

KUANTUM BİLGİ TEORİSİNDE
ATOMİK VE FOTONİK
DOLAŞIKLIK

Rasim DERMEZ

DOKTORA TEZİ

FİZİK Anabilim Dalı

Ekim-2005

ATOMIC AND PHOTONIC
ENTANGLEMENT IN
QUANTUM INFORMATION
THEORY

Rasim DERMEZ

Ph. D. THESIS

Department of Physics

October-2005

KUANTUM BİLGİ TEORİSİNDE
ATOMİK VE FOTONİK DOLAŞIKLIK

Rasim DERMEZ

Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
FİZİK Anabilim Dalı
GENEL FİZİK Bilim Dalında
DOKTORA TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Prof. M. Selami KILIÇKAYA

Ekim-2005

Rasim DERMEZ'in DOKTORA TEZİ olarak hazırladığı "KUANTUM BİLGİ TEORİSİNDE ATOMİK VE FOTONİK DOLAŞIKLIK" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Üye : Prof. M. Selami KILIÇKAYA (Danışman)

Üye : Prof. Ertunç ARAL

Üye : Prof. Dr. Cemil ÖĞRETİR

Üye : Prof. Dr. Kudret ÖZDAŞ

Üye : Doç. Dr. Mevlüt DOĞAN

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun tarih ve
..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU

Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu çalışmada uygun Hamiltonyenler kullanılarak atomik ve fotonik dolaşık durumlar elde edildi. Kuantum bilgi teorisini tanıttıcı bazı kavramlar özetlendi. Bunlar kuantum dolaşıklık, indirgenmiş yoğunluk matrisi, bilgi entropisi, parçalı matris evriği, dolaşıklık oluşum miktarı ve üç-parçacıklı dolaşıklık.

Bileşik bir AB sisteminin entropisinin $S(\rho_{AB}) = 0$ temiz durumda olmasına karşın, indirgenmiş yoğunluk matrislerinin entropisinin $S(\rho^A) = S(\rho^B) = 1$ karışık durumda olduğu gösterildi. İkinci kübit üzerinden parçalı evrik işlemi uygulanır ise, iki-kübitli sistemin maksimum dolaşık durumda olduğu kanıtlandı. Ayrıca 4 EPR-Bell dolaşık durumun bilgi entropileri bulundu.

Aday bir kübit elde etmek için, tek kipli klasik alan ile iki mümkün durumlu bir atomun etkileşmesi göz önünde bulunduruldu. Sürekli atomik dolaşıklığın, klasik hareket ettirici alan aracılığı ile iki tane iki-düzeyle atomdan oluşan sistemle başarılabileceği gösterildi. Önerilen iki-atomlu sistemin öz durumlarının yapısında gizlilik olduğu için, dolaşıklık oluşturma yeteneğine sahiptir.

II. tür kendiliğinden parametrik aşağı çevrim aracılığı ile eş ilişkili olmuş sıradan ve sıra dışı fotonların, dolaşık bir EPR durumunda olduğu gösterildi. II. tür KPAÇ'in yarılmış halinde, basitleştirilmiş kuantum mekaniksel Hamiltonyen ile fotonik dolaşıklığın hesaplamaları yapıldı. Schrödinger denkleminin çözümünde, üçlü sektörde iki-foton dolaşık durumu elde edildi. Lineer olmayan kristalden çıkan bir demetin dört-foton dolaşıklığı sergilediği gösterildi. Buna ek olarak, fotonik dolaşık durumları betimleyen dört adet model tomoğrafi çizildi.

Son bölümde, atomik ve fotonik dolaşıklığın uygulamalarına dayanan bazı sonuçlar verildi.

SUMMARY

In this work we obtained atomic and photonic entangled state using convenient Hamiltonians. We summarized some introductory concepts of quantum information theory such as quantum entanglement, reduced density matrix, information entropy, partial matrix transposition, concurrence of entanglement, three-particle entanglement.

It is shown that although the composite system AB is in a pure state $S(\rho_{AB})=0$, the reduced density matrices are in completely mixed state, $S(\rho^A) = S(\rho^B) = 1$. We proved that the system of two-qubit is maximally entangled state, if the transposition operation is applied partially on the second qubit. We also obtained the information entropy of 4 EPR-Bell entangled state.

In order to obtain a candidate qubit we have considered the interaction of a single atom of two-possible states with a single mode classical field. We show that steady atomic entanglement can be accomplished in a system of two two-level atoms with respect to classical driving field. The two-atom system of our suggestion carries a potential ability of formation of entanglement, hidden in the structure of the eigenstates.

It is shown that the correlated ordinary and extraordinary photon via spontaneous parametric down conversion in type-II is a entangled EPR state. In the degenerate case of type-II SPDC, photonic entanglement is calculated with our simplified quantum mechanical Hamiltonian. In Schrödinger's equation solution, we obtained a triplet sector of the two-photon entangled state. It is shown that a propagating beam from non-linear crystal exhibit four-photon entanglement. In addition, it is drawn that four sample tomographies represent photonic entangled states.

In the last chapter, it is presented some results based on the application of atomic and photonic entanglement.

TEŞEKKÜR

Doktora çalışmam boyunca, bilimsel konularda kendisine danıştığım, beni yönlendiren, tezime yoğunlaşmamda derin desteğini esirgemeyen, örnek aldığım saygıdeğer hocam Prof. M. Selami KILIÇKAYA'ya şükran ve teşekkürlerimi sunarım.

Teorik bilgilerinden yararlandığım Bilkent Üniversitesi Fizik Bölümü'nden Alexander S. SHUMOVSKY, Özgür ÇAKIR'a ve şu anda NASA'da doktora sonrası çalışmalarına devam eden M. Ali CAN'a yardımlarından dolayı teşekkür ederim.

Afyon Kocatepe Üniversitesi Fizik Bölümü'nden Mevlüt DOĞAN, Ömer ŞİŞE, Osmangazi Üniversitesi Fizik Bölümü'nden Abdullah ALGIN, Sema KURTARAN'a bilimsel yardımları için teşekkür ederim. ODTÜ Fizik Bölümü'nden A. Can GÜNHAN'a, AKÜ Merkez Kütüphanesi Daire Başkanı, Afyon G.A.P. Kütüphanesi Müdür'üne ve Sema KILIÇKAYA'ya moral destekleri için teşekkür ederim.

Her zaman sevgisi ve saygısıyla yanımda olan eşim H. Gülay DERMEZ'e sabır ve desteği için şükranlarımı sunarım. Tez süresince zaman zaman az vakit ayırabildiğim çocuklarım Tarık ve Ezgi'ye de teşekkür ederim.

Hayatım boyunca desteğini ve sevgisini esirgemeyen anneme, babama, kardeşlerim Hasan Ali ve Rıdvan'a teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET.....	v
SUMMARY.....	vi
TEŞEKKÜR.....	vii
İÇİNDEKİLER.....	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Kuantum Mekanik ve Kuantum Hesaplama.....	1
1.2. Kuantum Mekaniğin Postülaları.....	4
2. KUANTUM BİLGİ TEORİSİNİN TEMEL KAVRAMLARI.....	7
2.1. Kuantum Bit, Kübit.....	7
2.2. Spin $\frac{1}{2}$	8
2.3. Çoklu Kübitler.....	11
2.4. Kübitin Yoğunluk Matrisi ve Bilgi Entropisi.....	13
2.5. Dolaşıklığın Yoğunluk Matrisi ve Bilgi Entropisi.....	14
2.6. İndirgenmiş Yoğunluk Matrisi.....	17
2.7. Kuantum Hesaplama Önemli Bir Sorun.....	18
2.8. Dört EPR-Bell Dolanık Durumlarının PPE'inin Hesaplanması.....	20
2.8.1. I. Bell durumunun PPE'i.....	21
2.8.2. II. Bell durumunun PPE'i.....	22
2.8.3. III. Bell durumunun PPE'i.....	23
2.8.4. IV. Bell durumunun PPE'i.....	25
2.9. Dolaşıklık Oluşum Miktarı.....	26

İÇİNDEKİLER (Devam)

	<u>Sayfa</u>
2.10. Üç-Parçacıklı Dolaşıklık.....	27
3. YARI KLASİK TEORİDE ADAY KÜBİT VE SÜREKLİ ATOMİK DOLAŞIKLIK OLUŞTURMA	28
3.1. Atom-Alan Etkileşimiyle Aday Kübit Oluşturma.....	28
3.1.1. Aday kübitin kompleks katsayılarının olasılık genlik metoduyla bulunuşu	29
3.1.2. Atom-alan rezonans şartını ele alarak ters birikimi bulma.....	36
3.2. Klasik Hareket Ettirici Alan İle Sürekli Atomik Dolaşık Durum.....	38
3.2.1. İki-düzeyle iki atomun dolaşıklığına genel bir bakış.....	38
3.2.2. Klasik alanla etkileşen sistemin Hamiltonyeni ve Schrödinger denkleminin çözümü.....	41
3.2.3. İndirgenmiş yoğunluk operatörüyle tanımlanmış sistem.....	46
3.2.4. Atomik dolaşık durum üzerine bir tartışma.....	47
4. II. TÜR KPAÇ İLE FOTONİK DOLAŞIKLIK OLUŞTURMA.....	48
4.1. Fotonların Kutuplanması.....	48
4.2. Fotonik Dolaşıklığın Yerleşik Olmaması.....	51
4.3. Kuantum Optikte Dolaşıklık Kaynakları.....	52
4.3.1. Kutuplanma eksenine göre KPAÇ'in iki türü.....	53
4.3.2. Yaratma ve yok etme operatörleri.....	55
4.4. KPAÇ'le İlgili Yayınlarla Genel Bir Bakış.....	57
4.5. LOK'de Teorik Olarak II. Tür KPAÇ'le Dolaşık Foton Çiftinin Elde Edilmesi.....	57
4.5.1. II. tür KPAÇ'in model Hamiltonyeni.....	58
4.5.2. II. tür KPAÇ'in dalga fonksiyonu.....	61

İÇİNDEKİLER (Devam)

	<u>Sayfa</u>
4.5.3. Fock uzayında bir foton pompalandığında fotonik dolaşıklığın oluşum teorisi.....	62
4.5.4. Fock uzayında iki foton pompalandığında fotonik dolaşıklığın oluşum teorisi.....	69
5. ATOMİK VE FOTONİK KUANTUM DOLAŞIKLIĞIN UYGULAMALARI	75
6. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	78
EKLER.....	81
Ek. 1 II. Bell Durumun Yoğunluk Matrisinin İzi Ve Entropisi Yardımıyla Temiz Durumda Olup Olmamasının Kontrol Edilmesi.....	82
Ek. 2 Dört-Dolaşık Durumun Yoğunluk Matrisinin PPE'inin Özdeğer-Özvektör Çözümleri.....	84
Ek. 3 I. Bell Durumunun Dolaşıklık Oluşum Miktarının Bulunuşu.....	88
Ek. 4A Deltalı Ve Delta Sıfıra Göre Özdeğer-Özvektör Çözümleri İle İki Atomik Dolaşıklık.....	90
Ek. 4B Tekli Ve Üçlü Sektörde Maksimum Atomik Dolaşık Özdurumların Kontrol Edilmesi.....	98
Ek. 5A Fock Uzayında $n=1$ İçin Fotonik Dolaşıklık.....	100
Ek. 5B Fock Uzayında $n=2$ İçin Fotonik Dolaşıklık.....	101
Ek. 5C Fock Uzayında $n=2$ İçin Dört Vektörün Gram-Schmidt Yöntemiyle Dikleştirilmesi.....	102
KAYNAKLAR.....	104
ÖZGEÇMİŞ.....	114

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
1.1. Moore yasasının kuantum sonuçları.....	3
2.1 Bir kübitin Bloch küresiyle temsili.....	9
2.2. Kübitin bir atomda iki elektronik düzeye sunumu.....	9
2.3. Schrödinger'in kedisi ile bir atomun dolaşık durumu.....	20
3.1. Tek-kipli bir alan ile iki-düzeyle bir atomun etkileşimi	29
3.2. Zamanın bir fonksiyonuna göre ters birikim miktarının titreşimleri.....	37
3.3. İki düzeyli atom için Dirac yazılımında atomik geçişler	42
3.4. İki tane iki-düzeyle atom ile klasik alanın etkileşimi sonucu oluşan atomik dolaşıklık	43
4.1. (a) Kutuplanmamış ışığın dikey kutuplayıcı filtreden geçirilmesi.....	49
4.1 (b) Kutuplanmış ışığın kalsit kristaline gönderilmesi.....	49
4.2. Bir aşağı çevirici	51
4.3. II. tür KPAÇ'in deneysel düzeneği.....	53
4.4. I. tür KPAÇ'in deneysel düzeneği.....	53
4.5. (a) Sıradan ve sıra dışı dolaşık ışınların	60
4.5. (b) Dolaşık fotonların kutuplanma gösterimi ve enerji paylaşımı	60
4.6. (a) Bulunma olasılık genlikleri ve	68
4.6. (b) Bulunma olasılıkları için, $n = 1$ 'de fotonik dolaşıklığın durum tomoğrafisi	69
4.7. (a) Bulunma olasılık genlikleri ve	74
4.7. (b) Bulunma olasılıkları için $n = 2$ 'de fotonik dolaşıklıkların durum tomoğrafisi	74

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
H	Hilbert vektör uzayı
C	Kompleks sayılar kümesi
$ \psi\rangle$	ψ dalga fonksiyonunun ket yazılımı
$\langle\varphi $	φ dalga fonksiyonunun bra yazılımı
$\langle\varphi \psi\rangle$	φ ve ψ 'nin iç çarpımı
$\ \psi\ $	ψ dalga fonksiyonunun uzunluğu
a_1	Kübitin $ \varphi\rangle$ durumunda bulunma olasılık genliği
a_2	Kübitin $ \psi\rangle$ durumunda bulunma olasılık genliği
$[A, B]$	A ve B operatörleri arasındaki komütasyon bağıntısı
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Pauli spin matrisleri
H	İki kübit, atomik, fotonik dolaşık sistemler ve lineer harmonik titreşici için toplam Hamiltonyen
H_0	İki kübit, atomik ve fotonik dolaşık sistemler için tedirgin edilmemiş ya da serbest Hamiltonyen
H_1	İki kübit, atomik ve fotonik dolaşık sistemler için etkileşim Hamiltonyeni
U	Etkileşim tasvirinde zaman evrim operatörü
$ 0\rangle \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	Klasik bilgi teorisinde 0 biti ve matris eşitliği
$ 1\rangle \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	Klasik bilgi teorisinde 1 biti ve matris eşitliği
$ \psi_k\rangle$	Bulunma olasılık genlikleri bilinmeyen kübitin dalga fonksiyonu
$ \psi_{Kübit}\rangle$	Bulunma olasılık genlikleri bilinen kübitin dalga fonksiyonu
$Y \otimes W$	İki Hilbert uzayının tensör çarpımı

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (Devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
$ 00\rangle_{AB}$	Ayşe'nin 0 biti ile Bora'nın 0 bitinin tensör çarpımı
ρ	Tekli ya da bileşik sistemin yoğunluk matrisi
$\rho(D)$	Köşegenleştirilmiş yoğunluk matrisi
$\text{Tr } \rho(D)$	Köşegenleştirilmiş yoğunluk matrisinin, köşegen değerlerinin toplamı
$\text{Tr}\{\rho^2(D)\}$	Köşegenleştirilmiş yoğunluk matrisinin karesinin köşegen değerlerinin toplamı
$S[\rho(D)]$	Köşegenleştirilmiş yoğunluk matrisi verilmiş sistemin bilgi entropisi
(ρ^{AB})	A ve B bileşik fiziksel sisteminin yoğunluk matrisi
ρ^A	(ρ^{AB}) 'nin B sistemi üzerinden izinin alınmasıyla oluşan indirgenmiş yoğunluk operatörü
λ_x	Köşegenleştirilmiş yoğunluk matrisinin özdeğerleri
$\lambda_{1,2,3,4}$	PPE matrisin özdeğerleri
$I_A \otimes T$	Ayşe kübitinin birim matrisle çarpılıp Bora kübitinin evriği alınarak oluşturulan matris
$id \otimes T$	1. kübit birim matrisle çarpılıp 2. kübitin evriği alınarak oluşturulan matris
T^2	2. matrisin evriğinin alınması
$(I_A \otimes T)(\Phi\rangle\langle\Phi)$	PPE'i alınan matrisin genel yazılımı
I	2×2 ve 4×4 boyutlarında birim matris
i	Bölümlerdeki metin içinde kompleks sayı, Maple 8'de "I" yazılamadığı için Ek 1'de birim matris
ρ^*	Yoğunluk matrisinin kompleks eşleniği
$C(\rho)$	Bileşik bir sistemin dolaşıklık oluşum miktarı
$\tilde{\rho}$	$(\sigma_y \otimes \sigma_y)\rho^*(\sigma_y \otimes \sigma_y)$ eşitliği ile verilen yoğunluk matrisi

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (Devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
$ u\rangle$	Uyarılmış atomik düzey
$ t\rangle$	Taban atomik düzey
ν	Tek-kipli elektromanyetik ışınının frekansı
ω_1, ω_2	Atomik düzeylerin açısal frekansı
ω_g	Atomik düzeyler arasındaki frekans farkı, atomik geçiş frekansı
C_1	Aday kübitin $ u\rangle$ uyarılmış durumunda bulunma olasılık genliği
C_2	Aday kübitin $ t\rangle$ taban durumunda bulunma olasılık genliği
$\mathbf{E}(\mathbf{r}_0, t)$	İki düzeyli atomla etkileşen klasik elektromanyetik alan
$\mathbf{E}(t)$	Dipol yaklaşımında elektromanyetik alan
e	Maple 8'de \mathbf{E} yazılmadığından dolayı enerji E ile karışmaması için, atomik dolaşıklıkta, elektromanyetik alanın yazılımı, Ek 4A-B
ε	Klasik elektromanyetik alanın genliği
$V(r)$	Elektronun atoma bağlanmasını sağlayan potansiyel
q_e	Elektronun yükü,
m	Elektronun kütlesi
\mathbf{r}_0	Elektronun çekirdekten uzaklığı
\mathbf{r}	Klasik elektromanyetik alanın elektrona etkileşim uzaklığı
\wp	Elektrik dipol moment matris elemanı
Ω_R	Rabi frekansı
\hbar	Planck sabiti
c_1, c_2	Yavaş değişen olasılık genlikleri
ϕ	Dipol matris elemanın fazı
\mathcal{L}	Doğrudan Laplace dönüşümü
\mathcal{L}^{-1}	Ters Laplace dönüşümü

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (Devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
Δ	Atomik geçiş frekansı ile elektromanyetik alan frekansının farkı
Ω_{genel}	Rabi frekansını da içeren sistemin genel frekansı
$W(t)$	Aday kübitin ters birikim değeri
ρ_S	Sistem-rezervuar'ın rezervuar üzerinden izi alınarak elde edilen indirgenmiş yoğunluk matrisi
$\dot{\rho}_S$	İndirgenmiş yoğunluk matrisinin zamana göre türevi
Ω	Atomlar arasındaki etkileşmeyi belirten dipol dipol çiftlenim sabiti
$\omega^{(j)}$	j 'nci atomun atomik geçiş frekansı
ω_C	Klasik harekete geçirici alanın frekansı
$\mathbf{E}^{(j)}$	Dönen dalga yaklaşımında j 'nci atomu etkileyen alan
$ uu\rangle$	Birinci atom ile ikinci atomun uyarılmış düzeylerinin tensör çarpımı
$ ut\rangle$	Birinci atom ile ikinci atomun uyarılmış-taban düzeylerinin tensör çarpımı
$ tu\rangle$	Birinci atom ile ikinci atomun taban-uyarılmış düzeylerinin tensör çarpımı
$ tt\rangle$	Birinci atom ile ikinci atomun taban düzeylerinin tensör çarpımı
σ_-	Uyarılmış düzeyden temel düzeye geçiş
σ_+	Temel düzeyden uyarılmış düzeye geçiş
$\mathbf{H}_{2,2}$	4-boyutlu Hilbert uzayı
$\mathbf{H}_{1/2}$	$spin - \frac{1}{2}$ 'li sistemi temsil eden 2-boyutlu Hilbert uzayı
C_{00}	$ uu\rangle$ durumunda bulunma olasılık genliği
C_{01}	$ ut\rangle$ durumunda bulunma olasılık genliği

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (Devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
C_{10}	$ tu\rangle$ durumunda bulunma olasılık genliği
C_{11}	$ tt\rangle$ durumunda bulunma olasılık genliği
E	Atomik ve fotonik dolaşık sistemlerin enerjisi
E_j	Atomik ve fotonik dolaşık sistemlerde Schrödinger denkleminin çözümünde j 'nci enerji özdeğeri
$ A_1\rangle$	$E_1 = -\Omega$ enerji özdeğerine karşılık gelen tekli sektördeki atomik dolaşık öz durum
$ A_2\rangle$	$E_1 = 0$ enerji özdeğerine karşılık gelen üçlü sektördeki atomik dolaşık öz durum
$ A_3\rangle$	E_3 enerji özdeğerine karşılık gelen dolaşık olmayan öz durum
$ A_4\rangle$	E_4 enerji özdeğerine karşılık gelen dolaşık olmayan öz durum
$ \Psi(x, t)\rangle$	Atomik ve fotonik dolaşık sistemin zamana bağlı dalga fonksiyonu
α_i	Atomik sistemin zamana bağlı dalga fonksiyonunda E_j enerji özdeğerli ve $ A_j\rangle$ öz durumunda bulunma olasılık genliği
$\Gamma^{(xy)}$	İki atomlu atomik sistemde kendiliğinden bozunma oranı
k_0	Atomik sistemde geçiş frekansı ile tanımlı dalga sayısı
$\Delta \mathbf{r}$	Atomik sistemde iki atom arasındaki uzaklık
p_{\uparrow}	\uparrow kutuplanma bazında bulunma olasılığı
p_{\leftrightarrow}	\leftrightarrow kutuplanma bazında bulunma olasılığı
$ \psi_{KPAÇ}\rangle$	II. tür KPAÇ'de olasılıklı çıkış durumu
ξ	Parametrik aşağı çeviricinin şiddetini belirten bir parametre
$ 0\rangle$	Vakum durumu
$ \phi^{\pm}\rangle, \psi^{\pm}\rangle$	Dikey-yatay kutuplanan iki foton için 4 EPR-Bell durumu

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (Devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
E_n	Harmonik titreşici için enerji özdeğerleri
\hat{a}, \hat{a}^\dagger	Harmonik titreşicide yoketme ve yaratma operatörleri
$ n\rangle_{a_i}$	a_i kipinde n foton sayısını belirten Fock durumu
\mathbf{k}_o	Sıradan elektromanyetik ışının dalga sayısı
\mathbf{k}_e	Sıradışı ışının dalga sayısı
\mathbf{k}_p	LOK'e pompalanan ışının dalga sayısı
ω_o	Sıradan ışının açısal frekansı
ω_e	Sıradışı ışının açısal frekansı
ω_p	LOK'e pompalanan ışının açısal frekansı
α_o	Sıradan ışının elektromanyetik alan genliği
α_e	Sıradışı ışının elektromanyetik alan genliği
α_p	LOK'e pompalanan ışının alan genliği
g	LOK ve elektromanyetik ışın arasındaki çiftlenim sabiti
$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$	LOK içindeki dalga vektörlerinin boyutsuz simetrik bir fonksiyonu
a	Kuantum Hamiltonyende sıradan foton
b	Sıra dışı foton
c	LOK'e pompalanan foton
a_H, a_H^\dagger	Sıradan fotonun yatay yoketme ve yaratma operatörleri
a_V, a_V^\dagger	Sıradan fotonun dikey yoketme ve yaratma operatörleri
b_H, b_H^\dagger	Sıradışı fotonun yatay yoketme ve yaratma operatörleri
b_V, b_V^\dagger	Sıradışı fotonun dikey yoketme ve yaratma operatörleri
c, c^\dagger	Pompalanan fotonun yoketme ve yaratma operatörleri
ω	Pompalanan fotonun açısal frekansı
$ \psi_{\text{fotonik}}\rangle$	Çakışma şartlarının sağlandığı II. tür KPAÇ dalga fonksiyonu

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (Devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
n	Fock uzayında LOK'e gelen foton sayısını belirten yazılım
$ \psi_0\rangle^{n=1}$	LOK'e bir foton pompalandığında ilk durum dalga fonksiyonu
$ \Psi\rangle^{n=1}$	$n = 1$ için öngördüğümüz çıkış dalga fonksiyonu
λ_j	j 'nci dalga fonksiyonunda $ \psi_j\rangle$, bulunma olasılık genliği
$ \psi_1\rangle^{n=1}$	Fotonların düşey-yatay kutuplanma ile oluşturdukları dolaşık durum
E_j	Schrödinger denkleminin çözümünde j 'nci enerji özdeğeri
u_{E_j}	j 'nci enerji özdeğerine karşılık gelen özvektör
$ \Lambda_{E_j}\rangle$	E_j enerji özdeğerinde zamandan bağımsız dalga fonksiyonu
$ \Psi(x,t)\rangle^{n=1}$	$n = 1$ fotonik dolaşıklık için zamana bağlı dalga fonksiyonu
β_j	Zamana bağlı dalga fonksiyonunda j 'nci öz durumunda $ \Lambda_j\rangle$ bulunma olasılık genlikleri
$ \psi_0\rangle^{n=2}$	LOK'e iki foton pompalandığında ilk durum dalga fonksiyonu
$ \Psi\rangle^{n=2}$	$n = 2$ için öngördüğümüz çıkış dalga fonksiyonu
$ \psi_1\rangle^{n=2}$	Üçlü sektörde iki foton dolaşık durumu
$ \psi_2\rangle^{n=2}$	Üçlü sektörde dört foton dolaşık durumu
$ \psi_3\rangle^{n=2}$	Fotonların kendi aralarında kutuplandığı dolaşık olmayan durum
$u_{E_3}^{n=2}(1)$	$n = 2$ fotonik dolaşıklığında kuantum yarılmış E_3 enerji özdeğerine karşılık gelen birinci özvektör
$u_{E_3}^{n=2}(2)$	$n = 2$ fotonik dolaşıklığında kuantum yarılmış E_3 enerji özdeğerine karşılık gelen ikinci özvektör

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (Devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
y_{E_1}	Gram-Schmidt ile dikleştirilmiş E_1 enerji özdeğerine karşılık gelen özvektör
y_{E_2}	Gram-Schmidt ile dikleştirilmiş E_2 enerji özdeğerine karşılık gelen özvektör
$y_{E_3}(1)$	Gram-Schmidt ile dikleştirilmiş E_3 enerji özdeğerine karşılık gelen birinci özvektör
$y_{E_3}(2)$	Gram-Schmidt ile dikleştirilmiş E_3 enerji özdeğerine karşılık gelen ikinci özvektör
$ \Psi(x, t)\rangle^{n=2}$	$n = 2$ fotonik dolaşıklık için zamana bağlı dalga fonksiyonu
<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklamalar</u>
EPR	Einstein-Podolsky-Rosen
id	Birim matris
kübit	Kuantum bit
KPAÇ	Kendiliğinden parametrik aşağı çevrim
SPDC	Spontaneous parametric down conversion
UV	Ultraviyole
CESAR	Center for Engineering Science Advanced Research, Oak Ridge-National Laboratory, USA
PPE	Pozitif parçalı evrik
LOK	Lineer olmayan kristal

1. GİRİŞ

1.1. Kuantum Mekanik ve Kuantum Hesaplama

Günümüzde 100 yaşını doldurmuş kuantum mekaniği, temellerinin atıldığı ilk yıllarda matris mekaniği ve dalga mekaniği olarak iki koldan geliştirilmiştir. Von Neumann, Heisenberg'in matris mekaniği ile Schrödinger'in dalga mekaniğinin eşdeğerliliğini ispatlamış ve günümüzde kuantum mekanik işlemlerinde kullandığımız Hilbert uzayını önermiştir (Von Neumann, 1955). Dirac da, teorinin kendi adıyla anılan yazılımını geliştirmiştir (Dirac, 1930).

Kuantum hesaplamanın özünü yakalamak için kuantum mekaniğinin bilgi zeminine gereksinim vardır. Kuantum mekanik hayal edilmesi zor bir konu olsa da onun temel kavramlarını ve postülalarını öğrenmek kolaydır. Kompleks eşlenik, matrisin evriği, Hermityen eşlenik (ek) ve yoğunluk matrisi gibi temel kavramlar kuantum hesaplamada sıklıkla kullanılır. Bu tezde, fizikçilerin kullandığı kuantum mekaniğinin standart yazılımı olan Dirac yazılımı matris eşitlikleriyle verilmiştir. Konuyu daha iyi irdelemek için matris mekaniğinde; indirgenmiş yoğunluk operatörü, bilgi entropisi eşitliği, matrisin pozitif parçalı evriği (PPE) ve dolaşıklık oluşum miktarı gibi ileri düzeydeki hesaplamalar yapılmıştır.

Şu anki modern bilimin bir dalı olan kuantum bilgisinin kalbi diyebileceğimiz temel kavram dolaşıklıktır. Kuantum bilgi protokollerinin kullanımı, iletişim ögelerinin gizlenmesinde eşsiz bir örnektir. Bu protokollerin çalışmasını sağlayan kuantum dolaşıklık, enerji gibi fiziksel bir kaynak olarak karşımıza çıkmaktadır.

Kuantum dolaşıklıkla ilgili iki önemli problem vardır; birincisi fiziksel bir olay olan dolaşıklığı nicel ve nitel olarak tanımlamak, ikincisi de sürekli dolaşıklığı sağlayan şartları bulmaktır. Dolaşık durumları oluşturan ana fiziksel nesnelere atomlar ve fotonlardır. Atomik düzeyler, kutuplanmış fotonlar, atomik ya da kutuplanmış durumların üst üste binmesi ve gözlemlenebilirliği gibi kuantum mekaniksel davranışlar, dolaşıklığın özelliklerini açıklamada yardımcı kavramlardır. Bunun yanında

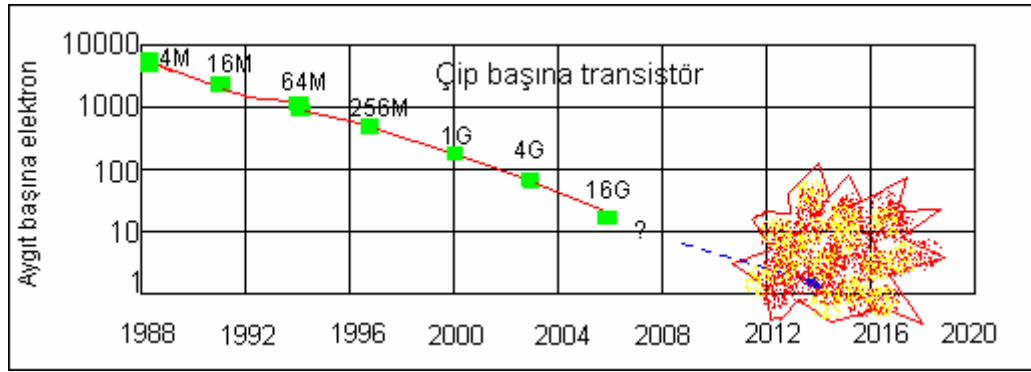
kuantum mekaniğin fiziksel nesnelere tam olarak tanımlayıp tanımlamadığı önemli tartışma konularından biridir. Son yıllardaki bu gelişmeler; dolaşıklığı tüm yönleri ile anlama, tanımlama ve güçlü dolaşık durumlar oluşturulmaya yönelik çalışmaları, ivmeli bir şekilde artırmıştır. Bu tezde, farklı yöntemler kullanılarak dolaşık atom-foton çiftleri oluşturulmuş ve güçlü dolaşıklık koşulları son çalışmalar değerlendirilerek tartışılmıştır (Kok, 2001; Kwiat et al., 2003; Shih 2003b; Terhal et al., 2003; Can et al, 2004; Can, 2004; Tanas and Ficek 2004; Çakır et al., 2005).

Oyuk fotonlarıyla etkileşen atom ve iyonlar, atomik dolaşıklığın uygulama alanı olan kuantum bilgi işleminin temel yapı taşlarıdır. Kuantum bilgi işleminin pratik uygulaması olan teleportasyon işleminde tam-mükemmel ve uzun-yaşamlı dolaşık durumlar gereklidir (Bennett and Shor, 1998; Bennett et al., 1993). Genelde, iki-düzeyleli atomlar dolaşık durumları yaratmak için kullanılır. Fakat bunun yanında, atomik sistemlerdeki dolaşıklığın yaşam zamanı, dipol geçişleri nedeniyle uyarılmış atomik durumların yaşam zamanı ile belirlendiği için oldukça kısadır. Bir optiksel rezonatörde iki atomun saf atomik dolaşık durumunun, tekli bir foton değiş-tokuşu ile elde edilebileceği gösterilmiştir (Can et al., 2002).

Diğer yandan fotonlar kuantum bilginin hızlı, basit ve en sağlam taşıyıcılarıdır (Tittel et al, 1998). Bundan dolayı fotonlarla dolaşıklık oluşturma, kuantum bilgi işleminin uygulamalarında en yaygın olanıdır (Wodkiewicz et al., 1993; Cirac and Zoller, 1994; Englert and Walther, 2000; Rauschenbeutel et al., 2001). Özellikle iki-foton dolaşık durumları, popüler ve kuantum bilgi fiziğinin en önemli temel unsurlarıdır (Shih, 2003a). Tezimizin önemli bir kısmını oluşturan dolaşık foton çiftleri; lineer olmayan kristalde (LOK), kendiliğinden parametrik aşağı çevrim (KPAÇ) yöntemiyle teorik olarak elde edilmiştir.

Kuantum hesaplama ve bilgisi, uzun süredir yoğun tartışılmayan kuantum mekaniksel bakışı ve onun gerçekliğini tam olarak açıklayıp açıklamamasını tekrar gündeme getirmiştir. “Tüm bilgi fizikseldir.” yaklaşımı da konunun önemini artırmıştır (Landauer, 1961). Bilgisayarlarda işlemleri hızlı ve kısa zamanda yapma, bilgiyi saklama ve sonra çözme (kriptoloji), çok fazla bilgi depolama, kuantum hesaplamayı

gerektirir. Bu istenen çalışmayı kuantum bilgisayarları yapabilir. Moore yasasının öngörüsünde günümüzdeki bilgisayarların temeli yarı iletken teknolojisidir. Kuantum hesaplamadaki deneysel ve teorik çalışmalar belki de çok yakında kuantum sınırlarına ulaşacaktır (Şekil 1.1). Böylelikle yarı iletken teknikler yetersiz kalacak ve yerini kuantum bilgisayarlarına bırakacaktır. Bu bilgisayarlarda ise tuzaklanmış atomlar, optik kuyular, kuantum noktaları gibi ileri teknikler kullanılacaktır. Bu açıdan baktığımızda teknolojinin geleceği, kuantum bilgiyi kullanmak ve hızlı işlem tekniklerine uygulamak olarak gözükmektedir. Bütün bunların yanında klasik iletişimde mümkün olmayan tam güvenlik de öngörülmektedir.



Şekil 1.1. Moore yasasının kuantum sonuçları (Walmsley and Knight, 2002).

Moore yasasında durumları ifade ettiğimiz çip başına transistör sayısı Şekil 1.1'de gösterildiği gibi artmaktadır. Bu yoruma göre; 2016 yılında transistör başına yaklaşık bir elektron olacaktır. Bu tek elektron çok küçük bir bölgeye hapsolacak veyahut bölgede sınırlanacaktır. Bu taktirde elektron, klasik fizikteki gibi yüklü bir bilye olarak değil kuantum mekaniksel bir parçacık olarak hareket edecektir. Klasik bilgisayarların dizaynında, bu öngörüyle kuantum fiziğinin önemi artmaktadır. Tüm bu yorumlar ışığında, kuantum bilgisayar ilkesel olarak olası gözükmektedir (Walmsley and Knight, 2002).

1.2. Kuantum Mekanikinin Postülatları

Kuantum teori, dünyada bilinen en doğru ve eksiksiz tanımı yapılmış bilim dallarından biridir (Nielsen and Chuang, 2000). Kuantum hesaplamasının bilgi zemini olan kuantum teori, fiziksel dünyanın matematiksel bir modelidir. Modeli betimlemek için, dört kavramın irdelenmesi gerekir:

1. Durumlar: Bir durum, klasik mekanikteki sadece hız, momentum, enerji gibi değil fiziksel sistemin tümüyle tanımıdır. Kuantum mekanikte ise bir durum; Hilbert uzayındaki \mathbf{H} , bir ışıdır.

a) Hilbert uzayı, kompleks sayılar içeren bir vektör uzayıdır. Hilbert uzayında vektörler Dirac'ın ket yazılımı ile $|\psi\rangle$ şeklinde gösterilir. En küçük Hilbert uzayı iki-boyutludur.

b) Hilbert uzayındaki düzenli vektör çiftlerinin tasviri bir iç çarpım $\langle\phi|\psi\rangle$ ile oluşturulur. Bu iç çarpımın özellikleri;

$$\text{i) } |\psi\rangle = 0 \text{ için } \langle\psi|\psi\rangle \geq 0 \text{ pozitiflik}$$

$$\text{ii) } \langle\phi|(a|\psi_1\rangle + b|\psi_2\rangle) = a\langle\phi|\psi_1\rangle + b\langle\phi|\psi_2\rangle \text{ lineerlik}$$

$$\text{iii) } (\langle\phi|\psi\rangle)^\dagger = \langle\psi|\phi\rangle \text{ burğu simetridir.}$$

c) Hilbert uzayında vektörlerin uzunluğu $\|\psi\| = \langle\psi|\psi\rangle^{1/2}$ şeklinde “tam”dır. Tamlık sonlu-boyuttaki fonksiyon uzaylarında önemli bir koşuldur. Çalışmamızdaki hesaplamalar, Hilbert uzayının sonlu-boyuttaki iç çarpım uzayındadır. Her ışın mümkün bir duruma karşılık gelir ve $|\psi\rangle, |\phi\rangle$ verilen iki farklı durum ise;

$$a_1|\phi\rangle + a_2|\psi\rangle \tag{1.1}$$

olarak verilen başka bir durum üst üste binme kuralı ile açıklanabilir.

2. Gözlemlenebilirlik: Bir gözlem, ölçülebilirlik ilkesi içinde fiziksel bir sistemin özelliğidir ve gözlemlenebilirlik beş duyumuzla anlaşılabilen bir durumdur. Kuantum mekanikte; gözlemlenebilirlik, eki kendine eşit bir operatör ile gösterilir; $A = A^\dagger$.

Kuantum mekaniğinde, konum-momentum gibi büyüklükler olasılık dağılımları ile belirlenir ve bu iki fiziksel büyüklük Heisenberg belirsizlik ilkesi gereği komüt etmezler. A ve B'nin komütasyonu $[A, B] = AB - BA$ şeklindedir. Komütasyonun sağlanıp sağlanmaması ile, operatör çiftlerinin önemli özellikleri ortaya çıkarılır. Örneğin, σ_x, σ_y ve σ_z Pauli spin matrisleri birbirleriyle komüt etmezler. Kuantum mekaniğinde iki fiziksel niceliğin durumu, komüt etmeyen operatörlerle tanımlanmaktadır. Ayrıca, bu iki fiziksel niceliğin birisinin bilgisi, diğerinin bilgisini engellemektedir (Einstein et al., 1935). Einstein ve arkadaşlarının kuantum mekaniği ile ilgili meşhur bu makalesi “dolaşıklık” diğer adı olan “EPR (Einstein-Podolsky-Rosen) paradoksu” olarak literatüre geçmiştir.

3. *Ölçümler:* Kuantum mekanikte, $|\psi\rangle$ gözlemlenirinin bir ölçümünün sayısal sonucu $|\psi\rangle$ 'nin bir özdeğeridir. Ölçümden hemen önce kuantum durumu $|\psi\rangle = a_n|N\rangle + b_n|M\rangle$ ise a_n 'i elde etme olasılığı

$$\|P_n|\psi\rangle\|^2 = \|N\langle N|\psi\rangle\|^2 = \langle\psi|N\rangle\langle N|\psi\rangle = \|a_n\|^2 \quad (1.2)$$

olur. Burada $P_n = |N\rangle\langle N|$ izdüşüm operatörü ve $a_n = \langle N|\psi\rangle$ ise $|N\rangle$ durumunda bulunma olasılık genliğidir. Benzer şekilde $b_n = \langle M|\psi\rangle$, $|M\rangle$ durumunda bulunma olasılık genliğidir. Bulunan sonuçlarla $\|a_n\|^2 + \|b_n\|^2 = 1$ normalizasyon koşulu sağlanır. Üzerinde durulması gerekli bir konuda; ölçüm hemen yenilenirse, yeni kuantum durumunda olasılığın 1 olması kuralına hemen ulaşılmasıdır. Örneğin, $|\psi_0\rangle^{n=2}, |\psi_1\rangle^{n=2}, |\psi_2\rangle^{n=2}$ ve $|\psi_3\rangle^{n=2}$ bazlarında Eş. (4.50a-d) ile verilen fotonik dolaşık dört özvektörün her birinde ayrı ayrı normalizasyon koşulu sağlanır.

4. *Dinamikler:* Bir kuantum sisteminin zaman evrimi üniter ve sistemin tüm enerjisini veren H Hamiltonyeni, Hermityen bir operatördür. Hermityen operatörlerin özellikleri, PPE hesaplamalarının yapıldığı bölüm 2.8'in giriş kısmında anlatılmıştır. Ayrıca,

dinamiklerin etkileşim tasviri önemlidir. Bölüm 3.1'de atom-alan etkileşiminde aday bir kübit elde edilebileceği görülmüştür. Sistemi tanımlayan Schrödinger denklemi

$$\frac{d}{dt}|\psi\rangle = -iH|\psi(t)\rangle \quad (1.3)$$

ifadesi ile verilir. Sonlu bir aralık üzerindeki zaman evrimi

$$|\psi(t)\rangle = U(t)|\psi(0)\rangle \quad (1.4)$$

olur. Bu durumda H , t 'den bağımsızdır ve $U = e^{-iHt}$ şeklindedir (Preskill, 1998). U 'da ve Eş. (4.12a,b)'de atomik birimlerde kolaylık sağladığı için $\hbar = 1$ alınmıştır.

(1.1-1.4) Eşitlikleri kuantum mekaniğinin matematiksel bağıntılarıdır. Klasik fizikte lineer olmayan dinamik eşitliklere karşın, kuantum fiziğinde eşitlikler lineerdir. Örneğin, Schrödinger eşitliğinin ψ dalga fonksiyonu cinsinden lineer olması Eş. (1.3)'de açık olarak görülmektedir. Bunun anlamı; denklemde ψ 'yi ve onun türevlerini içeren terimler olması, fakat ψ ve türevlerinin daha büyük kuvvetlerini içeren terimler bulunmamasıdır. Bu özelliğin yanında, bra-ket gibi gizemli bir ikilemde karşımıza çıkar. Bir kuantum durumunda değişiklik yaratmak için iki farklı yol vardır. Biri, deterministik olan üniter evrimdir. Başlangıç durumu $|\psi(0)\rangle$ bilinirse, teori biraz sonraki yeni durumu $|\psi(t)\rangle$ şeklinde öngörür.

Bir kuantum durumunda değişiklik yaratmanın diğer bir yolu ise, olasılıklı ölçümdür. Kuantum teori, ölçüm sonuçları hakkında bir kesinlik öngörmez, sadece bulunma olasılık genlikleri ve bulunma olasılıklarını belirtir. II. tür KPAÇ'de bu kuantum mekaniksel verilerle, fotonik dolaşıklık için Şekil (4.6a,b) ve Şekil (4.7a,b)'de durum tomoğrafleri çizilmiştir. Kuantum mekaniğinin bu olasılıklı hesaplamaları, klasik fizik kurallarının dışında bir yöntemdir. Üniter evrim ve olasılıklı ölçüm kuantum mekaniğinde sık kullanılan çözüm yollarıdır.

2. KUANTUM BİLGİ TEORİSİNİN TEMEL KAVRAMLARI

2.1. Kuantum Bit, Kübit

Bit, klasik hesaplama ve klasik bilginin temel birimidir. Kuantum hesaplama ve kuantum bilgisi kuantum bit, kısaca kübit üzerine kurulmuştur. Kübit, gerçek fiziksel sistemi ortaya çıkaran, bit-benzeri kuantum bilgiye karşılık gelen birimdir. Klasik bilginin bölünmez birimi olan bit, iki mümkün durumdan $\{0,1\}$ sadece birini alabilir. Kübit ise, en basit mümkün bir kuantum sisteminde bu iki bitin üst üste bindiği bir durum olarak tanımlanır.

İki-boyutlu Hilbert uzayında fiziksel sistemi gösteren $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ vektörleri bir birine diktir ve bu vektörler ortonormal baz oluştururlar. Kübit için $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ özel durumları, hesapsal baz durumları olarak da bilinir. $\mathbf{H} = \mathbb{C}^2$, $|\psi_K\rangle \in \mathbf{H}$ olmak üzere üst üste binme, kompleks katsayılı hesapsal baz durumlarının lineer bileşimiyle,

$$|\psi_K\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

olarak verilir. Burada, normalizasyon şartı $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ ile sağlanır. Ayrıca Eş. (2.1)'de; Dirac yazılımı, iki-boyutlu Hilbert uzayını tanımlamanın bir başka yolu olan sütun matrise eşitlendi. Baz vektörlerinin sütun matris eşitlikleri; $|0\rangle \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ve $|1\rangle \leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ şeklindedir. İki-boyutlu Hilbert uzayında bir durum ya da vektör olarak tanımladığımız kübit, Eşitlik (2.1)'deki α ve β katsayılarının herhangi bir değerinde bulunabilir. Böylelikle kübit, $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ baz vektörlerinin sonsuz farklı üst üste binmesiyle oluşur. Eşitlik (2.1)'de kuantum mekaniksel olarak bir ölçüm, $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ baz

vektörleri üzerinden kübitin izdüşüm operatörü ile gerçekleştirilebilir. Böylece elde edilen $|0\rangle$ sonucu $|\alpha|^2$ olasılığı ile $|1\rangle$ sonucu $|\beta|^2$ olasılığı ile verilir.

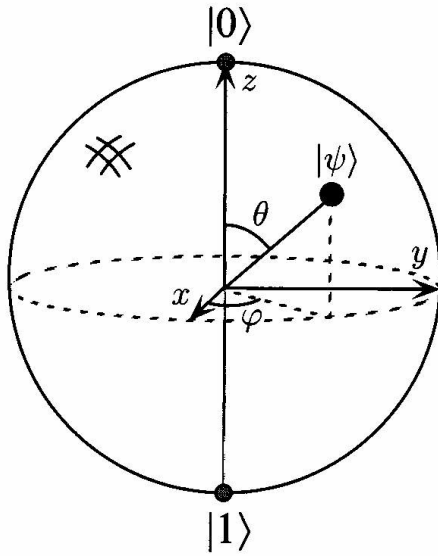
2.2. Spin- $\frac{1}{2}$

Kuantum biti, spini $\frac{1}{2}$ olan elektrona benzetebiliriz. O halde, $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ baz vektörlerinin kodlamaları, z eksenini boyunca spin yukarı $|\uparrow\rangle$ ve spin aşağı $|\downarrow\rangle$ dır. Normalizasyon koşulu ile uzunluğu 1 olan kübit, geometrik yorumlanır ise, Eş. (2.1)

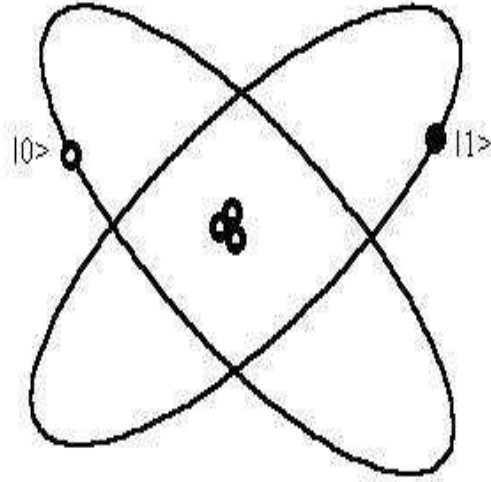
$$|\psi\rangle = \left(\cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\varphi} \sin\frac{\theta}{2}|1\rangle \right) \quad (2.2)$$

olur. Burada kutupsal açı θ , azimut açı φ gerçek sayılardır. Şekil 2.1’de θ ve φ açıları ile üç-boyutlu küre üzerinde bir nokta tanımlanır. Bloch küresi olarak tanımlanan bu küre tekli bir kübitin göz önünde canlandırılması için kullanışlı bir yoldur. Bununla birlikte Bloch küresiyle kübiti tanımlama sezgilerimizi sınırlar. Çünkü, çoklu kübitler için Bloch küresinin genelleştirilmesi yapılamaz.

Bir kuantum bit ne kadar bilgi sunabilir? Kavranması zor olsa da, kürenin üzerindeki sonsuz nokta kadar diyebiliriz. Gerçek dünyada bir bütün, önceden onu meydana getiren parçalardan oluşturulmuştur. Kuantum mekaniğe ise işlemlerle bir araya getirilen parçalardan oluşturulan kuantum sistemlerin davranışlarını çözmede zorluklar vardır. Bunun nedeni, parçaları bir araya getirirken, parçaların dengi olan karşılıklarında eksikliklerin olmasıdır. Eksik parçaları tamamlamak ve sistemi zihnimize betimlemek için sezgisel bakmalıyız. Ama yine de dolaylı bir karşılık vardır; örneğin kuantum mekaniğin postülları çerçevesinde, kübit iki bittten, iki-parçalı kuantum dolaşık sistem iki kübitten oluşur. Bitlerin üst üste binmesiyle oluşan kübitin yapısı, çevremizdeki fiziksel dünyayı anlaşılır kılan “beş duyumuzla” ters düşmektedir.



Şekil 2.1. Bir kubitin Bloch küresiyle temsili (Nielsen and Chuang, 2000).



Şekil 2.2. Kubitin bir atomda iki elektronik düzeyle sunumu.

Diğer yandan klasik biti bozuk paraya benzetirsek, sonucu ya yazıdır ya turadır. Fakat geometrik şekline bağlı olarak bir bozuk para, bu iki olasılığın ortası olan köşesi üzerinde dik durabilir. Böyle bir sonuç normal şartlarda göz önünde bulundurulmaz. Buna karşın bir kubit gözlemleninceye kadar $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ arasında durumların bir sürekliliğinde varolur. Bir kubit,

$$|\psi_{\text{kubit}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \quad (2.3)$$

durumunda ölçülürse, $|1/\sqrt{2}|^2 = \frac{1}{2}$ sonucuyla %50 olasılıkla $|0\rangle$ 'i, $\frac{1}{2}$ sonucuyla %50 olasılıkla $|1\rangle$ 'i verir. Bu ilginç duruma rağmen, kubitlerin varlığını çift yarık gibi deneyler onaylamıştır ve kubitler gerçektir. Birçok farklı fiziksel sistemde kubitlerin uygulamaları yapılabilir. Bir fotonun iki farklı kutuplanması, düzgün bir manyetik alanla bir nükleer spinin aynı hizada olması ve Şekil 2.2'de tek bir atomda dolanan bir elektronun iki durumunun üst üste binmesi gibi örnekler verilebilir.

Atomik düzeyde elektronun $|0\rangle$ 'dan $|1\rangle$ durumuna geçmesi mümkündür ve bunun tersi de geçerlidir. Bundan daha ilginç “ışık gönderdiğimizde ilk başta $|0\rangle$ 'da bulunan elektronun $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ arasında orta yolda hareket edebilir” olmasıdır (Nielsen and Chuang, 2000). Orta yol durumunu, Eş. (2.3) veya $|+\rangle$ sembolü ile gösterilebilir. Kısacası kubit ölçüldüğünde, $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ 'in üst üste binmesi olan bu özel durum yok olur. Niçin bu tip bir yok olma meydana geliyor? Bunun nedeni araştırmacılar tarafından henüz öngörülememektedir. Aslında bu davranış kuantum mekaniğinin temel postüllarından biridir. Gözlem sonucunda tek bir ölçümle kubitin durumu hakkında bilginin sadece bir biti elde edilir.

Matematiksel olarak paradoks görünüşte çözülmüş gibidir. “Kübitte bir ölçüm yapmaz isek, bir kubit ne kadar bilgiyi tutar?” ilginç bir soru olarak karşımıza çıkmaktadır. Başka bir deyişle, bilgiyi ölçmeden nasıl nitelendirebiliriz? Zira onu ölçmeden bilginin miktarı hakkında bir şey söylenemez. Ama yine de geldiğimiz süreçte kavramsal bir önem vardır. Doğa, kubitlerden oluşan kapalı bir kuantum sisteminde gelişir ve evrime uğrar. Burada, yapılacak bir ölçüm fazla bir rol oynamaz. Doğada, kubitin kuantum durumunu tanımlayan α ve β gibi sürekli değişkenler saklıdır. Böylelikle, doğada kubitler aracılığıyla “gizli bilginin büyük miktarı” barınır. Bu “gizli bilginin” doğa'daki potansiyel miktarı, kubitin sayısıyla üstel olarak artar. Bu bağlamda bilim adamları için “gizli kuantum bilgisini” anlamak önemli bir sorundur (Nielsen and Chuang, 2000). Kuantum devreler, kuantum Fourier dönüşümü, kuantum algoritmalar ve konunun pratikte fiziksel uygulaması olan kuantum bilgisayarlar gibi pek çok araç bu sorunu çözmeye yardımcıdır. Bu araçların çalışma yöntemleri ve kuralları da kuantum bilgi teorisinin temel kavramları ile belirlenmektedir.

2.3. Çoklu Kübitler

Tensör çarpımı, vektör uzayları ile birlikte daha büyük vektör uzayları oluşturmak için tanımlanmıştır. Bu yapı çok parçacıklı sistemlerin kuantum mekaniğini anlamak için çok önemlidir. Y ve W sırasıyla m ve n boyutlu Hilbert uzayları olsun. O zaman $Y \otimes W$, tensör çarpımı mn -boyutlu vektör uzayıdır. $Y \otimes W$ 'nin elemanları; Y 'nin $|y\rangle$ ve W 'nin $|w\rangle$ elemanları arasındaki $|y\rangle \otimes |w\rangle$ tensör çarpımlarının lineer kombinasyonlarıdır. Bileşik kuantum sisteminin bir elemanı, $|y\rangle|w\rangle, |y, w\rangle, |yw\rangle$ ve $|y\rangle \otimes |w\rangle$ yazılımlarından biri ile gösterilebilir. Uygun matris gösterimleri Kronecker çarpımı olarak bilinir. A ; $m \times n$, B ; $p \times q$ matrislerinin tensör çarpımı

$$A \otimes B = \left[\begin{array}{cccc} A_{11}B & A_{12}B & \cdots & A_{1n}B \\ A_{21}B & A_{22}B & \cdots & A_{2n}B \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{m1}B & A_{m2}B & \cdots & A_{mn}B \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{cccc} A_{11}B & A_{12}B & \cdots & A_{1n}B \\ A_{21}B & A_{22}B & \cdots & A_{2n}B \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{m1}B & A_{m2}B & \cdots & A_{mn}B \end{array}} \right\} mp \quad (2.4)$$

olarak verilir. Çoklu kübitte öncelikle iki kübit göz önünde bulundurulur. İki klasik bitten, 00, 01, 10 ve 11 yazılımı ile dört mümkün durum oluşturulur. Bunun karşılığı iki kübitli sistem, $|00\rangle_{AB}, |01\rangle_{AB}, |10\rangle_{AB}$ ve $|11\rangle_{AB}$ tensör çarpımlarıyla gösterilen dört hesapsal baz durumlarına sahiptir. Bu dört bazın, iç ve dış çarpımdan farklı \otimes tensör çarpımı

$$|0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |01\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |10\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |11\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

olur. Kübitlerin bir çifti, bu dört durumun herhangi ikisinin üst üste binmesinde varolabilir. İki-kübitli kuantum durumunda, her bir hesapsal baz durumunun ayrı ayrı bulunma olasılık genlikleri vardır. Böylelikle, iki kübiti tanımlayan durum vektörü

$$|\psi\rangle = \alpha_{00}|00\rangle + \alpha_{01}|01\rangle + \alpha_{10}|10\rangle + \alpha_{11}|11\rangle \quad (2.6)$$

olarak yazılır. Ölçüm sonucu oluşan $|x\rangle$ kubitlerinin durumu, $|\alpha_x|^2$ olasılığı ile meydana gelir. Olasılıklar için $\sum_{x,y=0}^1 |\alpha_{xy}|^2 = |\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2 + |\alpha_{10}|^2 + |\alpha_{11}|^2 = 1$ normalizasyon koşulu sağlanır. Dört bazın birçok kombinasyonundan biri olan iki-kübitli kuantum sistemi;

$$|\beta_{01}\rangle = \frac{|00\rangle_{\text{birinci,ikinci}} + |11\rangle_{\text{birinci,ikinci}}}{\sqrt{2}} \quad (2.7)$$

olarak verilir ve Bell durumu ya da EPR paradoksu olarak bilinir. Basit elde edilmiş bir durum gibi gözükse Eş. (2.7), kuantum hesaplama ve kuantum bilgisinde birçok gizemi ortaya çıkarır. Kuantum teleportasyon, yoğun sık kodlama gibi konularda anahtar bir etken olan EPR paradoksu, diğer ilginç bir çok kuantum durumunun da prototipidir. Eş. (2.7) ile verilen Bell durumunun birinci kubit ölçümü üzerinden iki mümkün sonuç elde edilir. $\frac{1}{2}$ olasılıklı $|0\rangle_{\text{birinci}}$ 'nin ölçümden sonraki durum $|\varphi'\rangle = |00\rangle$ ve $\frac{1}{2}$ olasılıklı $|1\rangle_{\text{birinci}}$ 'in ölçümden sonraki durum $|\varphi'\rangle = |11\rangle$ olarak elde edilir. Böylece ölçüm sonuçları arasında bir korelasyon kurulmuş olur. Kuantum korelasyon, birinci kubit ile ikinci kubit üzerinde yapılan ölçümler arasında sürekli olarak mevcuttur. Bundan dolayı bu korelasyonlar; Einstein, Podolsky ve Rosen'in meşhur makalelerinden beri üzerinde çalışılan konular olmaya devam etmektedir. Einstein ve arkadaşları bileşik kuantum sisteminin, tuhaf özelliklerine ilk kez işaret ettiler. EPR fikrini, John Bell kaldığı yerden devam ettirerek geliştirdi ve şaşırtıcı bir sonuçla EPR durumundaki ölçüm korelasyonlarının, klasik sistemler arasındaki varolandan çok daha güçlü olduğunu kanıtladı (Bell, 1964).

Kuantum mekaniğin, klasik dünyada mümkün olanın ötesindeki bilgi işlemlerine

izin vermesi önemli bir öngörüsüdür. Hesapsal baz durumları $|x_1 x_2 \dots x_n\rangle$ şeklinde oluşturulmuş bu gibi bir sistemin kuantum durumu 2^n genliği ile belirtilir. $n = 50$ için genlik, evrende öngörülen atomların sayısından daha fazladır. Düşünülen herhangi klasik bir bilgisayar üstünde tüm kompleks sayıları depo etme girişimi mümkün değildir. Hilbert uzayı da büyük bir kompleks vektör uzayıdır. Bununla birlikte, doğada birkaç yüz atom içeren verilerin işlemleri yapılmaktadır. Örneğin doğada, 2^{50} genlikli kuantum durum ufak bir kağıtta saklanmıştır (Nielsen and Chuang, 2000). Aynı zamanda doğada, sistemin evrimi içinde hesaplamalar yerleşik olmayan bir iletişimle yapılır. Fakat kuantum hesaplama işlemlerinde, kuantum mekaniği nasıl ele alınıp düşünülmelidir? Bu yöntemlerden birkaçı kuantum bit ve dolaşıklık için ele alınmıştır.

2.4. Kübitin Yoğunluk Matrisi ve Bilgi Entropisi

Eş. (2.3)'te verdiğimiz kübitin $|\psi_{Kübit}\rangle = |+\rangle$, yoğunluk matrisi,

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi|_{Kübit} = |+\rangle\langle+| \quad (2.8)$$

olarak yazılır. Kübitin yoğunluk matrisi bu şekilde yazılabiliyor ise “saf durumdadır” denir. Bir başka deyişle, düşünülen sistemin kuantum mekaniksel olarak Eş. (2.8) yazılımında bulunma olasılığı % 100'dür. ρ Hermityen bir matristir: $\rho = \rho^\dagger$. Buna göre saf ve karışık durum için öncelikle $\text{Tr} \rho$ bulunur. $\text{Tr}(\rho^2) = 1$ ise saf durum, $\text{Tr} \rho^2 < 1$ ise karışık durum koşulu sağlanır. Kübitin saf durumunu kontrol edersek;

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle 0| + \langle 1|) = \frac{1}{2}(|0\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|) \\ &= \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.9)$$

olur. Eş. (2.9)'un izi alınmaz ve köşegenleştirilmesi gerekir. Bu matrisin özdeğerleri,

$$\det|\rho - \lambda I| = \begin{vmatrix} 1/2 - \lambda & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 - \lambda \end{vmatrix} = 0, (1/2 - \lambda)^2 - (1/2)^2 = 0, \lambda_{1,2} = 0,1 \quad (2.10)$$

olarak elde edilir. Köşegenleştirilmiş matris $\rho(D) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ dir, $\dot{I}z(\rho^2) = \dot{I}z \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 1$

olarak bulunur. Böylece kübitinin “saf durumda” olduğu görülür. İşlemlerde kullandığımız yoğunluk matrisi, olasılık dağılımlarının kuantum karşılığıdır. Kuantum bilgi teorisinde Von Neumann entropisi,

$$S(\rho) = -\dot{I}z(\rho \log \rho) \quad (2.11a)$$

olarak yazılır, burada logaritma “2” tabanıdır (Wehrl, 1978; Ohya and Petz, 1993). λ_x yoğunluk matrisinin özdeğerleri olmak üzere bilgi entropisi,

$$S(\rho) = -\sum_x \lambda_x \log_2 \lambda_x \quad (2.11b)$$

olarak yeniden yazılabilir. Eş. (2.10)’daki özdeğerler Eş. (2.11b)’de yerine konulduğunda bilgi entropisi “0” bulunur. $S = 0$ ise saf kuantum durum, $S \neq 0$ ise karışık kuantum durum koşulu sağlanır. Eş. (2.9)’daki 4 terimden birinin eksikliği her zaman bilgi entropisini “0” dan farklı yapar. Şekil 2.1’de Bloch küresinin üzerindeki tüm noktaların “saf durumu” içerideki noktaların “karışık durumu” sembolize ettiği söylenebilir. Sonuç olarak bir durumun yoğunluk matrisi $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ şeklinde yazılabiliyorsa saf durumda, yoğunluk matrisi $\rho = P_1|\psi_1\rangle\langle\psi_1| + P_2|\psi_2\rangle\langle\psi_2|$ şeklinde yazılabiliyorsa “karışık durumdadır” denir.

2.5. Dolaşıklık Yoğunluk Matrisi ve Bilgi Entropisi

Kuantum dolaşık durum, $\mathbf{H} = C^2 \otimes C^2 = C^4$ şeklinde dört-boyutlu Hilbert uzayında tanımlıdır. Literatüre geçen iki kübit için dört dolaşık durum;

$$|\beta_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \quad (2.12a)$$

$$|\beta_{01}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle) \quad (2.12b)$$

$$|\beta_{10}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle) \quad (2.12c)$$

$$|\beta_{11}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle) \quad (2.12d)$$

olarak verilir. $|\beta_{01}\rangle$ dolaşık durumunu ele aldığımızda yoğunluk matrisi;

$$\begin{aligned} \rho_{01} &= |\beta_{01}\rangle\langle\beta_{01}| = \frac{1}{2}(|01\rangle + |10\rangle)(\langle 01| + \langle 10|) = \frac{1}{2}(|01\rangle\langle 01| + |01\rangle\langle 10| + |10\rangle\langle 01| + |10\rangle\langle 10|) \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13) \end{aligned}$$

olarak elde edilir. Köşegen olmayan ρ_{01} yoğunluk matrisinin özdeğerleri $\det|\rho_{01} - \lambda I| = 0$ formülünden $\lambda_{1,2,3,4} = 1, 0, 0, 0$ olarak bulunur. Bu özdeğerleri yerine koyduğumuzda köşegenleşmiş ρ_{01} ,

$$\rho_{01}(D) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

olarak yeniden yazılır. Köşegenleştirilmiş yeni matrisimizin izi ve karesinin izi;

$$\dot{I}z[\rho_{01}(D)]=1 \quad (2.15a)$$

$$\dot{I}z[\rho_{01}^2(D)]=1 \quad (2.15b)$$

olarak elde edilir. O halde $|\beta_{01}\rangle$ dolaşık durumu “saf durumdadır” denir. Ayrıca, dolaşık durumun bilgi entropisi ile saf ya da karışık durumda olup olmamasını irdeleyelim: Eş. (2.11b)’e göre $|\beta_{01}\rangle$ ’in bilgi entropisinin,

$$S(\rho_{01}) = -\sum_{x=1}^4 \lambda_x \log_2 \lambda_x = -1 \log_2 1 - 0 = 0 \quad (2.16)$$

ifadesi ile verilir. Burada $|\beta_{01}\rangle$ dolaşıklığının “saf durumda” olduğu görülür. Bu işlem sırası takip edilerek diğer üç dolaşıklık içinde;

$$\rho_{00} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17a)$$

$$\rho_{10} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17b)$$

$$\rho_{11} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.17c)$$

$$\rho_{00}(D) = \rho_{10}(D) = \rho_{11}(D) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{I}z[\rho_{00}^2(D)] = \dot{I}z[\rho_{10}^2(D)] = \dot{I}z[\rho_{11}^2(D)] = 1 \quad (2.18a,b)$$

$$S[\rho_{00}(D)] = S[\rho_{10}(D)] = S[\rho_{11}(D)] = 0 \quad (2.19)$$

eşitlikleri elde edilir. Böylelikle, her iki yoldan da $|\beta_{00}\rangle, |\beta_{10}\rangle$ ve $|\beta_{11}\rangle$ kuantum dolaşık durumların “saf durumda” olduğu kanıtlanır. Maple 8 programında, “ $|\beta_{01}\rangle$ dolaşık durumunun yoğunluk matrisinin izi ve entropisi yardımıyla temiz durumda olup olmamasının kontrol edilmesi” işlemleri Ek 1’de verildi. Maple 8 ileri düzey matematik programında; matris yazılımı ve işlemleri kolaylıkla yapılır. 2×2 ; 4×4 matris çarpımları, bu matrislerin izi, özdeğerleri ve özvektörlerinin hesaplarının sonuçları çok kısa zamanda bulunmaktadır.

2.6. İndirgenmiş Yoğunluk Matrisi

Yoğunluk matrisinin en önemli uygulaması, dolaşık durum gibi bir bileşik sistemin alt sistemi için tanımlayıcı bir rol üslenmesidir. Bu tanım indirgenmiş yoğunluk matrisi ile sağlanır. İndirgenmiş yoğunluk matrisi bileşik sistemlerin analiz edilmesinde çok kullanışlı ve vazgeçilmez bir yoldur. Örneğin, iki $spin - \frac{1}{2}$ parçacıkların $|\beta_{00}\rangle$ dolaşıklığının bilinmeyen genliklerle yazılımı

$$|\psi\rangle_{AB} = a|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B + b|1\rangle_A \otimes |1\rangle_B \quad (2.20)$$

olur (Preskill, 1998). A ve B fiziksel sistemlerin durumu, bir yoğunluk matrisi ρ^{AB} ile tanımlanırsa, indirgenmiş yoğunluk matrisi,

$$\rho^A = \text{Tr}_B(\rho^{AB}) \quad (2.21)$$

ile ölçülür. Burada Tr_B , B sistemi üzerinden parçalı iz olarak bilinen matrislerin bir tasviridir. Parçalı iz Tr_B

$$\rho^A = \text{Tr}_B(|a_1\rangle\langle a_2| \otimes |b_1\rangle\langle b_2|) = |a_1\rangle\langle a_2| \text{Tr}_B|b_1\rangle\langle b_2| \quad (2.22)$$

olarak yazılır. Kısaca, ρ^A ; $|a_1\rangle\langle a_2|$ matrisi ile b_2 ve b_1 'nin dış çarpımından oluşan matrisin izinden $\text{Tr}_B|b_1\rangle\langle b_2|$, bulunacak sayının çarpımıdır. Parçalı iz işlemi, sadece AB bileşik sisteminde özel bir alt sınıf içinde tanımlanır. Eş. (2.22)'deki parçalı izin giriş terimleri lineerdir (Nielsen and Chuang, 2000).

2.7. Kuantum Hesaplama Önemli Bir Sorun

Kuantum bilgisayarlarını niçin elde edemiyoruz? Uyumlu bir durum neden hemen uyumsuz oluyor? Başka bir anlatımla dolaşık bir durum neden hemen neden klasik hale dönüyor? Örneğin, $|\beta_{01}\rangle$ dolaşık durumu köşegenleştirildikten sonra Eş. (2.15b)'de $\text{Tr}\rho^2 = 1$ bulunmuştu. Dolaşık durumda uyumluluk vardır ve saf durumdadır. Fakat bu bileşik kuantum sisteminin indirgenmiş yoğunluk matrisi

$$\begin{aligned} \rho^A = \text{Tr}_B(\rho^{AB}) &= \frac{1}{2} \left[|0\rangle\langle 0|_A \text{Tr}_B|1\rangle\langle 1|_B + |0\rangle\langle 1|_A \text{Tr}_B|1\rangle\langle 0|_B + |1\rangle\langle 0|_A \text{Tr}_B|0\rangle\langle 1|_B + |1\rangle\langle 1|_A \text{Tr}_B|0\rangle\langle 0|_B \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{Tr}_B \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{Tr}_B \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{Tr}_B \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{Tr}_B \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 1 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot 1 \right) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} I_{2 \times 2} \end{aligned} \quad (2.23)$$

ifadeleri ile verilir. AB bileşik kuantum sisteminde, B kübiti üzerinden iz alarak, 2×2 boyutlarında ρ^A indirgenmiş yoğunluk matrisi elde edilir. ρ^A 'nın karesinin izi,

$$\text{Tr}(\rho^A)^2 = 1/2 < 1 \quad (2.24)$$

olarak bulunur. Benzer şekilde, ikinci kübit için $\text{Tr}(\rho^B)^2 = 1/2$ eşitliği bulunur. Bu sonuçlar kuantum sistemi için uyumsuzluk anlamındadır ve karışık durumda gibi gözükmektedir. Eş. (2.23)'deki indirgenmiş yoğunluk matrisinin özdeğerleri

$\lambda_{1,2} = 1/2, 1/2$ dir. Dolaşık durumdaki AB bileşik sistemin bilgi entropisi $S = 0$ sıfır yani maksimum kullanımda ve kuantum mekaniksel potansiyel içerir iken, AB sistemini oluşturan herhangi bir kübitin bilgi entropisine baktığımızda

$$S(\rho^A) = -\left[\frac{1}{2}\log_2 \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_2 \frac{1}{2}\right] = -1\log_2 \frac{1}{2} \quad (2.25)$$

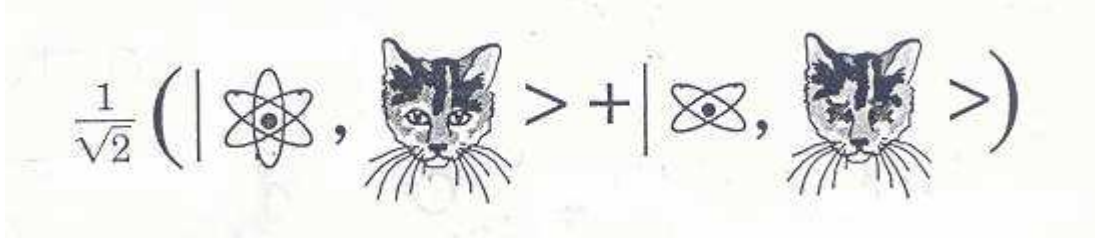
$$\Rightarrow S(\rho^A) = \log_2 2 = 1) 0$$

şeklinde oluyor. Kısaca $|\beta_{01}\rangle$ için Eşitlik (2.15b)'de $\dot{I}z[(\rho^{AB})^2(D)] = \dot{I}z[(\rho_{01})^2(D)] = 1$ iken aynı dolaşıklık, indirgenmiş yoğunluk matrisi için $\dot{I}z(\rho^A)^2 = \dot{I}z(\rho^B)^2 = \frac{1}{2}$ olarak bulunur. Benzer şekilde, $|\beta_{01}\rangle$ için Eş. (2.16)'de $S(\rho_{01}) = 0$ iken indirgenmiş yoğunluk matrisinin bilgi entropisi $S(\rho^A) = S(\rho^B) = \log_2 2 = 1$ bulunur. Bu; $|\beta_{01}\rangle$ dolaşık halde iken bilgi tam ve mükemmel, ama indirgenmiş yoğunluk matrisindeki gibi kübit olarak ele aldığımızda entropinin arttığı, bilginin kaybolduğu ve tam bilgiden eser kalmadığı görülür. Ama yinede, doğada kübit vardır ve işlemlerine baş döndürücü hızla -ışık hızından daha hızlı- devam etmektedir (Bell, 1964; Kwiat et al., 1995, Zeilinger, 1997; Pan et al., 2000; Polzik, 2001). E. Schrödinger, gözlemlenebilirlik altında kuantum mekaniğin bu yaklaşımına açıklık getirmiştir. Ayrıca, Schrödinger kuantum bilgi teorisinin, bir kedinin kuantum durumuna

$$|kedi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|ölü\rangle + |canlı\rangle) \quad (2.26)$$

olarak izin verebileceğini düşündü. Klasik bakışa göre, kedi ya ölü ya da canlı olabilir, yarı ölü yarı canlı olamaz. Bu konuda son 20 yılda Schrödinger kedisi paradoksunun çözümü ve anlaşılması konusunda büyük mesafeler alındı. Çevre ve kedi arasındaki etkileşimler, hazırlanan ölü-canlı üst üste binmesini hemen bozmaktadır. Uyumsuzluk dediğimiz bu koşul, kodlanmış kuantum bilgiyi hızlı bir şekilde kaybetmekte ve kuantum bilgisayar hata yapmaktadır (Preskill, 1998).

2.8. Dört EPR-Bell Dolaşık Durumlarının PPE'inin Hesaplanması



Şekil 2.3. Schrödinger'in kedisi ile bir atomun dolaşık durumu (Terhal et al., 2003).

Schrödinger 1935'teki makalesinde, dolaşıklığın olağanüstü bir gösterimini, ünlü kedisini kullanarak sundu (Schrödinger, 1935). Sistemin kuantum mekaniksel tanımı uyumlu ise; bileşik kuantum sistemi uyarılmış atom-canlı kedi ile taban atom-ölü kedi üst üste binmesindedir (Şekil 2.3). Bir bütün olarak izole edilmiş kedi-zehir-atom sistemi; kedinin canlı ya da ölü halindeki bir paradoks ya da bir dolaşık durum halindedir. Şekil 2.3'ü 1964 yılındaki yayınında John Bell farklı bir düşünce tarzı ile göstermiştir (Bell, 1964).

Peres-Horodecki PPE işlemi: A Hermityen bir operatör ise eki, kendisine $A = A^\dagger$ eşittir. Ayrıca A operatörünün özdeğerleri gerçektir. Tüm $|\Phi\rangle$ 'ler için $\langle \Phi | A | \Phi \rangle \geq 0$ eşitsizliği sağlanıyor ise, A negatif olmayan bir operatördür. O halde negatif olmayan tüm operatörler Hermityendir ve negatif olmayan özdeğerlere sahiptir. Eş. (2.14) ve (2.18a)'daki gibi negatif olmayan operatörlerin yoğunluk matrislerinin izi "1" olur. Kuantum bilgi teorisinde; yoğunluk matrisi ile betimlenen sistemin, bileşik olup olmadığını bilmek önemlidir. Bu, yoğunluk matrisinin yarısının veyahut parçalı evriğinin alınmasıyla anlaşılabilir. Köşegenleşmiş yoğunluk matrisi üzerine uygulanan PPE yöntemi, Peres-Horodecki parçalı evrik işlemi olarak bilinir (Peres, 1996; Horodecki et al., 1996). PPE işlemi, bir kuantum dolaşık durumdaki sisteme uygulanabilir. Örneğin, Φ_{AB} durumunun yarısı olan $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ bazlarındaki Bora'nın evriği alınırken, Φ_{AB} 'nin diğer yarısı Ayşe birim operatör I_A ile çarpılır. Buradan PPE'in matematiksel bağıntısı

$$(I_A \otimes T)(|\Phi\rangle\langle\Phi|) = (I_A \otimes T) \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

olarak verilir. Eş. (2.27), “Kuantum dolaşıklığa modern bir bakış: Bu sizin büyük babanızın bildiği kuantum mekanik değil” adlı makalede $|\beta_{00}\rangle$ dolaşıklığının PPE’idir (Terhal et al., 2003). Kuantum bilgi teorisi üzerine yapılan çalışma ve yayınlarda iki dolaşık atomdan her biri Alice ve Bob isimleri ile anlatılmaktadır. Bu çalışmada ise Alice yerine Ayşe ve Bob yerine Bora isimleri alınmıştır.

2.8.1. I. Bell durumunun PPE’i

Eş. (2.17a)’da $\rho_{00} = |\beta_{00}\rangle\langle\beta_{00}| = \frac{1}{2}(|00\rangle_{AB} + |11\rangle_{AB})(\langle 00|_{AB} + \langle 11|_{AB})$ matris değeri verilmiştir. $I_A \otimes T$ veya $id \otimes T$ matris mekaniğinde “1. kubit sabit, 2. kubitin evriği alınır” anlamındadır. Eş. (2.17a)’nın PPE’i alınırken, dört terimde ayrı ayrı işlem uygulanır. Her terimin başına T^2 yazılarak parçalı matris evrikleri

$$T^2 \frac{1}{2} [|0\rangle\langle 0|_A \otimes |0\rangle\langle 0|_B] = T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.28a)$$

$$T^2 \frac{1}{2} [|0\rangle\langle 1|_A \otimes |0\rangle\langle 1|_B] = T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.28b)$$

$$T^2 \frac{1}{2} [|1\rangle\langle 0|_A \otimes |1\rangle\langle 0|_B] = T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.28c)$$

$$T^2 \frac{1}{2} [|1\rangle\langle 1|_A \otimes |1\rangle\langle 1|_B] = T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.28d)$$

olarak bulunur, bu dört eşitlikten,

$$(id \otimes T)(|\beta_{00}\rangle\langle\beta_{00}|) = (I_A \otimes T) \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

I. Bell durumunun PPE'i bulunur. Burada Eş. (2.28a) ve (2.28d) matrislerinin evrikleri aynı kalırken, Eş. (2.28b) ve (2.28c) matrislerinin evrikleri değişmektedir. I. Bell durumunun bu yeni parçalı evrik matrisin özdeğerleri $\lambda_{1,2,3,4} = 1/2, 1/2, 1/2, -1/2$ şeklinde bulunur. Bir tane özdeğerin negatif çıkmasıyla kuantum dolaşık durum kanıtlanır.

2.8.2. II. Bell durumunun PPE'i

Eş. (2.13)'te çıkarımını yaptığımız II. Bell durumunun yoğunluk matrisine, parçalı evrik uygulanarak

$$T^2 \frac{1}{2} [|0\rangle\langle 0|_A \otimes |1\rangle\langle 1|_B] = T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.30a)$$

$$T^2 \frac{1}{2} [|0\rangle\langle 1|_A \otimes |1\rangle\langle 0|_B] = T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.30b)$$

$$T^2 \frac{1}{2} [|1\rangle\langle 0|_A \otimes |0\rangle\langle 1|_B] = T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.30c)$$

$$T^2 \frac{1}{2} [|1\rangle\langle 1|_A \otimes |0\rangle\langle 0|_B] = T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.30d)$$

ifadeleri bulunur. Bu dört eşitlikten,

$$(id \otimes T)(|\beta_{01}\rangle\langle\beta_{01}|) = (I_A \otimes T) \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

II. Bell durumunun PPE'i elde edilir. Burada Eş. (2.30a) ve (2.30d) matrislerinin evrikleri aynı kalırken, Eş. (2.30b) ve (2.30c) matrislerinin evrikleri değişmektedir. II. Bell durumunun bu yeni parçalı evrik matrisin özdeğerleri $\lambda_{1,2,3,4} = 1/2, 1/2, 1/2, -1/2$ şeklinde bulunur. Bir tane özdeğerin negatif çıkmasıyla kuantum dolaşık durum kanıtlanır.

2.8.3. III. Bell durumunun PPE'i

Eş. (2.17b)'de çıkarımını yaptığımız III. Bell durumunun yoğunluk matrisine parçalı evrik uygulanarak

$$T^2 \frac{1}{2} [|0\rangle\langle 0|_A \otimes |0\rangle\langle 0|_B] = T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.32a)$$

$$-T^2 \frac{1}{2} [|0\rangle\langle 1|_A \otimes |0\rangle\langle 1|_B] = -T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.32b)$$

$$-T^2 \frac{1}{2} [|1\rangle\langle 0|_A \otimes |1\rangle\langle 0|_B] = -T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.32c)$$

$$T^2 \frac{1}{2} [|1\rangle\langle 1|_A \otimes |1\rangle\langle 1|_B] = T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.32d)$$

ifadeleri bulunur. Bu dört eşitlikten,

$$(id \otimes T)(|\beta_{10}\rangle\langle\beta_{10}|) = (I_A \otimes T) \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

III. Bell durumunun PPE’i elde edilir. Burada Eş. (2.32a) ve (2.32d) matrislerinin evrikleri aynı kalırken, Eş. (2.32b) ve (2.32c) matrislerinin evrikleri değişmektedir. III. Bell durumunun bu yeni parçalı evrik matrisin özdeğerleri $\lambda_{1,2,3,4} = 1/2, 1/2, 1/2, -1/2$ şeklinde bulunur. Bir tane özdeğerin negatif çıkmasıyla kuantum dolaşık durum kanıtlanır.

2.8.4. IV. Bell durumunun PPE'i

Eş. (2.17c)'te çıkarımını yaptığımız IV. Bell durumunun yoğunluk matrisine, parçalı evrik uygulanarak

$$T^2 \frac{1}{2} [|0\rangle\langle 0|_A \otimes |1\rangle\langle 1|_B] = T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.34a)$$

$$T^2 \frac{1}{2} [|0\rangle\langle 1|_A \otimes |1\rangle\langle 0|_B] = T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.34b)$$

$$-T^2 \frac{1}{2} [|1\rangle\langle 0|_A \otimes |0\rangle\langle 1|_B] = -T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.34c)$$

$$T^2 \frac{1}{2} [|1\rangle\langle 1|_A \otimes |0\rangle\langle 0|_B] = T^2 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.34d)$$

ifadeleri bulunur. Bu dört eşitlikten,

$$(id \otimes T)(| \beta_{11} \rangle \langle \beta_{11} |) = (I_A \otimes T) \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

IV. Bell durumunun PPE'i elde edilir. Burada Eş. (2.34a) ve (2.34d) matrislerinin evrikleri aynı kalırken, Eş. (2.34b) ve (2.34c) matrislerinin evrikleri değişmektedir. IV. Bell durumunun bu yeni parçalı evrik matrisin özdeğerleri $\lambda_{1,2,3,4} = 1/2, 1/2, 1/2, -1/2$

şeklinde bulunur. Bir tane özdeğerin negatif çıkmasıyla kuantum dolaşık durum kanıtlanır.

I., II. ve III. Bell durumunda da görüldüğü gibi bu değişen matrisler Stern-Gerlach deneyinde elde edilen girişim etkileri olarak bilinir. “dört-dolaşık durumun yoğunluk matrisinin parçalı PPE’inin özdeğer-özvektör çözümlerinin” Maple 8’deki işlemleri Ek 2’de verilmiştir. Ayrıca, Ek 2’de dört Bell durumun elde edilen dört özdeğerinden herhangi biri ile özdeğer-özvektör denkleminde sağlama yapılmıştır.

2.9. Dolaşıklık Oluşum Miktarı

Son yıllarda yeni keşfedilen bir hesaplama tekniği ile dolaşıklığın anlaşılabilirliği artırılmıştır. Bu teknikte, sistemdeki iki-tanecik dolaşıklığının nicel büyüklüğü, “dolaşıklık oluşum miktarı” olarak adlandırılmıştır (Hill and Wootters, 1997; Wootters, 1998). Teorik olarak sistemin dolaşıklık oluşum miktarı hesaplanabilmektedir. Elde edilen sonucun değerlendirilmesiyle, dolaşıklık için gerekli kuantum iletişim miktarı yeterli düzeye çıkarılabilir. ρ yoğunluk matrisi ile tanımlı bir durumun dolaşıklık oluşum miktarı

$$C(\rho) = \text{Maksimum} \{0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4\} \quad (2.36)$$

ifadesi ile verilir. Burada büyükten küçüğe sıralanmış $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4$; $\rho \cdot \tilde{\rho}$ ’ın özdeğerlerinin karekökleri alınarak bulunur. Ayrıca $\tilde{\rho} = (\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho^* (\sigma_y \otimes \sigma_y)$ olarak yazılır. σ_y ; Pauli Y matrisi, ρ^* ; yoğunluk matrisinin kompleks eşleniğidir. Dolaşıklık oluşum miktarını hesaplama, hem karışık ($Iz\rho^2 < 1$) hem de temiz ($Iz\rho^2 = 1$) durumlar için geçerlidir.

$\rho_{AB} = \rho_A \otimes \rho_B$ şeklinde ayrılabilir ya da dolaşık olmayan durumlar için dolaşıklık oluşum miktarı $C(\rho) = 0$ olurken, Bell durumlarının dolaşıklık oluşum

miktarı $C(\rho) = 1$ dir. Sistemdeki dolaşıklık miktarını bu ölçümle belirleyebilmemize karşın, sistemin bilgi miktarı bilgi entropisine bakılarak kontrol edilebilir (Can, 2004).

I. Bell durumu olan $|\beta_{00}\rangle$ 'ın dolaşıklık oluşum miktarının Maple 8'deki hesapları Ek 3'de verilmiştir.

2.10. Üç-Parçacıklı Dolaşıklık

Kuantum bilgi kapsamında, şimdiye kadar tekli sistem kuantum bit ve ikili bileşik sistem olan kuantum dolaşıklık ele alındı. Fakat kuantum mekaniği, dolaşık olabilecek sistem sayısına bir sınırlama getirmez. Örneğin; 1, 2 ve 3 olarak numaralandırılan üçlü sistem için bir dolaşık durum,

$$|GHZ\rangle_{123} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,0,0\rangle + |1,1,1\rangle) \quad (2.37)$$

şeklinde tanımlanabilir. Bu türdeki çoklu-parçacık dolaşık durumlar Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) kuantum durumları olarak bilinir (Greenberger et al., 1989). Üç-atomik ve üç-fotonik dolaşıklık üçlü bileşik sistemlere en iyi örneklerdir. Greenberger ve arkadaşları aynı zamanda; Eş. (2.37)'in, üç-parçacıklı dolaşık sistemlerin birçok kombinasyonlarının özel bir hali olduğunu gösterdiler. Üç-foton GHZ dolaşıklığı 1999 yılında deneysel olarak ilk kez gözlemlendi (Bouwmeester et al., 1999). Ayrıca üç-foton GHZ dolaşıklığının yerel olmama özelliği deneysel olarak test edilmiştir (Pan et al., 2000).

3. YARI KLASİK TEORİDE ADAY KÜBİT VE SÜREKLİ ATOMİK DOLAŞIKLIK OLUŞTURMA

3.1. Atom-Alan Etkileşimiyle Aday Kübit Oluşturma

Atom-alan etkileşmesini içeren önemli problemlerden biri; elektromanyetik alanın tek bir kipi ile, iki-düzeyle bir atomun etkileşmesinin birlikte ele alınmasıdır. Vakum ortamında, uyarılmış düzeyde elektronu bulunan bir atom hemen taban düzeye iner. Bundan dolayı iki-düzeyle atom elektromanyetik alanla varolabilir. Bir başka deyişle; “oluşturulmuş iki atomik düzey, çevreyle değil sadece alanla rezonansa girer” ise iki-düzeyle atom tanımı geçerlidir.

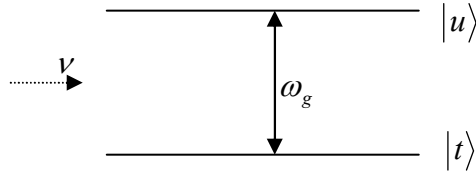
Atom-alan etkileşim problemini, dipol ve dönen-dalga yaklaşımı gibi gerçel yaklaşımlar altında kolayca ve tam doğrulukla çözmek mümkündür. Aynı zamanda bu iki yaklaşım, problemin başlıca özelliklerinin ortaya çıkmasına yol açar. Öncelikle, alanın tek bir kipi ile, iki-düzeyle bir atomun etkileşimi yarı-klasik teori kullanılarak matematiksel eşitlikleri çıkarılmıştır. Teorinin yarı-klasik olmasının nedeni; alanın klasik, atomun da iki-düzeyle bir kuantum sistemi olarak davranmasıdır. Tam kuantum mekaniksel teoride ise elektromanyetik alan kuvantlaşır (Scully and Zubairy, 1997).

İki-düzeyle bir atom, iki mümkün durumlu $spin - \frac{1}{2}$ ’li bir sisteme benzer bir yapıdadır. “Elektromanyetik alanın dalgaboyunun, atomik-boyuttan daha büyük olma” koşuluyla, dipol yaklaşımında; atom-alan etkileşim problemi, zamana-bağlı bir manyetik alanla etkileşen $spin - \frac{1}{2}$ ’li sisteme eşitlenebilir. Çünkü, $spin - \frac{1}{2}$ ’li sistemde spin-yukarı ve spin-aşağı arasında Rabi titreşimlerinin nedeni titreşen manyetik alan iken, iki-düzeyle atomda optiksel Rabi titreşimlerinin nedeni klasik hareket ettirici elektromanyetik alandır. Bu benzer ilişki ve eşitlemeler matematiksel kolaylıklar sağlamasına karşın, atomik düzeylerdeki bozunumlar optiksel Rabi titreşimlerini bağmaya (damping) uğratar. Yani; atomik bozunum, titreşici gibi davranan iki-düzeyle atomun titreşimlerini yavaşlatıp sönümlendirir.

Atom ile alan arasındaki etkileşmenin bu basit modelinin anlaşılması, alanla etkileşen bir dizi atomları içeren daha karmaşık problemleri çözmemize yardımcı olur. Buna en iyi örnek, Bölüm 3.2’de alanla etkileşerek oluşturulan iki atomun üst üste binmesindeki kuantum dolaşıklığıdır.

3.1.1. Aday kübitin kompleks katsayılarının olasılık genlik metoduyla bulunuşu

Şekil 3.1’deki gibi iki-düzeyle bir atomun tek-kipli ışınım alanı ile etkileşimini düşünelim. $|u\rangle$ ve $|t\rangle$ uyarılmış ve taban atomik durumları gösterir. Bu atomik durumlar sırasıyla, $\hbar\omega_1$ ve $\hbar\omega_2$ özdeğerli serbest Hamiltonyenin öz durumlarıdır.



Şekil 3.1. Tek-kipli bir alan ile iki-düzeyle bir atomun etkileşimi.

Kuantum mekaniksel olarak ele aldığımız iki-düzeyle bir atomun dalga fonksiyonu

$$|\psi(t)\rangle = C_1|u\rangle + C_2|t\rangle \quad (3.1)$$

olarak yazılır, burada C_1 ve C_2 ; $|u\rangle$ ve $|t\rangle$ durumlarındaki atomun kompleks sayılar içeren bulunma olasılık genlikleridir. Sistemin Schrödinger denklemi

$$i\hbar\dot{|\psi(t)\rangle} = H|\psi(t)\rangle \quad (3.2)$$

olarak verilir, burada $H = H_0 + H_1$ toplam Hamiltonyendir. Ayrıca H_0 ve H_1 sırasıyla

serbest ve etkileşim Hamiltonyenleridir. $H|\psi(t)\rangle = i\hbar \frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle$ Schrödinger denklemi, tek kipli bir alan ile iki-düzeyle bir atomun etkileşimini tanımlar (Scully and Zubairy, 1997). İncelediğimiz elektron, \mathbf{r}_0 uzaklığına yerleştirilmiş ve $V(r)$ potansiyeliyle atoma bağlıdır. Elektronun ilk durum Hamiltonyeni ve \mathbf{E} 'nin terimleriyle verilen etkileşim Hamiltonyeni,

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + V(r) \quad (3.3)$$

$$H_1 = -q_e \mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_0, t) \quad (3.4)$$

bağıntılarıyla verilir, q_e elektronun yükü, m kütesidir. Atom-alan etkileşimleri ile ilgili

birçok problemi çözerken bu etkileşim-Hamiltonyeni sıklıkla kullanılır. $|u\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ile $|t\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ atomik düzeylerin matris gösterimi ve birim matris $I = |u\rangle\langle u| + |t\rangle\langle t| = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

kullanılarak, H_0 ;

$$H_0 = I H_0 I = \hbar\omega_1 |u\rangle\langle u| + \hbar\omega_2 |t\rangle\langle t| \quad (3.5)$$

olur. Eş. (3.5) bulunurken $H_0|u\rangle = \hbar\omega_1|u\rangle$, $H_0|t\rangle = \hbar\omega_2|t\rangle$ ve $|t\rangle\langle t|H_0|u\rangle\langle u| = |u\rangle\langle u|H_0|t\rangle\langle t| = 0$ eşitlikleri kullanıldı. $\mathbf{r}_0 = 0$ 'da elektronu bulunan bir atom ile lineer olarak kutuplanmış monokromatik düzlem dalga şeklindeki alanın etkileştiği bir yaklaşım ele alalım. Bu durumda elektrik alan,

$$\mathbf{E}(0, t) = \varepsilon \cos \nu t \quad (3.6)$$

olarak verilir, burada ε genlik, ν alanın frekansıdır. Elektrik alanın dalga boyu, atomik boyuttan büyük olduğu için, atom nokta olarak algılanmaktadır. Bu, bölümün girişinde

belirtildiği gibi, dipol yaklaşımına karşılık gelmektedir. Eş. (3.4)'de verilen etkileşim Hamiltonyeni, Eş. (3.5)'deki benzer işlem ile,

$$\begin{aligned} H_1 &= (|u\rangle\langle u| + |t\rangle\langle t|)(-q_e x \mathbf{E}(t))(|u\rangle\langle u| + |t\rangle\langle t|) \\ &= -(\wp_{12}|u\rangle\langle t| + \wp_{21}|t\rangle\langle u|)E(t) \end{aligned} \quad (3.7)$$

olarak bulunur, burada $\wp_{12} = \wp_{21}^* = q_e \langle u|x|t \rangle$ ve $\wp_{21} = q_e \langle t|x|u \rangle$ eşitlikleri elektrik dipol momentin matris elemanlarıdır. Eş. (3.7)'yi bulunurken $q_e |u\rangle\langle u|x|u\rangle\langle u| = 0$ ve $q_e |t\rangle\langle t|x|t\rangle\langle t| = 0$ eşitlikleri de kullanılmıştır. Etkileşim sırasında, $\mathbf{r} = x$ elektrik alanın x eksenini boyunca lineer olarak kutuplandığı varsayılmıştır.

Aday kübit için, Eş. (3.1)'deki C_1 ve C_2 olasılık genliklerinin türevleri olan hareket eşitlikleri bulunmalıdır. Önce, bu türevleri içeren Shrödinger denkleminde, toplam Hamiltonyen yerine yazılarak,

$$\begin{aligned} \dot{C}_1(t)|u\rangle + \dot{C}_2(t)|t\rangle &= -\frac{i}{\hbar}(H_0 + H_1)[C_1(t)|u\rangle + C_2(t)|t\rangle] \\ \dot{C}_1(t)|u\rangle + \dot{C}_2(t)|t\rangle &= \left[-i\omega_1 C_1(t) + \frac{i}{\hbar} \wp_{12} \mathbf{E}(t) C_2(t) \right] |u\rangle + \left[-i\omega_2 C_2(t) + \frac{i}{\hbar} \wp_{21} \mathbf{E}(t) C_1(t) \right] |t\rangle \end{aligned} \quad (3.8)$$

ifadesi elde edilir. Eş. (3.8)'den hareket eşitlikleri

$$\dot{C}_1(t) = \left[-i\omega_1 C_1(t) + \frac{i}{\hbar} \wp_{12} \mathbf{E}(t) C_2(t) \right], \quad (3.9a)$$

$$\dot{C}_2(t) = \left[-i\omega_2 C_2(t) + \frac{i}{\hbar} \wp_{21} \mathbf{E}(t) C_1(t) \right] \quad (3.9b)$$

olarak çıkarılır. Ω_R Rabi frekansı

$$\Omega_R = \frac{|\wp_{21}| \mathcal{E}}{\hbar} \quad (3.10)$$

olarak tanımlanır, burada dipol matris elemanın fazı ϕ ; $\wp_{12} = |\wp_{12}| \exp(i\phi)$ ve $\wp_{21} = |\wp_{21}| \exp(-i\phi)$ eşitlikleri ile tanımlanır. Eş. (3.6)'da $\mathbf{E}(t) = \varepsilon \cos \nu t$ ile Rabi frekansı ifadesi, Eş. (3.9a,b)'de yerine yazılarak hareket eşitlikleri yeniden

$$\dot{C}_1 = -i\omega_1 C_1 + \frac{i|\wp_{12}|}{\hbar} \varepsilon \cos \nu t e^{-i\phi} C_2 = -i\omega_1 C_1 + i\Omega_R \cos \nu t e^{-i\phi} C_2 \quad (3.11a)$$

$$\dot{C}_2 = -i\omega_2 C_2 + \frac{i|\wp_{21}|}{\hbar} \varepsilon \cos \nu t e^{i\phi} C_1 = -i\omega_2 C_2 + i\Omega_R \cos \nu t e^{i\phi} C_1 \quad (3.11b)$$

olarak düzenlenir. C_1 ve C_2 olasılık genliklerinin çözümleri için, yavaş değişen olasılık genlikleri,

$$c_1 = C_1 e^{i\omega_1 t} \quad (3.12a)$$

$$c_2 = C_2 e^{i\omega_2 t} \quad (3.12b)$$

olarak verilir (Scully and Zubairy, 1997). Bu iki yeni ifadenin zamana göre türevlerini alarak \dot{C}_1 ve \dot{C}_2 'yi yerine yazarsak,

$$\dot{c}_1 = \dot{C}_1 e^{i\omega_1 t} + C_1 i\omega_1 e^{i\omega_1 t} = i\Omega_R \cos \nu t e^{-i\phi} e^{i\omega_1 t} C_2 \quad (3.13a)$$

$$\dot{c}_2 = \dot{C}_2 e^{i\omega_2 t} + C_2 i\omega_2 e^{i\omega_2 t} = i\Omega_R \cos \nu t e^{i\phi} e^{i\omega_2 t} C_1 \quad (3.13b)$$

olur. Eş. (3.12a,b)'deki eşitliklerden C_1 , C_2 'yi çekip Eş. (3.13a,b)'de yerine yazarsak,

$$\dot{c}_1 = i\Omega_R \cos \nu t e^{-i\phi} e^{i(\omega_1 - \omega_2)t} c_2 = i\Omega_R \cos \nu t e^{-i\phi} e^{i\omega_g t} c_2 \quad (3.14a)$$

$$\dot{c}_2 = i\Omega_R \cos \nu t e^{i\phi} e^{i(\omega_2 - \omega_1)t} c_1 = i\Omega_R \cos \nu t e^{i\phi} e^{-i\omega_g t} c_1 \quad (3.14b)$$

olarak bulunur. Burada geçiş frekansları arasındaki bağıntılar $\omega_1 - \omega_2 = \omega_g$ ve

$\omega_2 - \omega_1 = -\omega_g$ dır. Eş. (3.14a,b)'ye $\cos \nu t = \frac{e^{i\nu t} + e^{-i\nu t}}{2}$ dönüşümü yapılarak

$$\dot{c}_1 = \frac{i\Omega_R}{2} \left[e^{i(\omega_g + \nu)t} + e^{i(\omega_g - \nu)t} \right] e^{-i\phi} c_2 \quad (3.15a)$$

$$\dot{c}_2 = \frac{i\Omega_R}{2} \left[e^{-i(\omega_g + \nu)t} + e^{-i(\omega_g - \nu)t} \right] e^{i\phi} c_1 \quad (3.15b)$$

ifadelerine ulaşılır. Eş. (3.15a,b)'de dönen-dalgaya yaklaşımından dolayı $e^{\pm i(\omega_g + \nu)t}$ terimleri ihmal edilirse,

$$\dot{c}_1 = \frac{i\Omega_R}{2} e^{i(\omega_g - \nu)t} e^{-i\phi} c_2(t) \quad (3.16a)$$

$$\dot{c}_2 = \frac{i\Omega_R}{2} e^{-i(\omega_g - \nu)t} e^{i\phi} c_1(t) \quad (3.16b)$$

ifadeleri bulunur. Özel durumda; $\Delta = \omega_g - \nu = 0$ ise atom, alan ile rezonans haline gelir ve yavaş değişen hareket eşitlikleri,

$$\dot{c}_1 = \frac{i\Omega_R}{2} e^{-i\phi} c_2(t) \quad (3.17a)$$

$$\dot{c}_2 = \frac{i\Omega_R}{2} e^{i\phi} c_1(t) \quad (3.17b)$$

ifadeleri ile verilir. \dot{c}_1 ve \dot{c}_2 'den yavaş değişen olasılık genlikleri $c_1(t)$ ve $c_2(t)$ 'yi elde etmek için hem doğrudan hem de ters Laplace dönüşümleri, tanımlı fonksiyon-dönüşüm ilişkileri ile uygulanır. Doğrudan Laplace dönüşümünün genel yazımı,

$$\mathfrak{L} \left\{ \frac{d^n f(t)}{dt^n} \right\} = s \mathfrak{L} \left\{ \frac{d^{n-1} f(t)}{dt^{n-1}} \right\} - \frac{d^{n-1} f(0+)}{dt^{n-1}} \quad (3.18)$$

ifadesi ile verilir. Doğrudan dönüşüm için fonksiyonlar

$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{dc_1(t)}{dt} = \dot{c}_1 = \frac{i\Omega_R}{2} e^{-i\phi} c_2(s) \quad (3.19a)$$

$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{dc_2(t)}{dt} = \dot{c}_2 = \frac{i\Omega_R}{2} e^{i\phi} c_1(s) \quad (3.19b)$$

ve dönüşümler

$$s\bar{f}(s) - f(0) = sc_1(s) - c_1(0) \quad (3.20a)$$

$$s\bar{f}(s) - f(0) = sc_2(s) - c_2(0) \quad (3.20b)$$

olarak kendi eşitliklerimizle özdeşleştirilir. İki-düzeyle bir atomu başlangıçta $|u\rangle$ durumunda düşünür isek, yavaş değişen genlikler $c_1(0) = 1$, $c_2(0) = 0$ olur. Bu koşullar, doğrudan Laplace dönüşümünün genel yazımı olan Eş. (3.18)'de yerine konur ise

$$sc_1(s) - 1 = \frac{i\Omega_R}{2} e^{-i\phi} c_2(s) \quad (3.21a)$$

$$sc_2(s) - 0 = \frac{i\Omega_R}{2} e^{i\phi} c_1(s) \quad (3.21b)$$

eşitlikleri bulunur. Eş. (3.21b)'den $c_2(s)$ 'yi çekip Eş. (3.21a)'da yerine yazar isek

$$sc_1(s) = 1 - \frac{\Omega_R^2}{4s} c_1(s) \quad (3.22)$$

ifadesini buluruz. Buradan $c_1(s)$

$$c_1(s) = \frac{1}{s + \frac{\Omega_R^2}{4s}} = \frac{s}{s^2 + 0.s + \frac{\Omega_R^2}{4}} \quad (3.23)$$

olur. Şimdi $c_1(s)$ yazılımından tekrar $c_1(t)$ 'e ulaşmak için Laplace dönüşümünü geriye uygulamalıyız. Ters Laplace dönüşüm genel yazımı

$$\mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{N(s)}{D(s)}\right\} = \sum_{m=1}^n \frac{N(x_m)}{D'(x_m)} e^{x_m t} \quad (3.24)$$

olarak verilir. Ters Laplace dönüşümü için özdeşleştirme

$$c_1(t) = \mathcal{F}^{-1}\{c_1(s)\} \quad (3.25)$$

olarak yapılır. Bilinmeyen bir kök için dönüşüm-fonksiyon eşitliği $\mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{1}{s+x}\right\} = e^{-xt}$

örnek olarak alındığında, ters Laplace dönüşümü,

$$c_1(t) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{s}{s^2 + 0.s + \frac{\Omega_R^2}{4}}\right\} \quad (3.26)$$

ifadesi ile verilir. Eş. (3.26)'yı tanımlamak için $N(s) = s$, $D(s) = s^2 + 0.s + \frac{\Omega_R^2}{4}$ olarak yazılır. Cebirsel işlemler ile bulunan bu kökler, Eş. (3.24)'teki genel yazıma ulaşmak için yerine konulur. $N(s) = s$ eşitliğinden $N(x_1) = i\Omega_R/2$ ile $N(x_2) = -i\Omega_R/2$ ve $D'(s) = 2s$ genel türev eşitliğinden ise $D'(x_1) = i\Omega_R$ ile $D'(x_2) = -i\Omega_R$ bağıntıları bulunur. Bu bağıntılar yardımıyla, Eş. (3.25)'ten $|u\rangle$ atomik durumu için yavaş değişen olasılık genliği,

$$\begin{aligned} c_1(t) &= \frac{1}{2} \exp\left(\frac{i\Omega_R}{2}t\right) + \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{i\Omega_R}{2}t\right) \\ &= \cos\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) \end{aligned} \quad (3.27)$$

olarak elde edilir. $c_1(t)$ 'nin türevini, Eş. (3.17a)'nın sağ tarafına eşitleyerek

$$-\frac{\Omega_R}{2} \sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) = \frac{i\Omega_R}{2} e^{-i\phi} c_2(t) \quad (3.28)$$

ifadesi elde edilir. Buradan $|t\rangle$ durumu için yavaş değişen olasılık genliği

$$c_2(t) = ie^{i\phi} \sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) \quad (3.29)$$

bulunur. $|u\rangle$ ya da $|t\rangle$ durumundaki atomun bulunma olasılık değerleri, $|c_1(t)|^2$ ve $|c_2(t)|^2$ ise, olasılık korunumu koşulu

$$|c_1(t)|^2 + |c_2(t)|^2 = 1 \quad (3.30)$$

sağlanır. İki-düzeyleli atomla etkileşen alan, rezonans durumunda ise sistemin kübit olmaya aday olduğunu gösterir. O halde, $spin - \frac{1}{2}$ 'e benzettiğimiz alan-atom sistemi kübite iyi bir model olarak gözükmektedir.

3.1.2. Atom-alan rezonans şartını ele alarak ters birikimi bulma

$\Omega_{genel} = \sqrt{\Omega_R^2 + (\omega_g - \nu)^2}$ bağıntısı $\Delta = 0$ için $\Omega_{gen} = \Omega_R$ olur. Klasik alan ile iki-düzeyleli atomun kuantum durumunu yorumlamaya yardımcı olan ve fiziksel bilgiler içeren ters birikim, Eş. (3.27,29)'dan

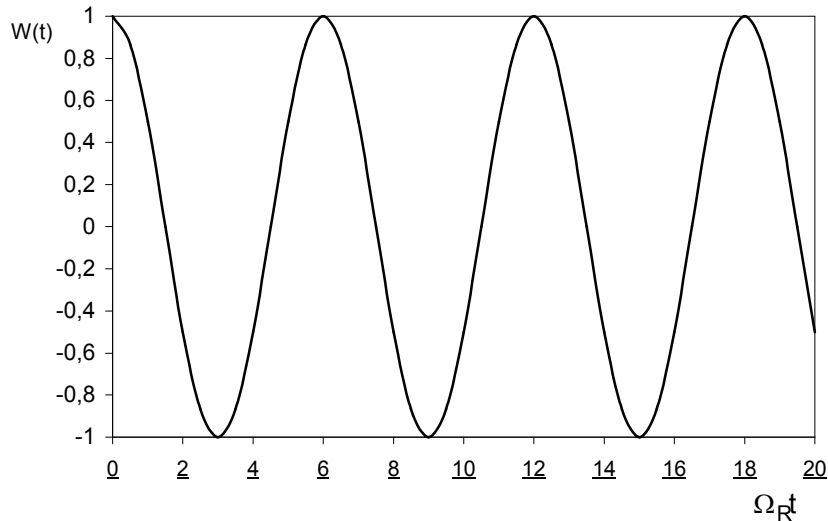
$$W(t) = |c_1(t)|^2 - |c_2(t)|^2 = \cos^2\left(\frac{\Omega_{gen} t}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\Omega_{gen} t}{2}\right) \quad (3.31)$$

olarak bulunur. Eş. (3.31)'in özel bir anlamı vardır: Dipol moment, uygulanan alanın

frekansı ile titreşir. Bu özel durumda atom uygulanan alan ile $\omega_g = \nu \Rightarrow \Delta = 0$ şeklinde rezonans halindedir. Bu rezonans şartlarında; ters birikim değeri, $\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ trigonometrik bağıntısı yardımıyla

$$W(t) = \cos(\Omega_{gen} t) \quad (3.32)$$

bulunur. Bunun anlamı, ters birikim değerinin genel frekansa göre titreşimi -1 ve $+1$ aralığındadır. 1937’de Rabi, bir manyetik alana maruz kalan $spin - \frac{1}{2}$ manyetik dipol problemini ele almıştır. Radyo-frekanslı manyetik alan uygulayarak, Stern-Gerlach aygıtı üzerinde $|u\rangle$ ya da $|t\rangle$ durumundan $|t\rangle$ ya da $|u\rangle$ durumuna ani bir şekilde döndürülebilecek bir $spin - \frac{1}{2}$ atomunun olasılığı için bir ifade elde etmiştir. Bu çözdüğümüz problemde; atom $spin - \frac{1}{2}$ sistemiyle tamamen benzeşen elektromanyetik alanın etkisi altında uyarılmış ve taban düzeyler arasında Şekil 3.2’deki gibi Rabi titreşimine uğrar (Scully and Zubairy, 1997).



Şekil 3.2. Zamanın bir fonksiyonuna göre ters birikim miktarının titreşimleri (Scully and Zubairy, 1997).

3.2. Klasik Hareket Ettirici Alan İle Sürekli Atomik Dolaşık Durum

3.2.1. İki-düzeyle iki atomun dolaşıklığına genel bir bakış

Günümüz dünyasında makroskopik ölçekte, sıklıkla gözlemediğimiz korelasyonlar klasik fizik kuralları ile açıklanabilir. Fakat kuantum bilgi fiziğinde bir kübitin üst üste durması, çevremizdeki fiziksel dünyayı algıladığımız duyularımızla ters düşer. Klasik bir bite benzetebileceğimiz bir bozuk paranın, ya yazı ya da tura gelme olasılıkları vardır. Bir köşesinin üzerinde dengede kalma gibi orta durumları normal şartlarda ihmal ettiğimizi düşünelim. Eşitlik (2.1)'teki gibi, bir kuantum bit; gözlemleninceye kadar $|0\rangle$ ya da $|1\rangle$ arasındaki durumların bir sürekliliğinde varolabilir (Nielsen and Chuang, 2000).

Kuantum mekaniğin postülatları ile tanımlanan mikroskopik nesnelere dünyasında, işlemler basit gözükmemektedir. Kuantum fiziğinde bir atom, herhangi bir zamanda bir ışınım bozunumuna maruz kalabilir ya da kalmayabilir. Bozunum nedeniyle iki mümkün durum vardır; “bozunma” veya “bozunmama”. Eş. (2.1)'deki gibi kuantum mekanik dünyada ise, bu öngörü “bozunma-bozunmama” birleştirilmiş durumundaki atom için mümkündür. İki düzeyin üst üste binmesiyle bulunan iki atom dolaşık olabilir. O zaman birinci atom bozunursa ikinci atom da bozunur, birinci atom bozunmaz ise ikinci atomda bozunmaz. Bu öngörü, bileşik atomik sistemin %100 bir korelasyon içinde olduğunun kanıtıdır. Atomik dolaşıklıktan dolayı bu atomlar arasında klasik beklentilerden daha fazla korelasyonlar vardır.

E. Schrödinger 1935'te, “kuantum mekaniğin şu anki durumu” üzerine yazdığı üç bölümden oluşan makalesiyle, kuantum mekanik hakkında temel soruları artıran meşhur EPR makalesinin yayınlamasını teşvik etmiştir (Schrödinger, 1935; Einstein et al., 1935). Ayrık kuantum sistemler arasındaki dolaşıklık, kuantum mekaniğinde anahtar problemlerden biridir. Bugünün modern yaklaşımlarına dayanarak araştırmacılar dolaşıklığı bir fiziksel kaynak olarak kabul etmektedirler. İki-düzeyle bir atom ile bir Schrödinger kedisinden oluşan sistemin kuantum mekaniksel tanımı, bir durumun

uyumlu bir üst üste binmesi olarak Şekil 2.3'de gösterilmişti. Şekil 2.3'teki atom-kedi dolaşık durumu

$$|\Psi\rangle = \left| 0, \text{kedi canlı} \right\rangle + \left| 1, \text{kedi ölü} \right\rangle \quad (3.33)$$

olarak yazılabilir (Terhal et al., 2003). Son yıllarda, atomik sistemlerde dolaşıklık problemi büyük ilgi çekmektedir (Furusawa et al., 1998; Tanas and Ficek, 2004; Dermez ve Kılıçkaya, 2004). Burada, mevcut deneysel tekniklerle atomik dolaşık durumun kolayca kontrol edilmesi ve yaşam zamanının uzatılmasının nasıl başarılacağı en önemli sorundur. Özellikle atomik dolaşık durumlar, oyuk kuantum elektrodinamik (Hagley et al., 1997) ve iyon tuzaklama teknikleri (Turchette et al., 1998) kullanılarak başarıyla gerçekleştirilmiştir. Teorik ve deneysel çalışmalar sonucunda, dolaşıklığın pratik uygulamasının güçlü dolaşık durumlarla sağlanabileceği fark edilmiştir. Çalışmanın bu bölümünde atomik dolaşık durumlar üzerinde durulmuştur.

Kuantum mekaniğin kuralları anlaşılabilir ve yıllardır bilinmektedir. Bu kurallar, kuantum hesaplama, kuantum bilgi işleme ve kuantum kriptolojide tam doğrulukla ve başarıyla test edilmiştir. Kuantum hesaplamada fiziksel kaynak olan iki ya da daha fazla kübitin dolaşıklığı iki-düzeyle atomların durumları ile modellenebilir. Atomik sistemlerde dolaşık durumların yaşam zamanı, kendiliğinden ışın yayınlamalarından dolayı oldukça kısadır. Bundan dolayı atomik sistemlerde güçlü dolaşık durumları oluşturma problemi çok önemlidir. Aslında bu problemin yeri, kuantum uyumsuzlukla ilişkili daha fazla genelleştirilmiş bir problem sınıfına dahildir. Bu bağlamda, çevrenin etkisi altında kuantum sistemlerinin tersinmez bir evrimi açıklanır.

Çalışmanın bu bölümünü kapsayacak şekilde üç örnek verilecektir. Birinci örnekte orta, en üst uyarılmış ve temel olmak üzere üç-düzeyle iki atom ele alındı. Bir oyuk içinde, iki tane üç-düzeyle atomdan oluşan sistem, uzun yaşamli maksimum dolaşık duruma dönüştürülebilir. Maksimum dolaşık durum, ya sızıntı ya da bağma aracılığıyla oyuktan Stokes fotonlarının kaybolması ile sağlanır. Can ve arkadaşlarının

makalelerinde; güçlü bir dolaşıklığın temel durumda, $2N$ tane üç-düzeyle atom ile N sayıda pompalanan fotonlarla etkileştiği bir sistemle meydana gelebileceği gösterildi (Can et al., 2002; 2004). En üst ve orta uyarılmış düzeyler arasındaki geçişle genelleştirilmiş Stokes fotonları uygun bir çevrenin kullanımı ile yok edilir ise; sistem, orta atomik durumun ışına yapmamasıyla uzun bir zaman için maksimum dolaşık durumda kalır (Can et al., 2002; 2004). Bir sistemin bağması; serbestlik derecesi büyük bir rezervuar (sarnıç) ile etkileşmesiyle tanımlanır. Bununla birlikte değişkenlerin evrimi sadece sistemle birleştirilir. Bu da, rezervuar değişkenleri üzerinden iz alındıktan sonra ilgili sistemde hareket eşitliklerini elde etmek için gereklidir. Schrödinger tasvirinde ele aldığımız sistem için indirgenmiş yoğunluk matrisi ρ_S ,

$$\rho_S = \dot{I}z_R(\rho_{SR}) \quad (3.34)$$

şeklinde rezervuar değişkenleri yok edilerek bulunur, burada ρ_{SR} sistem-rezervuar bileşik yoğunluk operatörünü gösterir (Scully and Zubairy, 1997).

İkinci örnekte B. Kraus ve J.I. Cirac, sıkıştırılmış ışık kullanarak uzak atomların nasıl dolaşık olduklarını göstermişlerdir. Dolaşıklık sürekli durumda elde edilir ve bu dolaşıklık, atomların değiştirilmesi ile artırılabilir. Ayrıca bir kuantum ağı kurmak için gerekli hesaplamalarda yapılmıştır (Kraus and Cirac, 2004).

Bu çalışmada, uzun süre bozulmadan kalabilecek iki-atomlu bir dolaşık durum $N=1$ kip gibi düşünülerek klasik alan ile oluşturmaya çalışıldı (Dermez ve Kılıçkaya 2004). Kraus ve Cirac ise bir kuantum ağda N , M farklı kipler arasındaki dolaşıklık dağılımını ele almışlardır. Kuantum mekanik kuralları çerçevesinde kuantum dolaşıklık, kuantum bilgiyi taşıma görevini yerine getiren bir kavramdır. Kuantum dolaşıklık uzun mesafeler üzerinden, kuantum kriptolojiye izin verir (Briegel et al., 1998) ve gizli olarak bölüşülmüş bir metinde bazı pratik uygulamalara yol açar (Cleve et al., 1999).

Üçüncü örneğimizde, R. Tanas ve Z. Ficek makalelerinde sıkıştırılmış bir vakum ile etkileşen iki-atomlu bir sistemde oluşturulan dolaşıklığı analitik olarak ele aldılar.

Farklı yöntemlerle oluşturulan bütün dolaşık durumlar, $2 \otimes 2 = 4$ boyutlu Hilbert uzayında birbirine dik baz vektörlerinin kuantum korelasyonu ile oluşurlar. Sıkıştırılmış bir vakumun karakterize ettiği klasik olmayan iki-foton korelasyonlu sistemde, büyük bir durağan durum dolaşıklığını oluşturur. Tam çözüme ulaşmak için, sıkıştırılmış vakum alanına karşı iki tane iki-düzeyleli atom sistemini tanımlayan master eşitliğini kullandılar (Tanas and Ficek, 2004). Ayrıca bu makalede, sistemde o andaki dolaşıklığın miktarını belirten ve dolaşıklığın en iyi bilinen ölçümü iki nesnenin aynı anda meydana geliş miktarı (dolaşıklık oluşum miktarı) da ölçüldü. Schrödinger tasvirinde, indirgenmiş yoğunluk matrisi ρ_s 'nin zamana göre türevi master eşitliğini verir: $\dot{\rho}_s = \partial\rho/\partial t$. Bunun yanında $\dot{\rho}_s$ Hermitiyen bir matristir ve $\dot{\rho}_s = 0$ dır (Preskill, 1998). Master eşitliğinde çevre, rezervuar olarakta adlandırılmaktadır.

3.2.2. Klasik alanla etkileşen sistemin Hamiltonyeni ve Schrödinger denkleminin çözümü

Kraus'un ve Ficek'in makalelerinde çevre olarak betimlenen sıkıştırılmış vakum, sisteme enerji aktarımı yapar (Tanas and Ficek, 2004; Kraus and Cirac, 2004). Bu fazla enerji sıkıştırılmış vakum ile sistemin etkileşmesi sonucu ortaya çıkan kuantum dalgalanmalardır. Özellikle Ficek'in "durağan iki-atom dolaşıklığı" adlı makalesinde, iki tane iki-düzeyleli atom arasındaki dipol-dipol etkileşmesinden dolayı bir enerji kaybı olmaktadır. Bu kayıp, kuantum dalgalanmalar ile kazanılan fazla enerji ile dengelenmektedir. Çalışmamızda ise bu kayıp-fazla enerji dengesi klasik hareket ettirici alan ile sağlanmaktadır. Bu özellikleri içerecek şekilde iki-düzeyleli atomu tanımlayan Hamiltonyen

$$H = \sum_{j=1}^2 \left(\frac{\Delta}{2} \sigma_z^{(j)} + \mathbf{E}^{(j)} (\sigma_+^{(j)} + \sigma_-^{(j)}) \right) + \Omega (\sigma_+^{(1)} \sigma_-^{(2)} + \sigma_-^{(1)} \sigma_+^{(2)}) \quad (3.35)$$

olarak verilir (Cakir et al., 2005). Burada $\Delta^{(j)} = (\omega^{(j)} - \omega_c)$, $\omega^{(j)}$ atomik geçiş frekansı ω_c klasik harekete geçirici alanın frekansı ve $\mathbf{E}^{(j)}$ dönen dalga yaklaşımında j 'inci atomu etkileyen elektromanyetik alanı gösterir. Ω , ise atomlar arasındaki etkileşmeyi

belirten dipol-dipol çiftlenim sabitidir. Eş. (3.35) ile verilen Hamiltonyen

$$|uu\rangle, |ut\rangle, |tu\rangle, |tt\rangle \quad (3.36)$$

vektörleri ile açılmış $\mathbf{H}_{2,2}$ 4-boyutlu Hilbert uzayında tanımlanır. Bu $\mathbf{H}_{2,2}$ uzayı, sırasıyla uyarılmış ve temel atomik durumu belirten $|u\rangle, |t\rangle$ vektörleri ile açılmış iki tane iki-boyutlu “ $spin - \frac{1}{2}$ ” $\mathbf{H}_{1/2}$ uzaylarının bir çarpımı ile $\mathbf{H}_{2,2} = \mathbf{H}_{1/2} \otimes \mathbf{H}_{1/2}$ olarak gösterilir. Şekil 3.3’de verilen atomik geçişlerin matrisleri ve iki atomik düzey arasındaki enerji farkını veren Pauli Z matrisi

$$\sigma_- = |t\rangle\langle u| = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.37a)$$

$$\sigma_+ = |u\rangle\langle t| = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.37b)$$

$$\sigma_z = |u\rangle\langle u| - |t\rangle\langle t| = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.37c)$$

olarak yazılır.



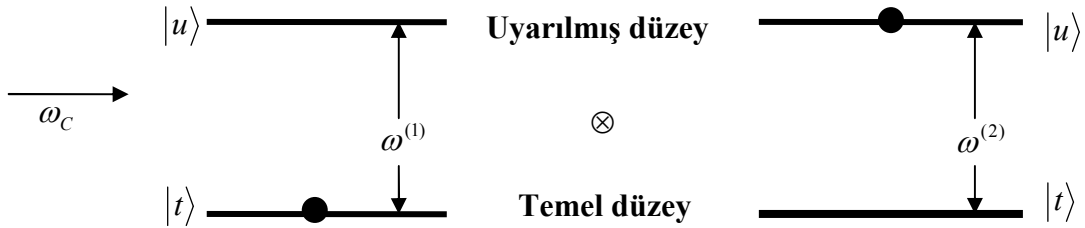
Şekil 3.3. İki düzeyli atom için Dirac yazılımında atomik geçişler.

Eş. (3.35)’de 1’den 2’ye sıra takip edilerek birim matrisle tensör çarpımları yapıldığında $(\frac{\Delta^{(1)}}{2} \sigma_z^{(1)} \otimes \mathbf{1}^{(2)})$ ve $\mathbf{1}^{(1)} \otimes (\frac{\Delta^{(2)}}{2} \sigma_z^{(2)})$ örnek verilebilir) ve atomları özdeş

kabul eden yaklaşımla $\Delta^{(1)} = \Delta^{(2)} = \Delta$ ve $\mathbf{E}^{(1)} = \mathbf{E}^{(2)} = \mathbf{E}$, yeni Hamiltonyen

$$H = H_0 + H_1 = \begin{bmatrix} \Delta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{E} & \mathbf{E} & 0 \\ \mathbf{E} & 0 & \Omega & \mathbf{E} \\ \mathbf{E} & \Omega & 0 & \mathbf{E} \\ 0 & \mathbf{E} & \mathbf{E} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

olur. Sistem-klasik harekete geçirici alan konuşlanması Şekil 3.4'deki gibi sembolize edilebilir.



Şekil 3.4. İki tane iki-düzeyle atom ile klasik alanın etkileşimi sonucu oluşan atomik dolaşıklık.

Schrödinger eşitliğinde öngördüğümüz iki atomu tanımlayan dalga fonksiyonu,

$$\begin{aligned} |\Psi^{(1)}\rangle \otimes |\Psi^{(2)}\rangle &= |\Psi\rangle = C_{00}|uu\rangle + C_{01}|ut\rangle + C_{10}|tu\rangle + C_{11}|tt\rangle \\ &= C_{00} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C_{01} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C_{10} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + C_{11} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.39)$$

olarak yazılır. Zamandan bağımsız Schrödinger denklemi

$$H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle$$

(3.40)

$$(H_0 + H_1)[C_{00}|uu\rangle + C_{01}|ut\rangle + C_{10}|tu\rangle + C_{11}|tt\rangle] = E[C_{00}|uu\rangle + C_{01}|ut\rangle + C_{10}|tu\rangle + C_{11}|tt\rangle]$$

olarak yazılır. Schrödinger denklemi içindeki çarpımlar elde edilip yerine yazılırsa, $|uu\rangle, |ut\rangle, |tu\rangle$ ve $|tt\rangle$ bazlarında dört denklem

$$[C_{00}\Delta + C_{01}\mathbf{E} + C_{10}\mathbf{E} + 0 = E.C_{00}] |uu\rangle \quad (3.41a)$$

$$[C_{00}\mathbf{E} + 0 + C_{10}\Omega + C_{11}\mathbf{E} = E.C_{01}] |ut\rangle \quad (3.41b)$$

$$[C_{00}\mathbf{E} + C_{01}\Omega + 0 + C_{11}\mathbf{E} = E.C_{10}] |tu\rangle \quad (3.41c)$$

$$[0 + C_{01}\mathbf{E} + C_{10}\mathbf{E} - C_{11}\Delta = E.C_{11}] |tt\rangle \quad (3.41d)$$

olur. Eş (3.41a-d)'nin matris yazılımı;

$$\begin{bmatrix} \Delta - E & \mathbf{E} & \mathbf{E} & 0 \\ \mathbf{E} & -E & \Omega & \mathbf{E} \\ \mathbf{E} & \Omega & -E & \mathbf{E} \\ 0 & \mathbf{E} & \mathbf{E} & -\Delta - E \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C_{00} \\ C_{01} \\ C_{10} \\ C_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.42)$$

dir. Burada koyu yazılan \mathbf{E} elektrik alanı, koyu olmayan E atomik sistemin enerjisini belirtmektedir. Yaklaşıklar altında Schrödinger denkleminin matris yazılımının Maple 8'deki çözümünde (Ek 4A, 1. Çözüm) $-\Omega$ özdeğerine karşılık gelen, tekli-sektördeki özvektör

$$|A_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|ut\rangle - |tu\rangle) \quad (3.43)$$

olarak bulunur. Dört özvektörden biri olan $|A_1\rangle$, antisimetrik maksimum dolaşık özdurumdur. Bir özvektörün dolaşık durumda çıkması, sistemin yapısında saklı dolaşıklık potansiyel yeteneği olduğunu göstermektedir. Klasik hareket ettirici alan ile

atomik geçiş frekansının eşit olduğu $\Delta = 0$ değerinde Schrödinger denklemi ikinci kez çözüldü (Ek 4A, 2. Çözüm). Bu ikinci çözümde, $|A_1\rangle$ 'e ek olarak "0" özdeğerine karşılık gelen üçlü-sektördeki özvektör

$$|A_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|uu\rangle - |tt\rangle) \quad (3.44)$$

olarak bulunur. $\Delta = 0$ değerinde çıkan dört özvektörden biri olan $|A_2\rangle$, simetrik maksimum dolaşık öz durumdur. "Dayanıklı durum dolaşıklığı" adlı makalede iki elektronun spinlerinden dolayı; $|A_1\rangle$ antisimetrik maksimum dolaşık öz durum, antiferromagnetik maksimum dolaşık durum; $|A_2\rangle$, simetrik maksimum dolaşık öz durum ise ferromagnetik (spinler paralel) maksimum dolaşık durum olarak adlandırılmıştır (Cakır et al., 2005). Hesaplarla elde ettiğimiz E_i özdeğerler, A_i özvektörler (iki tanesi $|A_1\rangle, |A_2\rangle$) olmak üzere atomik dolaşık sistemimiz herhangi bir t anındaki dalga fonksiyonu

$$\begin{aligned} |\Psi(x,t)\rangle &= \sum_{j=1}^4 \alpha_j e^{-iE_j t/\hbar} |A_j\rangle \\ &= \alpha_1 e^{-iE_1 t/\hbar} |A_1\rangle + \alpha_2 e^{-iE_2 t/\hbar} |A_2\rangle + \alpha_3 e^{-iE_3 t/\hbar} |A_3\rangle + \alpha_4 e^{-iE_4 t/\hbar} |A_4\rangle \end{aligned} \quad (3.45)$$

olarak verilir. Ayrıca $|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 + |\alpha_3|^2 + |\alpha_4|^2 = 1$ olarak normalizasyon şartı sağlanmalıdır. Hesaplamalarımız sonucunda ve öngörülen şartlar düşünüldüğünde alan ile iki atomdan oluşan sistem, dolaşık durumları yaratabilir. Şekil 3.4'de bu atomik dolaşıklık gösterilmiştir. Δ 'lı ve $\Delta = 0$ için $H|A_1\rangle = -\Omega|A_1\rangle$, $H|A_2\rangle = 0|A_2\rangle$ şeklindeki iki özdeğer-özvektör eşitliklerinin sağlamaları Ek 4B'de verilmiştir.

3.2.3. İndirgenmiş yoğunluk operatörüyle tanımlanmış sistem

Tersinmez olayların gelişiminde enerji kayıpları gözönünde bulundurulur. Sistemin hareket eşitliğinde, uyarılmış atomik düzeyin kendiliğinden bozunumu nedeniyle kayıplar yer alır. Burada, ek terimdeki operatörler Lindbland operatörleri olarak adlandırılır. Bölüm 3.2.2'deki kabullerimiz ve Eş. (3.38) Hamiltonyeni ile tanımlı sistemimizde tersinmez evrim, master eşitliği ile betimlenir. Sistemin master eşitliği

$$\begin{aligned} \partial\rho/\partial t = & -i[H, \rho] + \sum_{x,y=1}^2 \Gamma^{(xy)} \left(\sigma_-^{(x)} \rho \sigma_+^{(y)} - \frac{1}{2} \sigma_+^{(x)} \sigma_-^{(y)} \rho - \frac{1}{2} \rho \sigma_+^{(x)} \sigma_-^{(y)} \right) = -i(H\rho - \rho H) + \\ & \Gamma^{(11)} \left(\sigma_-^{(1)} \rho \sigma_+^{(1)} - \frac{1}{2} \sigma_+^{(1)} \sigma_-^{(1)} \rho - \frac{1}{2} \rho \sigma_+^{(1)} \sigma_-^{(1)} \right) + \Gamma^{(22)} \left(\sigma_-^{(2)} \rho \sigma_+^{(2)} - \frac{1}{2} \sigma_+^{(2)} \sigma_-^{(2)} \rho - \frac{1}{2} \rho \sigma_+^{(2)} \sigma_-^{(2)} \right) + \\ & \Gamma^{(12)} \left(\sigma_-^{(1)} \rho \sigma_+^{(2)} - \frac{1}{2} \sigma_+^{(1)} \sigma_-^{(2)} \rho - \frac{1}{2} \rho \sigma_+^{(1)} \sigma_-^{(2)} \right) + \Gamma^{(21)} \left(\sigma_-^{(2)} \rho \sigma_+^{(1)} - \frac{1}{2} \sigma_+^{(2)} \sigma_-^{(1)} \rho - \frac{1}{2} \rho \sigma_+^{(2)} \sigma_-^{(1)} \right) \end{aligned} \quad (3.46)$$

olarak verilir (Agarwal, 1974). Burada $(\sigma_+)^{\dagger} = \sigma_-$ atomik düzeyler arasındaki geçiş, $\Gamma^{(xy)}$ kendiliğinden bozunma oranıdır. Bozunma oranının, $\Gamma^{(xx)} = \Gamma^{(x)}$ ifadesi ile arasındaki ilişki

$$\Gamma^{(12)} = \Gamma^{(21)} = -3\sqrt{\Gamma^{(1)}\Gamma^{(2)}} \left[\frac{\cos k_o \Delta \mathbf{r}}{(k_o \Delta \mathbf{r})^2} - \frac{\cos k_o \Delta \mathbf{r}}{(k_o \Delta \mathbf{r})^3} \right] \quad (3.47)$$

bağıntısı ile verilir, burada k_o geçiş frekansı ile tanımlı dalga sayısı ve $\Delta \mathbf{r}$ iki atom arasındaki uzaklıktır. 4×4 matris boyutunda, 16 terimli ve 16 bilinmeyenli master eşitliğimizde Ω , \mathbf{E} , $\Gamma^{(12)}$ ve $\Gamma^{(1)}$ değişkenlerimiz mevcuttur. Burada iki atom özdeş olduğu için $\Gamma^{(1)} = \Gamma^{(2)}$ alınmıştır. Master eşitliği sıfıra eşit olduğu için; matristeki 16 terimde sıfıra eşitlenerek, 16×16 boyutunda yeni bir matris elde edilir. $k_o \Delta \mathbf{r} \rightarrow 0$ 'a

giderken bozunma oranı içindeki terim $\lim_{k_o \Delta \mathbf{r} \rightarrow 0} \left[\frac{\cos k_o \Delta \mathbf{r}}{(k_o \Delta \mathbf{r})^2} - \frac{\cos k_o \Delta \mathbf{r}}{(k_o \Delta \mathbf{r})^3} \right] = -\frac{1}{3}$ olur ve bunu

Eş. (3.47)'de yerine yazarsak $\Gamma^{(12)} = \Gamma^{(1)}$ yaklaşıklığını elde ederiz. 16×16 boyutunda

yeni matrisin determinantı sıfıra eşitlenerek $\mathbf{E} = \Omega/\Gamma^{(1)}$ ifadesi bulunur. İşlemleri basitleştiren $\Delta = 0$ ve bu iki yaklaşıklık, master eşitliğinde yerine konularak çözümlerse, sürekli durum için indirgenmiş yoğunluk operatörünün

$$\rho_s = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} & \rho_{24} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{43} & \rho_{44} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

elemanları bulunur.

3.2.4. Atomik dolaşık durum üzerine bir tartışma

Çalışmanın bu kısmında, özdeş iki tane iki-düzeyle atomik sistemde, atomların birbirleri ile dipol-dipol etkileşmeleri açıklandı. İki atom arasındaki bu etkileşmeden dolayı, kendiliğinden ışın yayınlama olmaktadır. Bu durum sistemin enerji kaybetmesine yol açmaktadır. Bu kayıp enerji, klasik elektromanyetik alan ile karşılanmıştır.

Bölüm 3.2.2’de bozunma oranı Γ olmadan; atomik dolaşık sistem, Schrödinger denkleminin çözümünün sonucu bulunan dört öz durumda titreşmektedir. Hesaplamalarda görüldüğü gibi bazı yaklaşımlar sonucu bulunan bu dört öz durumdan ikisi olan $|A_1\rangle$ ve $|A_2\rangle$; Eş. (3.38)’deki Hamiltoniyenle tanımlı sistemin, dolaşıklığını ve uzun yaşam-süresini ortaya koymaktadır. Çakır ve arkadaşlarının makalelerinde Schrödinger denklemi etkin küdrüt durumları ile çözümlenirken, bu çalışmada iki-kübit tasvirinde $|uu\rangle$, $|ut\rangle$, $|tu\rangle$ ve $|tt\rangle$ birbirine dik baz vektörleri ile maksimum dolaşık durumlara ulaşıldı. Klasik hareket ettirici alanın varlığı dolaşıklılığı kararlı kılmıştır. Sıkıştırılmış vakumun neden olduğu kuantum dalgalanmalar sonucundaki sisteme aktarılan fazla enerji (Tanas and Ficek, 2004), klasik alan kullanılarak yok edilmiştir (Dermez ve Kılıçkaya, 2004). Böylece kuantum mekaniksel olarak alınmayan alan, hem dolaşıklılığı istikrara kavuşturmuş hem de enerji kayıplarını karşılamıştır.

4. II. TÜR KPAÇ İLE FOTONİK DOLAŞIKLIK OLUŞTURMA

Çift yarık deneyi, dolaşık foton çiftlerini zihinde canlandırmak için en iyi örneklerden biridir. Çift yarık deney düzeneğinde, fotonlar birbirleri ile etkileşime girmeden yarıklardan geçerler. Deney ekranı üzerinde girişim noktalarını anlamının sadece bir yolu vardır. Bu da, her fotonun kendi kendi ile girişim yaptığını düşünmektir (Kok, 2001). O halde bir foton her iki yarıktan eş zamanlı mı geçmektedir? Bu fotonların güzergahını belirlemede, durumların iki olasılığı içeren yeni bir bakışa gerek duyulur. Bu bakış çerçevesinde; güzergah iki yarığın içinden geçerken bir üst üste binme durumundadır, denilebilir. Bu kuantum durumunu tanımlamak için Feynman genel bir ilke geliştirmiştir. Bir olay birkaç farklı yolda aynı zaman diliminde meydana gelebiliyor ise, olay bu yolların üst üste binmesiyle açıklanmalıdır (Feynman, 1965). O halde, üst üste binme ilkesi, ekrandaki fotonların girişimine açıklık getirir. Aynı zamanda bu ilke, kuantum mekanikte sezgisel bakışların anlaşılmasını sağlamaktadır.

4.1. Fotonların Kutuplanması

Fotonlar; kutuplanma olarak adlandırılan kendine has, iç yapısal bir özelliğe sahiptir. Örneğin, bu kağıttan okuyucunun gözüne bir foton yansır. Göze gelen bu foton; $|\uparrow\rangle$, $|\leftrightarrow\rangle$ ya da dikey-yatay birleşiminde güzergah boyunca doğrultusu kağıda dik düzlemde titreşir. Fotonun kutuplanması, titreşim doğrultusunun açısıyla ölçülür. Bu açı θ ise, dikey ve yatay olasılıklı durum,

$$|\psi(\theta)\rangle = \cos\theta|\uparrow\rangle + \sin\theta|\leftrightarrow\rangle \quad (4.1)$$

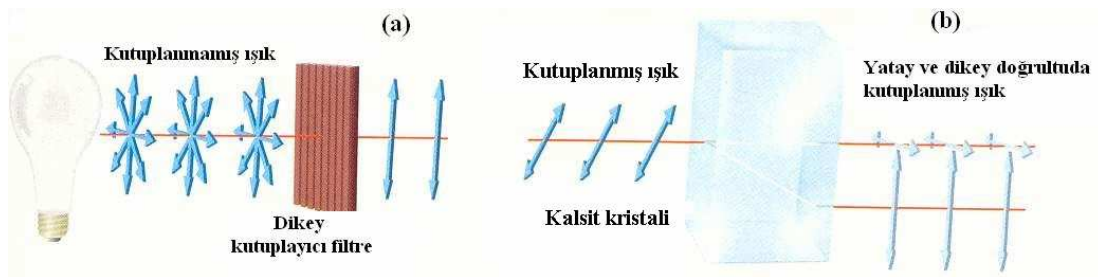
olarak yazılır (Kok, 2001). Teknik olarak, dairesel kutuplanma oluşturulabilir. Sol tarafa kutuplanmış fotonlar üreten bir kaynak varsayılır ise, lineer kutuplanma bazlarında kuantum durum

$$|\text{daireysel kutuplanma}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + i|\leftrightarrow\rangle) \quad (4.2)$$

ifadesi ile verilir. $|\uparrow\rangle$ ve $|\leftrightarrow\rangle$ bazlarında, ölçüm sonuçları üzerinden bir olasılık dağılımı $p_{\uparrow} = p_{\leftrightarrow} = 1/2$ olarak verilebilir.

Bir fotonun kutuplanmasını elde etmek istediğimizde, fotonun yoluna bir kutuplaştırıcı ışın yarıcı yerleştirilmelidir. Bu ışın yarıcı dikey kutuplayıcı bir filtre olur ise kutuplanmamış ışınlar içeren fotonların tümü düşey doğrultuda çıkar (Şekil 4.1a). Belirli bir açıda kutuplanmış ışın demetinin önüne bir kalsit kristali ($CaCO_3$) yerleştirelim. O zaman da Şekil 4.1b'deki gibi, kalsit kristali belirli bir açı altında kutuplanmış fotonları, dik ve yatay kutuplanmış fotonlara ayırır (Zeilinger, 2000).

Bu bağlamda zıt doğrultularda kutuplanmış iki foton üretelim. Birinci fotonu Ayşe, ikinci fotonu Bora alsın. Bunun yanında Ayşe ve Bora birbirinden çok uzak iki galakside bulunsun. İki fotonun hazırlanması, iki olasılıktan biri ile yapılır: Ayşe'nin fotonu yatay doğrultuda kutuplanırken Bora'nın fotonu düşey, ya da Ayşe'nin fotonu düşey doğrultuda kutuplanırken Bora'nın fotonu yatay kutuplanır. Feynman'ın geliştirdiği ilke uyarınca, her bir foton dikey-yatay olasılıkların üst üste binmesiyle hazırlanmış olur (Şekil 4.3).



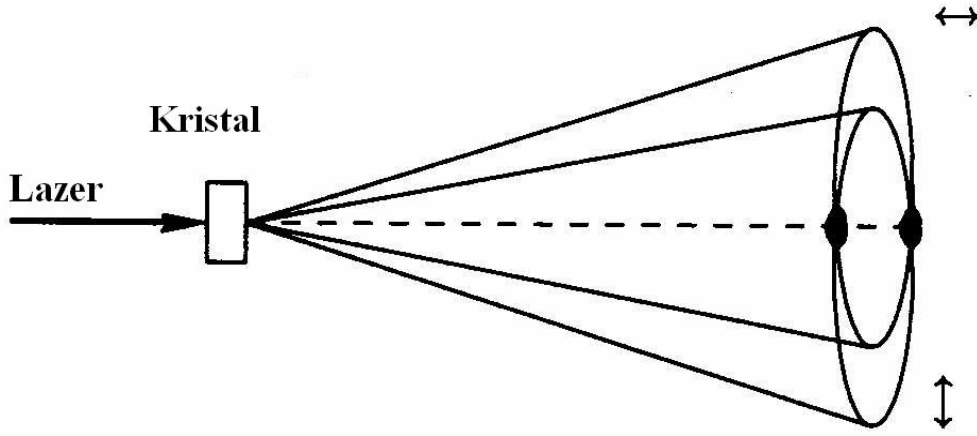
Şekil 4.1. (a) Kutuplanmamış ışığın dikey kutuplayıcı filtreden geçirilmesi
(b) Kutuplanmış ışığın kalsit kristaline gönderilmesi (Zeilinger, 2000).

Ayşe ve Bora'nın fotonlarının kutuplanması ölçüldüğünde, fotonlarının kutuplanma doğrultuları her zaman zıt olur. Ayşe yatay doğrultuda kutuplanmış bir foton ölçtüğünde, Bora düşey doğrultuda kutuplanmış bir foton bulacaktır. Bunun tersi de geçerlidir. Bora'ya bir ölçüm sonucu verildiğinde, Ayşe'nin ölçüm sonucunu Bora da bilecektir. Hatta Ayşe ışık yılı uzaklıkta olsa bile, Bora tam ve kesin doğrulukla sonucu kaydedecektir. Bu tarz ölçüm sonuçları kuantum korelasyon ile sağlanır.

Farklı ve ilginç bir örnek ele alalım. Ayşe ve Bora İstanbul'da karşılaşsınlar ve gözleri kapalı olarak sadece içerisinde bir beyaz ve bir siyah bilardo topu olan torbadan birer adet çeksinsinler. Ayşe Antalya'ya, Bora da Erzurum'a gitsin. Ayşe kendi topuna bakar ve beyaz olarak görürse, aynı anda Bora'nın topunun siyah olduğunu anlar. Buradaki "bakma" olayı kuantum mekaniksel olarak gözlemlenebilirliğe karşılık gelmektedir. Ayşe kuantum dünyasında olsaydı; kendi topuna bakmadığı sürece, aynen bir kuantum bit gibi, onun topu siyah-beyaz olma durumlarının bir üst üste binmesinde bulunmaya devam edecekti. Bu iki örnekten de anlaşılacağı gibi, kutuplanmış fotonların durumunda farklılığın daha da ötesinde bir gizem vardır.

İki fotonun kutuplanma eksenleri 45^0 ise, %50 olasılıklarla bu fotonlar zıt kutuplanma doğrultularına sahiptirler. Bu klasik bir korelasyon değildir ve "iki foton dolaşık durumdadır" denir ve fotonik dolaşıklık olarak adlandırılır. Dolaşık foton çifti, Şekil 4.2'deki gibi bir aşağı-çevirici kullanılarak elde edilir. Bir aşağı çevirici de, yüksek güçteki bir lazer özel bir kristale gönderilir. Kristalle etkileşen lazerin bir fotonu, enerjisi eşit olarak bölünmüş iki foton olarak çıkar. Dolaşık fotonlar; lazer ışığının güzergahı doğrultusundaki merkezi eksene göre, belli bir açı ile salınırlar.

Fotonik dolaşıklık olayında, momentum korunumu nedeniyle, iki foton birbirine zıt çizgiler boyunca farklı koniler üzerindedir. Konilerin kesişmesinin sonucunda fotonun birini, birinci kesişme noktasında bulur isek, diğer foton ikinci kesişme noktasında olmak zorundadır. Bunun yanında, kesişim çizgileri fotonların hangi konilere ait olduğunu açıklayamaz (Kok, 2001). Sol foton üst koniye aitse, sağ foton alt koniye aittir ve terside geçerlidir. Feynman'ın ilkesi gereği, fotonik dolaşıklık bu iki olasılığın üst üste binmesiyle açıklanabilir.



Şekil 4.2. Bir aşağı çevirici.

4.2. Fotonik Dolaşıklık Yerleşik Olmaması

Aşağı çevirici, sadece olasılıklı olarak fotonik dolaşıklığı gerçekleştirir. Her lazer fotonu, iki aşağı çevrilmiş foton olmamaktadır. Sadece iki koninin, iki kesişim noktasını seçeriz ve tüm diğer örnekler fotonik dolaşıklığı sağlamadığı için yok olur. Etkileşim boyunca, kristale gelen lazer ışınlarının büyük çoğunluğu dolaşıklık üretmemektedir. Bu yüzden üretilen dolaşıklık, rastgele oluşan nadir kuantum mekaniksel durumlardır. Daha fazla dolaşık foton çifti oluşturma olasılığı oldukça düşüktür. Ayrıca, dolaşık foton çiftlerinin üretimi, çok kısa bir zaman diliminde gerçekleşir. Bu foton çiftlerinden biri olan Ayşe-Bora fotonik dolaşıklılığının, ışık yılı uzaklıktaki farklı galaksilerde bile olsa aynı anda kuantum durumlarının belirlenmesi yerleşik olmama ilkesiyle açıklanır.

Işığın kuantum ilkelerini araştıran fizik dalı kuantum optiktir. Kuantum optik konuları içinde, ışığın kuvantlaşmasının sağlandığı matematiksel eşitlikleri veren Fock uzayında yerleşik olmama etkileri vardır. İlk olarak 1990'lı yıllarda tek bir fotonun yerleşik olmama fikri ortaya atılmıştır (Tan et al., 1991). Takip eden yıllarda, Hardy, Peres ve Greenberger tek bir fotonun yerleşik olmama özelliği sergileyebileceğini göstermişlerdir (Hardy, 1993, 1994; Peres, 1995; Greenberger, 1995). Ayrıca kuantum

optik bakışı altında, kuantum bilgi teorisinin gizemli kavramı optiksel dolaşıklıkta içeren detaylı bir çalışma yapılmıştır (Kok, 2001).

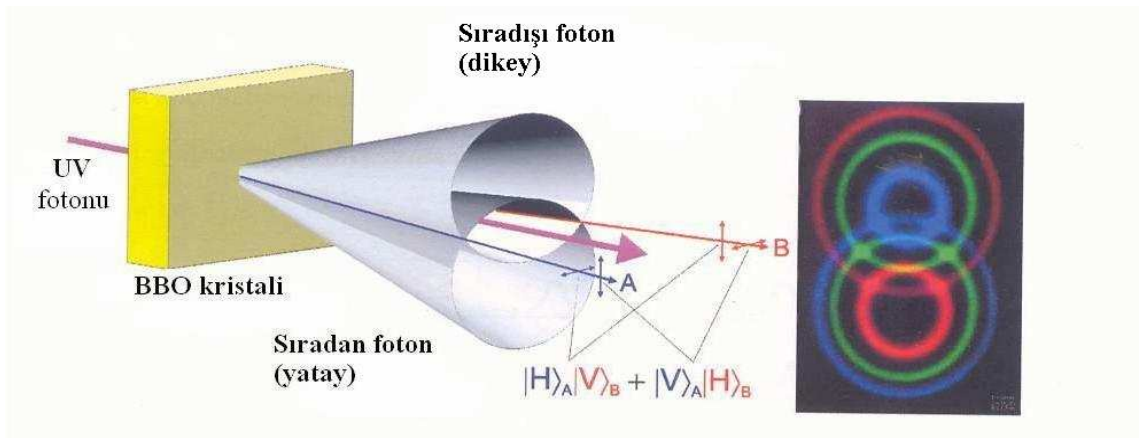
4.3. Kuantum Optikte Dolaşıklık Kaynakları

Kuantum optikte dolaşıklık oluşturma yeteneğine sahip özel aygıtlar vardır. Bu aygıtlar yaygın olarak aşağı-çeviriciler olarak bilinir. Zira yüksek enerjili foton lineer olmayan kristal aracılığıyla düşük enerjili iki fotona dönüşür. Farklı kırılma indislerine sahip bir kristal, dikey ve yatay kutuplanmış ışığa izin verecek yapıdadır. Şekil 4.2’de gösterildiği gibi, dolaşık fotonlar kristalin merkezi ekseninden çizilen konilerin yüzeylerinde yol alırlar. Fotonik dolaşıklıkta elde edildiği parametrik aşağı çevrim aygıtı, Shih ve Alley tarafından önerilmiştir (Shih and Alley, 1988). Bundan sonra çalışmalar teorik ve deneysel olarak gelişerek ve genişleyerek sürdürülmüştür (Shih et al., 1994; Kwiat et al., 1995, 1999; Kim et al., 2000; Oberparleiter and Weinfurter, 2000). Bununla birlikte, parametrik aşağı çeviriciler saf Bell durumları üretmeyebilir (Zokowsky et al., 1993; Braunstein and Kimble, 1998; Kok and Braunstein, 2000).

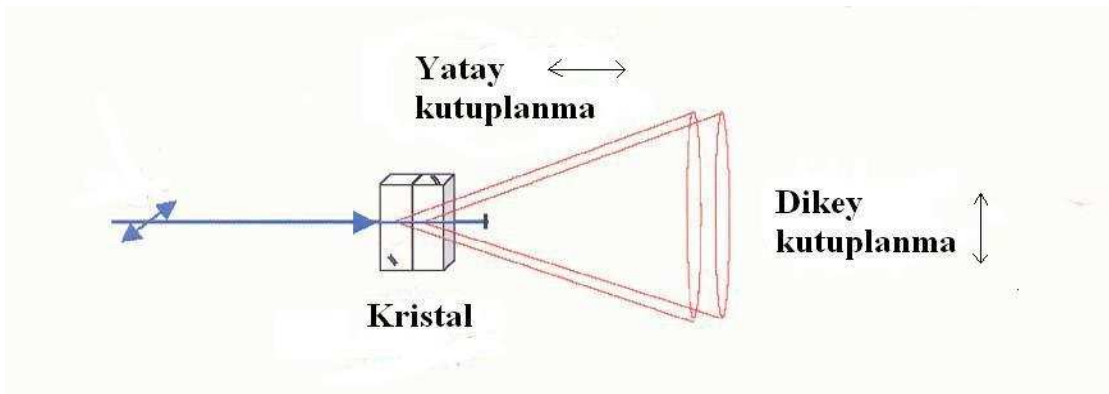
II. tür KPAÇ’de dolaşık foton çiftleri elde etmek için iki çeşit foton kaynağı vardır. Bunlar, sürekli ve çok hızlı dalga üreten kaynaklardır. Çok hızlı lazer ile, II. tür KPAÇ’de oluşan kutuplanmış dolaşıklık zayıf nitelikli olarak gözlemlendi (Giuseppe et al., 1997). Bunun nedeni çok hızlı lazerle II. tür KPAÇ işleminde çıkan kutuplanmış iki-foton durumları, saf dolaşık durumlardan çok karışık dolaşık durum davranışı sergilemesidir. CESAR laboratuvarında araştırmacılar, çok hızlı kaynaklarda KPAÇ işlemini geliştirmeye çalışmaktadırlar (Kwiat et al., 1999). Çok hızlı fotonlarla, Beta-Baryum-Borat ($\beta - BaB_2O_4$) kristaliyle II. tür KPAÇ’de dolaşık fotonlar üretilebileceği gösterilmiştir (Keller and Rubin, 1997). Ayrıca kutuplanmış dolaşık-fotonlar, sürekli dalga üreten kaynaktan fotonlar pompalanarak da elde edilmiştir (Kwiat et. al., 1995). Dolaşık fotonların kuantum girişiminin daha iyi gözlemlenebilmesi için çok hızlı foton kaynağından, ince bir LOK’e ($\approx 10\mu m$) lazer pompalanmıştır (Sergienko et. al., 1999).

4.3.1. Kutuplanma eksenine göre KPAÇ'ın iki türü

Yüksek şiddette bir lazer, LOK'e gönderilir. Gelen fotonlar içinden çok küçük bir olasılıkla bir foton kutuplanarak çıkar. İki koninin yüzeyi boyunca $|\uparrow\rangle$ ve $|\leftrightarrow\rangle$ birbirine dik kutuplanan iki fotona ayrılır ise II. tür KPAÇ; $|\uparrow\rangle$ ve $|\uparrow\rangle$ ya da $|\leftrightarrow\rangle$ ve $|\leftrightarrow\rangle$ aynı doğrultuda paralel kutuplanan iki fotona ayrılır ise I. tür KPAÇ olarak adlandırılır. Kristalin optiksel eksenine bağlı olarak, II. türde iki koni birbirlerine göre çok az yatık iken, I. türde bu yatıklık söz konusu değildir (Şekil 4.3 ve Şekil 4.4). Parametrik aşağı-çevrimin yarılmış hali olan II. türünde fotonik dolaşıklık sonucu ortaya çıkan fotonlar, sıradan ve sıra dışı ya da sinyal ve değiştirilmiş-sinyal olarak adlandırılır. Çalışmanın bu kısmında teorik olarak, bölünen iki foton dik kutuplanma ile II. tür KPAÇ'de elde edildi.



Şekil 4.3. II. tür KPAÇ'in deneysel düzeneği (Kwiat et al., 1995).



Şekil 4.4. I. tür KPAÇ'in deneysel düzeneği (Böhm, 2002).

İki koninin kesişmesinde uzaysal kip seçimi düşünülürse, II. tür KPAÇ'in çıkış durumu

$$|\psi_{KPAÇ}\rangle = (1 - \xi^2)|0\rangle + \xi|\psi^+\rangle + O(\xi^2) \quad (4.3)$$

şeklindedir. Burada $\xi \ll 1$ olmak üzere aşağı-çeviricinin şiddetini belirten bir parametredir. Ayrıca $|0\rangle$ vakum durumunu ve O gözlemlenebilirliği belirtir. Tezin bu kısmı için ele alınan toplam Hamiltonyenin Schrödinger denklemi çözümünde, ψ^+ fotonik dolaşık durumu bulundu. Diğer bir çalışmada, farklı bir toplam Hamiltoniyen kullandığı için II. tür KPAÇ'de, ψ^- fotonik dolaşık durum bulunmuştur (Kok, 2001). Çözümde bulunan ψ^+ fotonik dolaşıklığı, Bölüm 2 Eş. (2.12b)'deki $|\beta_{01}\rangle$ iki-kübit dolaşık durumuna karşılık gelmektedir. Kübit, atomik ve fotonik dolaşıklıkları için EPR-Bell durumlarının karşılaştırılmış listesi

$$|\beta_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{AB} + |11\rangle_{AB}) \quad (4.4a)$$

$$|A_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|uu\rangle_{12} + |tt\rangle_{12}) \quad (4.4b)$$

$$|\phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle_{12} + |VV\rangle_{12}) \quad (4.4c)$$

$$|\beta_{01}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{AB} + |10\rangle_{AB}) \quad (4.5a)$$

$$|A_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|ut\rangle_{12} + |tu\rangle_{12}) \quad (4.5b)$$

$$|\psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HV\rangle_{12} + |VH\rangle_{12}) \quad (4.5c)$$

$$|\beta_{10}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle_{AB} - |11\rangle_{AB}) \quad (4.6a)$$

$$|A_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|uu\rangle_{12} - |tt\rangle_{12}) \quad (4.6b)$$

$$|\phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle_{12} - |VV\rangle_{12}) \quad (4.6c)$$

$$|\beta_{11}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{AB} - |10\rangle_{AB}) \quad (4.7a)$$

$$|A_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|ut\rangle_{12} - |tu\rangle_{12}) \quad (4.7b)$$

$$|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|HV\rangle_{12} - |VH\rangle_{12}) \quad (4.7c)$$

olarak verilmiştir. Burada iki-kübit dolaşıklığı için AB indisleri Ayşe ve Bora'yı belirtmektedir. Ayrıca 12 indisleri atomik dolaşıklık için birinci ve ikinci atomu, fotonik dolaşıklık için ise birinci ve ikinci fotonu belirtmektedir.

4.3.2. Yaratma ve yok etme operatörleri

Fotonun kuvantlaşma yönlerini inceleyen kuantum optikte \hat{a} , \hat{a}^\dagger ile gösterilen yoketme ve yaratma operatörleri çok önemlidir. Hamiltoniyeni H olan lineer harmonik bir titreşici düşünelim. $|n\rangle$ öz durumları için, tek kipli elektromanyetik alanın enerji özdeğerleri

$$H|n\rangle = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right) = E_n|n\rangle \quad (4.8)$$

eşitliğiyle verilir. Foton sayıları da diyebileceğimiz $|n\rangle$ öz durumlarına; yoketme, yaratma ve $\hat{n} = \hat{a}^\dagger\hat{a}$ operatörleri uygulanır ise,

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad (4.9a)$$

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (4.9b)$$

$$\hat{a}^\dagger\hat{a}|n\rangle = \hat{n}|n\rangle = n|n\rangle \quad (4.9c)$$

bağıntıları bulunur. Ayrıca $|0\rangle$ vakum durumuna yok etme operatörü uygulanırsa

$$a|0\rangle = 0 \quad (4.9d)$$

sonucu bulunur. Burada $|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}}(\hat{a}^\dagger)^n|0\rangle$ olarak verilir. Eş. (4.9a-d), II. tür KPAÇ'de fotonik dolaşıklık hesaplamalarında sıklıkla kullanılmıştır. Eş. (4.8)'den görüleceği gibi enerji özdeğerleri eşitliği $E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})$ dir ve öz durumlar $\langle m|n\rangle = \delta_{mn}$ şeklinde birbirlerine diktir. Kuantum optikte $|n\rangle$ öz durumları, bir sistemin enerji düzeylerinden ziyade n kuvantalı bir durumu belirtir. Elektromanyetik alana karşılık gelen bu öz durum, ışık kuvantası ya da fotondur. Bu yüzden \hat{a} ve \hat{a}^\dagger operatörleri fotonları yok eder ve yaratır. Genelde kuantum alan teorisinde, bir alan ya da dalga fonksiyonu kuvantalaştırılır ve uyarılmış kipler tanecik yorumu ile verilir (Brown and Hare, 1988; Ryder, 1996).

Fotonik dolaşıklık işlemlerini basitleştirmek için bu noktada; “tek bir foton, bir dalga fonksiyonuna sahip değildir” açıklaması temel alınacaktır (Newton and Wigner, 1949). O halde, bu tek foton elektromanyetik alanın uyarılmış durumundadır (Scully and Zubairy 1997). Tezimizin bundan sonraki kısmında; $|n\rangle_{a_l}$ yazılımı, a_l kipinde n foton sayısı ile verilen alanın durumunu ifade etmektedir. Tek-kipli bir sistem a için ortonormal baz, sonlu boyutlu Hilbert uzayında açılan $\{|n\rangle_a\}$ ile verilir. Sistem $\{a_l\}$ $l = 1, 2, 3, \dots, N$ olmak üzere birden fazla kipli ise, sistemin toplam uzayı, $\{|n\rangle \equiv |n_1, \dots, n_N\rangle\}$ ortonormal bazlarla ayrılmış kiplerdeki Hilbert uzaylarının tensör çarpımıdır. Bu elde edilen belirli foton sayılı toplam Hilbert uzayı, alt uzayları içinde

yegane olarak ayrışabilir. Bu özellikleri barındıran Hilbert uzayına Fock uzayı adı verilir. N -kipli sistemdeki $|n_1\rangle, |n_2\rangle$ ve $|n_3\rangle$ 'e de Fock durumları denir.

4.4. KPAÇ'le İlgili Yayınlarla Genel Bir Bakış

Kendiliğinden parametrik aşağı çevrim, ışığın yükseltilmesi olarakta bilinir (Mandel and Wolf, 1995; Walls and Milburn, 1994). Sıradan ve sıradışı olarak bilinen dolaşık fotonların enerjileri, yayılma zamanları, kutuplaşmaları ve momentumları arasında çok güçlü korelasyonlar vardır. Bundan dolayı II. tür KPAÇ, fotonik dolaşıklık üretmek için çok uygun bir kuantum optiksel araçtır. Kuantum mekaniksel özellikler kapsamında, foton çiftleri deneysel olarak ilk kez gözlemlenmiştir (Kwiat et. al., 1995). Bu deneyde gözlemlenen iki-foton kesişme noktaları, yarılmış durumlar olarak açıklanıp literatüre geçmiştir. Bu makalede, kutuplanmış dolaşık foton çiftlerini üreten kaynağın şiddeti yüksek olarak alınmış ve bu yeni kaynak ile dört EPR-Bell durumu da gözlemlenmiştir.

II. tür KPAÇ'de; ışığın yörünge açısız momentumunun dolaşıklığı (Walborn et al., 2004), dört-foton durumunun fiziği (Riedmatten et.al., 2004), II. tür için dolaşık iki-foton durumunun dalga paketi (Kim, 2003), dolaşıklığın göreceli entropi hesabının yapılması (Durkin et. al., 2004) yeni çalışmalardır.

Bu yeni çalışmalara ek olarak; enerji korunumu şartları altında, KPAÇ aracılığı ile meydana getirilen frekansı dolaşık olan durumların yeni bir sınıflaması yapılmıştır (Kuzucu et al., 2005). II. tür KPAÇ yöntemiyle üretilmiş iki-foton durumlarının korelasyonsuz frekansı kullanılarak, yeni bir uzaklık spektrometresinin çalışma ilkeleri gösterilmiştir (Scarcelli et. al., 2003).

4.5. LOK'de Teorik Olarak II. Tür KPAÇ'le Dolaşık Foton Çiftinin Elde Edilmesi

Pompalanan fotonun, kristalde fiziksel olarak vakum durumuna dönüşmesini sağlayan parametrik aşağı çevrim, klasik bir olay gibi anlaşılabilir. LOK'in içinde;

pompalanan alan ile Ayşe-Bora fotonlarının ortaya çıkmadan önceki vakum alanlarının kipleri arasında çiftlenim gerçekleşir. Bu çiftlenim, Ayşe-Bora fotonlarının yerleşik olmamasını sağlamıştır (Marshall, 1997). Yerleşik olmama teorisine bu açıdan bakıldığında; vakumdan yaratılan Ayşe-Bora fotonik dolaşık durumu, beklenmedik bir olaydır.

4.5.1. II. tür KPAÇ'in model Hamiltonyeni

I. tür KPAÇ'de aynı doğrultuda kutuplaşan sıradan ve sıradışı ışınlar, enerjileri ile ele alınmıştır (Casado et al., 1997a; Casado et al., 1997b, Casado et al., 1997c). Bu yazılım, LOK'den dik doğrultuda kutuplanan eş ilişkili ışınları ortaya çıkaran II. tür KPAÇ durumuyla özdeşleştirilebilir. II. tür KPAÇ işleminin Casado-Marshall klasik Hamiltonyeni

$$H = \sum_{j=o,e} \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_{j\mathbf{k}} \alpha_{j\mathbf{k}}^* \alpha_{j\mathbf{k}} + i\hbar g V \left(\sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} f(\mathbf{k},\mathbf{k}') \exp(-i\omega_p t) \alpha_{o\mathbf{k}}^* \alpha_{e\mathbf{k}'} + k.e. \right) \quad (4.10)$$

olarak verilir (Casado et. al., 1997a). Buradaki $H = H_0 + H_1$ şeklindeki toplam Hamiltonyenin ilk terimi serbest, ikinci terimi ise etkileşimi belirtmektedir. o ve e sıradan ve sıradışı dolaşık ışınlar, \mathbf{k} ve \mathbf{k}' dik kutuplanan bu ışınların dalga sayısına, ω_p gelen elektromanyetik ışının açısız frekansına karşılık gelmektedir. Ayrıca $k.e.$ kısaltması etkileşim Hamiltonyeninin 1. teriminin kompleks eşleniğini belirtmektedir. α_o ve α_e sıradan ve sıra dışı ışınların alan genlikleridir.

LOK'in koordinat sisteminin merkezine gönderilen alan, şiddetli bir monokromatik düzlem dalga gibi davranır ve V yazılımı ile gösterilir. g kristal ve elektromanyetik ışın arasındaki çiftlenim sabiti, $f(\mathbf{k},\mathbf{k}')$ ise LOK içindeki dalga vektörlerinin boyutsuz simetrik bir fonksiyonudur (Casado et al., 1997a). II. tür KPAÇ işleminde çakışma şartları

$$\mathbf{k}_p = \mathbf{k}_o + \mathbf{k}_e = \mathbf{k} + \mathbf{k}' \quad (4.11a)$$

$$\omega_p = \omega_o + \omega_e \quad (4.11b)$$

ifadeleri ile verilmiştir (Rubin et. al., 1994). Çakışma şartları, benzer tüm II. tür KPAÇ deneylerinde sağlanmıştır (Shih and Sergienko, 1994a; Shih et. al., 1994; Shih and Sergienko, 1994b; Shih and Sergienko, 1994c). Diğer yandan; II. tür KPAÇ deneyinde çakışma şartları ile, dik doğrultu boyunca yatık iki koninin kesişimi ile kutuplanma içinde bir dolaşık durumun sağlandığı gösterilmiştir (Kwiat et. al., 1995). Bu gibi bir kaynak, tam doğrulukla dolaşık durumlar üretebilir ve dolaşıklığın sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilebilir.

Eş. (4.10)'daki, $\exp(-i\omega_p t)$ terimi Hamiltonyeni klasik hale getirir. II. tür KPAÇ, fotonların tek tek kristale geldiği kuantum mekaniksel yaklaşımla ele alınmıştır. Bu yaklaşımda, $\exp(-i\omega_p t)$ terimi α_p ile değiştirilip H_0 'a ilave edilmiştir. Böylece Casado-Marshall klasik Hamiltonyeni

$$H_0 = \omega_{ok} \alpha_{ok}^* \alpha_{ok} + \omega_{ek} \alpha_{ek}^* \alpha_{ek} + \omega_p \alpha_p^* \alpha_p \quad (4.12a)$$

$$H_1 = g(\alpha_p \alpha_{ok}^* \alpha_{ek}^* + \alpha_{ek} \alpha_{ok} \alpha_p^*) \quad (4.12b)$$

olur. Eş. (4.12a,b), II. tür KPAÇ için basitleştirilmiş kuantum Hamiltonyenidir. Burada $\hbar=1$ alınmıştır. Eş. (4.12a)'da görüldüğü gibi, pompalanan foton sadece tek bir doğrultuda kutuplanırken; sıradan ve sıradışı foton Eş. (4.12a)'da aynı, Eş. (4.12b)'de dik doğrultuda kutuplanmaktadır. Sıradan ve sıra dışı dolaşık iki ışın/foton kutuplanması \pm , HV , LR , $\uparrow\downarrow$ gibi farklı yazılımlar ile gösterilmiştir (Kwiat et al, 1995; Shih, 2001; Kok, 2001). Bunlardan HV 'i tercih edersek H_0 ve H_1 Hamiltonyeni,

$$H_0 = \omega_{ok} (\alpha_{oH}^* \alpha_{oH} + \alpha_{oV}^* \alpha_{oV}) + \omega_{ek} (\alpha_{eH}^* \alpha_{eH} + \alpha_{eV}^* \alpha_{eV}) + \omega_p \alpha_p^* \alpha_p \quad (4.13a)$$

$$H_1 = g[\alpha_p (\alpha_{oH}^* \alpha_{eV}^* + \alpha_{oV}^* \alpha_{eH}^*) + (\alpha_{eV} \alpha_{oH} + \alpha_{eH} \alpha_{oV}) \alpha_p^*] \quad (4.13b)$$

olarak yazılır. Casado-Marshall klasik Hamiltonyeninde iki foton α ve α^* yazılımında iken; kuantum Hamiltonyenimizde Ayşe (a), Bora (b) dolaşık fotonların yoketme, yaratma operatörleri

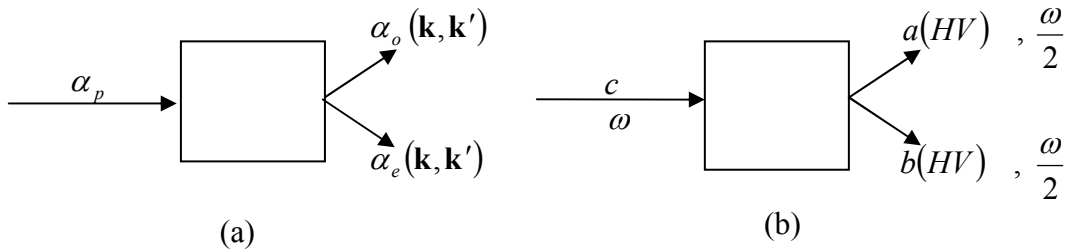
$$\alpha_o(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \rightarrow a(HV), \quad \alpha_o^*(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \rightarrow a^\dagger(HV) \quad (4.14a)$$

$$\alpha_e(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \rightarrow b(HV), \quad \alpha_e^*(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \rightarrow b^\dagger(HV) \quad (4.14b)$$

olarak alınmış ve $*$ yerine \dagger yazılımı seçilmiştir. Eş. (4.14a), $|0\rangle$ vakum durumu ile (o) yazılımdaki sıradan fotonun karışmasını da önlemiştir. α_p , gelen foton olmak üzere

$$\alpha_p \rightarrow c \quad (4.14c)$$

alınmıştır.



Şekil 4.5. (a) Sıradan ve sıra dışı dolaşık ışınların (b) Dolaşık fotonların kutuplanma gösterimi ve enerji paylaşımı.

Bu yeni yazılıma örnekler,

$$\alpha_{ok}^* = \alpha_{oH}^* = a_H^\dagger \quad (4.15a)$$

$$\alpha_{ek'} = \alpha_{eV} = b_V \quad (4.15b)$$

olarak verilebilir. Bu çalışmada deneysel sonuçlarda olduğu gibi (Kwiat et al., 1995;

Tittel et al., 1998) sıradan ve sıradışı fotonların enerjilerini

$$\omega_p = \omega = \omega_o + \omega_e = \omega/2 + \omega/2 \quad (4.16)$$

olarak yarı yarıya paylaştırılmıştır. Bu yeni yazılımlar ve kabullere göre serbest ve etkileşim Hamiltonyenleri

$$H_0 = \frac{\omega}{2} (a_H^\dagger a_H + a_V^\dagger a_V + b_H^\dagger b_H + b_V^\dagger b_V) + \omega c^\dagger c \quad (4.17a)$$

$$H_1 = g \left\{ c (a_H^\dagger b_V^\dagger + a_V^\dagger b_H^\dagger) + (b_V a_H + b_H a_V) c^\dagger \right\} \quad (4.17b)$$

olmaktadır. Eş. (4.17a,b) enerji paylaşımları hariç, Raman saçılmasının kuantum modelini açıklayan Hamiltonyen ile benzer yapıdadır (Shumovsky and Tanatar, 1993).

4.5.2. II. tür KPAÇ'in dalga fonksiyonu

Kendiliğinden parametrik aşağı çevrimde ortaya çıkan sıradan ve sıra dışı fotonik çift, bir EPR-Bell durumudur. Birbirinden çok uzak iki ya da daha fazla taneciğin dolaşıklığı, kuantum mekaniğin en beklenmedik sonuçlarından biridir. Bu iki dolaşık tanecik için matematiksel eşitlikler, ilk kez Schrödinger tarafından ortaya atılmıştır (Schrödinger, 1935). II. tür KPAÇ'in deneysel ve teorik çalışmaları ile dalga fonksiyonu bu temel bilgiler göz önünde bulundurularak geliştirilmiştir (Shih, 2001; Rubin et. al., 1994; Kwiat et. al., 1995; Casado et al., 1997a; Shih and Sergienko, 1994b; Shih and Sergienko, 1994c; Keller and Rubin, 1997; Kok, 2001; Kim, 2003; Riedmatten et.al., 2004; Durkin et. al., 2004; Kuzucu et al., 2005).

Optiksel bir LOK'de meydana getirilen fotonik dolaşıklık, birinci mertebeden perturbasyon teori ile

$$|\psi_{fotonik}\rangle = \sum_{o,e} \delta(\omega_o + \omega_e - \omega_p) \delta(\mathbf{k}_o + \mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p) a_o^\dagger [w(\mathbf{k}_o)] a_e^\dagger [w(\mathbf{k}_e)] |0\rangle \quad (4.18)$$

olarak hesaplanabilir (Rubin et al., 1994; Shih, 1997). Eş. (4.18)'in ket yazılımı,

$$|\psi\rangle = |1\rangle_o \otimes |1\rangle_e \otimes |0\rangle_p \quad (4.19)$$

olur. Burada, ilk iki kette “1” sıradan ve sıradışı fotonları var, “0” vakum ortamı veyahut gelen foton yok olmuş anlamındadır. Eş. (4.18-19) son durumu anlatmaktadır. Buradan yola çıkarak II. tür KPAÇ’de kristale bir foton pompalandığında ilk durum

$$|\psi_0\rangle^{n=1} = |1\rangle_c \otimes |0_H 0_V\rangle_a \otimes |0_H 0_V\rangle_b \quad (4.20)$$

olarak verilir. Burada görüldüğü gibi ilk durumda a ve b fotonlarının ne yatayda (0_H) ne de düşeyde (0_V) kutuplanmış bileşenleri yoktur. Etkileşimlerle varolabilen bir foton için öngördüğümüz çıkış dalga fonksiyonu

$$|\Psi\rangle^{n=1} = \lambda_0 |\psi_0\rangle^{n=1} + \lambda_1 |\psi_1\rangle^{n=1} \quad (4.21)$$

dir ve $n = 1$ ’de II. tür KPAÇ’nin bu çıkış dalga fonksiyonu için normalizasyon koşulu

$$\langle \Psi | \Psi \rangle^{n=1} = \lambda_0 \lambda_0^* \langle \psi_0 | \psi_0 \rangle^{n=1} + \lambda_1 \lambda_1^* \langle \psi_1 | \psi_1 \rangle^{n=1} = 1 \quad (4.22a)$$

$$|\lambda_0|^2 + |\lambda_1|^2 = 1 \quad (4.22b)$$

sağlanır.

4.5.3. Fock uzayında bir foton pompalandığında fotonik dolaşıklığın oluşum teorisi

$n = 1$ ’de II. tür KPAÇ için bulunan Eş (4.21)’deki dalga fonksiyonu zamandan bağımsız Schrödinger denkleminde yerine yazılarak,

$$\begin{aligned}
H|\Psi\rangle^{n=1} &= E|\Psi\rangle^{n=1} \\
(H_0 + H_1)[\lambda_0|\psi_0\rangle^{n=1} + \lambda_1|\psi_1\rangle^{n=1}] &= E[\lambda_0|\psi_0\rangle^{n=1} + \lambda_1|\psi_1\rangle^{n=1}]
\end{aligned} \tag{4.23}$$

bağıntısı elde edilir. Fock durumları için yok etme ve yaratma operatörlerinin etkileşimlerinin verildiği Eş. (4.9a-d) yardımıyla, Eş. (4.23)'deki çarpım kombinezonları tek tek bulunmalıdır. Eş. (4.20)'deki dikey-yatay kutuplanma göz önüne alınırsa, Eş. (4.9a-d)'ye göre; operatör indisi ile Fock durumunun indisi ve operatörün kendi yazılımı ile ketin indisi uyum içinde olmalıdır. Bu tezde incelenen problemin çözümünde kilit rol oynayan bu kuralları içeren beş örnek

$$a_H^\dagger|0_H\rangle_a = \sqrt{0+1}|(0+1)_H\rangle_a = |1_H\rangle_a \tag{4.24a}$$

$$b_V^\dagger|1_V\rangle_b = \sqrt{2}|(1+1)_V\rangle_b = \sqrt{2}|2_V\rangle_b \tag{4.24b}$$

$$a_H^\dagger b_V^\dagger|0_H 0_V\rangle_a = a_H^\dagger|0_H\rangle_a b_V^\dagger|0_V\rangle_a = \sqrt{0+1}|(0+1)_H\rangle_a|0_V\rangle_a = |1_H 0_V\rangle_a \tag{4.24c}$$

$$a_H^\dagger a_H|0_H 0_V\rangle_a = a_H^\dagger a_H|0_H\rangle_a|0_V\rangle_a = 0|0_H\rangle_a|0_V\rangle_a = 0 \tag{4.24d}$$

$$b_V a_H(|1_H\rangle_a|1_V\rangle_b) = a_H|1_H\rangle_a b_V|1_V\rangle_b = \sqrt{1}|0_H\rangle_a \sqrt{1}|0_V\rangle_b = |0_H\rangle_a|0_V\rangle_b \tag{4.24e}$$

olarak verilir. Eş. (4.24c)'de, operatör ile Fock durumunun indisi uyumlu olmasına karşın, operatörün kendisi ket indisi ile uyumlu olmadığı için $b_V^\dagger|0_V\rangle_a = |0_V\rangle_a$ kuantum durumunda bir değişiklik olmaz. O halde, Eş. (4.23)'teki birinci çarpım

$$\begin{aligned}
H_0|\psi_0\rangle^{n=1} &= \left\{ \frac{\omega}{2}(a_H^\dagger a_H + a_V^\dagger a_V + b_H^\dagger b_H + b_V^\dagger b_V) + \omega c^\dagger c \right\} |1\rangle_c \otimes |0_H 0_V\rangle_a \otimes |0_H 0_V\rangle_b \\
&= \frac{\omega}{2} (|1\rangle_c \otimes 0|0_H 0_V\rangle_a \otimes |0_H 0_V\rangle_b + |1\rangle_c \otimes 0|0_H 0_V\rangle_a \otimes |0_H 0_V\rangle_b + 0+0) + \\
&\quad \omega.1|1\rangle_c \otimes |0_H 0_V\rangle_a \otimes |0_H 0_V\rangle_b
\end{aligned} \tag{4.25a}$$

olarak elde edilir, bu eşitliği düzenlersek

$$H_0|\psi_0\rangle^{n=1} = \omega|\psi_0\rangle^{n=1} \tag{4.25b}$$

olur. Eş. (4.23)'teki ikinci çarpım

$$\begin{aligned}
H_1|\psi_0\rangle^{n=1} &= g\{c(a_H^\dagger b_V^\dagger + a_V^\dagger b_H^\dagger) + (b_V a_H + b_H a_V)c^\dagger\} |1\rangle_c \otimes |0_H 0_V\rangle_a \otimes |0_H 0_V\rangle_b \\
&= g[\sqrt{1}|0\rangle_c \otimes \sqrt{1}|1_H 0_V\rangle_a \otimes \sqrt{1}|0_H 1_V\rangle_b + \sqrt{1}|0\rangle_c \otimes \sqrt{1}|0_H 1_V\rangle_a \otimes \sqrt{1}|1_H 0_V\rangle_b \\
&\quad \sqrt{2}|2\rangle_c \otimes 0|0_H 0_V\rangle_a \otimes 0|0_H 0_V\rangle_b + 0] \\
&= g[|0\rangle_c \otimes (|1_H\rangle_a \otimes |1_V\rangle_b + |1_V\rangle_a \otimes |1_H\rangle_b)]
\end{aligned} \tag{4.26a}$$

olarak bulunur, yeni kuantum durumuna $|\psi_1\rangle^{n=1}$ dersek, bu durum ve düzenlenmiş yeni eşitlik

$$|\psi_1\rangle^{n=1} = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle_c \otimes (|1_H\rangle_a \otimes |1_V\rangle_b + |1_V\rangle_a \otimes |1_H\rangle_b) \tag{4.26b}$$

$$H_1|\psi_0\rangle^{n=1} = \sqrt{2}g|\psi_1\rangle^{n=1} \tag{4.26c}$$

olur. Eş. (4.23)'teki üçüncü çarpım ve düzenlenmiş yeni eşitlik

$$\begin{aligned}
H_0|\psi_1\rangle^{n=1} &= \left[\frac{\omega}{2}(a_H^\dagger a_H + a_V^\dagger a_V + b_H^\dagger b_H + b_V^\dagger b_V) + \omega c^\dagger c \right] \\
&\quad \left[\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle_c \otimes (|1_H\rangle_a \otimes |1_V\rangle_b + |1_V\rangle_a \otimes |1_H\rangle_b) \right] \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\omega}{2} [|0\rangle_c \otimes (1|1_H\rangle_a \otimes |1_V\rangle_b + 0) + |0\rangle_c \otimes (0 + 1|1_V\rangle_a \otimes |1_H\rangle_b) + \\
&\quad |0\rangle_c \otimes (0 + |1_V\rangle_a \otimes 1|1_H\rangle_b) + |0\rangle_c \otimes (|1_H\rangle_a \otimes 1|1_V\rangle_b + 0)] \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} \omega |0\rangle_c \otimes (|1_H\rangle_a \otimes |1_V\rangle_b + |1_V\rangle_a \otimes |1_H\rangle_b) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\omega}{2} [2|0\rangle_c \otimes (|1_H\rangle_a \otimes |1_V\rangle_b + |1_V\rangle_a \otimes |1_H\rangle_b)] \\
H_0|\psi_1\rangle^{n=1} &= \omega|\psi_1\rangle^{n=1}
\end{aligned} \tag{4.27a}$$

olur. Eş. (4.23)'teki dördüncü çarpım ve düzenlenmiş yeni eşitlik

$$\begin{aligned}
H_1|\psi_1\rangle^{n=1} &= g\left[c(a_H^\dagger b_V^\dagger + a_V^\dagger b_H^\dagger) + (b_V a_H + b_H a_V)c^\dagger\right] \\
&\quad \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle_c \otimes (|1_H 0_V\rangle_a \otimes |0_H 1_V\rangle_b + |0_H 1_V\rangle_a \otimes |1_H 0_V\rangle_b) \\
&= g\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}0 \otimes \left[\sqrt{2}|2_H 0_V\rangle_a \otimes \sqrt{2}|0_H 2_V\rangle_b + \sqrt{1}|1_H 1_V\rangle_a \otimes \sqrt{1}|1_H 1_V\rangle_b\right] + \right. \\
&\quad \left. (\sqrt{1}|1_H 1_V\rangle_a \otimes \sqrt{1}|1_H 1_V\rangle_b + \sqrt{2}|0_H 2_V\rangle_a \otimes \sqrt{2}|2_H 0_V\rangle_b)\right\} + \\
&\quad \left.\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1}|1\rangle_c \otimes (\sqrt{1}|0_H 0_V\rangle_a \otimes \sqrt{1}|0_H 0_V\rangle_b + \sqrt{1}|0_H 0_V\rangle_a \otimes \sqrt{1}|0_H 0_V\rangle_b)\right\}
\end{aligned} \tag{4.28a}$$

$$H_1|\psi_1\rangle^{n=1} = g\sqrt{2}|\psi_0\rangle^{n=1} \tag{4.28b}$$

olur. Elde ettiğimiz bu dört çarpımın sonuçları Eş. (4.23)'te yerine konursa,

$$\lambda_0\omega|\psi_0\rangle^{n=1} + \lambda_0\sqrt{2}g|\psi_1\rangle^{n=1} + \lambda_1\omega|\psi_1\rangle^{n=1} + \lambda_1\sqrt{2}g|\psi_0\rangle^{n=1} = E\lambda_0|\psi_0\rangle^{n=1} + E\lambda_1|\psi_1\rangle^{n=1} \tag{4.29}$$

bulunur. Eş. (4.29), $|\psi_0\rangle^{n=1}$ ve $|\psi_1\rangle^{n=1}$ bazlarında iki denklem

$$[\lambda_0\omega + \lambda_1\sqrt{2}g = E\lambda_0] |\psi_0\rangle^{n=1} \tag{4.30a}$$

$$[\lambda_0\sqrt{2}g + \lambda_1\omega = E\lambda_1] |\psi_1\rangle^{n=1} \tag{4.30b}$$

olarak yeniden yazılır ve Eş. (4.30)'un matris yazılımı ise

$$\begin{bmatrix} \omega - E & \sqrt{2}g \\ \sqrt{2}g & \omega - E \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \tag{4.31}$$

olur. Eş. (4.31)'in Maple 8'de özdeğer-özvektör çözümleri ve çıkan özvektörlerin özdeğerlerle doğrulanması Ek 5A'da verilmiştir.

Eş. (4.31)'in $|\psi_0\rangle^{n=1}$ ve $|\psi_1\rangle^{n=1}$ bazlarına göre Maple 8'deki çözümünde; E_1 özdeğerine $u_{E_1}^{n=1} = [-1,1]$ özvektörü, E_2 özdeğerine $u_{E_1}^{n=1} = [1,1]$ özvektörü karşılık gelmektedir. Bu iki farklı özdeğerde zamandan bağımsız dalga fonksiyonları, normalizasyon koşulu yerine getirilerek

$$\left| \Lambda_{E_1=\omega-\sqrt{2}g} \right\rangle^{n=1} = |\Lambda_1\rangle^{n=1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[-1|\psi_0\rangle^{n=1} + 1|\psi_1\rangle^{n=1} \right] \quad (4.32a)$$

$$\left| \Lambda_{E_2=\omega+\sqrt{2}g} \right\rangle^{n=1} = |\Lambda_2\rangle^{n=1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[1|\psi_0\rangle^{n=1} + 1|\psi_1\rangle^{n=1} \right] \quad (4.32b)$$

bulunur ve Kronecker delta çarpımları

$$\langle \Lambda_1 | \Lambda_1 \rangle^{n=1} = \langle \Lambda_2 | \Lambda_2 \rangle^{n=1} = 1 \quad (4.33a)$$

$$\langle \Lambda_1 | \Lambda_2 \rangle^{n=1} = \langle \Lambda_2 | \Lambda_1 \rangle^{n=1} = 0 \quad (4.33b)$$

olarak yazılır. Eş. (4.33b)'de görüldüğü gibi iki dalga fonksiyonu birbirine diktir. Ayrıca, $\lambda_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$ ve $\lambda_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$ olasılık genlik değerleri ile de Eş. (4.22a,b)'deki normalizasyon koşulu sağlanmaktadır. Herhangi bir t anında E_1 ve E_2 özdeğerli zamana bağlı dalga fonksiyonu, zamandan bağımsız iki dalga fonksiyonunun üst üste binmesinde

$$|\Psi(x,t)\rangle^{n=1} = \sum_{j=1}^2 \beta_j e^{\frac{i}{\hbar} E_j t} |\Lambda_j\rangle^{n=1} = \beta_1 e^{\frac{i}{\hbar} E_1 t} |\Lambda_1\rangle^{n=1} + \beta_2 e^{\frac{i}{\hbar} E_2 t} |\Lambda_2\rangle^{n=1} \quad (4.34)$$

olarak verilir. Burada $|\beta_1|^2 + |\beta_2|^2 = 1$ normalizasyon şartı sağlanmalıdır.

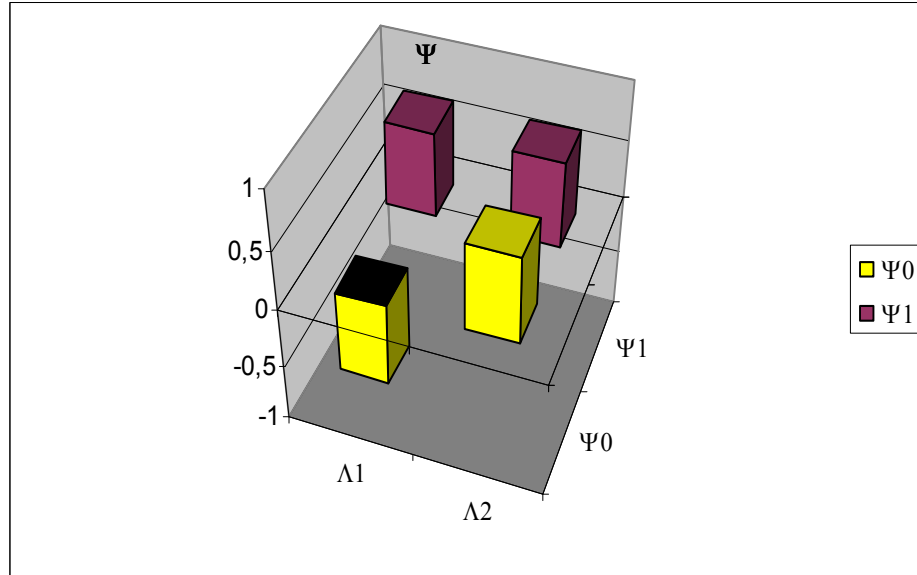
Eş. (4.26b), Ayşe ile Bora'nın garip ve gizemli fotonik dolaşıklığıdır. Bu eşitlik, vakum durumu hariç, P. Kwiat'ın deneysel olarak elde ettiği iki-foton dolaşıklığı ile aynıdır. Bulduğumuz bu fotonik dolaşıklık, ilk kez Einstein-Podolsky-Rosen tarafından

fiziksel gerçeklik olarak adlandırılarak üç kriteri sağlayan düşünce deneyi olarak öne sürülmüştür (Einstein et al., 1935).

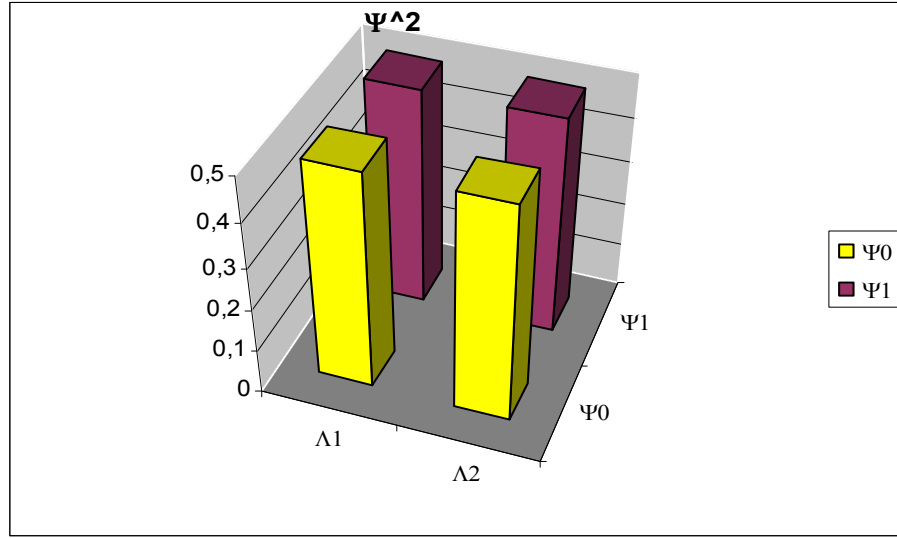
1. Kriter: yerellik, kuantum korelasyon içindeki bu tanecikler, belli bir uzaklığa bağlı olmadan hareket eder, haberleşir ya da telepati yapar.
2. Kriter: gerçeklik, iki-tanecikli bileşik sistemi rahatsız etmediğimiz sürece, fiziksel niceliğin bir değeri belli bir kesinlikle öngörülebilir. Bu takdirde, bu niceliğe karşılık gelen durum, iki-tanecikli fiziksel gerçekliğin elemanlarından biridir. Örneğin, EPR paradoksuna göre, ikinci taneciğin momentumu ölçülürse, birinci taneciğin momentumu tam doğrulukla öngörülebilir. Çünkü, birinci taneciğin momentumu, fiziksel gerçekliğin elemanı olmak zorundadır. Kriterin bu yapısal yaklaşımı, taneciklerin konumları içinde geçerlidir.
3. Kriter: tamlık, fiziksel gerçekliğin her elemanının, tamlık teorisi kapsamında Einstein'ın ifadesi ile muadil-parçası ya da eş-parçası olmak zorundadır. Bu bakış, ünlü EPR makalesindeki "Fiziksel gerçekliğin kuantum mekaniksel tanımını tam olarak göz önünde bulundurulabilir mi?" sorusunu gündeme getirmiştir.

Kuantum dolaşıklık tomoğrafisi: 1990'dan bu yana yapılan çalışmaların odaklandığı noktalardan biri, fiziksel bir kaynak olarak kuantum dolaşıklığı nitelendirmektir. Dolaşıklığı nitelendirmek tezin ikinci bölümünde ele aldığımız gibi, indirgenmiş yoğunluk matrisi, bilgi entropisi ve matrisin PPE gibi yöntemlerle mümkün olmaktadır. Son birkaç yıldır bu yöntemlere ilaveten, kuantum dolaşıklık tomoğrafisi, atomik ve fotonik dolaşık durumları nitelendirmek için kullanılmaktadır. Tek foton Fock durumlarını kullanarak, optiksel kubitleri değerlendirmek için kuantum durum tomoğrafisi kullanılmıştır (Kwiat et al., 2003). Ayrıca iki ve üç spinli sistemler için elde edilen 8×8 boyutundaki yoğunluk matrisi sonuçları, durum tomoğrafisi ile nitelendirilmiştir (Nielsen and Chuang, 2000).

Kuantum durum tomoğrafisi, kuantum bilgisayarları nitelendirmek için amaçlanmıştır. Klasik bir bilgisayar, farklı zamanlarda, bitlerinin durumu ölçülerek incelenebilir. Benzer bir yaklaşım ile, bir kuantum bilgisayar için bilgisayarın yoğunluk matrisinin ölçülebilirliği bir temel oluşturmaktadır. Bu teknik, dolaşıklık durum tomoğrafisi olarak adlandırılır. Teorik bir matematiksel sonuç veya deneysel bir ölçüm, klasik sistemi anlamaya yarar ve bunlar sistemle özdeşleştirilir. Sonlu boyuttaki kuantum sistemler içinde, kuantum tomoğrafi işlemi benzer bir rol oynamaktadır. Böylelikle deneysel ya da teorik verilerle kuantum sisteminin dinamikleri belirlenir. Eş. (4.32a,b) ile verilen, fotonik dolaşık sistemin öz durumları ile bu öz durumlara karşılık gelen bulunma olasılık genliklerinin durum tomoğrafisi Şekil 4.6a'da gösterilmiştir. Tomoğrafideki yatay değişkenler öz durumlara, dikey değişkenler bu öz durumların içindeki $|\psi_0\rangle$ ve $|\psi_1\rangle$ 'in bulunma olasılık genliklerine karşılık gelmektedir. Bu tomoğrafideki negatif değeri yok etmek için, Şekil 4.6b'de genliklerin karesi ile verilen bulunma olasılıkları alınmıştır.



(a)



(b)

Şekil 4.6. (a) Bulunma olasılık genlikleri ve (b) Bulunma olasılıkları için $n = 1$ 'de fotonik dolaşıklık durum tomografisi.

4.5.4. Fock uzayında iki foton pompalandığında fotonik dolaşıklık oluşum teorisi

$n = 2$ için II. tür KPAÇ'de, kristale bir foton pompalama durumundaki çözüme benzer yol takip edildi. II. tür KPAÇ'de kristale iki foton pompalandığında ilk durum

$$|\psi_0\rangle^{n=2} = |2\rangle_c \otimes |0_H 0_V\rangle_a \otimes |0_H 0_V\rangle_b \quad (4.35)$$

olur. İki foton için öngörülen etkileşimlerle ortaya çıkan dalga fonksiyonu

$$|\Psi\rangle^{n=2} = \lambda_0 |\psi_0\rangle^{n=2} + \lambda_1 |\psi_1\rangle^{n=2} + \lambda_2 |\psi_2\rangle^{n=2} + \lambda_3 |\psi_3\rangle^{n=2} \quad (4.36)$$

dir ve $n = 2$ 'de II. tür KPAÇ'in bu çıkış dalga fonksiyonu için normalizasyon koşulu

$$\begin{aligned} \langle \Psi | \Psi \rangle^{n=2} &= \lambda_0 \lambda_0^* \langle \psi_0 | \psi_0 \rangle^{n=2} + \lambda_1 \lambda_1^* \langle \psi_1 | \psi_1 \rangle^{n=2} + \\ &\lambda_2 \lambda_2^* \langle \psi_2 | \psi_2 \rangle^{n=2} + \lambda_3 \lambda_3^* \langle \psi_3 | \psi_3 \rangle^{n=2} = 1 \end{aligned} \quad (4.37a)$$

$$|\lambda_0|^2 + |\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2 + |\lambda_3|^2 = 1 \quad (4.37b)$$

sağlanır. Zamandan bağımsız Schrödinger denklemi

$$H |\Psi\rangle^{n=2} = E |\Psi\rangle^{n=2} \quad (4.38a)$$

$$\begin{aligned} (H_0 + H_1) \left[\lambda_0 |\psi_0\rangle^{n=1} + \lambda_1 |\psi_1\rangle^{n=1} + \lambda_2 |\psi_2\rangle^{n=2} + \lambda_3 |\psi_3\rangle^{n=2} \right] = \\ E \left[\lambda_0 |\psi_0\rangle^{n=1} + \lambda_1 |\psi_1\rangle^{n=1} + \lambda_2 |\psi_2\rangle^{n=2} + \lambda_3 |\psi_3\rangle^{n=2} \right] \end{aligned} \quad (4.38b)$$

bağıntısı ile verilir. $n=1$ Fock uzayında olduğu gibi Eş. (4.38b)'deki çarpım kombinezonları; operatör, ket indisleri ve dikey-yatay kutuplanmaya göre hesaplanmalıdır. $n=2$ Fock uzayı için, $n=1$ Fock uzayındaki ayrıntılı hesaplamalara yer verilmemiş, sadece eşitlikler yazılmıştır. Ayrıca, $n=2$ için fotonik dolaşıklık hesaplarında önce H_1 sonra H_0 ile çarpımlar hesaplanmıştır. Böyle bir sıra takip edilerek yeni kuantum durumları betimlenmiştir. O halde, Eş.(4.38b)'deki birinci çarpım ve yeni $|\psi_1\rangle^{n=2}$ kuantum durumu

$$H_1 |\psi_0\rangle^{n=2} = 2g |\psi_1\rangle^{n=2} \quad (4.39a)$$

$$|\psi_1\rangle^{n=2} = \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle_c \otimes \left(|1_H\rangle_a \otimes |1_V\rangle_b + |1_V\rangle_a \otimes |1_H\rangle_b \right) \quad (4.39b)$$

olur. Eş.(4.38b)'deki ikinci çarpım

$$H_1 |\psi_1\rangle^{n=2} = 2g |\psi_0\rangle^{n=2} + 2g |\psi_2\rangle^{n=2} + \sqrt{2}g |\psi_3\rangle^{n=2} \quad (4.40a)$$

olarak bulunur. Burada $|\psi_2\rangle^{n=2}$ ve $|\psi_3\rangle^{n=2}$ yeni kuantum durumları

$$|\psi_2\rangle^{n=2} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle_c \otimes \left(|2_H\rangle_a \otimes |2_V\rangle_b + |2_V\rangle_a \otimes |2_H\rangle_b \right) \quad (4.40b)$$

$$|\psi_3\rangle^{n=2} = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle_c \otimes |1_H 1_V\rangle_a \otimes |1_H 1_V\rangle_b \quad (4.40c)$$

olur. Eş. (4.40b) nadir oluşan iki Ayşe ve iki Bora fotonunu içeren dört-foton dolaşıklıdır. Eş. (4.40c) ise, Ayşe-Bora fotonlarının kendi kutuplanmaları arasındaki bir etkileşimi veren ve dolaşıklık özelliği olmayan bir durumdur. (4.38b)'deki üçüncü çarpım ve dördüncü çarpım

$$H_1|\psi_2\rangle^{n=2} = 2g|\psi_1\rangle^{n=2} \quad (4.41)$$

$$H_1|\psi_3\rangle^{n=2} = \sqrt{2}g|\psi_1\rangle^{n=2} \quad (4.42)$$

olarak bulunur. H_0 ile etkileşimleri veren beşinci, altıncı, yedinci ve sekizinci çarpım

$$H_0|\psi_0\rangle^{n=2} = 2\omega|\psi_0\rangle^{n=2} \quad (4.43)$$

$$H_0|\psi_1\rangle^{n=2} = 2\omega|\psi_1\rangle^{n=2} \quad (4.44)$$

$$H_0|\psi_2\rangle^{n=2} = 2\omega|\psi_2\rangle^{n=2} \quad (4.45)$$

$$H_0|\psi_3\rangle^{n=2} = 2\omega|\psi_3\rangle^{n=2} \quad (4.46)$$

olarak bulunur. Bu sekiz çarpım Eş. (4.38b)'de yerine yazıldıktan sonra $|\psi_0\rangle^{n=2}$, $|\psi_1\rangle^{n=2}$, $|\psi_2\rangle^{n=2}$ ve $|\psi_3\rangle^{n=2}$ bazlarında dört denklem

$$[\lambda_0 2\omega + \lambda_1 2g + 0 + 0 = E.\lambda_0] \quad |\psi_0\rangle^{n=2} \quad (4.47a)$$

$$[\lambda_0 2g + \lambda_1 2\omega + \lambda_2 2g + \lambda_3 \sqrt{2}g = E.\lambda_1] \quad |\psi_1\rangle^{n=2} \quad (4.47b)$$

$$[0 + \lambda_1 2g + \lambda_2 2\omega + 0 = E.\lambda_2] \quad |\psi_2\rangle^{n=2} \quad (4.47c)$$

$$[0 + \lambda_1 \sqrt{2}g + 0 + \lambda_3 2\omega = E.\lambda_3] \quad |\psi_3\rangle^{n=2} \quad (4.47d)$$

olarak elde edilir. Eş (4.47a-d)'nin matris yazılımı;

$$\begin{bmatrix} 2\omega - E & 2g & 0 & 0 \\ 2g & 2\omega - E & 2g & \sqrt{2}g \\ 0 & 2g & 2\omega - E & 0 \\ 0 & \sqrt{2}g & 0 & 2\omega - E \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (4.48)$$

olur. Eş. (4.48)'in Maple 8'de özdeğer-özvektör çözümleri Ek 5B'da verilmiştir. Eş. (4.48)'in $|\psi_0\rangle^{n=2}, |\psi_1\rangle^{n=2}, |\psi_2\rangle^{n=2}$ ve $|\psi_3\rangle^{n=2}$ bazlarına göre Maple 8'deki çözümünde; E_1 özdeğerine $u_{E_1}^{n=2} = [\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{2}, 1]$ özvektörü, E_2 özdeğerine $u_{E_2}^{n=2} = [\sqrt{2}, -\sqrt{5}, \sqrt{2}, 1]$ özvektörü, $E_3 = 2\omega$ özdeğerine $u_{E_3}^{n=2}(1) = [-1, 0, 1, 0]$ ve $u_{E_3}^{n=2}(2) = \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, 0, 1\right]$ iki özvektör karşılık gelmektedir. Aynı özdeğere, iki özvektör karşılık geldiği için kuantum yarılma söz konusudur. Aynı zamanda bu dört vektör birbirine dik değildir. Bu kuantum yarılmayı ortadan kaldırmak veyahut dikliği sağlamak için dört özvektöre Gram-Schmidt yöntemi uygulanır. Ek 5C'de dikleştirme işlemleri verilen bu yeni dört vektör

$$y_{E_1} = \left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}, \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}, \frac{1}{\sqrt{10}} \right] \quad (4.49a)$$

$$y_{E_2} = \left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}, -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}, \frac{1}{\sqrt{10}} \right] \quad (4.49b)$$

$$y_{E_3}(1) = \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right] \quad (4.49c)$$

$$y_{E_3}(2) = \left[-\frac{1}{\sqrt{10}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{2}{\sqrt{5}} \right] \quad (4.49d)$$

olarak bulundu. Schrödinger denkleminin çözümünden bulunan bu üç enerji özdeğeri ve dikleştirilmiş dört özvektörün zamandan bağımsız dalga fonksiyonları

$$|\Lambda_{E_1=2\omega+\sqrt{10}g}\rangle^{n=2} = |\Lambda_1\rangle^{n=2} = \left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}|\psi_0\rangle^{n=2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}|\psi_1\rangle^{n=2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}|\psi_2\rangle^{n=2} + \frac{1}{\sqrt{10}}|\psi_3\rangle^{n=2} \right]$$

$$\begin{aligned}
|\Lambda_{E_2=2\omega-\sqrt{10}g}\rangle^{n=2} &= |\Lambda_2\rangle^{n=2} = \left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}|\psi_0\rangle^{n=2} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}|\psi_1\rangle^{n=2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}|\psi_2\rangle^{n=2} + \frac{1}{\sqrt{10}}|\psi_3\rangle^{n=2} \right] \\
|\Lambda_{E_3=2\omega}\rangle^{n=2} &= |\Lambda_3\rangle^{n=2} = \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}|\psi_0\rangle^{n=2} + \frac{1}{\sqrt{2}}|\psi_2\rangle^{n=2} \right] \\
|\Lambda_{E_3=2\omega}\rangle^{n=2} &= |\Lambda_4\rangle^{n=2} = \left[-\frac{1}{\sqrt{10}}|\psi_0\rangle^{n=2} - \frac{1}{\sqrt{10}}|\psi_2\rangle^{n=2} + \frac{2}{\sqrt{5}}|\psi_3\rangle^{n=2} \right] \quad (4.50a,b,c,d)
\end{aligned}$$

olarak verilir. Kronecker delta çarpımları ise

$$\langle \Lambda_1 | \Lambda_1 \rangle^{n=2} = \langle \Lambda_2 | \Lambda_2 \rangle^{n=2} = \langle \Lambda_3 | \Lambda_3 \rangle^{n=2} = \langle \Lambda_4 | \Lambda_4 \rangle^{n=2} = 1 \quad (4.51a)$$

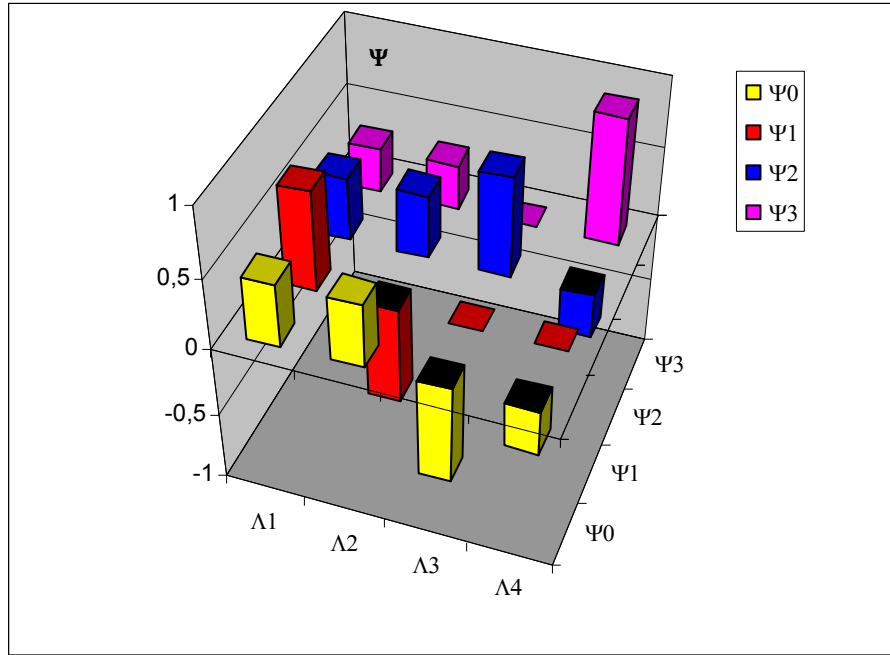
$$\langle \Lambda_1 | \Lambda_2 \rangle^{n=2} = \langle \Lambda_1 | \Lambda_3 \rangle^{n=2} = \langle \Lambda_1 | \Lambda_4 \rangle^{n=2} = 0 \quad (4.51b)$$

$$\langle \Lambda_2 | \Lambda_3 \rangle^{n=2} = \langle \Lambda_2 | \Lambda_4 \rangle^{n=2} = \langle \Lambda_3 | \Lambda_4 \rangle^{n=2} = 0 \quad (4.51c)$$

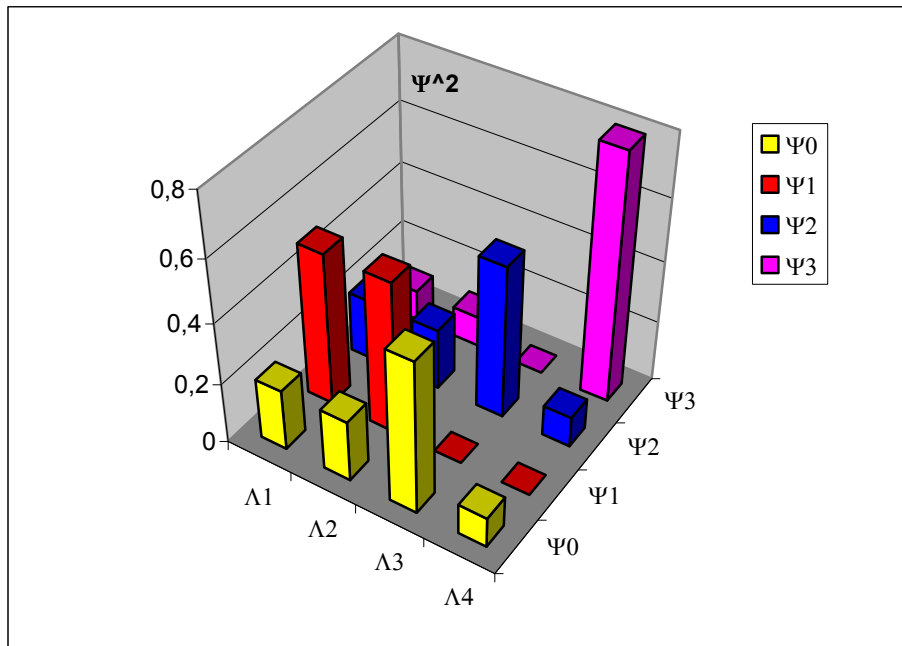
olur. Buna ilaveten Eş. (4.51b,c)'de indisler yer değiştirildiğinde Kronecker delta çarpımlarının sonuçları değişmemektedir. Eş. (4.51,a,b,c)'de görüldüğü gibi dört dalga fonksiyonu birbirine diktir. Ayrıca, λ_0 , λ_1 , λ_2 ve λ_3 olasılık genlik değerleri ile de Eş. (4.37b)'deki normalizasyon koşulu sağlanmaktadır. Herhangi bir t anında E_1 , E_2 ve E_3 özdeğerli zamana bağlı dalga fonksiyonu, zamandan bağımsız dört dalga fonksiyonunun üst üste binmesiyle

$$\begin{aligned}
|\Psi(x,t)\rangle^{n=2} &= \sum_{j=1}^4 \beta_j e^{-\frac{i}{\hbar} E_j t} |\Lambda_j\rangle^{n=2} \\
&= \beta_1 e^{-\frac{i}{\hbar} E_1 t} |\Lambda_1\rangle^{n=2} + \beta_2 e^{-\frac{i}{\hbar} E_2 t} |\Lambda_2\rangle^{n=2} + \beta_3 e^{-\frac{i}{\hbar} E_3 t} |\Lambda_3\rangle^{n=2} + \beta_4 e^{-\frac{i}{\hbar} E_3 t} |\Lambda_4\rangle^{n=2} \quad (4.52)
\end{aligned}$$

olarak verilir ve $|\beta_1|^2 + |\beta_2|^2 + |\beta_3|^2 + |\beta_4|^2 = 1$ normalizasyon şartı sağlanmalıdır. Daha önce Şekil 4.6'da $n=1$ için oluşturulan dolaşıklık durum tomoğrafisine benzer yöntemle, $n=2$ için Eş. (4.50a-d)'nin dolaşıklık tomoğrafisi Şekil 4.7a,b'de çizilmiştir.



(a)



(b)

Şekil 4.7. (a) Bulunma olasılık genlikleri ve (b) Bulunma olasılıkları için $n = 2$ 'de fotonik dolaşıklıkların durum tomografisi.

5. ATOMİK VE FOTONİK KUANTUM DOLAŞIKLIĞIN UYGULAMALARI

Bugün kullandığımız, klasik fizik kurallarına dayanan bilgi işleme cihazı yerine, fiziksel donanımını tamamen kuantum mekaniği ilkeleri ile açıklayabildiğimiz bir alet kullanmak bize bir yarar sağlar mı? Kuantum bilgi teorisinin, teknik uygulama alanı olan kuantum bilgi işleme bu soruya yanıt aramaktadır. Uygulamaya yönelik çalışma sonuçlarına göre kuantum bilgi işleme, klasik bilgi işlemeye göre nitel olarak daha güçlüdür. Çünkü, kuantum bilgi fotonlarla güvenli ve hızlı olarak taşınabilmektedir (Tittel et al., 1998). Fotonların kutuplanma durumları kolaylıkla kontrol edilip, onların kuantum uyumları optiksel fiber üzerinden kilometrelerce korunarak taşınmasına karşın (Tittel et al., 1998'deki çalışmada uzaklık yaklaşık 10 km'dir), fotonlar uzun süre depo edilemez. Ayrıca, bileşik dolaşık durumun kutuplanmasının değiştirilmesinde zorluklar ortaya çıkmakta ve kuantum elektrodinamik kuralları içinde fotonlar aynı oyuğun içinde tutulduğu zamanda bu zorluklar devam etmektedir. Bu zorluklara rağmen kuantum bilgi işleme tekniği ile, tek fotondan çıkan ışık pulslarının haberleşmede koşulsuz gizliliğe izin verebileceği gösterilmiştir (Bennett and Brassard, 1984). Gönderilen fotonun kutuplanmasına yüklenecek sayısal bilgi gizli haberleşmek isteyen iki kişi arasında bir anahtar oluşturmak için kullanılabilir. Bu anahtarı öğrenmeye çalışacak üçüncü bir kişi zorunlu olarak bir ölçüm yapmak zorunda kalacak ve bu ölçüm sonucunda fotonun hal vektörünü değiştirecektir. Bu değişiklik ise daha sonra gizli haberleşmeye çalışan kişiler tarafından tespit edilebilmektedir. Sonuç olarak kuantum mekaniğinin temel prensipleri gizli haberleşmeyi olası kılmaktadır. Burada gerekli olan özellik sadece, kuantum fiziği kuralları ile açıklanabilecek bir tek foton veya kuvantlaşmış elektromanyetik alan gibi ışık kaynağının kullanılmasıdır.

İki-foton bir dolaşık durumda ise, o zaman bir fotonun üzerindeki ölçüm, hemen diğerinin kuantum durumunu tanımlayacaktır. Tüm bunlar, dolaşıklığın sadece kendine özgü ayrık olan kuantum tanecikli çiftlerin bir niteliğinden kaynaklanmaktadır. Bu teorik bilgilerin yanında, son deneyler milyarlarca atomun bileşiminden oluşan makroskopik objelerinde dolaşık olabileceğini göstermiştir (Polzik et al., 2001). Danimarka'nın Aarhus Üniversitesinden bu üç bilim adamı, her biri yaklaşık bir trilyon

atomdan oluşan iki küçük gaz bulutunu deneysel olarak “dolaşık hale” getirdiler. Bu deneyin başarısı yeni deneylere yol göstererek, makroskopik uygulamaları teorik bakışlar altında geliştirebilmeyi mümkün kılmaktadır. Dolaşık durum özelliğinin makroskopik uygulamalarda kullanılabilmesi için daha büyük kütleleri, daha uzak mesafelerde dolaşık hale getirmek gerekmektedir.

Kuantum bilgi işlemede KPAÇ ile oluşturulan dolaşık fotonlar; bilgiyi şifreleyerek korumayı, şifreli olarak başka bir yere taşımayı, çok hızlı hesapsal algoritmalara uygulamayı başarıyla gerçekleştirmektedirler. Çin’deki kuantum bilgi laboratuvarında KPAÇ’den çıkan aşağı çevrilmiş fotonlar, çok-boyutlu dolaşık durumların incelenmesi için kullanıldı. Enerji-zamanı, kutuplanması ve yörünge açılal momentumu dolaşık olan bu hiper fotonların daha yüksek boyutlu dolaşık durumlara ulaşmak ve araştırmak için kullanışlı olduğu gösterilmiştir (Ren et al., 2005). Yüksek-boyutlu bir Hilbert uzayındaki kuantum dolaşıklık, çok harf içeren bir alfabe, kuantum kriptolojinin uygulanmasına olanak sağlamaktadır. Bilgi akışında artmasına da yol açan harflerin sayısının çok olması kuantum iletişimle aşılmaktadır. Yine Çin’deki başka bir laboratuvarında, yüksek-boyutlarda dolaşık fotonların uygulamaya konmasının II. tür KPAÇ ile mümkün olduğu gösterilmiştir (Dang et al., 2005).

Bir dolaşık durumla kuantum kriptoloji sistemi, uygulamalı olarak ilk kez denenmiştir. Anahtarın tümü için kuantum protokolü, ayrık yerleştirilmiş iki donanım aygıtıyla oluşturuldu. Bu iki aygıt arasındaki optik fiber 1,45 km idi ve Viyana atık su sisteminin içine bu deney için yerleştirilmiştir. Bu genelleştirilmiş kuantum anahtarı hemen bilgi taşıma görevini yerine getirmiş ve bu gizli iletişim uygulamasını gerçekleştirmiştir. Bu pratik kuantum anahtar, kutuplanmış dolaşık fotonlarla sağlanmıştır. Kuantum kriptoloji, kuantum bilgi alanının ilk teknoloji uygulamasıdır. Yani kuantum kriptoloji; bilimsel araştırmadan bir endüstriyel uygulamaya yumuşak olarak geçiş yapma işlemidir (Pope et al., 2004).

II. tür KPAÇ’in en önemli fiziksel uygulamalarından biri de kuantum teleportasyondur. Bilim-kurgu film ya da romanlarında, ışık hızı ihlal edilerek ani

yolculuklar yaptırılır. Aslında Einstein'ın görelilik teorisine göre ışık hızından daha hızlı yolculuk yapılamaz. Ama yinede teleportasyon deneyi, Zeilinger ve grubu tarafından gözlemlenmiştir (Zeilinger et al., 1997). Bu deneyde; bilim kurgunun nesnelere bir yerden başka bir yere nakli, en azından ışık parçacıkları için gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, pratikte imkansız gibi gözükken bir kişinin kuantum teletaşımını hayali bir örnekle canlandırılmıştır (Zeilinger, 2000).

İdeal bir kuantum teletaşım; gönderici Ayşe, alıcı Bora ve özgün bir çift olan A ile B dolaşık fotonların paylaşımıyla oluşturulabilir. İşlemin ilk aşamasında Ayşe'ye bilinmeyen bir kuantum durumdaki X fotonu gelir. Ayşe, A ve X fotonlarının dört olasılıklı durumundan birinin üretilmesinde rol oynar. 2. Bölümde niteliklerinden bahsettiğimiz ve burada teknik olarak elde edilen, A ve X fotonlarının müşterek ölçümü bir Bell-durumu olarak adlandırılır. İkinci aşamada teletaşımın tamamlanması için, Ayşe bir Bell-durumunu taşıyan bir mesajı Bora'ya göndermelidir. Bora mesajı aldıktan sonra; Bora özgünlüğünü sürdüren B fotonunu dönüştürebilirse, son çıkan foton orijinal X'in tam bir kopyası olur (Zeilinger, 2000).

Üçüncü bölümde elde ettiğimiz atomik dolaşık durumlar, dakikliği sağlamak için atomik saatlerde kullanılabilir (Major, 1998). Atomik saatlerde, Doppler ve diğer gürültü etkileri yok edilerek eşsiz bir zaman ayarlaması sağlanabilir (Wineland et al., 1992; Berkeland et al., 1998).

Evrensel kuantum bilgisayar, n kübitle dört aşamada gerçekleştirilebilir:

- 1) Her kübit $|0\rangle$ durumunda işleme başlatılır.
- 2) Evrensel kuantum kapısı ya da kümesi, bunun herhangi bir alt kümesine uygulanır.
- 3) Her bir kübit $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ bazlarında ölçülür.
- 4) Tüm bu işlemlere tabi tutulan kübitler bu dönüşüm sonuçlarıyla evrimleşebilir (Steane, 1998; Lloyd, 1995; Bernstein and Vazirani, 1997).

6. TARTIŞMA VE SONUÇ

Kuantum hesaplama ve kuantum bilgi bulvarına giderken iki ana yol vardır. Bunlar kuantum mekanik ve lineer cebirdir. Kuantum mekaniğin kuralları kuantum dolaşıklık için gereklidir. Bundan dolayı, fiziksel bir kaynak olan dolaşıklığın işlemlerini kontrol etmede kullandığımız kuantum mekaniğinin postülaları tezin giriş bölümünde anlatılmıştır. Kuantum mekaniğinin lineer cebirsel kavramlarını içeren Dirac yazılımı, kuantum bilgi teorisinin anlatım dili olmuş ve bağımsız bir teori olarak gelişmiştir.

İkinci bölümde, bir kübitin gözlemleninceye kadar $|0\rangle$ ve $|1\rangle$ durumları arasındaki süreklilikte mevcut olabileceği açıklandı. Kuantum mekaniğinin postülaları ve lineer cebir kuralları yardımıyla dört EPR-Bell dolaşık durumunun entropisi ve matris iz değerleri bulunarak bunların saf durumda oldukları gösterildi. Ele aldığımız $|\beta_{01}\rangle$ bileşik sistemin yoğunluk matrisinin izinin karesi ve entropisi $\dot{I}z(\rho_{AB})^2 = 1$, $S_{01} = S(\rho_{AB}) = 0$ şeklinde temiz durumda iken; herhangi bir kübit üzerinden indirgenmiş yoğunluk matrisinin izinin karesi ve entropisi $\dot{I}z(\rho^A)^2 = \dot{I}z(\rho^B)^2 = \frac{1}{2}$, $S(\rho^A) = S(\rho^B) = 1$ şeklinde karışık durumda çıktığı gösterildi. Bu çelişkiyle sadece alt sistemlerden birini ölçtüğümüzde, tüm AB sistemi hakkında maksimum belirsizliğe sahip olunduğu görülür. Bir başka ifadeyle, alt sisteme baktığımızda tüm sistem hakkında herhangi bir bilgi söylenemez. O halde, bilginin çoğu yerleşik olmayan kuantum korelasyonlarda kodlanmıştır. İkinci bölümün son kısmında dört kuantum dolaşık durumun PPE yöntemi uygulanarak özdeğerleri ve özvektörleri hesaplandı. PPE matrislerinin özdeğerlerinin üçü pozitif, biri negatif çıktı. Negatif özdeğerin, iki kübitten oluşan dört ayrı sistemde maksimum dolaşık durumun göstergesi olduğu sonucuna varıldı. “Tekli sektörde” $|\beta_{11}\rangle$ ile “üçlü sektörde” $|\beta_{00}\rangle$, $|\beta_{10}\rangle$ ve $|\beta_{01}\rangle$ iki spin- $\frac{1}{2}$ taneciklerden oluşan kuantum dolaşıklıkların hesaplanan sonuçları özdeğer-özvektör denklemleriyle kontrol edilerek doğrulandı.

Üçüncü bölümde, iki mümkün durumlu spin $\frac{1}{2}$ 'li bir sisteme benzer yapıdaki iki-düzeyleli atom ile klasik alanın etkileşimi ile varolabilen aday bir kübit elde edildi. Kuantum bilgi teorisinin temel taşı olan kübiti, bu yöntemle oluşturmak önemli bir adım olmuştur. Bu bölümün ikinci kısmında iki atomlu sistemin uygun bir tasvirinde, $|A_1\rangle$ ve $|A_2\rangle$ sürekli atomik dolaşık durumlar oluşturuldu. Tekli ve üçlü sektörde elde edilen bu güçlü dolaşık durumlarda, klasik hareket ettirici alanın kullanılmasının iki faydası olmuştur. Birincisi çevre ve atomlar arası etkileşimin doğurduğu kendiliğinden bozunmalardan dolayı ortaya çıkan enerji kayıplarını karşılamak, ikincisi de kuantum korelasyon aracılığıyla sistemi bir bütün olarak bir arada tutan istikrarlı ve sürekli atomik dolaşıklığı sağlamaktır. Daha önce yapılmış çalışmalarda, sıkıştırılmış vakum ya da ışıkla oluşturulan dolaşıklığı kuantum dalgalanmalar bozmaktadır. İki tane iki düzeyli atomdan oluşan sistemde ise, klasik alan kullanılarak bu kuantum dalgalanmaların giderilebildiği gösterilmiştir. Sonuç olarak öngörülen atomik sistemde, klasik alan güçlü dolaşıklığı oluştururken aynı zamanda sürekli kılmak için termostat görevini üstlenmektedir.

Atomik ve fotonik dolaşıklık, kuantum bilgi biliminin tek ve en önemli kaynağıdır. Bu tezin üçüncü bölümünde atomik, dördüncü bölümünde ise fotonik dolaşık durumlar teorik olarak elde edildi.

Deneysel olarak, II. tür KPAÇ'de LOK'in üzerine lazer demeti gönderilerek çok kısa bir zaman dilimi içerisinde dolaşık foton çiftleri elde edilir. I. tür KPAÇ'de ise iki foton paralel doğrultularında çıktığı için dolaşık fotonlar kaydedilemez. Dikey-yatay foton kutuplanmasını ve dolayısıyla dolaşıklığı sağlayan II. tür KPAÇ, kuantum optikte bir dolaşıklık üretme aygıtıdır. Bu tezin 4. bölümünde öncelikle; II. tür KPAÇ'i betimleyen Casado-Marshall klasik Hamiltoniyeni, yok etme ve yaratma operatörleri içeren kuantum mekaniksel Hamiltoniyene dönüştürüldü. Şaşırtıcı ve beklenmedik bir olay olarak literatüre geçen sıradan ve sıradışı iki fotonun enerjilerini, eşit olarak bölüştükleri varsayıldı. Fock uzayında LOK'e bir foton gönderilme durumunu betimleyen Schrödinger denkleminin çözümünde, üçlü sektörde $|\psi_1\rangle^{n=1}$ fotonik

dolaşıklık elde edildi. Schrödinger denkleminin çözümünün matris sunumu ile Maple 8'de, özdeğer ve özvektörler bulundu. Bulunan bu değerler yardımıyla, $n=1$ için zamana bağlı dalga fonksiyonu tanımlandı.

Fock uzayında LOK'e iki foton gönderilme durumunu betimleyen Schrödinger denkleminin çözümünde, $|\psi_1\rangle^{n=2}$, $|\psi_2\rangle^{n=2}$ ve $|\psi_3\rangle^{n=2}$ olarak üç çıkış durumu bulundu. $|\psi_1\rangle^{n=2}$ üçlü sektörde iki foton dolaşıklığı, $|\psi_2\rangle^{n=2}$ ilginç dört-foton dolaşıklığı ve $|\psi_3\rangle^{n=2}$ Ayşe-Bora fotonları arasında dolaşık olmayan bir durumdur. Schrödinger denkleminin matris sunumu ile Maple 8'de, elde edilen $E_3 = 2\omega$ özdeğerine iki farklı özvektör karşılık gelmektedir. Bu kuantum yarıma sorunu, Gram-Schmidt dikleştirme yöntemiyle çözülerek yeni dört özvektör elde edildi. Üç özdeğer ve dört özvektör yardımıyla, $n=2$ için zamana bağlı dalga fonksiyonu tanımlandı. Ayrıca, dolaşıklığı nitelendiren durum tomoğrafları $n=1$ için Şekil 4.6a,b'de, $n=2$ için Şekil 4.7a,b'de verilmiştir. Dolaşıklık durum tomoğrafları, fotonik dolaşık sistemin öz durumları ile bu öz durumlara karşılık gelen bulunma olasılık genlikleri ve bulunma olasılıkları için çizilmiştir. Elde edilen tomoğraflar, sistemin ilk ve etkileşimden sonraki durumlarının olasılıkları hakkında kapsamlı bilgiler sunmaktadır.

Bu çalışmanın son bölümünde, atomik ve fotonik kuantum dolaşık durumların son yıllardaki uygulamalarına kısaca yer verildi. Bu uygulamalar kuantum bilgi biliminin ortaya çıkardığı, kuantum kriptoloji, kuantum teletaşınım ve kuantum iletişim gibi alt bilim dallarında yer bulmaktadır.

EKLER

Ek 1

II. BELL DURUMUNUN YOĞUNLUK MATRİSİNİN İZİ VE ENTROPİSİ YARDIMIYLA TEMİZ DURUMDA OLUP OLMAMASININ KONTROL EDİLMESİ

1. Aşama: $|\beta_{01}\rangle$ yoğunluk matrisinin ket-bra çarpımı alınarak aşağıdaki matris bulunur.

> rho01 := <<0,0,0,0>|<0,1/2,1/2,0>|<0,1/2,1/2,0>|<0,0,0,0>>;

$$\rho_{01} := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

İkinci Aşama: $|\beta_{01}\rangle$ 'in bulunan bu matrisin izinin alınabilmesi için köşegenleştirilmesi gerekir. Bunun için Det(rho01-Lamda*i) işlemiyle özdeğerler bulunur.

> i := <<1,0,0,0>|<0,1,0,0>|<0,0,1,0>|<0,0,0,1>>;

>

$$i := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> X := rho01 - lamda*i;

$$X := -\lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

> çözüm (det (rho01 - lamda*i) = 0) ;

1, 0, 0, 0

Köşegenleştirilmiş dolaşık durumun yoğunluk matrisini (Drho01), özdeğerleriyle yazalım:

> **Drho01 := <<1, 0, 0, 0> | <0, 0, 0, 0> | <0, 0, 0, 0> | <0, 0, 0, 0>>;**

$$Drho01 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

> **İz (Drho01) ;**

1

> **İz (Drho01 . Drho01) ;**

1

İz(Drho01.Drho01) = 1 bulunur. Bu $|\beta_{01}\rangle$ dolaşık durumunun saf durumda olduğunu gösterir.

S (Dro01) := -1*log (1) - 0*log (0) - 0*log (0) - 0*log (0) ;

$$S(Dro01) := 0$$

Bilgi entropisi S(Dro01) = 0 bulunur. Bu da $|\beta_{01}\rangle$ dolaşık durumunun saf durumda olduğunu gösterir.

Ek. 2

DÖRT-DOLAŞIK DURUMUN YOĞUNLUK MATRİSİNİN PPE'İNİN ÖZDEĞER-ÖZVEKTÖR ÇÖZÜMLERİ

1) $|\beta_{00}\rangle$ dolaşık durumunun yoğunluk matrisinin pozitif parçalı evrik eşitliği; 1. kübit sabit 2. kübitin evriği alınarak bulunur [rho00(idT)].

$$\text{rho00(idT)} := 1/2 * \langle\langle 1, 0, 0, 0 | \langle 0, 0, 1, 0 | \langle 0, 1, 0, 0 | \langle 0, 0, 0, 1 \rangle\rangle;$$

$$\rho_{00}(idT) := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

> özdeğerler (rho00(idT)) ;

$$\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

> özvektörler (rho00(idT)) ;

$$\left[\frac{1}{2}, 3, \{[1, 0, 0, 0], [0, 1, 1, 0], [0, 0, 0, 1]\} \right], \left[\frac{-1}{2}, 1, \{[0, -1, 1, 0]\} \right]$$

[rho00(idT)] için bir sağlama: Bir özdeğer ile o özdeğerin özvektörle çarpımı; özvektör ile matrisin çarpımına eşit olmak zorundadır.

> özvektör1 := $\langle\langle 0, -1, 1, 0 \rangle\rangle;$

$$\text{özvektör1} := \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

> rho00(idT) . özvektör1 = -1/2 * özvektör1 ;

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

2) $|\beta_{01}\rangle$ dolaşık durumunun yoğunluk matrisinin pozitif parçalı evrik eşitliği;
[rho01(idT)].

rho01(idT) := 1/2*(<<0,0,0,1>|<0,1,0,0>|<0,0,1,0>|<1,0,0,0>>);

$$\rho_{01}(idT) := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

> **özdeğerler(rho01(idT));**

$$\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

> **özvektörler(rho01(idT));**

$$\left[\frac{-1}{2}, 1, \{[-1, 0, 0, 1]\} \right], \left[\frac{1}{2}, 3, \{[0, 1, 0, 0], [0, 0, 1, 0], [1, 0, 0, 1]\} \right]$$

[rho01(idT)] için bir sağlama: Bir özdeğer ile o özdeğerin özvektörle çarpımı; özvektör ile matrisin çarpımına eşit olmak zorundadır.

> **özvektör1 := <<1,0,0,1>>;**

$$\text{özvektör1} := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

> **rho01(idT) . özvektör1 = 1/2*özvektör1;**

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

3) $|\beta_{10}\rangle$ dolaşık durumunun yoğunluk matrisinin pozitif parçalı evrik eşitliği; $[\rho_{10}(\text{idT})]$.

$\rho_{10}(\text{idT}) := 1/2 * \langle\langle 1, 0, 0, 0 \rangle | \langle 0, 0, -1, 0 \rangle | \langle 0, -1, 0, 0 \rangle | \langle 0, 0, 0, 1 \rangle \rangle;$

$$\rho_{10}(\text{idT}) := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

> $\text{özdeğerler}(\rho_{10}(\text{idT}));$

$$\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

> $\text{özvektörler}(\rho_{10}(\text{idT}));$

$$\left[\frac{-1}{2}, 1, \{[0, 1, 1, 0]\} \right], \left[\frac{1}{2}, 3, \{[1, 0, 0, 0], [0, -1, 1, 0], [0, 0, 0, 1]\} \right]$$

$[\rho_{10}(\text{idT})]$ için bir sağlama: Bir özdeğer ile o özdeğerin özvektörle çarpımı; özvektör ile matrisin çarpımına eşit olmak zorundadır.

> $\text{özvektör1} := \langle\langle 1, 0, 0, 0 \rangle \rangle;$

$$\text{özvektör1} := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

> $\rho_{10}(\text{idT}) . \text{özvektör1} = 1/2 * \text{özvektör1};$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4) $|\beta_{11}\rangle$ dolaşık durumunun yoğunluk matrisinin pozitif parçalı evrik eşitliği; $[\rho_{11}(\text{idT})]$.

> $\rho_{11}(\text{idT}) := 1/2 * \langle\langle 0, 0, 0, -1 \rangle | \langle 0, 1, 0, 0 \rangle | \langle 0, 0, 1, 0 \rangle | \langle -1, 0, 0, 0 \rangle \rangle$;

$$\rho_{11}(\text{idT}) := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

> $\text{özdeğerler}(\rho_{11}(\text{idT}))$;

$$\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

> $\text{özvektörler}(\rho_{11}(\text{idT}))$;

$$\left[\frac{-1}{2}, 1, \{[1, 0, 0, 1]\} \right], \left[\frac{1}{2}, 3, \{[0, 1, 0, 0], [0, 0, 1, 0], [-1, 0, 0, 1]\} \right]$$

$[\rho_{11}(\text{idT})]$ bir sağlama: Bir özdeğer ile o özdeğerin özvektörle çarpımı; özvektör ile matrisin çarpımına eşit olmak zorundadır.

$\text{özvektör1} := \langle\langle 1, 0, 0, 1 \rangle \rangle$;

$$\text{özvektör1} := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

> $\rho_{11}(\text{idT}) \cdot \text{özvektör1} = -1/2 * \text{özvektör1}$;

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Ek. 3

I. BELL DURUMUNUN DOLAŞIKLIK OLUŞUM MİKTARININ BULUNUŞU

$|\beta_{00}\rangle$ (00+11) EPR-Bell durumunun; ρ_{00} yoğunluk matrisini elde edip, ρ_{00} 'dan ρ tilda değeri bulunur. Bu iki matrisin çarpımının özdeğerlerini bulduktan sonra bu özdeğerlerin karekökleri alınır. Büyükten küçüğe sıralanıp farklarından çıkan sonuç I. Bell durumunun "dolaşıklık oluşum miktarını" verir.

> **$\rho_{00} := \langle\langle 1/2, 0, 0, 1/2 \rangle | \langle 0, 0, 0, 0 \rangle | \langle 0, 0, 0, 0 \rangle | \langle 1/2, 0, 0, 1/2 \rangle \rangle;$**

$$\rho_{00} := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Pauli Y ; 4×4 boyutunda bir matris; bu matrise ulaşmak için 2×2 boyutundaki Pauli y ile Pauli y'yi tensör çarptık:

Böylelikle alttaki matrise ulaştık: $Pauli Y = Pauli y \otimes Pauli y$. Daha sonra ρ tilda da ulaşmak için ρ_{00} 'ı sağdan soldan 4×4 boyutundaki Pauli Y ile çarptık.

> **$PauliY := \langle\langle 0, 0, 0, -1 \rangle | \langle 0, 0, 1, 0 \rangle | \langle 0, 1, 0, 0 \rangle | \langle -1, 0, 0, 0 \rangle \rangle;$**

$$PauliY := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

> **$\rho_{tilda} := PauliY . \rho_{00} . PauliY;$**

$$\rho_{tilda} := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

> **X:=rho00.rhotilda;**

$$X := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

> **özdeğerler(X) ;**

0, 0, 0, 1

> **karekök(1) ;**

1

> **dolasiklikolusummiktari:=(1)-0-0-0;**

dolasiklikolusummiktari := 1

Bu sonuç, I. Bell durumu olan $|\beta_{00}\rangle$, maksimum dolaşık durumda olduğunu kanıtlamaktadır.

Ek 4A

**DELTALI VE DELTA SIFIRA GÖRE ÖZDEĞER-ÖZVEKTÖR
ÇÖZÜMLERİ İLE İKİ ATOMİK DOLAŞIKLIK**

1) Deltalı Çözüm

>

$$H := \langle\langle \Delta, e, e, 0 \rangle | \langle e, 0, \Omega, e \rangle | \langle e, \Omega, 0, e \rangle | \langle 0, e, e, -\Delta \rangle \rangle;$$

$$H := \begin{bmatrix} \Delta & e & e & 0 \\ e & 0 & \Omega & e \\ e & \Omega & 0 & e \\ 0 & e & e & -\Delta \end{bmatrix}$$

>

özdeğerler (H) ;

$$\begin{aligned}
 & -\Omega, (-9 \Omega \Delta^2 + 18 \Omega e^2 + \Omega^3) \\
 & + 3 \sqrt{-3 \Delta^6 - 36 \Delta^4 e^2 + 6 \Delta^4 \Omega^2 - 144 \Delta^2 e^4 - 60 \Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3 \Delta^2 \Omega^4 - 192 e^6 - 12 e^4 \Omega^2} \wedge \\
 & \stackrel{(1/3)}{=} \left(-\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / (-9 \Omega \Delta^2 + 18 \Omega e^2 + \Omega^3) \\
 & + 3 \sqrt{-3 \Delta^6 - 36 \Delta^4 e^2 + 6 \Delta^4 \Omega^2 - 144 \Delta^2 e^4 - 60 \Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3 \Delta^2 \Omega^4 - 192 e^6 - 12 e^4 \Omega^2} \wedge \\
 & \stackrel{(1/3)}{=} \frac{\Omega}{3}, -(-9 \Omega \Delta^2 + 18 \Omega e^2 + \Omega^3) \\
 & + 3 \sqrt{-3 \Delta^6 - 36 \Delta^4 e^2 + 6 \Delta^4 \Omega^2 - 144 \Delta^2 e^4 - 60 \Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3 \Delta^2 \Omega^4 - 192 e^6 - 12 e^4 \Omega^2} \wedge \\
 & \stackrel{(1/3)}{=} \left(-\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / (2(-9 \Omega \Delta^2 + 18 \Omega e^2 + \Omega^3)) \\
 & + 3 \sqrt{-3 \Delta^6 - 36 \Delta^4 e^2 + 6 \Delta^4 \Omega^2 - 144 \Delta^2 e^4 - 60 \Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3 \Delta^2 \Omega^4 - 192 e^6 - 12 e^4 \Omega^2} \wedge \\
 & \stackrel{(1/3)}{=} \frac{\Omega}{3} + \frac{1}{2} I \sqrt{3} \left(-9 \Omega \Delta^2 + 18 \Omega e^2 + \Omega^3 \right) \\
 & + 3 \sqrt{-3 \Delta^6 - 36 \Delta^4 e^2 + 6 \Delta^4 \Omega^2 - 144 \Delta^2 e^4 - 60 \Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3 \Delta^2 \Omega^4 - 192 e^6 - 12 e^4 \Omega^2} \wedge \\
 & \stackrel{(1/3)}{=} \left(-\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / (-9 \Omega \Delta^2 + 18 \Omega e^2 + \Omega^3) \\
 & + 3 \sqrt{-3 \Delta^6 - 36 \Delta^4 e^2 + 6 \Delta^4 \Omega^2 - 144 \Delta^2 e^4 - 60 \Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3 \Delta^2 \Omega^4 - 192 e^6 - 12 e^4 \Omega^2} \wedge \\
 & \stackrel{(1/3)}{=} \left(-\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / (2(-9 \Omega \Delta^2 + 18 \Omega e^2 + \Omega^3)) \\
 & + 3 \sqrt{-3 \Delta^6 - 36 \Delta^4 e^2 + 6 \Delta^4 \Omega^2 - 144 \Delta^2 e^4 - 60 \Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3 \Delta^2 \Omega^4 - 192 e^6 - 12 e^4 \Omega^2} \wedge \\
 & \stackrel{(1/3)}{=} \left(-\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / (2(-9 \Omega \Delta^2 + 18 \Omega e^2 + \Omega^3))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \stackrel{(1/3)}{/} 3 - 3 \left(-\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / \left(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3 \right) \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \wedge \\
& \stackrel{(1/3)}{+} \frac{\Omega}{3} \left(\Delta + \Omega\Delta + 2e^2 \right) / (2e^2), \left(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3 \right) \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \wedge \\
& \stackrel{(1/3)}{/} 3 - 3 \left(-\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / \left(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3 \right) \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \wedge \\
& \stackrel{(1/3)}{+} \frac{\Omega}{3} + \Delta \Big/ (2e), \left(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3 \right) \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \wedge \\
& \stackrel{(1/3)}{/} 3 - 3 \left(-\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / \left(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3 \right) \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \wedge \\
& \stackrel{(1/3)}{+} \frac{\Omega}{3} + \Delta \Big/ (2e), 1 \Big] \Big] \left[-\left(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3 \right) \right. \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \wedge \\
& \stackrel{(1/3)}{/} 6 + 3 \left(-\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / \left(2(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3) \right) \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \wedge \\
& \stackrel{(1/3)}{+} \frac{\Omega}{3} + \frac{1}{2} I \sqrt{3} \left(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3 \right) \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \wedge \\
& \stackrel{(1/3)}{/} 3 + 3 \left(-\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / \left(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3 \right) \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \wedge \\
& \stackrel{(1/3)}{+} 1, \left[-\left(-\left(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3 \right) \right) \right. \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \wedge \\
& \stackrel{(1/3)}{/} 6 + 3 \left(-\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / \left(2(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3) \right) \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \wedge
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \left(\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / \left(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3 \right) \right. \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \gamma \\
& \left. \left(\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / \left(2e^2 \right), \left(-(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3) \right) \right. \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \gamma \\
& \left. \left(\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / \left(2(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3) \right) \right. \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \gamma \\
& \left. \left(\frac{\Omega}{3} - \frac{1}{2} I \sqrt{3} \left(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3 \right) \right) \right. \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \gamma \\
& \left. \left(\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / \left(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3 \right) \right. \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \gamma \\
& \left. \left(\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / \left(2e \right), \left(-(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3) \right) \right. \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \gamma \\
& \left. \left(\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / \left(2(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3) \right) \right. \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \gamma \\
& \left. \left(\frac{\Omega}{3} - \frac{1}{2} I \sqrt{3} \left(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3 \right) \right) \right. \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \gamma \\
& \left. \left(\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / \left(-9\Omega\Delta^2 + 18\Omega e^2 + \Omega^3 \right) \right. \\
& + 3 \sqrt{-3\Delta^6 - 36\Delta^4 e^2 + 6\Delta^4 \Omega^2 - 144\Delta^2 e^4 - 60\Delta^2 e^2 \Omega^2 - 3\Delta^2 \Omega^4 - 192e^6 - 12e^4 \Omega^2} \gamma \\
& \left. \left(\frac{\Delta^2}{3} - \frac{4e^2}{3} - \frac{\Omega^2}{9} \right) / \left(2e \right), 1 \right\} \left. \right]
\end{aligned}$$

Klasik Hamiltoniyenimizin özdeğer-özvektör deltali çözümünde dört özvektör elde ettik:

Bu dört özvektörden sadece bir tanesi dolaşıklık koşulunu sağlamaktadır.

O da, anlamlı tek özdeğer olan, $-\Omega$ özdeğerine karşılık gelen özvektördür.

Bu tek sonuç, iki iki-düzeyleli atomdan oluşan sistemimizin atomik dolaşıklık oluşturduğunu kanıtlamaktadır.

2) Delta Sıfır Çözüm

> $H := \langle\langle 0, e, e, 0 \mid \langle e, 0, \Omega, e \mid \langle e, \Omega, 0, e \mid \langle 0, e, e, 0 \rangle\rangle\rangle;$

$$H := \begin{bmatrix} 0 & e & e & 0 \\ e & 0 & \Omega & e \\ e & \Omega & 0 & e \\ 0 & e & e & 0 \end{bmatrix}$$

> özdeğerler (H) ;

$$0, -\Omega, \frac{\Omega}{2} + \frac{\sqrt{\Omega^2 + 16e^2}}{2}, \frac{\Omega}{2} - \frac{\sqrt{\Omega^2 + 16e^2}}{2}$$

> özvektörler (H) ;

$[-\Omega, 1, \{[0, 1, -1, 0]\}, [0, 1, \{[1, 0, 0, -1]\}],$

$$\left[\frac{\Omega}{2} + \frac{\sqrt{\Omega^2 + 16e^2}}{2}, 1, \left[\left[\frac{\Omega}{2} + \frac{\sqrt{\Omega^2 + 16e^2}}{2}, \frac{\Omega}{2} + \frac{\sqrt{\Omega^2 + 16e^2}}{2} \right], \left[1, \frac{\frac{\Omega}{2} + \frac{\sqrt{\Omega^2 + 16e^2}}{2}}{2e}, \frac{\frac{\Omega}{2} + \frac{\sqrt{\Omega^2 + 16e^2}}{2}}{2e}, 1 \right] \right] \right],$$

$$\left[\frac{\Omega}{2} - \frac{\sqrt{\Omega^2 + 16e^2}}{2}, 1, \left[\left[\frac{\Omega}{2} - \frac{\sqrt{\Omega^2 + 16e^2}}{2}, \frac{\Omega}{2} - \frac{\sqrt{\Omega^2 + 16e^2}}{2} \right], \left[1, \frac{\frac{\Omega}{2} - \frac{\sqrt{\Omega^2 + 16e^2}}{2}}{2e}, \frac{\frac{\Omega}{2} - \frac{\sqrt{\Omega^2 + 16e^2}}{2}}{2e}, 1 \right] \right] \right]$$

Burada özdeğer ve özvektör sonuçlarını birlikte değerlendirelim:

Klasik Hamiltoniyenimizin özdeğer-özvektör delta sıfır çözümünde dört özdeğer ve dört özvektör elde ettik.

İki tane anlamlı özdeğeri; $-\Omega$ ve 0 olarak bulduk.

Bu anlamlı özdeğerlere karşılık gelen iki özvektör elde ettik.

Bu iki sonuç, dolaşıklık sonucunu sağladığı için, iki iki-düzeyle atomdan oluşan sistemimizin atomik dolaşıklık oluşturduğunu kanıtlamaktadır.

Ayrıca, delta sıfır çözümde elde edilen $-\Omega$ özdeğeri ve bu özdeğerin özvektörü; delta çözümdeki ile aynıdır.

Ek. 4B

TEKLİ VE ÜÇLÜ SEKTÖRDE MAKSİMUM ATOMİK DOLAŞIK ÖZDURUMLARIN KONTROL EDİLMESİ

1) Tekli sektörde antisimetrik maksimum dolaşık öz durumun $|A_1\rangle$, özdeğeriyle sağlaması: Burada $\Delta \neq 0$ ve özdeğer $-\Omega$ dır.

> $H := \langle\langle \Delta, e, e, 0 \mid \langle e, 0, \Omega, e \mid \langle e, \Omega, 0, e \mid \langle 0, e, e, -\Delta \rangle\rangle\rangle;$

$$H := \begin{bmatrix} \Delta & e & e & 0 \\ e & 0 & \Omega & e \\ e & \Omega & 0 & e \\ 0 & e & e & -\Delta \end{bmatrix}$$

> $A1 := \langle\langle 0, 1, -1, 0 \rangle\rangle;$

$$A1 := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

> $H.A1 = (-\Omega) * A1;$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -\Omega \\ \Omega \\ 0 \end{bmatrix} = -\Omega \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2) Üçlü sektörde simetrik (paralel) maksimum dolaşık öz durumun $|A_2\rangle$, özdeğeriyle sağlaması: Burada $\Delta = 0$ ve özdeğer 0 dır.

> $H := \langle\langle 0, e, e, 0 \rangle | \langle e, 0, \Omega, e \rangle | \langle e, \Omega, 0, e \rangle | \langle 0, e, e, 0 \rangle \rangle;$

$$H := \begin{bmatrix} 0 & e & e & 0 \\ e & 0 & \Omega & e \\ e & \Omega & 0 & e \\ 0 & e & e & 0 \end{bmatrix}$$

> $A2 := \langle\langle 1, 0, 0, -1 \rangle \rangle;$

$$A2 := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

> $H \cdot A2 = (0) \cdot A2;$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

Ek. 5A

FOCK UZAYINDA $n=1$ İÇİN FOTONİK DOLAŞIKLIK

$F1 := \langle\langle w-E, \sqrt{2}g \mid \sqrt{2}g, w-E \rangle\rangle;$

$$F1 := \begin{bmatrix} w-E & \sqrt{2}g \\ \sqrt{2}g & w-E \end{bmatrix}$$

> özdeğerler (F1) ;

$$-E + w + \sqrt{2}g, -E + w - \sqrt{2}g$$

> özvektörler (F1) ;

$$[-E + w - \sqrt{2}g, 1, \{[-1, 1]\}], [-E + w + \sqrt{2}g, 1, \{[1, 1]\}]$$

1. özvektörün özvektör-özdeğer denklemi ile sağlaması:

> özvektör1 := $\langle\langle 1, 1 \rangle\rangle;$

$$\text{özvektör1} := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

> $F1 \cdot \text{özvektör1} = (\omega + \sqrt{2}g) \cdot \text{özvektör1};$

$$\begin{bmatrix} w + \sqrt{2}g \\ w + \sqrt{2}g \end{bmatrix} = (\omega + \sqrt{2}g) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

2. özvektörün özvektör-özdeğer denklemi ile sağlaması:

> özvektör2 := $\langle\langle -1, 1 \rangle\rangle;$

$$\text{özvektör2} := \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

> $F1 \cdot \text{özvektör2} = (\omega - \sqrt{2}g) \cdot \text{özvektör2};$

$$\begin{bmatrix} -w + \sqrt{2}g \\ -\sqrt{2}g + w \end{bmatrix} = (\omega - \sqrt{2}g) \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ek. 5B

FOCK UZAYINDA $n=2$ İÇİN FOTONİK DOLAŞIKLIK

$F2 := \langle\langle 2w-E, 2g, 0, 0 \rangle | \langle 2g, 2w-E, 2g, \sqrt{2}g \rangle | \langle 0, 2g, 2w-E, 0 \rangle | \langle 0, \sqrt{2}g, 0, 2w-E \rangle \rangle;$

$$F2 := \begin{bmatrix} 2w-E & 2g & 0 & 0 \\ 2g & 2w-E & 2g & \sqrt{2}g \\ 0 & 2g & 2w-E & 0 \\ 0 & \sqrt{2}g & 0 & 2w-E \end{bmatrix}$$

> özdeğerler (F2) ;

$$-E + 2w + \sqrt{10}g, -E + 2w - \sqrt{10}g, 2w - E, 2w - E$$

> özvektörler (F2) ;

$$\begin{bmatrix} -E + 2w + \sqrt{10}g, 1, \left\{ \left[\sqrt{2}, \frac{\sqrt{10}\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}, 1 \right] \right\} \right], \\ \left[-E + 2w - \sqrt{10}g, 1, \left\{ \left[\sqrt{2}, -\frac{\sqrt{10}\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}, 1 \right] \right\} \right], \\ \left[2w - E, 2, \left\{ [-1, 0, 1, 0], \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, 0, 1 \right] \right\} \right] \end{bmatrix}$$

Ek. 5C

**FOCK UZAYINDA $n=2$ İÇİN DÖRT VEKTÖRÜN
GRAM-SCHMIDT YÖNTEMİYLE DİKLEŞTİRİLMESİ**

1) Dik olmayan birinci vektör yardımıyla, birinci vektör dikleştirilir:

> $yE1 := \langle \langle \text{karekök}(2), \text{karekök}(5), \text{karekök}(2), 1 \rangle \rangle / \text{karekök}(10) ;$

$$yE1 := \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{10} \sqrt{2}}{10} \\ \frac{\sqrt{10} \sqrt{5}}{10} \\ \frac{\sqrt{10} \sqrt{2}}{10} \\ \frac{\sqrt{10}}{10} \end{bmatrix}$$

2) Dik olmayan ikinci vektör ve dikleştirilmiş birinci vektör yardımıyla, ikinci vektör dikleştirilir :

> $yE2 := \langle \langle \text{karekök}(2), -\text{karekök}(5), \text{karekök}(2), 1 \rangle \rangle - 0) / \text{karekök}(10-0) ;$

$$yE2 := \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{10} \sqrt{2}}{10} \\ -\frac{\sqrt{10} \sqrt{5}}{10} \\ \frac{\sqrt{10} \sqrt{2}}{10} \\ \frac{\sqrt{10}}{10} \end{bmatrix}$$

3) Dik olmayan üçüncü vektör, dikleştirilmiş birinci ve ikinci vektör yardımıyla; üçüncü vektör dikleştirilir:

$$> \mathbf{yE31} := (\langle\langle -1, 0, 1, 0 \rangle\rangle - 0 - 0) / \text{karekök}(2 - 0 - 0) ;$$

$$\mathbf{yE31} := \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

4) Dik olmayan dördüncü vektör, dikleştirilmiş birinci, ikinci ve üçüncü vektör yardımıyla; dördüncü vektör dikleştirilir:

$$> \mathbf{yE32} := (\langle\langle -\text{karekök}(1/2), 0, 0, 1 \rangle\rangle - 1/2 * \langle\langle -\text{karekök}(1/2), 0, \text{karekök}(1/2), 0 \rangle\rangle - 0 - 0) / \text{karekök}(5/4 - 0 - 0) ;$$

$$\mathbf{yE32} := \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{5}\sqrt{2}}{10} \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{5}\sqrt{2}}{10} \\ \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{bmatrix}$$

KAYNAKLAR

Agarwal, G. S., 1974, Quantum Statistical Theories of Spontaneous Emission and their Relation to Other Applications, Springer-Verlag, Berlin, 239p.

Bell, S. J., 1964, On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox, *Physics* 1, 195-200.

Bennett, C. H. and Shor, P.W., 1998, Quantum information theory, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 44, 2724-2742.

Bennett, C. H. and Brassard, G., 1984, in *Proc. of IEEE Conference on Computers, Systems and Signal Processing*, IEEE Press, New York.

Bennett, C. H., Brassard, G., Crepeau, C., Jozsa, R., Peres, A. and Wootters, W. K., 1993, Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels, *Phys. Rev. Lett.*, 70, 1895-1899.

Berkeland, D.J., Miller, J.D., Bergquist, J.C., Itano, W.M. and Wineland, D.J., 1998, *Phys. Rev. Lett.* 80, 2089-2092.

Bouwmeester, D., Pan, J.-W., Daniel, M., Weinfurter, H. and Zeilinger, A., 1999, Observation of three photon, Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement, *Phys. Rev. Lett.*, 82, 1345-1347.

Böhm, H.R., 2002, SPDC, Institut für Experimentalphysik, Universität Wien, 15p.

Braunstein, S.L. and Kimble, H.J., 1998, A posteriori teleportation, *Nature*, 394, 840-841.

Can, M. A., 2004, Entanglement in atom-photon systems, PhD thesis, Bilkent University, The Institute of Engineering and Science, Ankara, 88p.

KAYNAKLAR (Devam)

Can, M. A., Klyachko A. and Shumovsky A. S., 2002, Entanglement and the SU(2) phase states in atomic systems, Phys. Rev. A, 66, 022111.

Can, M.A., Cakır, Ö., Klyachko, A.A. and Shumovsky, A. S., 2004, Persistent entanglement in three-level atomic systems, J. Opt.B, 6, 13-17.

Can, M.A., Klyachko, A.A. and Shumovsky, A.S., 2002, Easily monitored entangled state, Appl. Phys. Lett., 81, 5072-5074.

Cakır, Ö., Klyachko, A.A. and Shumovsky, A.S., 2005, Steady-state entanglement, Phys. Rev. A, 71, 034303.

Casado, A., Fernandez-Rueda, A., Marshall, T. W., Risco-Delgado, R. and Sandos, E., 1997a, Fourth-order interference in the Wigner representation for parametric down-conversion experiments, Phys. Rev. A, 55, 3879-3890.

Casado, A., Fernandez-Rueda, A., Marshall, T. W., Risco-Delgado, R. and Sandos, E., 1997b, Dispersion cancellation and quantum eraser experiments analyzed in the Wigner function formalism, Phys. Rev. A, 56, R2477-R2480.

Casado, A., Marshall, T. W. and Sandos, E., 1997c, Parametric downconversion experiments in Wigner representation, J. Opt. Soc. Am. B, 14, 494-502.

Cleve, R., Gottesman, D. and Lo, H.-K., 1999, How to share a quantum secret, Phys. Rev. Lett., 83, 648-651.

Dang, G.-F., Deng, L.-P. and Wang, K., 2005, Identifying two-photon high-dimensional entanglement in transverse patterns, quant-ph 0504057.

KAYNAKLAR (Devam)

Dermez, R. ve Kılıçkaya, M.S., 2004, Atomik sistemlerde olası dolaşıklık, Türk Fizik Derneği 22. Fizik Kongresi, Bodrum-Türkiye.

Dirac, P.A.M., 1930, The Principles of Quantum Mechanics, Oxford University Press, 1958, 4th edition, 312 p.

Durkin, G.A., Simon, C., Eisert, J., and Bouwmeester, A., 2004, Resilience of multiphoton entanglement under losses, Phys. Rev. A, 70, 062305.

Einstein, A., Podolsky, B., Rosen, N., 1935, Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?, Phys. Rev., 47, 777-780.

Englert, B.-G. and Walther, H., 2000, Preparing a GHZ state, or an EPR state, with the one-atom maser, Opt. Commun., 179, 283-288.

Feynman, R.P., 1965, Lectures on Physics, Volume III, Addison Wesley.

Furusawa, A., Sørensen, J.L., Braunstein, S.L., Fuchs, C.A., Kimble, H.J. and Polzik, E.S., 1998, Unconditional quantum teleportation, Science, 282, 706-709.

Giuseppe, G., Haiberger, L., De Martini, F. and Sergienko, A. V., 1997, Quantum interference and indistinguishability with femtosecond pulses, Phys. Rev. A, 56, R21-R24.

Greenberger, D. M., Horne, M. A. and Zeilinger, A., 1995, Nonlocality of a single photon?, Phys. Rev. Lett., 75, 2064-2066.

Greenberger, D. M., Horne, M. A. and Zeilinger, A., 1989, Quantum Theory and Conceptions of the Universe, Kluwer Academic Publishers, 107 p.

KAYNAKLAR (Devam)

Hagley, E., Maitre, X., Wunderlich, G. C., Brune, M. J., Raymond, M., and Haroche, S., 1997, Generation of EPR pairs of atoms, *Phys. Rev. Lett.*, 79, 1-5.

Hardy, L., 1993, Non-locality for two particles without inequalities for almost all entangled states, *Phys. Rev. Lett.*, 71, 1665-1668.

Hardy, L., 1994, Nonlocality of a single photon revisited, *Phys. Rev. Lett.*, 73, 2279-2283.

Hill, S. and Wootters, W. K., 1997, Entanglement of a pair quantum bits, *Phys. Rev. Lett.*, 78, 5022-5025.

Horodecki, M., Horodecki, P. and Horodecki, R., 1996, Separability of mixed states: Necessary and sufficient condition, *Phys. Lett. A*, 223, 1-8.

Keller, T.E. and Rubin, M.H., 1997, Theory of two-photon entanglement for SPDC driven by a narrow pump pulse, *Phys. Rev. A*, 56, 1534-1541.

Kim Y.H., Kulik, S.P. and Shih, Y.H., 2000, High-intensity pulsed source of spacetime and polarization-entangled photon pairs, *Phys. Rev. A*, 62, 011802.

Kim, Y.H., 2003, Measurement of one-photon two-photon wavepackets in spontaneous parametric down conversion, *J.Opt. Soc. Am. B*, 20, 1959-1966.

Kok, P. and Braunstein, S.L., 2000, Postselected versus non-postselected quantum teleportation using parametric down-conversion, *Phys. Rev. A*, 61, 42304.

Kok, P., 2001, State preparation some application in quantum optics with in the context of quantum information theory, Un. of Wales, PhD thesis, Bangor, 178p.

KAYNAKLAR (Devam)

Kraus, B. and Cirac, J.I., 2004, Discrete entanglement distribution with squeezed light, *Phys. Rev. Lett.*, 92, 013602

Kuzucu, O., Fiorentino, M., Albota, M.A., Wong, F.N. and Kaertner, F.X., 2005, Two-photon coincident-frequency entanglement via extended phase matching, *Phys. Rev. Lett.*, 594, 083601.

Kwiat, P.G., Mattle, K., Weinfurter, H., Zeilinger, A., Sergienko, A.V. and Shih, Y.H., 1995, New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs, *Phys. Rev. Lett.*, 75, 4337-4341.

Kwiat, P.G., Waks, E., White, A.G., Appelbaum, I. and Eberghard, P.H., 1999, Ultra-bright source of polarization-entangled photons, *Phys. Rev. A*, 60, R773-R776.

Kwiat, P.G., Peters, N., Altepeter, J., Jeffrey, E. and Branning, D., 2003, Precise creation, characterization and manipulation of single optical qubits, *Quantum Information and Computation*, Vol. 3, 503-517.

Landauer, R., 1961, Irreversibility and heat generation in the computing process, *IBM, J. Res. Dev.*, 5:183.

Mandel, L. and Wolf, E., 1995, *Optical coherence and quantum optics*, Cambridge University Press, Cambridge, 310 p.

Marshall, T.W., 1997, Do we need photons in parametric down conversion?, *quant-ph* 9711029.

KAYNAKLAR (Devam)

Major, G., 1998, *The quantum beats: The Physical Principles of Atomic Clocks*, Springer, New York, 256 p.

Newton, T.D. and Wigner E.P., 1949, Localized states for elementary systems, *Rev. Mod. Phys.*, 21, 400-406.

Nielsen, M.A. and Chuang, I.L., 2000, *Quantum Computation and Quantum Information*, Cambridge University Press, Cambridge, 676 p.

Oberparleiter, M. and Weinfurter, H., 2000, Cavity-enhanced generation of polarization-entangled photon pairs, *Opt. Comm.*, 183, 133-137.

Ohya M. and Petz D., 1993, *Quantum entropy and its use*, Springer-Verlag, Heidelberg, Berlin, 347 p.

Pan, J.-W., Bouwmeester, D., Daniel, M., Weinfurter, H. and Zeilinger, A., 2000, Experimental test of quantum non-locality in three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement, *Nature*, 403, 515.

Peres, A., 1996, Nonlocal effects in Fock space, *Phys. Rev. Lett.*, 74, 4571-4573.

Peres, A., 1996, Separability criterion for density matrices, *Phys. Rev. Lett.*, 77, 1413-1415.

Polzik, E., Julsgaard, B. and Kozhekin, A., 2001, Experimental long-lived entanglement of two macroscopic objects, *Nature*, 413, 400-403.

KAYNAKLAR (Devam)

Poppe, A., Fedrizzi, A., Lorünser, T., Maurhardt, O., Ursin, R., Böhm, R., Peev, M., Suda, M., Kurtsiefer, C., Weinfurter, H., Jennewein, T. and Zeilinger, A., 2004, Practical quantum key distribution with polarization entangled photons, quant-ph 0404115.

Preskill, J., 1998, Lecture Notes for Physics 229; Quantum Information and Computation, California Institute of Technology, 319 p.

Rauschenbeutel, A., Bertet, P., Osnaghi, S., Nogues, G., Brune, M., Raimond, J. M. and Haroche, S., 2001, Controlled entanglement of two field modes in a cavity quantum electrodynamics experiment, Phys. Rev. A, 64, 050301.

Ren, X.-F., Guo, G.-P., Li, J., Li, C.-F. and Guo, C., 2005, Engineering of multi-dimensional entangled states of photon, quant-ph 0502003.

Riedmatten, H., Scarani, V., Marcikic, I., Acin, A., Tittel, W., Zbinden, H. and Gisin, N., 2004, Two independent photon pairs versus four-photon entangled states in parametric down conversion, J. Opt. 51, 1637-1647.

Rubin, M.H., Klyshko, D.N., Shih, Y.H. and Sergienko, A.V., 1994, The theory of two-photon entanglement in type II optical parametric down conversion, Phys. Rev. A, 50, 5122-5133.

Ryder, L.H., 1996, Quantum Field Theory, Cambridge University Press, Cambridge, 507 p.

Scarcelli, G., Valencia, A., Gompers, S. and Shih, Y.H., 2003, Remote spectral measurement using entangled photons, App. Phys. Lett., 83, 5560-5562.

KAYNAKLAR (Devam)

Schrödinger, E., 1935, *Naturwissenschaften*, 23, 807, 823, 844; English translation in *Quantum Theory of Measurement*, edited by J.A. Wheeler and W.H. Zurek, 1983, Princeton University Press, Princeton.

Scully, M.O. and Zubairy, M.S., 1997, *Quantum Optics*, Cambridge University Press, Cambridge, 689p.

Sergienko, A.V., Atatüre, M., Walton, Z., Jeager, G., Saleh, B.E.A. and Teich, M., 1999, Quantum cryptography using femtosecond-pulsed parametric down-conversion, *Phy. Rev. A*, 60, R2622-R2625.

Shih, Y.H. and Alley, C.O., 1988, New type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm experiment using pairs of light quanta produced by optical parametric down conversion, *Phy. Rev. Lett.*, 61, 2921-2924.

Shih, Y.H. and Sergienko, A.V., 1994, Two-photon anti-correlation in a Brown-Twiss type experiment, *Phys. Lett. A*, 186 29-34.

Shih, Y.H. and Sergienko, A.V., 1994, A two-photon interference experiment using type II optical parametric down conversion, *Phys. Lett. A*, 191, 201-207.

Shih, Y.H. and Sergienko, A.V., 1994, Observation of quantum beating in a simple beam-splitting experiment: Two-particle entanglement in spin and space-time, *Phys. Rev A*, 50, 2564-2568.

Shih, Y.H., 2001, Quantum entanglement and quantum teleportation, *Ann. Phys. (Leipzig)*, 10, 1-2, 45-61.

KAYNAKLAR (Devam)

Shih, Y.H., Sergienko, A.V., Rubin, M.H., Kiess, T.E. and Alley, C.O., 1994, 2-Photon entanglement in type II PDC, *Phys. Rev. A.*, 50, 23-50.

Shih, Y.H., 2003, Entangled photons, *IEEE Journal of Selected In Quantum Electronics*, Vol 3, 1455-1467.

Shih, Y.H., 2003, Entangled biphoton sources-property and preparation, *Rep. Prog. Phys.* 66, 1009-1045.

Shumovsky, A.S. and Tanatar, B., 1993, Quantum-statistical properties of a Raman-type model, *Phy. Rev. A*, 48, 4735-4741.

Steane, A., 1998, Quantum computing, *Rep. Prog. Phys.* 61, 117-173.

Tan, S. M., Walls, D. F. and Collect, M.J., 1991, Nonlocality of a single photon, *Phys. Rev. Lett.* 66, 252-255.

Tanas, R. and Ficek, Z., 2004 Stationary two-atom entanglement induced by nonclassical two-photon correlations, *J. Opt. B: Quantum Semi. Opt.* 6, S 610-617.

Terhal, B. M., Wolf, M. and Doherty, A. C., April 2003, Quantum entanglement: It's not your grandfather's quantum mechanics, *Physics Today*, 46-51 p.

Tittel, W., Brendel, J., Zbinden, H. and Gisin, N., 1998, Violation of Bell inequalities by photons more than 10 km apart, *Phys. Rev. Lett.*, 81, 3563-3566.

Turchette, Q.A., Wood, C.S., King, B.E., Myatt, C.J., Leibfried, D., Itano, W.M., Monroe, C. and Wineland, D. J., 1998, Deterministic entanglement of two trapped ions, *Phys. Rev. Lett.*, 81, 3631-3634.

KAYNAKLAR (Devam)

Von Neumann, J. 1955, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton University Press; originally published in German in 1932, 472 p.

Walborn, S.P., de Oliveira, A.N., Thebaldi, R.S. and Monken, C.H., 2004, *Phys. Rev. A*, 69, 023811.

Walmsley, I. and Knight, P., Nov. 2002, *Quantum Information Science, Optics & Photonics News*, 13, 43-57.

Wehrl, A., 1978, *General properties of entropy*, *Rev. Mod. Phys.*, 50, 221-260.

Wineland, D.J., Monroe, C., Itano, W.M., Heinzen, D.J. and Moore, F.L., 1992, *Spin squeezing and reduced quantum noise in spectroscopy*, *Phys. Rev. A*, 46, R6797-R6800.

Wodkiewicz, K., Wang, L. and Eberly, J. H., 1993, *Perfect correlations of three-particle entangled states in cavity QED*, *Phys. Rev. A*, 47, 3280-3282.

Wootters, W. K., 1998, *Entanglement of formation of a arbitrary state of two qubits*, *Phys. Rev. Lett.* 80, 2245-2248.

Zeilinger, A., April 2000, *Quantum teleportation*, *Scientific American*, 32-41.

Zeilinger, A., Horne, M.A., Weinfurter, H. and Zokowsky, M., 1997, *Three-particle entanglements from to entangled pairs*, *Phys. Rev. Lett.*, 78, 3031-3033.

Zukowsky, M., Zeilinger, A., Horne, M.A. and Ekert A.K., 1993, *Event-ready-detectors: Bell experiment via entanglement swapping*, *Phys. Rev. Lett.*, 71, 4287-4290.

ÖZGEÇMİŞ

24.04.1971 tarihinde Ankara Yenimahalle’de doğdu. İlkokulu Öğretmen Kubilay’da orta ve lise öğrenimini Halide Edip Lisesi’de bitirdi. 1992 yılında Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Fizik Bölümünden mezun oldu. 1997 yılında Dumlupınar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü’nde “N-N Diisobutilformamid Tetrasiyonanikel Komplekslerin Infrared Bölgesinde İncelenmesi” başlıklı yüksek lisans tezini tamamlayarak mezun oldu. Eylül-2000’de Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Genel Fizik Bilim Dalı’nda doktora programına başladı. 1998-2002 yılları arasında Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak çalıştı. Temmuz-2002’de Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü’ne Araştırma Görevlisi olarak görevlendirildi. Halen Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Genel Fizik Bilim Dalı’nda doktora programına devam etmektedir.

Uluslararası Kongrelerdeki Bildiriler:

Dermez, R. and Dogan, M., 2001, Many-body problems in atomic collision physics, First Turkish-Hellenic International Physics Conference, Bodrum-TURKEY and Kos-Greece.

Dogan, M., Oruncak, B., Günbayı, İ., Sarpün, İ.H., Yalım, H.A. and Dermez, R., 2001, Teachers and student’ approach to the problems in physics education at high school level, First Turkish-Hellenic International Physics Conference, Bodrum-TURKEY and Kos-Greece.

Dermez, R. ve Kılıçkaya M. S., 2005, Interaction of non-linear crystal with coherent field and generation of polarization entangled photons, Central European Workshop On Quantum Optics, Bilkent University, Ankara-Turkey. (Ocak-2006 “Institute of Physics, UK-Conference Series” de yayınlanacak)

Dermez, R. ve Kılıçkaya, M.S., The theory of entangled state of spontaneous parametric down conversion (SPDC) in type-II for one pump photon, $|n\rangle_p = |1\rangle_p$, İstanbul Teknik Üniversitesi, 30 Haziran-2 Temmuz 2005, 12. İstatistik Fizik Günleri, İstanbul.

Ulusal Kongrelerdeki Bildiriler

Doğan, M., Oruncak, B., Günbayı, İ., Sarpün, İ.H., Yalım, H.A. ve Dermez, R., 2002, Orta öğretim fizik eğitiminde karşılaşılan sorunlara farklı tür okul öğrencilerinin yaklaşımı, Türk Fizik Derneği 21. Fizik Kongresi, Isparta.

Zekiler, M., Marulcu, İ., Dermez, R., Sandıkçioğlu, A. ve Doğan M., 2002, Yüklü parçacıkların odaklanması ve yönlendirilmesi için elektrostatik lens sistemlerinin dizaynı, Türk Fizik Derneği 21. Fizik Kongresi, Isparta.

Dermez, R. ve Kılıçkaya M. S., 2004, Atomik Sistemlerde Olası Dolaşıklık (Possible Entanglement in Atomic Systems), Türk Fizik Derneği 22. Fizik Kongresi, Bodrum-Türkiye.

Dinleyici Olarak Katıldığım Ulusal Konferans ve Sempozyumlar

24-26 Haziran 2004, 11. İstatistik Fizik Günleri
İstanbul Teknik Üniversitesi Fizik Bölümü Maslak-İstanbul

29-30 Mayıs 2004, Turing Days'04: Classical and Quantum Computing,
İstanbul Bilgi Üniversitesi, Dolapdere Kampusü, İstanbul

13-14 Şubat 2004, TÜBİTAK-TBAG Mini-Workshop on Quantization, Dualities a
Integrable Systems III, ODTÜ-Fizik Bölümü, Ankara

18-19 Kasım 2004, TÜBİTAK-BAYG
Lectures on Symmetries of Dimensions, ODTÜ-Fizik Bölümü, Ankara

Dinleyici Olarak Katıldığım Seminer:

20-21 Mayıs 2004

Kuantum Bilgi İşlemede Kuantum Dolaşıklık

Bilkent Üniversitesi, Fizik Bölümü Seminer Salonu

Yurtiçinde Katıldığım Okullar:

23Ağustos-5 Eylül 2003,

“An Introductory Course on Quantum Information, Computation and Cryptography”

Feza Gürsey Enstitüsü, Tübitak-Bogaziçi Üniversitesi Çengelköy-İstanbul

12-24 Ocak 2004 “Study Weeks In Mathematical Physics”,

Feza Gürsey Enstitüsü, Tübitak-Bogaziçi Üniversitesi Çengelköy-İstanbul

(Kursiyerlere bu okulda “The structure of quantum entanglement” başlıklı kısa bir seminer verdim).

Projeler:

Afyon’daki Orta Öğretim Fizik Eğitiminde Karşılaşılan Sorunlar Ve Çözümleri, AKÜ, Fizik Bölümü, “Afyon Kocatepe Üniversitesi, Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonu” tarafından desteklenmiştir. (Projenin içinde aktif olarak 1.5 yıl yardımcı araştırmacı olarak çalıştım).

Üçlü Çakışma Spektrometre Deney Düzeneginin Kurulması Ve Bu Deney Düzenegi İle Yüzeylerdeki Saçılma Olaylarının İncelenmesi, AKÜ Fizik Bölümü, DPT tarafından desteklenmiştir. (Projenin içinde aktif olarak 9 ay yardımcı araştırmacı olarak çalıştım).