

Ölçüm Hatalı Modellerde Doğrusal Regresyon Tekniklerinin Karşılaştırılması

— Monte-Carlo Simülasyon Çalışması —

Sinan Saraçlı

**DOKTORA TEZİ**

İstatistik Anabilim Dalı

Mayıs 2008

Comparison of Linear Regression Techniques in Measurement Error Models  
— Monte-Carlo Simulation Study —

Sinan Saraçlı

**DOCTORAL DISSERTATION**

Department of Statistics

May 2008

Ölçüm Hatalı Modellerde Doğrusal Regresyon Tekniklerinin Karşılaştırılması

— Monte-Carlo Simülasyon Çalışması —

Sinan Saraçlı

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca

İstatistik Anabilim Dalı

Uygulamalı İstatistik Bilim Dalında

DOKTORA TEZİ

Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Doç.Dr. Veysel Yılmaz

Mayıs 2008

Sinan SARAÇLI'nın DOKTORA tezi olarak hazırladığı “Ölçüm Hatalı Modellerde Doğrusal Regresyon Tekniklerinin Karşılaştırılması -Monte-Carlo Simülasyon Çalışması-” başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Üye : Doç.Dr. Veysel YILMAZ

Üye : Prof.Dr. Emel ŞIKLAR

Üye : Doç.Dr. İsmet DOĞAN

Üye : Doç.Dr. Zeki YILDIZ

Üye : Doç.Dr. Birdal ŞENOĞLU

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ..... tarih ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Nimetullah BURNAK

Enstitü Müdürü

## ÖZET

Bu çalışmada, bağımlı ve bağımsız değişkenin her ikisinin de ölçüm hatası içerdiği durumda aralarındaki ilişkinin modellenmesinde kullanılan doğrusal regresyon teknikleri incelenmiştir. Klasik regresyonda yaygın olarak kullanılan En Küçük Kareler (EKK) yaklaşımı, hata teriminin kaynağının sadece bağımlı değişken olduğunu varsayar. Modeldeki bağımsız değişkenin de ölçüm hatası içerebileceğini varsayan regresyon teknikleri, Tip II regresyon teknikleri olarak adlandırılmaktadır. Ölçüm hatalı modellerde, bağımsız değişken de ölçüm hatası içerebileceğinden, bu gibi durumlarda Tip II regresyon teknikleri daha uygun olabilmekte ve daha iyi sonuçlar verebilmektedir. Özellikle Biyokimyada, metot karşılaştırma çalışmalarında, yeni geliştirilen bir metodun, mevcut metoda alternatif olarak kullanılıp kullanılmayacağına karar verilirken de Tip II regresyon teknikleri büyük bir önem teşkil etmektedir.

Matlab paket programı ile Monte-Carlo simülasyon çalışmasının yapıldığı bu çalışmada, farklı dağılış biçimlerinde, farklı örneklem büyüklüklerinde ve veri setinin aykırı değer içerip içermediği durumlarda, kurulan gerçek modele karşı farklı regresyon teknikleri test edilmiştir ve sonuç olarak EKK-Açıortay tekniğinin tüm durumlarda en iyi sonuç verdiği gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Ölçüm Hatalı Modeller, Regresyon Analizi, Tip II Regresyon Teknikleri, Metot Karşılaştırma.

## SUMMARY

In this study, Linear Regression Techniques, while modeling the relations between the dependent and independent variables and when there is a measurement error in both variables, are examined. The Ordinary Least Squares (OLS) approach which is used widespread in classical regression, supposes that the only source of the error term is dependent variable. The regression techniques, which suppose that the independent variable in the model can also include a measurement error, are called as Type II regression techniques. In measurement error models, because the independent variable may include measurement error, in these conditions like this Type II regression techniques may be more appropriate and may give better results in these situations. In Clinical Chemistry in method comparison studies, to decide whether a new method, which is just developed, can be used as an alternative of the current method or not, also Type II regression techniques have a big importance.

In this study, by Monte-Carlo simulation via Matlab software, different distribution types, different sample sizes and either the data set include an outlier or not, the different regression techniques are tested for the real model and as a result it's observed that the EKK-Bisectional Technique gave the best result in all conditions.

Keywords: Measurement Error Models, Regression Analysis, Type II Regression Techniques, Method Comparison.

## TEŞEKKÜR

Çalışmalarında, gerek derslerimde ve gerekse tez çalışmalarında, bana danışmanlık ederek, beni yönlendiren ve her türlü olanağı sağlayan danışmanım sayın Doç.Dr. Veysel YILMAZ'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Akademik hayatımın başından bu güne kadar, yapıcı eleştirileri, maddi-manevi desteği, çalışmalarımı incelerken gösterdiği içtenlik, titizlik ve yol gösterici önerilerinden dolayı çok saygıdeğer hocam Prof.Dr. Emel ŞIKLAR'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İlk asistanı olduğum ve birçok şeyi kendisinden öğrendiğim, maddi ve manevi gücünü her zaman arkamda hissettiğim, bu tezin ortaya çıkmasında ve tez süresince yaptığı danışmanlıkla, bir türlü içinden çıkamadığım, tıkanıp zamanlarda cesaretimi artıran ve sonuca ulaşmamda en büyük paya sahip değerli hocam Doç.Dr. İsmet DOĞAN'a teşekkür ederim.

Her türlü bilimsel desteğinden dolayı sayın hocam Doç.Dr. Birdal ŞENOĞLU, iyi ki varsınız, iyi ki sizin gibi hocalar var. Saygılarımla teşekkür ederim.

Ve beni bu günlere getiren bazen üzdüğüm bazen sevindirdiğim, ama her zaman ve her durumda en büyük desteği aldığım değerli anneme, babama, aileme, ne kadar teşekkür etsem azdır.

Bu çalışmanın simülasyon kısmında bana yardımcı olan, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliğinden değerli arkadaşım Arş. Gör. Serhan YAVUZ'a, her türlü yardım ve desteklerinden dolayı İstatistik Bölümünden değerli hocam Doç.Dr. Zeki YILDIZ'a ve sevgili arkadaşlarım Arş.Gör.Dr. Arzu ALTIN ve Arş.Gör. Eray ÇELİK'e, İstatistik bilimini bana sevdiren, üzerimde sayısız emeği bulunan, istatistiğin annesi saygıdeğer hocam Prof.Dr. Necla ÇÖMLEKÇİ'ye ve emeği geçen diğer tüm arkadaşlarıma ve hocalarıma teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

|  | <u>Sayfa</u> |
|--|--------------|
| <b>ÖZET</b> .....  | v            |
| <b>SUMMARY</b> .....   | vi           |
| <b>TEŞEKKÜR</b> .....  | vii          |
| <b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....   | x            |
| <b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> .....   | xiii         |
| <b>KISALTMALAR DİZİNİ</b> .....  | xv           |
| <br>   |              |
| <b>1. GİRİŞ</b> .....  | 1            |
| <br>   |              |
| <b>2. ÖLÇÜM SİSTEMİ, ÖLÇME HATALARI VE HATA KAYNAKLARI..</b>   | 5            |
| 2.1. Ölçüm Sistemi ve Kavramlar .....  | 5            |
| 2.1.1. Verilerin Doğruluğu ve Duyarlılığı.....   | 5            |
| 2.1.2. Ölçüm Metotları.....  | 6            |
| 2.2. Ölçme Hataları, Sebepleri ve Çeşitleri.....   | 7            |
| <br>   |              |
| <b>3. METOT KARŞILAŞTIRMA, ÖLÇÜM HATALI MODELLER VE KULLANILAN DOĞRUSAL REGRESYON TEKNİKLERİ</b> ..... | 11           |
| 3.1. Metot Karşılaştırma Çalışmaları ve Karşılaşılan Ölçüm Hataları.....                               | 11           |
| 3.2. Tip I ve Tip II Regresyon Teknikleri.....   | 24           |
| 3.2.1. Tip I Regresyon Teknikleri.....   | 24           |
| EKK (En Küçük Kareler) tekniği.....  | 25           |
| En Küçük Kareler (Y X) regresyon tekniği.....  | 27           |
| En Küçük Kareler (X Y) regresyon tekniği.....  | 28           |
| Theil regresyon tekniği.....   | 30           |
| 3.2.2. Tip II Regresyon Teknikleri.....  | 31           |
| EKK açığortay tekniği.....   | 31           |



## İÇİNDEKİLER (devam)

|   | <u>Sayfa</u> |
|---|--------------|
| Majör eksen (Major Axis) ortogonal regresyon tekniği.....                 | 32           |
| İndirgenmiş majör eksen (Reduced Major Axis) (RMA) regresyon tekniği..... | 34           |
| Deming regresyon tekniği.....   | 35           |
| Optimal Deming regresyon tekniği.....                                     | 41           |
| Passing-Bablok regresyon tekniği.....                                     | 42           |
| York regresyon tekniği.....   | 44           |
| Optimal York regresyon tekniği.....                                       | 47           |
| 3.2.3. Doğrusallık Testi.....   | 48           |
| <b>4. SİMÜLASYON VE SİMÜLASYON SONUÇLARI.....</b>                         | <b>52</b>    |
| 4.1. Simülasyon Aracılığı ile Veri Türetilmesi.....                       | 53           |
| 4.2. Simülasyon Sonuçları.....  | 54           |
| <b>5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA .....</b>                                      | <b>86</b>    |
| <b>KAYNAKLAR DİZİNİ.....</b>  | <b>90</b>    |
| <b>Ek1</b>  |              |
| <b>Ek2</b>  |              |
| <b>ÖZGEÇMİŞ</b>   |              |

## ŞEKİLLER DİZİNİ

| <b><u>Sekil</u></b>  | <b><u>Sayfa</u></b> |
|--|---------------------|
| 3.1. Metot karşılaştırma çalışmalarında göz önünde bulundurulması gereken hatalar .....  | 13                  |
| 3.2. Metot karşılaştırma çalışmalarında karşılaşılan “Rassal Hata”nın grafiksel gösterimi.....   | 15                  |
| 3.3. Metot karşılaştırma çalışmalarında karşılaşılan “Sabit Hata”nın grafiksel gösterimi .....   | 15                  |
| 3.4. Metot karşılaştırma çalışmalarında karşılaşılan “Oransal Hata”nın grafiksel gösterimi .....   | 16                  |
| 3.5. Gözlem değerleri ile kurulan regresyon denkleminin ilişkin genel gösterim.....  | 25                  |
| 3.6. E.K.K.(Y X) tekniğinde ele alınan hatalara ilişkin grafik .....   | 27                  |
| 3.7. E.K.K.(X Y) tekniğinde ele alınan hatalara ilişkin grafik.  | 28                  |
| 3.8. Ortogonal Regresyon (OR) tekniğinde minimize edilmek istenilen hata miktarı .....   | 33                  |
| 3.9. RMA Ortogonal regresyon tekniğinde minimize edilmek istenilen hata miktarı .....  | 35                  |
| 3.10. Deming Regresyon Tekniğinde ele alınan model grafiği .....   | 38                  |
| 3.11. Deming regresyon yönteminde ele alınan artıkların dağılımına ilişkin grafik.....   | 38                  |
| 4.1. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları...   | 68                  |
| 4.2. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları...  | 68                  |
| 4.3. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları....   | 69                  |
| 4.4. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50, 100 ve 200 birim büyüklüklerinde ve aykırı değer içermeyen veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik..... | 69                  |
| 4.5. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.....  | 70                  |

## ŞEKİLLER DİZİNİ (Devam)

| <u>Sekil</u>   | <u>Sayfa</u> |
|--|--------------|
| 4.6. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.....   | 70           |
| 4.7. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.....   | 71           |
| 4.8. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50, 100 ve 200 birim büyüklüklerinde ve aykırı değer içeren veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik.....      | 71           |
| 4.9. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları...  | 72           |
| 4.10. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları   | 72           |
| 4.11. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları   | 73           |
| 4.12. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50, 100 ve 200 birim büyüklüklerinde ve aykırı değer içermeyen veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik..... | 73           |
| 4.13. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.....  | 74           |
| 4.14. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.....   | 74           |
| 4.15. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.....   | 75           |
| 4.16. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50, 100 ve 200 birim büyüklüklerinde ve aykırı değer içeren veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik.....    | 75           |
| 4.17. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları...   | 76           |
| 4.18. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları   | 76           |

## ŞEKİLLER DİZİNİ (Devam)

| <b><u>Sekil</u></b>  | <b><u>Sayfa</u></b> |
|--|---------------------|
| 4.19. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları   | 77                  |
| 4.20. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50, 100 ve 200 birim büyüklüklerinde ve aykırı değer içermeyen veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik..... | 77                  |
| 4.21. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.....  | 78                  |
| 4.22. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.....   | 78                  |
| 4.23. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.....   | 79                  |
| 4.24. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50, 100 ve 200 birim büyüklüklerinde ve aykırı değer içeren veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik.....    | 79                  |
| 4.25. 50 birim büyüklüğünde, farklı dağılım biçimindeki veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik.....   | 80                  |
| 4.26. 100 birim büyüklüğünde, farklı dağılım biçimindeki veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik.....  | 80                  |
| 4.27. 200 birim büyüklüğünde, farklı dağılım biçimindeki veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik.....  | 81                  |

## ÇİZELGELER DİZİNİ

| <u>Cizelge</u>   | <u>Sayfa</u> |
|--|--------------|
| 4.1. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.....                              | 54           |
| 4.2. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.....                             | 55           |
| 4.3. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.....                             | 55           |
| 4.4. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içermeyen farklı örneklem büyüklüklerindeki veri setleri için Hata Kareler Ortalaması değerleri.....   | 56           |
| 4.5. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.....                                 | 56           |
| 4.6. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.....                                | 57           |
| 4.7. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.....                                | 57           |
| 4.8. 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içeren farklı örneklem büyüklüklerindeki veri setleri için Hata Kareler Ortalaması değerleri.....      | 58           |
| 4.9. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.....                             | 58           |
| 4.10. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.....                           | 59           |
| 4.11. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.....                           | 59           |
| 4.12. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içermeyen farklı örneklem büyüklüklerindeki veri setleri için Hata Kareler Ortalaması değerleri..... | 60           |
| 4.13. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.....                               | 60           |
| 4.14. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.....                              | 61           |
| 4.15. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.....                              | 61           |

## ÇİZELGELER DİZİNİ (Devam)

| <u>Cizelge</u>   | <u>Sayfa</u> |
|--|--------------|
| 4.16. 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içeren farklı örneklem büyüklüklerindeki veri setleri için Hata Kareler Ortalaması değerleri         | 62           |
| 4.17. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.....                            | 62           |
| 4.18. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.....                           | 63           |
| 4.19. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.....                           | 63           |
| 4.20. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içermeyen farklı örneklem büyüklüklerindeki veri setleri için Hata Kareler Ortalaması değerleri..... | 64           |
| 4.21. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.....                               | 64           |
| 4.22. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.....                              | 65           |
| 4.23. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.....                              | 65           |
| 4.24. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içeren farklı örneklem büyüklüklerindeki veri setleri için Hata Kareler Ortalaması değerleri.....    | 66           |
| 4.25. 50 birim büyüklüğünde ve farklı dağılım biçimindeki veri seti için simülasyon sonuçlarında elde edilen Hata Kareler Ortalaması değerleri.....                    | 66           |
| 4.26. 100 birim büyüklüğünde ve farklı dağılım biçimindeki veri seti için simülasyon sonuçlarında elde edilen Hata Kareler Ortalaması değerleri.....                   | 67           |
| 4.27. 200 birim büyüklüğünde ve farklı dağılım biçimindeki veri seti için simülasyon sonuçlarında elde edilen Hata Kareler Ortalaması değerleri.....                   | 67           |
| 4.28. Simülasyon Sonuçları İçin Özet Tablo (Dağılım biçimine göre sıralı)  | 82           |
| 4.29. Simülasyon Sonuçları İçin Özet Tablo (Örneklem büyüklüğüne göre sıralı).....   | 84           |

## KISALTMALAR DİZİNİ

| <b><u>Kısaltma</u></b> | <b><u>Anlamı</u></b>   |
|------------------------|--|
| <b>DEMING</b>          | Deming Regresyon Tekniği.  |
| <b>EKK AO</b>          | EKK(XY) ve EKK(YX)'in açıortayının alınması sonucunda elde edilen EKK- Açıortay Regresyon Tekniği. |
| <b>EKK(XY)</b>         | X'in bağımlı, Y'nin bağımsız değişken olarak ele alındığı EKK Regresyon Tekniği.                   |
| <b>EKK(YX)</b>         | Y'in bağımlı, X'nin bağımsız değişken olarak ele alındığı EKK Regresyon Tekniği.                   |
| <b>MSE</b>             | Hata Kareler Ortalaması (HKT, Mean Square Error, MSE).   |
| <b>OPT-DEMING</b>      | Optimal Deming Regresyon Tekniği.  |
| <b>OPT-YORK</b>        | Optimal York Regresyon Tekniği.  |
| <b>ORTOGONAL</b>       | Ortogonal (OR, Majör Eksen, MA) Regresyon Tekniği.   |
| <b>PAS-BAB</b>         | Passing-Bablok Regresyon Tekniği.  |
| <b>RMA</b>             | RMA (Reduced Major Axis, İndirgenmiş Majör Eksen) Regresyon Tekniği.                               |
| <b>T~4</b>             | 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış veri seti   |
| <b>T~4-A</b>           | 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içeren veri seti.                       |
| <b>T~10</b>            | 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış veri seti  |
| <b>T~10-A</b>          | 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içeren veri seti.                      |
| <b>T~30</b>            | 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış veri seti  |
| <b>T~30-A</b>          | 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içeren veri seti                       |
| <b>THEIL</b>           | Theil Regresyon Tekniği.   |
| <b>YORK</b>            | York Regresyon Tekniği.  |

## BÖLÜM 1

### GİRİŞ

En Küçük Kareler (EKK) tekniğinin varsayımları, özellikle deneysel çalışmalar söz konusu olduğunda, sağlanamamakta ve amaca uygun olmamaktadır. Bu gibi durumlarda daha sağlıklı sonuçlar verebilecek alternatif regresyon tekniklerini kullanmak doğru olacaktır.

Klinik çalışmalarda, ele alınan iki yöntem arasındaki uyumu araştırmada her zaman bilinen klasik regresyon tekniklerinden yararlanmak doğru sonuçlar vermemektedir. Ele alınan iki teknikle yapılan ölçümler dikkate alındığında, tekniklerden herhangi birisi bağımlı, diğeri bağımsız değişken olarak düşünüldüğünde, klasik regresyon varsayımına göre bağımsız değişkenin herhangi bir ölçüm hatası içermediği, ortaya çıkan hataların bağımlı değişkenden kaynaklandığı varsayılmaktadır. Oysa ele alınan bu iki teknikle yapılan ölçümlerin ikisi de aslında bir miktar hata içermektedir. İşte bu düşünce dikkate alınarak, yani her iki gözlem değişkeninin de hata içerdiği düşünülerek kurulan regresyon modelleri, Literatürde Tip II regresyon modelleri olarak ifade edilmektedir.

“Metot Karşılaştırma” ifadesinden anlaşılması gereken, bir klinik araştırmada ele alınan iki klinik tekniğin birbirine uyumu ve referans tekniğe alternatif olarak sunulabilecek olan tekniğin geçerliliğini hatta üstünlüğünü araştırmaktır. Bu sayede yeni gelişmelere, dolayısıyla insan hayatında etkili ve faydalı olabilecek yeni tekniklerin ortaya çıkmasına olanak sağlamak amaçlanmaktadır. İki klinik ölçüm tekniğinin istatistiksel modellemesini yapmak ve karşılaştırmak için mutlaka bu teknikler aracılığı ile elde edilmiş verilere ihtiyaç vardır. Söz konusu teknikler aracılığı ile yapılan bu ölçümlerin ne kadar gerçekçi olduğu, istatistiksel ifade ile ne kadar doğru, yansız ve geçerli olduğu, elde edilen sonuçlara o oranda yansıtacaktır. Dolayısıyla yapılan ölçümlerin doğru olması gerekir. Ancak ölçüm tekniklerinin doğasından dolayı yapılan her ölçüm bir miktar hata içerecektir. Bilimsel yöntemlerle bu hatanın en aza indirgenmesi, hata kaynaklarının incelenerek, yapılabilecek bu hata sonucunda elde edilecek bulguların birtakım yanlışlıklara sebep olmaması için her iki teknikle yapılan



ölçüm hatalarının dikkate alınması, metot karşılaştırma çalışmalarında geçerli ve güvenilir sonuçlar elde edilmesi bakımından üzerinde önemle durulması gereken konulardan biridir.

Günümüze kadar yapılan metot karşılaştırma çalışmaları incelendiğinde, regresyon tekniklerinin bu çalışmalarda çok büyük bir yere ve öneme sahip olduğu dikkat çekmektedir. Ancak yukarıda da bahsedildiği üzere metot karşılaştırma çalışmalarında, mevcut her iki teknik ile yapılan ölçümlerin de hata içermesinin söz konusu olduğu düşünüldüğünde, klasik regresyon analizi yaklaşımının bu durumda geçerli bir sonuç vermesini beklemek yanlış olacaktır. İki teknik ile yapılan ölçüm sonuçlarından birincisi Y, ikincisi ise X ölçümleri olarak düşünüldüğünde, klasik regresyon teknikleri doğasından dolayı X tekniği ile yapılan ölçümlerin hata içermediğini, mevcut hatanın Y tekniğindeki gözlemlerden kaynaklandığını varsayacağı için, X tekniği ile yapılan ölçümlerde meydana gelebilecek hatalar dikkate alınmayacak ve dolayısıyla yanlış sonuçlara ulaşılabilecektir. Oysaki metot karşılaştırma çalışmalarında hangi tekniğin X, hangi tekniğin Y ölçüm değerlerine sahip olduğunun bir önemi yoktur. Her iki ölçüm tekniğindeki hataları da dikkate alan ve literatürde Tip II Regresyon Teknikleri olarak adlandırılan tekniklere başvurmak, yapılan metot karşılaştırma çalışmalarında daha gerçekçi sonuçlar elde edilmesine olanak verecektir.

Metot karşılaştırma üzerine yapılan regresyon çalışmaları incelendiğinde, bu konudaki en önemli çalışmanın, 1943 yılında Edwards Deming tarafından yapıldığı görülmektedir. Deming, 1943 yılında yazdığı “Statistical Adjustment of Data” isimli kitabında, EKK regresyon tekniğinin varsayım hatalarına dikkat çekmiş ve bağımsız değişken (X)’in de pratikte hata içermesinin söz konusu olabileceği üzerinde durmuştur.

Daha sonraki yıllarda yapılan çalışmalar, metot karşılaştırma çalışmalarının genellikle klinik araştırmalar üzerine olmasından dolayı biyokimya dergileri içerisinde yer almıştır. Metot karşılaştırma çalışmalarında regresyon analizinden başka, Bland-Altman Tekniği önemsenmesi gereken diğer bir yaklaşımdır. Bu teknikte verilerin dağılımı bir grafik üzerinde incelendikten sonra, konusunda uzman kişiler uyum sınırlarını belirleyerek iki metodun aynı amaç için kullanılıp kullanılmayacağına karar

verirler. Mevcut metot karşılaştırma çalışmalarında kullanılan hazır yazılımlar incelendiğinde, birçok yazılımın içerisinde Deming'in, Passing-Bablok'un ve Bland-Altman'ın tekniklerine yer verilmektedir.

Ölçme hataları ve ölçüm hatalı değişkenlerin modellenmesi konusunda Fuller'in 1987 yılında yayımladığı "Measurement Error Models" isimli kitabı da birçok çalışmaya kaynak olmuştur. Bu konu üzerinde yapılan önemli çalışmalardan bir diğeri ise, Passing ve Bablok'un 1983 yılında yayımladıkları "A new Biometrical Procedure for Testing the Equality of Measurements from two Different Analytical Methods. Application of Linear Regression Procedures for Method Comparison Studies in Clinical Chemistry, Part I" isimli çalışmasıdır. Yapılan bu çalışmada, 1950 yılında Theil'in ortaya çıkardığı ve gözlem değerlerinin ikişerli farklarının oranı sonucunda elde edilen değerlerin medyanı hesabına dayalı çalışmadan esinlenilmiştir. Theil'in bu tekniği günümüzde yapılan birçok sağlam (robust) regresyon çalışmalarında da önemli bir yere sahiptir. Özü itibari ile incelendiğinde, Tip II regresyon teknikleri de sağlam teknikler arasında yer almaktadır.

Ülkemizde yapılan metot karşılaştırma çalışmaları incelendiğinde, bu konuda yapılan çalışmaların oldukça az olduğu dikkat çekmektedir. Genç vd., 2003 yılında yayımladıkları "Klinik Araştırmalarda İki Ölçüm Tekniğinin Uyumunu İncelemede Kullanılan İstatistiksel Yöntemler" isimli çalışmada, bilinen regresyon tekniklerinin iki klinik metot arasındaki uyumu ölçmede yanlış sonuçlar verdiğinin üzerinde durarak regresyon tekniğine alternatif olarak Bland-Altman yöntemi üzerinde durmuşlardır. 2001 yılında Kurtulmuş vd. tarafından yayınlanan çalışmada ise, test metodu ve referans metot arasındaki uyumu belirlemede Deming regresyon tekniğinden yararlanılmıştır. Yapılan literatür taramasında, bu çalışmalar dışında, metot karşılaştırma çalışması üzerine ülkemizde yapılmış herhangi bir çalışmaya rastlanmamaktadır. Ayrıca gerek yurt içi, gerek yurt dışı yapılan çalışmaların çoğunda hazır yazılımlar kullanılmış ve tekniklerin teorisi üzerine çok fazla açıklamaya yer verilmemiştir. Bu doğrultuda bu çalışmanın bundan sonra yapılacak olan çalışmalara ışık tutması ümit edilmektedir.

Tip II regresyon modelleri, doğrusal ve doğrusal olmayan regresyon modelleri olarak kendi içerisinde iki gruba ayrılmaktadır. Bu çalışmada doğrusal regresyon modelleri incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda çalışmada ele alınan bazı Tip I ve Tip II regresyon Teknikleri şunlardır; EKK(X|Y), EKK(Y|X), Theil, EKK-Açıortay, Ortogonal (OR, Majör Eksen, MA), İndirgenmiş Majör Eksen (RMA), Deming, Optimal-Deming, Passing-Bablok, York ve Optimal York Regresyon Tekniği.

Bunların dışında literatürde, metot karşılaştırma çalışmalarında kullanılan ve Tip II Regresyon Teknikleri arasında yer alabilecek olan diğer teknikler arasında, MLFR Tekniği (Maximum Likelihood Functional Relationship), IRGRD Tekniği (Iteratively Reweighted General Deming Regression), MOR (Median Of Ratios) Tekniği, ROA (Ratio Of Averages) Tekniği, AOR (Average Of Ratios) Tekniği, SPCA (Standardized Principle Component Analysis) Tekniği vb. sayılabilir.

Çalışmanın ikinci bölümünde; ölçüm, ölçme, ölçüm hatası ve ölçüm hatalarının çeşitleri ve sebepleri gibi ölçüm hatalı modeller konusunda yer alan temel kavramların üzerinde durulmuştur. Üçüncü bölümde ise metot karşılaştırma çalışmaları, bu çalışmalarda ölçüm hatasının ve diğer hataların yeri ve önemine değinildikten sonra metot karşılaştırma çalışmalarında, ölçüm hatalı modelleri söz konusu olduğunda kullanılan regresyon teknikleri ayrıntılı olarak sunulmaya çalışılmıştır. Bu bölümde Tip I ve Tip II regresyon teknikleri hakkında yapılmış çalışmalar ve teorik bilgilere yer verilmiştir. Dördüncü bölümde ise ele alınan Tip I ve Tip II regresyon tekniklerinin performanslarını karşılaştırmak ve kurulan gerçek modeldeki regresyon parametrelerine ne kadar yakın sonuçlar verdiğini araştırmak amacıyla Monte-Carlo simülasyonundan yararlanılmıştır. Elde edilen sonuçlar ayrıntılı olarak ilgili çizelge ve şekillerde sunulmuştur. Beşinci ve son bölüm olan Sonuçlar ve Tartışma Bölümünde ise yapılan simülasyonlar sonucunda elde edilen bulgular değerlendirilmiş ve bunlar üzerine yapılan yorumlara yer verilmiştir.

## **BÖLÜM 2**

### **ÖLÇÜM SİSTEMİ, ÖLÇME HATALARI VE HATA KAYNAKLARI**

Ölçüm hatalı modeller kavramı literatürde başlı başına bir konu olarak kendisini göstermektedir. Yapılan bu çalışmada genellikle farklı iki teknik ile aynı amaç doğrultusunda yapılan ölçüm değerleri istatistiksel olarak modellenmeye ve uyumlulukları incelenmeye çalışılmıştır. Bu noktada ilk olarak ölçüm, ölçme ve ölçme hataları gibi konular ile bunların sebepleri üzerinde durulmuştur.

#### **2.1. Ölçüm Sistemi ve Kavramlar**

Bilimsel araştırmalar, endüstriyel testler, kalite kontrol çalışmaları gibi pek çok konuda yapılan çalışmaların sonuçları, sayısal büyüklüklerle ifade edilen ölçümler yardımı ile elde edilirler. Bu doğrultuda ölçüm sistemleri kavramları kısaca şöyle özetlenebilir; (Semerci,1998).

*Ölçüm;* referans bir değer ya da bir birimin çarpanı olarak tanımlanan, fiziksel bir niteliğin özel bir değeri aracılığı ile yapılan deneysel bir işlemdir.

*Ölçülen Nitelik;* bir ürünün ya da ürünü oluşturan bileşenin belirlenmiş ve ölçülebilen kalite karakteristiğidir. Örneğin; uzunluk, yoğunluk, ağırlık vb.

*Ölçülen Değer;* Belirlenmiş olan ölçülen niteliğe ait özel değerdir. Bu değer bir birim ve sayısal bir büyüklükten oluşmaktadır. Örneğin 5 m, 50 cm<sup>3</sup> vb.

##### **2.1.1. Verilerin Doğruluğu ve Duyarlılığı**

Ölçüm değerlerinin doğru ve duyarlı olması, bu değerler aracılığı ile yapılacak analizler için oldukça önemlidir. Doğruluk, hesaplanan veya ölçülen bir değer gerçeğe olan yakınlığını belirtir. Bu nedenle hesaplanan bir değer veya bir ölçümün doğruluğundan söz edebilmek için gerçek değer bilinmesi zorunludur. Duyarlılık ise

aynı şeyin tekrarlamalı hesaplama veya ölçme sonuçlarının birbirine yakın değerler almasıdır. Anlaşılacağı gibi duyarlı bir ölçümün aynı zamanda mutlaka doğru bir ölçüm olduğu söylenemez. Ölçüm aletlerinde yanlı bir sapma yoksa duyarlı ölçümler, duyarlı olmayan ölçümlerden daha doğrudur (Çömlekçi, 1998).

Kesikli değişkenler daha duyarlı olarak ölçülür, hakkında bilgi sahibi olunmak istenilen yığılı oluşturulan birimler, medeni durum gibi kesikli bir değişken bakımından incelendiğinde, yığılı oluşturulan bireyler yanlış beyanda bulunmadıkları sürece doğru olarak kabul edilir. Kesikli değişkenlerden türetilen sürekli değişkenler de duyarlı bir biçimde saptanır. Medeni durum bakımından incelenen 100 bireyin 40'ı bekar, 60'ı evli ise, göz önünde bulundurulmuş yığılı oluşturulan bireyler içerisinde bekar olanların oranı 0.4, evli olanların oranı da 0.6 olacaktır. Oran sürekli bir değişken olmasına karşın sözü edilen 0.4 ve 0.6 oranları kesin birer değerdir ve duyarlı olarak ölçülebilir. Sürekli değişkenler için belirlenen ölçümler buna karşın ancak yaklaşık ölçümlerdir. Sürekli bir değişken inceleniyorsa, yapılan herhangi bir gözlemin gerçek değeri araştırmacı tarafından genellikle bilinemez. Belirlenen ölçüm, gerçek değere yaklaşmış olur. Sözü edilen değişkenler için ölçümlerin duyarlılığı, ölçümün en son basamağı ile belirtilmiş olur. Ölçme ondalık noktasından sonra bir basamak yerine iki basamak veya iki basamak yerine üç basamak yapılabiliyorsa, gerçek değer bulduğu aralık daraltılmış olur (Çömlekçi, 1998).

### 2.1.2. Ölçüm Metotları

Fiziksel büyüklüklerin ölçülmesinde kullanılan başlıca metotlar şunlardır; (Semerci,1998).

- Direkt Ölçüm Metodu
- Dolaylı Ölçüm Metodu
- Direkt Kontrollü Ölçüm Metodu

**a-) Direkt Ölçüm Metodu:** Direkt ölçüm metotları, ek hesaplamasız, direkt ölçümleri değerlerini içerir. Direkt ölçüm metodunda, ölçülen niteliğin ölçüm değeri, aynı ölçülen niteliğin referans değeri ile doğrudan karşılaştırma yapılarak elde edilir.

**b-) Dolaylı Ölçüm Metodu:** Dolaylı ölçüm metotlarında, fiziksel ilişkiler kullanılarak belirlenmiş olan ve farklı çeşit fiziksel niteliğe gerek duyulmuş olan, bir ölçülmüş niteliğin ölçüm değeri gerekmektedir. Bu sayede değerler birbirleri ile ilişkilendirilerek ölçüm sonucu bulunur.

**c-) Direkt Kontrollü Ölçüm Metodu:** Bu metot ile ölçülecek parça boyutu, büyüklüğü önceden bilinen ölçü değeri ile doğrudan mukayese edilir.

## 2.2. Ölçme Hataları, Sebepleri ve Çeşitleri

Ölçme hataları, aynı şartlar altında kaydedilmiş tekrarlı gözlemlerin birbirleri arasındaki ve ölçümü yapılan parametrenin gerçek değeri arasındaki fark olarak tanımlanır (Hunter, 1985: Semerci'den,1998).

Ölçmeye çalışılan niteliğin gerçek değeri bilinmediği için ölçümlere karışacak hata miktarı ve yönü bilinmemektedir. Bu nedenle sorunu işlevsel bir boyuta indirgeyebilmek için gerçek değer kavramı yerine ortalama değer kavramı kullanılır ve bu kavram sayesinde ortalama ölçme hatası saptanabilir (Ercan ve Kan, 2006).

Ölçümde doğru değeri belirlemek her ölçümün amacıdır. Çünkü sonuç olarak verilen kararlarda daima ölçme araçlarından elde edilen ölçüm değerlerine güvenilmektedir. Çoğu durumda ölçüm sonuçlarının doğru ve duyarlı olduğu varsayılır. Ancak bu düşünce her zaman doğru olmayabilir çünkü ölçüm ekipmanı hatalı ölçüyor ya da ölçüm hatalı yapılmış olabilir.

Hiçbir ölçüm mükemmel değildir, ayrıca ölçüm cihazları da asla ideal değildir. Bu nedenle, bütün ölçüm şekillerinde mutlaka bir miktar hata (yanlıklık değil) bulunmaktadır. Bir hata, ölçüm büyüklüğünü ölçmekte kullanılan sensör veya transdüserin ölçtüğü değer gerçeğe göre sapmasıdır. Tekrar hatırlatmak gerekirse; hata doğal kaynaklıdır ve ölçümü yapan kişinin hatası değildir. Hata, yanlış ile aynı şey değildir, hatanın iyi anlaşılması ölçüm etkinliğini önemli ölçüde artırır. Hata, mutlak terimler kullanılarak ya da bir göreceli ölçek kullanılarak ifade edilebilir. Mutlak hata  $X + x$  cm veya benzer başka birimlerle ifade edilirken, bağıl hata  $X + \%1$  cm gibi bir ifadeyle belirtilir. Bir elektriksel devredeki gerilim  $4.5 \text{ V} + \%1$  gibi bir değerle ifade edilmiş olabilir. Hangi ifadenin kullanılacağı geleneklere, şahsi seçimlere vb. şeylere bağlıdır (Güler, 2007).

Sistemik hata ve ölçüm sonuçlarındaki rassal farklılık, ölçme hatalarının birkaç iyi bilinen bileşenin asıl kaynağıdır (Morris, 1993; Semerci'den, 1998).

Sistemik hatalar teorik ya da deneysel düzenek tarafından oluşurlar ve genellikle gösterdikleri sapma büyüklüğü, ölçüm aralığı içerisinde sabit ya da trendlidir. Rassal hatalar ise istatistiğin doğası gereği oluşurlar ve istatistik metotları ile analiz edilebilirler. İyi seçilmiş bir istatistik analiz metodu ile rassal hataya ait etkilerin oluşum olasılıkları hesaplanabilir. Rassal hatalar, ortalaması 0 ve değişkesi  $\sigma^2$  olan normal dağılıma uyarlar. Sistemik hataları gidermek daha karmaşık ve ölçüm sisteminin tasarımına ilişkin değişiklikleri gerektirir (Mcgee, 1988; Semerci'den, 1998).

Sebepleri açısından ölçme hataları aşağıdaki şekilde açıklanabilirler (Semerci, 1998).

**i-) Operatör İçi Farklılıktan Kaynaklanan Hatalar:** Aynı operatör, muayeneci ya da teknisyen göz önünde bulundurulmuş aynı ölçüm değişkeni için farklı değerler elde

edebilir. Bu durumdan kaynaklanan farklılıklar operatör içi varyasyon olarak adlandırılırlar.

**ii-) Operatörler Arası Farklılıktan Kaynaklanan Hatalar:** Aynı ölçüm değişkeni göz önünde bulundurulsa dahi farklı operatör, muayeneci ya da teknisyen ölçüm sonucunda farklı değerler elde edebilir. Bu durumdan kaynaklanan hatalar operatörler arası farklılıktan kaynaklanan hatalar olarak adlandırılırlar.

**iii-) Materyal Farklılığından Kaynaklanan Hatalar:** Çoğu deneysel çalışmada, göz önünde bulundurulan birimlerin ölçüm sonucunda ilgili değişken için aldıkları değerler, ölçüm esnasında gözlem birimlerin yapı değiştirmesi, kaybolması ya da tekrarlı ölçümler söz konusu olduğunda ölçme ekipmanı ya da test metodundaki ufak farklılıklar sebebiyle dahi farklılık gösterebilirler. Bu sebeplerden kaynaklanan hatalar, materyal farklılığından kaynaklanan hatalar olarak adlandırılırlar.

**iv-) Test Ekipmanı Farklılığından Kaynaklanan Hatalar:** Ölçüm ekipmanlarında oluşan hatalar, ölçüm ekipmanları arasında oluşan hatalar ve ölçüm ekipmanının bizzat kendisinde oluşan hatalar olmak üzere iki ana grupta oluşan birçok hata kaynağını içerir. Ölçüm ekipmanlarının sorunları, testlerin yapılabilmesi için test modellerinin birleştirilerek daha büyük ve karmaşık test ekipmanlarının oluşturulması ile sabit sorunların çoğalmasına neden olur.

**v-) Test Prosedürü Farklılığından Kaynaklanan Hatalar:** Birden fazla test prosedürü kullanıldığında prosedürün yeterliliği hükmünü verebilmek için kullanılan kriterlerden biri nispi (relatif) farklılığın belirlenmesiyle gerçekleşen kıyaslamadır.

**vi-) Laboratuvarlar Arası Farklılıktan Kaynaklanan Hatalar:** Hem işletmeler içinde hem de işletmeler arasında yaşanan en büyük problemlerden birisi olan bu farklılığın ortadan kaldırılabilmesi için büyük işletmeler kullanılan materyallerin endüstriyel



standardizasyonu ve test ekipmanı ve test prosedürlerinin standardizasyonunu sağlamaya çalışırlar.

**vii-) Karma Hatalar:** Elde edilen ölçüm sonuçları, doğal hatayı da barındırırlar. Karma hatalar, modele katılabilen ve katılamayan tüm hata kaynaklarını içerirler.

## BÖLÜM 3

### METOT KARŞILAŞTIRMA, ÖLÇÜM HATALI MODELLER VE KULLANILAN DOĞRUSAL REGRESYON TEKNİKLERİ

Bu bölümde ilk olarak metot karşılaştırma çalışmalarında karşılaşılan sorunlar ve hata kaynakları ile ölçüm hatası söz konusu olduğunda ele alınacak olan iki tekniğin karşılaştırılmasında kullanılacak regresyon tekniklerinin teorik açıklamalarına yer verilmiştir.

#### 3.1. Metot Karşılaştırma Çalışmaları ve Karşılaşılan Ölçüm Hataları

Metot karşılaştırma çalışmalarının özünde, A ve B gibi iki farklı teknik ile yapılan ölçüm değerleri arasındaki ilişki araştırılmaktadır. Bu ölçüm değerlerinden hareketle ele alınan bu tekniklerin uyumlu olup olmadığına, hatta yeni geliştirilen bir yöntemin sağlayacağı kazanç daha fazla ise mevcut referans teknik yerine kullanılıp kullanılmayacağına karar verilmek istenebilir. Elde edilen veriler bir ölçüme dayandığından dolayı yapılan ölçümün güvenilir olması oldukça önemli bir noktadır. Ölçüm kavramının doğası nedeniyle hangi araç ve gereçle, hangi koşullarda, hangi kişilerce ölçüm yapılırsa yapılsın, çok hassas teçhizatlar kullanılması durumunda yapılan bir ölçüm sonucunda elde edilen değer aynı koşullar altında dahi olsa tekrarlanması pratikte mümkün olmayabilir.

Yapılan ölçüm mutlaka bir miktar hata içermektedir. Burada önemli olan nokta, iki teknik arasındaki uyumu ifade ederken, kurulacak matematiksel modelde bahsedilen ölçüm hatalarının tamamına yer verilmesidir.

Metot karşılaştırma çalışmalarında ele alınan değişkenlerin ölçü birimlerinin eşit olması oldukça önemlidir (Dunn and Roberts, 1999).

Tıp'ta genellikle kan basıncı, gebelik, kalp atması gibi aynı niceliği ölçen iki farklı metodun karşılaştırması yapılır. Bazı durumlarda benzer ya da aynı sonucu veren mevcut iki metodun karşılaştırması da yapılır. Bu aslında bir kalibrasyon problemidir. Ancak metod karşılaştırma çalışmalarında bazı durumlarda yeni bir metodun, mevcut metod ile aynı sonuçları verdiği, bunun yanında hem zaman, hem kullanım kolaylığı hem de ekonomik açıdan üstünlük sağladığı bilinmektedir. Bu amaçlar doğrultusunda metod karşılaştırma çalışmalarının önemi büyüktür (Altman and Bland, 1983).

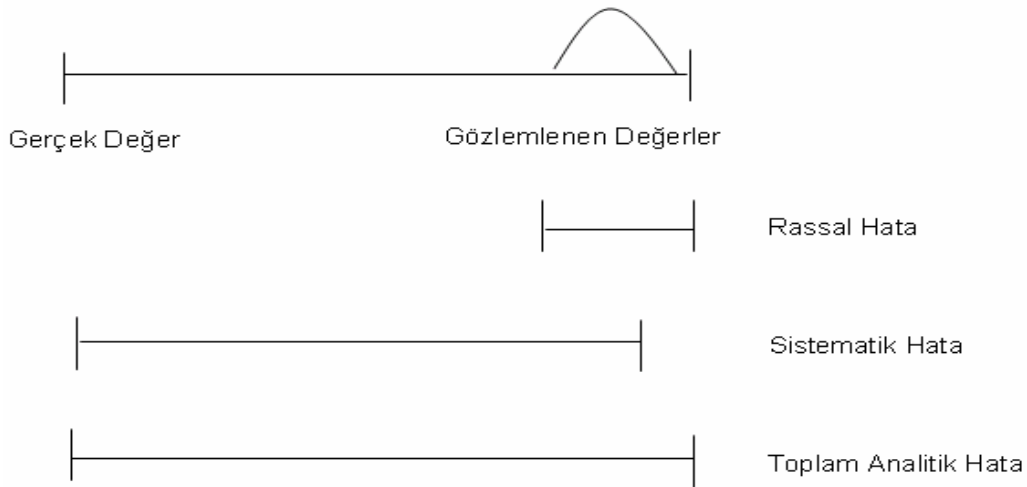
Medikal metod karşılaştırma çalışmalarının çoğunluğu, istatistiksel açıdan profesyonel olmayan kişiler tarafından gerçekleştirilmektedir. Dolayısıyla kullanılan teknikler amaca uygun olmayabilir ve varsayım hataları göz ardı edilmiş olabilir. Bu problemin çözümü için, istatistikçiler ile istatistikçi olmayan ancak konusunda uzman olan kişilerin bir araya gelmesi ve bu alanda yapılan çalışmaların ayrıntılı olarak incelenmesinde fayda vardır (Altman and Bland, 1983).

Hastalar üzerinde uygulamaya geçmeden önce tüm klinik testlerin geçerliliğinin onaylanması gereklidir. Bu onaylama daha düşük ve daha yüksek güvenilirlikler için tekrar yapılmalıdır. Bir metodun geçerliliğinin kanıtlanması işlemi, ilk olarak ortaya çıkan yeni metodun seçilerek incelenmesi ile başlar. Bu metodun değerlendirilmesi ve geçerliliğinin kanıtlanması, bu metodun kabul edilebilir miktarda hata payı ile sonuçlar vermesini gerektirir. Metod geçerliliğini araştırmadan önce de tabii ki klinik gereksinim şartlarının sağlanması gerekmektedir. Ele alınan bir metodun geçerliliğinin ispatlanması için önerilen prosedürler, kullanılan testlere göre farklılık gösterir. Bu testlerin seçimi mevcut bilgi kaynağına göre ve bazen de araştırmacıya göre farklılık gösterebilir. Yapılması planlanan deneyler önceden düşünülmeli ve bu amaç için doğru veri toplanmalıdır. Hatayı doğru tahmin edebilmek için uygun istatistiksel teknikler kullanılmalıdır. Son olarak metodun kabul edilebilirliğine karar vermeden önce, hata payına dikkat edilmeli, teknik ve finansal beklentiler klinik beklentileri karşılamalıdır (Lumsden, 2000).

Metot karşılaştırma çalışmalarında mevcut metot ile yeni geliştirilen bir metodun karşılaştırılması yapılır. Ancak burada mevcut metodun en iyi metod olduğu kesin değildir ve bu yüzden referans metot olarak da adlandırılır. İki metot karşılaştırılırken de her iki metottan da birçok numune çifti alınır (Magari, 2002).

Klinik bilimlerde genellikle bir niceliğin tahmini diğer bir nicelik tarafından elde edilir. Çok az sayıda klinik ölçüm, ihmal edilebilir hatayla elde edilir. Bu durumda  $x$  bağımsız değişkeninin ölçüm hatası içermemesi çok nadir durumlarda söz konusudur (Parish, 1989).

Jensen ve Hansen (2006) metot karşılaştırma çalışmalarında göz önünde bulundurulması gereken hataları Şekil 3.1.'de görüldüğü gibi ifade etmişlerdir.



**Şekil 3.1.** Metot karşılaştırma çalışmalarında göz önünde bulundurulması gereken hatalar.

Toplam hata; rassal hata ve sistematik hatanın toplamı şeklinde ifade edilebilir. Rassal hata, metot içerisindeki doğal bir farklılıktan kaynaklanmaktadır, sistematik hata ise, gerçek değerden olan farkı ifade etmektedir. Bir klinisyen için toplam hata oldukça

önemli bir yere sahiptir. Laboratuvar çalışmalarında rassal ve sistematik hatalar ayrı ayrı incelenmektedir (Lumsden, 2000).

Sistematik hata karşılaştırılan gerçek değere göre pozitif ya da negatif olabilir veya sabit ya da oransaldır. Metotların karşılaştırılması, sistematik hatanın ortaya konulması için yapılmaktadır (Lumsden, 2000).

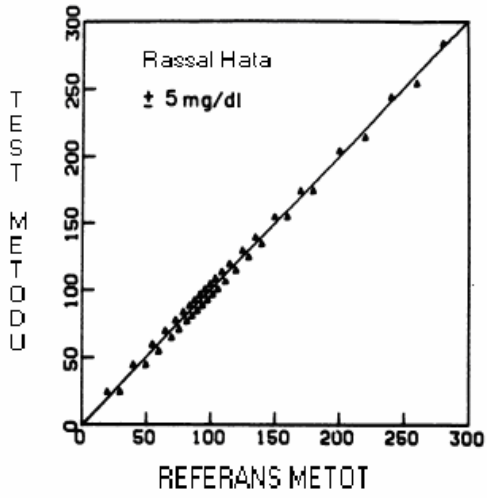
Biyokimyada, hata terimlerinin dağılımlarının standart sapmaları, analitik standart sapma olarak bilinmektedir (Linnet, 1990).

Klinik metot ile ölçülen değerler, gerçek değerler ( $X_i$ ) ve gözlem değerleri ( $x_i$ ) olarak ayrılmaktadır. Tip II regresyon tekniklerinin tamamında gözlem değerleri ( $x_i, y_i$ ), gerçek değerlerden ( $X_i, Y_i$ ), Eşitlik 3.1.'de görüldüğü gibi  $\varepsilon$  ve  $\delta$  miktarlarında hatalı olarak ölçülmüşlerdir (Linnet, 1990).

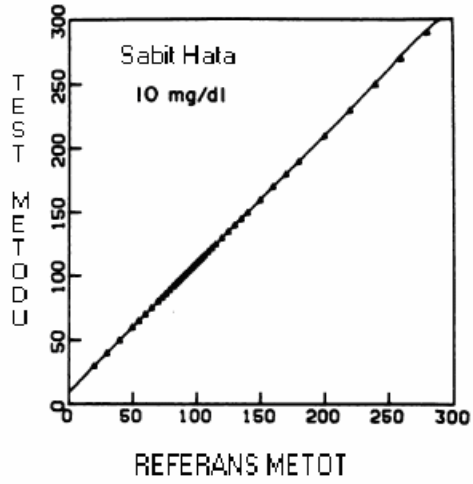
$$\begin{aligned} x_i &= X_i + \varepsilon_i \\ y_i &= Y_i + \delta_i \end{aligned} \quad [3.1.]$$

Bir bileşimin farklı iki metot ile elde edilen ölçümlerinin karşılaştırılması söz konusu ise, ölçümler arasındaki doğrusal ilişkiyi tahmin etmede regresyon analizi yaygın olarak kullanılır. Eğer doğrunun eğimi 1'den anlamlı derecede farklı ise, bu durumda iki metodun ölçümleri arasında oransal sistematik hata söz konusu olur. (Linnet, 1990). Anlaşılacağı üzere oransal sistematik hata  $\beta_1$ , sabit sistematik hata  $\beta_0$  yardımı ile belirlenebilir.

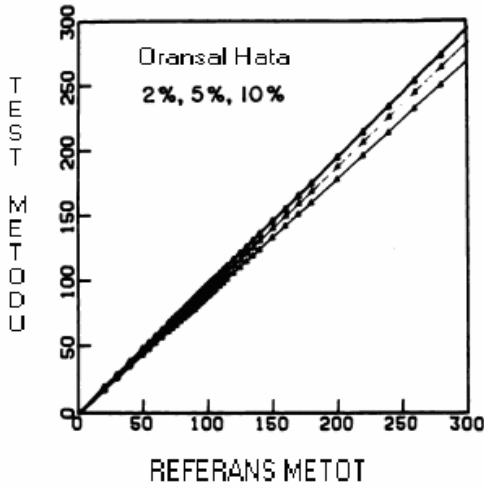
Westgard ve Hunt (1973) metot karşılaştırma çalışmalarında karşılaşılan rassal hata, sabit hata ve oransal hatayı, farklı glikoz konsantrasyonlarını inceleyerek yaptıkları çalışmalarında Şekil 3.2 - 3.4'te olduğu gibi grafiksel olarak göstermişlerdir.



**Şekil 3.2** Metot karşılaştırma çalışmalarında karşılaşılan “Rassal Hata”nın grafiksel gösterimi



**Şekil 3.3** Metot karşılaştırma çalışmalarında karşılaşılan “Sabit Hata”nın grafiksel gösterimi



**Şekil 3.4** Metot karşılaştırma çalışmalarında karşılaşılan “Oransal Hata”nın grafiksel gösterimi

Ölçüm hatasının istatistiksel modeller üzerindeki etkisi genel olarak iki problemden kaynaklanmaktadır. Bunlar sıfır ve sıfırdan farklı ölçüm hatalarının söz konusu olduğu durumlardır. Sıfırdan farklı ölçüm hatasının söz konusu olduğu durumlar, yanlış katsayıları yanlış olduğu yönün tersinde etkiler. Bu doğrusal bir model de açıklayıcı değişken  $X$ 'e ait her bir gözlem değerini önemsiz olmayan şekilde bazı  $\delta > 1$  değeri ile çarpma anlamına gelmektedir. Bu da, söz konusu değişkendeki büyük artışların çıktı değişkeninde de aynı etkiyi yarattığı anlamına gelmektedir. Böylece katsayı tahmininin önemi azaltılmaktadır. Başka bir ifade ile  $X$ 'de meydana gelen her 1 birimlik değişim  $Y$ 'de 1 birimden daha az değişikliğe neden olmaktadır. Bu etki genelleştirilmiş doğrusal modeller (GLM) için de geçerlidir (Carroll et al., 1995).

Ölçüm hatalı regresyon modellerinin matematiksel olarak çeşitli optimum çözümleri vardır (bkz. Seares (1944), Trumpler and Weaver (1953), Deeming (1968), Eichhorn and Clary (1974), Balona (1977)). Bu konuda Fuller'in 1987 yılında yazdığı “Ölçüm Hatalı Modeller” isimli kitabı birçok çalışmaya kaynak sağlamıştır (Isobe et al., 1990).

Regresyon analizinde ele alınan bağımsız değişkenin hatalı ölçülmesi sonucunda, doğrusal ölçüm hatalı modellerin kullanımı artmıştır. Şu iyi bilinmektedir ki, bu rassal

ölçüm hatası bağımsız değişkene ait düzeyleri yapay olarak arttırmakta ve yanlış EKK eğim tahminlerine sebep olmaktadır. Bu problemin çözümü için çeşitli yaklaşımlar önerilmiştir. Bunlardan birisi olan “Varyans Oranı Metodu”, bağımlı ve bağımsız değişkenlerdeki ölçüm hatasının oransal büyüklüğünden elde edilen bilgiye dayanmaktadır. Örneğin her iki değişkenin ölçümü de aynı araç ile gerçekleştirilmiş ise, her iki değişkendeki ölçüm hatalarının eşit olacağı düşüncesi ile ölçüm hatasının oransal büyüklüğü 1 dir (Edland, 1996).

Fuller (1987), “Varyans oranı metodunu” Iowa şehrinde, ilkbahar ve güz dönemlerindeki dişi kuş miktarını tahmin etmek için yaptığı araştırmada kullanmıştır. Bu çalışmada güz aylarında kuş yoğunluğunun, göç, hava durumu ve yırtıcı hayvanlar dolayısı ile farklılık göstereceği bilinmesine rağmen bu değişkenler ihmal edilmiştir. Linnet (1990) ve Mandel’in (1984), varyans oranı metodunu kullanarak yaptıkları diğer çalışmalar doğrusal kalibrasyon problemlerini içermektedir. Anderson (1976) ve Bansal’ın (1990) yaptıkları çalışmalar ise ekonometrik modelleme üzerine gerçekleştirilmiştir (Edland, 1996).

Metot karşılaştırma çalışmaları ile ilgili olarak Cornbleet ve Gochman’ın 1979 yılında yaptıkları çalışma sonucunda araştırmacılara yaptıkları önerilerin bazıları şunlardır.

- Daima eldeki verilerin grafiğine bakılmalıdır. Kuşkulu değerler de kimi zaman böylelikle belirlenebilir.
- Bağımsız değişkende meydana gelebilecek ölçüm hatasının kaba bir tahminini yapmak için eldeki veriler yardımı ile  $S_x/S_y$  oranına bakılır. Eğer bu oran değeri 0,2’den büyük ise bu durumda Deming tekniğine başvurulmalıdır. Eğer verilerin dağılımı bariz bir şekilde çarpık ise, (örneğin  $S_x > \bar{X}$  ise) ve X değerlerinin ölçüm hataları X değerleri ile orantılı ise, 0,15 ya da daha yüksek bir değer EKK tekniğinde anlamlı bir hata olduğunun göstergesi olabilir.



Stöckl et al., (1998) doğrusal regresyonun geçerliliğini araştırdıkları metot karşılaştırma çalışmalarında,  $S_{y|x}$ 'in toplam hatayı ifade etmede korelasyon katsayısından daha iyi bir gösterge olduğunu ortaya koymuşlar ve araştırmacılara aynı koşullar altında yapılacak olan çalışmalar için şu tavsiyelerde bulunmuşlardır.

a- Artıklara ilişkin grafiği çizerek artıkların sıralanışını ve aykırı değer olup olmadığı gözlemlenmeli.

b- Eğer x ve y doğrusal olarak ilişkili ise korelasyon analizine başvurulmalı.

Korelasyon analizinde;

1- Eğer  $r < 0,975$  ise aykırı değer araştırması yapılmalı.

2- Eğer r tatmin edici bir artış gösteriyorsa doğrusal regresyona başvurulmalı.

3- Eğer r tatmin edici bir artış göstermiyorsa, Eşitlik 3.2.'de görülen  $S_{y|x}$  değerini elde etmek için EKK'e başvurulmalı ve  $S_{y|x}$  değeri Eşitlik 3.3.'te görülen, toplam analitik etkiyi ifade eden  $s_{a,tot}$  değeri ile karşılaştırılmalı.

Eğer  $S_{y|x} \approx s_{a,tot}$  ise  $s_{a,tot}$  değeri düşürülmeye çalışılmalı. (örneğin benzer değerler kullanın)

Eğer  $S_{y|x} \geq s_{a,tot}$  ise bu durumda incelenen metotlar arasında önemli bir analitik farklılık vardır.

4- Eğer  $r \geq 0,975$  ise doğrusal regresyona başvurulmalı.

c- Eğer x ve y değişkenleri arasında doğrusal bir ilişkili yoksa, doğrusal olmayan regresyon analizine başvurulmalıdır.

$$S_{y|x} = \sqrt{\frac{N-1}{N-2} (S_y^2 - b_{y|x} r S_x S_y)} \quad [3.2.]$$

$$s_{a,tot} = \sqrt{s_{a,x}^2 + s_{a,y}^2} \quad [3.3.]$$

Westgard ise 1998 yılında yaptığı çalışmada metot karşılaştırma çalışmalarında Stöckl et al., (1998)'in çalışmasında belirttikleri üzere, kullanılan verinin kalitesinin,

kullanılacak regresyon tekniğinden daha önemli olduğunun altını çizmiştir. Bu çalışmada araştırmacılara aşağıdaki tavsiyelerde bulunmuştur;

- 1- İstatistikler kabul edilebilirliğin bir göstergesi olarak değil, hata tahminini elde edebilmek için kullanılmalı.
- 2- Metot karşılaştırma çalışmalarının ana amacının sistematik hata ya da yan'ı tahmin etmek olduğu hatırlanmalı. Gerektiğinde oransal sistematik hatayı kaldırmak için geliştirilmiş kalibrasyonlara başvurulmalı.
- 3- Sistematik hata önemli medikal konsantrasyon karar seviyesinde tahmin edilmeli.
- 4- Eğer sadece bir tane medikal konsantrasyon karar seviyesi var ise, sistematik hata ortalamaya yakın bir değerde olmalıdır.
- 5- Eğer iki ya da daha fazla medikal konsantrasyon karar seviyesi var ise, doğrusal regresyon tekniklerini kullanmanın mantıklı olup olmadığına karar verebilmek için korelasyon katsayısına bakılmalı.
- 6- Korelasyon katsayısı yüksek ise, EKK regresyon doğrusu için karşılaştırma grafiği kullanılmalı. Doğrusallıktan olan ayrılış şekil üzerinde rahatlıkla görülebilir.
- 7- Korelasyon katsayısı düşük ise, örneklem hacmi arttırılmalı ya da kullanılan istatistiksel teknik değiştirilmeli.
- 8- Deney dikkatli bir biçimde planlanmalı ve kullanılacak istatistiksel tekniğe uygun veri toplanmalı.

Sadece bağımlı değişkendeki hatanın dikkate alınması durumunda, EKK tekniği en iyi sabit ve eğim parametre tahminlerini vermektedir. Ancak, yapılan bir tahlilin geçerliliği, kalibrasyon ve genel korelasyon gibi diğer birçok durumda, hem bağımlı hem de bağımsız değişkendeki hataların dikkate alınmasını gerektirdiğinden, EKK tekniği yanlış sonuçlar verebilmektedir. X ve Y değişkenlerinin ikisinin de ölçüm hatası içermesi durumunda kurulan model yapısal model olarak adlandırılmaktadır. Bu durumlarda ölçüm hatalı modellere başvurulmalıdır. Bunun dışında değişkenlere ilişkin dağılım varsayımının bozulduğu ve aykırı değer içermesi durumlarında sağlam tekniklere başvurmak daha sağlıklı sonuçlar vermektedir (Roy, 1994).

Ölçüm hatalı modeller, birden çok bağımsız değişken söz konusu olduğu durumlarda ve doğrusal olmayan regresyon modelleri için de kullanılabilir (Roy, 1994). Ancak bu durumda elde edilecek çözümler daha karmaşık bir yapı alacaktır.

Metot karşılaştırma çalışmalarında kullanılan birçok istatistiksel modelde, verilerin dağılımının normal olduğu varsayılır. Bunun yanında klinik tanılarda bazı durumlarda, ilgilenilen numunenin ölçümü yerine belirli bir takım özelliklerinin sayılması ile de ilgilenilir. Bu gibi bazı durumlarda, özel olarak hematolojide hücre çeşitlerini sayarken, normal dağılım varsayımı uygun olmamaktadır. Bundan dolayı diğer dağılımlara yer vermek daha doğru olacaktır (Magari, 2004).

Bremser ve Hasselbarth (1997) çalışmalarında kalibrasyon problemi üzerine yoğunlaşmışlardır. Bu çalışmada belirtildiği üzere, birçok analitik metot, birbiri ile ilişkilidir ve bu yüzden kalibrasyona ihtiyaç vardır.

Metot karşılaştırma, klinik çalışmalarında son yıllarda büyük önem taşımaya başlamıştır. Geleneksel karşılaştırma tekniklerinin sınırlılıklarından dolayı klinik istatistikçiler iki yaklaşımla karşı karşıyadır. Bunlardan birisi grafiksel yaklaşım, diğeri ise regresyon yaklaşımıdır (Magari, 2002). Her iki yaklaşım da elde edilen sonuç için kullanılan metotlar arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlar. Bununla birlikte, klinik bir karara varılırken regresyon yaklaşımında, istatistiksel anlamlılığın testi ve iki metodun sunduğu sonuçlar arasındaki ilişkinin modellenmesi gerçekleştirilirken, grafiksel yaklaşımda mevcut ikililer arasındaki farklarla ilgilenilir (Triboli, 2003).

Regresyon teknikleri, sadece bağımlı değişkenin ölçümünde meydana gelebilecek hatanın dikkate alınması ya da ele alınan tüm değişkenlerin ölçümünde meydana gelebilecek hataların dikkate alınması bakımından incelendiğinde, Tip I ve Tip II regresyon teknikleri olarak ikiye ayrılmaktadır.

Tip I regresyon problemlerinde, X bağımsız değişkeninin ölçümünün hatasız olarak yapıldığı varsayılır. Bu tür regresyon probleminde ortaya çıkan hatanın Y değişkenine ait ölçümlerden kaynaklandığı varsayılır ve bu düşünceden hareketle minimize edilmek istenilen hata, Y değişkenine ait gözlem değerleri ile tahmin edilmek istenilen regresyon doğrusu üzerinde yer alan Y tahmini değerleri arasındaki dikey uzaklığın karesidir.

Tip II regresyon problemlerinde ise, hem X hem de Y değişkenlerine ait gözlem değerlerinin hatalı olarak ölçüldüğü varsayılır. Tip II regresyon tekniklerinde genel olarak minimize edilmek istenilen hata, gerçek değerlerden  $\epsilon$  ve  $\delta$  büyüklüklerinde, ikinci bölümde anlatılan çeşitli ölçüm hatası sebepleri ile yanlış ölçülmüş olan  $X_i$  ve  $Y_i$  gözlem değerlerinin, tahmin edilmek istenilen regresyon doğrusu üzerinde yer alan tahmini değerlerine olan dik ya da belirli bir açı ile olan uzaklıklarının karesidir.

Genel olarak biyokimyasal ve klinik araştırmalarda incelenen herhangi iki metodun karşılaştırılmasında yaygın olarak kullanılmakta olan Tip II Regresyon tekniklerinde, hangi değişkene ait ölçüm değerlerinin referans olarak seçileceği konusunda bir koşul yoktur.

Klinik araştırma, hastanın sağlığını iyileştirmek üzere bir ilacın güvenilirliği ve etkinliğini değerlendirmek amacıyla insanlar üzerinde gerçekleştirilen araştırma çalışmasıdır. Yeni ilaçlar üzerinde gerçekleştirilen klinik araştırmalar ancak klinik öncesi yoğun geliştirme çalışmalarını başarıyla geçmesi halinde başlayabilmektedir (Klinik Araştırmalar, 2006).

Tip II Regresyon Tekniklerinin söz konusu olmadığı durumlarda, Genç vd., (2003)'e göre klinik çalışmalarda ele alınan iki metot arasındaki uyumu araştırmada regresyon analizinin kullanılması, aşağıdaki nedenlerden dolayı doğru değildir.

- Regresyon analizinin amacı, noktalara en yakın doğruyu çizebilmek için  $\beta_0$  ve  $\beta_1$  katsayılarını kestirmektir.  $\beta_0$  ve  $\beta_1$  katsayılarının anlamlılık testi 0'a karşı yapılır. Fakat uyumu göstermede regresyon analizi kullanılacaksa regresyon eğrisi  $\beta_0=0$  ve  $\beta_1=1$ 'e karşı test edilmelidir. Yani iki yöneme ait değerler saçılım grafiğinde eşitlik çizgisi (line of equality) üzerinde olmalıdır. Paket programlarda  $\beta_0$  ve  $\beta_1$ 'in testinin 0'a karşı yapıldıkları unutulmamalıdır.
- Regresyon analizi X bağımsız değişkeni ile Y bağımlı değişkeni arasındaki ilişkiyi inceler. Uyumu göstermede regresyon analizi kullanılırken hangi yöneme ait verilerin X, hangilerinin Y olarak kabul edilmesi gerektiğine dair bir bilgi yoktur.

Burada uyum ile kastedilen iki yöntemden elde edilen ölçüm değerlerinin eşit olmasıdır. Aynı parametreyi ölçmek için kullanılan iki farklı yöntemin tüm denekler için tamamen aynı sonuçları vermesi pek olanaklı değildir. Fakat yeni yöntemin referans yöntemden ne kadar farklı sonuçlar verdiğini bulmak mümkündür. Eğer bu fark klinik yorumu etkileyebilecek düzeyde değil ise referans yöntem yerine yenisi ya da yöntemler değişimli olarak kullanılabilir (Bland and Altman, 1986).

Kimi metot karşılaştırma çalışmalarında EKK tekniği yukarıda bahsedilen hatalara rağmen hala kullanılıyor olmasına karşın, aslında bu tekniğe alternatif olan ve yukarıda bahsedilen hataları ortadan kaldıran çeşitli Tip II regresyon teknikleri mevcuttur.

Birçok istatistikçi, Tip II regresyon analizi yöntemi için çeşitli teknikler önermiştir. Genel olarak gözlem değerlerinin elde edilen regresyon denklemine dik ya da hata miktarına bağlı olarak hesaplanan uzaklıklarının alınması sonucunda her iki değişkendeki hataları da dikkate alma mantığına dayanan bu teknikler, Ortogonal Regresyon, Deming Regresyon, York Regresyon teknikleri ve bunların çeşitli koşullar altında türetilmiş halleridir. Regresyon parametrelerini tahmin etmedeki hesaplanışları bakımından Ortogonal Regresyon Tekniği; Majör Eksen ve İndirgenmiş Majör Eksen olmak üzere ikiye, Deming Regresyon Tekniği; Deming, Optimal Deming ve

Ağırlıklandırılmış Deming olmak üzere üçe, York Regresyon Tekniği ise York ve Optimal York Regresyon Tekniği olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. Passing-Bablok Regresyon Tekniği ise EKK Tekniğine alternatif olan ve parametrik olmayan diğer bir regresyon tekniğidir. Bu çalışmada Theil Regresyon Tekniği, Passing-Bablok Tekniğine hesaplanmış bakımından çok benzer olduğu ve literatürde sağlam regresyon teknikleri arasında yer aldığı ve etkili sonuçlar verdiği için diğer tekniklerle karşılaştırmak amacıyla kullanılmıştır. Sağlam tekniklerin tercihinde en önemli etmen, veri seti içerisinde aykırı değer olduğu durumlarda bu tekniklerin daha yansız kestirimler sağlamasıdır.

Bilindiği üzere aykırı değer, veri setine ilişkin dağılımda, diğer tüm gözlem değerlerinin uzağında kalan gözlem değeridir (Moore and McCabe, 1999).

Bunların dışında EKK tekniğinde sırası ile X ve Y'nin bağımsız değişken olarak ele alınması sonucunda elde edilen iki regresyon doğrusunun açığortayının alınması sonucunda elde edilen EKK-Açığortay tekniği literatürde pek fazla yer almamasına rağmen tüm değişkenlerindeki ölçüm hatasını dikkate almakta ve oldukça iyi bir performans göstermektedir.

Regresyon analizi kullanılarak analitik metotların karşılaştırılması 1950'lerde başlamıştır. Mandel ve Linning (1957) eğim ve sabit terim için birleşik güven aralığı testini kimyasal problemler için ilk kez uygulamıştır. Bununla birlikte bu testi En Küçük Kareler Regresyon parametreleri için uygulamak, X ekseninin (genellikle referans metot bu ekseninde yer alır) hata içermediğini varsayar ya da referans metodu için belirlenen hatalar ihmal edilebilir düzeydedir. Ancak her iki metot için de tüm hassasiyetin hesaba katılması düşünüldüğünde, bu varsayım geçerliliğini yitirmektedir (Riu and Rius, 1997).

## 3.2. Tip I ve Tip II Regresyon Teknikleri

### 3.2.1. Tip I Regresyon Teknikleri

Regresyon (bağlanım), sözlük anlamı ile bir şeyi başka bir şeye bağlama işi ve biçimidir. Bilimsel olarak regresyon terimi, bir değişken ile başka bir ya da birden çok değişken arasında ilişki kurma işini ve ilişkinin biçimini anlatır (Şıklar, 2000).

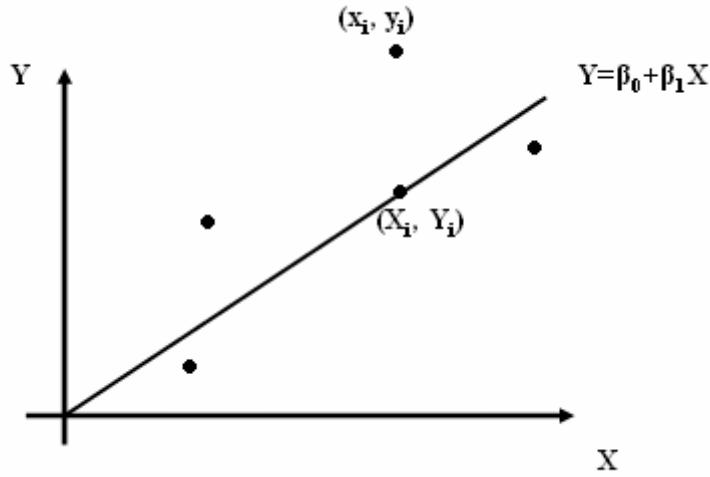
Regresyon, bir seride meydana gelen değişmelerin diğer bir seride meydana getirdiği değişimin kapsamını göstermek amacıyla kullanılan bir analiz metodudur (Sümbüloğlu, 1995).

Regresyon analizinin yaygın olarak kullanılan iki temel işlevi; parametre tahmini ve öngörüdür (Kowalski, 1990). Belirli varsayımlar altında EKK tekniği, regresyon analizi teknikleri arasında en popüler ve cazip istatistiksel özelliklere sahip bir tekniktir (Akın, 2002).

Regresyon analizi, değişkenler arasındaki ilişkiyi modellemek için kullanılmaktadır. Burada amaç, bağımlı değişkenin bağımsız değişkenlerle olan ilişkisini ortaya koymaktır. Bu ilişki mevcut veri aracılığı ile gerçekleştirilir. Bu durumda regresyon analizi değişkenler arasındaki gerçek ilişkiyi nadiren ortaya koyabilmektedir. Regresyon doğrusunun veri kümesinden farklılık göstermesinin sebebi, değişkenlerdeki ölçüm hataları ve kurulan model hatası olabilir. Ölçüm hatasının sebepleri açıktır, model hatası ise genellikle aslında modelde etkili olmasına rağmen modele katılmayan değişkenlerden dolayı ya da regresyon eğrisinin (doğru, kareli, üssel vs.) yanlış seçimi nedeniyle ortaya çıkar (Bardossy, 1990).

İstatistik biliminin en önemli konularından birisini oluşturan regresyon analizi, araştırma, matematik, finans, ekonomi, tıp gibi bilim alanlarında yoğun olarak kullanılmaktadır.

X ve Y değişkenlerine ilişkin gözlem değerlerinin oluşturduğu veri seti için kurulan regresyon denkleminin en genel gösterimi, Şekil 3.5.'te sunulmuştur.



**Şekil 3.5.** Gözlem değerleri ile kurulan regresyon denkleminin en genel gösterimi.

### **EKK (En Küçük Kareler) Tekniği**

En Küçük Kareler (EKK) doğrusal regresyon tekniği ilk olarak Galton'un 1886 yılındaki ebeveyn ve çocuklarının boy uzunluğu hakkındaki çalışmasında tanıtılmıştır. En Küçük Kareler Tekniği ve rassal değişkenlerin hatalarının normal dağılımına ilişkin benzer çalışmalar ise Legendre ve Gauss tarafından 19. yüzyılın başlarında ardı ardına yapılmıştır. Birçok bilim adamına ve istatistik kitaplarında yer almasına rağmen, takip eden 100 yıl içerisinde ileri sürülmüş birçok teknik, aslında EKK tekniğinin bir alternatifidir. Bu tekniklerde sapmaların karelerinden ziyade gerçek değerleri minimize edilmek istenmiş ve bu metotlar her iki değişkendeki ölçüm hatalarının dikkate alındığı durumlara uyarlanmıştır. Daha sonra Karl Pearson tarafından 1901 yılında "Uzaydaki noktalar sistemine uyan en yakın doğru ve düzlemler üzerine" adlı çalışması oldukça önemli bir yere sahiptir. Bu çalışmasında Pearson, EKK tekniği için; "...düz bir doğru



ya da düzlem, eğer değişkenlerden birisi bağımlı değişken olarak, diğeri de bağımsız değişken olarak tanımlanırsa, ....” “...fizik ve biyolojide birçok durumda görüldüğü üzere, bağımsız değişken sadece bağımlı değişkendeki sapma ya da hata kadar hataya maruzdur... bunlar arasındaki yegane fonksiyonel ilişki... elbette “en iyi uyum” ifadesi durumdan duruma değişebilir, ancak noktalar kümesinin doğru ya da düzleme olan dikey uzaklıklarının karesi minimum edilir ise, iyi bir uyum açıkça elde edilebilir.” ifadelerini kullanmıştır (Isobe et al., 1990).

Doğrusal regresyon analizi, metot karşılaştırma verilerinin analizinde yaygın olarak kullanılan bir tekniktir. Eğer test ve referans metodu arasında doğrusal bir ilişki belirlenebilir ise, bu durumda bu doğrunun eğimi ve sabit terimi, iki metot arasındaki oransal ve sabit hataların tahminini sağlayabilir (Westgard and Hunt, 1973; Cornbleet and Gochman, 1979).

EKK Regresyon Tekniği Tip I Regresyon tekniğidir. Hem X hem de Y değerlerinin ölçümlerinin hatalı olabileceği dikkate alındığında bu metot geçerliliğini yitirmektedir.

EKK, bağımsız değişkenin bir ölçüm hatası içermediğini ve bağımlı değişkenin de sabit analitik etkiye sahip olduğunu varsayar (homoskedastik varyans olarak da bilinir). Pratikte bu iki varsayım nadir olarak geçerlidir (Stöckl et al, 1998).

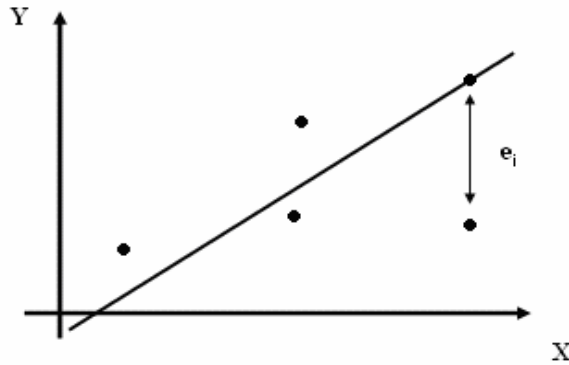
Akın'a (2002) göre EKK tahmin edicilerinin istatistiksel özellikleri sadece aşağıda sunulan belirli varsayımlar altında geçerlidir.

- EKK tahmin edicileri, sadece gözlenebilir (yani örneklem) miktarlarla ifade edilir. Bu yüzden kolayca hesaplanabilir.
- EKK tahmin edicileri, nokta tahmin edicilerdir.
- EKK tahminleri örneklem verilerinden elde edildikten sonra, örneklem regresyon doğrusu aşağıdaki özelliklere sahiptir:

- Örneklem regresyon doğrusu  $X$  ve  $Y$ 'nin örneklem ortalamalarından geçer,
- Tahmin edilen  $Y$ 'nin ortalama değeri, gerçek  $Y$ 'nin ortalama değerine eşittir.
- $e_i$  kalıntılarının ortalama değeri sıfırdır.
- $e_i$  kalıntıları ile tahmin edilen  $Y_i$  değerleri korelasyonsuzdur.
- $e_i$  kalıntıları ile  $X_i$  değerleri korelasyonsuzdur.

### En Küçük Kareler (Y|X) Regresyon Tekniği

EKK regresyon analizi hesaplamaları Şekil 3.6.'da da görüldüğü üzere, regresyon doğrusundan, dikey yöndeki kareli sapmaların minimize edilmesi temeline dayanır. Bu hatanın normal dağıldığı varsayılmaktadır.



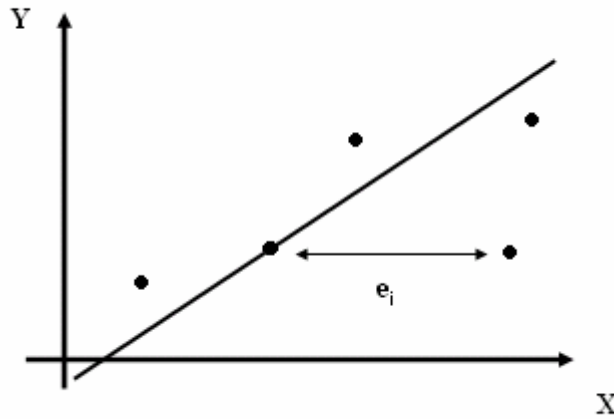
Şekil 3.6. E.K.K. (Y|X) tekniğinde ele alınan hatalara ilişkin grafik.

EKK tekniği bilinen en klasik regresyon tekniğidir ve sadece bağımlı değişkendeki ( $Y$ ) hataları dikkate aldığından, Literatürde Tip I Regresyon Tekniği olarak bilinmektedir. Bu teknik sadece  $Y$  ölçümlerinin hata içerebileceğini varsaydığı için, eğim parametresi yanlış tahmin edilebilir. Bu yüzden hem  $X$  hem de  $Y$ 'nin hata

içerebileceği durumlarda, EKK'ya alternatif olan Tip II regresyon tekniklerini kullanmak daha uygun olmaktadır.

### En Küçük Kareler (X|Y) Regresyon Tekniği

Bilinen EKK yaklaşımında ele alınan bağımlı değişken ile bağımsız değişkenin yer değiştirmesi ile elde edilen model, ters regresyon olarak adlandırılmaktadır (Schaefer and Visser, 2003). Şekil 3.7.'de de görüldüğü üzere ters regresyonda gözlem değerlerinin regresyon doğrusuna olan yatay yöndeki uzaklıklarının karesi minimize edilmeye çalışılır.



Şekil 3.7. E.K.K.(X|Y) tekniğinde ele alınan hatalara ilişkin grafik.

Isobe et al., (1990) yaptıkları çalışmalarda regresyon katsayılarını varyans kovaryans matrisinden hareketle hesaplamışlardır. Bu çalışmanın en büyük özelliği başka bir yerde rastlanmayan, elde edilen regresyon katsayılarının varyanslarının hesaplanmasında diğer tekniklerden farklı formülasyonlar içermesidir. Bu çalışmada EKK (X|Y) tekniği için elde edilen eğim katsayısı  $\beta_1$ , Eşitlik 3.4'de görüldüğü gibi ve EKK (Y|X) tekniği için elde edilen eğim katsayısı  $\beta_2$ , Eşitlik 3.5'te görüldüğü gibi

hesaplanmış ve diğer teknikler için elde edilen eğim katsayıları bu iki eğim katsayısı cinsinden elde edilmiştir. Eşitlik 3.6 ve Eşitlik 3.7’de görülen bu eğim katsayılarına ilişkin varyans hesaplamaları Ek 1’de ayrıntılı olarak sunulan “Delta Metodu” yardımı ile elde edilmiştir. Bu metot, Taylor açılımı, Merkezi Limit Teoremi ve Slutsky’nin olasılık teorisi temeline dayanır (Billingsley, 1986).

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \quad [3.4.]$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{S_{yy}}{S_{xy}} \quad [3.5.]$$

$$Var(\hat{\beta}_1) = \frac{1}{S_{xx}^2} \left[ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \hat{\beta}_1 x_i - \bar{y} + \hat{\beta}_1 \bar{x})^2 \right] \quad [3.6.]$$

$$Var(\hat{\beta}_2) = \frac{1}{S_{xy}^2} \left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 (y_i - \hat{\beta}_2 x_i - \bar{y} + \hat{\beta}_2 \bar{x})^2 \right] \quad [3.7.]$$

Regresyon denkleminde yer alan sabit terim katsayısının hesaplanması tüm regresyon denklemleri için Eşitlik 3.8’de görüldüğü gibi hesaplanır. Bu katsayı için varyans tahmini ise Eşitlik 3.9’da görüldüğü gibi elde edilir.

$$\hat{\beta}_{0j} = \bar{y} - \hat{\beta}_j \bar{x} \quad [3.8.]$$

$$Var(\hat{\beta}_{0j}) = \frac{1}{n^2} \sum_i^n \left\{ y_i^0 - \hat{\beta}_j x_i^0 - n\bar{x} \left[ \frac{\gamma_{1j}}{S_{xx}} x_i^0 (y_i^0 - \hat{\beta}_1 x_i^0) + \frac{\gamma_{2j}}{S_{xy}} y_i^0 (y_i^0 - \hat{\beta}_2 x_i^0) \right] \right\}^2 \quad [3.9.]$$

## Theil Regresyon Tekniği

Sağlam istatistiksel teknikler, mevcut tekniğin kullanılabilmesi için gerekli olan teorik varsayımların sağlanmadığı durumlarda (hata terimlerinin normal dağılıma uymadığı durumlarda ya da veri kümesinin aykırı değerler içermesi durumlarında) kullanılan tekniklerdir (Amman and Ness, 1988).

Medyanlar temeline dayanan robust regresyon teknikleri 1950 yılında Theil, 1951 yılında Brown ve Mood, 1968 yılında Sen, 1974 yılında Andrews ve diğer birçok bilim adamları tarafından dikkate alınmıştır (Siegel, 1982).

Theil tekniği, 1950 yılında Theil'in öne sürdüğü üzere gözlem değerleri arasında aykırı değerler olduğu durumlarda oldukça kullanışlı bir tekniktir. Hata terimlerinin bilinen bir dağılıma uymadığı durumlarda kullanılan ve robust regresyon teknikleri arasında yer alan bu teknik,  $(x_i, y_i)$  ve  $(x_j, y_j)$  gözlem çiftlerinden hesaplanan eğim değerlerinin medyanı hesabına dayanmaktadır (Ergül, 2006).

Theil metodunda  $\beta_0$  ve  $\beta_1$ ,  $e_i$  hata teriminin medyanı sıfır olacak şekilde tahmin edilmelidir (Maritz, 1979).

Veri setindeki tüm  $(x_i, y_i)$  ve  $(x_j, y_j)$  değerleri için Eşitlik 3.10'da görüleceği üzere  $b_{ij}$  değerleri hesaplanır.

$$b_{ij} = \frac{y_i - y_j}{x_i - x_j} \quad 1 \leq i < j \leq n \quad [3.10.]$$

Buradaki mümkün tüm  $b_{ij}$ ' lerin sayısı;  $N = \frac{n!}{(n-2)!2!}$  kadar olacaktır. Elde edilen  $b_{ij}$  değerlerinin medyanı Eşitlik 3.11.'de görüldüğü üzere eğim katsayısını verir.

$$\beta_1 = med\{b_{ij} | x_i \neq x_j\} \quad [3.11.]$$

Bu eğim katsayısı yardımı ile Eşitlik 3.12.'de görülen formül ile hesaplanan değerlerinin medyanı da regresyon denkleminin sabit katsayısını verecektir.

$$\beta_0 = med\{y_i - \beta_1 x_i\} \quad [3.12.]$$

### 3.2.2. Tip II Regresyon Teknikleri

#### EKK-Açıortay Tekniği

Tip II regresyon tekniklerinden biri olan EKK-Açıortay tekniği, gözlem noktalarının tahmin edilen regresyon doğrusuna olan uzaklığını, EKK(Y|X) doğrusu ile EKK(X|Y) regresyon doğrusunun açıortayını dikkate alarak minimize etmeye çalışır. EKK(X|Y) regresyon doğrusunun tersinin alınması birçok tartışmalara rağmen kullanılmamıştır. Ancak literatürde EKK-Açıortay doğrusunun eksikliği hakkında hiçbir çalışmaya rastlanmamıştır (Isobe et al., 1990).

Bu teknik yardımı ile hesaplanacak eğim katsayısı Eşitlik 3.13.'te, varyans hesabı ise Eşitlik 3.14.'de görüleceği gibi hesaplanır. Varyans hesaplaması sırasında yer alan kovaryans terimlerinin hesabı ise Eşitlik 3.15.'deki gibi hesaplanır.

$$\hat{\beta}_3 = (\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2)^{-1} \left[ \hat{\beta}_1 \hat{\beta}_2 - 1 + \sqrt{(1 + \hat{\beta}_1^2)(1 + \hat{\beta}_2^2)} \right] \quad [3.13.]$$

$$Var(\hat{\beta}_3) = \frac{\hat{\beta}_3^2}{(\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2)^2 (1 + \hat{\beta}_1^2)(1 + \hat{\beta}_2^2)} \left[ (1 + \hat{\beta}_2^2)^2 Var(\hat{\beta}_1) + 2(1 + \hat{\beta}_1^2)(1 + \hat{\beta}_2^2) Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) + (1 + \hat{\beta}_1^2)^2 Var(\hat{\beta}_2) \right] \quad [3.14.]$$

$$Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = (\hat{\beta}_1 S_{xx}^2)^{-1} \left\{ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) [y_i - \bar{y} - \hat{\beta}_1(x_i - \bar{x})] [y_i - \bar{y} - \hat{\beta}_2(x_i - \bar{x})] \right\} \quad [3.15.]$$

### **Majör Eksen (Major Axis, MA) Ortogonal Regresyon Tekniği**

Diğer bir teknik, gözlem noktalarının tahmin edilen regresyon doğrusuna olan dik uzaklıklarının karesini minimize etmeyi amaçlayan, Majör Eksen olarak da adlandırılan Ortogonal Regresyon (OR) tekniğidir. Bu teknik Pearson tarafından 1901 yılında önerilmiştir (Isobe et al., 1990).

Standart EKK tekniğinin aksine, Ortogonal Regresyon tekniği, hangi değişkenin bağımlı, hangi değişkenin bağımsız olduğu konusuyla ilgilenmez. Bu teknik, her zaman EKK (X|Y) ve EKK (Y|X) doğrularının arasında yer alır (Amman and Ness, 1988).

Ortogonal regresyon tekniği geometrik olarak, durağanlığın (inertia) minimum moment olduğu için ve eksen rotasyonlarına karşı sabit kaldığı için oldukça cazip bir tekniktir. Bu teknik, oranlar ya da logaritmik dönüşümler sonucunda elde edilmiş ölçeksiz değişkenler söz konusu olduğunda uygun bir tekniktir (Isobe et al., 1990).

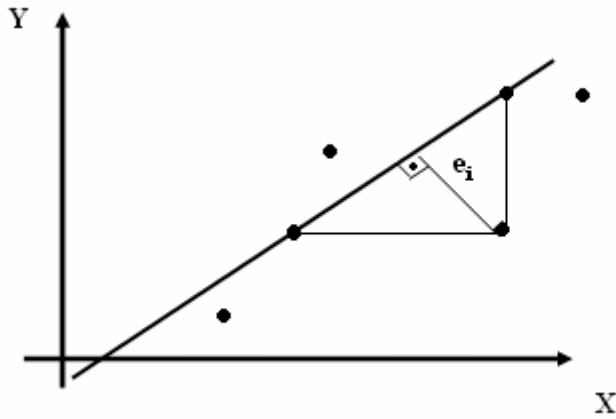
Dunn ve Roberts (1999), çalışmanın bu bölümde yer alan ve diğer tekniklerden birisi olan Deming regresyon tekniğini, lamda değerinin bilindiği ve 1 olduğu durumdaki Ortogonal regresyon olarak ifade etmişlerdir.

Ortogonal regresyonun varsayımı, dikey yöndeki hataların varyansının, yatay yöndeki hataların varyansına eşit olduğunu kabul etmektir (Schaefer and Visser, 2003).

Ortogonal Regresyon tekniği veri yapısındaki bozulmalara oldukça duyarlıdır. Ölçüm hatalı modellerde, hataların normal dağılmadığı ya da veri kümesinin kuşku değerler tarafından bozulmuş olduğu durumlarda sağlam ortogonal regresyon tekniklerinin teorik faydaları tartışılmaktadır (Cheng, 1987).

Ortogonal Regresyon Tekniğinde minimize edilmek istenilen Hata Kareler Toplamı (HKT), Şekil 3.8.'den de görüleceği üzere, Eşitlik 3.16.'daki gibidir (Wolfe, 2007a).

$$HKT = \sum \left( (x_i - X_i)^2 + (y_i - Y_i)^2 \right) \quad [3.16.]$$



**Şekil 3.8.** Ortogonal Regresyon (OR) tekniğinde minimize edilmek istenilen hata miktarı.

Ortogonal regresyon tekniği yardımı ile tahmin edilmek istenilen regresyon doğrusu için eğim katsayısı ile bu katsayının varyansı, Eşitlik 3.17. ve 3.18.'de görüldüğü gibi hesaplanır.



$$\hat{\beta}_4 = \frac{1}{2} \left[ (\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_1^{-1}) + \text{Sign}(S_{xy}) \sqrt{4 + (\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_1^{-1})^2} \right] \quad [3.17.]$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_4) = \frac{\hat{\beta}_4^2}{4\hat{\beta}_1^2 + (\hat{\beta}_1\hat{\beta}_2 - 1)^2} \left[ \hat{\beta}_1^{-2} \text{Var}(\hat{\beta}_1) + 2\text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) + \hat{\beta}_1^2 \text{Var}(\hat{\beta}_2) \right] \quad [3.18.]$$

Bu teknik yardımı ile hesaplanacak eğim katsayısını Fuller (1987) Eşitlik 3.19.'de görüleceği üzere daha açık bir şekilde yazmış ve Ortogonal regresyon için elde edilen bu eğim katsayısı tahmin edicisine, kitabında moment tahmin ediciler yöntemi olarak adlandırmıştır (Carroll and Ruppert 1996).

$$\hat{\beta}_{OR} = \frac{\sigma_y^2 - \sigma_x^2 + \sqrt{(\sigma_y^2 - \sigma_x^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2}}{2\sigma_{xy}} \quad [3.19.]$$

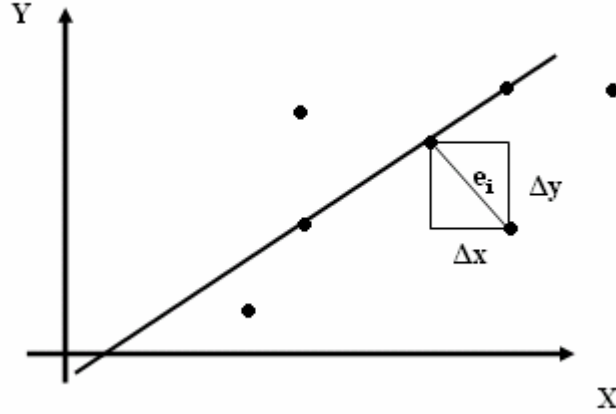
### İndirgenmiş Majör Eksen (Reduced Major Axis) (RMA) Regresyon Tekniği

İstatistikçiler tarafından “Uyarlanmış Majör Eksen” olarak isimlendirilen bu teknik, Strömberg tarafından 1940 yılında, Kermack ve Haldane tarafından 1950 yılında birbirinden bağımsız olarak önerilen EKK(X|Y) ve EKK(Y|X) tekniklerinden elde edilen eğim katsayılarının geometrik ortalaması temeline dayanır (Isobe et al., 1990).

Uyarlanmış Majör Eksen Tekniği, Ortogonal regresyon tekniğindeki ölçek sorununu biraz daha hafifletebilmek için önerilmiş bir tekniktir, ancak bu tekniğinde birçok istenmeyen özelliği söz konusudur (Isobe et al., 1990).

RMA Ortogonal Regresyon Tekniğinde minimize edilmek istenilen HKT değeri, Şekil 3.9.'dan da görüleceği üzere, Eşitlik 3.20.'deki gibidir (Wolfe, 2007b).

$$HKT = \sum((x_i - X_i)(y_i - Y_i)) \quad [3.20.]$$



**Şekil 3.9.** RMA Ortogonal regresyon tekniğinde minimize edilmek istenilen hata miktarı.

RMA Ortogonal Regresyon Tekniği yardımı ile tahmin edilmek istenilen regresyon doğrusu için eğim katsayısı ile bu katsayıya ilişkin varyans, Eşitlik 3.21. ve 3.22.'de görüldüğü gibi hesaplanır.

$$\hat{\beta}_5 = \text{Sign}(S_{xy}) (\hat{\beta}_1 \hat{\beta}_2)^{1/2} \quad [3.21.]$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_5) = \frac{1}{4} \left[ \frac{\hat{\beta}_1}{\hat{\beta}_2} \text{Var}(\hat{\beta}_1) + 2\text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) + \frac{\hat{\beta}_1}{\hat{\beta}_2} \text{Var}(\hat{\beta}_2) \right] \quad [3.22.]$$

### Deming Regresyon Tekniği

Adını ünlü Alman kaliteci W. Edwards Deming'den alan bu tekniğin temelleri, Deming'in 1943 yılında yazdığı "Statistical Adjustmant of Data" isimli kitabında, En

Küçük Kareler metodundaki problemi ele alması ve eksikliklerini belirtmesi ile atılmıştır. Bu teknik X ve Y'den hangisinin bağımlı değişken olarak alınacağı bilinmediği durumlarda, her iki değişkendeki hataların da dikkate alınması gerektiğini vurgulaması üzerine geliştirilmiştir.

Klinik çalışmalarda son yıllarda oldukça önerilen bir teknik olan Deming regresyon, Tip II parametrik regresyon tekniği olarak da bilinmekte ve standartlaştırılmış temel bileşenler analizine benzemektedir (Triboli, 2003).

Deming 1943'teki çalışmasında her iki değişkenin de hatalı ölçümlere sahip olması durumunda gözlem değerlerine en iyi uyacak doğru denklemini verecek fonksiyonun minimize edilmesini önermiştir.

Deming regresyon tekniğinde minimize edilmek istenilen HKT değeri Eşitlik 3.23.'de görüldüğü gibi hesaplanır.

$$HKT = \sum \left\{ (x_i - X_i)^2 + \lambda (y_i - Y_i)^2 \right\} \quad [3.23.]$$

Deming regresyon tekniği, her iki değişkendeki hatayı dikkate alarak en uygun regresyon doğrusunu sunar (Cornbleet and Gochman 1979).

Deming tekniği ile regresyon doğrusunu kestirmek için X ve Y metotlarının kareli analitik standart sapmalarının oranı olan  $\lambda$  değerinin bilinmesi gerekmektedir. Bu değer Eşitlik 3.24.'te görüldüğü gibi hesaplanır.

$$\lambda = \frac{S_{ex}^2}{S_{ey}^2} \quad [3.24.]$$

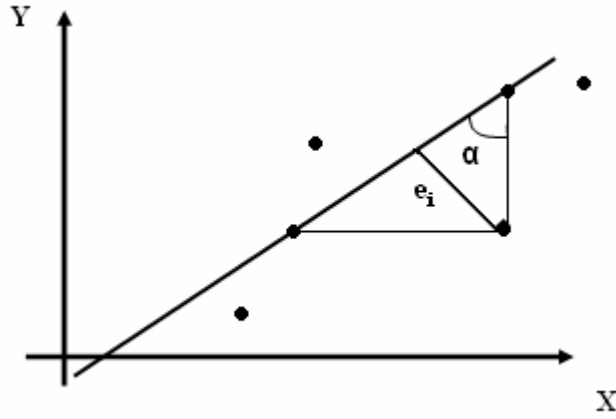
Hesaplanan bu  $\lambda$  değeri, kareli sapma toplamlarını doğru üzerinde minimize ederek açığı belirlemeye olanak sağlar.

Deming regresyon analizinde, gözlem değerlerinin regresyon doğrusuna  $\lambda$  açısıyla olan uzaklığının karesi minimize edilmeye çalışılır (Linnet, 1998). Lamda değeri 1'e eşit olduğunda gözlem noktasının doğruya olan dik uzaklığı söz konusu olmakta ve bu durumda gözlem değerlerinden regresyon doğrusuna çizilen dikey ve yatay uzaklıklar sonucunda oluşan üçgen ikizkenar dik üçgen olmakta bu da Deming regresyon sonuçlarının ortogonal regresyon tekniği ile aynı olduğu anlamına gelmektedir.

Deming ele alınan problemde doğru fonksiyonunu, eğim, sabit terim ve uyarlanmış noktaların varsayımsal değerleri için kareli ve daha yüksek mertebeli terimleri dışarıda tutarak Taylor serisine açarak oldukça basitleştirmiştir (Martin, 2000). Ancak ne yazık ki, yüksek dereceden terimleri ihmal etmek bazı durumlarda istatistiksel açıdan anlamlı hatalara sebep olabilmektedir. Deming'in ele aldığı bu problemin tam ve genel çözümü York tarafından verilmiştir (Reed, 1988).

Deming, ilk olarak  $\lambda$  değerinin sabit bir değer olduğunu düşünmüştür. Bu durumda hesaplanan regresyon denklemi en basit haldeki Deming regresyon formülüdür. Son yıllarda Linnet, Deming'in belirli koşullar altında sunduğu formülasyonları yeniden incelemiştir (Martin, 2000).

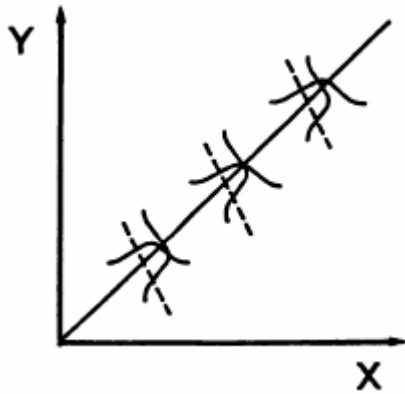
Deming'in probleme yaklaşımı X ve Y değişkenlerindeki hataların kareler toplamını eş zamanlı olarak minimize etmektir. Şekil 3.10.'da gösterildiği gibi regresyon doğrusuna dikey uzaklıkların kareler toplamı minimize edilir (Cornbleet and Gochman, 1979).



**Şekil 3.10.** Deming Regresyon Tekniğinde ele alınan model grafiği.

Şekil 3.11.'den de görüleceği üzere Deming metodu, diğer bir ifade ile hata içeren değişkenler modeli, hem X hem de Y'deki hataları dikkate aldığından, EKK'e göre daha uygun olabilmektedir (Linnet, 1998).

Değişkenlere ait hataların dağılımı da Şekil 3.11.'den görüleceği üzere X ve Y için ayrı ayrı incelenmektedir.



**Şekil 3.11.** Deming Regresyon Tekniğinde ele alınan hataların dağılımına ilişkin grafik.

Daha sonra birçok bilim adamı tarafından üzerinde çalışılmış ve çeşitli düzenlemeler yapılmış olan Deming tekniğinde tahmin edilmek istenilen regresyon denkleminde ait eğim katsayısı olan  $\beta_1$ , Eşitlik 3.26. yardımı ile elde edilmektedir. Bu eşitlikte yer alan  $u$ ,  $p$  ve  $q$  ifadeleri ise Eşitlik 3.25.'de belirtildiği gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} u &= \sum (x_i - \bar{x})^2 \\ q &= \sum (y_i - \bar{y})^2 \\ p &= \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \end{aligned} \quad [3.25.]$$

$$\beta_1 = \frac{(\lambda q - u) + \sqrt{(u - \lambda q)^2 + 4\lambda p^2}}{2\lambda p} \quad [3.26.]$$

Sabit katsayıyı ifade eden  $\beta_0$  katsayısı ise Eşitlik 3.27.'de görüldüğü gibi elde edilir.

$$\beta_0 = \bar{y} - b\bar{x} \quad [3.27.]$$

Deming regresyon hesaplamalarında, X ve Y değişkenlerine ait hataların normal dağıldığı varsayılır (Billo, 2001).

Deming regresyonda, sabit terim ve eğim katsayısı için sunulan genel formülasyonlar pratikte oldukça karışıktır. Bu hesaplamalar için bilgisayar temelli olan Jacknife gibi bir yeniden örnekleme tekniği kullanmak gereklidir. (Linnet, 1999).

Deming regresyonda hesaplanan eğim katsayısına ait standart hata hesabı Eşitlikler 3.28–3.31.'de gösterildiği üzere Jacknife temelli bir hesaplama ile elde edilir (Linnet, 1990).

$$b_i = kb - (k-1)b^i \quad (i\text{'inci geçici değişken, } i=1, \dots, k) \quad [3.28.]$$

$$\tilde{b} = \sum_{i=1}^k b_i / k \quad [3.29.]$$

$$V_j(b) = \sum_{i=1}^k (b_i - \tilde{b})^2 / (k-1) \quad [3.30.]$$

$$SE(b) = \sqrt{V_j(b)/k} \quad [3.31.]$$

Genel olarak tüm regresyon modellerinde, kurulan regresyon denklemlerinden hangisinin iyi olduğunun (her iki değişkende de meydana gelebilecek hatayı eş zamanlı olarak minimum edecek regresyon denkleminin) belirlenmesi için, kurulan modelin hatası ile belirlilik katsayısı önemli birer göstergedir. Bunların dışında Tip II regresyon problemlerinde ele alınan iki metodun karşılaştırması yapılacak ise, bu metodların birbirinin alternatifi olup olmadıklarına karar vermede doğrusallık analizi etkili bir yöntemdir.

Deming tekniği;

- İki metot arasındaki uyumluluğu ölçmek için kullanılır.
- İki metot arasında tam uygunluk olmadığında ortogonal regresyon algoritması uygundur.
- Hesaplamalarda uygunsuzluk miktarı manüel olarak girilebilir, ya da analiz yapılarak bu oran belirlenir.
- Regresyon doğrusunda hem eğim hem de sabit terim dikkate alınır (Analyse-it, 2005).

Parvin (1984) çalışmasında Deming regresyondaki eğim katsayısını, doğrusal fonksiyonel eğim katsayısı (Linear Functional Slope Estimation,  $b_{LF}$ , Deming'in eğim katsayısı) olarak yorumlamış ve bu teknikle elde edilen eğim katsayısı ile EKK

teknikinden elde edilen eğim katsayısı ( $b_{LS}$ ) arasındaki ilişkileri Eşitlik 3.32’de görüldüğü gibi özetlemiştir.

$$b_{LF} = 1/2 \left\{ \frac{b_{LS}}{r^2} - \frac{\lambda}{b_{LS}} + \left[ \left( \frac{b_{LS}}{r^2} - \frac{\lambda}{b_{LS}} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad [3.32]$$

Burada sunulan ilişkide Parvin’e göre;

- $b_{LF}$  her zaman  $b_{LS}$ ’den daha büyüktür.
- $\lambda$  çok büyük bir değer olursa,  $b_{LF}$ ,  $b_{LS}$ ’ye yaklaşır.
- $\lambda$  çok küçülürse,  $b_{LF}$ ,  $b_{LS}/r^2$  değerine yaklaşır ki, bu değer EKK tekniğinde eksenlerin değiştirilmesi ile elde edilen eğim katsayısına eşittir.
- Eğer  $r$  değeri azalır,  $b_{LF}$  ve  $b_{LS}$  arasındaki fark artar.
- $b_{LF}$  ve  $b_{LS}$  arasındaki fark,  $\lambda=1$  değerine karşı oldukça duyarlıdır.

### Optimal Deming Regresyon Tekniği

Deming tekniğini kullanarak metot karşılaştırması yapabilmek için ilk olarak  $\lambda$  değerinin belirlenmesi gerekir.

Bazı durumlarda metot karşılaştırma çalışmalarında ele alınan değişkenlere ilişkin gözlem değerleri incelendiğinde ve araştırmacının her iki teknik hakkında da bir bilgi sahibi olmadığı durumlarda,  $\lambda$  değeri hesaplanırken hangi değişkenin X hangi değişkenin ise Y olarak ele alınacağı bilinemediğinden, ele alınan değişkenlerin varyanslarının oranı olan  $\lambda$  değeri 1 alınır.



Ayrıca sadece tek ölçümleri içeren metotlar söz konusu olduğu durumlarda, bu oran bilinmeyebilir ve bu durumda genellikle 1 olarak ele alınır. Simülasyon çalışmalarında pratikte 1'den sapma gösteren gerçek hata oranlarının olduğu durumlar değerlendirilir.

Deming Regresyon Tekniğinde  $\lambda$  değerinin 1 olarak ele alınması durumunda, Optimal Deming Regresyon tekniği söz konusu olmaktadır.

### **Passing-Bablok Regresyon Tekniği**

Passing-Bablok tekniğinde sabit terim ve eğim katsayıları parametrik olmayan temele göre tahmin edilir. Bu teknikte hata dağılımının Gaussian olması şartı yoktur. Burada şunu da belirtmek gerekir ki, Deming regresyon tekniğinde katsayıların standart sapmaları hesaplanırken kullanılan Jackknife tekniği de parametrik olmayan bir tekniktir (CBStat, 2008).

Bu teknik de diğer Tip II Regresyon tekniklerinde olduğu gibi hem X hem de Y'deki ölçüm hatalarını dikkate alır. Bu teknik hem sabit hem de oransal sistematik hataların olduğu durumlarda uygulanabilir. Ancak bu metot diğer parametrik metotlar kadar etkili değildir (CBStat, 2008).

Tip I regresyon tekniklerine diğer bir alternatif olan Passing-Bablok regresyon tekniğinde, veri dağılımına ilişkin hiçbir özel varsayımı olmayan doğrusal bir regresyon modeli öne sürülmüştür. Bu nonparametrik teknik, gözlemleri sıralama temeline dayanır ancak bu durumda hesaplamalar uzun zaman almaktadır. Bu teknikte test metodu ile referans metodu verilerinin (Y ve X) bağımsız olduğu varsayılır (Magari, 2002).

Payne, (1997) ölçülen konsantrasyon ile beraber analitik sapmanın artması söz konusu olduğu durumlarda, Passing-Bablok tekniğinin daha uygun olduğunu öne sürmüştür.

Bu Tip II regresyon tekniğinde de hem X hem de Y'deki ölçüm hataları dikkate alınır ancak bu teknik analitik standart hataların karışık bir biçimde  $\beta_0$  parametresine katıldığını varsayar. Diğer taraftan yansız eğim tahminleri artar. Ancak bu tekniğin uygulamada verdiği sonuçlar incelendiğinde, Deming tekniği kadar etkili olduğu söylenemez (CBStat, 2008).

Bu teknikte  $\beta_0$  ve  $\beta_1$  katsayıları parametrik olmayan esasa göre tahmin edilir. Bu teknikte hataların dağılımının normale uyma gerekliliği yoktur.

Passing-Bablok regresyon tekniğine göre elde edilmek istenilen regresyon denkleminin ilişkin eğim katsayısı ve sabit katsayısı hesaplarken Eşitlikler 3.33–3.38'den yararlanılır (Passing and Bablok, 1983).

$$b_{ij} = \frac{y_i - y_j}{x_i - x_j} \quad 1 \leq i < j \leq n \quad [3.33.]$$

bu ifade genel olarak;

$$b_{ij} = \frac{Y_i - Y_j + \delta_i - \delta_j}{X_i - X_j + \varepsilon_i - \varepsilon_j} \quad [3.34.]$$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i \quad \text{ve} \quad d_{ij} = (X_i - X_j) \quad [3.35.]$$

olduğundan,

$$b_{ij} = \frac{bd_{ij} + (\delta_i - \delta_j)}{d_{ij} + (\varepsilon_i - \varepsilon_j)} = b \frac{d_{ij} + \frac{(\delta_i - \delta_j)}{b}}{d_{ij} + \frac{(\varepsilon_i - \varepsilon_j)}{b}} \quad [3.36.]$$

$$b = b \frac{d_{ij} + z_{ij}}{d_{ij} + z_{ij}} \quad [3.37.]$$

olacaktır. Sonuç olarak;

$$\beta_1 = \begin{cases} b_{\binom{N+1}{2}+K} & \text{N çift ise} \\ \frac{1}{2} \left( b_{\binom{N}{2}+K} + b_{\binom{N+1}{2}+K} \right) & \text{N tek ise} \end{cases} \quad \text{dir.} \quad [3.38.]$$

Burada K,  $b_{ij} < -1$  olan  $b_{ij}$  değer sayısıdır.

Bu teknik yardımı ile elde edilecek regresyon denkleminin ilişkin sabit terim ise Eşitlik 3.39'da görüldüğü gibi elde edilir (Passing and Bablok, 1983).

$$\beta_0 = \text{med}\{y_i - \beta_1 x_i\} \quad [3.39.]$$

### York Regresyon Tekniği

Yaygın olarak kullanılan birçok teknik (EKK(Y|X), EKK(X|Y), Ortogonal, Uyarlanmış Majör Eksen ve Deming gibi) York'un genel çözümünün özel bir halidir. Bu tekniklerde, York tekniğinde yer verilen ağırlıklar ya da korelasyon katsayısının bazılarını yer verilmemiş ya da çeşitli uyarlamalar yapılmıştır (Saylor et al. 2006).

York'un (1969) makalesinde belirttiği üzere bu teknik gözlem değerlerinin ölçümündeki hataları da dikkate katan Tip II regresyon tekniğidir. York regresyon tekniğinde minimize edilmek istenilen hata, Saylor et al., (2006)'da belirtildiği üzere Eşitlik 3.40.'daki gibidir.

$$HKT = \sum \left[ w(X_i)(x_i - X_i)^2 - 2r_i \sqrt{w(X_i)w(Y_i)} * (x_i - X_i)(y_i - Y_i) + w(Y_i)(y_i - Y_i)^2 \right] * \frac{1}{(1-r_i^2)}$$

[3.40.]

İteratif bir hesaplama gerektiren York regresyonunun eğim katsayısı Eşitlik 3.41.'da görüldüğü gibi hesaplanır.

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n W_i \beta_i (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n W_i \beta_i (x_i - \bar{x})}$$

[3.41.]

Bu eşitlikte yer alan  $W_i$  değerleri Eşitlik 3.42. yardımıyla,  $\beta_i$  değerleri ise Eşitlik 3.43. yardımı ile hesaplanır.

$$W_i = \frac{w(x_i)w(y_i)}{w(x_i) + b^2 w(y_i) - 2br_i \sqrt{w(x_i)w(y_i)}}$$

[3.42.]

$$\beta_i = W_i \left[ \frac{x_i - \bar{x}}{w(y_i)} + \frac{b(y_i - \bar{y})}{w(x_i)} - (b(x_i - \bar{x}) + (y_i - \bar{y})) \frac{r_i}{\sqrt{w(x_i)w(y_i)}} \right]$$

[3.43.]

Yukarıdaki denklemlerde yer alan ağırlıklar ( $w(x_i)$  ve  $w(y_i)$ ) York Regresyonda standart olarak 1, gözlem değerlerinin hataları arasındaki korelasyon katsayısı olan  $r_i$  değeri ise 0 olarak alınır.\*

Eşitlik 3.43.'te yer alan ilgili ortalamalar Eşitlik 3.44.'te gösterildiği gibi hesaplanmaktadır.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n W_i x_i}{\sum_{i=1}^n W_i} \quad \text{ve} \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n W_i y_i}{\sum_{i=1}^n W_i} \quad [3.44.]$$

York regresyon yardımı ile tahmin edilmek istenilen regresyon denklemindeki sabit terim katsayısı ise, Eşitlik 3.45'te gösterildiği gibi hesaplanmaktadır.

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{x} \quad [3.45.]$$

Yukarıdaki eşitliklerden görüleceği üzere  $W_i$  ve  $\beta_i$ ,  $b$ 'nin bir fonksiyonudur ve iteratif olarak çözümlenmelidir. Bu aşamada, her bir gözlem çifti için verilmiş olan ağırlıklar ve korelasyon katsayısı dikkate alınarak bir başlangıç  $b$  değeri seçilir (bu başlangıç değeri EKK(Y|X) ya da ortogonal regresyon tekniği ile hesaplanmış olan değer olabilir).

İterasyon adımları şöyledir;

1.  $\beta_1$ , ağırlıklar ve korelasyon katsayısı kullanılarak her bir gözlem değeri için Eşitlik 3.42.'de gösterildiği üzere  $W_i$  değerleri belirlenir.
2. Tüm gözlem değerleri için  $W_i$  değerleri yardımı ile Eşitlik 3.44.'te gösterildiği üzere, X ve Y değişkenlerine ilişkin ortalamalar hesaplanır.

---

\* Simülasyon çalışmalarında geçerlidir.

3. Eşitlik 3.43.'de gösterildiği üzere her bir gözlem değeri için  $\beta_i$  değerleri hesaplanır.
4. Eşitlik 3.41.'de gösterildiği üzere b için yeni bir tahmin değeri elde edilir. Ve adım 1'e dönülür.
5. Daha sonra sabit terim ( $\beta_0$ ) değeri, Eşitlik 3.45.'de verildiği gibi hesaplanır.

Bu teknikte de tahmin edilen regresyon katsayılarına ilişkin standart hatalar Eşitlik 3.46. ve Eşitlik 3.47. yardımı ile hesaplanmaktadır (York et al., 2004).

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{\sum W_i} + \bar{x}^2 \sigma_b^2 \quad [3.46.]$$

$$\sigma_b^2 = \frac{1}{\sum W_i (x_i - \bar{x})^2} \quad [3.47.]$$

### Optimal York Regresyon Tekniği

Optimal York regresyon tekniği, York tekniğinin özel bir durumudur. Bu durumda Optimal York Tekniği yardımı ile tahmin edilmek istenilen regresyon doğrusuna ilişkin parametrelerin formülüzasyonu York Tekniğinde olduğu gibidir. Ancak bu teknikte, X ve Y değişkenlerine ait gözlem değerleri için ağırlıklar Eşitlik 3.48.'da gösterildiği gibi hesaplanır. Gözlem değerlerinin hataları arasındaki korelasyon değeri ise York Tekniğinde olduğu gibi 0 olarak kabul edilir.

$$w(x_i) = \frac{1}{\sigma_{ex}^2} \quad , \quad w(y_i) = \frac{1}{\sigma_{ey}^2} \quad [3.48.]$$

### 3.2.3. Doğrusallık Testi

İncelenen iki metot arasındaki uyuma en kaba şekilde, eşitlik doğrusuna ( $Y=X$ ) karşın veri kümesinden elde edilen en uygun doğruyu görsel olarak inceleyerek de karar verilebilir (Wood, 2004).

Doğrusallık testi yapılırken, regresyon doğrusunun verilere nasıl uyduğu ya da verilerin  $y = \beta_0 + \beta_1 x$  doğrusu etrafında ne kadar yayıldığı araştırılmak istenebilir.

X ve Y arasında doğrusal olmayan bir ilişki söz konusu ise, gözlem noktalarından elde edilen doğrunun üzerinde ya da altında kalan ardışık birçok gözlem olması beklenir.  $l$  ile  $y_i > \beta_0 + \beta_1 x_i$  şartını sağlayan  $(x_i, y_i)$  gözlem noktalarının sayısı,  $L$  ile de  $y_i < \beta_0 + \beta_1 x_i$  şartını sağlayan gözlem noktalarının sayısı ifade edilsin; bu durumda Eşitlik 3.49., Eşitlik 3.50. ve Eşitlik 3.51.'de gösterilen  $r_i$  değerlerine ulaşılır (Passing and Bablok, 1983).

$$r_i = \sqrt{\frac{L}{l}} \quad y_i > \beta_0 + \beta_1 x_i \text{ ise,} \quad [3.49.]$$

$$r_i = -\sqrt{\frac{L}{l}} \quad y_i < \beta_0 + \beta_1 x_i \text{ ise} \quad [3.50.]$$

$$r_i = 0 \quad y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i \text{ ise} \quad [3.51.]$$

Ne yazık ki  $(x_i, y_i)$  gözlem noktalarından elde edilen değerler, ya X'in artan değerleri ya da Y'nin artan değerleri ile sıralanmıştır. Bu da, doğrusallığın hangi metodun X, hangi metodun ise Y değişkenine göre sıralandığı temeline dayanan sonucudur.

Her iki metotda,  $(x_i, y_i)$  noktaları  $y = \beta_0 + \beta_1 x$  doğrusunun yanında sıralanarak benzer şekilde ele alınabilir. Bu işlem her bir  $(x_i, y_i)$  noktasını doğru üzerine yansıtarak elde edilebilir. Bu yansıma ve doğruya uyan  $y$  sabiti arasındaki uzaklık Eşitlik 3.52.'deki gibidir (Passing and Bablok, 1983).

$$D_i = \frac{y_i + \frac{1}{\beta_1} x_i - \beta_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{\beta_1^2}}} \quad [3.52.]$$

$r_i$  skorları,  $D_i$ 'nin artan (küçükten büyüye) değerlerine göre sıralanmıştır. Bu sıra düzen ( $r_i$  değerleri) önerilen doğrusallık testinin temelini oluşturmaktadır.

Burada önerilen test için olası iki çözüm dikkate alınmıştır. Bunlardan en açık olanı, elde edilen  $y = \beta_0 + \beta_1 x$  doğrusu boyunca skor değerlerine ait dağılımın rassallığını test eder.

Diğer bir teknik ise biyokimyada da oldukça yaygın olarak bilinen bir teknik olan ve bu çalışmada da kullanıldığı üzere, *CUSUM* (Cumulative Sum, Kümülatif Toplam) yaklaşımıdır.

Bu teknikte düşünülen koordinat sisteminde, X ekseninde sıralanmış  $D_i$  değerleri yer alırken Y ekseninde  $r_i$  değerlerinin kümülatif toplamlarına yer verilir. Bu durumda Eşitlik 3.53.'de gösterilen ifadeye ulaşılır.

$$cusum(i) = \sum_{k=1}^i r_{(k)} \quad [3.53.]$$

*CUSUM*,  $D_i$  değerlerinin 1'den  $n$ 'e kadar sıralanmış haldeki pozitif ya da negatif aşırılığını gösterir.



Skor değerlerinin, doğrusallığın bir göstergesi gibi rassal düzenlenmiş durumu;

Eğer  $i$ 'nin bazı değerleri için ( $i=1, \dots, n$ )  $|c_{usum}(i)| \geq h_\gamma \sqrt{L+l}$  eşitliği sağlanıyorsa, bu durumda, skor değerlerinin rassal olmayan bir sıradüzeninden bahsedilir ve bu durumda da  $X^*$  ve  $Y^*$  arasında doğrusal bir ilişki olduğu savı ret edilir (Passing and Bablok, 1983).

Cusum istatistiğinin kritik değerleri, Kolmogorov-Smirnov testi aracılığı ile elde edilebilir.

### Cusum İstatistiğinin Türetilmesi

Bu test istatistiği hesaplanırken ilk olarak  $D_i$  değerlerinden biri  $r_i > 0$ , diğeri ise  $r_i < 0$  olacak şekilde iki kümeye bölünür. Deneysel dağılım fonksiyonu sırasıyla  $F_l$  ve  $G_L$  olarak belirtilmiştir. Daha sonra,  $\lambda \in [D(i), D(i+1))$  için Eşitlik 3.54., Eşitlik 3.55., ve Eşitlik 3.56.'da gösterilen değerler hesaplanır (Passing and Bablok, 1983).

$$F_l(\lambda) = \frac{1}{l} \sum_{\substack{k=1 \\ r_{(k)} > 0}}^i l \quad [3.54.]$$

$$G_L(\lambda) = \frac{1}{L} \sum_{\substack{k=1 \\ r_{(k)} < 0}}^i l \quad [3.55.]$$

$$F_l(\lambda) - G_L(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{lL}} \sum_{\substack{k=1 \\ r_{(k)} > 0}}^i r_{(k)} + \frac{1}{\sqrt{lL}} \sum_{\substack{k=1 \\ r_{(k)} < 0}}^i r_{(k)} = \frac{1}{\sqrt{lL}} \sum_{k=1}^i r_{(k)} \quad [3.56.]$$

daha sonra,  $T$  ve  $P$  değerleri Eşitlik 3.57. ve Eşitlik 3.58.'de gösterildiği gibi hesaplanır.

$$T = \sup_{\lambda \in R} |F_l(\lambda) - G_L(\lambda)| = \frac{1}{\sqrt{lL}} \max_{i \leq 1 \leq n} \sum_{k=1}^i r_{(k)} = \frac{1}{\sqrt{lL}} \max_{i \leq 1 \leq n} |c_{usum}(i)| \quad [3.57.]$$

$$P = \left\{ \max_{i \leq n} |cusum(i)| < h_\gamma \sqrt{L+l} \right\} = P \left\{ \sqrt{\frac{ll}{l+L}} T < h_\gamma \right\} = 1 - \gamma \quad [3.58.]$$

Burada  $h_\gamma$  Kolmogorov-Smirnov istatistiğinin kritik değeridir (Passing and Bablok, 1983).

Bu çalışmada kurulan modellerin tamamı doğrusal olduğundan dolayı doğrusallık testine gidilmemiştir ancak gerçek veriler ile yapılacak çalışmalarda doğrusallık testinin yapılmasında yarar vardır.

Metot karşılaştırma çalışmalarında kullanılan Tip II Regresyon Teknikleri ile elde edilen regresyon denkleminin katsayılarının anlamlılığı sınanırken, sabit terim katsayısının anlamlılığı Tip I Regresyon Tekniklerinde olduğu gibi 0'a karşı sınanır ancak eğim katsayısının anlamlılığı 1'e karşı sınanır. Eğer;

$$H_0: \beta_0 = 0 \text{ ve}$$

$$H_0: \beta_1 = 1$$

hipotezlerinin ikisi de kabul edilir ise ele alınan iki metot arasında bir uyum olduğuna ve dolayısı ile benzer olan bu metotların birbirinin alternatifi olabileceği sonucuna ulaşılır. Çoğu paket program çıktılarında sabit terim ve eğim katsayılarının güven aralıklarına yer verilmektedir. Bilindiği üzere bu aralıkların sabit terim için 0'ı eğim katsayısı için 1'i içermesi durumunda her iki hipotez de kabul edildiğinden iki metodun uygunluğundan söz edilmektedir (Passing and Bablok, 1983).

## BÖLÜM 4

### SİMÜLASYON VE SİMÜLASYON SONUÇLARI

Çalışmanın dördüncü bölümü olan simülasyon kısmında, ikinci bölümde açıklanan regresyon tekniklerinin farklı koşullar altında ortaya koydukları performanslarını karşılaştırmak ve gerçek modele ne kadar yakın tahminlerde buldukları belirlenmek istenmiştir. Bu amaçla MATLAB 7.02 paket programı yardımıyla rassal olarak üretilen 5000 gözlem değeri (anakütle 5000 birim olarak belirlenmiştir), basıklıkları farklı üç dağılım biçimi için ( $T \sim 4$ ,  $T \sim 10$ ,  $T \sim 30$ ), farklı örneklem büyüklüklerinde ( $n=50$ ,  $100$  ve  $200$ ), gözlem değerlerinin aykırı değer içerip içermediği durumlarda analiz edilmiştir. Yapılan bu simülasyon için yazılan MATLAB komutları Ek 2.'de sunulmuştur.

Aykırı değerler için veri seti Dixon'un "Aykırı Değer Modeli" aracılığı ile elde edilmiştir (bkz. Dixon, 1950). Bu modelde, Eşitlik 4.1.'de görüldüğü üzere, simülasyon yardımı ile üretilecek olan  $N$  birimlik veri setinin  $N-r$  kadarı istenilen özelliklere uygun değerlerden,  $r$  kadarı ise aykırı değerlerden oluşmaktadır. Bu çalışmada aykırı değer içeren veri seti oluşturulurken, veri setinin %5'i aykırı verilerden (ortalaması daha yüksek olan), %95'i ise istenilen özellikteki (örn. 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış) verilerden oluşmaktadır.

$$\begin{aligned} (N-r) &\sim N(0,1) + r \sim N(0,5) \\ r &= [0,5 + 0,1 * N] \end{aligned} \quad [4.1.]$$

Ele alınan örneklem için simülasyon aracılığı ile yapılan tekrarlar;  $N = [100.000/n]$  alınarak yapılmıştır. Yapılan bu simülasyonlar için kurulan modele ilişkin Hata Kareler Ortalaması (HKO) değeri, Eşitlik 4.2.'de gösterildiği gibi hesaplanmıştır.

$$HKO = \frac{\sum (Y_t - (\beta_0 + \beta_1 X_t))^2}{n - k} \quad [4.2.]$$

Tüm regresyon denklemleri için gerçek model Eşitlik 4.3.'te görüldüğü gibi kurulmuştur. Burada  $\beta_0=0$  ve  $\beta_1=1$  olduğundan dolayı en iyi regresyon tekniğinin belirlenmesinde en küçük HKO değerine sahip tekniğin en iyi teknik olduğundan başka,  $\beta_0$ 'ı 0'a ve  $\beta_1$ 'i 1'e en yakın olan tekniğin en iyi teknik olduğu da söylenebilir.

$$Y_t = X_t + u_t \quad [4.3.]$$

#### 4.1. Simülasyon Aracılığı ile Veri Türetilmesi

Simülasyon aracılığı ile X ve Y değişkenlerine ait terimler arasında istenilen miktardaki korelasyonu sağlayabilmek için, y değişkenine ait terimler, X değişkeni yardımı ile elde edilmişlerdir. Simülasyon aracılığı ile üretilen değişkenlerin yapıları Eşitlik 4.4., 4.5., 4.6. ve 4.7.'de gösterildiği gibidir.

$U \sim N(0,1)$  ve  $V \sim N(0,1)$  olan rassal değişkenlerdir.

$$X_i = T \sim (4) \quad [4.4.]$$

$$x_i = X_i + e_{ix} \quad [4.5.]$$

$$Y_i = X_i + u_i \quad [4.6.]$$

$$y_i = Y_i + e_{iy} \quad [4.7.]$$

Aykırı değer içeren veri setleri oluşturulurken  $X_i$  değerleri, Eşitlik 4.8'de görüldüğü gibi elde edilmiştir.

$$X_i = 5 + T \sim (4) \quad [4.8.]$$

## 4.2. Simülasyon Sonuçları

Türetilen verilerin ele alınan regresyon teknikleri ile modellenmesi için yapılan simülasyon çalışmasına ait ayrıntılı sonuçlar Çizelge 4.1. - Çizelge 4.27 ile Şekil 4.1. - Şekil 4.27.'de sunulmuştur. Regresyon doğrularının yer aldığı şekiller, tek bir örneklemeden elde edilmiş veriler aracılığı ile çizilmiştir. Simülasyon sonuçlarında yer alan kısaltmalar ve anlamları kısaltmalar dizininde açıklandığı gibidir.

**Çizelge 4.1.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | $\hat{\beta}_0$ | $\hat{\beta}_1$ | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 0.0027          | 0.6803          | 1.2484            |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | -0.0096         | 2.1455          | 4.2304            |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | -0.0016         | 0.6304          | 1.4231            |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | 0.0023          | 1.1382          | 1.0976            |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | 0.001           | 1.3494          | 1.415             |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | 0.0004          | 1.3844          | 1.4878            |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | -0.0008         | 1.3547          | 1.4274            |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | 0.001           | 1.3494          | 1.415             |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | -0.0144         | 1.2645          | 1.3209            |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | 0.0005          | 1.3647          | 1.743             |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | 0.0014          | 1.3352          | 1.3421            |

**Çizelge 4.2.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılımı, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | $\hat{\beta}_0$ | $\hat{\beta}_1$ | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 0.0056          | 0.6935          | 1.2232            |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | -0.0098         | 2.0191          | 3.2816            |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | -0.0012         | 0.6332          | 1.3757            |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | 0.0064          | 1.1408          | 1.0663            |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | 0.0068          | 1.3111          | 1.2564            |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | 0.0068          | 1.3684          | 1.3582            |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | 0.0059          | 1.3083          | 1.2463            |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | 0.0068          | 1.3111          | 1.2564            |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | -0.0123         | 1.2558          | 1.2105            |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | 0.0035          | 1.3474          | 1.5205            |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | 0.0063          | 1.3088          | 1.2392            |

**Çizelge 4.3.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılımı, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | $\hat{\beta}_0$ | $\hat{\beta}_1$ | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | -0.0026         | 0.6946          | 1.2113            |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | 0.0026          | 1.9608          | 2.9682            |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | -0.0118         | 0.6265          | 1.3563            |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | -0.0045         | 1.1335          | 1.0401            |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | -0.0049         | 1.2824          | 1.1793            |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | -0.0056         | 1.3393          | 1.2644            |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | -0.0051         | 1.2869          | 1.1828            |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | -0.0049         | 1.2824          | 1.1793            |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | -0.0217         | 1.2481          | 1.1601            |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | -0.0041         | 1.3437          | 1.427             |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | -0.0048         | 1.2893          | 1.1852            |

**Çizelge 4.4.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içermeyen farklı örneklem büyüklüklerindeki veri setleri için Hata Kareler Ortalaması değerleri.

| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | <b>N=50</b> | <b>N=100</b> | <b>N=200</b> |
|---------------------------------|-------------------|-------------|--------------|--------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 1.2484      | 1.2232       | 1.2113       |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | 4.2304      | 3.2816       | 2.9682       |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | 1.4231      | 1.3757       | 1.3563       |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | 1.0976      | 1.0663       | 1.0401       |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | 1.415       | 1.2564       | 1.1793       |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | 1.4878      | 1.3582       | 1.2644       |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | 1.4274      | 1.2463       | 1.1828       |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | 1.415       | 1.2564       | 1.1793       |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | 1.3209      | 1.2105       | 1.1601       |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | 1.743       | 1.5205       | 1.427        |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | 1.3421      | 1.2392       | 1.1852       |

**Çizelge 4.5.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | <b><math>\hat{\beta}_0</math></b> | <b><math>\hat{\beta}_1</math></b> | <b>HKO</b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 0.1533                            | 0.8012                            | 1.2222     |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | -0.3419                           | 1.5345                            | 2.5203     |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | 0.1341                            | 0.7504                            | 1.3657     |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | 0.007                             | 1.0933                            | 1.1178     |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | -0.0166                           | 1.1482                            | 1.2167     |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | -0.0561                           | 1.222                             | 1.4324     |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | -0.0158                           | 1.1478                            | 1.2119     |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | -0.0166                           | 1.1482                            | 1.2167     |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | -0.0537                           | 1.1631                            | 1.2869     |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | -0.0261                           | 1.1658                            | 1.3002     |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | -0.0168                           | 1.1474                            | 1.1998     |

**Çizelge 4.6.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılımı, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><u>Regresyon Tekniği</u></b> |                   | $\hat{\beta}_0$ | $\hat{\beta}_1$ | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| 1                               | <b>EKK(XY)</b>    | 0.157           | 0.8092          | 1.1878            |
| 2                               | <b>EKK(YX)</b>    | -0.3503         | 1.5089          | 2.2745            |
| 3                               | <b>THEIL</b>      | 0.1329          | 0.7571          | 1.3058            |
| 4                               | <b>EKK AO</b>     | 0.0042          | 1.0963          | 1.0936            |
| 5                               | <b>ORTOGONAL</b>  | -0.0196         | 1.1439          | 1.1618            |
| 6                               | <b>RMA</b>        | -0.0598         | 1.2195          | 1.3313            |
| 7                               | <b>DEMING</b>     | -0.0197         | 1.144           | 1.1597            |
| 8                               | <b>OPT-DEMING</b> | -0.0196         | 1.1439          | 1.1618            |
| 9                               | <b>PAS-BAB</b>    | -0.057          | 1.1637          | 1.2138            |
| 10                              | <b>YORK</b>       | -0.0237         | 1.151           | 1.2256            |
| 11                              | <b>OPT-YORK</b>   | -0.0193         | 1.1431          | 1.1552            |

**Çizelge 4.7.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılımı, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><u>Regresyon Tekniği</u></b> |                   | $\hat{\beta}_0$ | $\hat{\beta}_1$ | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| 1                               | <b>EKK(XY)</b>    | 0.1596          | 0.8123          | 1.1795            |
| 2                               | <b>EKK(YX)</b>    | -0.3538         | 1.5004          | 2.1475            |
| 3                               | <b>THEIL</b>      | 0.1368          | 0.7617          | 1.2816            |
| 4                               | <b>EKK AO</b>     | 0.01            | 1.0973          | 1.0777            |
| 5                               | <b>ORTOGONAL</b>  | -0.0135         | 1.143           | 1.1335            |
| 6                               | <b>RMA</b>        | -0.0535         | 1.2186          | 1.2763            |
| 7                               | <b>DEMING</b>     | -0.0128         | 1.1417          | 1.1303            |
| 8                               | <b>OPT-DEMING</b> | -0.0135         | 1.143           | 1.1335            |
| 9                               | <b>PAS-BAB</b>    | -0.0485         | 1.1658          | 1.1732            |
| 10                              | <b>YORK</b>       | -0.0171         | 1.1512          | 1.1851            |
| 11                              | <b>OPT-YORK</b>   | -0.0135         | 1.1432          | 1.1313            |



**Çizelge 4.8.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içeren farklı örneklem büyüklüklerindeki veri setleri için Hata Kareler Ortalaması değerleri.

| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | <b>N=50</b> | <b>N=100</b> | <b>N=200</b> |
|---------------------------------|-------------------|-------------|--------------|--------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 1.2222      | 1.1878       | 1.1795       |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | 2.5203      | 2.2745       | 2.1475       |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | 1.3657      | 1.3058       | 1.2816       |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | 1.1178      | 1.0936       | 1.0777       |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | 1.2167      | 1.1618       | 1.1335       |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | 1.4324      | 1.3313       | 1.2763       |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | 1.2119      | 1.1597       | 1.1303       |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | 1.2167      | 1.1618       | 1.1335       |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | 1.2869      | 1.2138       | 1.1732       |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | 1.3002      | 1.2256       | 1.1851       |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | 1.1998      | 1.1552       | 1.1313       |

**Çizelge 4.9.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | <b><math>\hat{\beta}_0</math></b> | <b><math>\hat{\beta}_1</math></b> | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 0.0065                            | 0.5756                            | 1.2673            |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | -0.0231                           | 2.8578                            | 10.0467           |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | 0.0049                            | 0.5613                            | 1.3216            |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | 0.003                             | 1.1569                            | 1.0824            |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | -0.0006                           | 1.5989                            | 2.4657            |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | 0.0001                            | 1.498                             | 1.5154            |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | -0.0023                           | 1.6055                            | 2.8332            |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | -0.0006                           | 1.5989                            | 2.4657            |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | -0.0188                           | 1.3302                            | 1.2891            |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | 0.0008                            | 1.512                             | 1.7232            |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | -0.001                            | 1.5105                            | 1.5069            |

**Çizelge 4.10.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><u>Regresyon Tekniği</u></b> |                   | $\hat{\beta}_0$ | $\hat{\beta}_1$ | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| 1                               | <b>EKK(XY)</b>    | -0.0009         | 0.5785          | 1.256             |
| 2                               | <b>EKK(YX)</b>    | -0.0072         | 2.6406          | 4.8539            |
| 3                               | <b>THEIL</b>      | -0.0009         | 0.565           | 1.2913            |
| 4                               | <b>EKK AO</b>     | -0.0058         | 1.1601          | 1.0643            |
| 5                               | <b>ORTOGONAL</b>  | -0.0087         | 1.5212          | 1.4565            |
| 6                               | <b>RMA</b>        | -0.0093         | 1.4847          | 1.3897            |
| 7                               | <b>DEMING</b>     | -0.0085         | 1.5162          | 1.4427            |
| 8                               | <b>OPT-DEMING</b> | -0.0087         | 1.5212          | 1.4565            |
| 9                               | <b>PAS-BAB</b>    | -0.0353         | 1.3222          | 1.2094            |
| 10                              | <b>YORK</b>       | -0.0064         | 1.4968          | 1.5326            |
| 11                              | <b>OPT-YORK</b>   | -0.0083         | 1.4929          | 1.3889            |

**Çizelge 4.11.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><u>Regresyon Tekniği</u></b> |                   | $\hat{\beta}_0$ | $\hat{\beta}_1$ | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| 1                               | <b>EKK(XY)</b>    | 0.0076          | 0.5714          | 1.2353            |
| 2                               | <b>EKK(YX)</b>    | -0.0227         | 2.5721          | 4.3383            |
| 3                               | <b>THEIL</b>      | 0.0019          | 0.5544          | 1.2633            |
| 4                               | <b>EKK AO</b>     | 0.0081          | 1.1524          | 1.0324            |
| 5                               | <b>ORTOGONAL</b>  | 0.0081          | 1.4752          | 1.3287            |
| 6                               | <b>RMA</b>        | 0.0079          | 1.4503          | 1.2916            |
| 7                               | <b>DEMING</b>     | 0.0077          | 1.4872          | 1.3399            |
| 8                               | <b>OPT-DEMING</b> | 0.0081          | 1.4752          | 1.3287            |
| 9                               | <b>PAS-BAB</b>    | -0.0198         | 1.3001          | 1.1394            |
| 10                              | <b>YORK</b>       | 0.0071          | 1.508           | 1.4921            |
| 11                              | <b>OPT-YORK</b>   | 0.0077          | 1.4727          | 1.3166            |

**Çizelge 4.12.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içermeyen farklı örneklem büyüklüklerindeki veri setleri için Hata Kareler Ortalaması değerleri.

| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | <b>N=50</b> | <b>N=100</b> | <b>N=200</b> |
|---------------------------------|-------------------|-------------|--------------|--------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 1.2673      | 1.256        | 1.2353       |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | 10.0467     | 4.8539       | 4.3383       |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | 1.3216      | 1.2913       | 1.2633       |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | 1.0824      | 1.0643       | 1.0324       |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | 2.4657      | 1.4565       | 1.3287       |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | 1.5154      | 1.3897       | 1.2916       |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | 2.8332      | 1.4427       | 1.3399       |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | 2.4657      | 1.4565       | 1.3287       |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | 1.2891      | 1.2094       | 1.1394       |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | 1.7232      | 1.5326       | 1.4921       |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | 1.5069      | 1.3889       | 1.3166       |

**Çizelge 4.13.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | <b><math>\hat{\beta}_0</math></b> | <b><math>\hat{\beta}_1</math></b> | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 0.1037                            | 0.777                             | 1.2225            |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | -0.2727                           | 1.6008                            | 2.5629            |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | 0.1103                            | 0.7195                            | 1.3709            |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | -0.0444                           | 1.0974                            | 1.1075            |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | -0.0692                           | 1.1619                            | 1.215             |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | -0.106                            | 1.2352                            | 1.4116            |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | -0.0699                           | 1.1645                            | 1.2132            |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | -0.0692                           | 1.1619                            | 1.215             |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | -0.1056                           | 1.175                             | 1.2729            |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | -0.0926                           | 1.2174                            | 1.4039            |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | -0.0712                           | 1.1669                            | 1.2065            |

**Çizelge 4.14.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><u>Regresyon Tekniği</u></b> |                   | <b><math>\hat{\beta}_0</math></b> | <b><math>\hat{\beta}_1</math></b> | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------|
| 1                               | <b>EKK(XY)</b>    | 0.1015                            | 0.7831                            | 1.1788            |
| 2                               | <b>EKK(YX)</b>    | -0.2583                           | 1.5537                            | 2.2354            |
| 3                               | <b>THEIL</b>      | 0.1141                            | 0.7301                            | 1.292             |
| 4                               | <b>EKK AO</b>     | -0.0484                           | 1.0931                            | 1.058             |
| 5                               | <b>ORTOGONAL</b>  | -0.072                            | 1.1462                            | 1.1248            |
| 6                               | <b>RMA</b>        | -0.1055                           | 1.2152                            | 1.258             |
| 7                               | <b>DEMING</b>     | -0.0731                           | 1.1482                            | 1.1241            |
| 8                               | <b>OPT-DEMING</b> | -0.072                            | 1.1462                            | 1.1248            |
| 9                               | <b>PAS-BAB</b>    | -0.1061                           | 1.17                              | 1.1774            |
| 10                              | <b>YORK</b>       | -0.1068                           | 1.2175                            | 1.4037            |
| 11                              | <b>OPT-YORK</b>   | -0.0759                           | 1.1544                            | 1.1295            |

**Çizelge 4.15.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><u>Regresyon Tekniği</u></b> |                   | <b><math>\hat{\beta}_0</math></b> | <b><math>\hat{\beta}_1</math></b> | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------|
| 1                               | <b>EKK(XY)</b>    | 0.1126                            | 0.7808                            | 1.1709            |
| 2                               | <b>EKK(YX)</b>    | -0.2789                           | 1.5579                            | 2.1573            |
| 3                               | <b>THEIL</b>      | 0.1201                            | 0.7227                            | 1.2869            |
| 4                               | <b>EKK AO</b>     | -0.0394                           | 1.0951                            | 1.0393            |
| 5                               | <b>ORTOGONAL</b>  | -0.064                            | 1.1474                            | 1.0946            |
| 6                               | <b>RMA</b>        | -0.0976                           | 1.2161                            | 1.2053            |
| 7                               | <b>DEMING</b>     | -0.0648                           | 1.1494                            | 1.0953            |
| 8                               | <b>OPT-DEMING</b> | -0.064                            | 1.1474                            | 1.0946            |
| 9                               | <b>PAS-BAB</b>    | -0.1057                           | 1.1677                            | 1.1287            |
| 10                              | <b>YORK</b>       | -0.0958                           | 1.2107                            | 1.2643            |
| 11                              | <b>OPT-YORK</b>   | -0.0681                           | 1.1556                            | 1.1015            |

**Çizelge 4.16.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içeren farklı örneklem büyüklüklerindeki veri setleri için Hata Kareler Ortalaması değerleri.

| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | <b>N=50</b> | <b>N=100</b> | <b>N=200</b> |
|---------------------------------|-------------------|-------------|--------------|--------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 1.2225      | 1.1788       | 1.1709       |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | 2.5629      | 2.2354       | 2.1573       |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | 1.3709      | 1.292        | 1.2869       |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | 1.1075      | 1.058        | 1.0393       |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | 1.215       | 1.1248       | 1.0946       |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | 1.4116      | 1.258        | 1.2053       |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | 1.2132      | 1.1241       | 1.0953       |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | 1.215       | 1.1248       | 1.0946       |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | 1.2729      | 1.1774       | 1.1287       |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | 1.4039      | 1.4037       | 1.2643       |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | 1.2065      | 1.1295       | 1.1015       |

**Çizelge 4.17.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | <b><math>\hat{\beta}_0</math></b> | <b><math>\hat{\beta}_1</math></b> | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 0.0478                            | 0.534                             | 1.3101            |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | -0.1756                           | 3.2057                            | 10.058            |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | 0.0014                            | 0.532                             | 1.3478            |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | 0.0314                            | 1.1653                            | 1.1142            |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | 0.0226                            | 1.7365                            | 2.4205            |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | 0.0216                            | 1.5726                            | 1.6183            |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | 0.0206                            | 1.753                             | 2.4028            |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | 0.0226                            | 1.7365                            | 2.4205            |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | -0.0056                           | 1.376                             | 1.3553            |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | 0.0235                            | 1.4907                            | 1.5884            |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | 0.019                             | 1.5977                            | 2.6633            |

**Çizelge 4.18.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılımı, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><u>Regresyon Tekniği</u></b> |                   | $\hat{\beta}_0$ | $\hat{\beta}_1$ | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| 1                               | <b>EKK(XY)</b>    | 0.0622          | 0.5305          | 1.2808            |
| 2                               | <b>EKK(YX)</b>    | -0.212          | 2.9968          | 6.1575            |
| 3                               | <b>THEIL</b>      | 0.0224          | 0.5276          | 1.3012            |
| 4                               | <b>EKK AO</b>     | 0.0505          | 1.1632          | 1.0726            |
| 5                               | <b>ORTOGONAL</b>  | 0.0402          | 1.6583          | 1.6664            |
| 6                               | <b>RMA</b>        | 0.0433          | 1.5395          | 1.4346            |
| 7                               | <b>DEMING</b>     | 0.0398          | 1.6581          | 1.6521            |
| 8                               | <b>OPT-DEMING</b> | 0.0402          | 1.6583          | 1.6664            |
| 9                               | <b>PAS-BAB</b>    | 0.0277          | 1.3535          | 1.2327            |
| 10                              | <b>YORK</b>       | 0.0459          | 1.4756          | 1.4144            |
| 11                              | <b>OPT-YORK</b>   | 0.046           | 1.5366          | 2.1436            |

**Çizelge 4.19.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılımı, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><u>Regresyon Tekniği</u></b> |                   | $\hat{\beta}_0$ | $\hat{\beta}_1$ | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| 1                               | <b>EKK(XY)</b>    | 0.0638          | 0.5363          | 1.2702            |
| 2                               | <b>EKK(YX)</b>    | -0.1972         | 2.9114          | 5.3682            |
| 3                               | <b>THEIL</b>      | 0.0293          | 0.5348          | 1.2837            |
| 4                               | <b>EKK AO</b>     | 0.0547          | 1.1665          | 1.0577            |
| 5                               | <b>ORTOGONAL</b>  | 0.0478          | 1.6279          | 1.5184            |
| 6                               | <b>RMA</b>        | 0.0497          | 1.5343          | 1.3712            |
| 7                               | <b>DEMING</b>     | 0.0474          | 1.6378          | 1.5278            |
| 8                               | <b>OPT-DEMING</b> | 0.0478          | 1.6279          | 1.5184            |
| 9                               | <b>PAS-BAB</b>    | 0.0337          | 1.35            | 1.1873            |
| 10                              | <b>YORK</b>       | 0.0503          | 1.443           | 1.3169            |
| 11                              | <b>OPT-YORK</b>   | 0.0489          | 1.5446          | 1.3842            |

**Çizelge 4.20.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içermeyen farklı örneklem büyüklüklerindeki veri setleri için Hata Kareler Ortalaması değerleri.

| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | <b>N=50</b> | <b>N=100</b> | <b>N=200</b> |
|---------------------------------|-------------------|-------------|--------------|--------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 1.3101      | 1.2808       | 1.2702       |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | 10.058      | 6.1575       | 5.3682       |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | 1.3478      | 1.3012       | 1.2837       |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | 1.1142      | 1.0726       | 1.0577       |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | 2.4205      | 1.6664       | 1.5184       |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | 1.6183      | 1.4346       | 1.3712       |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | 2.4028      | 1.6521       | 1.5278       |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | 2.4205      | 1.6664       | 1.5184       |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | 1.3553      | 1.2327       | 1.1873       |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | 1.5884      | 1.4144       | 1.3169       |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | 2.6633      | 2.1436       | 1.3842       |

**Çizelge 4.21.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | <b><math>\hat{\beta}_0</math></b> | <b><math>\hat{\beta}_1</math></b> | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 0.1033                            | 0.7694                            | 1.2471            |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | -0.2796                           | 1.657                             | 2.8172            |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | 0.0884                            | 0.711                             | 1.3919            |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | -0.0472                           | 1.107                             | 1.1504            |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | -0.0758                           | 1.1837                            | 1.2782            |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | -0.1138                           | 1.2619                            | 1.4962            |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | -0.0749                           | 1.182                             | 1.27              |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | -0.0758                           | 1.1837                            | 1.2782            |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | -0.1052                           | 1.2096                            | 1.3539            |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | -0.0928                           | 1.2211                            | 1.4486            |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | -0.0766                           | 1.1851                            | 1.2639            |

**Çizelge 4.22.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><u>Regresyon Tekniği</u></b> |                   | $\hat{\beta}_0$ | $\hat{\beta}_1$ | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| 1                               | <b>EKK(XY)</b>    | 0.1068          | 0.7718          | 1.2125            |
| 2                               | <b>EKK(YX)</b>    | -0.2866         | 1.6177          | 2.459             |
| 3                               | <b>THEIL</b>      | 0.1036          | 0.7095          | 1.3404            |
| 4                               | <b>EKK AO</b>     | -0.0511         | 1.1042          | 1.0952            |
| 5                               | <b>ORTOGONAL</b>  | -0.0799         | 1.1697          | 1.177             |
| 6                               | <b>RMA</b>        | -0.1162         | 1.2438          | 1.3232            |
| 7                               | <b>DEMING</b>     | -0.0811         | 1.1715          | 1.1774            |
| 8                               | <b>OPT-DEMING</b> | -0.0799         | 1.1697          | 1.177             |
| 9                               | <b>PAS-BAB</b>    | -0.1032         | 1.2033          | 1.241             |
| 10                              | <b>YORK</b>       | -0.0958         | 1.2011          | 1.3209            |
| 11                              | <b>OPT-YORK</b>   | -0.0812         | 1.1719          | 1.1743            |

**Çizelge 4.23.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.

| <b><u>Regresyon Tekniği</u></b> |                   | $\hat{\beta}_0$ | $\hat{\beta}_1$ | <b><i>HKO</i></b> |
|---------------------------------|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| 1                               | <b>EKK(XY)</b>    | 0.1133          | 0.7775          | 1.1947            |
| 2                               | <b>EKK(YX)</b>    | -0.2976         | 1.6063          | 2.3171            |
| 3                               | <b>THEIL</b>      | 0.1038          | 0.7136          | 1.313             |
| 4                               | <b>EKK AO</b>     | -0.0433         | 1.1077          | 1.0789            |
| 5                               | <b>ORTOGONAL</b>  | -0.0723         | 1.1712          | 1.1486            |
| 6                               | <b>RMA</b>        | -0.109          | 1.2477          | 1.2786            |
| 7                               | <b>DEMING</b>     | -0.0719         | 1.1708          | 1.1488            |
| 8                               | <b>OPT-DEMING</b> | -0.0723         | 1.1712          | 1.1486            |
| 9                               | <b>PAS-BAB</b>    | -0.0985         | 1.2037          | 1.1991            |
| 10                              | <b>YORK</b>       | -0.0743         | 1.1752          | 1.2353            |
| 11                              | <b>OPT-YORK</b>   | -0.0717         | 1.17            | 1.1457            |



**Çizelge 4.24.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış ve aykırı değer içeren farklı örneklem büyüklüklerindeki veri setleri için Hata Kareler Ortalaması değerleri.

| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | <b>N=50</b> | <b>N=100</b> | <b>N=200</b> |
|---------------------------------|-------------------|-------------|--------------|--------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 1.2471      | 1.2125       | 1.1947       |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | 2.8172      | 2.459        | 2.3171       |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | 1.3919      | 1.3404       | 1.313        |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | 1.1504      | 1.0952       | 1.0789       |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | 1.2782      | 1.177        | 1.1486       |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | 1.4962      | 1.3232       | 1.2786       |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | 1.27        | 1.1774       | 1.1488       |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | 1.2782      | 1.177        | 1.1486       |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | 1.3539      | 1.241        | 1.1991       |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | 1.4486      | 1.3209       | 1.2353       |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | 1.2639      | 1.1743       | 1.1457       |

**Çizelge 4.25.** 50 birim büyüklüğünde ve farklı dağılım biçimlerindeki veri seti için simülasyon sonuçlarında elde edilen Hata Kareler Ortalaması değerleri.

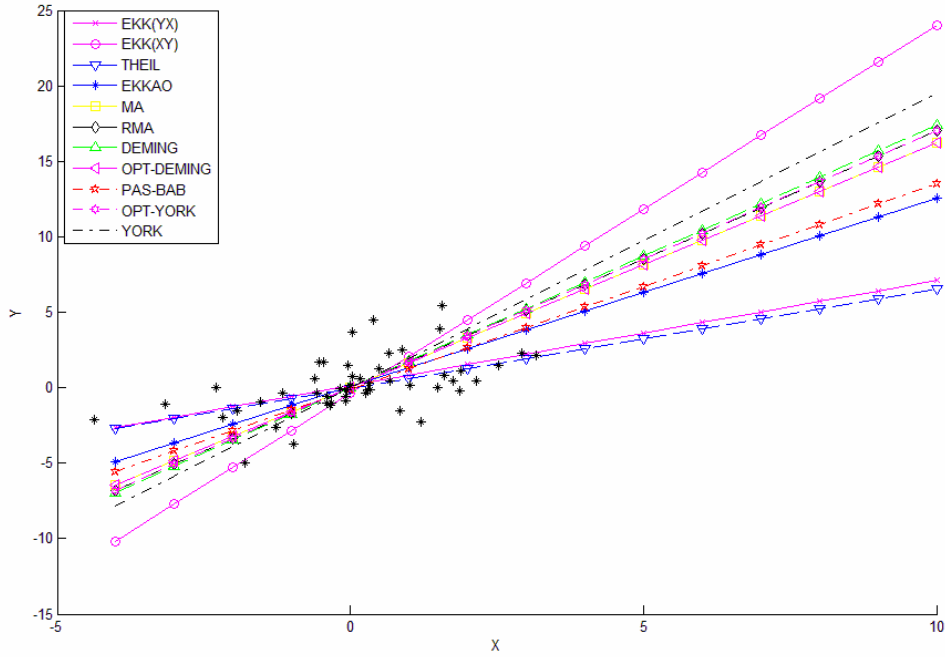
| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | <b>T~4</b> | <b>T~4-A</b> | <b>T~10</b> | <b>T~10-A</b> | <b>T~30</b> | <b>T~30-A</b> |
|---------------------------------|-------------------|------------|--------------|-------------|---------------|-------------|---------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 1.2484     | 1.2222       | 1.2673      | 1.2225        | 1.3101      | 1.2471        |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | 4.2304     | 2.5203       | 10.0467     | 2.5629        | 10.058      | 2.8172        |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | 1.4231     | 1.3657       | 1.3216      | 1.3709        | 1.3478      | 1.3919        |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | 1.0976     | 1.1178       | 1.0824      | 1.1075        | 1.1142      | 1.1504        |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | 1.415      | 1.2167       | 2.4657      | 1.215         | 2.4205      | 1.2782        |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | 1.4878     | 1.4324       | 1.5154      | 1.4116        | 1.6183      | 1.4962        |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | 1.4274     | 1.2119       | 2.8332      | 1.2132        | 2.4028      | 1.27          |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | 1.415      | 1.2167       | 2.4657      | 1.215         | 2.4205      | 1.2782        |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | 1.3209     | 1.2869       | 1.2891      | 1.2729        | 1.3553      | 1.3539        |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | 1.743      | 1.3002       | 1.7232      | 1.4039        | 1.5884      | 1.4486        |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | 1.3421     | 1.1998       | 1.5069      | 1.2065        | 2.6633      | 1.2639        |

**Çizelge 4.26.** 100 birim büyüklüğünde ve farklı dağılış biçimlerindeki veri seti için simülasyon sonuçlarında elde edilen Hata Kareler Ortalaması değerleri.

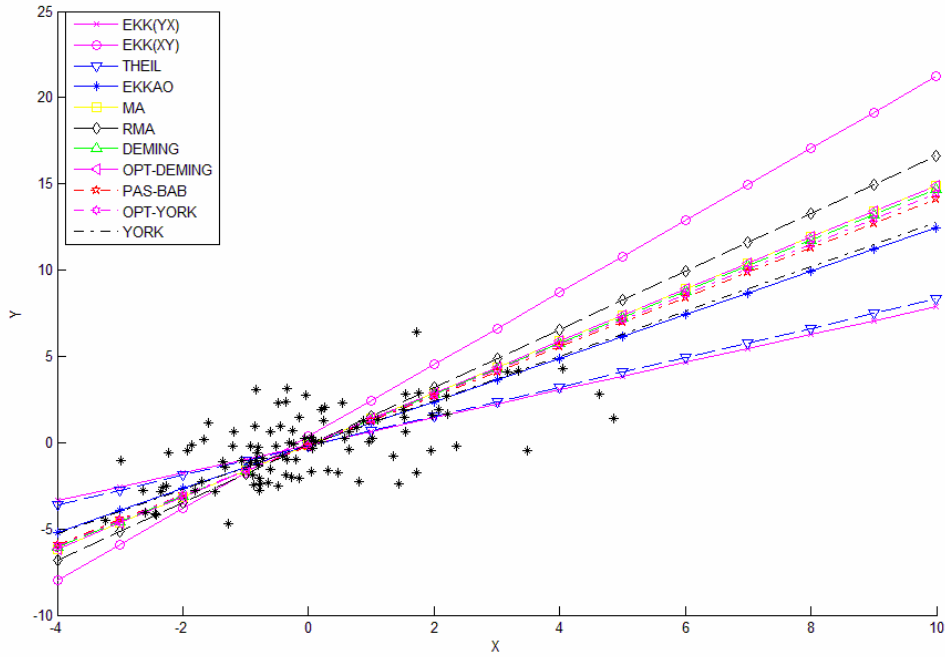
| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | <b>T~4</b> | <b>T~4-A</b> | <b>T~10</b> | <b>T~10-A</b> | <b>T~30</b> | <b>T~30-A</b> |
|---------------------------------|-------------------|------------|--------------|-------------|---------------|-------------|---------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 1.2232     | 1.1878       | 1.256       | 1.1788        | 1.2808      | 1.2125        |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | 3.2816     | 2.2745       | 4.8539      | 2.2354        | 6.1575      | 2.459         |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | 1.3757     | 1.3058       | 1.2913      | 1.292         | 1.3012      | 1.3404        |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | 1.0663     | 1.0936       | 1.0643      | 1.058         | 1.0726      | 1.0952        |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | 1.2564     | 1.1618       | 1.4565      | 1.1248        | 1.6664      | 1.177         |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | 1.3582     | 1.3313       | 1.3897      | 1.258         | 1.4346      | 1.3232        |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | 1.2463     | 1.1597       | 1.4427      | 1.1241        | 1.6521      | 1.1774        |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | 1.2564     | 1.1618       | 1.4565      | 1.1248        | 1.6664      | 1.177         |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | 1.2105     | 1.2138       | 1.2094      | 1.1774        | 1.2327      | 1.241         |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | 1.5205     | 1.2256       | 1.5326      | 1.4037        | 1.4144      | 1.3209        |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | 1.2392     | 1.1552       | 1.3889      | 1.1295        | 2.1436      | 1.1743        |

**Çizelge 4.27.** 200 birim büyüklüğünde ve farklı dağılış biçimlerindeki veri seti için simülasyon sonuçlarında elde edilen Hata Kareler Ortalaması değerleri.

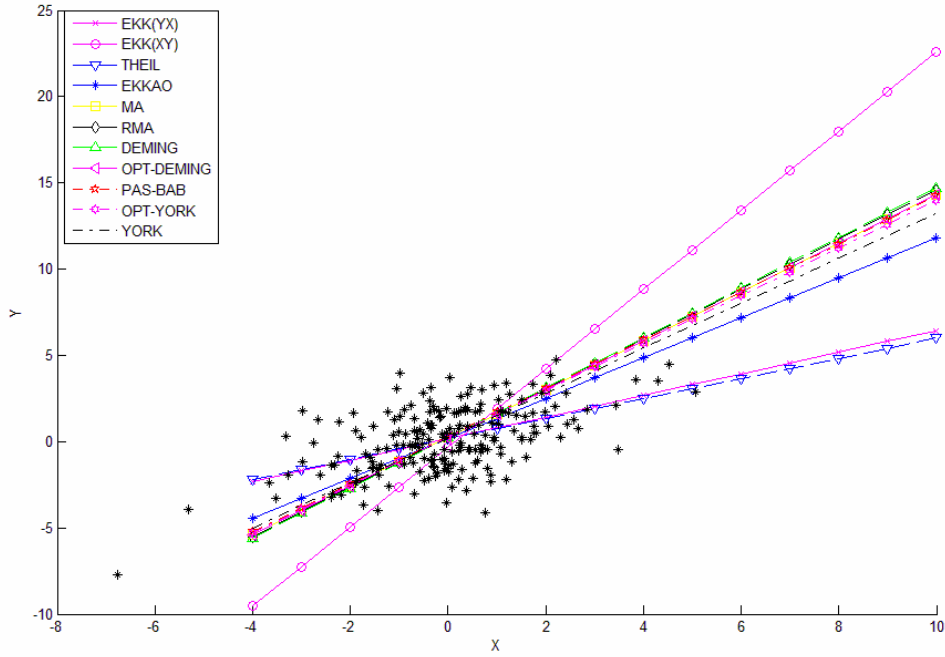
| <b><i>Regresyon Tekniği</i></b> |                   | <b>T~4</b> | <b>T~4-A</b> | <b>T~10</b> | <b>T~10-A</b> | <b>T~30</b> | <b>T~30-A</b> |
|---------------------------------|-------------------|------------|--------------|-------------|---------------|-------------|---------------|
| <b>1</b>                        | <b>EKK(XY)</b>    | 1.2113     | 1.1795       | 1.2353      | 1.1709        | 1.2702      | 1.1947        |
| <b>2</b>                        | <b>EKK(YX)</b>    | 2.9682     | 2.1475       | 4.3383      | 2.1573        | 5.3682      | 2.3171        |
| <b>3</b>                        | <b>THEIL</b>      | 1.3563     | 1.2816       | 1.2633      | 1.2869        | 1.2837      | 1.313         |
| <b>4</b>                        | <b>EKK AO</b>     | 1.0401     | 1.0777       | 1.0324      | 1.0393        | 1.0577      | 1.0789        |
| <b>5</b>                        | <b>ORTOGONAL</b>  | 1.1793     | 1.1335       | 1.3287      | 1.0946        | 1.5184      | 1.1486        |
| <b>6</b>                        | <b>RMA</b>        | 1.2644     | 1.2763       | 1.2916      | 1.2053        | 1.3712      | 1.2786        |
| <b>7</b>                        | <b>DEMING</b>     | 1.1828     | 1.1303       | 1.3399      | 1.0953        | 1.5278      | 1.1488        |
| <b>8</b>                        | <b>OPT-DEMING</b> | 1.1793     | 1.1335       | 1.3287      | 1.0946        | 1.5184      | 1.1486        |
| <b>9</b>                        | <b>PAS-BAB</b>    | 1.1601     | 1.1732       | 1.1394      | 1.1287        | 1.1873      | 1.1991        |
| <b>10</b>                       | <b>YORK</b>       | 1.427      | 1.1851       | 1.4921      | 1.2643        | 1.3169      | 1.2353        |
| <b>11</b>                       | <b>OPT-YORK</b>   | 1.1852     | 1.1313       | 1.3166      | 1.1015        | 1.3842      | 1.1457        |



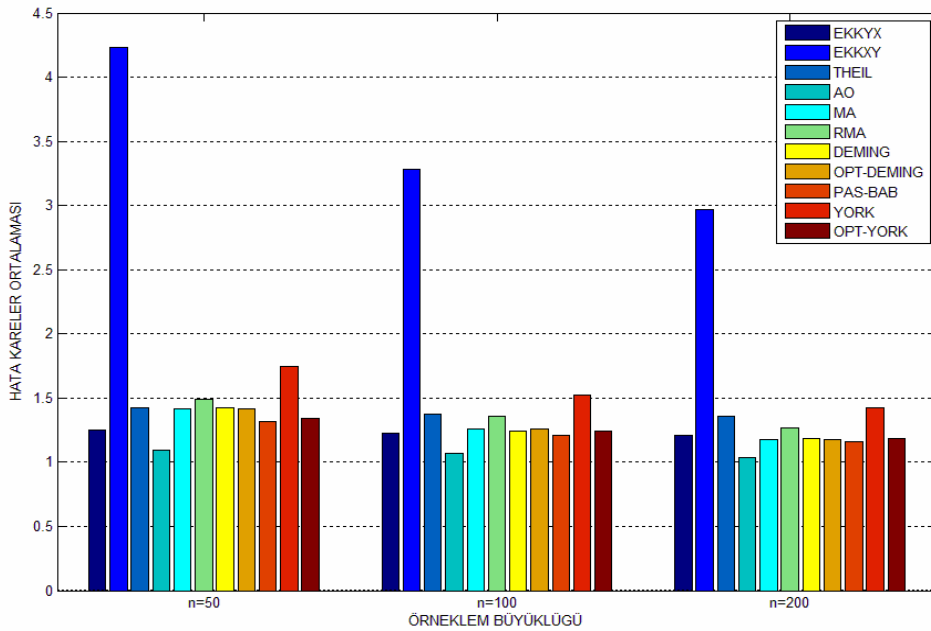
**Şekil 4.1.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



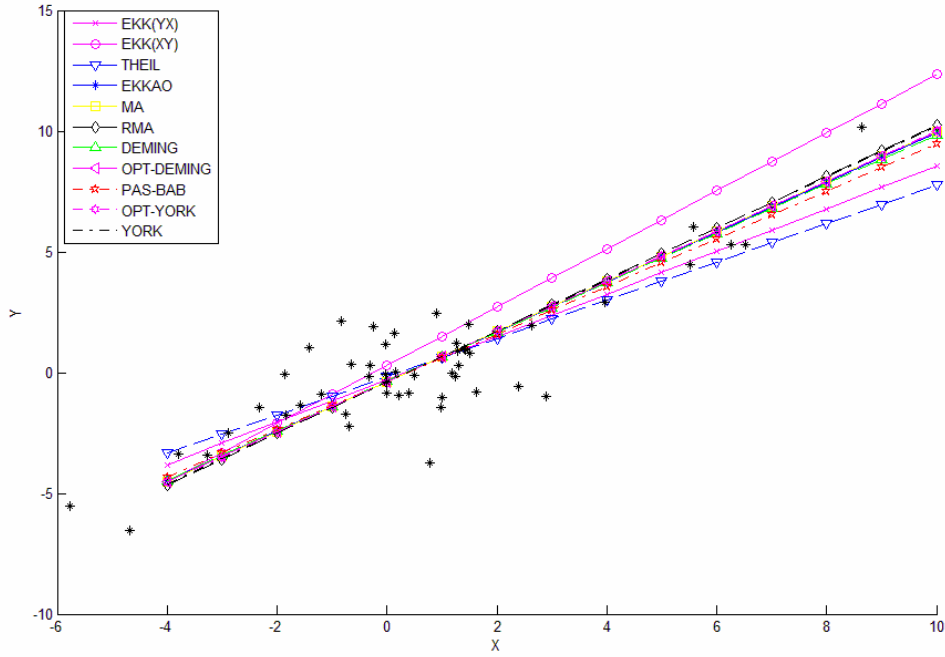
**Şekil 4.2.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



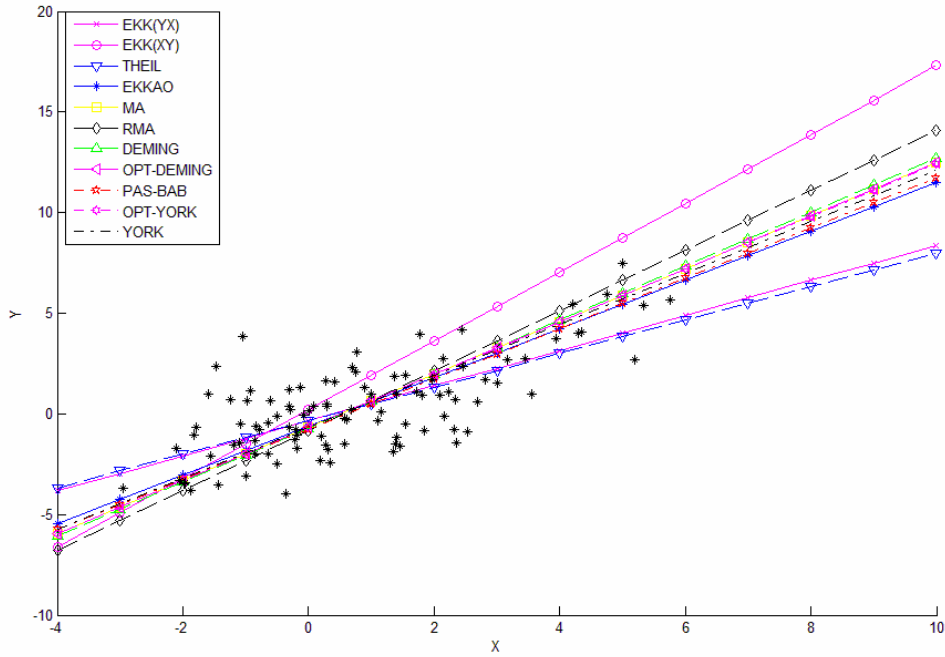
**Şekil 4.3.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



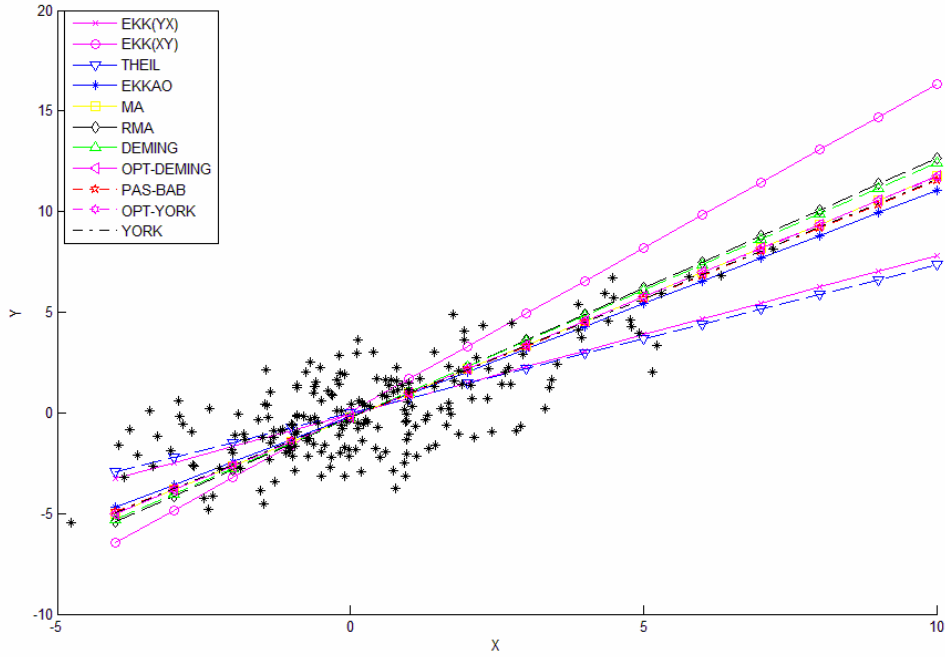
**Şekil 4.4.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50, 100 ve 200 birim büyüklüklerinde ve aykırı değer içermeyen veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik.



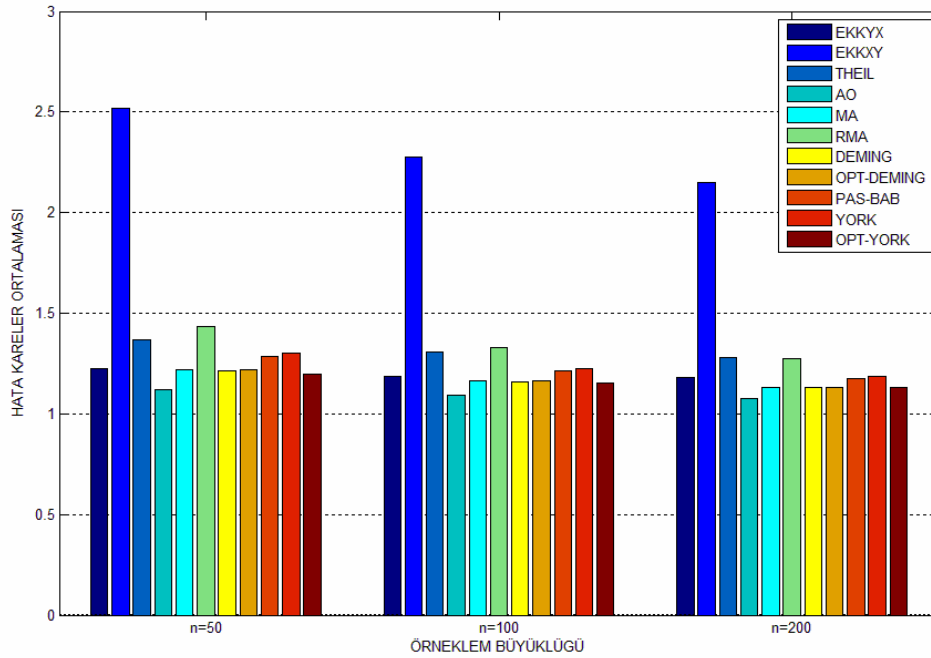
**Şekil 4.5.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



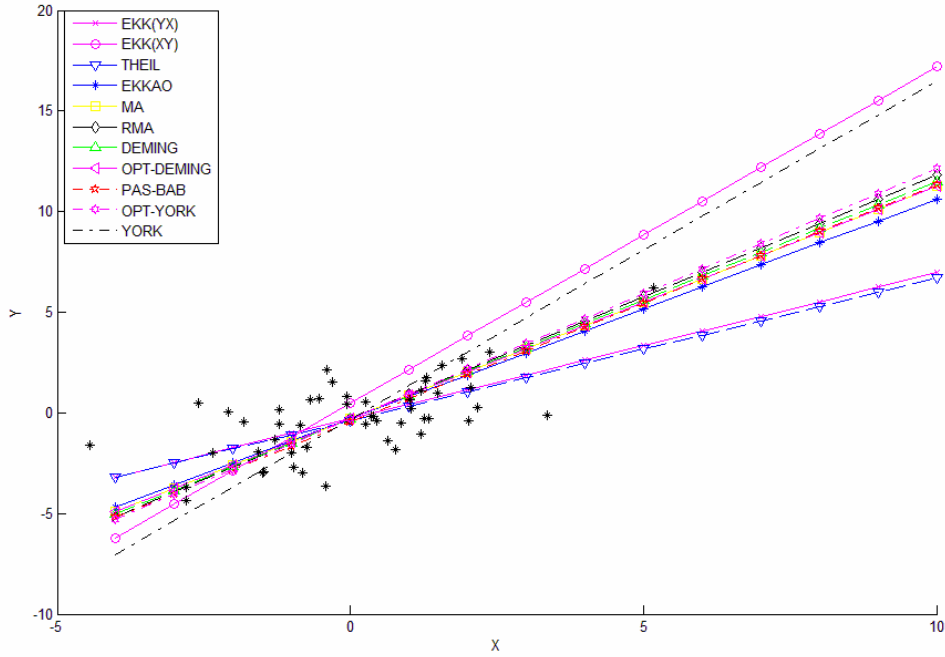
**Şekil 4.6.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



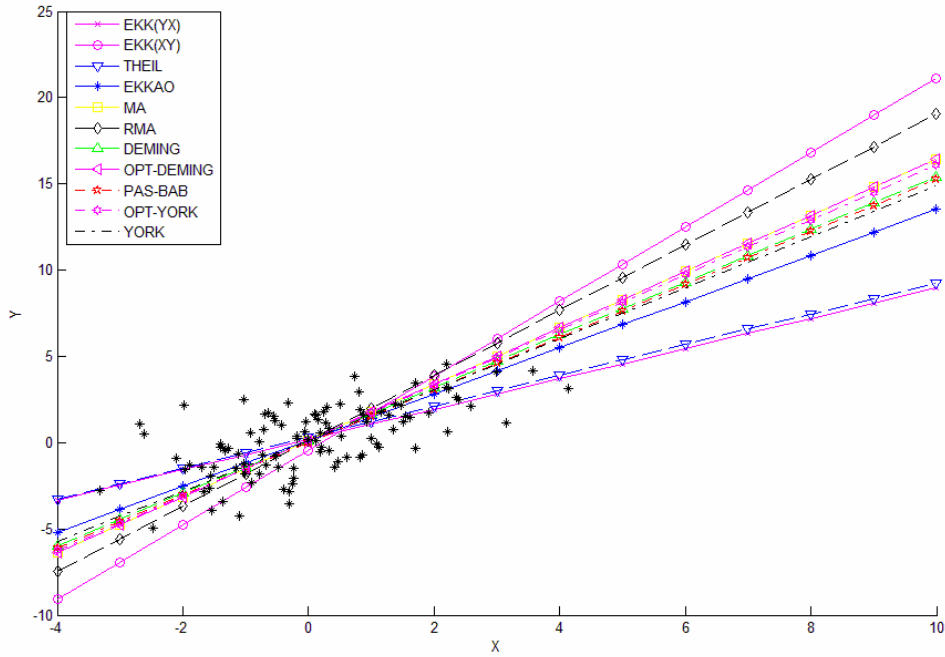
**Şekil 4.7.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



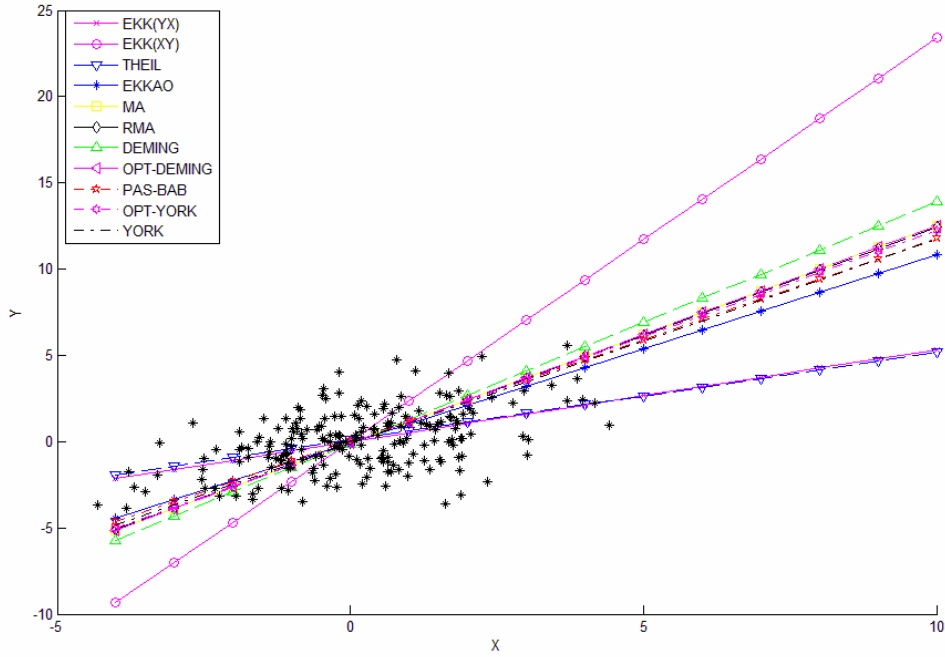
**Şekil 4.8.** 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50, 100 ve 200 birim büyüklüklerinde ve aykırı değer içeren veri setlerinin "Hata Kareler Ortalamalarının" karşılaştırılmasına ilişkin grafik.



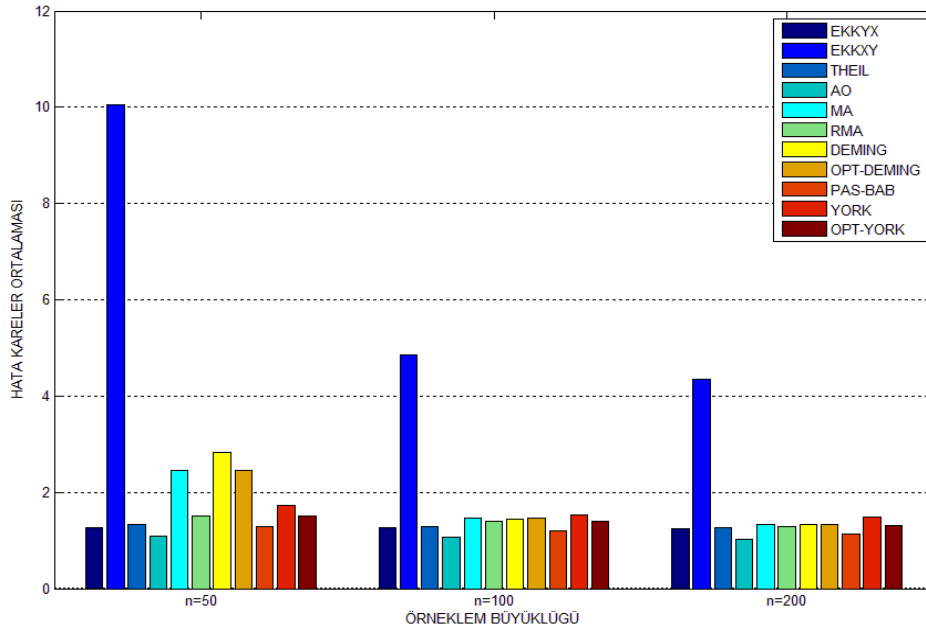
**Şekil 4.9.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



**Şekil 4.10.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları.

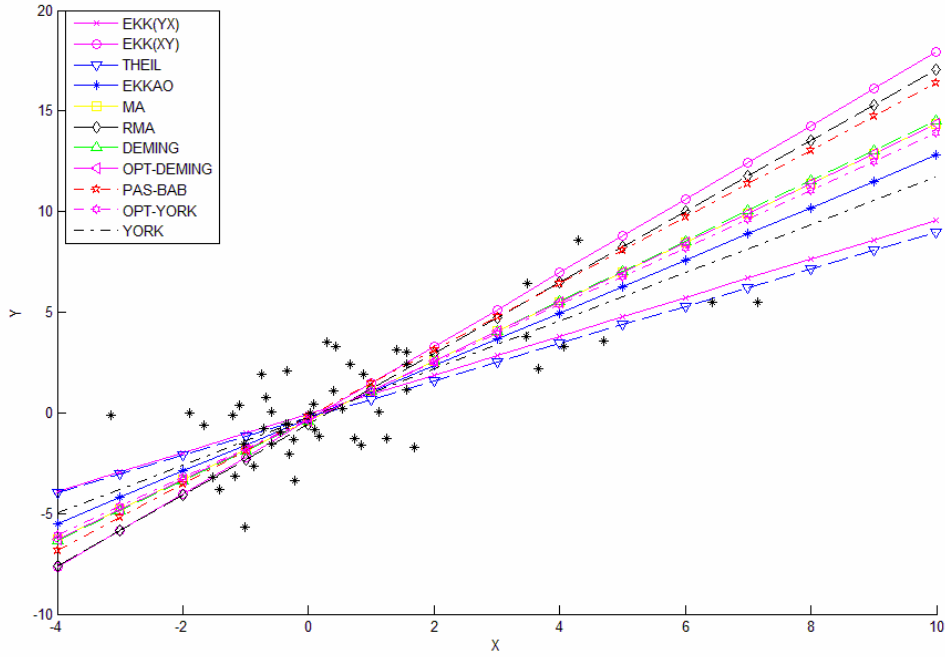


**Şekil 4.11.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları.

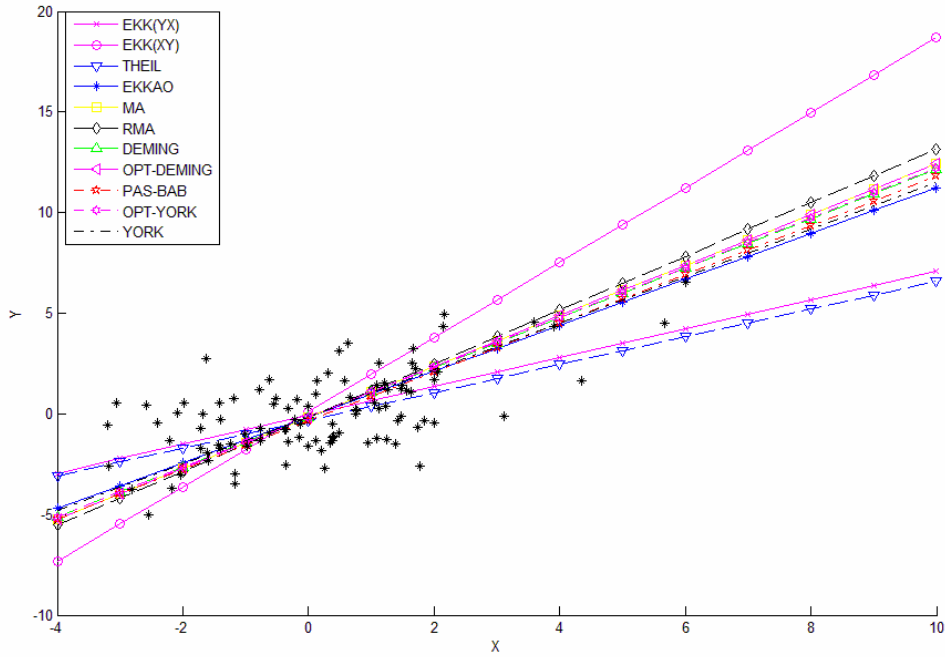


**Şekil 4.12.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50, 100 ve 200 birim büyüklüklerinde ve aykırı değer içermeyen veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik.

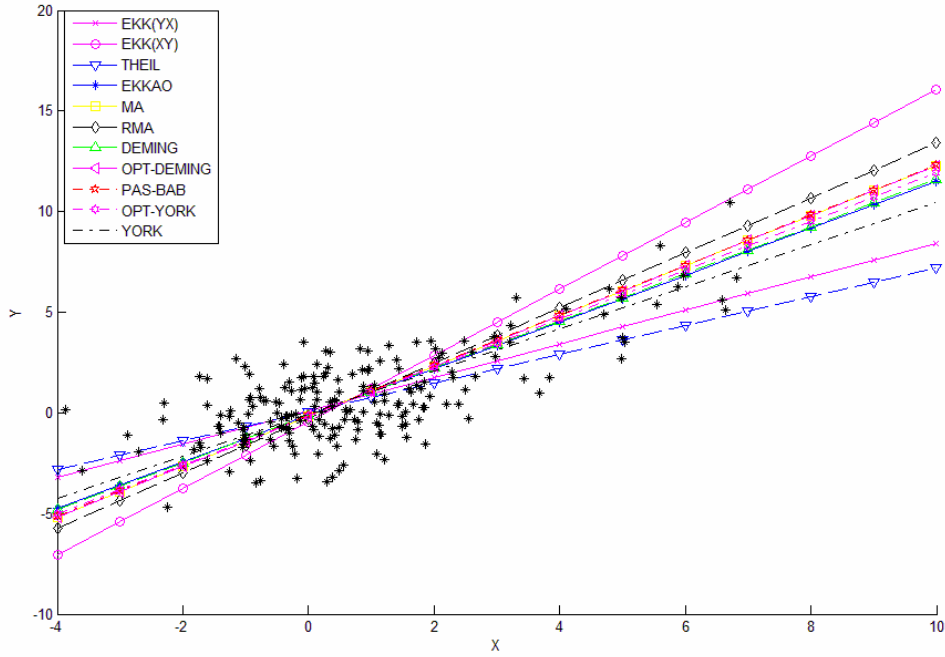




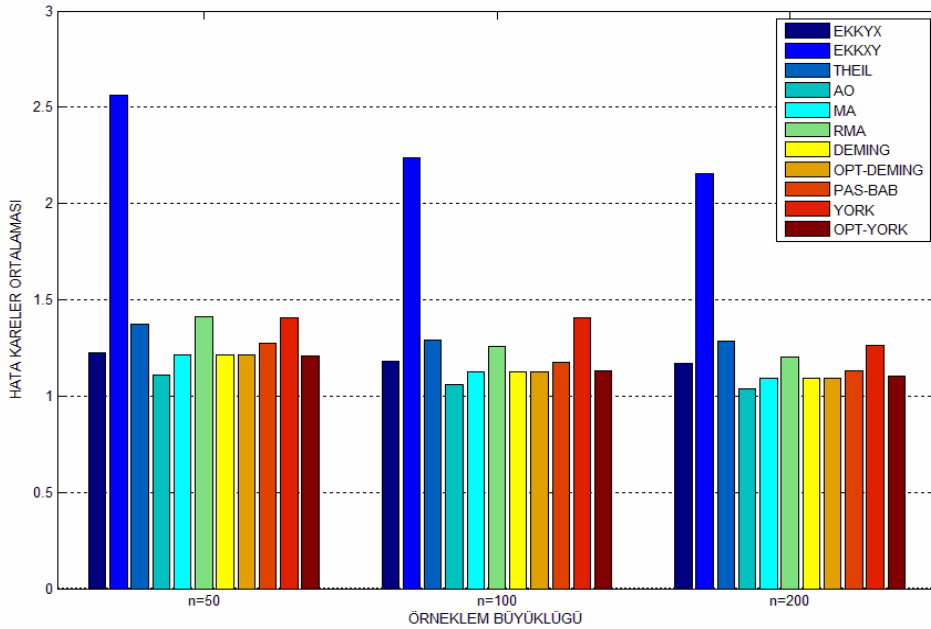
**Şekil 4.13.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



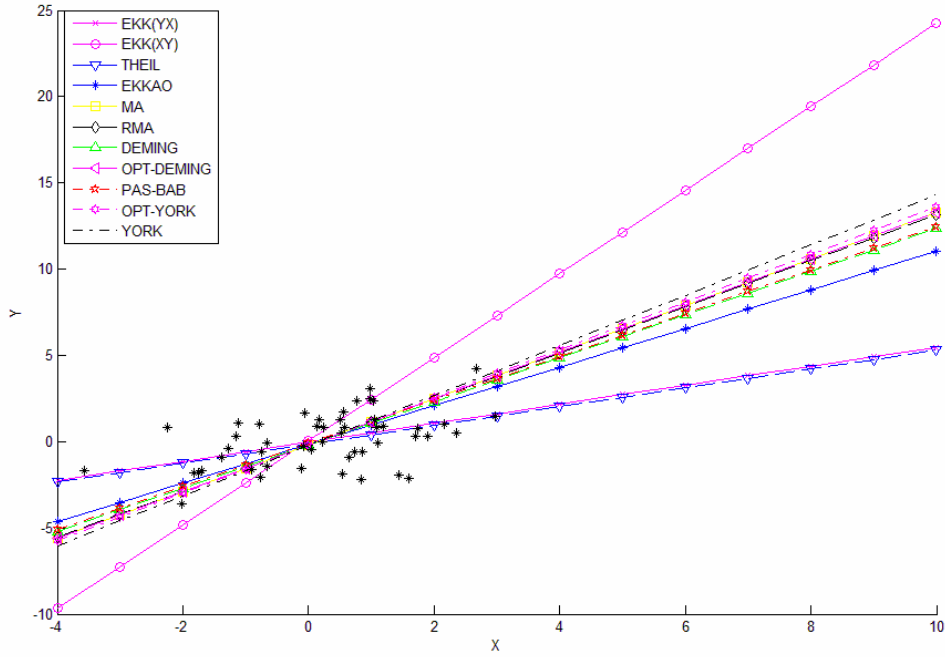
**Şekil 4.14.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



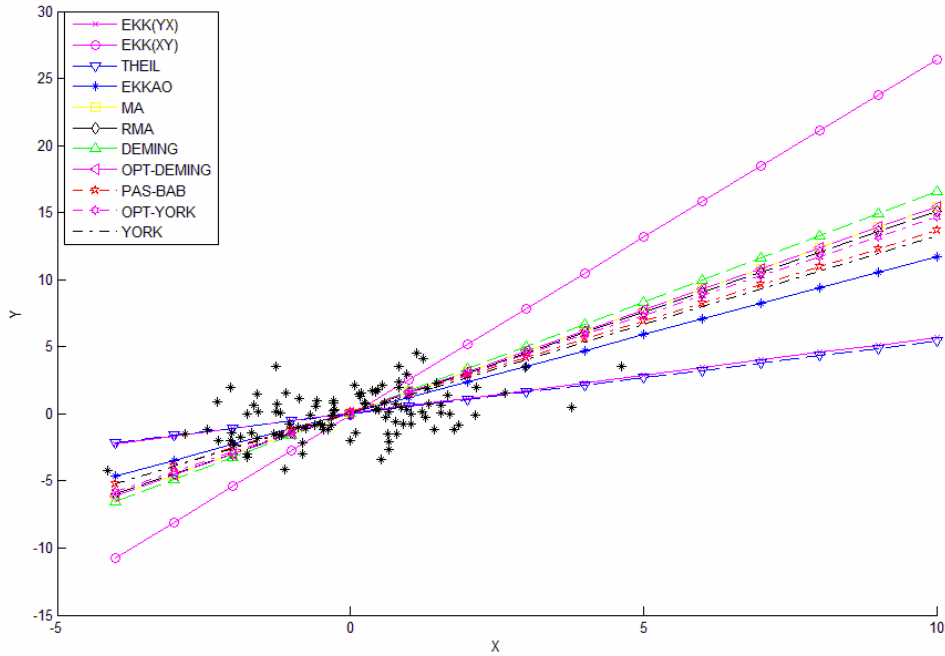
**Şekil 4.15.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



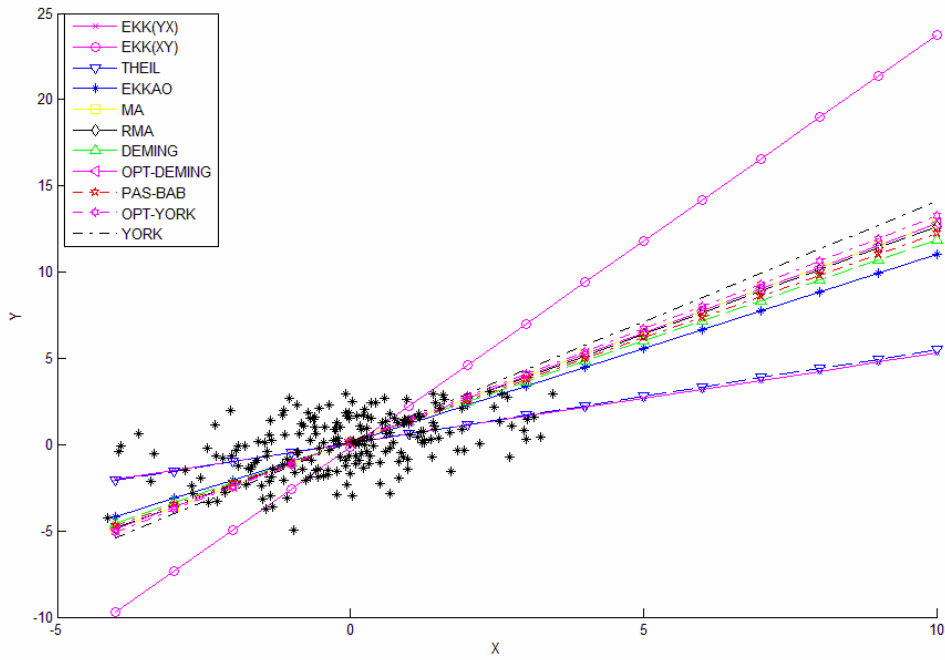
**Şekil 4.16.** 10 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50, 100 ve 200 birim büyüklüklerinde ve aykırı değer içeren veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik.



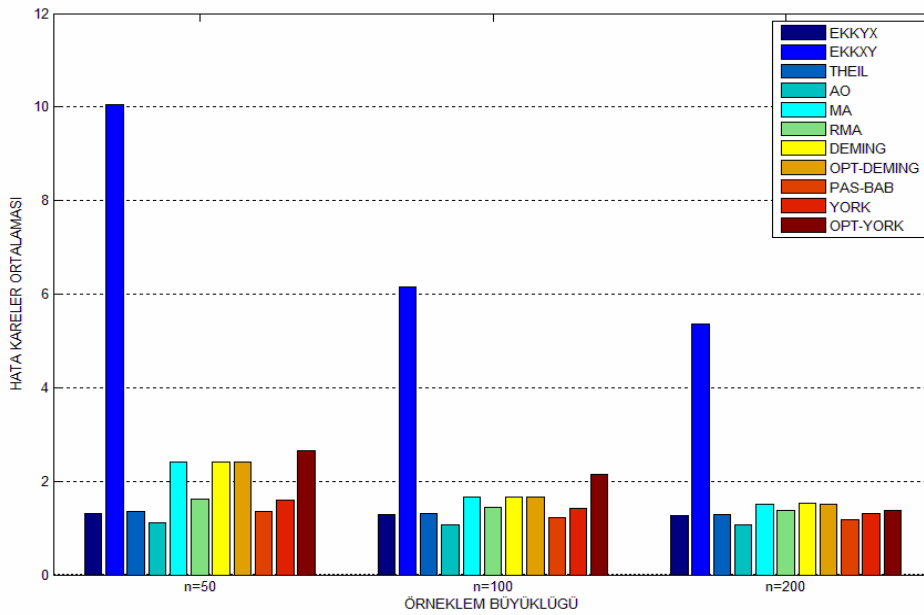
**Şekil 4.17.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



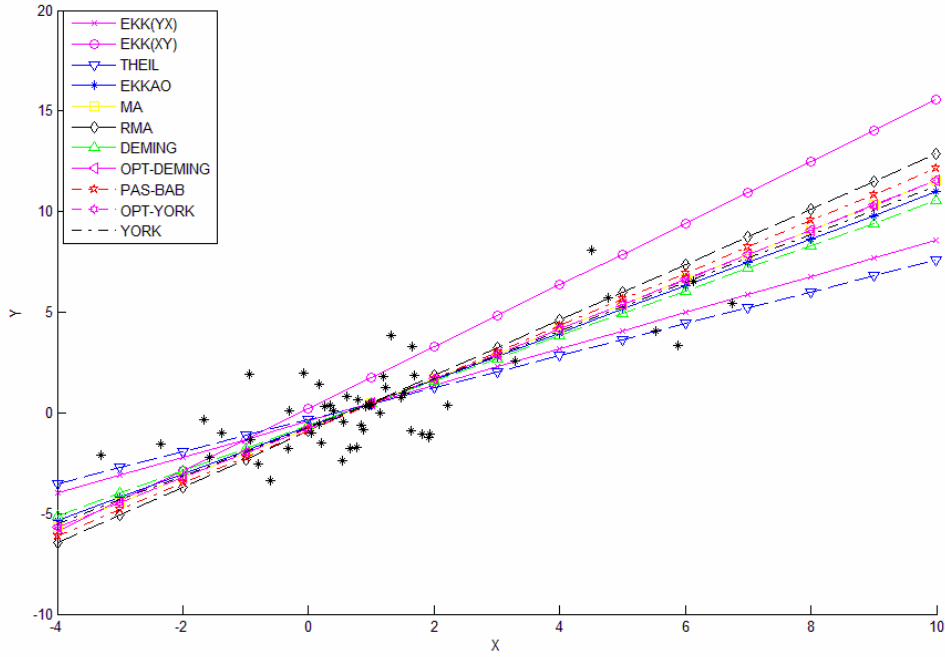
**Şekil 4.18.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



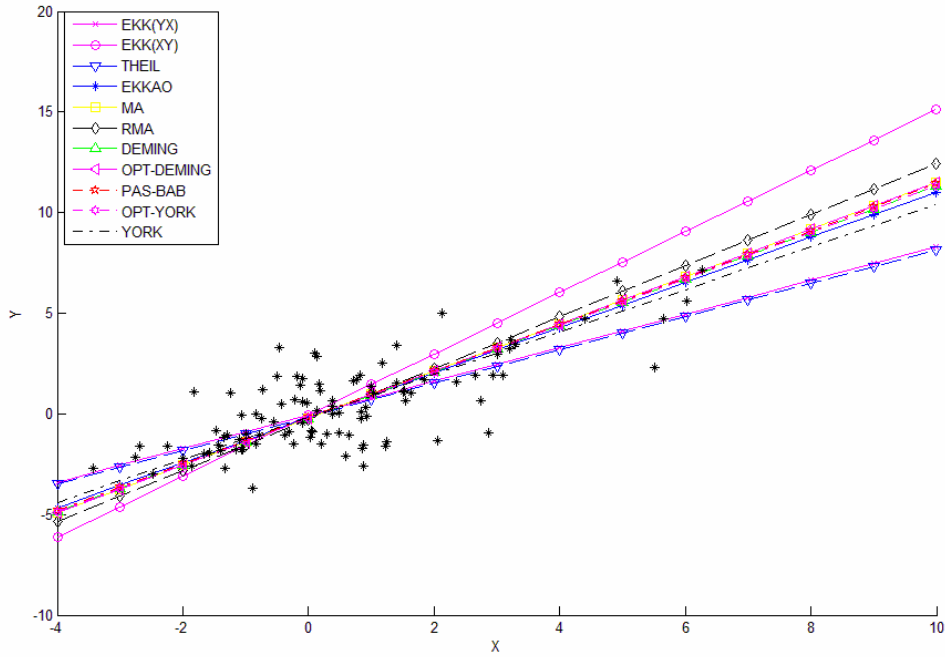
**Şekil 4.19.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



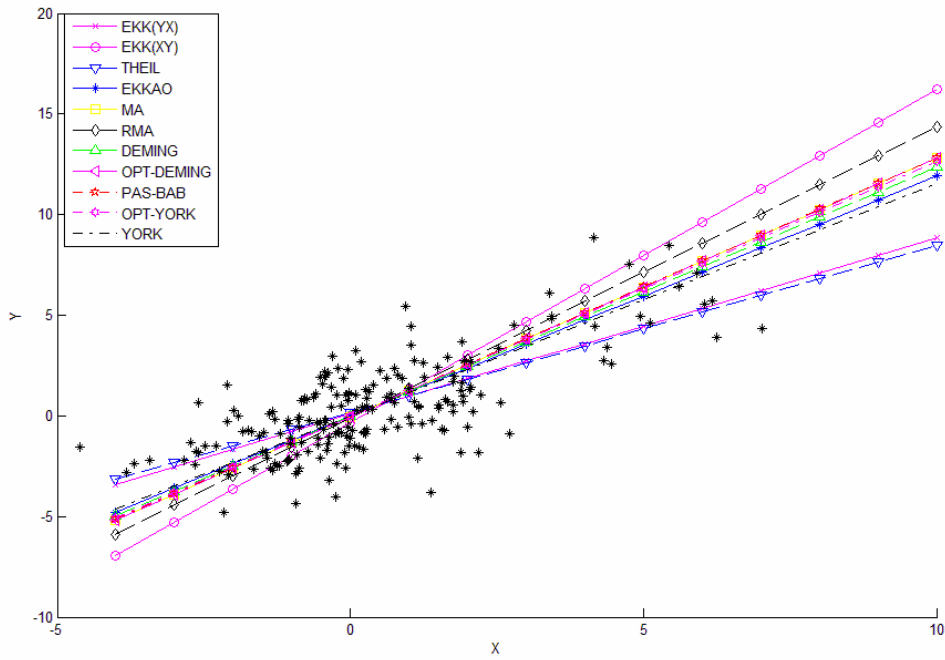
**Şekil 4.20.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50, 100 ve 200 birim büyüklüklerinde ve aykırı değer içermeyen veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik.



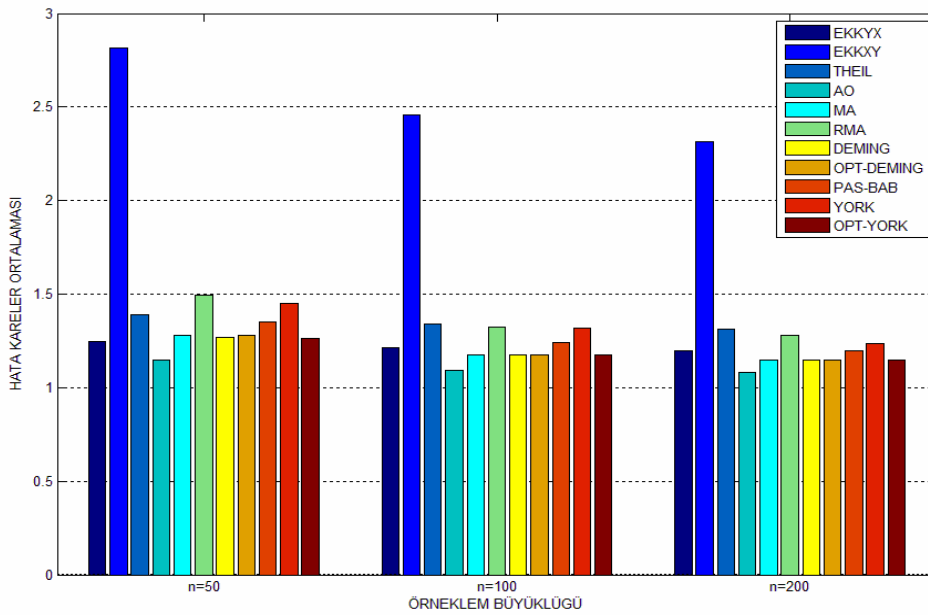
**Şekil 4.21.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



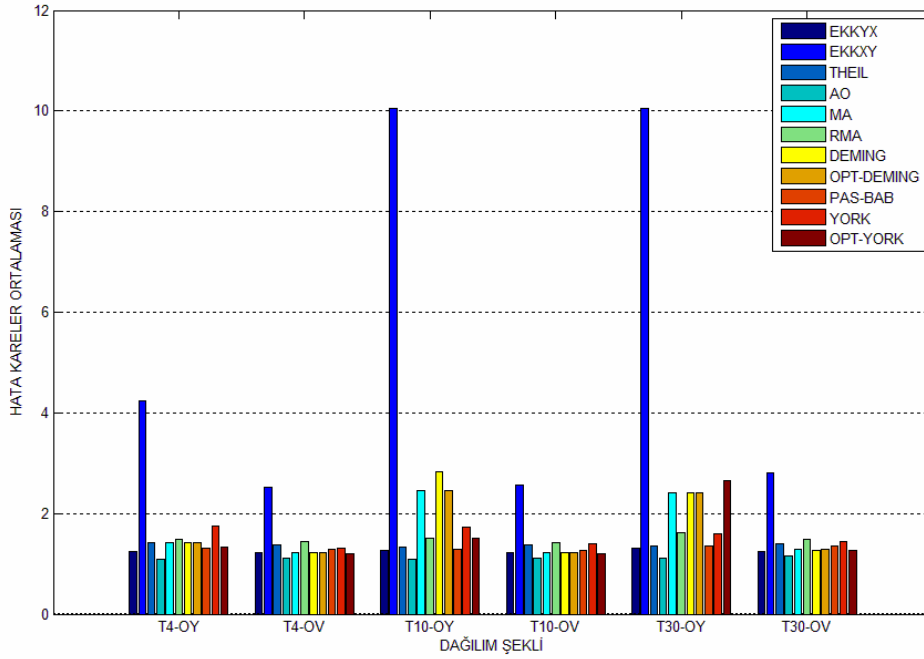
**Şekil 4.22.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 100 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



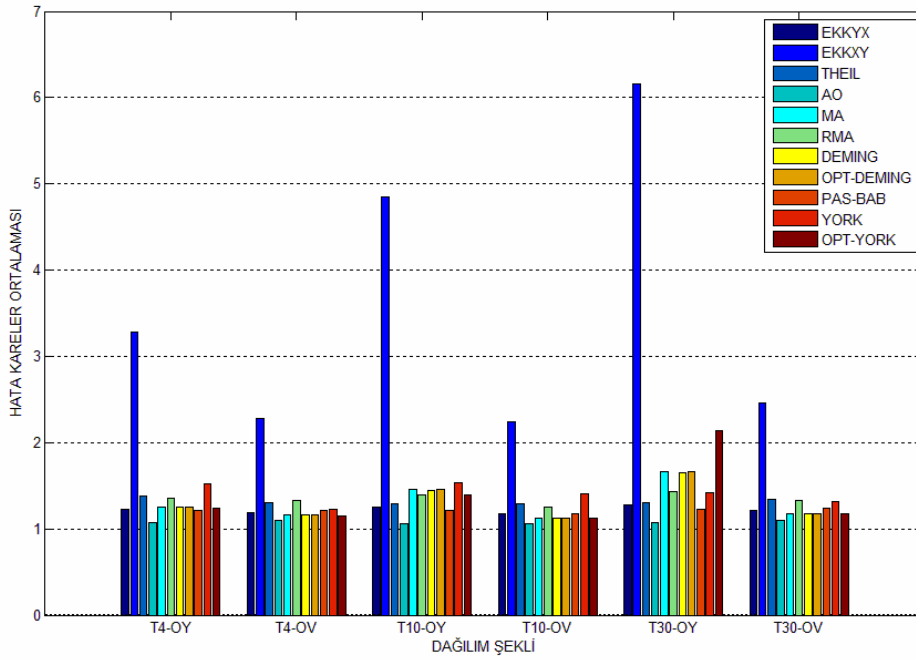
**Şekil 4.23.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 200 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içeren veri seti için elde edilen regresyon doğruları.



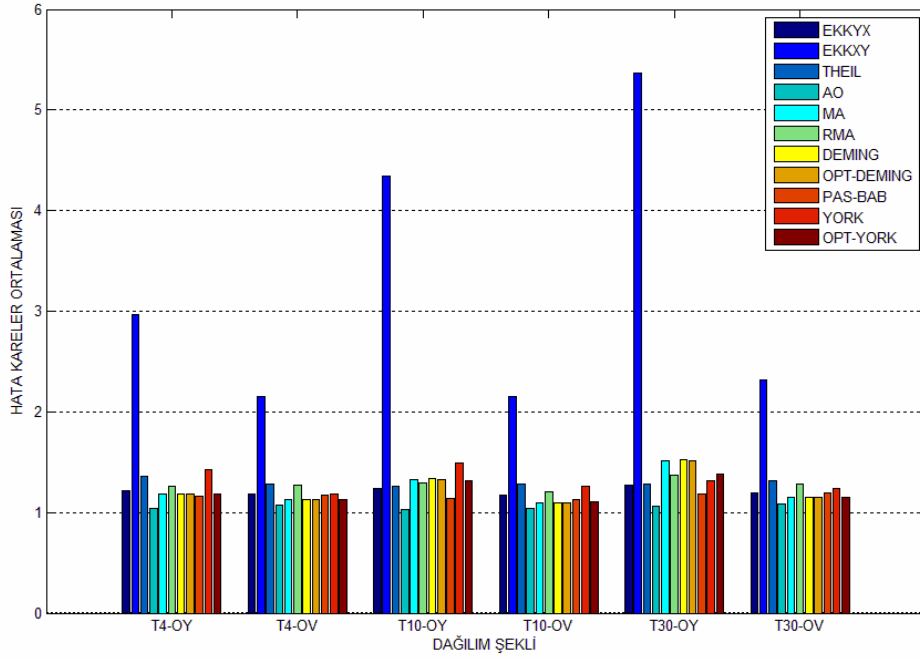
**Şekil 4.24.** 30 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, 50, 100 ve 200 birim büyüklüklerinde ve aykırı değer içeren veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik.



**Şekil 4.25.** 50 birim büyüklüğünde, farklı dağılış biçimindeki veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik.



**Şekil 4.26.** 100 birim büyüklüğünde, farklı dağılış biçimindeki veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik.



**Şekil 4.27.** 200 birim büyüklüğünde, farklı dağılış biçimindeki veri setlerinin “Hata Kareler Ortalamalarının” karşılaştırılmasına ilişkin grafik.



Çizelge 4.28'te yer alan simülasyon sonuçları, dağılım biçimine göre sıralı olan en iyi regresyon tekniklerini göstermektedir.

**Çizelge 4.28.** Simülasyon Sonuçları İçin Özet Tablo (Dağılım biçimine göre sıralı)

| Dağılım Biçimi | Örneklem Büyüklüğü | Aykırı Değer | En İyi Regresyon Teknikleri                         |
|----------------|--------------------|--------------|---|
| T~4*           | n=50               | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.EKK(XY)<br>3.PAS-BAB                  |
| T~4            | n=100              | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.PAS-BAB<br>3.EKK(XY)                  |
| T~4            | n=200              | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.PAS-BAB<br>3. OPT-DEMING (ORTHOGONAL) |
| T~4            | n=50               | Var          | 1.EKK-AO<br>2.OPT-YORK<br>3.DEMING                  |
| T~4            | n=100              | Var          | 1.EKK-AO<br>2.OPT-YORK<br>3.DEMING                  |
| T~4            | n=200              | Var          | 1.EKK-AO<br>2.OPT-YORK<br>3.DEMING                  |
| T~10           | n=50               | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.EKK(XY)<br>3.PAS-BAB                  |
| T~10           | n=100              | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.PAS-BAB<br>3.EKK(XY)                  |
| T~10           | n=200              | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.PAS-BAB<br>3.EKK(XY)                  |
| T~10           | n=50               | Var          | 1. EKK-AO<br>2.OPT-YORK<br>3.DEMING                 |
| T~10           | n=100              | Var          | 1.EKK-AO<br>2.DEMING<br>3.OPT-DEMING (ORTHOGONAL)   |
| T~10           | n=200              | Var          | 1.EKK-AO<br>2.OPT-DEMING (ORTHOGONAL)<br>3.DEMING   |

\*4 serbestlik derecesi ile Student dağılımı, 50 birim büyüklüğünde ve aykırı değer içermeyen veri seti için en uygun regresyon teknikleri sırası ile EKK-AO, EKK(XY) ve PASS-BAB. teknikleridir.

Çizelge 4.28. (Devam Ediyor)

| Dağılım Biçimi | Örneklem Büyüklüğü | Aykırı Değer | En İyi Regresyon Teknikleri                         |
|----------------|--------------------|--------------|---|
| T~30           | n=50               | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.EKK(XY)<br>3.THEIL                    |
| T~30           | n=100              | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.PAS-BAB<br>3.EKK(XY)                  |
| T~30           | n=200              | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.PAS-BAB<br>3.EKK(XY)                  |
| T~30           | n=50               | Var          | 1.EKK-AO<br>2.EKK(XY)<br>3.OPT-YORK                 |
| T~30           | n=100              | Var          | 1.EKK-AO<br>2.OPT-YORK<br>3.OPT-DEMING (ORTHOGONAL) |
| T~30           | n=200              | Var          | 1.EKK-AO<br>2.OPT-YORK<br>3.OPT-DEMING (ORTHOGONAL) |

Çizelge 4.29’da yer alan simülasyon sonuçları, örneklem büyüklüğüne göre sıralı olan en iyi regresyon tekniklerini göstermektedir.

**Çizelge 4.29.** Simülasyon Sonuçları İçin Özet Tablo (Örneklem büyüklüğüne göre sıralı)

| Örneklem Büyüklüğü | Dağılım Biçimi | Aykırı Değer | En İyi Regresyon Teknikleri                         |
|--------------------|----------------|--------------|---|
| n=50*              | T~4            | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.EKK(XY)<br>3.PAS-BAB                  |
| n=50               | T~10           | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.EKK(XY)<br>3.PAS-BAB                  |
| n=50               | T~30           | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.EKK(XY)<br>3.THEIL                    |
| n=50               | T~4            | Var          | 1.EKK-AO<br>2.OPT-YORK<br>3.DEMING                  |
| n=50               | T~10           | Var          | 1. EKK-AO<br>2.OPT-YORK<br>3.DEMING                 |
| n=50               | T~30           | Var          | 1.EKK-AO<br>2.EKK(XY)<br>3.OPT-YORK                 |
| n=100              | T~4            | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.PAS-BAB<br>3.EKK(XY)                  |
| n=100              | T~10           | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.PAS-BAB<br>3.EKK(XY)                  |
| n=100              | T~30           | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.PAS-BAB<br>3.EKK(XY)                  |
| n=100              | T~4            | Var          | 1.EKK-AO<br>2.OPT-YORK<br>3.DEMING                  |
| n=100              | T~10           | Var          | 1.EKK-AO<br>2.DEMING<br>3.OPT-DEMING (ORTHOGONAL)   |
| n=100              | T~30           | Var          | 1.EKK-AO<br>2.OPT-YORK<br>3.OPT-DEMING (ORTHOGONAL) |

\*50 birim büyüklüğünde, 4 serbestlik derecesi ile Student dağılmış, ve aykırı değer içermeyen veri seti için en uygun regresyon teknikleri sırası ile EKK-AO, EKK(XY) ve PASS-BAB. teknikleridir.

Çizelge 4.29. (Devam Ediyor)

| Örneklem Büyüklüğü | Dağılım Biçimi | Aykırı Değer | En İyi Regresyon Teknikleri                         |
|--------------------|----------------|--------------|---|
| n=200              | T~4            | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.PAS-BAB<br>3. OPT-DEMING (ORTHOGONAL) |
| n=200              | T~10           | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.PAS-BAB<br>3.EKK(XY)                  |
| n=200              | T~30           | Yok          | 1.EKK-AO<br>2.PAS-BAB<br>3.EKK(XY)                  |
| n=200              | T~4            | Var          | 1.EKK-AO<br>2.OPT-YORK<br>3.DEMING                  |
| n=200              | T~10           | Var          | 1.EKK-AO<br>2.OPT-DEMING (ORTHOGONAL)<br>3.DEMING   |
| n=200              | T~30           | Var          | 1.EKK-AO<br>2.OPT-YORK<br>3.OPT-DEMING (ORTHOGONAL) |

## BÖLÜM 5

### SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada bağımlı ve bağımsız değişkenlerin ölçümünün çeşitli sebeplerle hata içermesi durumunda kullanılabilecek doğrusal regresyon teknikleri tanıtılmaya çalışılmış ve farklı örneklem büyüklüklerinde ve farklı dağılış biçimlerinde aykırı değer içeren ve içermeyen veri setlerinde bu tekniklerden hangisinin daha iyi sonuç verdiğini araştırmak amacıyla bir simülasyon çalışması yapılmıştır.

Ele alınan iki klinik tekniğe ilişkin ölçümlerin de hata içermesi söz konusu olduğunda, bu teknikler arasındaki uyumu belirlemek, daha çok biyokimyacıların bir sorunudur. Biyokimyacıların, metot karşılaştırma dedikleri çalışmaların içerisinde doğrusal Tip II regresyon analizi büyük bir yer oluşturmaktadır. Yapılan bir ölçümün hata içermesinin söz konusu olduğu durumlarda regresyon analizi ile incelenen değişkenler arasındaki ilişki modellenmek isteniyorsa, Tip II regresyon tekniklerine başvurmak en doğru karar olacaktır. Zaten her ne kadar EKK varsayımı olan bağımsız değişkenin hata içermediği düşünülse bile pratikte bu varsayımın geçerli olduğu durumlarla nadiren karşılaşmaktadır. Çünkü pratikte bir ölçüm sonucunda elde edilmiş değerler söz konusu ise bağımsız değişkene ait ölçümlerin de bağımlı değişken gibi hata içermesi ya da hatasız bir ölçüm söz konusu ise iki değişkene ait ölçümlerin de hatasız olması kaçınılmazdır. Hatta değişkenlerin bağımlı ya da bağımsız olarak sınıflandırılmasına karar verilirken hangisinin bağımlı hangisinin bağımsız olduğu da önemli bir problemdir. Bu noktada Tip II Regresyon tekniklerine başvurmak en sağlıklı sonuçları elde etmede etkili bir yöntem olacaktır.

Tip II regresyon tekniklerinin farklı örneklem büyüklükleri, farklı dağılış biçimi ve aykırı değer içeren ya da içermeyen veri setlerindeki performanslarının araştırıldığı bu çalışmada elde edilen simülasyon sonuçları incelenecek olursa, EKK (X|Y) ve EKK(Y|X) tekniklerinin açığortaylarını alarak tahmini regresyon denklemini elde eden EKK-AO (En Küçük Kareler Açığortay) tekniğinin tüm durumlarda en iyi performansı gösterdiği görülmüştür. Bu teknik ile yapılan tahminlerin, gerçek regresyon denklemine

ait parametrelere oldukça yakın değerler olduğu ve Hata Kareler Ortalamasının en küçük olduğu gözlemlenmiştir.

Yapılan simülasyon çalışması aracılığı ile elde edilen sonuçlar örneklem büyüklükleri bakımından incelendiğinde aykırı değer içermeyen tüm dağılımların göz önünde bulundurulduğu veri setlerinde, Çizelge 4.25 - 4.27'den de görülebileceği üzere;

- n=50 birim büyüklüğündeki veri seti için EKK-AO tekniğinden sonra en iyi sonucu  $T \sim 4$  ve  $T \sim 10$  için EKK(XY) daha sonra ise Passing-Bablok Regresyon tekniklerinin,  $T \sim 30$  için ise EKK(XY) daha sonra ise Theil Regresyon tekniklerinin;
- n=100 birim büyüklüğündeki veri seti için EKK-AO tekniğinden sonra en iyi sonucu genel olarak sırasıyla Passing-Bablok ve EKK(XY) Regresyon tekniklerinin;
- n=200 birim büyüklüğündeki veri seti için EKK-AO tekniğinden sonra en iyi sonucu  $T \sim 4$  için Passing-Bablok ve Optimal Deming tekniklerinin,  $T \sim 10$  ve  $T \sim 30$  için ise Passing-Bablok daha sonra ise EKK(XY) Regresyon tekniklerinin verdikleri gözlemlenmiştir.

Elde edilen sonuçlar örneklem büyüklükleri bakımından incelendiğinde ve aykırı değer içeren tüm dağılımların göz önünde bulundurulduğu veri setlerinde, Çizelge 4.25 - 4.27'den de görülebileceği üzere;

- n=50 birim büyüklüğündeki veri seti için EKK-AO tekniğinden sonra en iyi sonucu  $T \sim 4$  ve  $T \sim 10$  için sırası ile Optimal York ve Deming regresyon tekniklerinin,  $T \sim 30$  için ise EKK(XY) ve Optimal York tekniklerinin;
- n=100 birim büyüklüğündeki veri seti için EKK-AO tekniğinden sonra en iyi sonucu sırasıyla Passing-Bablok ve EKK(XY) Regresyon tekniklerinin;
- n=200 birim büyüklüğündeki veri seti için EKK-AO tekniğinden sonra en iyi sonucu örneklem büyüklüğü arttıkça sırasıyla Passing-Bablok ve EKK(XY) Regresyon tekniklerinin verdikleri gözlemlenmiştir.

Yapılan simülasyon çalışması aracılığı ile elde edilen sonuçlar dağılım biçimi bakımından incelendiğinde tüm örneklem büyüklüklerindeki aykırı değer içermeyen veri setlerinde, Çizelgeler 4.4, 4.12 ve 4.20'den de görülebileceği üzere;

- 4, 10 ve 30 serbestlik dereceli Student dağılımına sahip veri setlerinin tamamında EKK-AO tekniğinden sonra en iyi performansı örneklem hacmi arttıkça Passing-Bablok regresyon tekniğinin;

Elde edilen sonuçlar dağılım biçimi bakımından incelendiğinde tüm örneklem büyüklüklerindeki aykırı değer içeren veri setlerinde Çizelgeler 4.8, 4.16 ve 4.24'ten de görülebileceği üzere;

- 4 serbestlik dereceli Student dağılımına sahip veri seti için EKK-AO tekniğinden sonra en iyi performansı genel olarak küçük örneklemelerde Optimal York, örneklem büyüklüğü arttıkça Deming regresyon tekniklerinin;
- 10 serbestlik dereceli Student dağılımına sahip veri seti için EKK-AO tekniğinden sonra en iyi performansı genel olarak sırasıyla 50 birimlik örneklem hacminde Optimal York, 100 birimlik örneklem hacminde Deming ve 200 birimlik örneklem hacminde Optimal Deming (Ortogonal) regresyon tekniklerinin;
- 30 serbestlik dereceli Student dağılımına sahip veri seti için EKK-AO tekniğinden sonra en iyi performansı 50 birimlik örneklem büyüklüğünde EKK(XY), 100 ve 200 birimlik örneklem büyüklüklerinde ise Passing-Bablok, regresyon tekniğinin verdiği gözlemlenmiştir.

Bu çalışmada, ölçüm hatalı değişkenleri içeren istatistiksel modellemede regresyon analizinin sonuçlarını görebilmek amacıyla ele alınan onbir regresyon tekniği karşılaştırılmıştır. Bu araştırma sırasında incelenen tekniklerin farklı koşullarda verdiği sonuçları da araştırmak için farklı örneklem büyüklüklerinde, veri setinin aykırı değer içerip içermediği durumlarda ve farklı dağılış biçimlerinde gösterdikleri performansları da araştırılarak sonuçlar ilgili çizelgelerde sunulmuştur.

Bağımlı ve bağımsız değişkene ait ölçümlerin hata içermesi söz konusu olduğunda, EKK tekniğine ait varsayımların sağlanamamasından dolayı, bu varsayıma ihtiyaç duymayan Tip II regresyon tekniklerinin kullanılmasının gerekliliği analiz sonuçları da sunularak vurgulanmaya çalışılmıştır.

Bu çalışmada ölçüm hatası içeren sadece bir bağımlı ve bir bağımsız değişken olduğunda çeşitli regresyon teknikleri incelenmiştir. Bu regresyon teknikleri ile ele alınan iki klinik teknik arasındaki uyum araştırılmak istenmiştir. İleride yapılması planlanan çalışmalarda, ele alınan birden fazla bağımsız değişken için elde edilen ölçüm değerlerinin hatalı olması ve bu durumlarda benimsenebilecek doğrusal ya da doğrusal olmayan regresyon teknikleri üzerinde durulması faydalı olacaktır.



## KAYNAKLAR DİZİNİ

- Altman, D.G., and Bland J.M., 1983, Measurement in Medicine: the Analysis of Method Comparison Studies, *The Statistician*, 32, 307-317.
- Akın, F., 2002, *Ekonometri*, Ekin Kitabevi., 742 s.
- Amman, L. and Ness J.V., 1988, A Routine for Converting Regression Algorithms in to corresponding Orthogonal Regression Algorithms, *ACM Transactions on Mathematical Software*, 14, 1, 76-87.
- Anderson, T.,W., 1976, Estimation of linear functional relationships: Approximate distributions and connections with simultaneous equations in econometrics., *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 38, 1-36.
- Andrews, D.F., 1974, A robust method for multiple linear regression., *Technometrics*, 16, 523-531.
- Arnold, S., 1981, *Theory of linear models and multivariate analysis.*, New York, Willey., 494 p.
- Balona, L. A., 1977, Application of the method of maximum likelihood to the determination of cepheid radii, *Royal Astronomical Society, Monthly Notices*, 178, 231-243.
- Bansal, N.K., 1990, Comparison of slope parameters in errors-in-variables models., *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 19(7), 2705-2716.
- Bardossy, A., 1990, Note on Fuzzy Regression, *Fuzzy Sets and Systems*, 37, 65-75.
- Billingsley, P., 1986, *Probability and Measure.*, 2nd Ed., New York, Willey., 608 p
- Billo, J.E., 2001, *Excel for Chemists: A Comprehensive Guide.*, 2nd Edition, Wiley-VCH, New York., 512 p.
- Bland, J.M. and Altman D.G., 1986, Statistical methods for assessing agreement between two methods of clinical measurement., *Lancet*, i:307-310.
- Bremser, W. and Hasselbarth W., 1997, Controlling uncertainty in calibration., *Analytica Chimica Acta*, 348, 61-69.

### **KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)**

- Brown, G.W., and Mood, A.M., 1951, On median tests for linear hypotheses. In Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, University of California Press, Berkeley, 159–166.
- Carroll, R.J., Ruppert, D., and Stefanski, L.A., 1995, Measurement Error in Nonlinear Models, London: Chapman & Hall., 488 p.
- Carroll, R.J. and Ruppert D., 1996, The Use and Misuse of Orthogonal Regression in Linear Errors-in-Variables Models, The American Statistician, 50, No. 1, 1–6.
- Cheng, C.L., 1987, Robust errors-in-variables regression., Dissertation, Doctor of Philosophy in Mathematical Sciences. The University of Texas at Dallas.
- Cornbleet, P.J. and Gochman N., 1979, Incorrect Least-squares Regression Coefficients in Method-Comparison Analysis, Clinical Chemistry, 25/3, 432–438.
- Çömlekçi, N., 1998, Temel İstatistik İlke ve Teknikleri, Bilim Teknik Kitabevi, 502 s.
- Deeming, T.J., 1968, The analysis of linear correlation in astronomy, Vistas in Astronomy, 10, 125-142.
- Deming, E.W., 1943, Statistical Adjustment of Data, Dover Publications, Inc., New York, 271 p.
- Dixon, W.J., (1950), Analysis of extreme value. Annals Math. Stat., 21, 488-506.
- Dunn, G. and Roberts C., 1999, Modelling method comparison data, Statistical Methods in Medical Research, Volume 8, Number 2, 161–179.
- Edland, S., 1996, Bias in Slope Estimates for the linear Errors in Variables Model by the Variance Ratio Method., Biometrics, 52, 243–248.
- Eichhorn, H., and Clary, W.G., 1974, Least squares adjustment with relatively large observation errors, inaccurate initial approximations, or both., Royal Astronomical Society, United Kingdom, 166, 425-432.

### KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

Ercan, İ., ve Kan, İ., 2006, Ölçme ve Ölçmede Hata, Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi, Cilt:7, Sayı:1, 51-56.

Ergül, B. 2006, Robust Regresyon ve Uygulamaları, Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Fuller, W. A., 1987, Measurement Error Models., New York: John Wiley&Sons, 440 p.

Genç, Y., Sertkaya, D., ve Demirtaş, S., 2003, Klinik Araştırmalarda İki Ölçüm Tekniğinin Uyumunu İncelemede Kullanılan İstatistiksel Yöntemler., Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi Mecmuası, 56, 1, 1-6.

Güler, İ., 2007, Ölçümün Temel Teorileri, (Erişim Tarihi: 19.01.2007).  
[http://www1.gantep.edu.tr/~tamer/bio\\_enst/SUNU/biyo-4.ppt](http://www1.gantep.edu.tr/~tamer/bio_enst/SUNU/biyo-4.ppt).

Hunter, J.S., 1985, Measurement Error, Encyclopedia of Statistical Sciences, 5. (S.Kotz and N.L. Johnson, Eds.) John Wiley & Sons, New York.

Isobe, T., Feigelson, E.D., Akritas, M.G. and Babu, G.J., 1990, Linear Regression in Astronomy I, the Astrophysical Journal, 364, 104-113.

Jensen, A.L., and Hansen, M. K., 2006, Method comparison in the clinical laboratory, American Society for Veterinary Clinical Pathology, 35,3, 276–286.

Kermack, K.A., and Haldane, J.B.S, 1950, Organic Correlation and Allometry., Biometrika, 37: 30-41.

Kowalski, K.G., 1990, On the Predictive Performance of Biased Regression Methods and Multiple Linear Regression, Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 9, 177-184.

Kurtulmuş, Y., Tanyalçın, T., Bozkaya, G., Gündüz, O., Çerçi, Ö., Kutay F.Z., ve Biltan, E., 2001, Standardized method comparison for ACS:180 plus and Immulite sensitive PSA (sPSA) measurement methods, Accred Qual Asur, 6, 424–426.

Linnet, K., 1990, Estimation of the Linear Relationship between the measurements of two methods with proportional errors, Statistics in Medicine, 9, 1464-1473.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)**

- Linnet, K., 1998, Performance of Deming regression analysis in case of misspecified analytical error ratio in method comparison studies, *Clinical Chemistry* 44:5 1024–1031.
- Linnet, K., 1999, Necessary Sample Size for Method Comparison Studies Based on Regression Analysis *Clin. Chem.*, 45(6): 882 - 894.
- Lumsden, J.H., 2000, Laboratory test method validation, *Revue Méd. Vét.*, **151**, 7, 623-630.
- Magari, R.T., 2002, Statistics for Laboratory Method Comparison Studies, *BioPharm*, 28-32, <http://www.biopharminternational.com/biopharm/article/articleDetail.jsp?id=7276>. (Erişim Tarihi: 22.03.2007).
- Magari, R.T., 2004, Bias Estimation in Method Comparison Studies., *Journal of Biopharmaceutical Statistics*, 14, 881-892.
- Mandel, J., 1984, Fitting straight lines when both variables are subject to error., *Journal of Quality Technology*, 16(1), 1-14.
- Mandel, J. and Linnig, F.J., 1957, Study of Accuracy in Chemical Analysis Using Linear Calibration Curves, *Anal. Chem.* 29 743-749.
- Maritz, J.S., 1979, On Theil's method in distribution-free regression, *Australian Journal of Statistics*, 21, 30-35.
- Martin, R.F., 2000, General Deming Regression for Estimating Systematic Bias and Its Confidence Interval in Method-Comparison Studies., *Clinical Chemistry* 46, 100-104.
- Mcgee, T.D., 1988, *Principles and Methods of Temperature Measurement*, John Wiley & Sons., New York., 608 p.
- Moore, D. S. and McCabe, G. P., 1999, *Introduction to the Practice of Statistics*, 3rd Ed. New York, W. H. Freeman.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)**

- Morris, A.S., 1993, Principles of Measurement and Instrumentation, Prentice Hall Int. U.K., 471 p.
- Parish, R.C., 1989, Comparison of Linear Regression Methods When Both Variables Contain Error: Relation to Clinical Studies, *The Annals of Pharmacotherapy*, 23, 891-898.
- Parvin, C.A., 1984, A direct comparison of two slope-estimation techniques used in method- comparison studies, *Clinical Chemistry*, 30, 751–754.
- Passing, H. and Bablok, W., 1983, A new Biometrical Procedure for Testing the Equality of Measurements from two Different Analytical Methods. Application of Linear Regression Procedures for Method Comparison Studies in Clinical Chemistry, Part I, *Journal of Clinical Chemistry & Clinical Biochemistry*, 21, 709–720.
- Payne, R.B., 1997, Method Comparison: evaluation of least squares, Deming and Passing/Boblok regression procedures using computer simulation., *Ann.Clin.Biochem*, 34, 319-320.
- Reed, B.C., 1988, Linear least-squares fits with errors in both coordinates, *American Journal of Physics*, 57, 7, 642–646.
- Riu, J., and Rius, F.X., 1997, Trends in analytical chemistry, vol. 16, no. 4, 211-216.
- Roy, T., 1994, Fitting a straight line when both variables are subject to error: pharmaceutical applications, *Journal of Pharmaceutical & Biomedical Analysis*, 12, 1265–1269.
- Saylor, R.D., Edgerton, E.S. and Hartsell, B.E., 2006, Linear regression techniques for use in the EC tracer method of secondary organic aerosol estimation., *Atmospheric Environment* 40, 7546 -7556.
- Schaefer, K.C. and Visser, M.L. 2003, Reverse Regression and Orthogonal Regression in Employment Discrimination Analysis., *Journal of Forensic Economics*, 16(3), 283–298.
- Seares F.H., 1944, Regression Lines and the Functional Relation, *The Astrophysical Journal*, 100, 255-263.

### KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

- Semerci, H., 1998, Kalite güvence sistemlerinde ölçüm hatalarının ayrıştırılmasında kullanılan istatistiksel yaklaşımlar üzerine bir araştırma., Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İzmir.
- Sen, P.K., 1968, Estimates of the regression coefficient based on Kendall's tau., *Journal of Am.Stat.Assoc.*, 63, 1379-1389.
- Siegel, A.F., 1982, Robust regression using repeated medians., *Biometrika* 69, 242-244.
- Stöckl, D., Dewitte, K. and Thienpont, L.M., 1998, Validity of linear regression in method comparison studies: is it limited by the statistical model or the quality of the analytical input data?, *Clinical Chemistry*, 44, 2340–2346.
- Strömberg, G., 1940, Accidental systematic errors in spectroscopic absolute magnitudes for dwarf G<sub>0</sub>K<sub>2</sub> stars. *Astrophysical J.*, 92, 156.
- Sümbüloğlu, K., 1995, Biyoistatistik, Hatipoğlu Yayınevi., 275 s.
- Şıklar, E., 2000, Regresyon Analizine Giriş., *Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınları*, No:16, 133 s.
- Theil, H., 1950, A rank-invariant method of linear and polynomial regression analysis, *Ned. Akad. Wetensch Proc.* 53, 386–392.
- Triboli, K., 2003, The Grind about Sonicated Chlorophyll (or: Did a Method Change in 1998 Affect EMP Chlorophyll Results?), *Contributed Papers, IEP Newsletter*, 16(4), 13–24. [http://www.iep.ca.gov/report/newsletter/2003fall/IEPNewsletter\\_fall2003\\_mar23.pdf](http://www.iep.ca.gov/report/newsletter/2003fall/IEPNewsletter_fall2003_mar23.pdf). (Erişim Tarihi: 28.12.2007).
- Trumpler, R.J., and Weaver, H.F., 1953, *Statistical Astronomy*, Berkeley: Univ. California Press., 644 p.
- Westgard ,J.O. and Hunt, M. R., 1973, Use and Interpretation of Common Statistical Tests in Method-Comparison Studies, *Clinical Chemistry*, 19, 1, 49-57.
- Westgard, J.O., 1998, Points of Care in Using Statistics in Method Comparison Studies., *Clinical Chemistry* 44, 11, 2240–2242.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)**

Wolfe, C., 2007a, Major Axis, Hawaii Institute of Geophysics & Planetology University of Hawaii at Manoa. (Erişim Tarihi: 31.07.2007).  
[http://www.higp.hawaii.edu/~cecily/courses/gg313/DA\\_book/node80.html](http://www.higp.hawaii.edu/~cecily/courses/gg313/DA_book/node80.html).

Wolfe, C., 2007b, Reduced Major Axis (RMA) Regression, Hawaii Institute of Geophysics & Planetology University of Hawaii at Manoa. (Erişim Tarihi: 31.07.2007). [http://www.higp.hawaii.edu/~cecily/courses/gg313/DA\\_book/node81.html](http://www.higp.hawaii.edu/~cecily/courses/gg313/DA_book/node81.html).

Wood, J., 2004, Technical validation of a diagnostic test., The Biomedical Scientist, 34-36.

York, D., 1969, Least squares fitting of a straight line with correlated errors, Earth and Planetary Letters, 5, 320-324.

York, D., Evensen, N.M., Martinez, M.L. and Delgado, D.B., 2004, Unified equations for the slope, intercept, and Standard errors of the best straight line., Am.J.Phys., 72(3), 367-375.

Analyse-it, 2005, Software, Ltd. Copyright 1997–2002. <http://www.analyse-it.com/products/clinical/method-comparison.htm>. (Erişim Tarihi: 03.01.2007).

CB Stat, 2008, V.5.10, Help Menu, By Linnet Kristian.

Klinik Araştırmalar, 2006, (Erişim Tarihi: 17.11.2006).  
<http://www.aifd.org.tr/default.asp?lang=0&pId=5&fId=6&prnId=1&hnd=0&docId=265&ord=0&fop=0>

**Ek 1.** Ölçüm hatalı değişkenler söz konusu olduğunda, E.K.K.(X|Y), E.K.K.(Y|X) ve E.K.K. Açığortay Tekniklerine göre elde edilen eğim katsayılarına ait varyans hesaplanmasında kullanılan “Delta Metodu”na ilişkin hesaplamalar.

Varyansların hesaplanmasına ilişkin ilk olarak iki ön sonuç (Lemma) kullanılacak olursa, bunlardan ilki standart çok değişkenli merkezi limit teoremi yardımıyla elde edilmiştir (Billingsley, 1986).

**Lemma [E.1.]**

$$\sqrt{n} \left[ \left( \hat{\beta}_1 - \beta_1, \hat{\beta}_2 - \beta_2 \right) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ (x_i - \mu_x) \left[ (y_i - \mu_y) - \beta_1 (x_i - \mu_x) \right] \sigma_x^{-2}, (y_i - \mu_y) \left[ (y_i - \mu_y) - \beta_2 (x_i - \mu_x) \right] \beta_2 \sigma_y^{-2} \right\} \right]$$

İfadesi, olasılık kuramına göre sıfıra gitmektedir, bu nedenle,

$$\sqrt{n} \left( \hat{\beta}_1 - \beta_1, \hat{\beta}_2 - \beta_2 \right)$$

İfadesi, ortalaması sıfır ve kovaryans matrisi  $S = (\xi_{ij})$  olan normal dağılıma gider.

$$\xi_{11} = \sigma_x^{-4} \text{Var} \left[ (x - \mu_x) (y - \beta_1 x - \mu_y + \beta_1 \mu_x) \right] \quad [1.]$$

$$\xi_{22} = \beta_2^2 \sigma_y^{-4} \text{Var} \left[ (y - \mu_y) (y - \beta_2 x - \mu_y + \beta_2 \mu_x) \right] \quad [2.]$$

$$\xi_{12} = \xi_{21} = \beta_1 \sigma_x^{-4} E \left\{ (x - \mu_x) (y - \mu_y) \left[ y - \mu_y - \beta_1 (x - \mu_x) \right] \left[ (y - \mu_y - \beta_2 (x - \mu_x)) \right] \right\} \quad [3.]$$

**Hatırlatma [E.1.]**  $\xi_{11}$  ve  $\xi_{22}$  değerlerinin sırası ile  $(n)^{1/2} \hat{\beta}_1$  ve  $(n)^{1/2} \hat{\beta}_2$  ifadelerinin asimptotik varyanslarını verdikleri görülmektedir. Aynı şekilde,  $\xi_{12}$  değeri ise, sırası ile  $(n)^{1/2} \hat{\beta}_1$  ve  $(n)^{1/2} \hat{\beta}_2$  ifadelerinin asimptotik kovaryansını vermektedir. Bunlara ilişkin tahmin değerlerinin formülleri Eşitlik 4., Eşitlik 5. ve Eşitlik 6.’da verilmiştir.



**Ek 1. (Devam Ediyor)**

$$\frac{1}{n} \xi_{11} = Var(\hat{\beta}_1) = \frac{1}{S_{xx}^2} \left[ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \hat{\beta}_1 x_i - \bar{y} + \hat{\beta}_1 \bar{x})^2 \right] \quad [4.]$$

$$\frac{1}{n} \xi_{22} = Var(\hat{\beta}_2) = \frac{1}{S_{xy}^2} \left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 (y_i - \hat{\beta}_2 x_i - \bar{y} + \hat{\beta}_2 \bar{x})^2 \right] \quad [5.]$$

$$\frac{1}{n} \xi_{12} = Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = (\hat{\beta}_1 S_{xx}^2)^{-1} \left\{ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) [y_i - \bar{y} - \hat{\beta}_1 (x_i - \bar{x})] [y_i - \bar{y} - \hat{\beta}_2 (x_i - \bar{x})] \right\} \quad [6.]$$

**Hatırlatma [E.2.]** Eğer  $y_i - \beta_1 x_i - \alpha_1$  artık değerleri  $x_i$  'lerden bağımsız ise ve  $\xi_{11}$  kaynaklarda verilen standart açıklamalara indirgenirse, bu durumda bunun tahmini, Eşiklik 7.'de gösterildiği gibi olur. Benzer şekilde, eğer  $x_i - \beta_2^{-1}(y_i - \alpha_2)$  değerleri  $y_i$  'lerden bağımsız ise, bu durumda  $\xi_{22}$  değeri de standart açıklamalardaki gibi olur.

**Lemma [E.2.] (Delta Metodu):**

(a)  $T_n, n=1,2,\dots$  değeri,  $N(0, b^2)$  dağılımının asimptotik olarak,  $(T_n - T)$  gibi rassal vektörün sıralı hali olsun, bu durumda,  $H(t)$ ,  $T$  tarafından diferansiyellenebilir bir fonksiyon olur.

$$[H(T_n) - H(T)] \rightarrow N\{0, [H'(t)]^2 b^2\} \quad [7.]$$

(b)  $(T_{1n}, T_{2n}), n=1,2,\dots$  değeri, ortalaması sıfır kovaryansı  $C = (c_{ij})^2$  olan normal dağılımın asimptotik olarak  $(n)^{1/2} [(T_{1n}, T_{2n}) - (T_1, T_2)]$  gibi rassal vektörün sıralı hali olsun, burada  $i=1,2$  ve  $j=1,2$ , 'dir. Bu durumda, eğer  $H(t_1, t_2)$  ifadesi sürekli bir fonksiyonun birinci türevi ise

## Ek 1. (Devam Ediyor)

$$H(T_{1n}, T_{2n}) - H(T_1, T_2) \rightarrow N(0, \sigma_H^2) \quad [8.]$$

Burada,

$$\sigma_H^2 = [H_1(T_1, T_2)]^2 c_{11} + [H_2(T_1, T_2)]^2 c_{22} + 2H_1(T_1, T_2)H_2(T_1, T_2)c_{12} \quad [9.]$$

Burada  $H_1(T_1, T_2)$  ve  $H_2(T_1, T_2)$  ifadeleri, sırası ile  $H$ 'ın  $T_1$  ve  $T_2$ 'ye bağlı olan kısmi türevleridir. Lemma 2.'nin (a) kısmı Arnold (1981) tarafından, (b) kısmı ise Billingsley (1986) tarafından ispatlanmıştır.

### $\hat{\beta}_3$ 'ün Asimptotik Varyansının Hesaplanması

İlk olarak eşitlik 10.'daki gibi bir fonksiyon tanımlı olsun,

$$g(t_1, t_2) = (t_1 + t_2) - 1 \left[ t_1 t_2 - 1 + \sqrt{(1+t_1^2)(1+t_2^2)} \right] \quad [10.]$$

Daha sonra  $\hat{\beta}_3 = g(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$  ve  $\beta_3 = g(\beta_1, \beta_2)$ . Ve  $g$ 'nin kısmi iki parçaya ayrılmış hali kolaylıkla, Eşitlik 11. ve Eşitlik 12.'de görüldüğü gibi ifade edilebilir.

$$g_1(\beta_1, \beta_2) = \frac{1 + \beta_2^2}{(\beta_1 + \beta_2) \sqrt{(1 + \beta_1^2)(1 + \beta_2^2)}} g(\beta_1, \beta_2) \quad [11.]$$

$$g_2(\beta_1, \beta_2) = \frac{1 + \beta_1^2}{(\beta_1 + \beta_2) \sqrt{(1 + \beta_1^2)(1 + \beta_2^2)}} g(\beta_1, \beta_2) \quad [12.]$$

### Ek 1. (Devam Ediyor)

Lemma [E.2.] yardımı ile  $(\hat{\beta}_3 - \beta_3)$ 'ün asimptotik varyansı Eşitlik 13.'te görüldüğü gibi olur;

$$\begin{aligned} \text{Var}[(\hat{\beta}_3 - \beta_3)] &= [g_1(\beta_1, \beta_2)]^2 \text{Var}(\hat{\beta}_1) + [g_2(\beta_1, \beta_2)]^2 \text{Var}(\hat{\beta}_2) + 2g_1(\beta_1, \beta_2)g_2(\beta_1, \beta_2)\text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) \\ &= \frac{[g(\beta_1, \beta_2)]^2}{(\beta_1 + \beta_2)^2(1 + \beta_1^2)(1 + \beta_2^2)} \left[ (1 + \beta_2^2)^2 \text{Var}(\hat{\beta}_1) + (1 + \beta_1^2)^2 \text{Var}(\hat{\beta}_2) + 2(1 + \beta_1^2)(1 + \beta_2^2)\text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) \right] \end{aligned}$$

[13.]

## Ek 2. Tip II Regresyon Teknikleri MATLAB Komutları.

```
clear all
close all
load('veri.mat')
n=200;

% küçükten büyüğe sıralı değişken düzeyleri

xi=secilen(:,1);
yi=secilen(:,2);
Xt=secilen(:,3);
Yt=secilen(:,4);
eix=secilen(:,5);
eiy=secilen(:,6);
ui=secilen(:,7);

xm=mean(xi);
ym=mean(yi);

degiskenx=xi;
[K,I]=sort(degiskenx);
degiskeny=yi;
SS=degiskeny(I);
verixy=[K SS];

xm1=xm(ones(size(xi,1),1));
ym1=ym(ones(size(yi,1),1));

R1=corrcoef(Xt,Yt);
rxy=R1(2);
r=rxy;

% 1 EKK (x,y) Regresyon Hesabı

ccov=cov(xi,yi);
Sxx=var(xi);
Syy=var(yi);
Sxy=ccov(2);
b1=Sxy/Sxx;
a1=ym-b1*xm;
yiekkxy=a1+b1*Xt;
MSEXY=sum((yiekkxy-Yt).^2)/(n-2);
ist1EKKyx=[a1 b1 MSEXY];

% 2 EKK (y,x) Regresyon Hesabı

b2=Syy/Sxy;
a2=xm-b2*ym;
yiekkyx=a2+b2*Xt;
MSEYX=sum((yiekkyx-Yt).^2)/(n-2);
ist2EKKxy=[a2 b2 MSEYX];
```

## Ek 2. (Devam Ediyor)

### % 3 Theil Regresyon Hesabı

```
Tbij=[];
for i=1:n
    for j=i+1:n
        bij=(SS(i)-SS(j))/(K(i)-K(j));
        Tbij=[Tbij bij];
    end
end
btheil= median(Tbij);
Tai=[];
for i=1:n
    ati=SS(i)-btheil*K(i);
    Tai=[Tai ati];
end
atheil=median(Tai);
yitheil=atheil+btheil*Xt;
MSETHEIL=(sum((yitheil-Yt).^2))/(n-2);
ist3Theil=[atheil btheil MSETHEIL];
```

### % 4 EKKaçıortay Regresyon Hesabı

```
baciortay=((b1+b2)^-1)*(b1*b2-1+sqrt((1+b1^2)*(1+b2^2)));
aaciortay=ym-baciortay*xm;
yiekkao=aaciortay+baciortay*Xt;
MSEBIS=(sum((yiekkao-Yt).^2))/(n-2);
ist4EKKaciortay=[aaciortay baciortay MSEBIS];
```

### % 5 Orthogonal (Major Axis) Regresyon Hesabı

```
sigma2y=var(yi);
sigma2x=var(xi);
sigmaxy=ccov(2);
bortog=(sigma2y-sigma2x+sqrt((sigma2y-
sigma2x)^2+4*sigmaxy^2))/(2*sigmaxy);
aortog=ym-bortog*xm;
yiekkog=aortog+bortog*Xt;
MSEMA=(sum((yiekkog-Yt).^2))/(n-2);
ist5OrtMA=[aortog bortog MSEMA];
```

### % 6 Orthogonal (Reduced Major Axis) Regresyon Hesabı

```
brma=(sign(sigmaxy))*(var(yi)/var(xi));
arma=ym-brma*xm;
yiekkрма=arma+brma*Xt;
MSERMA=(sum((yiekkрма-Yt).^2))/(n-2);
ist6OrtRMA=[arma brma MSERMA];
```

### % 7 Deming Regresyon Hesabı

```
u=sum((xi-xm1).^2);
q=sum((yi-ym1).^2);
p=sum((xi-xm1).*(yi-ym1));
```

## Ek 2. (Devam Ediyor)

```
lamda=var(eix)/var(eiy);
bdeming=(lamda*q-u+sqrt((u-lamda*q)^2+4*lamda*p^2))/(2*lamda*p);
ademing=y-m-bdeming*xm;
```

```
yideming=ademing+bdeming*Xt;
MSEDEM=(sum((yideming-Yt).^2))/(n-2);
ist7Dem=[ademing bdeming MSEDEM];
```

### % 8 Optimal Deming Regresyon (Lamda=1) Hesabı

```
lamda1=1;
bdemingopt=(lamda1*q-u+sqrt((u-
lamda1*q)^2+4*lamda1*p^2))/(2*lamda1*p);
ademingopt=y-m-bdemingopt*xm;
yidemingopt=ademingopt+bdemingopt*Xt;
MSEDEMOPT=(sum((yidemingopt-Yt).^2))/(n-2);
ist8OptDem=[ademingopt bdemingopt MSEDEMOPT];
```

### % 9 Passing-Bablok Regresyon Hesabı

```
degiskenxt=xi;
[nn,zz]=sort(degiskenxt);
degiskenyt=yi;
SSt=degiskenyt(zz);
verixtyt=[nn SSt];
Pbij=[];
for i=1:n
    for j=i+1:n
        ppbij=(SSt(i)-SSt(j))/(nn(i)-nn(j));
        Pbij=[Pbij ppbij];
    end
end
K1=sum(Pbij<-1); % Kac tane bij degeri -1'den kucuk
n1=size(Pbij,2);
if K1<=(n1/2)
    AYVA=0;
    siraliPbij=sort(Pbij);

    if floor(n1/2)==round(n1/2)
        % Tbij eleman sayisi cifttir
        ind1=round((n1/2)+K1);
        ind2=round((n1/2)+1+K1);
        bpasbab=0.5*(siraliPbij(ind1)+siraliPbij(ind2));
    else
        % Tbij tek sayida eleman icerir
        ind=round((n1+1)/2)+K1;
        bpasbab=siraliPbij(ind);
    end

    ai=yi-bpasbab*xi;
    apasbab=median(ai);
    yipasbab=apasbab+bpasbab*Xt;
    MSEPB=(sum((yipasbab-Yt).^2))/(n-2);
```

## Ek 2. (Devam Ediyor)

```
ist9PassBab=[apasbab bpassbab MSEPB];

else

    AYVA=1;
End

% 10 Optimal York Regresyon Hesabı

R2=corrcoef(eix,eiy);
ryxy=R2(2);
ry=0;
b=bortog;
wxi=(1./eix.^2);
wyi=(1./(eiy.^2));
ri=ry;
fark=1;
itryork=0;
ctrl=0;
while fark>0.01
    ctrl=ctrl+1;
    if ctrl==500
        AYVA=1;
        break
    end
    itryork=itryork+1;
    ccc=wxi.*wyi;
    ddd=(wxi+b^2*wyi-2*b*ri*sqrt(wxi.*wyi));
    WIy=ccc./ddd;
    Xortyork=(sum(WIy.*xi))/sum(WIy);
    Yortyork=(sum(WIy.*yi))/sum(WIy);
    betai=WIy.*((xi-Xortyork)./wyi+b*(yi-Yortyork)./wxi-(b*(xi-
Xortyork)+(yi-Yortyork))*ri./sqrt(wxi.*wyi));
    byeni=sum(WIy.*betai.*(yi-Yortyork))/sum(WIy.*betai.*(xi-
Xortyork));
    fark=abs(b-byeni);
    b=byeni;
end
byork=byeni;
ayork=ym-byork*xm;
yiyork=ayork+byork*Xt;
MSEYORK=(sum((yiyork-Yt).^2))/(n-2);
ist10OptYork=[ayork byork MSEYORK];

% 11 York Regresyon (w(xi,yi)=1) Hesabı

boy=bortog;
wxil=ones(size(xi));
wyil=ones(size(yi));
ri=0;
%ri=ryxy;
farko=1;
itryorko=0;
ctrl=0;
```

## Ek 2. (Devam Ediyor)

```
while farko>0.01
    ctrl=ctrl+1;
    if ctrl==500
        AYVA=1;
        break
    end
    itryorko=itryorko+1;
    aaaa=wxil.*wyil;
    bbb=(wxil+wyil.*boy^2-2*boy*ri*sqrt(wxil.*wyil));
    WI=aaaa./bbb;
    Xortyorko=(sum(WI.*xi))/sum(WI);
    Yortyorko=(sum(WI.*yi))/sum(WI);
    betaio=WI.*((xi-Xortyorko)./wyil+b*(yi-Yortyorko)./wxil-(boy*(xi-
Xortyorko)+(yi-Yortyorko)*ri./sqrt(wxil.*wyil)));
    byenil=sum(WI.*betaio.*(yi-Yortyorko))/sum(WI.*betaio.*(xi-
Xortyorko));
    farko=abs(boy-byenil);
    boy=byenil;
end

byorkopt=byenil;
ayorkopt=ym-byorkopt*xm;
yiyorkopt=ayorkopt+byorkopt*Xt;
MSEyorkopt=(sum((yiyorkopt-Yt).^2))/(n-2);
ist11York=[ayorkopt byorkopt MSEyorkopt rxy];

sonuc=[ist1EKKyx ist2EKKxy ist3Theil ist4EKKaciortay ist5OrtMA
ist6OrtRMA ist7Dem ist8OptDem ist9PassBab ist10OptYork ist11York];

%% Grafik çizimleri

hold on
px=-4:1:10; % x degerleri
% Grafik-1
py1=a1+b1*px;
plot(px,py1,'m-x')
% Grafik-2
py2=a2+b2*px;
plot(px,py2,'m-o')
% Grafik-3
py3=atheil+btheil*px;
plot(px,py3,'b--v')
% Grafik-4
py4=aaciortay+baciortay*px;
plot(px,py4,'b-*')
% Grafik-5
py5=aortog+bortog*px;
plot(px,py5,'y-s')
% Grafik-6
py6=arma+brma*px;
plot(px,py6,'k--d')
% Grafik-7
py7=ademing+bdeming*px;
```



## Ek 2. (Devam Ediyor)

```
plot(px,py7,'g--^')
% Grafik-8
py8=ademingopt+bdemingopt*px;
plot(px,py8,'m--<')
% Grafik-9
py9=apasbab+bpasbab*px;
plot(px,py9,'r-.p')
% Grafik-10
py10=ayorkopt+byorkopt*px;
plot(px,py10,'m-.h')
% Grafik-11
py11=ayork+byork*px;
plot(px,py11,'k-.')
% Grafik-0 noktalar
plot(xi,yi,'*k')
xlabel('X')
ylabel('Y')
set(gcf,'Color',[1,1,1])

hold off

%axis([5 15])

legend('EKK(YX)', 'EKK(XY)', 'THEIL', 'EKKAO', 'MA', 'RMA', 'DEMING', 'OPT-DEMING', 'PAS-BAB', 'OPT-YORK', 'YORK')
```

## ÖZGEÇMİŞ

1978 Ankara doğumlu olan Sinan Saraçlı, ilk ve orta öğrenimini Ankara'da tamamladıktan sonra 2001 yılında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümünden mezun olmuştur. Askerlik deneyimini 285. kısa dönem olarak Elazığ'da tamamladıktan sonra akademik hayatına 2002 yılında Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümünde başlamıştır. Yüksek lisans eğitimini 2003 yılında Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim dalı Sayısal Yöntemler bilim dalında tamamlamıştır. Doktora eğitimi için 2004 yılında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsüne görevlendirilmiştir. Halen Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümünde Arş.Gör. olarak görevine devam etmektedir.