

Fotonik Kristaller

Özge Aşan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Katıhal Fiziği Anabilim Dalı

Mart 2010

Photonic Crystals

Özge Aşan

MASTER OF SCIENCE THESIS

Physics Department

March 2010

Fotonik Kristaller

Özge Aşan

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Fizik Anabilim Dalı
Katıhal Fiziği Bilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Ömer Özbaş

Mart 2010

ONAY

Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Özge Aşan'ın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı "Fotonik Kristaller" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Danışman : Yrd. Doç. Dr. Ömer Özbaş

Yüksek Lisans Tez Savunma Jürisi:

Üye : Prof. Dr. M. Selami KILIÇKAYA

Üye : Yrd. Doç. Dr. Ömer ÖZBAŞ

Üye : Doç. Dr. Dursun ESER

Üye : Yrd. Doç. Dr. Şadan KORKMAZ

Üye : Yrd. Doç. Dr. Ali ÇETİN

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun tarih ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Nimetullah BURNAK

Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu çalışmada; fotonik kristallerin özellikleri incelenmiştir. Periyodik dielektrik materyallerde yayılan elektromanyetik dalgaların özelliğinin, yarıiletkenlerdeki elektron dalgalarının birçok özelliği ile ortak olduğu görüldü. Bir, iki ve üç boyutlu fotonik kristallerde elektromanyetik dalgaların hareketi bazı yönlerde kısıtlanır. Bu yönlerde yasak frekans aralığı ortaya çıkar ve dalga ilerleyemez. Fotonik kristallerle ışığın hareketine sınırlama getirmek mümkün olmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Kristal Yapı, Maxwell Denklemleri, Fotonik Kristal, Fotonik Bant Aralığı.

SUMMARY

In this study; the properties of photonic crystals are investigated. Of the properties propagating electromagnetic waves in periodic dielectric materials common with many properties of electron waves in semiconductors are observed. In the one, two and three dimensional photonic crystals, behavior of the electromagnetic waves is limited in some directions. In these directions forbidden frequency band occurs and the wave can not propagate. With the photonic crystals, limiting the propagation of the light is possible.

Key Words: Crystal Structure, Maxwell Equations, Photonic Crystal, Photonic Band Gap.

TEŞEKKÜR

Çalıőmalarım boyunca bilgi ve tecrübesiyle beni yönlendiren, bilimsel katkılar sağlayan, karşılaőtığım sorunları aşmamda büyük bir sabırla bana yardımcı olan değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Ömer ÖZBAŞ'a her őey için teşekkür ederim.

Yaptığım çalışmalar sırasında bana yardımcı olan Dr. Mustafa AKARSU'ya teşekkür ederim.

Ayrıca benim her zaman yanımda olan ve manevi desteğini hiç esirgemeyen canımdan çok sevdiğim değerli aileme teőekkürlerimi sunuyorum.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	v
SUMMARY	vi
TEŞEKKÜR	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
ÇİZELGELER DİZİNİ	xii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ	1
2. KRİSTAL YAPILAR	3
2.1 Kristal Türleri ve Örgü Tipleri	3
2.1.1 2 boyutlu (2D) örgü tipleri	4
2.1.2 3 Boyutlu (3D) örgü tipleri	5
2.2 Miller İndisleri	8
2.3 Bragg Yasası	9
2.4 Ters Örgü	10
2.5 Wigner-Seitz Hücresi (W-S)	11
2.6 Brillouin Bölgeleri	12
2.7 Yüzey Merkezli Kübik Örgü (fcc)	14
3. DİELEKTRİK YAPILAR	16
3.1 Elektromanyetik Dalga	16
3.2 Maxwell Denklemleri	17
3.3 Fotoniğin Temel Denklemi	21
3.4 Dielektrik Ortam	22
3.5 Madde İçinde Elektromanyetik Dalga	24

İÇİNDEKİLER (Devam)

Sayfa

4. FOTONİK BANT ARALIĞI	25
4.1 Fotonik Kristaller	25
4.1.1 Bir boyutlu fotonik kristaller	25
4.1.2 İki boyutlu fotonik kristaller	26
4.1.3 Üç boyutlu fotonik kristaller	27
4.2 Sürekli Öteleme Simetrisi	28
4.3 Kılavuzlama İndisi	31
4.4 Fotonik Bant Aralığı	35
4.4.1 Kendiliğinden yayılım (emisyon)	37
4.4.2 Fotonik Bant Aralığının Deneysel Belirlenmesi	38
4.5 Fotonik Bant Aralığının Kaynağı	41
4.6 Fotonik Bant Aralığının Boyutu	43
4.7 Fotonik Kristal Fiberler	44
4.8 Fotonik Kristal Levhalar	46
4.9 Fotoniklerin Üretimi	47
4.9.1 Yerçekimi ile çöktürme	48
4.9.2 Santrifüjleme	48
4.9.3 Akış kontrollü düşey kaplama metodu	49
4.9.4 Filtreleme	49
4.9.5 Kimyasal metot	49
5. SONLU FARK ZAMAN BÖLGESİ (FDTD) METODU.....	52
5.1. Maxwell Denklemlerinin Sonlu Fark Yazılımı	52
5.2 Sınır Şartları, Kafes (Grid) Ölçüsü ve Kararlılık Kriteri	53
5.3 İki Boyutta Maxwell Denklemleri	54
6. SONUÇ VE TARTIŞMA	57
7. KAYNAKLAR DİZİNİ	58

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1	Üç boyutlu bir örgünün ilkel hücresi	6
Şekil 2.2	Düzlemlerin kristal eksenini kestiği noktalar; $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ örgü sabitleri ...	6
Şekil 2.3	Işığın kristalde kırınımı	9
Şekil 2.4	W-S hücresi	12
Şekil 2.5	Bragg saçılması	12
Şekil 2.6	Brillouin bölgesi sınırında Bragg Kırınımı	13
Şekil 2.7	fcc örgünün ters uzaydaki örgüsü	15
Şekil.3.1	Sinüsel değişen elektrik ve manyetik alanlar	16
Şekil 4.1	1D bir fotonik kristal, çok tabakalı film	25
Şekil 4.2	Dielektrik sütunlarının kare örgü meydana getirişi	27
Şekil 4.3	Bir boyutlu, iki boyutlu ve üç boyutlu fotonik kristaller	28
Şekil 4.4	Bir cam plaka. Eğer cam, x ve y yönünde çok büyük alınırsa bu sistem 1D olarak düşünülebilir: dielektrik fonksiyonu $\epsilon(\vec{r})$ ise $\vec{\rho}$ 'dan bağımsız, sadece z yönünde değişkendir	29
Şekil 4.5	Kalınlığı a ve $\epsilon = 11.4$ olan cam tabaka için harmonik mod frekansları	31
Şekil 4.6	Bir ortamdan farklı bir ortama gelen ışının bir kısmı kırılırken bir kısmı yansır	31
Şekil.4.7	a) Işık demeti az yoğun ortamdan çok yoğun ortama geçtiğinde izlediği yol normale yaklaşır, b) Demet çok yoğun ortamdan az yoğun ortama geçtiğinde izlediği yol normalden uzaklaşır	32
Şekil 4.8	ϵ_1 ve ϵ_2 iki dielektrik arasındaki bir düz ara yüzey için ışık, bir θ_1 gelme açılı ve Snell yasası ile verilen θ_2 kırılma açılı bir ışın ile tanımlanabilir	34
Şekil 4.9	X noktasındaki yasak aralıktan \approx %14 daha düşük frekansta merkezlenmiş L noktasındaki yasak aralık	36

ŞEKİLLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Şekil 4.10	bcc ve fcc için iki genel BZ	37
Şekil 4.11	Kendiliğinden Yayılım	38
Şekil 4.12	10dB ayırıcıyı besleyen bir tarayıcı osilatör	39
Şekil 4.13	Kaydedici tarafından çizilen grafik	39
Şekil 4.14	Bir fotonik bant aralığına sahip 3D periyodik yapının bir fotoğrafı	40
Şekil.4.15	Üç farklı çok tabakalı filmin yayılım eksenini için fotonik bant yapısı. Her üç durumdaki tabakaların genişliği 0.5a, a) Her tabaka aynı dielektrik sabitine sahip $\epsilon = 13$, b) Dielektrik sabitleri $\epsilon = 13$ ve $\epsilon = 12$, c) Dielektrik sabitleri $\epsilon = 13$ ve $\epsilon = 1$	41
Şekil 4.16	Örgü sabiti a ve farklı genişlikteki tabakaları bulunan birçok katlı filmin fotonik bant yapısı. $\epsilon = 13$ tabakasının genişliği 0,2a ve $\epsilon = 1$ tabakasının genişliği de 0,8a	42
Şekil 4.17	Fotonik kristal fiberlere üç örnek; a) Bragg fiber, 1D periyodik kılıflı tabakalar, b) 2D periyodik yapı (hava boşluklarının üçgen örgüsü ya da boşluk fiber) bir bant aralığı ile dolgulu boşlukta sınırlandırılmış ışık, c) Kılavuzlama indisi ile katı boşluk içinde sınırlanmış ışık, boşluk fiber	45
Şekil 4.18	2D periyodik fotonik kristal levhalara örnekler (xy yönünde) ve z yönünde düşey kılavuzlama indisi; a) Çubuk levha, hava içindeki dielektrik çubukların kare örgüsü, b) Delik levha, bir dielektrik levha içindeki hava boşluklarının üçgen örgüsü	46
Şekil 4.19	Yerçekimi ile çöktürme	48
Şekil 4.20	a) Potansiyel uygulandığı durum, b) Potansiyel kaldırıldığı durum	50
Şekil 4.21	Dielektrik bir malzemede oluşturulan hava kanalları	51
Şekil 5.1	Değişik alan bileşenlerinin konumları. E bileşenleri ayrıtların ortasında, H bileşenleri yüzeylerin merkezinde yer alır	53

ÇİZELGELER DİZİNİ**Çizelge****Sayfa**

Çizelge 2.1 İki boyutta beş örgü türü	5
Çizelge 2.2 Üç boyutta 14 Bravais örgü türü	8
Çizelge 2.3 fcc örgünün ters uzay örgüsündeki kritik noktaları	15

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
a	: Örgü sabiti
\vec{a}	: Örgü vektörü
\vec{b}	: Ters örgü vektörü
B	: Manyetik alan (manyetik indüksiyon)
E	: Elektrik alan
H	: Manyetik alan
D	: Elektriksel yer değiştirme
\vec{G}	: Ters örgü öteleme vektörü
d	: Paralel atom düzlemleri arasındaki uzaklık
θ	: Gelen ışının düzlemle yaptığı açı
λ	: Dalga boyu
δ	: Kronecker deltası
ε	: Dielektrik sabiti, mutlak permitivite
ε_r	: Bağıl permitivite
μ	: Manyetik alınganlık
ε_0	: Boş uzayın permitivitesi
μ_0	: Boş uzayın manyetik alınganlığı
ρ	: Yük yoğunluğu
J	: Akım yoğunluğu
c	: Işık hızı
v	: Işığın ortamdaki hızı
m	: Bant sayısı
n	: Kırılma indisi
s	: Öteleme miktarı
ω	: Optik frekans
\hbar	: Planck sabiti

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ (Devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
\vec{k}	: Gelen dalganın dalga vektörü
\vec{k}'	: Saçılan dalganın dalga vektörü
k_{\parallel}	: Tabakaların arakesit yüzeylerine paralel olan dalga vektörü
k_{\perp}	: Tabakaların arakesit yüzeylerine dik olan dalga vektörü
t	: Zaman

<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklama</u>
bcc	: Hacim merkezli kübik
BZ	: Brillouin Bölgesi
dB	: Desibel
EM	: Elektromanyetik
fcc	: Yüzey merkezli kübik
GHz	: Gigahertz
nm	: nanometre
PBG	: Fotonik bant aralığı
PMMA	: Polimetil metakrilat koloidal
sc	: Basit kübik
TEOS	: Tetraethylorthosilicate
TE	: Enine elektrik
TM	: Enine manyetik
UV	: Ultraviyole
W-S	: Wigner-Seitz hücresi
1D	: Bir boyutlu
2D	: İki boyutlu
3D	: Üç boyutlu

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Fotonik kristaller, dielektrik sabitli materyallerin periyodik düzenlenmesiyle oluşmuştur. Bu periyodiklik, örgü düzlemlerinde Bragg yansımalarından dolayı elektromanyetik dalgaların yayılmasına etki eder. Yani, yarıiletkenlerde elektron bant aralığı nasıl oluşmuş ise fotonik kristallerde de aynı şekilde bir yasak frekans bandı vardır (Waterhouse, et al., 2006; Leminger, 2002). Bunun anlamı, elektromanyetik dalgalar bu bant aralıklarında, belirli dalga boylarında ve yönlerde yayılamaz (Leminger, 2002).

Eğer örgü potansiyeli yeterince büyük ise aralık tüm mümkün yönler için genişler ve sonuçta tam bir bant aralığı oluşur. Bu durumun benzeri, yarıiletkenlerde valans ve iletim enerji bantları arasında bir yasak bant aralığı olarak ortaya çıkar (Joannopoulos, et al., 2008).

Dalga boyunun alanı her pozisyon durumu ve yayılım yönü için yasaklı olduğunda tam bir fotonik bant aralığı ortaya çıkar. Fotonik bant aralıklı materyaller, dalga kılavuzu üretmek, lazer rezonans boşlukları ya da kendiliğinden yayılımı engellemek için kullanılmaktadır (Waterhouse, et al., 2006). Bazı periyodik yapılarda fotonik bant aralığının mümkün olduğunu ilk olarak 1987 yılında New Jersey’de Bell Communications Research Eli Yablonovitch ve Toronto Üniversitesi’nden Sajeew John ispat etmişti (Rahachou, 2007).

Fotonik kristallerin önemli özelliklerinden biri, bazı frekans bölgelerindeki geçirme spektrumunda, fotonik bant aralıklarının varlığından dolayı, ışığın yayılımını engelleme yeteneğine sahip olmasıdır. Görünür spektrum teknolojisi açısından, çoğu 2D (İki boyutlu) potansiyel uygulamaları 3D (Üç boyutlu) olanlara göre daha kolaydır. Bu nedenle 2D fotonik kristaller daha yoğun çalışılmaktadır (Reazai, et al., 2007).

Fotonik kristallerin dışını biçimlendiren bir rezonans boşluğu, aralıktaki frekanslar için mükemmel yansıtan bir duvar oluşturmaktadır (Joannopoulos, et al., 2008).

Fotonik bant aralıklı yapılar, üzerine düşen elektromanyetik ışınımı kontrol etme ve yasak frekans bandına sahip olma özelliklerinden dolayı son yıllarda çok fazla ilgi çekmiştir. Bu yapılarla bant aralıklarına ulaşmanın yolu, örgü merkezleri (bölgeleri) ve onların girişiminden oluşan, potansiyel ile açıklanabilir. Atomik bölgelerde oluşturulan dielektrik veya manyetik özellikler, potansiyel gibi davranır. Ayrıca yıkıcı girişimden dolayı bir aralığa yol açan ışın, Bragg kırınımına uğrar (Nagesh, et al., 2006).

Periyodik mikro yapılı dielektrik materyallerde yayılan elektromanyetik dalgalar, yarıiletkenlerdeki elektron dalgalarının birçok özelliği ile ortaktır. Özellikle fotonik kristaller, fotonik bant aralığı ile bölünebilen dispersiyon bağıntıları ortaya koyar. Fotonik bant aralıklarının var olması ve fotonik bant sınırındaki dağıtıcı davranış, atomların kendiliğinden yayılımının kısıtlanması gibi birçok konuya açıklık getirmiştir. Bunlardan biri ışığı sınırlama ve yasak bölge durumudur (Tkeshelashvili, et al., 2006). Elektron bant aralıkları ile aralarında bir benzerlik olmasına rağmen, fotonik kristallerin dispersiyon bağıntıları tamamen farklıdır.

Elektrik ve fotonik bant yapıları arasındaki zıtlıklar şöyle sıralanabilir;

- Elektronlar için dispersiyon bağıntısı parabolik iken fotonlar için lineerdir.
- Elektronların açıl momentumu $\frac{1}{2}$ ve bant yapısında skaler dalga karakteri rol oynar, fotonların spini ise 1 ve bant yapısında dalga vektör karakteri rol oynar.
- Elektronların bant teorisinde, elektron-elektron etkileşmesi önem kazanırken, fotonların bant teorisinde, fotonların birbirleriyle etkileşmesi ihmal edilir (Yablonovitch, 1990).

Geometrik yapılardan farklı olarak fotonik kristallerin özelliklerine etki eden esas parametreler, dielektrik sabiti ve doluluk kesridir. Ayrıca, bant aralık genişliği, frekans aralığı ve kırılma indis zıtlığı da etkilidir (Nagesh, et al., 2006).

BÖLÜM 2

KRİSTAL YAPILAR

Katıhal fiziğinin başlangıcı, x-ışınlarının kırınımı olayının keşfedilmesi ve kristal özelliklerini başarıyla öngören bir dizi basit model hesapların yayınlanmasıyla olmuştur. Bir kristal, birbirine özdeş yapıtaşlarının düzenli olarak bir araya gelmesiyle oluşur. Yapıtaşları tek atomlar veya farklı tipteki atomlardan oluşan atom gurupları olabilir.

Kristali iki ayrı parçadan meydana gelmiş gibi düşünebiliriz; örgü ve baz. Tüm kristallerin yapısı bir örgü ile tanımlanabilir. Örgünün her bir noktasında bulunan atomlar gurubuna baz adı verilir. Bu bazın uzayda tekrarlanması ile kristal oluşur.

Kristal yapı sembolik olarak

$$\text{Örgü} + \text{Baz} = \text{Kristal Yapı} \quad (2.1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Örgü noktaları matematiksel olarak $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ örgü vektörleri ile gösterilir. Bu vektörler ile tanımlanan bir kristali temsil edebilecek en küçük hacimli birim yapıya ilkel (primitif) birim hücre denir.

2.1 Kristal Türleri ve Örgü Tipleri

Örgü öteleme vektörlerinin boyları ve aralarındaki açının değerlerinde kısıtlama olmadığı takdirde olabilecek örgü türü sayısı sınırsızdır. Belli kısıtlamalar sonucu elde edilen örgü türlerine Bravais örgüleri adı verilir.

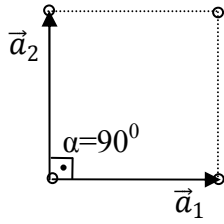
2.1.1 2 boyutlu (2D) örgü tipleri

İki boyutta beş adet Bravais örgüsü vardır. Bunlar;

- a- Kare örgü
- b- Dikdörtgen örgü
- c- Yüzey merkezli dikdörtgen örgü
- d- Hegzagonal (altıgen) örgü
- e- Eğik örgü

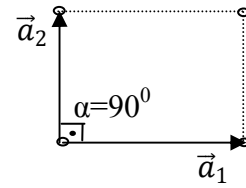
a- Kare örgü

$$a_1 = a_2 \quad \alpha = 90^\circ$$



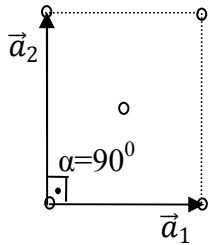
b- Dikdörtgen örgü

$$a_1 \neq a_2 \quad \alpha = 90^\circ$$



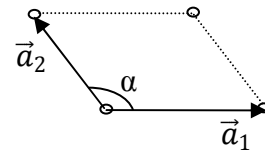
c- Yüzey merkezli dikdörtgen örgü

$$a_1 \neq a_2 \quad \alpha = 90^\circ$$



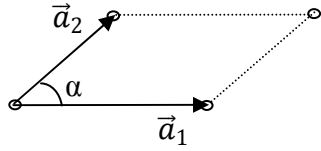
d- Altıgen örgü

$$a_1 = a_2 \quad \alpha = 120^\circ$$



e- **Eğik örgü**

$$a_1 \neq a_2 \quad \alpha \neq 90^\circ \quad \alpha < 90^\circ$$



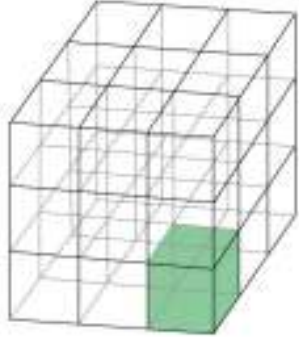
Çizelge 2.1 İki boyutta beş örgü türü (Kittel, 1996)

	Örgü Sayısı	Birim hücre eksen ve açılarının özellikleri
Kare Örgü	1	$a_1 = a_2 \quad \alpha = 90^\circ$
Dikdörtgen Örgü	1	$a_1 \neq a_2 \quad \alpha = 90^\circ$
Merkezi Dikdörtgen Örgü	2	$a_1 \neq a_2 \quad \alpha = 90^\circ$
Altıgen Örgü	1	$a_1 = a_2 \quad \alpha = 120^\circ$
Eğik Örgü	1	$a_1 \neq a_2 \quad \alpha \neq 90^\circ \quad \alpha < 90^\circ$

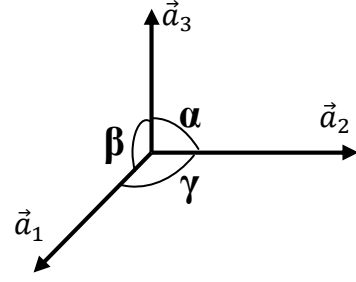
2.1.2 3 Boyutlu (3D) örgü tipleri

3 boyutta 14 farklı Bravais örgü tipi vardır. Bunlardan; triklinik genel örgü, diğer 13 tanesi de özel örgüdür. Bu 14 Bravais örgü, hücre yapısı özelliğine göre gruplandırıldığında; triklinik, monoklinik, ortorombik, tetragonal, kübik, trigonal ve hegzagonal olmak üzere 7 farklı sistem altında toplanırlar (Çizelge 2.2).

Üç boyutta; $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ birim hücre vektörleri ve bunlar arasındaki açılar da α, β, γ olsun (Şekil.2.2). Bravais örgüler, bu açılara ve eksenlere farklı değerler verilerek elde edilir.



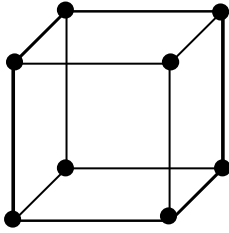
Şekil 2.1 Üç boyutlu bir örgünün ilkel hücresi



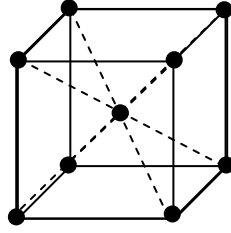
Şekil 2.2 Düzlemlerin kristal eksenini kestiği noktalar; $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ örgü sabitleri

a. Kübik örgü yapısı

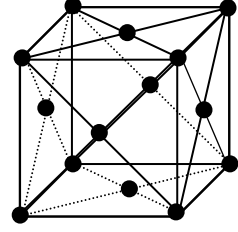
$$a_1 = a_2 = a_3 \quad \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$



Basit kübik
(sc veya kübik P)



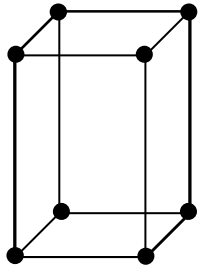
Hacim merkezli kübik
(bcc veya kübik I)



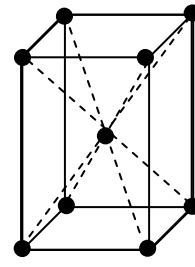
Yüzey merkezli kübik
(fcc veya kübik F)

b. Tetragonal Örgü Yapısı

$$a_1 = a_2 \neq a_3 \quad \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$



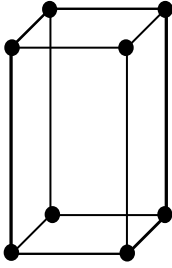
Tetragonal P



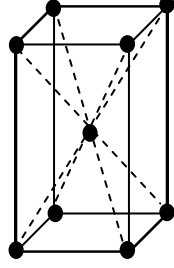
Tetragonal I

c. Ortorombik Örgü Yapısı

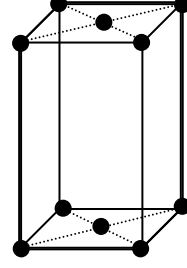
$$a_1 \neq a_2 \neq a_3 \quad \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$



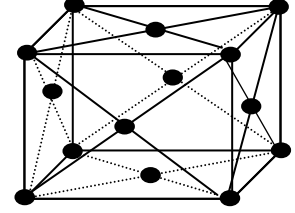
Ortorombik P



Ortorombik I



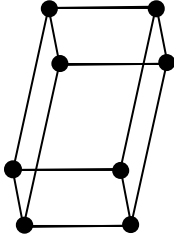
Ortorombik C



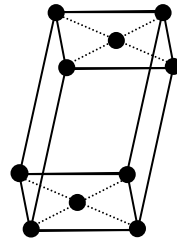
Ortorombik F

d. Monoklinik Örgü Yapısı

$$a_1 \neq a_2 \neq a_3 \quad \alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$$



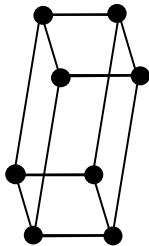
Monoklinik P



Monoklinik C

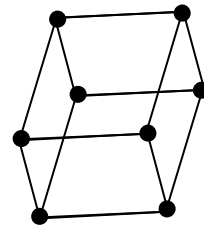
e. Triklinik Örgü Yapısı

$$a_1 \neq a_2 \neq a_3 \quad \alpha \neq \beta \neq \gamma$$



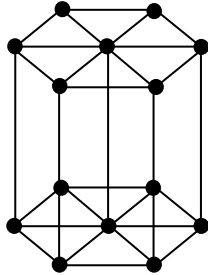
f. Rombohedral Örgü (Trigonal R veya P)

$$a_1 = a_2 = a_3 \quad \alpha = \beta = \gamma < 120^\circ, \neq 90^\circ$$



g. Hegzagonal Örgü Yapısı

$$a_1 = a_2 \neq a_3 \quad \alpha = \beta = 90^\circ \quad \gamma = 120^\circ$$



Çizelge 2.2 Üç boyutta 14 Bravais örgü türü (Kittel 1996)

Sistem	Örgü Sayısı	Birim hücre eksen ve açıların özellikleri
Kübik	3	$a_1 = a_2 = a_3 \quad \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Tetragonal	2	$a_1 = a_2 \neq a_3 \quad \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Ortorombik	4	$a_1 \neq a_2 \neq a_3 \quad \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Monoklinik	2	$a_1 \neq a_2 \neq a_3 \quad \alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$
Triklinik	1	$a_1 \neq a_2 \neq a_3 \quad \alpha \neq \beta \neq \gamma$
Trigonal	1	$a_1 = a_2 = a_3 \quad \alpha = \beta = \gamma < 120^\circ, \neq 90^\circ$
Hegzagonal	1	$a_1 = a_2 \neq a_3 \quad \alpha = \beta = 90^\circ \quad \gamma = 120^\circ$

2.2 Miller İndisleri

Kristal yapılar her doğrultuda ve düzlemde farklı özellik gösterirler. Bu nedenle, kristal yapı analizleri için düzlemler indislerle tanımlanır. Bu indislere Miller indisleri adı verilir ve aralarına virgül konulmaksızın $(h \ k \ l)$ şeklinde gösterilir. Miller indisleri kullanılarak ters örgü uzayındaki bir ters örgü öteleme vektörü \vec{G} ;

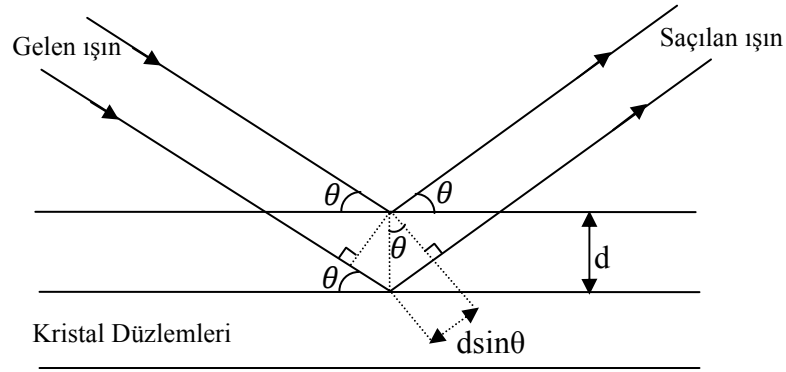
$$\vec{G} = h\vec{b}_1 + k\vec{b}_2 + l\vec{b}_3 \quad (2.2)$$

şeklinde yazılır. Burada $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ sırasıyla ters örgü vektörleri, \vec{G} de ters örgü öteleme vektörüdür. Miller indislerini elde edebilmek için aşağıdaki yol izlenebilir.

- Belirtilmek istenen düzlemlerin kristal eksenini kestiği noktalar örgü sabitleri $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ cinsinden bulunur (Şekil 2.2).
- Bu sayıların tersleri alınır ve aynı orana sahip en küçük üç tam sayı elde edilir. Bu üç tam sayı **(h k l)** şeklinde gösterilerek o düzlemin Miller indisi olur (Kittel, 1996; Mckelyev, 1966).

2.3 Bragg Yasası

Bir kristal üzerine gönderilen X-ışınları demeti, kristalde, kırınıma uğrayarak saçılır. Saçılan ışın, bir film üzerine düşürülerek kırınım deseni oluşturulur. Kırınım olayının açıklanması ilk defa W. L. Bragg tarafından yapılmıştır.



Şekil 2.3 Işığın kristalde kırınımı

Paralel kristal düzlemleri arasındaki uzaklık d olmak üzere, komşu iki düzlemden yansıyan ışınlar arasındaki yol farkı $2d \sin \theta$ dır. Yapıcı girişim olması için ardışık düzlemlerden yansıyan ışınlar arasındaki yol farkı,

$$2d\sin\theta = n\lambda \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (2.3)$$

şeklinde dalga boyunun tam katları kadar olmalıdır. Denklem (2.3) örgünün periyodik oluşunun bir sonucu olarak ortaya çıkar ve Bragg yasası olarak ifade edilir. Kırınımın gerçekleşmesi için $\lambda < 2d$ olmalıdır. Buradan anlaşılacağı gibi kırınım dalga boyuna ve kristal yapısına bağlıdır.

2.4 Ters Örgü

Kırınım olayında; kristalden saçılarak film üzerine giden ışının yapıcı girişim sonucunda oluşturduğu desen, kristalin ters uzayını oluşturur. Böylece her kristalin bir kristal örgüsü bir de ters örgüsü vardır.

Kristal örgü ve ters örgü arasındaki ilişki şöyle sıralanabilir.

- i. Her kristal yapının bir kristal örgüsü bir de ters örgüsü mevcuttur.
- ii. Kristal yapının resmi onun mikroskopik görüntüsü iken, ters örgünün resmi de kristalin kırınım desenidir.
- iii. Kristal döndürülürse, hem kristal örgü hem de ters örgü döner.
- iv. Kristal örgü ve ters örgü her zaman aynı Bravais örgüye sahip olmayabilir. fcc'nin kristal örgüsü bcc'nin ters örgüsünde, bcc'nin kristal örgüsü de fcc'nin ters örgüsünde oluşur.
- v. Kristal örgü vektörleri [uzunluk] boyutunda, ters örgü vektörleri ise [uzunluk]⁻¹ boyutundadır.
- vi. Kristal örgü gerçel uzayda, ters örgü ise Fourier uzayda tanımlanır.
- vii. Dalga vektörleri her zaman Fourier uzayında işlem görür (Kittel, 1996; Ashcroft and Mermin, 1987).

$\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ ters örgü vektörleri, $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ kristal örgü vektörleri cinsinden;

$$\vec{b}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{|\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)|} \quad \vec{b}_2 = 2\pi \frac{\vec{a}_3 \times \vec{a}_1}{|\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)|} \quad \vec{b}_3 = 2\pi \frac{\vec{a}_1 \times \vec{a}_2}{|\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)|} \quad (2.4)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem (2.4)'teki ifadelerin paydaları birim hücrenin hacmidir. Burada tanımlanan her ters örgü vektörü, kristal örgünün diğer iki vektörüne dik olurlar. Yani;

$$\vec{b}_1 \perp \vec{a}_2 \quad \text{ve} \quad \vec{a}_3 \quad (2.5)$$

$$\vec{b}_2 \perp \vec{a}_1 \quad \text{ve} \quad \vec{a}_3 \quad (2.6)$$

$$\vec{b}_3 \perp \vec{a}_1 \quad \text{ve} \quad \vec{a}_2 \quad (2.7)$$

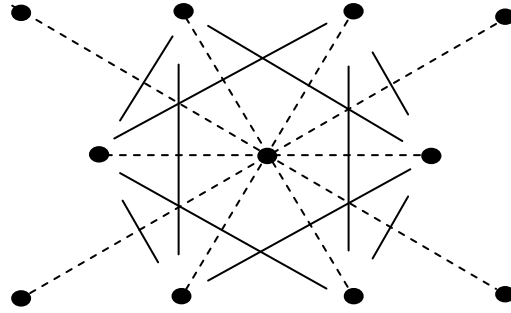
olur. Bunlar kısaca;

$$\vec{b}_i \cdot \vec{a}_j = 2\pi \delta_{ij} \quad , \quad \delta_{ij} = \begin{pmatrix} i=j & ise & 1 \\ i \neq j & ise & 0 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

olarak yazılabilir, burada δ_{ij} Kronecker deltasıdır.

2.5 Wigner-Seitz İlkel Hücresi (W-S)

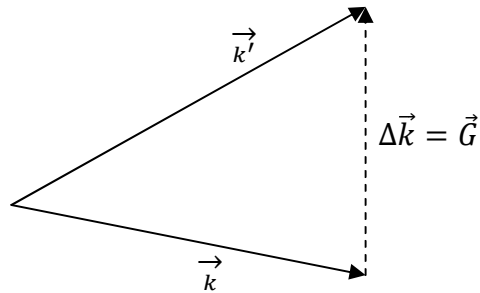
W-S hücresi örgünün tam simetrikliğini gösteren ilkel bir hücredir. Ters örgü uzayında W-S hücresi, 1. Brillouin bölgesine (BZ) karşılık gelmektedir. Şekil 2.4'te bir W-S hücresi verilmiştir. Bunun için bir örgü noktası seçilir, buradan en yakın komşu noktalara birer vektör çizilir. Bu vektörlerin orta nokta dikmeleri alınır. Bunlarla kapatılan en iç bölgeye W-S ilkel hücresi adı verilir.



Şekil 2.4 W-S hücresi

2.6 Brillouin Bölgeleri

Ters uzay bazı bölgelere ayrılır ki bunlara Brillouin bölgeleri (BZ) adı verilir. Birinci Brillouin bölgesi ters örgüde W-S ilkel hücresi olarak tanımlanır. Brillouin bölgesi sınırlarında Bragg saçılma şartı sağlanmalıdır.



Şekil 2.5 Bragg saçılması

Burada; \vec{k} ve \vec{k}' sırasıyla gelen ve saçılan dalganın dalga vektörü, \vec{G} de ters örgü öteleme vektörüdür.

$$\vec{k}' - \vec{k} = \Delta\vec{k} = \vec{G} \quad (2.9)$$

olduğunda Bragg-Laue kırınım şartı gerçekleşir. Buradan;

$$\vec{k}' = \vec{k} + \vec{G} \quad (2.10)$$

yazılıp, her iki tarafın karesi alınırsa

$$k'^2 = k^2 + 2\vec{k} \cdot \vec{G} + G^2 \quad (2.11)$$

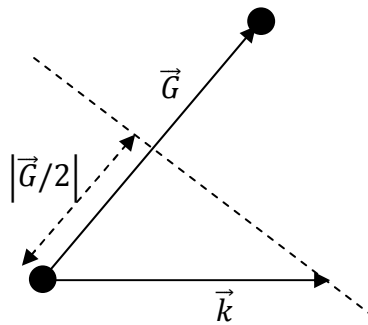
olur. Dalganın esnek saçıldığını kabul edersek $k'^2 = k^2$ olacaktır ve denklem (2.11)

$$2\vec{k} \cdot \vec{G} + G^2 = 0 \quad (2.12)$$

haline gelir. \vec{G} bir ters örgü vektörü ise $-\vec{G}$ de bir ters örgü vektörüdür. Bu değişiklik yapılırsa;

$$2\vec{k} \cdot \vec{G} = G^2 \quad (2.13)$$

bulunur. Hem denklem (2.12), hem de (2.13) Bragg koşulunu sağlar ve her ikisi de denklem (2.3)'ün değişik bir ifadesidir. Bunlardan denklem (2.13)'ün geometrik yorumu yapılırsa, eğer \vec{k} , ters örgü vektörü \vec{G} 'yi dik olarak ikiye bölen düzlemde bulunuyorsa saçılma şartları sağlanıyordur şeklinde olacaktır. Şekil 2.6'da bu geometrik yorumun şematik gösterimi verilmiştir.



Şekil 2.6 Brillouin bölgesi sınırında Bragg Kırınımı

2.7 Yüzey Merkezli Kübik Örgü (fcc)

Kristal örgüler içerisinde, küresel bir yüzeye en yakın Brillouin bölgesi şekli, yüzey merkezli kübik (fcc) örgüde oluşmaktadır. Bu nedenle, fcc yapı fotonik kristallerde önem kazanmaktadır (Gürünlü, 2005).

Yüzey merkezli kübik örgünün ilkel öteleme vektörleri;

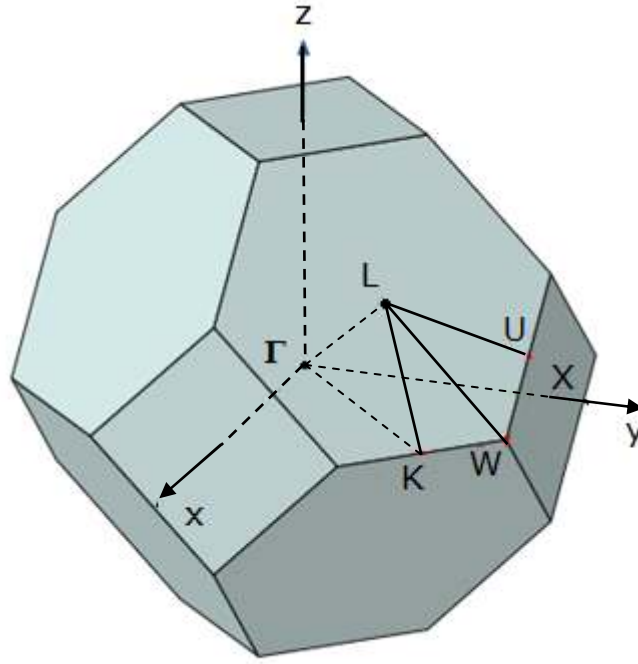
$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2}a(\hat{y} + \hat{z}) \quad \vec{a}_2 = \frac{1}{2}a(\hat{x} + \hat{z}) \quad \vec{a}_3 = \frac{1}{2}a(\hat{x} + \hat{y}) \quad (2.14)$$

şeklindedir. Buradan ters örgünün ilkel öteleme vektörleri denklem (2.4)'e göre yazılırsa;

$$\vec{b}_1 = \left(\frac{2\pi}{a}\right)(-\hat{x} + \hat{y} + \hat{z}) \quad \vec{b}_2 = \left(\frac{2\pi}{a}\right)(\hat{x} - \hat{y} + \hat{z}) \quad \vec{b}_3 = \left(\frac{2\pi}{a}\right)(\hat{x} + \hat{y} - \hat{z}) \quad (2.15)$$

elde edilir. Burada $\pm \frac{\vec{b}}{2}$ vektörlerinin kapattığı bölge fcc'nin 1.Brillouin bölgesidir.

fcc örgünün ters örgüdeki ilkel öteleme vektörleri gerçek uzaydaki hacim merkezli kübik (bcc) örgünün ilkel öteleme vektörleri ile aynıdır. Yani fcc örgünün ters örgüsü bcc örgüdür (Kittel, 1996).



Şekil 2.7 fcc örgünün ters uzaydaki örgüsü (Ibach and Lüth, 1996)

Çizelge 2.3 fcc örgünün ters uzay örgüsündeki kritik noktaları (Ibach and Lüth, 1996)

Sembol	Açıklama
Γ	BZ'nin merkezi
K	Kesişen iki hekzagonal yüzeyin, ayırıtının orta noktası
L	Hekzagonal yüzeyin orta noktası
U	Bir kare yüzey ile bir hekzagonal yüzeyin kesiştiği ayırıtın orta noktası
W	Köşe noktası
X	Kare yüzeyin orta noktası

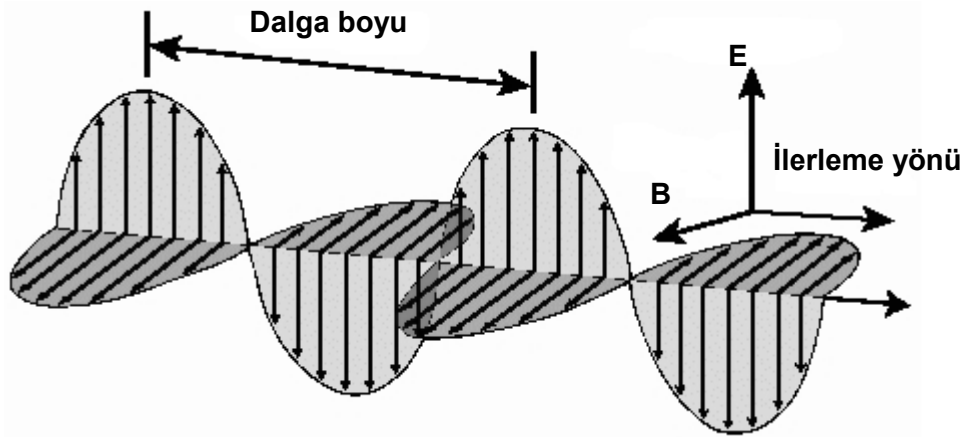
BÖLÜM 3

DİELEKTRİK YAPILAR

3.1 Elektromanyetik Dalga

Elektromanyetik dalgalar; birlikte değişen ve birbirine dik düzlemlerde titreşen elektrik ve manyetik alan bileşenlerinden oluşur.

Uzayda değişen elektrik alanlar manyetik alanları oluşturur. Bu değişim sinüsel (sinüs fonksiyonunun şekli) bir eğri şeklindedir. Bir ortamda elektrik alan değiştirilerek yüklü cisimler ivmeli hareket ettirilebilir. Dolayısıyla ivmeli hareket eden yükler de elektromanyetik dalga yayarlar. Bu tür dalgalar enine dalgalardır (Bueche and Jerde, 2000).



Şekil.3.1 Sinüsel değişen elektrik ve manyetik alanlar

3.2 Maxwell denklemleri

Maxwell denklemleri genel olarak;

$$1) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.1)$$

$$2) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.2)$$

$$3) \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.3)$$

$$4) \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.4)$$

şeklinde ifade edilir (Griffiths, 1996).

Denklem (3.1) Gauss yasasıdır. Bu yasa, herhangi bir kapalı yüzeyden geçen toplam elektrik alan akısının, bu yüzey içindeki net yükün ϵ_0 'a bölümüne eşit olduğunu ifade eder.

Denklem (3.2) manyetizma için Gauss yasasıdır. Bu yasa, kapalı bir yüzeyden geçen net manyetik akının sıfır olduğunu ifade eder. Yani, kapalı bir hacme giren manyetik alan çizgilerinin sayısı, bu hacmi terk edenlerin sayısına eşittir. Dolayısıyla manyetik yüklerin var olmadığını belirtir.

Denklem (3.3) Faraday yasasıdır. Bu yasa, herhangi bir kapalı yol boyunca elektrik alanının çizgi integralinin, bu kapalı yol boyunca sınırlanan herhangi bir yüzey alanından geçen manyetik akının zamanla değişimine eşit olduğunu ifade eder.

Denklem (3.4) Amper yasasıdır. Bu yasa, herhangi bir kapalı yol boyunca manyetik alanın çizgi integrali, bu kapalı yol içinden geçen net akım ile, bu kapalı yol boyunca sınırlanmış herhangi bir yüzeyden geçen elektrik akısının değişim hızının toplamı olarak belirlenir (Serway, 1996)

Yük ve akım bulunmayan boş uzay bölgelerinde ($\rho = 0$ ve $\vec{J} = 0$) Maxwell denklemleri şöyle olur:

$$1) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (3.5)$$

$$2) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.6)$$

$$3) \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.7)$$

$$4) \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.8)$$

Bu denklemler \vec{E} ve \vec{B} 'ye göre, birinci dereceden çiftlenimli kısmi diferansiyel denklem sistemi oluştururlar. Burada ϵ_0 ve μ_0 sırasıyla boş uzayın dielektrik sabiti ve manyetik alınganlık sabitleridir.

Boş uzayda ışık hızı, $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ eşitliği ile bulunur. Değeri de;

$$c = \frac{1}{\sqrt{(8,85 \times 10^{-12} \text{C}^2 \text{N.m}^2)(4\pi \times 10^{-7} \text{T.m/A})}} = 2,998 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (3.9)$$

olarak elde edilir.

İki alan arasındaki çiftlenimi ayırmak için, sırasıyla (3.7) ve (3.8) denklemlerinin rotasyonelini alalım:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) &= \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = \vec{\nabla} \times \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) &= \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = \vec{\nabla} \times \left(\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) \\ &= \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Boşlukta $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ olduğundan,

$$\nabla^2 \vec{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (3.12)$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (3.13)$$

olur. Böylece \vec{E} ve \vec{B} için ayrı ayrı denklemler elde edilir.

Madde içinde ise, yine serbest yük veya serbest akım bulunmayan bölgelerde, Maxwell denklemleri;

$$1) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (3.14)$$

$$2) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.15)$$

$$3) \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.16)$$

$$4) \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.17)$$

olarak ifade edilir. Eğer ortam lineer ise:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad , \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B} \quad (3.18)$$

ve, homojen ise (yani, ε ve μ sabitleri bir noktadan diğerine değişmiyorsa), (3.14-3.17) denklemleri şöyle olur:

$$1) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (3.19)$$

$$2) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.20)$$

$$3) \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.21)$$

$$4) \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.22)$$

olur. Burada ε ve μ sırasıyla dielektrik sabiti ve manyetik alınganlık sabitleridir. Bu denklemlerin (3.5-3.8) denklemlerinden farkı, $\varepsilon_0\mu_0$ yerine $\varepsilon\mu$ gelmiş olmasıdır. O halde, lineer ve homojen bir madde ortamında elektromanyetik dalgaların hızı şöyle olur (Griffiths, 1996):

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad (3.23)$$

Işık bir ortamdan diğerine geçerken, hızı her iki ortamda farklı olduğu için kırılır. Herhangi bir maddesel ortamdaki ışığın hızı boşluktakinden daha küçüktür. Boşlukta ışık, maksimum hızla (c) ilerlerken madde içinde v ($v < c$) hızıyla ilerler. Bu iki hızın oranı;

$$n = \frac{\text{ışığın boşluktaki hızı}}{\text{ışığın ortamdaki hızı}} = \frac{c}{v} \quad (3.24)$$

şeklinde, kırılma indisi olarak tanımlanır. v daima c 'den küçük olduğu için kırılma indisi de 1'den büyük ve boyutsuz bir sabittir (Serway, 1996). Bu nedenle madde ortamları için;

$$n \equiv \frac{c}{v_m} = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\right)}{\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\right)} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} \quad (3.25)$$

şeklinde bir kırılma indisi tanımlanır. Saydam ortamda $\mu \approx \mu_0$ ve $\varepsilon > \varepsilon_0$ dir. Buna göre ortamın kırılma indisi elektrik ve manyetik özelliklere bağlıdır (Griffiths, 1996). Burada; ε mutlak dielektrik sabiti olmak üzere, bağıl dielektrik sabiti ε_r de

$$\varepsilon_r = \varepsilon(\vec{r}) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = n^2 \quad (3.26)$$

şeklinde tanımlanır. $\varepsilon(\vec{r})$ konuma bağlı bir fonksiyondur. Eğer $\varepsilon(\vec{r})$ konumdan bağımsızsa, ortama izotrop ortam adı verilir. Yine lineer, homojen ve izotropik olan

ortamlar da basit ortam olarak adlandırılır. Basit bir ortamın bağıl permitivitesi ise sabittir (Cheng, 1989).

3.3 Fotonun Temel Denklemi

Boş uzayda ilerleyen bir dalga düşünelim. Bu dalganın elektrik ve manyetik alanları ilerleme yönüne dik olan düzlem üzerinde düzgün olacağı için, bu dalgaya düzlem dalga denir. Böyle bir düzlem dalgayı

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})e^{-i\omega t} \quad (3.27)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})e^{-i\omega t} \quad (3.28)$$

şeklinde kompleks biçimde ifade edelim. Burada $\vec{E}(\vec{r})$ ve $\vec{H}(\vec{r})$ elektrik ve manyetik alanların kompleks kısımlarıdır. Fiziksel alanlar ise denklem (3.27) ve (3.28)'in reel kısımlarıdır (Griffiths, 1996).

Verilen bir frekansa ait modun biçimini de elde etmek için, denklem (3.27) ve (3.28)'i sırasıyla denklem (3.14) ve (3.15)'de yazalım. Böylece fiziksel olarak yorumlanabilen iki diverjans denklemi

$$\vec{\nabla} \cdot [\epsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r})] = 0 \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{H}(\vec{r}) = 0 \quad (3.29)$$

koşulunu verir (bir nokta kaynak veya ortamda manyetik alan yoksa). Eğer; bir düzlem dalgası $\vec{H}(\vec{r}) = \vec{a} \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})$ şeklinde ise, bazı \vec{k} dalga vektörü için, denklem (3.29), $\vec{a} \cdot \vec{k} = 0$ olmasını gerektirir. Benzer şekilde denklem (3.27) ve (3.28) sırasıyla denklem (3.16) ve (3.17)'de yerine yazılırsa;

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) - i\omega\mu_0\vec{H}(\vec{r}) = 0 \quad (3.30)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}) + i\omega\epsilon_0\epsilon(\vec{r})\vec{E}(\vec{r}) = 0 \quad (3.31)$$

denklemleri elde edilir.

(3.30) denklemini $\varepsilon(\vec{r})$ ye bölüp rotasyonelini aldıktan sonra denklem (3.31) i burada yerine yazalım. ε_0 ve μ_0 sabitleri $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ olmak üzere, denklem

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}) \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \vec{H}(\vec{r}) \quad (3.32)$$

şeklinde ifade edilir ve buna fotonığın temel denklemi adı verilir. Bu denklemle verilen bir $\varepsilon(\vec{r})$ 'li yapıda $\vec{H}(\vec{r})$ 'nin modlarını bulmak için çözüm yapılabilir (Joannopoulos, et al., 2008).

3.4 Dielektrik Ortam

Kristal yapıda iletkenlik iletim elektronlarıyla sağlanır. Fotonik kristallerde ise fotonun ilerlemesini o ortamın dielektrik yapısı belirler. Bu nedenle \vec{D} ve \vec{E} arasındaki ilişki önemlidir. Bunu açıklamak üzere \vec{D} yi \vec{E} ye bağlayan Bloembergen açılımını inceleyelim.

Bloembergen'in 1965'te yaptığı gibi \vec{D} yi \vec{E} üzerinden kuvvet serisine açalım. Burada; \vec{D} 'nin \vec{E} ile ve \vec{B} 'nin de \vec{H} ile olan ilişkisini irdeleyelim.

Genel anlamda, yer değiştirme alan vektörü olan \vec{D} 'nin D_i bileşenleri, elektrik alan vektörü olan \vec{E} 'nin E_i bileşenleri ile bağlantılıdır. Bu ilişkiyi Bloembergen,

$$D_i/\varepsilon_0 = \sum_j \varepsilon_{ij} E_j + \sum_{jk} \chi_{ijk} E_j E_k + O(E^3) \quad (3.35)$$

şeklinde ifade etmiştir. Denklem (3.35) Bloembergen açılımı olarak ifade edilir. Bu bağıntıda, aşağıdaki yaklaşımları kullanarak, Maxwell denklemlerini birçok dielektrik materyal için uygun hale getirelim.

- İncelenen sistemler genellikle lineer olduğu için elektrik alanın değeri çok küçük varsayılarak ihmal edilebilir.
- Malzeme makroskopik olarak dikkate alınırsa, dielektrik yapı da izotropik olarak kabul edilebilir. Böylece $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$ ve $\vec{D}(\vec{r}, \omega)$ nicelikleri, skaler bir dielektrik fonksiyon olan $\varepsilon(\vec{r}, \omega)$ ile ε_0 in çarpımı olan bir terimle birbirlerine bağlanırlar. Yani; $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}(\vec{r})$ olur.
- Dielektrik sabitinin, frekansa bağlılığını dikkate almayarak, onun yerine, dikkate aldığımız fiziksel sistemin frekans bölgesine uygun şekilde seçilip seçilmediğine bakalım. ε_r yi de tamamen reel ve pozitif olan bir transfer materyal olarak düşünelim.

Kabul edilen bu üç yaklaşımın geçerli olması için;

- D ile E arasında $\vec{D}(r) = \varepsilon_0 \varepsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r})$ (3.36)

- B ile de H arasında $\vec{B}(r) = \mu_0 \mu(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r})$ (3.37)

bağıntısının olması gerekir. Burada; $\mu(\vec{r})$ nin değeri birçok dielektrik materyal için 1'e çok yakındır. Bu sebeple, $\mu(\vec{r})$ yerine 1 yazılabilir ve

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (3.38)$$

olur. Bu kabullenmelerin ışığında Maxwell denklemlerinde;

- 1) $\vec{\nabla} \cdot [\varepsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t)] = 0$ (3.39)

- 2) $\vec{\nabla} \cdot \vec{H}(\vec{r}, t) = 0$ (3.40)

- 3) $\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) + \mu_0 \frac{\partial \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0$ (3.41)

- 4) $\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, t) - \varepsilon_0 \varepsilon(\vec{r}) \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0$ (3.42)

değişiklikler yapılmıştır (Joannopoulos, et al., 2008).

3.5 Madde İçinde Elektromanyetik Dalga

3boyutlu (3D) periyodik dielektrik yapılarda ışık dalgalarının davranışı Maxwell denklemleri dikkate alınarak türetilir.

Denklem (3.30)'u $\varepsilon(\vec{r})$ 'ye bölüp rotasyonelini alalım. Daha sonra (3.31) denklemini burada yerine yazıldığında

$$\vec{\nabla} \left(\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) \right) = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}) \quad (3.43)$$

bulunur. Bu denklem (3.10) dan yararlanarak

$$-\vec{\nabla}^2 \vec{E} + \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = \varepsilon(\vec{r}) \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} \quad (3.44)$$

şekline dönüşür. Burada; \vec{E} optik elektrik alan, c ışık hızı, ω optik frekanstır.

Dielektrik yapının geometrisi nedeniyle dielektrik sabiti $\varepsilon(\vec{r})$ de konuma bağlı olmalıdır. Denklem (3.44)'te eğer $\varepsilon(\vec{r})\omega^2/c^2$ ifadesi kinetik enerji terimi olarak dikkate alınırse Schrödinger denklemindeki $2m[E - V(\vec{r})]/\hbar^2$ ifadesine benzetilebilir. Optikte genellikle pozitif dielektrik sabitli materyallerle ilgilenilir. Yüksek kalitede optik materyaller arasında, özellikle yarıiletkenler, geçirgen bölgedeki yüksek pozitif dielektrik sabiti nedeniyle önemli bir yer tutar. Bu şu anlama gelir;

Kinetik enerji terimi $\varepsilon(\vec{r})\omega^2/c^2$ dielektrik yapılarda her zaman pozitif olmalıdır. Bu nedenle dalga fonksiyonunu sınırlamak ve yasak bant aralığı oluşturmak daha kolay olmaktadır (Yablonovitch, 1990).

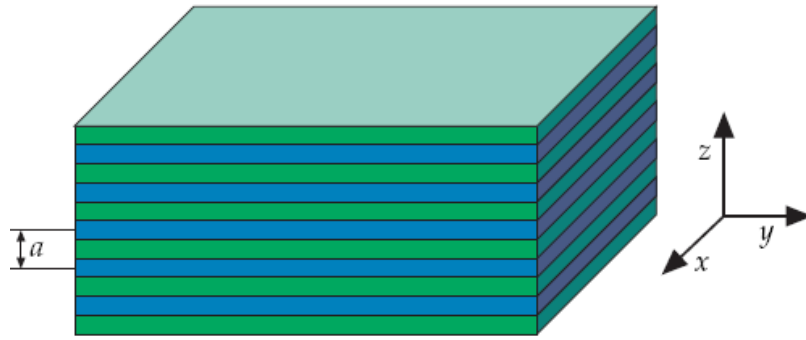
4. BÖLÜM

FOTONİK BANT ARALIĞI

4.1 Fotonik Kristaller

4.1.1 Bir boyutlu fotonikler

En basit ve yapılması kolay olan fotonik kristal, farklı dielektrik materyal tabakalarının üst üste yerleştirilmesiyle oluşturulur.



Şekil 4.1 1D bir fotonik kristal, çok tabakalı film (Joannopoulos, et al., 2008)

“Bir boyutlu” terimi $\epsilon(z)$ dielektrik fonksiyonunun sadece z yönü boyunca değişimi için kullanılır. Böyle bir sistem, farklı dielektrik sabitlerinden oluşan çeşitli materyallerin periyodik tabakalarını içerir (Şekil 4.1).

Her tabakanın düzgün ve xy boyunca sonsuza uzandığını düşünürsek, z yönündeki periyodikliğin de sonsuza uzandığını düşünürüz.

Boş uzayda bir dalga $\psi = ae^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ bağıntısına uyan, ilerleyen dalga formunda yayılır. Burada a sabit bir genlik, üstel fonksiyon ise ilerleyen dalgayı temsil eder. Kristallerde ise; iletim elektronları, ilerleyen dalga formunda değil de Bloch

$$\psi_k(\vec{r}) = u_k(\vec{r})e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad (4.1)$$

fonksiyonları biçiminde yayılırlar.

Denklem (4.1) Bloch Fonksiyonu olarak ifade edilir. Bu denklemde görülen u_k genliği sabit bir genlik olmayıp kristalin periyodik yapısıyla değişir. Bu genlik üstel fonksiyonu periyodik yapıya göre modüle eder.

Fotonik kristallere dönecek olursak burada da modlar Bloch fonksiyonu formunda;

$$\vec{H}_{n,k_z,\vec{k}_{\parallel}}(\vec{r}) = \vec{u}_{n,k_z,\vec{k}_{\parallel}}(z)e^{i\vec{k}_{\parallel}\cdot\vec{\rho}}e^{ik_z z} \quad (4.2)$$

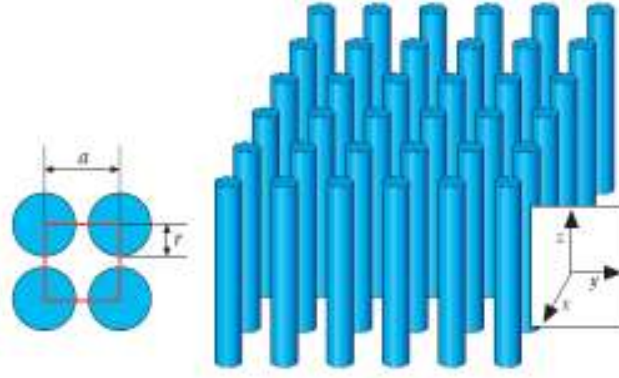
şeklinde yazılabilir. Burada $u(z)$; $u(z + R)$ şeklinde periyodik bir fonksiyon ve R de tabaka aralığı olan a'nın tam katlarıdır.

\vec{k}_{\parallel} ise tabakaların arakesit yüzeylerine paralel olan dalga vektörüdür. Kristal, xy düzleminde sürekli öteleme simetrisine sahip olduğu için k_{\parallel} herhangi bir değer alabilir (Durdu, 2002; Joannopoulos, et al., 2008).

4.1.2 İki boyutlu fotonik kristaller

Şekil 4.2 dielektrik sütunlarının kare örgü meydana getirdiğini gösteren bir örnektir. Birbirlerine paralel olan dik sütunlar z yönünde uzanırken xy düzlemine de diktirler. xy düzleminde gönderilecek bir ışık bu periyodik dielektrik malzeme tarafından 2D ta periyodik olarak davranışa zorlanır. Bu nedenle bu yapılara 2D lu fotonik kristaller adı verilir. z yönü ise periyodikliğin olmadığı ışığın serbestçe

yayılabildiği yöndür. Aralıklı sütunların kesin değerleri için bu kristal xy düzleminde fotonik bir bant aralığına sahip olabilir. Bu aralık içinde ilerleme mümkün olmaz ve gelen ışık yansıtılır. Bu iki boyutlu fotonik kristal, düzlem içindeki herhangi bir yönden gelen ışığı yansıtabilir.



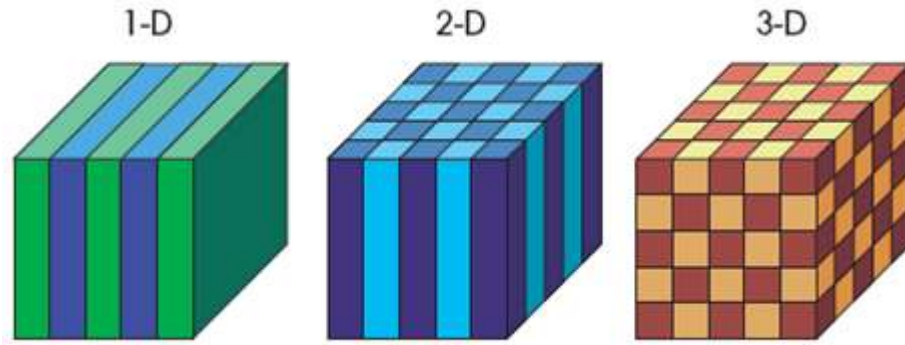
Şekil 4.2 Dielektrik sütunlarının kare örgü meydana getirişi

Kristallerin elektromanyetik modlarını karakterize etmek için simetri işlemleri kullanılır. Sistem z yönünde sütunlar boyunca homojen olduğu için k_z dalga vektöründe bir yasaklama yoktur ve modlar bu doğrultuda salınımlıdır.

Sistemin xy düzleminde ise periyodik öteleme simetrisi mevcuttur. Dielektrik fonksiyonu $\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon(\vec{r} + \vec{R})$ şeklinde periyotludur. Burada \vec{R} primitif örgü vektörünün herhangi bir değerini alabilir (Joannopoulos, et al., 2008; Soukoulis, 2000).

4.1.3 Üç boyutlu fotonik kristaller

2D fotonik kristallerde periyodiklik iki boyutta mevcuttu. Bu iki boyuta ilave olarak üçüncü boyutta da periyodiklik sağlanırsa kristal 3D fotonik kristal olarak adlandırılır (Şekil 4.3).



Şekil 4.3 Bir boyutlu, iki boyutlu ve üç boyutlu fotonik kristaller (Joannopoulos, et al., 2008)

4.2 Sürekli Öteleme Simetrisi

Öteleme simetrik bir sistem, belirli bir yönde \vec{s} kadar ötelendiğinde yine değişmez kalır. Bu özellik ile sistem modlarının fonksiyonu hesaplanabilir. Her \vec{s} için bir \hat{T}_s öteleme operatörü tanımlanabilir. Öteleme sonucunda değişmezlik kavramının oluştuğunu varsayalım. O zaman \hat{T}_s, ϵ_r üzerine uygulandığında

$$\hat{T}_s \epsilon(\vec{r}) = \epsilon(\vec{r} - \vec{s}) = \epsilon(\vec{r}) \quad (4.3)$$

elde edilir. Modlar denklem (4.3)'e göre sınıflandırılabilir. z doğrultusunda sürekli öteleme simetrisi olan bir sistemde, \hat{T}_s 'nin etki ettiği nicelikler de değişmez kalır. e^{ikz} şeklindeki bir mod z yönünde bir öteleme operatörü altında

$$\hat{T}_{s\hat{z}} e^{ikz} = e^{ik(z-s)} = (e^{-iks}) e^{ikz} \quad (4.4)$$

şeklinde değişmez kalır. Burada e^{-iks} , bir özdeğerdir, $s = s_z$ ve bazı k değerleri için e^{ikz} ile orantılıdır.

Bütün \hat{T}_s 'ler için sistemin modları, onların özfonksiyonlarını e^{ikz} şeklinde z ye bağlayan bir fonksiyon ile gösterilebilir. Tüm üç yönde de sürekli öteleme simetrisine

sahip bir sisteme, homojen ortam adı verilir ve burada $\epsilon_r = \epsilon$ sabittir. Bir mod; H_0 bir sabit olmak üzere;

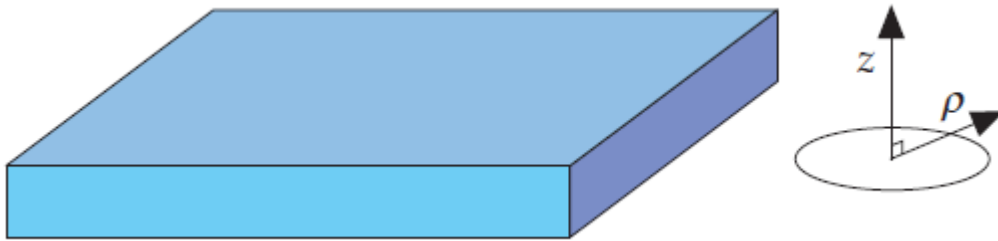
$$\vec{H}_k(\vec{r}) = \vec{H}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad (4.5)$$

şeklinde ifade edilebilir. Denklem (4.5), \vec{H}_0 doğrultusunda polarize olmuş düzlem dalgaları temsil eder. Ayrıca bu düzlem dalgaların özdeğerleri, dispersiyon bağıntısı $\omega = c|\vec{k}|/\sqrt{\epsilon}$ dan türetilen $(\omega/c)^2 = |\vec{k}|^2/\epsilon$ ifadesi ile, fotonun temel denkleminin gerçek çözümlerini oluştururlar.

Bir düzlem dalga, sürekli öteleme operatörü altında modun nasıl ötelendiğini nitelendiren bir \vec{k} dalga vektörü ile sınıflandırılabilir. Sürekli öteleme simetrisi olan diğer basit bir sistem, Şekil 4.4'te görülen sonlu cam düzlemdir. Bu sistemde, dielektrik fonksiyonu z yönünde değişirken, x ve y yönünde değişmez: $\epsilon(\vec{r}) = \epsilon(z)$. Sistem xy düzleminin bütün öteleme operatörleri altında değişmez kalır.

Modlar, düzlem içinde temsil edildikleri dalga vektörlerine göre sınıflandırılır. Cam içinde, $\vec{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y}$ dalga vektörüyle temsil edilir, \vec{k} 'nin x ve y ye bağıllığı kompleks üstel bir dalga vektörü olmalıdır.

$$\vec{H}_k(\vec{r}) = \vec{h}(z) e^{i\vec{k}\cdot\vec{\rho}} \quad (4.6)$$



Şekil 4.4 Bir cam plaka. Eğer cam, x ve y yönünde çok büyük almırsa bu sistem 1D olarak düşünülebilir: dielektrik fonksiyonu $\epsilon(\vec{r})$ ise $\vec{\rho}$ 'dan bağımsız, sadece z yönünde değişkendir (Joannopoulos, et al., 2008)

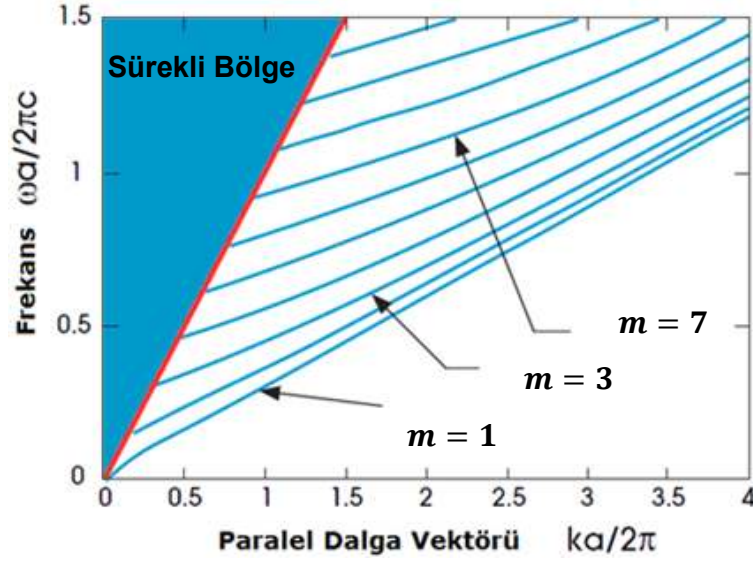
Burada; $\vec{h}(z)$ fonksiyonu \vec{k} 'ya bağılı fakat sistem z yönünde ötelemeye sahip olmadığından, belirlenemez.

Bu durumu açıklamak üzere; cam üzerinde \vec{r} , $\vec{r} + d\vec{x}$ ve $\vec{r} + d\vec{y}$ olmak üzere üç tane lineer olmayan komşu nokta düşünelim. Bunların hepsi de aynı z değerine sahiptir. Simetri nedeniyle de bu üç nokta aynı manyetik alan genliğine sahip olmalıdır. Farklılık ise sadece noktalar arasındaki fazda olabilir.

Düzlem üzerinde bulunan bir nokta onun k_x ve k_y değerleriyle belirlenebilir. Fakat bu değerler düzlem için evrensel olmalıdır. Öte yandan onların faz ilişkileri ile de düzlemdeki farklı yerler birbirinden ayırt edilebilir. z yönü boyunca böyle bir kısıtlama yoktur.

Camdaki modlar \vec{k} değerleriyle sınıflandırılabilir. \vec{k} 'nın verilen bir değeri için artan frekansa göre modlar yine de bir çizgi üzerinde tutulabilir. Artan frekans çizgisi içinde özel bir mod yeri için, m aynı kalır. Bu da (\vec{k}, m) olarak etiketlenir. Eğer dejenerelik varsa, aynı m ve \vec{k} 'ya sahip dejenere modları adlandırmak için ek bir sembol kullanılabilir.

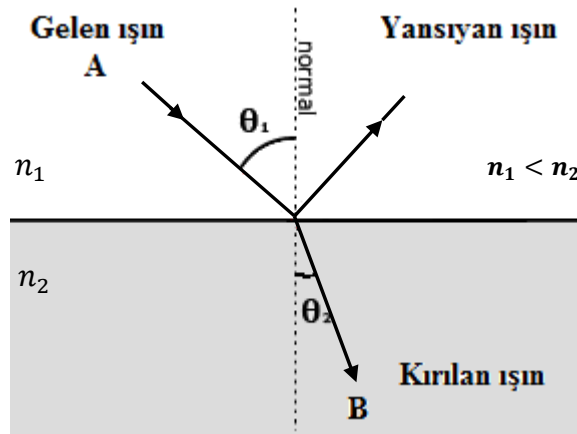
m 'yi bant sayısı olarak alalım. Spektrum, verilen bir \vec{k} için kesikli ise, m yerine bir tamsayı kullanılabilir. Fakat bazen bant numarası gerçekten de sürekli bir değişkendir. m değeri büyürken, modun frekansı da büyür. Eğer dalga vektörünün cam düzlemleri için mod frekansına karşı grafiği çizilirse, farklı bantlar frekanstaki düzgün yükselmeye oluşan farklı çizgilere karşılık gelir. Bu bant yapısı Şekil4.5'te gösterilmiştir (bant diyagramı ya da dispersiyon bağıntısı) ve detayları bölüm 4.3'te açıklanacaktır (Joannopoulos, et al., 2008).



Şekil 4.5 Kalınlığı a ve $\epsilon = 11.4$ olan cam tabaka için harmonik mod frekansları (Joannopoulos, et al., 2008)

4.3 Kılavuzlama İndisi

Bir ışık ışını saydam bir ortamda ilerlerken başka bir saydam ortamın sınırına çarpınca, ışık ışınlarının bir kısmı yansırken bir kısmı da ikinci ortama girer. İkinci ortama giren ışın sınırdaki yön değiştirir. Bu yön değiştirmeye kırılma adı verilir. Gelen ışın, yansıyan ışın ve kırılan ışının tümü aynı düzlemindedir (Şekil 4.6).



Şekil. 4.6 Bir ortamdan farklı bir ortama gelen ışının bir kısmı kırılırken bir kısmı yansır

θ_2 kırılma açısı, her iki ortamın özelliklerine ve geliş açısına

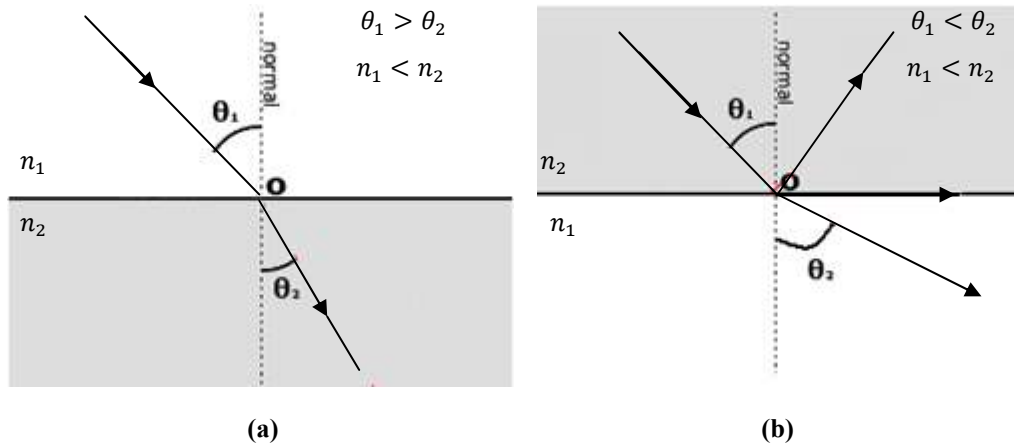
$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \text{sabit} \quad (4.7)$$

bağıntısı ile bağlıdır. Burada v_1 ışığın birinci ortamdaki, v_2 ise ikinci ortamdaki hızlarıdır. Gelme açısının sinüsünün, kırılma açısının sinüsüne oranı her zaman sabittir. Bu sabit, ikinci ortamın birinci ortama göre kırılma indisine eşittir. Şekildeki açılara göre,

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} = n_{1,2} \quad (4.8)$$

şeklinde ifade edilir. Bu bağıntı **Snell yasası** olarak bilinir.

Gelme, yansıma ve kırılma açıları yüzeyin normalinden ölçülürler. Şekil 4.6'daki ışın, A noktasından B noktasına ilerlemektedir. Şayet ışın B noktasından çıksaydı, A noktasına ulaşmak için aynı yolu izleyecekti. Fakat son durumda yansıyan ışın n_2 ortamında olacaktı. Bu nedenle, kırıcı yüzeye doğru geçen bir ışık ışımının izlediği yolun tersinir olduğu bilinir. Işığın ara yüzeydeki davranışını, aşağıdaki iki durum için inceleyelim.



Şekil.4.7 a) Işık demeti az yoğun ortamdan çok yoğun ortama geçtiğinde izlediği yol normale yaklaşır,
b) Demet çok yoğun ortamdan az yoğun ortama geçtiğinde izlediği yol normalden uzaklaşır

Birinci durumda ışık, bir ortamdan daha büyük kırılma indisli ikinci ortama geçerse Şekil.4.7a'da gösterildiği gibi, normale yaklaşarak kırılır ve θ_2 kırılma açısı, gelme açısından daha küçük olur.

İkinci durumda ışık, bir ortamdan daha küçük kırılma indisli ikinci ortama geçerse Şekil.4.7b'de gösterildiği gibi, normalden uzaklaşarak kırılır ve θ_2 kırılma açısı, gelme açısından daha büyük olur.

Denklem (4.8) düzenlenirse,

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (4.9)$$

elde edilir. Bu Snell yasasının en yaygın olarak kullanılan biçimidir (Serway, 1995).

Işığın bir ortamdan daha küçük kırılma indisli ikinci ortama geçişinde kırılan ışınlar için öyle bir sınır açısı vardır ki, burada kırılan ışın, yüzeye paralel olarak ilerler ve $\theta_2 = 90^\circ$ dir. Bu durumda gelme açısına kritik açı (θ_c), adı verilir. Gelme açısı θ_c 'den büyükse, ışığın kırılması mümkün olmaz, ikinci ortama geçemez. Gelen ışık tümüyle yoğun ortama geri yansıtılır, yani; tam iç yansımaya oluşur. Herhangi iki farklı ortam çifti için, Snell yasasına göre kritik açı değeri;

$$n_2 \sin \theta_c = n_1 \sin 90^\circ = n_1 \cdot 1 \quad (4.10)$$

ve

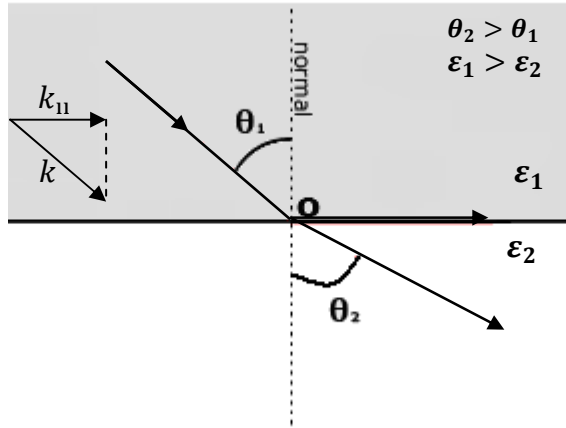
$$\sin \theta_c = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{veya} \quad \theta_c = \sin^{-1} \frac{n_1}{n_2} \quad (4.11)$$

olur.

Tam iç yansımaya sadece çok yoğun ortamdan az yoğun ortama geçiş olduğu durumda meydana gelir. Hiçbir açının sinüsü 1'den büyük değildir. Bu yüzden denklem (4.11) $n_1 < n_2$ olmadıkça çözümsüzdür.

Tam iç yansımaya sayesinde ışığın bir bölge içinde tutulması mümkün olur. Eğer bu ortam bir cam çubuk olsaydı, bu cam çubuğun bir ucundan giren ışık, cam içindeki kıvrımlarda iç yansımalara uğrayarak ilerlerdi. Böylece eğri çubuk içinde ışık demetinin ilerletilmesi mümkün olur ki buna kılavuzlama indisi adı verilir (Bueche and Jerde, 2000).

Bağıl permitivite (ϵ_r) konuma bağlı bir fonksiyon iken kırılma indisine (3.26) denklemi ile bağlıydı. Buna göre dielektrik sabitleri ϵ_1 ve ϵ_2 olan iki ortamın oluşturduğu kılavuzlama indisi sınırında, ışığın kırılmasını inceleyelim.



Şekil 4.8 ϵ_1 ve ϵ_2 gibi iki dielektrik arasındaki ara yüzey için ışık, bir θ_1 gelme açılı ve Snell yasası ile verilen θ_2 kırılma açılı bir ışın ile tanımlanabilir

Şekil 4.8’de gösterilen iki dielektrik yüzey arasındaki bir ara yüzeyde ışık ışınının kırılması, denklem (4.9) daki Snell yasası ile açıklanabilir.

Burada; $n_i = \sqrt{\epsilon_i}$ kırılma indisi ve θ_i de ışığın ara yüzeyin normaliyle yaptığı açıdır. Snell yasası simetri nedeniyle iki korunum yasasının basitçe bileşimi olarak ortaya çıkar. Bunlardan birincisi ω ’nın korunumu diğeri de ara yüzeyde, ara yüzeye paralel olan \vec{k} nın $k_{||}$ bileşeninin korunumudur. $k_{||} = |\vec{k}| \sin\theta$ ve \vec{k} da dispersiyon bağıntısıyla ifade edilen $|\vec{k}| = n\omega/c$ dır. Snell yasası gereğince ara yüzeyin her iki yanında $k_{||}$ ’ler eşit olmalıdır.

Biraz daha somut düşünebilmek için Şekil 4.4’teki a genişliğindeki cam düzlemi ele alalım. ω frekansının $k_{||}$ ’e karşı değişimini dikkate alarak elektromanyetik modların bant yapılarını oluşturalım (Şekil 4.5).

İlk olarak hava içine ve sonsuza doğru yayılan cama sınırlanmamış modlar göz önünde bulunduralım. Camdan çok uzakta bu modlar serbest uzay düzlem dalgasına benzerler. Bunlar, düzlem dalgaların

$$\omega = c|k| = c\sqrt{k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2} \quad (4.12)$$

şeklinde üst üste gelmesinden oluşurlar.

k_{\parallel} 'in verilen bir değeri için ck_{\parallel} 'den daha büyük mümkün frekanslı modlar olabilir, çünkü k_{\perp} her değeri alabilir. Böylece durum spektrumu ışık çizgisi $\omega = ck_{\parallel}$ üstündeki her frekans için süreklidir (Şekil 4.5).

$\omega > ck_{\parallel}$ li bant yapısı bölgesi ışık konisi olarak adlandırılır. Işık konisindeki modlar, Snell yasasının çözümleridir. Işık konisine ek olarak ışık konisi altındaki cam tabaka, yeni elektromanyetik çözümler üretir. Camdaki ε havadakinden daha büyük olduğu için bu modlar daha büyük frekansa sahiptirler.

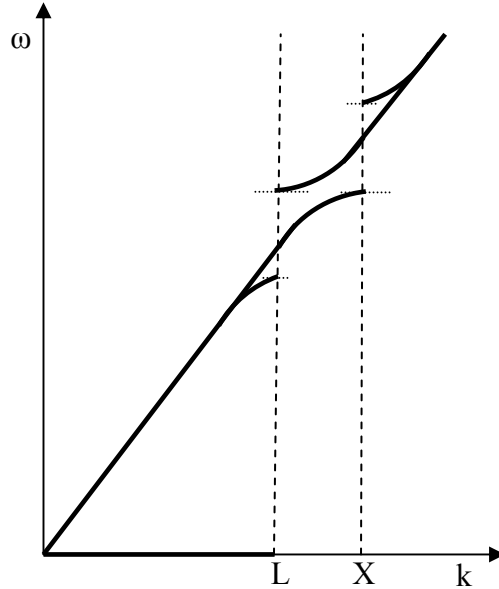
Bu yeni çözümler camın sınırları dışında yer alabilir. Işık çizgisinin altında sadece hava içindeki çözümler $k_{\perp} = \pm i\sqrt{k_{\parallel}^2 - \omega^2/c^2}$ sanal olur ki onlar, camdan uzaklaştıkça üstel olarak sönümlenen alana karşılık gelir (Joannopoulos, et al., 2008).

4.4 Fotonik Bant Aralığı

Elektromanyetik dalgaların 3D periyodik dielektrik yapılardan kırınımı, belirli yönlerde, belirli dalga boyu aralıklarında, fotonik engelleme bantlarının oluşumuna yol açar. Yani, ışığın belli dalga boylarında malzemeden geçişinin tamamen yasaklandığı fotonik bant aralıkları (PBG) oluşur (Leminger, 2002).

Bu bant aralığını daha iyi açıklayabilmek için, fcc yapıda olan, fotonik kristallerin Brillouin bölgelerini inceleyelim (Şekil 2.7). BZ bölgesi ters uzayda Wigner-Seitz primitif hücresidir ve 14 yüzeyle kapatılmış bir hacim oluşturur. BZ yüzeyi üzerinde çeşitli özel noktalar kullanılır. Merkeze yakın olan L noktası küpün köşegen doğrultusunda olan yüzeyinde yer alır. Merkeze en uzak olan W noktası ise 4 düzlem dalgasının dejenere olduğu bir tepeyi gösterir. X noktaları eksenler doğrultusundaki yüzeyler üzerinde yer alır.

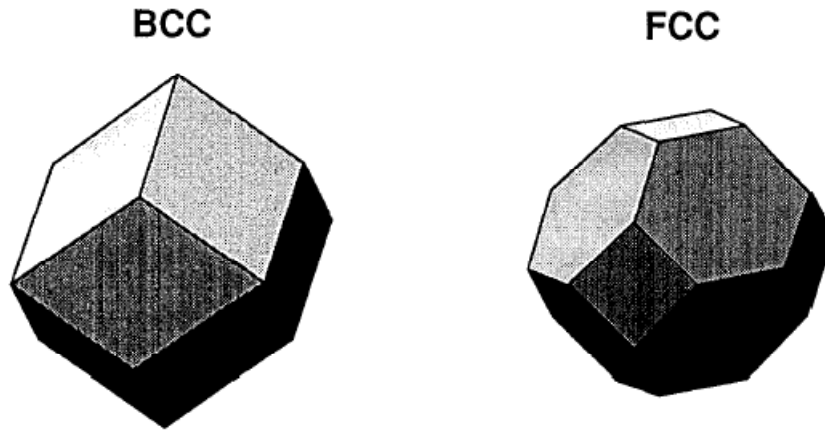
X yönünde ilerleyen bir düzlem dalgayı göz önünde bulunduralım. Kübik yönde periyodiklik düşünüldüğünde Şekil 4.9'da gösterildiği gibi biçimi duran dalga olan bir yasak aralık oluştuğu görülür. Diğer bir yandan bu düzlem dalgasının L yönünde de gittiğini varsayalım. Köşegen üzerinde bulunan yüzey boyunca periyodiklik düşünülürse, bu yönde bir bant aralığı şekillenecektir. Fakat L noktasındaki dalga vektörü X noktasındaki dalga vektöründen %14 daha küçüktür. Bu nedenle L'deki aralık X'teki aralıktan %14 daha küçük oluşur. Eğer iki aralık yeterince geniş değilse frekans da üst üste gelmeyecektir. İşte; fotonik bant aralığının kökeni burada yatar.



Şekil 4.9 X noktasındaki yasak aralıktan \approx %14 daha düşük frekansta merkezlenmiş L noktasındaki yasak aralık (Yablonovitch, 1993)

Frekansların, ters uzayda, tüm mümkün yönler için üst üste gelmesini sağlamak zordur. Şekil 4.9'dan çıkarılacak sonuç, BZ uzayının tüm yönlerinde frekansın üst üste gelme olasılığının artması için bir küreye benzemesi gerekir. Bu nedenle Şekil 4.10'da BZ'nin iki temel yapısı olan bcc ve fcc'ye bakalım.

Bcc yapının BZ'si köşe noktalarına sahiptir. Bu da bizim için tüm yönlerde frekansın üst üste gelmesinin gerçekleşmesini zorlaştırır. Aynı şekilde diğer çoğu BZ'ler küresel şekilden daha uzaktırlar. Tüm genel BZ'ler arasından fcc, bir küreden en küçük sapma yüzdesine sahiptir. Bu nedenle, üzerinde çalışılan 3D taki tüm fotonik bant aralıkları fcc örgüsüne dayandırılır.



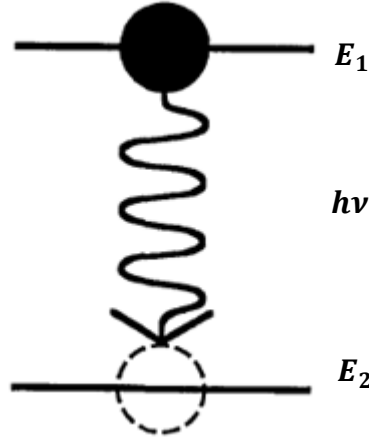
Şekil 4.10 bcc ve fcc için iki genel BZ (Yablonovitch, 1993)

Eğer kırılma indisi modülasyonu yeterli ise, bir fotonik bant aralığı oluşur. Bu aralık optik modlardaki kendiliğinden yayılımın ve sıfır nokta dalgalanmalarının olmadığı bir enerji bandıdır. Fotonik kristallerin doğal ve gerçek uzay yapısının atomik dizilimi fcc'dir. fcc yapısı için Brillouin Zone'un en düşük mertebesi diğer genel kristal yapısının BZ'sinden küreselliğe daha yakın olmasını sağlar. Kristal olarak adlandırılan çoğu yapılar, aşağı yukarı küp şeklindedir. Atomik hacim doldurma oranı %11 ile %86 arasında değişir ve kırılma indisi de 3,5 ile 1'e yakındır (Yablonovitch, 1990).

4.4.1 Kendiliğinden yayılım (emisyon)

Herhangi bir dış etki olmaksızın, elektronların uyarıldığı yüksek enerji seviyesinden düşük enerji seviyesine geçmesi ile oluşan geçiş, kendiliğinden yayılım

adı verilir. Kendiliğinden yayılım rastgeledir ve zamandan bağımsızdır (Yablonovitch, 1993).



Şekil 4.11 Kendiliğinden Yayılım (Yablonovitch, 1993)

Bu geçiş;

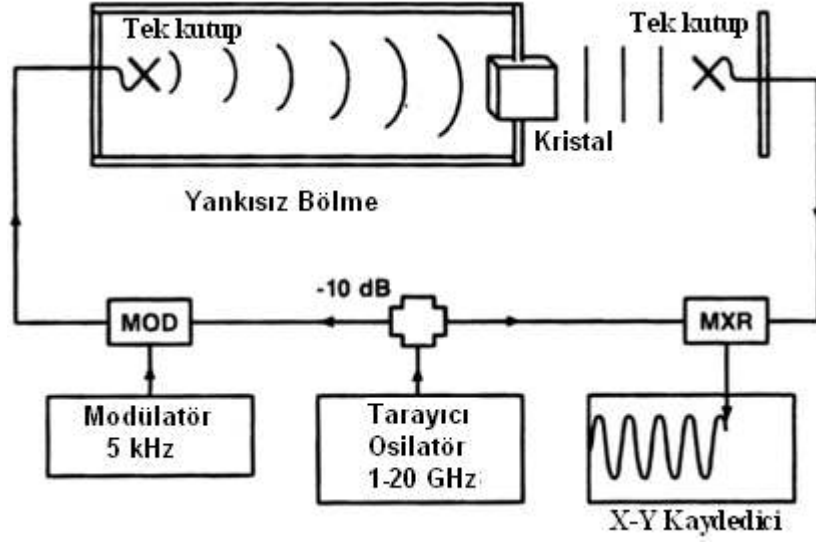
$$h\nu = \Delta E = E_1 - E_2 \quad (4.13)$$

olarak ifade edilir. Burada E_1 ve E_2 sırasıyla geçişin başladığı ve bittiği enerji seviyeleridir.

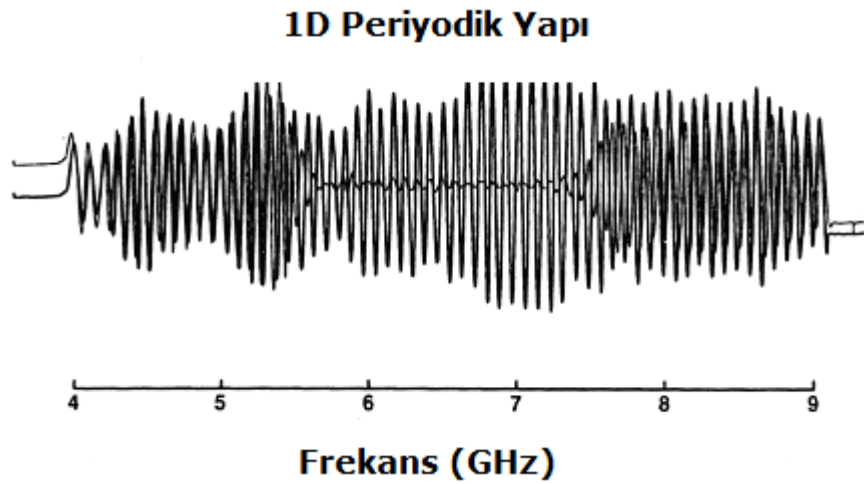
4.4.2 Fotonik Bant Aralığının Deneysel Belirlenmesi

Fotonik bant aralığının deneysel belirlendiği literatürdeki kaynaklara bakalım. Şekil 4.12’de gösterilen deney düzeninde bir mikrodalga osilatörü 10dB (desibel) lik bir ayırıcıyı besler. Sinyallerin bir kısmı modüle edilir ve fcc dielektrik kristale doğru bir düzlem dalgası üretilir. Tek kutuplu alıcı, mikrodalga soğurucu yüzeyle çevrelenmiş yankısız uzun bir bölmede küresel bir dalga yayar. Dalganın ön kısmı bölmenin sonundaki fcc dielektrik yapıya vardığında yaklaşık olarak düzlemsel olur. Burayı geçerek tek kutuplu alıcıya ulaşır ve buradan da kaydediciye ulaşır. Sinyalin diğer

kısmı genlik değişimini ve kristaldeki faz değişimini ölçebilmek için kaydediciye doğrudan gönderilir. X-Y kaydedicide, bu iki dalga girişimi frekansın bir fonksiyonu olarak çizdirilir (Şekil 4.13).



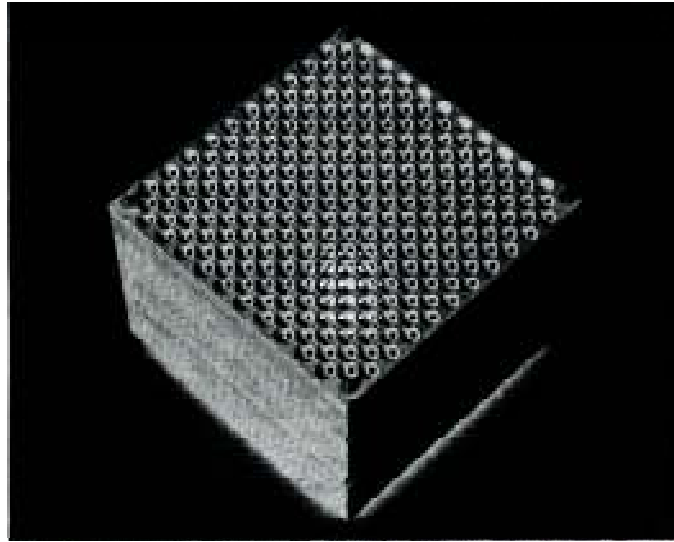
Şekil 4.12 10dB ayırıcıyı besleyen bir tarayıcı osilatör (Yablonovitch, 1990)



Şekil 4.13 Kaydedici tarafından çizilen grafik (Yablonovitch, 1990)

Şekildeki genliği yüksek çizgiler referans ışını, yani boş bir uzaydan geçiş için saçak örneklerini gösterir. Daha düşük genlikli çizgiler ise kalınlıkları çeyrek dalga boyunda olan tabakalı kristalden geçerek gelen çizgilerdir. 5,5 - 7,5 GHz arasında ve 6,5 GHz merkezli bir bant aralığı açıldığı gözlenir. Ayrıca bant aralığının diğer bir yanında $\sim 180^\circ$ faz değişikliği vardır.

Fotonik bant aralığına sahip olan en ilginç kristal fcc yapıda gerçekleşmektedir. Bu periyodik yapı Şekil 4.14'te gösterilmiştir.



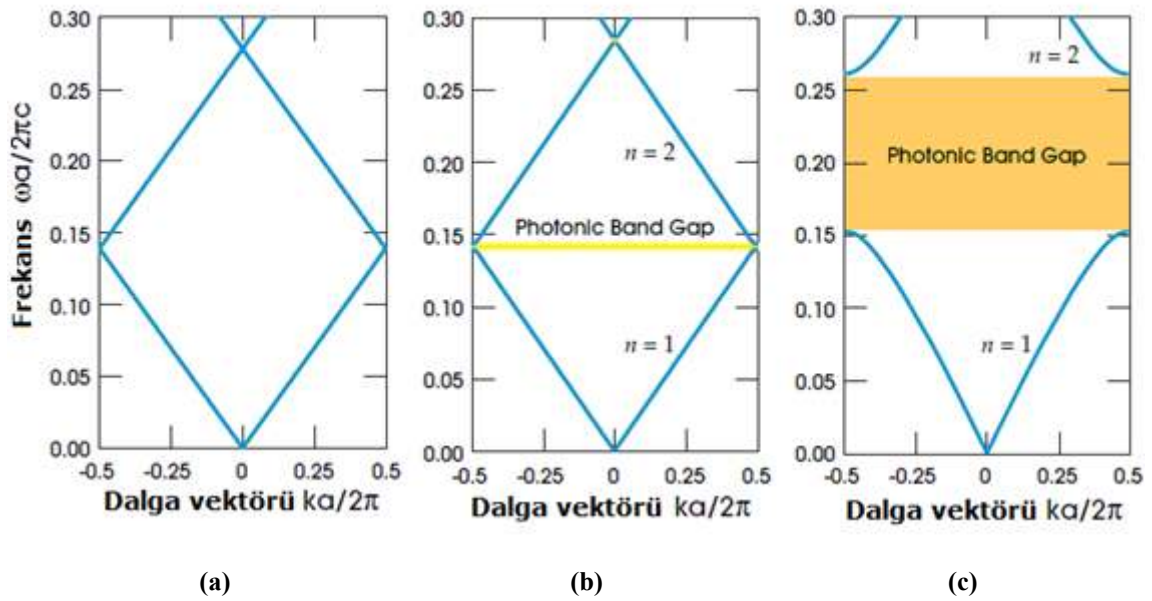
Şekil 4.14 Bir fotonik bant aralığına sahip 3D periyodik yapının bir fotoğrafı (Yablonovitch, 1990)

Bu fcc kristali, sıkı paketten daha geniş olan, küresel hava atomlarından meydana gelmiştir. Hava atomlarının çakışması sonucu, $\langle 111 \rangle$ yönü boyunca tüm görünür ışık geçişlerine izin verir. Küresel hava atomları, hacmin %86 sını işgal eder. Atomlar arası açıklıklar kırılma indisi 3,5 olan dielektrik materyal ile doldurulur (Yablonovitch, 1990).

4.5 Fotonik Bant Aralığının Kaynağı

Dielektrik bir plaka üzerinde dalgaların z yönünde yayıldığını düşünelim. Bu durumda, $k_{\parallel} = 0$ olduğundan dalga vektörünün k_z bileşenini k olarak kısaltalım.

Şekil 4.15'te çizilmiş olan $\omega_n(k)$ yı üç farklı, çok tabakalı, film için inceleyelim.



Şekil 4.15 Üç farklı, çok tabakalı, filmin fotonik bant yapısı. Her üç durumdaki tabakaların genişliği $0.5a$,
 a) Her tabaka aynı dielektrik sabitine sahip $\epsilon = 13$, b) Dielektrik sabitleri $\epsilon = 13$ ve $\epsilon = 12$,
 c) Dielektrik sabitleri $\epsilon = 13$ ve $\epsilon = 1$ (Joannopoulos, et al., 2008)

Şekil 4.15a'daki çizimde kristalin tüm tabakaları aynı dielektrik sabitli ve her üç yönde simetriktir. Dolayısıyla dielektrik ortam a periyotlu, fakat homojen bir yapıdadır. Burada bir yasak frekans aralığı görülmez. Fakat homojen ortamda ışık hızı, kırılma indisi ile azaldığından modlar,

$$\omega(k) = \frac{ck}{\sqrt{\epsilon}} \quad (4.14)$$

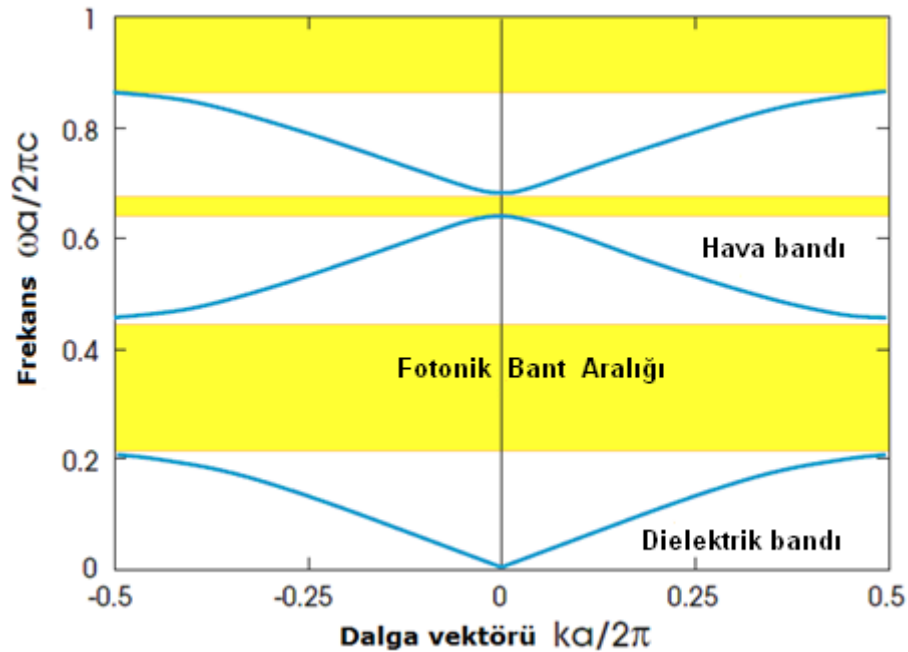
denklemleriyle verilen, ışık çizgisi boyunca yer alırlar.

Şekil 4.15b'de, kristalin tabakalarının dielektrik sabitleri birbirinden çok az farklı olsun. Ortam, hemen hemen homojen bir ortama benzer: ondan tek farkı ikiye ayrılmış çizginin üstü ve altı arasında bir yasak frekans aralığının oluşmasıdır. Bunun içerisinde kristalin izinli frekanslarına ait modlar yer almaz. Bu aralık, fotonik bant aralığı (PBG) olarak adlandırılır.

Şekil 4.15c'de kristal, daha yüksek farklı dielektrik sabitli tabakalardan oluşur. Görüldüğü gibi dielektrik sabiti farkının yükselmesi ile aralığın dikkate değer genişlediği görülür.

Genellikle 2D ve 3D kristallerde düşük ϵ değerine sahip olan bölge hava bölgesidir. Bu sebepten, PBG üstündeki bant hava bandı olarak, aralığın altındaki bant da dielektrik bant olarak dikkate alınır. Bu durum yarıiletkenlerdeki elektronik bant yapısına benzerdir, iletim ve valans bandı temel aralığı gibi.

Şekil 4.16 birçok tabakalı filmin bant yapısı için çizilmiştir. Dielektrik bölgede $\epsilon = 13$, hava bölgesinde $\epsilon = 1$.



Şekil 4.16 Örgü sabiti a ve farklı genişlikteki tabakaları bulunan birçok katlı filmin fotonik bant yapısı. $\epsilon = 13$ tabakasının genişliği $0,2a$ ve $\epsilon = 1$ tabakasının genişliği $0,8a$ (Joannopoulos, et al., 2008).

ε 'lar arasındaki fark ne kadar küçükse aralık da o kadar küçüktür. Fakat aralık $\varepsilon_1/\varepsilon_2 \neq 1$ olduğu sürece büyür.

4.6 Fotonik Bant Aralığının Boyutu

Bir fotonik bant aralığı, onun $\Delta\omega$ frekans genişliği ile karakterize edilebilirse de, bu kullanışlı bir ölçüm değildir. Eğer kristal, bir s faktörü kadar genişletilirse, karşılık gelen bant aralığı da $\Delta\omega/s$ genişliğine sahiptir. Daha kullanışlı bir nitelendirme ise kristalin ölçüğünden bağımsız olarak aralığın aralık-ortasına (mid-midgap) oranıdır.

Aralığın ortasındaki frekansı ω_m olarak alalım. Aralığın aralık-ortasına oranını $\Delta\omega/\omega_m$ olarak tanımlayalım. %10 aralık demek aralığın aralık-ortasına oranının 0.1 olduğunu gösterir. Sistemde, dielektrik farklılığı olsa bile aralığın aralık-ortasına oranı aynı kalır. Bu nedenle bir aralığın ölçüsü, aralığın aralık-ortasına oranı ile ifade edilir.

Zayıf periyodikliğe sahip olan çok tabakalı filmlerde bant aralığının ölçüsü için pertürbasyon teorisi yardımıyla basit bir formül türetilebilir. Çok katlı bir filmde bulunan iki maddenin sırasıyla dielektrik sabitlerinin ε ve $\varepsilon + \Delta\varepsilon$, kalınlıklarının da $a - d$ ve d olduğunu düşünelim. Eğer dielektrik zıtlık zayıf ($\Delta\varepsilon/\varepsilon \ll 1$) ya da kalınlık küçükse (d/a), o zaman ilk iki bant arasındaki aralığın aralık-ortasına oranı yaklaşık olarak,

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_m} \approx \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{\sin(\pi d/a)}{\pi} \quad (4.16)$$

şeklinde verilir. Çok zayıf bir periyodikliğin olması bile 1 boyutlu kristal içinde bir bant aralığı olduğunu gösterir. Eğer, $\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{1}{12}$ ve $d = 0.5a$ alınırsa aralığın aralık ortasına oranı:

$$\frac{1}{12} \frac{\sin(\pi 0,5a/a)}{\pi} = 0,0265 = \%2,65 \quad (4.17)$$

olarak bulunur. (4.16) denkleminde $d = 0.5a$ için oran maksimumdur. Fakat bu sadece $\Delta\varepsilon/\varepsilon$ küçük olduğunda geçerlidir. Daha genel bir sonuç ise Yeh tarafından üretilen bir sonuçtur. Kırılma indisleri n_1 ve n_2 , kalınlıkları d_1 ve $d_2 = a - d_1$ olan iki materyal için normal aralık; $d_1 n_1 = d_2 n_2$ ya da eşdeğer olarak $d_1 = a n_2 / (n_1 + n_2)$ olduğunda maksimumdur. Bu özel hal, aralık frekansı için

$$\omega_m = \frac{n_1 + n_2}{4n_1 n_2} \frac{2\pi c}{d} \quad (4.18)$$

olarak verilir.

İki bant arasındaki aralık için aralığın aralık ortasına oranı kırılma indisleri cinsinden

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \frac{4}{\pi} \sin^{-1} \left(\frac{|n_1 - n_2|}{n_1 + n_2} \right) \quad (4.19)$$

şeklinde ifade edilir (Joannopoulos, et al., 2008).

4.7 Fotonik Kristal Fiberler

Fotonik kristal fiberler, fiber boyunca uzanan hava deliklerinin periyodik bir dizilimi ile oluşan optik fiberlerin yeni bir sınıfıdır. Bu fiberler tarafından önerilen kesit kırılma indisinin büyük ve kontrol edilebilir periyodik değişimleri, ışığın kontrolü ve iletimi için yeni imkânlar oluşmasını mümkün kılar.

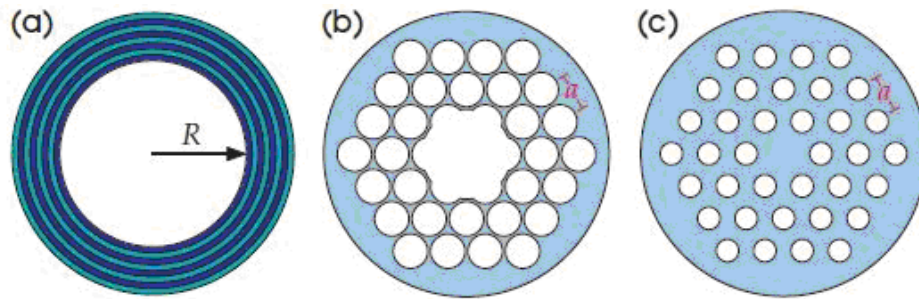
Modern telekomünikasyon için boru tipli optik fiberler çok önemlidir. Bunlar ışığa kılavuzluk eden çoğu kez birkaç kilometre uzağa giden uzun bir cam flamasıdır. Optik fiberler astrofizikten tıpa kadar diğer birçok uygulamalarda kullanılır. Geleneksel bir optik fiber, ışığı kılavuzlama indisi ile sınırlayan, daha düşük dielektrik sabitli koruyucu bir madde ile çevrilmiş merkezi bir çekirdekten meydana gelir.

Optik fiber olarak da adlandırılan fotonik kristal fiberlerde de ışık, oldukça farklı iki mekanizmadan birini kullanarak iletilebilir. Bunlar; kılavuzlama indisi ve fotonik

bant aralığı etkisidir. Ayrıca yapıların periyodikliğine göre de 1D ve 2D olarak iki sınıfa ayrılır.

Bir fotonik kristal fiberde toplam iç yansıma meydana getirmek için çekirdeğin, kendisini çevreleyen kılıf ortamına göre daha yüksek bir kırılma indisine sahip olması gerekmektedir. Toplam iç yansıma, uzun zamanlar bilinen ve optik dalga kılavuzlarında yayılımı açıklamak için kullanılan bir fiziksel mekanizmadır. Ancak geçtiğimiz yıllar içerisinde araştırmalar, fiberlerde ışığın kontrolü ve sıkıştırılmasını sağlayan fotonik bant aralığı olarak bilinen yeni bir fiziksel mekanizmanın varlığını ortaya koymuştur. PBG, dielektrik malzemenin periyodik olarak dizilmesi ile meydana gelir. PBG yapılarını karakterize eden özellik, frekans spektrumunda durdurma ve geçirme bantlarının oluşmasıdır.

1D periyodik bant aralıklı fiberler, merkezleri üst üste gelen koruyucu maddeli yapılardan oluşur (Şekil 4.17a). İlk olarak 1978 yılında Yeh ve arkadaşları tarafından analiz edildi ve bunlara Bragg fiberleri denildi. Şekil 4.17b'deki gibi 2D periyodik kılıflar, 1998 yılında Knight tarafından tanımlandı. En genel kullanılan model, fiber uzunluğu boyunca uzanan hava boşluklarının periyodik düzeni olan, boşluk fiberlerdir (Gedik ve Topuz, 2006; Joannopoulos, et al., 2008).

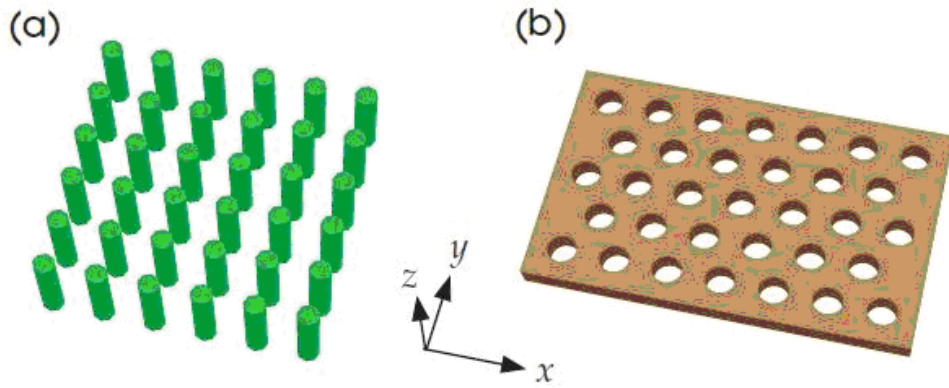


Şekil 4.17 Fotonik kristal fiberlere üç örnek a) Bragg fiber, 1D periyodik kılıflı tabakalar, b) 2D periyodik yapı (hava boşluklarının üçgen örgüsü ya da boşluk fiber) bir bant aralığı ile dolgulı boşlukta sınırlandırılmış ışık, c) Kılavuzlama indisi ile katı boşluk içinde sınırlandırılmış ışık, boşluk fiber (Joannopoulos, et al., 2008)

Diğer bir model, çekirdek çevresinde düşük indisli kılıfın etkisinden ziyade onun bant aralığında çalışmayan periyodik yapılardaki indis rehberli fotonik kristal fiberdir. Bunlar, Şekil 4.17c'deki katı-çekirdek delikli fiber yapılardır. Bu yönde, genellikle optik sınırlamaya büyük bir engel olan katı fiber materyallerle mümkün olandan daha yüksek dielektrik sabiti elde edilebilir.

4.8 Fotonik Kristal Levhalar

Sonlu incelikteki iki boyutlu periyodik yapılar fotonik kristal plakalar ya da düzlemsel fotonik kristaller olarak bilinirler (Şekil 4.18): Şekil 4.18a hava içindeki kare örgülü dielektrik çubuklar ve Şekil 4.18b dielektrik içindeki üçgen örgülü hava boşlukları (Joannopoulos, et al., 2008).



Şekil 4.18 2D periyodik fotonik kristal levhalara örnekler (xy yönünde) ve z yönünde düşey kılavuzlama İndisi; a) Çubuk levha, hava içindeki dielektrik çubukların kare örgüsü, b) Delik levha, bir dielektrik levha içindeki hava boşluklarının üçgen örgüsü (Joannopoulos, et al., 2008).

4.9 Fotoniklerin Üretimi

Fotonik kristaller doğal olarak doğada da mevcuttur. Bunun yanı sıra bazı yöntemlerle de üretilebilirler. Son yıllardaki yoğun çalışmalar kısa dalga boyları için 3D fotonik kristallerin elde edilmesine odaklandı. Fotonik kristallerde yasak frekans aralığının oluşmasını gerçekleştirmek amacıyla dikkat edilmesi gereken noktalar vardır. Bir fotonik kristalin tam bir bant aralığı oluşturması, bunun 3D ta periyodik olan aşırı derecede gözenekli yapılardan oluşması, yüksek kırılma indisine sahip olması ve üzerine gönderilen ışığı da en az oranda soğurması gerekir. Bu özelliklerde bir fotonik kristalin elde edilmesinde de çeşitli güçlükler ortaya çıkmaktadır. Elde etme yöntemleri içinde nanouyum, litografi, 3D halografi yaygın olarak kullanılmaktadır. Bunun yanı sıra daha makro ölçekte kimyasal yöntemler de bir alternatif üretim tekniği olarak ortaya çıkmaktadır.

Kimyasal oluşturma yöntemlerinin en önemlisi koloidal kristallerdir. Koloidal; yapışkan bir yapıda ve içinde erimeyen parçacıklar bulunan malzeme yapısına verilen addır. Koloidal çözelti ise, gözle veya normal mikroskopla bakıldığında homojen çözelti görünmesine rağmen, ultramikroskopla bakıldığında heterojen özellikteki çözeltilerdir.

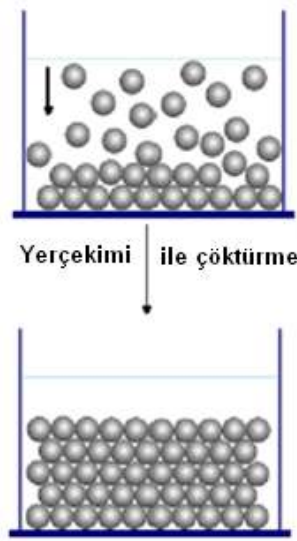
Bu kristaller, silisyum ve polimer gibi dielektrik malzeme içerisinde düzenli kristal sıraları ortaya koyarlar. Bu yapılar doğal olarak da mevcuttur. Böyle bir dizilme sonucu oluşturulan malzeme, opal (saydam) malzeme adını alır.

Bu kimyasal metotların hepsinde de küçük kürecikler, kusursuz gözenekleri oluşturmak için bir araya getirilir. Sonra arasındaki boşlukları doldurmak üzere sıvı konulur, kabın kenarlarına bir potansiyel farkı uygulanarak yerleşim iyice düzenlenir ve potansiyel kaldırılarak, sıvının katılaşması sonucunda, gözenekli malzeme elde edilir.

Bunların paralelinde kimyasal katkılar makroskopik uzunluk ölçeği üzerinde 3D periyodik yapıları elde etmek için daha hızlı ve daha basit yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden bazıları şunlardır (Bai, 2006);

4.9.1 Yerçekimi ile çöktürme

PMMA (Polimetil metakrilat koloidal) kristali süspansiyon haline getirilerek oda sıcaklığında açık deney şişesi içine bırakılır. Belli bir süre sonra koloidal süspansiyon içindeki su buharlaşır. Daha sonra koloidal kristal hava ortamına kuruması için bırakılır. Bu süre zarfında da yerçekimi ile çökme gerçekleşir (Waterhouse, et al., 2006).



Şekil 4.19 Yerçekimi ile çöktürme (Bai 2006)

4.9.2 Santrifüjleme

PMMA koloidal süspansiyonu plastik tüplere doldurularak santrifüjlenir. Su üstünde yüzenler dikkatlice toplanarak geride kalanlar hava ortamında ve oda sıcaklığında kurutulmaya bırakılır. Sonuçta koloidal kristal elde edilmiş olunur.

4.9.3 Akış kontrollü düşey kaplama metodu

Bu metot, morötesi-görünür bölge (UV-Visible) geçiş ölçümleri için cam mikroskopları üzerindeki ince PMMA kolloidal kristallerini tortullaştırmak için kullanılır.

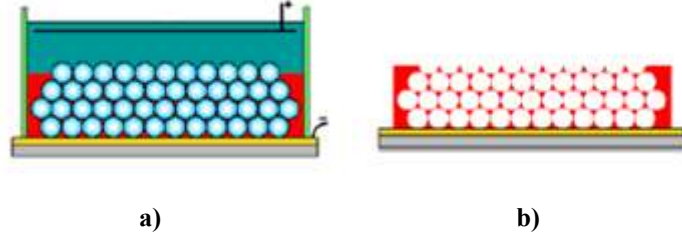
Bu metotlardan üretim süreleri dikkate alındığında, daha kısa olan santrifüj ve akış kontrollü düşey kaplama metodu tercih edilebilir (Waterhouse, et al., 2006).

4.9.4 Filtreleme

Ters opal (saydam) yarıiletken yapının yüksek kırılma indisi nedeniyle optik dalga boyunda tam bir bant aralığı oluşturabileceği düşünülür. Opallerin sentezlenmesinden sonra, opaldeki küreler arasındaki boşluklar içine yarıiletken malzeme filtreleme yoluyla doldurulur. Bu işlemden sonra opaller geri çıkarılırsa oluşan malzeme ters opal adını alır.

4.9.5 Kimyasal metot

Elektrokimyasal metotlar ters opal yarıiletken fotonik kristallerin sentezlenmesinde kullanılırlar. Opal şablonları katot olarak çalıştırmak için opaller genellikle indiyum tin oksit (ITO) iletken cam taban (substrate) olarak kullanılır (Şekil 4.20). Daha sonra CdSe gibi II-VI yarıiletkenler çözelti opalin boşlukları içine bırakılır. Bu bırakılma süreci, sırasıyla opalin tepesinden altına kadar devam eder.



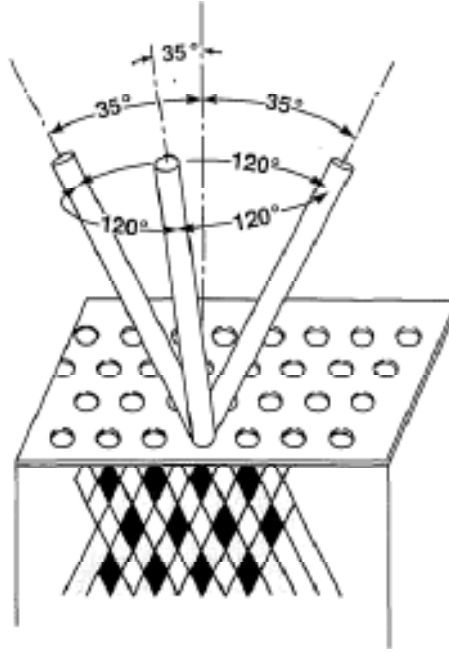
Şekil 4.20 a) Potansiyel uygulandığı durum, b) Potansiyel kaldırıldığı durum (Bai 2006)

Şekil 4.20 elektrokaplama (electrodeposition) metodu opal şablonların tam dolu olması nedeniyle ters opal üretimi için etkili bir metottur.

Birçok yüksek kırılma indisli II-VI, III-V ve IV grubu yarıiletken materyaller elektrokaplama yapılabilir. Örneğin Branun ve arkadaşları CdSO_4 , H_2SO_4 ve SeO_2 den CdSe 'un ters opalini elde etmiştir. Ayrıca yarıiletken ZnO ters opal yapı elde edebilmek için elektrokaplama yapılabilir (Bai 2006; Bush et al., 2004).

Sonuç olarak; Kızılötesi ve görünür ışık dalga boyunda 3D lu banda sahip, fotonik kristallerin üretimi için, ters opaller çok ekonomik bir yoldur. Yukarıdaki metotlarla yüksek kırılma indisli ters opaller fotonik kristaller için malzeme sağlarlar (Bai 2006).

Bir dielektrik malzeme içerisinde üç boyutlu periyodik hava kanalları oluşturmak da mümkündür. Bunun için çok ince ve hassas matkap uçlarıyla malzeme delinerek bu oluşum sağlanır. Bu malzeme işleme olayı, bir fcc yapı ortaya koyacak şekilde ayarlanır (Şekil 4.21).



Şekil 4.21 Dielektrik bir malzemede oluşturulan hava kanalları (Yablonovitch, 1993)

Bir materyal plaka, üçgen boşluk düzeninden meydana gelen maske ile kaplanır. Bu maskenin kırılma indisi $n \approx 3.06$ dır. Her boşluk normalden 35.26° ve güney açısından 120° açıklıktan üç kez delinir. Bu deliklerin çapı $\approx 6mm$ dir. Plaka yüzeyinin altında boşlukların çaprazlanması sonucu üç boyutlu periyodik birim hücreli fcc yapı üretilmiş olunur (Yablonovitch, 1993).

BÖLÜM 5

SONLU FARK ZAMAN BÖLGESİ (FDTD) METODU

5.1 Maxwell Denklemlerinin Sonlu Fark Yazılımı

İzotropik ortamda Maxwell denklemleri olan (3.3,3.4 ve 3.18) denklemleri

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \vec{\nabla} \times \vec{H} = -\vec{J} \quad (5.2)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (5.3)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (5.4)$$

şeklinde düzenlenebilir. Burada J , μ ve ε uzay ve zamanın bir fonksiyonu olsun. Kartezyen koordinat sisteminde, (5.1) ve (5.2) denklemlerinin her iki tarafındaki bileşenleri

$$-\frac{\partial B_x}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (5.5)$$

$$-\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (5.6)$$

$$-\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - J_x \quad (5.8)$$

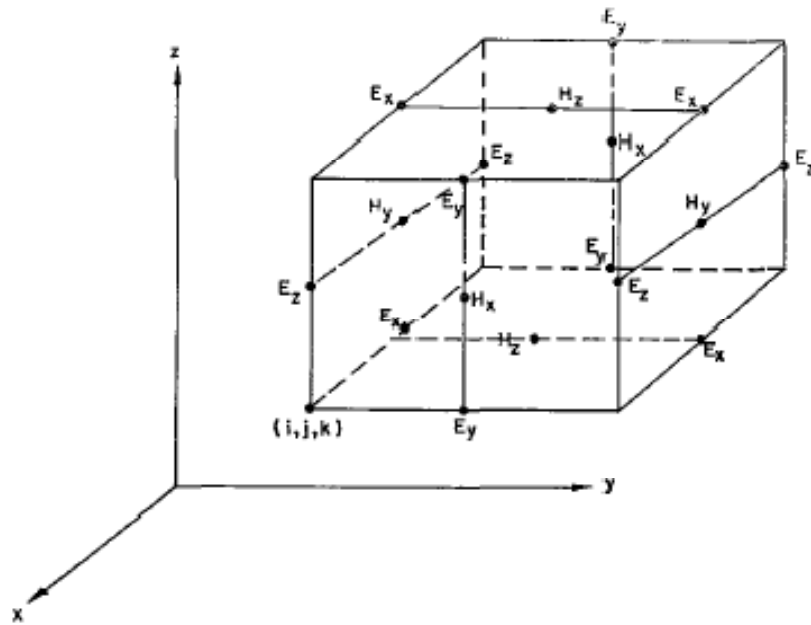
$$\frac{\partial D_y}{\partial t} = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - J_y \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial D_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - J_z \quad (5.10)$$

şeklinde eşitlenerek skaler denklemler elde edilir.

5.2 Sınır Şartları, Kafes (Grid) Ölçüsü ve Kararlılık Kriteri

Bu denklemlerin çözülebilmesi için, uygun bir küp ve bunun üzerinde de E ve H alanları için kafes noktalar seçilir (Şekil 5.1).



Şekil 5.1 Değişik alan bileşenlerinin konumları.

Kusursuz bir iletkende uygun sınır şartları dikkate alındığında teğetsel elektrik alan bileşenleri yer almaz. Manyetik alanın normal bileşenleri de yüzey ortasında ortadan kalkar. Koordinat sistemine paralel olan küpün yüzeylerinin bir araya gelmesiyle iletken yüzey ortaya konulur.

Uzay kafes boyutu, elektromanyetik alanda önemli bir değişim oluşturmayacak şekilde bir artış olmalıdır. Bu şu anlama gelir; anlamlı sonuçlara ulaşmak için kafesin lineer boyutu sadece dalga boyunun bir kesri kadar olmalıdır. Artış miktarları

$\Delta x = \Delta y = \Delta z$ şeklinde eşit olarak alınabilir. Kararlılığı sağlamak amacıyla, Δt zaman artışı ve uzay artışı arasında uygun bir ilişki kurulmalıdır.

ε ve μ değişken olduğu zaman denge kriterini elde etmek zordur. Fakat, ε ve μ izotropik oldukları için

$$\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} > c\Delta t = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}} \Delta t \quad (5.11)$$

yazılabilir. Eğer c_{max} ilgili bölgede max ışık hızı ise, bu ifade;

$$\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} > c_{max}\Delta t \quad (5.12)$$

şeklinde ifade edilir. (5.12) denkleminde Δx , Δy ve Δz için Δt de bir kısıtlama getirmektedir.

5.3 İki Boyutta Maxwell Denklemleri

2D ta bir saçılma problemi düşünelim. Alan bileşenlerinin z koordinatında bağlı olmadığını varsayarak ε ve μ 'yü sabit ve $J \equiv 0$ olarak alalım.

Bir dalga bu iki boyutlu sisteme gönderilsin. Bu gelen dalga engel ile karşılaştıktan sonra saçılır. Engel, dalganın lineer boyutunun birkaç dalga boyunda olmalıdır. Ayrıca ε ve μ nün sabit olduğu durum için, elektromanyetik dalgayı TE ve TM şeklinde iki kısma ayırarak basitleştirebiliriz. Ayrılan bu kısımlar elektromanyetik dalganın enine elektrik (TE) ve enine manyetik (TM) modunu oluştururlar. Bunları;

1) Enine elektrik dalga (TE)

$$H_x = H_y = 0, \quad E_z = 0$$

$$-\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}, \quad \varepsilon \frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{\partial E_x}{\partial t}, \quad -\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (5.13)$$

2) Enine manyetik dalga (TM)

$$E_x = E_y = 0, \quad H_z = 0$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}, \quad \mu \frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{\partial E_z}{\partial y}, \quad \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (5.14)$$

şeklinde elde edelim. Eğer kafes boyutları dalga boyu ile karşılaştırıldığında küçükse, anlamlı sonuçlara yaklaşılması beklenir.

$$\tau = ct = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}} t \quad (5.15)$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = 376,7 \quad (5.16)$$

olduğunda TE ve TM dalgaları için sonlu diferansiyel denklemleri yazılabilir.

TE dalgalar

$$H_z^{n+1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2} \right) = H_z^{n-1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{Z} \frac{\Delta\tau}{\Delta x} \left[E_y^n \left(i + 1, j + \frac{1}{2} \right) - E_y^n \left(i, j + \frac{1}{2} \right) \right] + \frac{1}{Z} \frac{\Delta\tau}{\Delta y} \left[E_x^n \left(i + \frac{1}{2}, j + 1 \right) - E_x^n \left(i + \frac{1}{2}, j \right) \right] \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned}
E_x^{n+1}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) &= E_x^n\left(i + \frac{1}{2}, j\right) \\
&+ Z \frac{\Delta\tau}{\Delta y} \left[H_z^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) - H_z^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}\right) \right]
\end{aligned} \tag{5.18}$$

$$E_y^{n+1}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) = -Z \frac{\Delta\tau}{\Delta x} \left[H_z^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) - H_z^{n+1/2}\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) \right] \tag{5.19}$$

TM Dalgalar

$$\begin{aligned}
E_z^{n+1}(i, j) &= E_z^n(i, j) \\
&+ Z \frac{\Delta\tau}{\Delta x} \left[H_y^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) - H_y^{n+1/2}\left(i - \frac{1}{2}, j\right) \right] \\
&- Z \frac{\Delta\tau}{\Delta y} \left[H_x^{n+1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) - H_x^{n+1/2}\left(i, j - \frac{1}{2}\right) \right]
\end{aligned} \tag{5.20}$$

$$\begin{aligned}
H_x^{n+1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) &= H_x^{n-1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) \\
&- \frac{1}{Z} \frac{\Delta\tau}{\Delta y} \left[E_z^n(i, j + 1) - E_z^n(i, j) \right]
\end{aligned} \tag{5.21}$$

$$\begin{aligned}
H_y^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) &= H_y^{n-1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) \\
&+ \frac{1}{Z} \frac{\Delta\tau}{\Delta x} \left[E_z^n(i + 1, j) - E_z^n(i, j) \right]
\end{aligned} \tag{5.22}$$

(Yee, 1996; Yasumoto, 2006).

6. SONUÇ ve TARTIŞMA

Fotonik kristaller ışığın kontrolünü ve davranışını elinde tutma yeteneğine sahip olması nedeniyle malzeme biliminin yeni bir alanı olarak ortaya çıkmaktadır. Bunun için Maxwell denklemleri ve malzemede oluşturulan modlar arasında kurulan ilişki bu alanda büyük yenilikler açmaktadır. Yapılan çalışmalar deneysel olduğu kadar bilgisayar ortamında simülasyonla da devam etmektedir.

Maxwell denklemleri mikro yapılarda boş uzaydakinden daha farklı durumlar ortaya koyar. Fotonik kristaller periyodik yapıya sahip dielektrik ortamlardır. Periyodik dielektrik ortamlar, elektromanyetik dalgaların bazı frekanslarda geçişini sınırlandırırken bazı frekanslarda da geçişe izin vermektedir. Genellikle, yapı boyunca ışığın yayılmadığı bir frekans alanı olan fotonik bant aralığına sahiptirler (Steven and Joannopoulos, 2003). Dielektrik ortamlardaki bu yasak frekans bölgeleri yasak frekans bandı olarak adlandırılır ve ışığın geçmesini engeller. Böyle bir durum ışığın kontrol edilmesini mümkün kılar ki bu da araştırmacılar için yeni alanlar oluşturmaktadır.

Geometrik yapılarından farklı olarak fotonik kristallerin özelliklerine etki eden esas parametreler dielektrik sabiti ve doluluk kesridir. Periyodik yapıya sahip dielektrik materyallerde yayılan elektromanyetik dalgalar ile yarıiletkenlerdeki elektron dalgalarının birçok özelliği ortaktır.

2D ve 3D fotonik kristallerin gelecek vaat eden uygulamalarının birçoğu fotonik bant genişliğine bağlıdır. Bu bant genişliği değiştirilerek bant filtreleri yapmak mümkün olmaktadır. Bu özelliklerinden dolayı optoelektronikte, data belleklerinde, kimyasal ve biyokimya alanlarında önemli rol oynar (Ma, and et. al., 2007).

Fotonik kristaller doğal olarak bulunabildiği gibi yapay ve kimyasal olarak da üretilmektedir. Bu üretimlerde en önemli husus yapının fcc olarak teşekkül etmesidir. Çünkü bunun BZ yapısı küreselliğe en yakın olan yapıdır.

Bundan sonraki araştırmaların yönü de fotonik bant aralığının oluşmasına izin veren fotonik kristallerin üretimidir (Glushko and Karachevtseva, 2006).

KAYNAKLAR

- Ashcroft, N. W. and Mermin, N. D., 1987, Solid state Physics, Everbest printing Co. Ltd., 826p.
- Bai, L., 2006, Fabrication of Inverse Opal Semiconductor Photonic Crystals, The University of Alabama Department of Chemistry, 14p.
- Bueche, F.J. ve Jerde, D. A., 2000, Fizik İlkeleri2, (Çev. Prof. Dr. K. Çolakoğlu), Ankara Palme Yayıncılık, Cilt2, 905s.
- Bush K. and Lölkes S. and Wehrspohn R.B. and Föll H., 2004, Photonic Crystals, Wiley-Vch Verlag GmbH & Co. KGaA, 354p.
- Cheng, D. K., 1989, Field and wave electromagnetics, Reading, Mass: Addison-Wesley, 703p.
- Durdu, G., 2002, A Two-Dimensional Photonic Crystal For Surface Temperature Mapping, Sabancı University, 1-60p.
- Gedik, E., Topuz, E., 2006, Double Core Photonic Crystal Fiber, Istanbul University, 394-398p.
- Gürünlü, H., 2005, Kübik GaN (001) Yüzeyinin Elektronik Yapısı, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 84p.
- Glushko, A. and Karachevtseva, L., 2006, PBG properties of three-component 2D photonic crystals, Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications4, 141-145p.
- Griffiths, J. D., 1996, Elektromagnetik Teori, (Çev. B. Karaoğlu), Arte Bilgi Tek Yayıncılık, 404s.
- Ibach, H. and Lüth H., 1996, Solid-State Physics, An Introduction to Principles of Materials Science (Second ed.). Springer-Verlag

KAYNAKLAR (Devam)

- Joannopoulos, J. D. et al., 2008, Photonic Crystals: Molding the Flow of Light, Princeton University Pres, 1-286p.
- Kittel, C., 1996, Katıhal Fiziğine Giriş, (Çev. B. Karaoğlu), İstanbul Bilgi Tek Yayıncılık, 434s.
- Leminger, O., 2002, Wave-vector diagrams for two-dimensional photonic crystals, Kluwer Academic Publishers, Optical and Quantum Electronics, 34: 435-443p.
- Ma, X. and Li, B. and Chaudhari, B. S., 2007, Fabrication and annealing analysis of three-dimensional photonic crystals, Applied Surface Science 253, 3933-3936p.
- Mckelyev, J. P., 1966, Solid State and Semiconductor Physics, Harper & Row, New York Evanston & London, and John Weatherhill, Inc., Tokyo, 512p.
- Nagesh, E.D.V. and Subramanian, V. and Sivasubramanian, V. and Murthy, V. R. K., 2006, Numerical study of the effect of permeability on square and triangular microwave band gap structures, Physica B 382, 45-50p.
- Rahachou, A., 2007, Theoretical studies of light propagation in photonic and plasmonic devices, Linköping Studies in Science and Technology Doctoral Dissertation No.1115, 1-68p.
- Reazai, B. and Kalafi, M., 2007, Absolute band gap engineering of anisotropic square and triangular photonic crystals, Materials Science in Semiconductor Processing 10, 159-166p.
- Serway, Raymond A., 1995, Fizik, (Çev. K. Çolakoğlu), Ankara Palme Yayıncılık, Cilt1, 623s.
- Serway, Raymond A., 1996, Fizik, (Çev. K. Çolakoğlu), Ankara Palme Yayıncılık, Cilt2, 1099s.

KAYNAKLAR (Devam)

- Soukoulis, M. C., 2000, Photonic Crystals and Light Localization in the 21st Century, Kluwer Academic Publishers, 605p.
- Steven, G. J. and Joannopoulos, J. D., 2003, Introduction to Photonic Crystals: Bloch's Theorem, Band Diagrams, and Gaps (But No Defects), MIT, 16p.
- Tkeshelashvili, L. and Niegemann, J. and Pereira, S. and Busch, K., 2006, Nonlinear wave interaction in photonic band gap materials, Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications4, 75-88p.
- Waterhouse, G. I. N. and Waterland, M. R., 2006, Opal and inverse opal photonic crystals: Fabrication and Characterization, Polyhedron26, 356-368p.
- Yablonovitch, E., 1990, Photonic Band Structure, Analogies in Optics and micro Electronics, Kluwer Academic Publishers, 117-133p.
- Yablonovitch, E., 1993, Photonic Band-gap structures, Opt. Soc. Am. B. Vol.10, No.2, 283-295p.
- Yasumoto, K., 2006, Electromagnetic Theory and Applications for Photonic Crystals, Taylor&Francis Group, LLC, 448p.
- Yee, K. S., 1996, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media, IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol.ap-14, 302-307p.