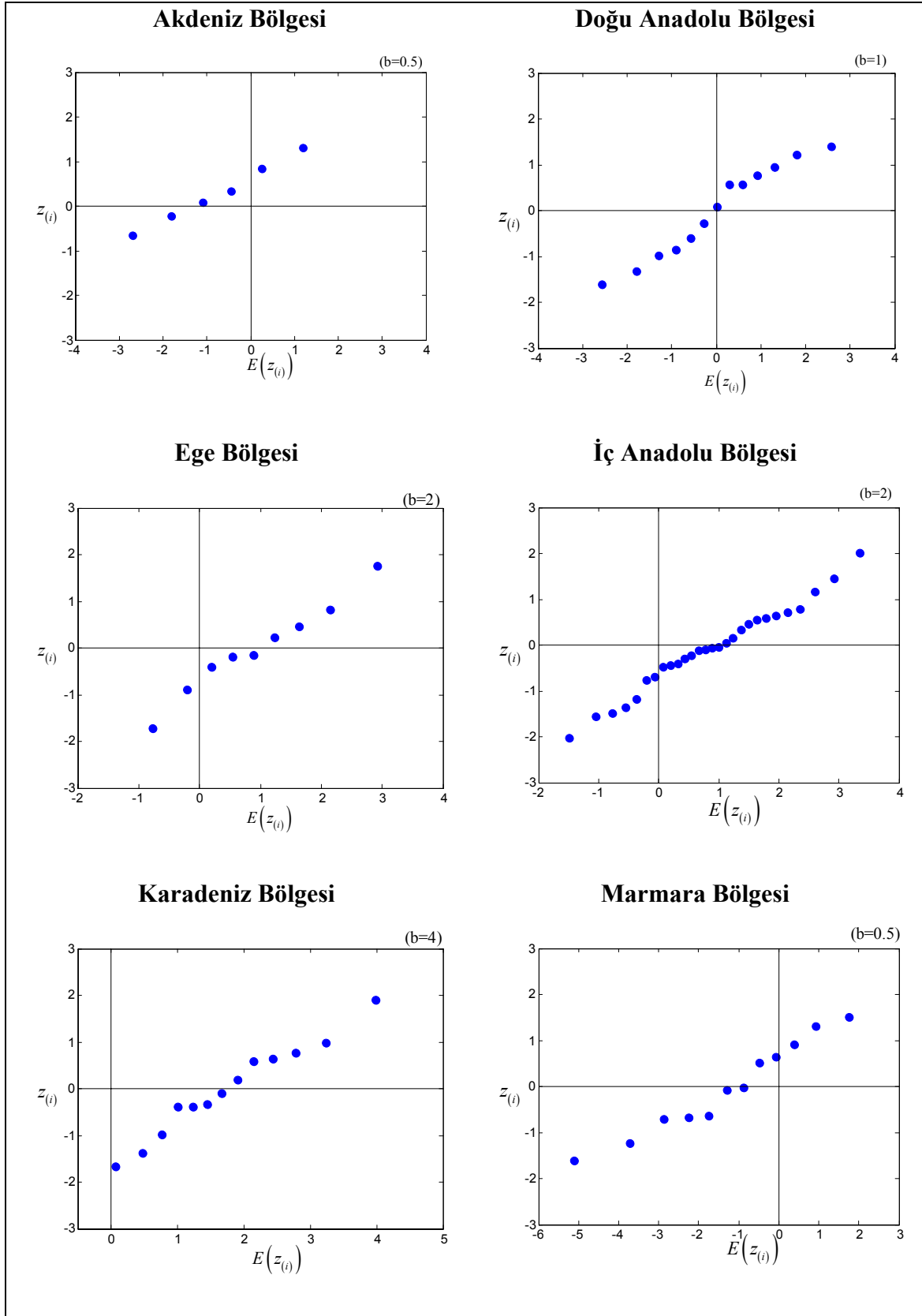
**Çizelge 6.9.** Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Verim Miktarına ait Evren Bilgileri

<b>Bölge Adı (Tabaka)</b>	<b>Üretim yapılan ilçe sayısı</b>	<b>Standart Sapma</b>
Akdeniz	32	615,603
Doğu Anadolu	65	1074,97
Ege	46	672,085
İç Anadolu	139	878,366
Karadeniz	65	680,771
Marmara	56	923,367
<b>TOPLAM</b>	<b>403</b>	

**Çizelge 6.10.** Tabakalara Göre Örneklem Büyüklükleri

<b>Bölge Adı (Tabaka)</b>	<b>Üretim yapılan ilçe sayısı</b>	<b>Tabaka Oranı</b>	<b>Örneklem Büyüklüğü</b>
Akdeniz	32	0,08	7
Doğu Anadolu	65	0,16	13
Ege	46	0,11	9
İç Anadolu	139	0,34	29
Karadeniz	65	0,16	13
Marmara	56	0,14	12
<b>TOPLAM</b>	<b>403</b>	<b>1,00</b>	<b>83</b>

Patates üretimine ilişkin ortalama verim miktarı tahmininde olduğu gibi, burada da her coğrafi bölge ayrı bir evren olarak düşünülmüştür. Her coğrafi bölgedeki şeker pancarı üretimine ait verim miktarının uygun olduğu olasılık dağılımı Q-Q grafiği yardımıyla belirlenmiştir. Coğrafi bölgelere ait Q-Q grafikleri Şekil 6.5'te verilmiştir. Şekil 6.5'ten görülebileceği gibi, Akdeniz Bölgesindeki şeker pancarı üretimine ait verim miktarı  $b=0.5$ , Doğu Anadolu Bölgesi  $b=1$ , Ege ve İç Anadolu Bölgesi  $b=2$ , Karadeniz Bölgesi  $b=4$  ve Marmara Bölgesi  $b=0.5$  şekil parametrelili genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahiptir.



Şekil 6.5. Bölgelere Göre Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Verim Miktarına ait Q-Q Grafikleri

Tüm bölgeler için şeker pancarı üretimine ait verim miktarının olasılık dağılımı belirlendikten sonra, ele alınan kestiriciler yardımıyla her bölge için şeker pancarı üretimine ilişkin ortalama verim miktarı tahmin edilmiştir. Tahmin değerleri ve buna bağlı olarak belirlenen yanlılık miktarları Çizelge 6.11’de verilmiştir. Çizelge 6.11 incelendiğinde evren ortalaması için en az yanlılığa sahip olan kestiricinin MML kestiricisi olduğu görülmektedir. Bir tek örneklem incelenerek elde edilen bu tahmin değerlerinden hangisinin kullanılacağına karar verilirken, Kısım 4.2’de süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumu için elde edilen sonuçlardan faydalanılmalıdır. Süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda evren ortalaması için en etkin kestiricinin MML kestiricisi olduğu belirlenmiş olduğundan, şeker pancarı üretim verimliliği ile ilgili olarak yürütülecek çalışmalarda MML kestiricinin kullanılması daha faydalı olacaktır.

Tabakalı örnekleme yöntemi uygulandığında, her bir bölge için elde edilen sonuçlardan Türkiye’deki şeker pancarı üretimine ilişkin ortalama verim miktarı tahmin edilebilir. Türkiye’deki şeker pancarı üretimine ilişkin verim miktarının ortalamasının farklı kestiriciler yardımıyla elde edilen tahmin değerleri Çizelge 6.12’de verilmiştir. Çizelge 6.12’den görüleceği üzere, tabakalı örnekleme yöntemi uygulandığında şeker pancarı üretimine ilişkin verim miktarı ortalamasını en az hata ile tahmin eden kestirici yine MML kestiricisidir.

**Çizelge 6.11.** Tüm Bölgeler için Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Ortalama Verim Miktarı Tahminleri ve Yanlılık Değerleri

Bölgeler Kestiriciler	Akdeniz		Doğu Anadolu		Ege		İç Anadolu		Karadeniz		Marmara	
	Tahmin	Yanlılık	Tahmin	Yanlılık	Tahmin	Yanlılık	Tahmin	Yanlılık	Tahmin	Yanlılık	Tahmin	Yanlılık
<b>EKK</b>	40173,9	2108,8	33599,1	289,2	44242,7	1398,6	48561,2	2063,1	43972,6	3348,6	49120,3	3452,2
<b>Medyan</b>	40667,0	1615,7	34716,0	827,8	43439,0	594,9	48013,0	1514,9	43096,0	2472,0	48544,5	4028,0
<b>Trim(0.1;0.1)</b>	40173,9	2108,8	33814,7	73,5	44242,7	1398,6	48381,5	1883,4	43748,1	3124,1	49231,6	3340,9
<b>Win(0.1;0.1)</b>	40173,9	2108,8	33697,0	191,2	44242,7	1398,6	48389,2	1891,1	43515,6	2891,6	49310,3	3262,2
<b>TL(0.1)</b>	40173,9	2108,8	34030,6	142,4	44242,7	1398,6	48491,3	1993,2	43957,9	3333,8	49031,6	3540,9
<b>MML</b>	42796,7	514,1	33870,3	17,9	42488,4	355,7	45695,7	802,4	39073,1	1550,9	54637,9	2065,4
<b>W24</b>	40302,9	1979,7	33671,1	217,2	44218,1	1374,0	48489,7	1991,6	43940,6	3316,5	49109,7	3462,8
<b>BS82</b>	40308,4	1974,3	33673,2	215,1	44219,1	1375,0	48485,9	1987,8	43939,5	3315,5	49109,6	3462,9
<b>HL</b>	40613,0	1669,7	33483,0	405,2	44411,5	1567,4	48464,0	1965,9	44095,5	3471,5	48893,3	3679,3

**Çizelge 6.12.** Türkiye için Şeker Pancarı Üretimine İlişkin Ortalama Verim

Miktarı Tahminleri

<b>Kestiriciler</b>	<b>Tahmin Değeri</b>	<b>Yanlılık Miktarı</b>
EKK	43879,7	692,8
Medyan	43602,2	415,3
Trim(0.1;0.1)	43832,8	645,9
Win(0.1;0.1)	43790,4	603,5
TL(0.1)	43910,2	723,3
MML	42954,2	232,7
W24	43868,0	681,0
BS82	43867,4	680,4
HL	43869,7	682,8

**6.3. Guava Meyvesi Üretimine İlişkin Verim Miktarının Tahmini**

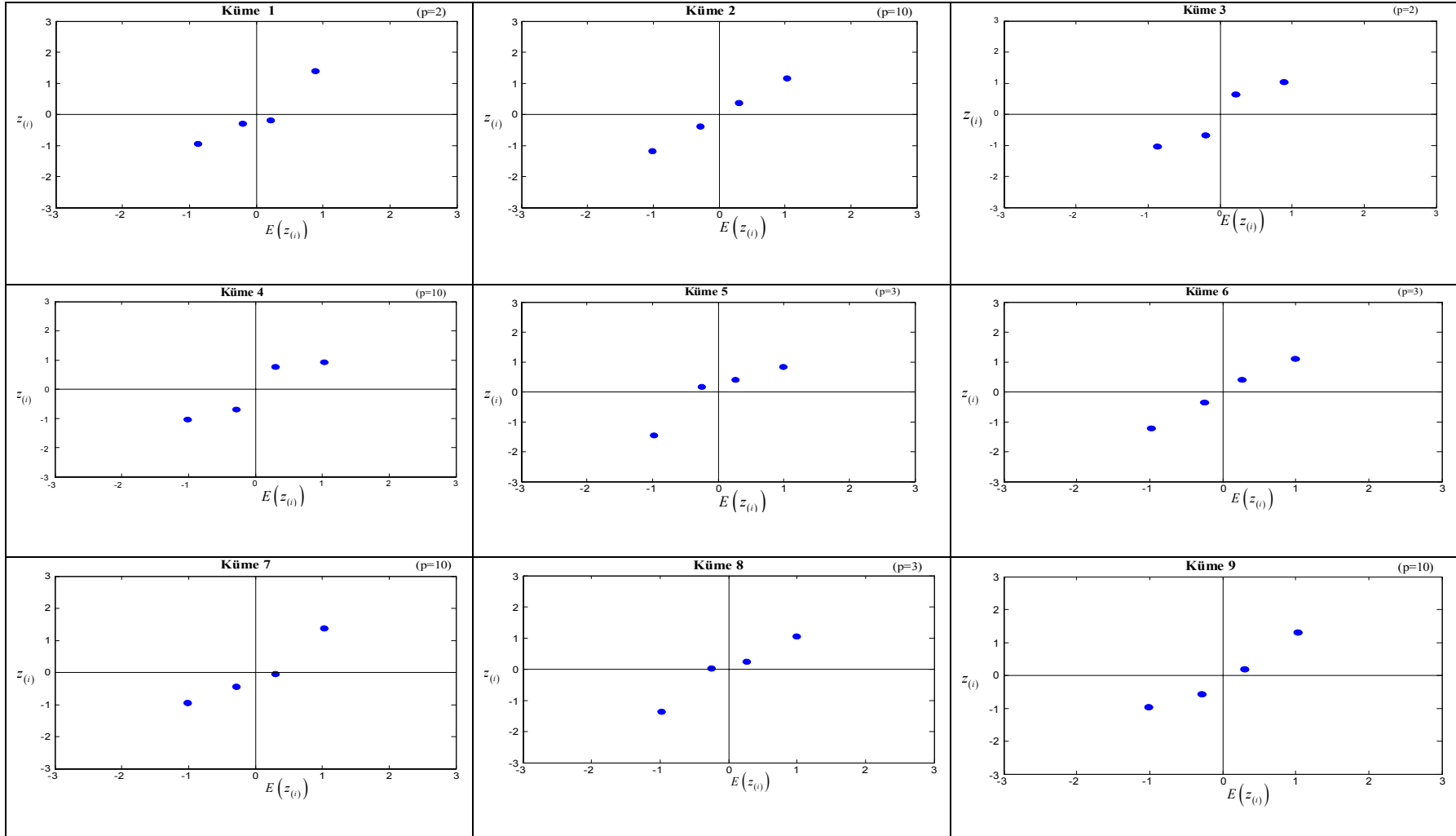
Uygulamanın bu kısmında, küme örnekleme yöntemi kullanılarak Hindistan’da yetiştirilen guava meyvesine ilişkin verim miktarı tahmin edilecektir. Guava meyvesi Güney Amerika ve Batı Hindistanda yetişen ve ağırlığı 60-65 gram arasında değişen tropikal bir meyvedir. Uttar Pradesh (Hindistan)’ın Allahabad bölgesinde IASRI tarafından guava meyvesi üretim verimliliği çalışması yapılmaktadır. IASRI tarafından yürütülen pilot bir çalışma sonucunda 412 guava ağacı yetiştirilmiştir. 412 guava ağacı her kümede 4’er ağaç olacak şekilde 103 kümeye ayrılmış ve bu kümelerden rassal olarak 9 tanesi seçilmiştir. Seçilen 9 kümedeki her ağaç için elde edilen guava miktarı kg olarak Çizelge 6.13’te verilmiştir (Singh and Chaudhary, 2002).



**Çizelge 6.13.** Guava Meyvesi Üretimine İlişkin Verim Miktarları (kg/ağaç)

<b>Küme</b>	<b>1. Ağaç</b>	<b>2. Ağaç</b>	<b>3. Ağaç</b>	<b>4. Ağaç</b>
<b>1</b>	5,53	4,84	0,69	15,79
<b>2</b>	11,08	0,65	4,21	7,56
<b>3</b>	12,66	32,52	16,92	37,02
<b>4</b>	54,21	34,63	52,55	37,96
<b>5</b>	1,94	35,97	29,54	25,98
<b>6</b>	37,94	47,07	16,94	28,11
<b>7</b>	56,92	17,69	26,24	6,77
<b>8</b>	27,59	38,1	24,76	6,53
<b>9</b>	14,23	16,89	28,93	21,7

412 guava ağacı için ortalama verim miktarının tahmin edilebilmesi için seçilen 9 kümedeki verilerden yararlanılmıştır. Her kümedeki guava meyvesi verim miktarının uygun olduğu olasılık dağılımının belirlenebilmesi amacıyla Q-Q grafikleri çizilmiştir. Guava meyvesi verim miktarının farklı şekil parametrelerine sahip uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olduğu belirlenmiştir. Her kümedeki guava meyvesi verim miktarına ilişkin Q-Q grafikleri Şekil 6.6'da verilmiştir.



**Şekil 6.6.** Kümelere Göre Guava Meyvesi Verim Miktarına ait Q-Q Grafikleri

Seçilen 9 kümede yer alan 4'er ağaçtan elde edilen guava meyvesine ilişkin verim miktarları kullanılarak, ağaç başına guava üretim miktarları ele alınan kestiriciler yardımıyla belirlenmiştir. Kümeler için elde edilen sonuçlar Çizelge 6.14'te verilmiştir.

Çizelge 6.14'teki sonuçlardan yararlanarak 412 ağaç için ortalama guava meyvesi üretimine ilişkin verim miktarı tahmin edilebilir. Süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda küme örnekleme yöntemi için geçerli olan formüller kullanılarak, 412 ağaçlık bahçedeki guava meyvesine ilişkin ortalama verim miktarları belirlenmiş ve Çizelge 6.15'te verilmiştir.

Çizelge 6.15'te verilen sonuçlardan hangisinin evren ortalaması için kullanılacağına karar verebilmek için Kısım 5.1'de elde edilen simülasyon sonuçlarından yararlanılabilir. Bilindiği gibi küme örnekleme yönteminde süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda, evren parametreleri için en etkin kestirici MML kestiricisidir. Bu nedenle çalışmanın devamında ve alınacak kararlarda Çizelge 6.15'te MML kestiricisi için elde edilen sonuçtan yararlanılması uygun olacaktır.

**Çizelge 6.14.** Seçilen 9 küme için Guava Meyvesi Verim Miktarı Ortalamaları

<b>Küme</b>	<b>Şekil Parametresi (<math>p</math>)</b>	<b>EKK</b>	<b>Medyan</b>	<b>Trim(0.1;0.1)</b>	<b>Win(0.1;0.1)</b>	<b>TL(0.1)</b>	<b>MML</b>	<b>W24</b>	<b>BS82</b>	<b>Hodges Lehmann</b>
<b>1</b>	2	6,71	5,19	6,71	6,71	6,71	5,14	5,82	5,76	5,36
<b>2</b>	10	5,88	5,89	5,88	5,88	5,88	5,88	5,88	5,88	5,88
<b>3</b>	2	24,78	24,72	24,78	24,78	24,78	24,72	24,78	24,78	24,78
<b>4</b>	10	44,84	45,25	44,84	44,84	44,84	44,87	44,85	44,85	44,84
<b>5</b>	3	23,36	27,76	23,36	23,36	23,36	25,29	26,66	26,92	26,87
<b>6</b>	3	32,52	33,03	32,52	32,52	32,52	32,74	32,57	32,57	32,52
<b>7</b>	10	26,90	21,97	26,91	26,91	26,91	26,49	25,17	25,09	24,10
<b>8</b>	3	24,25	26,18	24,25	24,25	24,25	25,09	24,80	24,83	25,47
<b>9</b>	10	20,44	19,30	20,44	20,44	20,44	20,34	20,24	20,24	20,44

**Çizelge 6.15.** Guava Meyvesi Üretimine İlişkin Ortalama Verim Miktarı Tahminleri

<b>Kestiriciler</b>	<b>Tahmin Değeri (kg/ağaç)</b>
EKK	23,298
Medyan	23,254
Trim(0.1;0.1)	23,299
Win(0.1;0.1)	23,299
TL(0.1)	23,299
MML	23,396
W24	23,419
BS82	23,436
HL	23,362

## BÖLÜM 7

### SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, öncelikle örnekleme kuramındaki iki farklı yaklaşımdan başlayarak, örnekleme alanında parametre kestirimi, kestiricilerin etkinlik kriterleri ele alınmıştır. Örnekleme alanında yaygın olarak kullanılan EKK kestiricileri, sadece normal dağılım varsayımı altında etkin kestiricilerdir. EKK kestiricileri varsayılan modelden sapmalara veya verilerde bulunan aykırı gözlem değerlerine karşı aşırı duyarlıdır. Bu nedenle sağlam kestiricilerin kullanılması gerekmektedir. Sağlam kestiricilerin kullanılmasının gerekliliği birinci bölümde ayrıntılı olarak vurgulanmıştır.

İkinci bölümde, ilk olarak sağlam kestirici sınıfları tanımlanmıştır. L, M ve R kestiricilerinin tanımlamaları yapıldıktan sonra, bu kestiricilerin bazı özel halleri ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Daha sonra evren ortalamasının EKK kestiricisi ile ele alınacak sağlam kestiriciler hakkında temel bilgiler verilmiştir.

Üçüncü bölümde, süper evrenin dağılımının uzun kuyruklu simetrik ve genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda basit rassal örnekleme yönteminde parametre kestirimi konusu ele alınmıştır. Süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda evren ortalamasının EKK ve sağlam kestiricileri MSE kriteri bakımından karşılaştırılmıştır. Bunun için Monte-Carlo simülasyonundan yararlanılmıştır. 10000 iterasyonluk Monte-Carlo simülasyon sonuçlarına göre, basit rassal örneklemede süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda en etkin kestiricinin MML kestiricisi olduğu belirlenmiştir. EKK kestiricisinin ise bir çok durumda etkinliğini kaybettiği görülmüştür. Ayrıca  $\bar{y}_n$  EKK kestiricisinin oransal etkinlik değerinin  $n$  örneklem hacmi arttıkça azaldığı belirlenmiştir. Bu durum  $\bar{y}_n$  EKK kestiricisinin iyi özelliklere sahip bir kestirici olmadığını göstermektedir. Şekil parametresi  $p=10$  için MML kestiricisine ait sonuçların EKK kestiricisine ait sonuçlara yaklaştığı görülmüştür.

Bunun nedeni ise uzun kuyruklu simetrik dağılımın  $p \geq 10$  için Normal dağılıma yaklaşmasıdır.

Ayrıca üçüncü bölümde süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda sonlu evren modunun tahmini üzerinde durulmuştur. Süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda parametre tahmini,  $\sigma$  ölçek parametresinin bilindiği ve bilinmediği durum başlıkları altında incelenmiştir. Basit rassal örnekleme yönteminde,  $\sigma$ 'nın bilindiği durumda evren modunun tahmini için EKK ve sağlam kestiriciler ele alınmıştır. İlk olarak ele alınan bu kestiriciler için MSE eşitlikleri elde edilmiştir. Daha sonra kestiriciler etkinlikleri bakımından Monte-Carlo simülasyonu ile karşılaştırılmıştır. 10000 iterasyonluk Monte-Carlo simülasyon sonuçlarına göre, süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda tüm örneklem hacimleri ve şekil parametrelerinde sonlu evren modu için en iyi kestiricinin MML kestiricisi olduğu görülmüştür. Çarpık bir dağılım olan genelleştirilmiş lojistik dağılım için en kötü sonuçlar medyan, W24, BS82, EKK kestiricileri için elde edilmiştir. Küçük örneklem hacimlerinde kötü olmalarına rağmen, örneklem hacmi büyüdükçe trimmed ortalama, winsorize ortalama ve TL ortalama, EKK kestiricilerine göre daha iyi sonuç vermektedir. Şekil parametresi  $b=0,5$ ; için Trim(0,2;0,1) ve Win(0,2;0,1) ortalamalar daha iyi sonuç verirken,  $b=4$  ve 10 için Trim(0,1;0,2) ve Win(0,1;0,2) ortalamalar daha iyi sonuç vermektedir. Bunun nedeni şekil parametresinin aldığı değere göre dağılımın çarpıklığının değişmesidir. Tüm sonuçlar bir arada değerlendirildiğinde, süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda, sonlu evren modu için en iyi kestiricinin MML kestiricisi olduğu belirlenmiştir.  $\sigma$ 'nın bilinmediği durum için ise evren modunun tahmini için izlenmesi gereken adımlar kısaca açıklanmıştır. Son olarak veri setinin aykırı değer içermesi veya varsayılan modelden sapmalar olması durumunda da ele alınan kestiriciler etkinlikleri bakımından karşılaştırılmıştır. Uzun kuyruklu simetrik dağılım için 4, genelleştirilmiş lojistik dağılım için 5 farklı model oluşturulmuştur. Uzun kuyruklu simetrik dağılım için Monte-Carlo simülasyonu yardımıyla elde edilen sonuçlardan, dağılımın yanlış olarak belirlenmesi halinde en etkin kestiricilerin MML ve Hodges-Lehmann olduğu, tüm sağlam kestiricilerin EKK kestiricisinden etkin

olduğu görülmüştür. Veri setinde aykırı değer bulunması durumunda da EKK kestiricisi etkinliğini kaybettiği, aykırı değerlerden en az etkilenen kestiricilerin ise sırasıyla MML, TL ortalama, Hodges-Lehmann, Trim(0.1;0.1), BS82 ve W24 kestiricileri olduğu saptanmıştır. Karma modelde örneklem hacmi  $n \geq 10$  olduğunda medyan dışındaki tüm sağlam kestiricilerin EKK kestiricisinden daha etkin olduğu belirlenmiştir. Karma modelde en etkin kestiriciler sırasıyla MML, trimmed ortalama, Hodges-Lehmann, TL ortalama, W24 ve BS82 kestiricileridir. Contamination modelde  $n \geq 10$  olduğunda ise medyan dışındaki tüm sağlam kestiriciler EKK kestiricisinden etkindir. Bu modelde evren ortalamasının en etkin kestiricileri sırasıyla MML, trimmed, Hodges-Lehmann, TL ortalama, W24 ve BS82'dir. Tüm modeller için elde edilen sonuçlar birlikte değerlendirildiğinde, varsayılan modelden sapmalar oduğunda veya veri seti aykırı değer içerdiğinde EKK kestiricisinin etkinliğini kaybettiği görülmektedir. Sağlam kestiriciler içerisinde ise bu durumdan en az etkilenenin MML ve Hodges-Lehmann kestiricileri olduğu görülmektedir. Genelleştirilmiş lojistik dağılım için oluşturulan modellerde de benzer olarak, EKK kestiricisinin etkinliğini kaybettiği görülmektedir. Sağlam kestiriciler içerisinde ise bu durumdan en az etkilenenin MML ve Hodges-Lehmann kestiricileri olduğu görülmektedir. Medyan ise bir çok durumda EKK kestiricisinden daha kötü sonuçlar vermektedir.

Dördüncü bölümde, tabakalı örnekleme yönteminde parametre tahmini konusu ele alınmıştır. Basit rassal örnekleme yönteminde olduğu gibi, süper evrenin uzun kuyruklu simetrik ve genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumu ayrı ayrı incelenmiştir. İlk olarak, tabakalı örnekleme yönteminde süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumu ele alınmıştır. Tabakalı örnekleme yönteminde evren ortalamasının EKK ve sağlam kestiricileri elde edilerek, bu kestiricilerin MSE eşitlikleri belirlenmiştir. Daha sonra bu kestiriciler MSE kriterine göre Monte-Carlo simülasyonu ile karşılaştırılmıştır. Kestiricilerin karşılaştırılabilmesi için 4 farklı model oluşturulmuştur. Bu modeller için elde edilen sonuçlardan, süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda, tabakalı örnekleme yönteminde evren ortalamasının en etkin kestiricilerinin MML ve Hodges-Lehmann kestiricileri olduğu belirlenmiştir. Tüm örneklem hacimlerinde medyan, EKK kestiricisinden daha kötü sonuç vermiştir. Birbirine uzak iki şekil parametresi için elde edilen oransal



etkinlik değerlerinin, birbirine yakın olan iki şekil parametresi için elde edilen oransal etkinlik değerlerinden daha küçük olduğu görülmüştür. Tabakalı örnekleme yönteminde, tabakaların kendi aralarında olabildiğince farklı olması istenir. Elde edilen bu sonuç, tabakaların doğru bir şekilde oluşturulması halinde, sağlam kestiricilerin EKK kestiricilerine olan oransal etkinliklerinin daha da artacağını göstermektedir.

Tabakalı örnekleme yönteminde de süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumu ayrıca ele alınmıştır. Süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda evren modunun EKK ve sağlam kestiricileri elde edilerek, bu kestiricilerin MSE eşitlikleri belirlenmiştir. Tabakalı örnekleme yönteminde evren modunun en etkin kestiricisinin belirlenebilmesi için ele alınan kestiriciler MSE kriteri bakımından karşılaştırılmıştır. 4 farklı model için simülasyonla elde edilen sonuçlardan, evren modunun en etkin kestiricisinin MML kestiricisi olduğu belirlenmiştir. MML kestiricisini, trimmed ortalamalar, winsorize ortalamalar, TL ortalama ve Hodges-Lehmann kestiricisi izlemiştir. Süper evrenin genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda tabakalı rassal örneklemede sonlu evren modunun EKK kestiricisinin etkinliğini kaybettiği görülmüştür.

Beşinci bölümde, küme örnekleme yöntemi ele alınmıştır. Küme örneklemede parametre tahmini konusu, süper evrenin uzun kuyruklu simetrik ve genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumu olarak iki başlık halinde incelenmiştir. Süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda evren toplamının kestiricileri, iki aşamalı ve üç aşamalı küme örnekleme için elde edilmiştir. Bu kestiricilere ait MSE eşitlikleri kullanılarak, küme örneklemede evren toplamının en etkin kestiricisi oluşturulan 6 model yardımıyla belirlenmiştir. Süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumunda küme örnekleme yönteminde evren toplamının en etkin kestiricisi yine MML kestiricisidir. Bunu Hodges-Lehmann, W24 ve BS82 kestiricileri izlemektedir. L kestiricileri olan medyan, trimmed ortalama, winsorize ortalama ve TL ortalamanın etkinlikleri ise örneklem hacmine göre değişmektedir. EKK kestiricisinin evren toplamı için etkin bir kestirici olmadığı belirlenmiştir. Şekil parametresi  $p > 10$  için MML kestiricisinin etkinliğinde EKK kestiricisine yaklaştığı görülmektedir. Bunun nedeni ise simetrik dağılımın  $p > 10$

için normal dağılıma yaklaşmasıdır. İki ve üç aşamalı küme örnekleme için elde edilen sonuçlar,  $k$ -aşamalı küme örnekleme için genelleştirilmiştir.

Küme örnekleme yönteminde süper evrenin uzun kuyruklu simetrik dağılıma sahip olması durumuna benzer olarak, genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olması durumunda da evren toplamının kestiricileri iki ve üç aşamalı küme örnekleme için elde edilmiştir. Evren toplamının kestiricilerine ait MSE eşitlikleri belirlenerek, oluşturulan 6 farklı model yardımıyla bu kestiriciler karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde tüm durumlarda EKK kestiricisinin etkinliğini kaybettiği, MML kestiricisinin en etkin kestirici olduğu görülmüştür. Şekil parametresinin değeri büyüdükçe en etkin kestiricinin MML kestirici olduğu, bunu Trim(0.1;0.2) ve Win(0.1;0.2) kestiricilerinin izlediği, daha sonra Trim(0.1;0.1), Hodges-Lehmann, Win(0.1;0.1) ve TL-ortalamanın geldiği belirlenmiştir. Medyan, W24 ve BS82 kestiricilerinin ise sadece bazı durumlarda EKK kestiricisinden daha etkin olduğu görülmüştür. Şekil parametresinin değeri büyüdükçe Trim(0.1;0.2) ve Win(0.1;0.2) kestiricileri, Trim(0.1;0.1) ve Win(0.1;0.1) kestiricilerinden daha iyi sonuç vermektedir. Bunun nedeni ise dağılımın çarpıklığına göre seçilmiş olan budanma ve winsorize oranıdır. Kümeler arası varyansın küme içi varyansa oranı olan  $\sigma_B/\sigma_i$  'nın iki farklı değeri için elde edilen sonuçlara bakıldığında ise tüm kestiricilerin aynı şekilde MSE değerlerinin arttığı görülmektedir. Küme örnekleme yönteminde kümelerin oluşturulması sırasındaki hatalar tüm kestiricileri aynı şekilde etkilemektedir. Seçilen küme oranı azaldıkça, tüm kestiricilerin MSE değerinin arttığı görülmüştür. Elde edilen bu sonuçlar  $k$ -aşamalı küme örneklemesine genelleştirilmiştir.

Ayrıca, Üçüncü, Dördüncü ve Beşinci Bölümlerde elde edilen simülasyon sonuçları örneklem hacminin belirlenmesi amacıyla kullanılabilir. EKK kestiricisi kullanılarak yapılacak olan bir çalışma için belirlenen örneklem hacmi ve bu bölümlerde verilen oransal etkinlik değerleri kullanılarak, sağlam kestiricilerle yürütülecek bir çalışma için incelenmesi gereken örneklem hacmi belirlenebilir.

Son olarak, uygulama bölümünde geleceğin en önemli yakıtı olarak görülen biyoyakıt konusu üzerinde durulmuştur. Ülkemizde hali hazırda biyoyakıt üretimi yapan tesisler yok denecek kadar azdır. Şu anda enerji kaynaklarının bir çoğunu dışarıdan almak zorunda kalan ülkemiz için bu yeni enerji kaynağını değerlendirmek ülke ekonomisi için çok yararlı olacaktır. Biyoyakıt üretiminde kullanılan bitkilerin biyoethanol verimlilikleri kadar, üretim verimlilikleri de yapılacak yatırımlar için önemlidir. Biyoyakıt üretimi için Türkiye’de yetiştirilen patates ve şeker pancarı bitkilerinin üretim verimliliğini tahmin etmek, yatırımların yapılacağı yer konusunda önemli bir bilgi sağlayacaktır. Bu nedenle uygulamanın ilk iki bölümünde, biyoyakıt üretiminde kullanılan patates ve şeker pancarı bitkilerinin üretim verimliliği basit rassal örnekleme ve tabakalı örnekleme yöntemleri kullanılarak tahmin edilmiştir. Bu amaçla ilçe bazında üretilen şeker pancarı ve patates üretim verimlilikleri TÜİK tarafından yapılan ve son olarak yayınlanan 2005 yılı genel tarım sayımı sonuçlarından elde edilmiştir. 2005 yılı verilerinin tamamı bilinmesine rağmen, elde edilen tahminlerin yanlışlık miktarlarının belirlenebilmesi amacıyla sadece seçilen örnekleme verilerinin bulunduğu varsayılmıştır. Basit rassal örnekleme yönteminde Türkiye’deki tüm ilçelerde ilgili ürünün üretim verimliliğinin homojen olduğu kabul edilmiş ve ilçeler tüm Türkiye’den rassal olarak seçilmiştir. Seçilen ilçelerdeki ilgili ürünün üretim verimliliği değerleri yardımıyla, Türkiye’deki ortalama üretim verimliliği tahmin edilmiştir. Tabakalı örnekleme yönteminde ise, coğrafi bölgelere göre ürün verimliliğinin değişeceği düşünülmüş ve coğrafi bölgeler tabaka olarak benimsenmiştir. Bu tabakalardan orantılı dağıtımla örneklem seçilmiş, ilk olarak her coğrafi bölgedeki üretim verimliliği tahmin edilmiştir. Daha sonra her tabaka için elde edilen tahmin değerleri kullanılarak Türkiye’nin tamamındaki üretim verimliliği elde edilmiştir. Patates üretim verimliliğinin uzun kuyruklu simetrik dağılıma, şeker pancarı üretim verimliliğinin ise genelleştirilmiş lojistik dağılıma sahip olduğu belirlenmiştir. İlgilenilen ürünün Türkiye genelinde ortalama üretim verimliliği hem basit rassal örnekleme yönteminde, hemde tabakalı örnekleme yönteminde en az yanlışlıkla MML kestiricisi tarafından tahmin etmiştir. Tabakalı örnekleme yönteminde ise her coğrafi bölge için ilgili ürünün ortalama üretim verimliliği tahmin değerleri incelendiğinde, en küçük yanlışlığa sahip olan kestiricinin MML kestiricisi olduğu görülmektedir. MML kestiricisinden sonra yanlışlığı en az olan kestiriciler sırasıyla Win(0.1,0.1), Hodges Lehmann, Trim(0.1;0.1),

W24, BS82 ve TL ortalamadır. EKK kestirici ise uygulamada da en fazla yanlılığa sahip kestiricilerdendir. Ancak bu yanlılık değerleri sadece bir tek örnekleme dayalı olarak elde edildiğinden, karar verirken Kısım 3.1 ve 3.2’de elde edilen simülasyon sonuçları esas alınmalıdır. Uygulamanın üçüncü bölümünde ise, Hindistan’da yetiştirilen tropikal bir meyvenin (guava) üretim verimliliği, küme örnekleme yardımıyla tahmin edilmiştir.

Sonuç olarak, örnekleme alanında yaygın olarak kullanılan EKK kestiricisi normal dağılım varsayımının sağlanmaması veya veri setinde aykırı değer bulunması durumunda etkinliğini kaybetmektedir. Bu durumda, uygulamada EKK kestiricisi tercih edilmemelidir. Hangi durumda hangi kestiricinin tercih edileceğine karar verilirken, daha önceki bölümlerde elde edilen simülasyon sonuçlarından yararlanılabilir.

**KAYNAKLAR**

- Abromowitz, M. and Stegun, I.A., 1985, Handbook of mathematical functions, Dover, New York, 63 p.
- Adeeb, Z., 2004, The-History and Development of Bioethanol as an Alternative Fuel, Energy Educ Sci. Sci Technol., 13, 81-88.
- Agresti, A., 1996, Categorical data analysis, John Wiley, New York, 359 p.
- Balakrishnan, N. and Leung, M.Y., 1988, Means, variances and covariances of order statistics, BLUE's for the type I generalized logistic distribution, and applications, Comm. Statist. Simula., 17(1), 51-84.
- Barnett, V. and Levis, T., 1994, Outliers in statistical data, Wiley & Sons Co., New York, 584 p.
- Binder D.A. and Roberts, G.R., 2001, Can informative designs be ignorable? Newsletter of the Survey Research Methods Section (ASA), 12, 1-3.
- Blottnitz, H.V. and Curran, M.A., 2007, A review of assesments conducted on bioethanol as a transportation fuel from a net energy, greenhouse gas, and environmental life cycle perspective, Journal of Cleaner Production, 15,607-619.
- Cassel, C., Sarndal, C. and Wretman, H.H., 1977, Foundations of inference in survey sampling, Wiley, New York., 192 p.
- Cochran, W.G., 1939, The use of the analysis in enumeration by sampling, J. Amer. Statist. Assoc., 34, 492-510.
- Cochran, W.G., 1946, Relative accuracy of systematic and stratified random samples for a certain class of populations, Ann. Math. Statistics, 17, 164-177.
- Cochran, W.G., 1977, Sampling techniques, J. Wiley & Sons, New York, 428 p.
- Çıngı, H., 1994, Örnekleme kuramı, H.Ü. Fen Fakültesi Basımevi, Beytepe,280 s.

**KAYNAKLAR (Devam Ediyor)**

- Daniel, C., 1920, Observations weighted according to order, Amer. J. Math, 42, 222-236.
- Demirbaş, A., 2007, Progress and recent trends in biofuels, Progress in Energy and Combustion Science, 33, 1-18.
- Demirbaş, M.F. and Balat, M., 2006, Recent advances on the production and utilization trends of bio-fuels: A global perspective, Energy Conversion & Management, 47, 2371-2381.
- Deming, W. E. and Stephan, F.F., 1941, On the interpretation of censuses as samples, J. Am. Statist. Assoc., 36, 45-9.
- Deming, W.E., 1953, On the distinction between enumerative and analytic survey, JASA, 48, 244-255.
- Elamir, E.A.H. and Seheult, A.H., 2003, Trimmed L-moments, Comput. Stat. Data. An., 43, 299-314.
- Erdin, E., řirin, G. ve Alten, A., 2002, Biyoktle enerjisi ve Avrupa Birlięi, [www.deu.edu.tr/erdin/pubs/biyoenerji2002.pdf](http://www.deu.edu.tr/erdin/pubs/biyoenerji2002.pdf).
- Ericson, W.A., 1969, Subjective Bayesian models in sampling finite populations (with discussion), J. Royal Stat. Soc. Ser. B, 31, 195-233.
- Fuller, W.A., 1970, Simple estimators for the mean of skewed populations, Technical Report, Iowa State University: Iowa.
- Godambe, V. P. and Thompson, M. E., 1986, Parameters of superpopulation and survey population: their relationships and estimation, Internat. Statist. Rev., 54 127-138.
- Graubardand, B.I. and Korn, E. L., 2002, Inference for superpopulation parameters using sample surveys, Statistical Science, 17, 73-96.

**KAYNAKLAR (Devam Ediyor)**

- Gross, A.M., 1976, Confidence interval robustness with long-tailed symmetric distributions, *J. Amer. Stat. Assoc.*, 71, 409-416.
- Hampel, F.R., Ronchetti, E.M., Rousseeuw, P.J. and Stahel, W.A., 1986, *Robust statistics the approach based on influence functions*, Wiley, New York, 536 p.
- Hartley, H. O. and Sielken, Jr., R. L., 1975, A “Super-population viewpoint” for finite population sampling, *Biometrics*, 31, 411-422.
- Hlavka, Z., 2000, *Robust sequential methods*, PhD Thesis, Charles University, Faculty Mathematics and Physics, Department of Probability and Mathematical Statistics, Berlin, 131p., [www.quantlet.de/mdstat/scripts/rsm/rsmps.ps](http://www.quantlet.de/mdstat/scripts/rsm/rsmps.ps).
- Hoaglin, D. C. and Mosteller, F., 1983, *Understanding robust and exploratory data analysis*, John Wiley & Sons, NewYork, 476 p.
- Hodges, J.L.Jr., and Lehmann, E.L., 1963, Estimates of location based on ranks tests, *Annals of Mathematical Statistics*, 34 (2), 598-611.
- Huber, P.J., 1964, Robust Estimation of a location parameter, *Ann. Math. Statist.*, 35; pp. 73-101.
- Huber, P.J., 1972, Robust statistics: A review, *Ann. Math. Statist.*, 43, 1041-1067.
- Huber, P. J., 1981, *Robust Statistics*, Wiley, New York, 320 p.
- Isaki, C.T. and Fuller, W.A., 1982, Survey design under the regression superpopulation model, *JASA*, 77, 89-96.
- Kim, S. and Dale, B.E., 2005, Life cycle assesment of various cropping systems utilized for producing biofuels: Bioethanol and biodiesel, *Biomass & Bioenergy*, 29, 426-439.

**KAYNAKLAR (Devam Ediyor)**

Kondili, E.M. and Kaldellis, J.K., 2007, Biofuel implementation in East Europe: Current status and future prospects, *Renewable & Sustainable Energy Reviews*, 11, 2137-2151.

Korn, E.L. and Graubard, B.I., 1998, Variance estimation for superpopulation parameters, *Statistica Sinica*, 8, 1131-1151.

Kovacevic, M.S., 2002, Social and economic studies using survey data: Accounting for sample design, Seminar for CIQSS, Montreal.

Leonowicz, Z., Karvanen, J. And Shishkin, S.L., 2005, Trimmed estimators for robust averaging of event-related potentials, *Journal of Neuroscience Methods*, 142, pp.17-26.

Little, R. J. A. and Rubin, D. B., 1987, *Statistical analysis with missing data*, Wiley, New York., 304 p.

Mukhopadhyay, P., 2003, *Inferential problems in survey sampling*, New Age International Published, New Delhi, 242 p.

Olive, D. J., 2005, *Applied Robust Statistics*, e-book, <http://www.math.siu.edu/olive>.

Ott, P., 2007, *Biometrics Information*, [www.for.gov.bc.ca/hre/biopamph/pamp63.pdf](http://www.for.gov.bc.ca/hre/biopamph/pamp63.pdf)

Özmen, A., 2000, Uygulamalı araştırmalarda örnekleme yöntemleri, *Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi yayınları* ; no. 17, Eskişehir, 240 s.

Pearson, E.S. and Adyanthaya, N.K., 1929, The distribution of frequency constants in small samples from non-normal symmetrical and skew populations, *Biometrika*, 21, 259-286.

Pearson, E.S., 1932, The analysis of variance in cases of nonnormal variation, *Biometrika*, 23, 114-133.



**KAYNAKLAR (Devam Ediyor)**

- Pfeffermann, D., 1993, The role of sampling weights when modeling survey data, *Internat. Statist. Rev.*, 61, 317–337.
- Renssen, R.H., 1998, A course in sampling theory, <http://www.cs.vu.nl/~stochgrp/aionetwerk/course.doc>.
- Rivest, L.-P., 1993, Winsorization of suvey data, *Proceedings of ISI 49th Session*, Firenze.
- Sarndal, C., Swensson, B. and Wretman, J., 1992, *Model assisted survey sampling*, Springer-Verlag, New York., 694 p.
- Scheffe, H., 1959, *The Analysis of variances*, John Wiley&Sons, New York, 477 p.
- Scott, A.J. and Smith, T.M.F., 1969, Estimation in multi-stage surveys, *J. Amer. Statist. Assoc.*, 64, 830-840.
- Serper, Ö. ve Aytaç, M., 1988, *Örnekleme*, Filiz Kitabevi, 143 s.
- Shevlyakov, G.L. and Vilchevski, N.O., 2002, *Robustness in data analysis: Criteria and methods*, Brill Academic Publishers, Leiden, Netherlands, 324 p.
- Singh, D. and Chaudhary, F.S., 2002, *Theory and analysis of sample survey design*, New Age Publication, New Delhi, India, 359 p.
- Stanek, E., 2000, Superpopulations and superpopulation models, [www-unix.oit.umass.edu/~cluster/ed/outline-superpop.html](http://www-unix.oit.umass.edu/~cluster/ed/outline-superpop.html).
- Staudte, R.G. and Sheather, S.J., 1990, *Robust estimation and testing*, John Wiley & Sons, New York, 544 p.
- Stigler, S.M., 1973, Simon Newcomb, Percy Daniell, and the history of robust estimation 1885–1920. *Journal of the American Statistical Association*, 68, 872–879.

**KAYNAKLAR (Devam Ediyor)**

Thompson, S. K., 2002, Sampling, J. Wiley & Sons, New York, 400 p.

Tiku, M.L., (1983), Exact Efficiencies of Some Robust Estimators in Sample Survey, Comm. Statist. Theory Methods., A12(17), 1-10.

Tiku, M.L. and Bhasin, P., (1982), Usefulness of Robust Estimators in Sample Survey, Comm. Statist. Theory Methods, 11(22), 2597-2610.

Tiku, M.L. and Kumra, S., 1981, Expected values and variances and covariances of order statistics for a family of symmetric distributions (Student's t). In selected tables in mathematical statistics, Vol. 8. American Mathematical Society: Providence, RI; 1985, 141-270.

Tiku, M.L., Tan, W.Y. and Balakrishnan, N., 1986, Robust inference, Marcel Dekker Inc., 321 p.

Tiku, M.L. and Akkaya, A.D., 2004, Robust estimation and hypothesis testing, New Age Int.Pub., New Delhi, 337 p.

Tzilivakis, J., Warner, D.J., May, M., Lewis, K.A. and Jaggard, K., 2005, An assesment of the energy inputs and greenhouse gas emissions in sugar beet (*Beta vulgaris*) production in the UK, Aggricultural Systems, 85, 101-119.

TÜSİAD Raporu, 21. Yüzyıla girerken Türkiye'nin enerji stratejisinin Değerlendirilmesi, <http://www.tusiad.org/turkish/rapor/enerji/pdf/sec20.pdf>.

Ulusoy, Y. ve Tekin, Y., 2000, [www20.uludag.edu.tr/~yahyau/calismalar.htm](http://www20.uludag.edu.tr/~yahyau/calismalar.htm)

Vandev, D., 2003, Robust Methods in industrial statistics, Proceedings of 1st International Conference on Mathematics and Informatics for Industry, MII-2003, 14-16 April 2003 (Invited talk)

Vaughan, D.C., 1992, On the Tiku-Suresh method of estimation, Comm. Statist. Theory Methods, 21(2), 451-469.

**KAYNAKLAR (Devam Ediyor)**

Wright, L., 2006, Worldwide commercial development of bioenergy with a focus on energy crop-based projects, *Biomass & Bioenergy*, 30, 706-714.

Yamane, T., 2001, Temel örnekleme yöntemleri, Çev. Esin, A., Bakır, M.A., Aydın, C., Gürbüzsel, E., *Literatür*, 528 s.

## ÖZGEÇMİŞ

1976 yılında Eskişehir’de doğan Arzu Altın, ilk, orta ve lise öğrenimini Eskişehir’de tamamladı. 1998 yılında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü’nden mezun oldu. 1998 yılında aynı bölümde Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı. 2001 yılında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı, İstatistik Teorisi Bilim Dalı’nda yüksek lisansını tamamladı. 2001 yılında aynı enstitüde İstatistik Anabilim Dalı, İstatistik Teorisi Bilim Dalı’nda doktora programına kayıt oldu. Halen Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü’nde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.