

Çok Değişkenli Maden Yataklarında Sınır Değer Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi

Süheyla Yerel

DOKTORA TEZİ

Maden Mühendisliği Anabilim Dalı

Ağustos 2008

Determination of Cutoff Grade Decision Variables in Multivariate Ore Deposits

Süheyla Yerel

DOCTORAL DISSERTATION

Department of Mining Engineering

August 2008

Çok Değişkenli Maden Yataklarında Sınır Değer Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi

Süheyla Yerel

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Maden Mühendisliği Anabilim Dalı
Maden İşletme Bilim Dalında
DOKTORA TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Prof. Dr. Adnan Konuk

Ağustos 2008

ONAY

Maden Mühendisliği Anabilim Dalı Doktora öğrencisi Süheyla Yerel'in DOKTORA tezi olarak hazırladığı "Çok Değişkenli Maden Yataklarında Sınır Değer Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Danışman : Prof. Dr. Adnan Konuk

İkinci Danışman :-

Doktora Tez Savunma Jürisi:

Üye: Prof. Dr. Adnan Konuk

Üye: Prof. Dr. Birol Eevli

Üye: Prof. Dr. Halim Mutlu

Üye : Yard. Doç. Dr. Hüseyin Ankara

Üye : Dr. Hakan Ak

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun tarih ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Nimetullah BURNAK

Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu tez çalışmasında, tek ve çok değişkenli maden yataklarında, sınır tenör ve sınır safsızlık seçeneklerine bağlı olarak maden yatağının ekonomik değerlendirmesinde önemli karar değişkenleri olan tonaj oranı ve ortalama safsızlığın belirlenmesi için matematiksel eşitlikler geliştirilmiştir. Bu eşitlikler; maden yatağındaki minerallerin tek değişkenli normal, tek değişkenli lognormal, iki değişkenli normal, iki değişkenli lognormal ve hibrid iki değişkenli (normal-lognormal) dağılıma uyduğu durumlar için ayrı ayrı belirlenmiştir.

Sınır safsızlığa ilişkin geliştirilen eşitlikler kullanılarak, Beylikova manyezit yatağından alınan sondaj karotlarının analiz değerleri ile uygulama çalışması yapılmıştır. Uygulama çalışması için, öncelikle alınan sondaj karot analiz değerleri esas alınarak maden yatağı eşit aralıklara bölünmüş ve her kısım için ortalama değerleri hesaplanmıştır. Daha sonra bu ortalama değerler maden yatağının sınır safsızlık karar değişkenlerinin belirlenmesinde kullanılmıştır.

Maden yatağına ait sınır safsızlık karar değişkenleri, öncelikle her bir bileşen için ayrı ayrı tek değişkenli olarak belirlenmiştir. Daha sonra bileşenlerin birbirleriyle bağımlı ve bağımsız oldukları durumlar için sınır safsızlık karar değişkenleri hesaplanmıştır. Bu hesaplamalar yapıldıktan sonrada değişkenlerin tek ve iki değişkenli (bağımlı-bağımsız) durumları için hesaplanan tonaj oranları ve safsızlık ortalamaları arasındaki belirliliği saptamak için regresyon- korelasyon analizi yapılmıştır.

Regresyon-korelasyon analizi sonuçları incelendiğinde, sınır safsızlık karar değişkenlerine ait değerler değişkenlerin tek - iki değişkenli olma durumuna ve değişkenler arasında bağımlılık olup olmadığı duruma göre farklılık gösterdiği belirlenmiştir. Bundan dolayı, maden yatağına ait sınır safsızlık karar değişkenlerini belirlemeden önce, değişkenlerin arasında bağımlılık olup olmadığına dikkat edilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Sınır tenör, sınır safsızlık, matematiksel eşitlikler, manyezit

SUMMARY

In this thesis study, mathematical equations were developed to specify tonnage rate and average impureness important in economical evaluation of mineral deposit according to the alternatives of cutoff grade and cutoff impureness at mineral deposits with one and multiple variables. These equalities were determined separately for the situations appropriate for distributions with normal variable, lognormal variable, normal two variables, lognormal two variables and hybrid two variables (normal-lognormal).

A practice work was conducted with drilling carotene analysis results taken from Beylikova magnesite deposit. For this study, mineral deposits were firstly divided into distances using results. Then, the distance cutting magnesite were reserved and used to specify cutoff impureness decision variables of the deposit.

The cutoff impureness decision variables belonging to the deposit were at first determined for each compound separately as with variable. Then, cutoff impureness decision variables were calculated for the situations in which compounds were either dependent to each other or not. After this calculation, regression-correlation analysis was made to determine the difference between tonnage rates and impureness average rates calculated for different situations.

When the results of regression-correlation analysis were studied, it was found out that values of cutoff impureness decision variables changed according to the situations in which variables were with mono or two variables, and if there was a connection between dependence and independence of compounds with each other. Therefore, before specifying the cutoff impureness decision variables belonging to the mineral deposit, it should be taken into account that if there is a dependence between variables.

Keywords: Cutoff grade, cutoff impurities, mathematical equations, magnesite

TEŞEKKÜR

Doktora tezimin danışmanlığını üstlenerek beni yönlendiren, tezimin her aşamasında yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Prof. Dr. Adnan Konuk'a teşekkür ederim.

Doktora çalışmamda bana yön gösteren, değerli bilgi ve deneyimlerinden faydalandığım tez izleme jürisi üyeleri Prof. Dr. Halim Mutlu ve Yard. Doç. Dr. Hüseyin Ankara'ya teşekkür ederim.

Ayrıca Magnezit Anonim Şirketi (MAŞ) Genel Müdürü ve tüm işletme personeline yardımları için çok teşekkür ederim.

Doktora çalışmasının her aşamasında maddi ve manevi olarak beni destekleyen aileme de sonsuz teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	v
SUMMARY	vi
TEŞEKKÜR	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	xii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xv
SİMGELER DİZİNİ	xvi
1. GİRİŞ	1
2. İSTATİSTİKSEL DAĞILIMLAR	5
2.1. Tek Değişkenli İstatistiksel Dağılımlar	5
2.1.1. Normal dağılım	5
2.1.2. Lognormal Dağılım	8
2.2. Çok Değişkenli İstatistiksel Dağılımlar	10
2.2.1. İki değişkenli normal dağılım	11
2.2.2. İki Değişkenli Lognormal Dağılım	17
2.2.3. İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılım	23
2.3. Normallik Varsayımın Denetlenmesi	29
2.4. Regresyon ve Korelasyon Analizi	31
2.4.1. Doğrusal regresyon ve korelasyon	31
2.4.2. Korelasyon katsayısı	32
3. SINIR TENÖRE BAĞLI KARAR DEĞİŞKENLERİNİN BELİRLENMESİ...33	
3.1. Tek Değişkenli Maden Yataklarına ait Sınır Tenöre Bağlı Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi	34

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

3.1.1. Normal dağılıma sahip değişkenin sınır tenör seçenekleri için karar değişkenleri	34
3.1.2. Lognormal dağılıma sahip değişkenin sınır tenör seçenekleri için karar değişkenleri	36
3.2. İki Değişkenli Maden Yataklarına ait Sınır Tenöre Bağlı Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi	37
3.2.1. İki değişkenli ve normal dağılımlı maden yataklarında sınır tenöre bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi	38
3.2.2. İki değişkenli ve lognormal dağılımlı maden yataklarında sınır tenöre bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi	45
3.2.3. İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılımlı maden yataklarında sınır tenöre bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi	52
4. SINIR SAFSIZLIĞA BAĞLI KARAR DEĞİŞKENLERİNİN BELİRLENMESİ	59
4.1. Tek Değişkenli Maden Yataklarına ait Sınır Safsızlığa Bağlı Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi	59
4.1.1. Normal dağılıma sahip değişkenin sınır safsızlık seçenekleri için karar değişkenleri	60
4.1.2. Lognormal dağılıma sahip değişkenin sınır safsızlık seçenekleri için karar değişkenleri	61
4.2. İki Değişkenli Maden Yataklarına ait Sınır Safsızlığa Bağlı Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi	63
4.2.1. İki değişkenli ve normal dağılımlı maden yataklarında sınır safsızlığa bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi	63

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

4.2.2. İki değişkenli ve lognormal dağılımlı maden yataklarında sınır safsızlığına bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi	69
4.2.3. İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılımlı maden yataklarında sınır safsızlığına bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi	73
5. MANYEZİTİN OLUŞUMU VE ÖZELLİKLERİ	78
5.1. Manyezitin Tarihçesi	78
5.2. Manyezitin Tanımı	79
5.3. Manyezitin Kimyasal Bileşimi	80
5.4. Manyezit Cevherinin ve Magnezyum Bileşiklerinin Kullanım Alanları	80
5.5. Manyezit Yataklarının Sınıflandırılması	81
5.5.1. İri kristalli manyezit yatakları	81
5.5.2. Kriptokristalin manyezit yatakları	82
5.5.3. Sedimanter manyezit yatakları	82
5.6. Dünyadaki ve Türkiye'deki Manyezit Yatakları	82
5.6.1. Dünyadaki manyezit yatakları	83
5.6.2. Türkiye'deki manyezit yatakları	84
6. BEYLİKOVA MANYEZİT YATAĞINDAKİ SINIR SAFSIZLIK KARAR DEĞİŞKENLERİNİN BELİRLENMESİ	86
6.1. Çalışma alanı hakkında genel bilgiler	86
6.1.1. Bölgenin genel jeolojisi	87
6.1.2. İnceleme alanının jeolojisi	87
6.1.3. Beylikova manyezit yatağının özellikleri	89
6.1.4. Beylikova manyezit yatağında yapılan sondajlar	91
6.2. Safsızlık Değerlerine ait İstatistiksel Parametrelerin Belirlenmesi	94
6.3. Tek Değişkenli Maden Yataklarında Sınır Safsızlık Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi	103

İÇİNDEKİLER (devam)**Sayfa**

6.3.1. Sınır %SiO ₂ seçenekleri için karar değişkenlerinin belirlenmesi	104
6.3.2. Sınır %CaO seçenekleri için karar değişkenlerinin belirlenmesi	107
6.3.3. Sınır %Fe ₂ O ₃ seçenekleri için karar değişkenlerinin belirlenmesi	110
6.4. Safsızlıkların bağımlılık durumlarının incelenmesi	113
6.5. İki Değişkenli Maden Yataklarında Sınır Safsızlık Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi	115
6.5.1. İki değişkenin bağımsız dağıldığı durum için sınır safsızlık karar değişkenlerinin belirlenmesi	116
6.5.2. İki değişkenin bağımlı dağıldığı durum için sınır safsızlık karar değişkenlerinin belirlenmesi	121
7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	132
KAYNAKLAR DİZİNİ	136
EK-1	
EK-2	
EK-3	
EK-4	
EK-5	
EK-6	
ÖZGEÇMİŞ	

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
6.1	İnceleme alanı yer bulduru haritası86
6.2	Bölgenin Jeoloji Haritası (Ölçeksiz) (Uyguçgil, 2007).....88
6.3	Fay içerisinde dolgulanmış manyezit89
6.4	Blok halinde manyezit90
6.5	Manyezitin yakından çekilmiş görüntüsü90
6.6	Arama sondajı yerleri91
6.7	Sahada yapılan sondaj92
6.8	Karot kutusu içerisindeki karotlar93
6.9	Sondaj yerlerinin işaretlenmesi93
6.10	%SiO ₂ 'e ait dağılım histogramı95
6.11	%CaO'e ait dağılım histogramı95
6.12	%Fe ₂ O ₃ 'e ait dağılım histogramı96
6.13	%SiO ₂ 'ye ait normal olasılık grafiği98
6.14	%CaO'e ait normal olasılık grafiği98
6.15	%Fe ₂ O ₃ 'e ait normal olasılık grafiği99
6.16	log%SiO ₂ 'ye ait olasılık grafiği101
6.17	log%CaO'e ait olasılık grafiği101
6.18	log%Fe ₂ O ₃ 'e ait olasılık grafiği102
6.19	Sınır %SiO ₂ 'ye karşı sınır değerin altında kalan cevher kütlelerinin tonaj oranı.....106
6.20	Sınır %SiO ₂ 'ye karşı sınır değerin altında kalan cevher kütlelerinin ortalama safsızlık değerleri106
6.21	Sınır % CaO'ya karşı sınır değerin altında kalan cevher kütlelerinin tonaj oranı109
6.22	Sınır %CaO'ya karşı sınır değerin altında kalan cevher kütlelerinin ortalama safsızlık değerleri109

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
6.23	Sınır %Fe ₂ O ₃ 'e karşı sınır değerin altında kalan cevher kütlelerinin tonaj oranı112
6.24	Sınır %Fe ₂ O ₃ 'e karşı sınır değerin altında kalan cevher kütlelerinin ortalama safsızlık değerleri112
6.25	log%SiO ₂ - log%CaO arasındaki belirlilik katsayısı114
6.26	log%SiO ₂ - log%Fe ₂ O ₃ arasındaki belirlilik katsayısı114
6.27	İki değişkenin (%SiO ₂ ve %CaO) bağımsız dağıldığı durum için sınır safsızlık seçeneklerine karşın tonaj oranı değişimi119
6.28	Tek değişken (%SiO ₂) için hesaplanan tonaj oranları ile iki değişkenin birleşik (%SiO ₂ ve %CaO) bağımsız dağıldığı durum için hesaplanan tonaj oranlarının istatistiksel karşılaştırması120
6.29	Tek değişkenli (%CaO) için hesaplanan tonaj oranları ile iki değişkenin birleşik (%SiO ₂ ve %CaO) bağımsız dağıldığı durum için hesaplanan tonaj oranlarının istatistiksel karşılaştırması120
6.30	Sınır %SiO ₂ değerleri ile iki değişkenin bağımlı dağıldığı durum için hesaplanan tonaj oranları (%SiO ₂ ve %Fe ₂ O ₃ için)124
6.31	Sınır %SiO ₂ değerleri ile iki değişkenin bağımlı dağıldığı durum için %SiO ₂ sınır safsızlık124
6.32	Sınır %SiO ₂ değerleri ile iki değişkenin bağımlı dağıldığı durum için %Fe ₂ O ₃ ortalamaları125
6.33	İki değişkenin bağımsız dağıldığı (%Fe ₂ O ₃ ve %SiO ₂) durum için sınır safsızlık seçeneklerine karşın tonaj oranı128
6.34	%SiO ₂ ve %Fe ₂ O ₃ 'ün bağımlı ve bağımsız dağıldığı durum için hesaplanan tonaj oranlarının istatistiksel karşılaştırması129
6.35	%SiO ₂ 'nin tonaj oranları ile %Fe ₂ O ₃ - %SiO ₂ 'nin bağımlılık durumunun istatistiksel karşılaştırılması.....130

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Sekil</u>		<u>Sayfa</u>
6.36	%Fe ₂ O ₃ 'ğnn tonaj oranları ile %Fe ₂ O ₃ - %SiO ₂ 'nin bağımlılık durumunun istatistiksel karşılaştırılması	130
6.37	%SiO ₂ ve %Fe ₂ O ₃ 'in bağımsız dağıldığı durum için hesaplanan tonaj oranları ile %SiO ₂ için hesaplanan tonaj oranlarının istatistiksel karşılaştırılması	131

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Sekil</u>		<u>Sayfa</u>
5.1	Dünya Manyezit Rezervlerinin Ülkelere Göre Dağılımı (Yıldız ve Köse, 2002)	83
5.2	Türkiye Manyezit Rezervi'nin İllere Göre Yüzde Dağılımı (Yıldız ve Köse, 2002)	85
6.1	Safsızlık değerlerine ait tanımlayıcı istatistikler	94
6.2	Safsızlık değerlerine ait Shapiro-Wilk W test istatistiği değerleri	97
6.3	Lognormal safsızlık değerlerine ait Shapiro-Wilk W test istatistiği değerleri	100
6.4	Doğal logaritması alınmış safsızlık değerlerine ait istatistikler	103

SİMGELER DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
\bar{x}	x rassal değişkeninin ortalaması
s_x	x rassal değişkeninin standart sapması
s_x^2	x rassal değişkeninin varyansı
$f(x)$	x değişkenine ait olasılık yoğunluk fonksiyonu
z	Standart normal değişken değeri
$\phi(z)$	z'ye ait olasılık yoğunluk fonksiyonu (standart normal eğrinin yüksekliği)
$\Phi(z)$	z'nin kümülatif olasılık yoğunluk fonksiyonu değeri
\bar{y}	$y=\log(x)$ 'in ortalaması
s_y	$y=\log(x)$ 'in standart sapması
s_y^2	$y=\log(x)$ 'in varyansı
$f(x_1, x_2)$	İki boyutlu sürekli bir rassal değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu
x_1	Birinci değişken
x_2	İkinci değişken
\bar{x}_1	x_1 'in ortalaması
\bar{x}_2	x_2 'nin ortalaması
s_{x_1}	x_1 'in standart sapması
s_{x_2}	x_2 'nin standart sapması

SİMGELER DİZİNİ (devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
$S_{x_1}^2$	x_1 'in varyansı
$S_{x_2}^2$	x_2 'nin varyansı
$\rho_{x_1x_2}$	x_1 ve x_2 arasındaki korelasyon katsayısı
$\rho_{x_1x_2}^2$	x_1 ve x_2 arasındaki belirlilik katsayısı
n	Gözlem sayısı
x_{1j}	x_1 'inci değişkene ait j 'inci gözlem değeri
x_{2j}	x_2 'inci değişkene ait j 'inci gözlem değeri
$f(x_2 \setminus x_1)$	x_1 'in verildiği durumda, x_2 'nin koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu
$f(x_1 \setminus x_2)$	x_2 'nin verildiği durumda, x_1 'in koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu
$\mu_{x_2 \setminus x_1}$	x_1 'in verildiği ve x_2 'nin istendiği koşullu olasılığa ait ortalama
$\sigma_{x_2 \setminus x_1}$	x_1 'in verildiği ve x_2 'nin istendiği koşullu olasılığa ait standart sapma
$\sigma_{x_2 \setminus x_1}^2$	x_1 'in verildiği ve x_2 'nin istendiği koşullu olasılığa ait varyans
$\mu_{x_1 \setminus x_2}$	x_2 'nin verildiği ve x_1 'in istendiği koşullu olasılığa ait ortalama
$\sigma_{x_1 \setminus x_2}$	x_2 'nin verildiği ve x_1 'in istendiği koşullu olasılığa ait standart sapma
$\sigma_{x_1 \setminus x_2}^2$	x_2 'nin verildiği ve x_1 'in istendiği koşullu olasılığa ait varyans
\bar{y}_1	y_1 'in ortalaması

SİMGELER DİZİNİ (devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
s_{y_1}	y_1 'in standart sapması
$s_{y_1}^2$	y_1 'in varyansı
\bar{y}_2	y_2 'nin ortalaması
s_{y_2}	y_2 'nin standart sapması
$s_{y_2}^2$	y_2 'nin varyansı
$\rho_{y_1 y_2}$	y_1 ve y_2 arasındaki korelasyon katsayısı
$\rho_{y_1 y_2}^2$	y_1 ve y_2 arasındaki belirlilik katsayısı
\bar{y}_i	y_i 'ye ait ortalama
$s_{y_i}^2$	y_i 'ye ait varyans
s_{y_i}	y_i 'ye ait standart sapma
\bar{x}_i	x_i 'ye ait ortalama
$s_{x_i}^2$	x_i 'ye ait varyans
s_{x_i}	x_i 'ye ait standart sapma
$\mu_{y_1 y_2}$	y_2 'nin verildiği ve y_1 'in istendiği koşullu olasılığa ait ortalama
$\sigma_{y_1 y_2}$	y_2 'nin verildiği ve y_1 'in istendiği koşullu olasılığa ait standart sapma
$\sigma_{y_1 y_2}^2$	y_2 'nin verildiği ve y_1 'in istendiği koşullu olasılığa ait varyans
$\mu_{y_2 y_1}$	y_1 'in verildiği ve y_2 'nin istendiği koşullu olasılığa ait ortalama

SİMGELER DİZİNİ (devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
$\sigma_{y_2 y_1}$	y_1 'in verildiği ve y_2 'nin istendiği koşullu olasılığa ait standart sapma
$\sigma_{y_2 y_1}^2$	y_1 'in verildiği ve y_2 'nin istendiği koşullu olasılığa ait varyans
$\rho_{x_1y_2}$	x_1 ve y_2 arasındaki korelasyon katsayısı
$\rho_{x_1y_2}^2$	x_1 ve y_2 arasındaki belirlilik katsayısı
$x_{(i)}$	Sıralı gözlemler
a_i	n sıralı gözlemin standart normal dağılım değerlerinden yararlanılarak hesaplanan ağırlık katsayıları
W	Shapiro-Wilk W Test istatistiği
a	X'in değeri sıfır olduğunda Y'nin aldığı değeri
b	Doğrunun eğimi olup, X'deki bir birimlik değişiminin Y'de yaptığı değişikliği göstermektedir.
m_1, \dots, m_n	Standart normal dağılımda örneklem olarak bulunmuş rassal değişkenlerin sıra istatistiklerinin beklenen değeri
V	Sıra istatistikleri için kovaryans matrisi
c	Sınır tenör
z	Standart normal değişken
s_g	Dağılımdaki tenörlerin standart sapması
\bar{g}	Dağılımdaki tenörlerin aritmetik ortalaması
T	Tonaj oranı

SİMGELER DİZİNİ (devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
\bar{g}_c	Sınır tenörün üzerinde kalan cevher kütlesinin ortalaması
\bar{g}_1	Birinci değişkenin tenörlerinin ortalaması
\bar{g}_2	İkinci değişkenin tenörlerinin ortalaması
s_{g_1}	Birinci değişkenin tenörlerinin standart sapması
s_{g_2}	İkinci değişkenin tenörlerinin standart sapması
$s_{g_1}^2$	Birinci değişkenin tenörlerinin varyansı
$s_{g_2}^2$	İkinci değişkenin tenörlerinin varyansı
$\rho_{g_1g_2}$	Birinci değişken ile ikinci değişkenin tenörleri arasındaki korelasyon katsayısı
$\rho_{g_1g_2}^2$	Birinci değişken ile ikinci değişkenin tenörleri arasındaki belirlilik katsayısı
$\mu_{g_1 \setminus g_2}$	g_2 'nin verildiği ve g_1 'in istendiği duruma ait koşullu olasılık ortalaması
$\sigma_{g_1 \setminus g_2}$	g_2 'nin verildiği ve g_1 'in istendiği duruma ait koşullu olasılık standart sapması
$\sigma_{g_1 \setminus g_2}^2$	g_2 'nin verildiği ve g_1 'in istendiği koşullu olasılığa ait varyans
g_{c2}	g_2 'ye ait sınır tenör
g_{c1}	g_1 'e ait sınır tenör
$T_{Bağımlı}$	Bağımlılık durumu için tonaj oranı

SİMGELER DİZİNİ (devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
$\overline{g_{c_{g1}g2}}$	g_2 verildiğinde g_1 'in sınır tenörün üzerinde kalan cevher kütesinin ortalama tenörü
$T_{\text{Bağımsız}}$	Bağımsızlık durumu için tonaj oranı
P_{g1}	Birinci cevhere ait oran
P_{g2}	İkinci cevhere ait oran
$\overline{g_{c_{g2}}}$	g_2 'nin sınır tenörünün üzerinde kalan cevher kütesinin ortalama tenörü
$\overline{g_{c_{g1}}}$	g_1 'in sınır tenörünün üzerinde kalan cevher kütesinin ortalama tenörü
B	Düzeltilme katsayısı
T_i	Safsızlık tonaj oranı
S_{g_i}	g_i 'ye ait standart sapma
$\overline{g_i}$	g_i değerlerinin aritmetik ortalama
g_{ci}	Sınır safsızlık
$\overline{g_{ci}}$	Sınır safsızlık değerinin altında kalan safsızlığın ortalaması
g_{ci2}	g_{i2} 'ye ait sınır safsızlık değeri
g_{ci1}	g_{i1} 'e ait sınır safsızlık değeri
$\overline{g_{c_{g1}g2}}$	g_{i2} verildiğinde g_{i1} 'in sınır safsızlığın altında kalan safsızlık kütesinin ortalaması
P_{gi1}	Birinci safsızlığa ait oran
P_{gi2}	İkinci safsızlığa ait oran

SİMGELER DİZİNİ (devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
\bar{g}_{ci1}	g_{i1} 'in sınır safsızlık değerinin altında kalan safsızlığın ortalama değeri
\bar{g}_{ci2}	g_{i2} 'nin sınır safsızlığın altında kalan safsızlık kütesinin ortalaması

BÖLÜM I

GİRİŞ

Madencilik yatırımları genellikle yüksek riskli olarak nitelendirilir. Bu riskin nedenleri, maden yatağının rezervi, tenörü, jeolojik ve mineralojik yapısı gibi özelliklerin tahmininden kaynaklanan belirsizlikler ile teknolojik, ekonomik ve politik belirsizliklerdir (Konuk, 1988).

Madencilik yatırımlarının riskliliğini önemli derecede etkileyen parametrelerden bir tanesi de sınır tenör kararlarıdır. Maden yatağının rezerv-tenör dağılımına bağlı olarak, sınır tenör ile işletilebilir cevher rezervi ve ortalama tenör ile maden yatağının tükenme ömrü arasında fonksiyonel bir ilişki vardır. Bu nedenle de sınır tenör madencilik yatırımlarının karlılığında etkili olan önemli bir değişkendir (Güllü, 1999).

Maden yataklarının birçoğunun işletimi, ekonomik ve teknolojik faktörlere bağlı olarak alınacak sınır tenör kararları ile gerçekleşir (Yersel ve Konuk, 1997). Ancak, bazı maden yataklarının işletilmesi için, sınır tenörden fazla sınır safsızlıklar önem taşımaktadır. Bu gibi maden yataklarının değerlendirilmesinde sınır safsızlık karar değişkenlerinin belirlenmesi gerekmektedir.

Maden yataklarındaki tek değişkenli sınır değer belirlenmesine yönelik yapılmış çalışmalar olmasına rağmen çok değişkenli sınır değerle ilgili çalışmalar oldukça sınırlıdır. Madencilik sektöründe sınır değer konusunda son yirmi yılda yapılan çalışmalardan bazıları aşağıda verilmiştir.

Lane (1988), sınır tenör kararları alınırken net bugünkü değer maksimize edilmesi ile ilgili bir algoritma geliştirmiş ve bunu değişik maden yataklarına uygulamıştır. Lane'den (1988) sonra net bugünkü değeri hesaplamak isteyen birçok araştırmacı, bu algoritmayı aynen veya revize ederek kullanmaktadır.

Konuk ve Yersel (1995), seçtikleri bir maden yatağının sondaj ve üretim tesisi verilerini kullanarak, maden yatağındaki değişkenlerin rezerv-tenör dağılımlarının normal ve lognormal olması durumları için sınır tenör, tonaj oranı ve ortalama tenör ilişkilerini araştırmıştır. Daha sonra da bu ilişkileri kullanarak tesis besleme, tesis çıkışı ve maden tükenme kapasitesi kısıtlarının sınır tenör kararlarına etkilerini analiz etmişlerdir.

Yersel ve Konuk (1997), Monte Carlo Benzetim Yöntemi'ni kullanarak sınır %SiO₂ kararlarının risklilik derecesini belirlemişlerdir. Ayrıca yazarlar yaptıkları bu çalışmada, cevher rezervi, üretim kapasitesi, cevher satış fiyatı ve % CaO değerlerindeki değişimlerin sınır %SiO₂ kararları riskliliğine etkilerini de araştırmışlardır.

Konuk ve Yersel (1998), inceledikleri manyezit yatağındaki önemli iki safsızlığı % SiO₂ ve % CaO olarak belirlemişlerdir. Daha sonra % SiO₂ ve % CaO'in birleşik dağılımını incelemiş ve sınır safsızlık kararlarının riskliliğini analiz etmişlerdir.

Cetin and Dowd (2002) çalışmalarında, çoklu maden yataklarındaki sınır tenörün optimizasyonu için genetik algoritma yönteminin kullanılmasını önermişlerdir. Optimum sınır değer belirlenmesi için geliştirilen bu genetik algoritmayı çözmek için de bir bilgisayar programı yazmışlardır. Daha sonra bu algoritmayı, üç mineralli bir maden yatağına uygulamışlardır.

Ataei and Osanloo (2003a), "Altın Seçim Metodu'nun çoklu metal yataklarındaki optimum sınır tenörün hesaplanmasında kullanılabileceğini göstermişlerdir. Yazarlar bu metodu çoklu metal yataklarından bakır – molibden yatağına uygulamışlardır.

Osanloo and Ataei (2003), çoklu metal yataklarındaki sınır tenörün belirlenmesi için "eşdeğer faktörü" olarak adlandırılan bir değişken kullanmışlardır. Bunun uygulanması için iki metalli bir maden yatağı belirlemişler ve bu yataktaki metaller için iki değişkenli amaç fonksiyonu kullanmışlardır. Daha sonra bu amaç fonksiyonunu

“eşdeğer faktörü” kullanarak tek değişkenli fonksiyona indirgemiş ve maksimum sınır değeri hesaplamışlardır.

Ataei and Osanloo (2003b) tarafından yapılan bu çalışmada yazarların sınır değer optimizasyonu ile ilgili yaptıkları önceki çalışmalar ile genetik algoritma metodu karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma için iki metalin bulunduğu bir maden yatağı seçilmiştir. Sonuç olarak “altın seçim metodu”nun karşılaştırılan metotlar içerisinde en hızlı hesaplanan metot olduğuna karar verilmiştir.

Asad (2005), iki ekonomik mineralin kullanıldığı sınır tenör optimizasyon algoritması geliştirmiştir. Yazarın geliştirdiği bu algoritma, altın ve bakır minerallerinden oluşan bir maden yatağına uygulanmıştır. Sonuç olarak bu algoritmayla, Lane algoritmasına göre net bugünkü değer arttığı görülmüştür.

Bascetin and Nieto (2006), bir projenin net bugünkü değerinin maksimizasyonu için klasik Lane algoritmasına dayalı optimum sınır tenör modeli belirlemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla, çalışmada lineer olmayan programlama problemlerinin çözümünde kullanılan bir algoritma kullanmışlardır. Sonuç olarak, bu çalışmada klasik Lane algoritmasına bir optimizasyon faktörü ilave edilerek algoritma geliştirilmiştir.

Bu çalışmada, çok değişkenli maden yataklarındaki sınır tenör ve sınır safsızlık karar değişkenlerinin belirlenmesi için matematiksel modellerin geliştirilmesi amaçlanmaktadır. Bu nedenle, tezin ikinci bölümünde tek değişkenli normal dağılım, tek değişkenli lognormal dağılım, iki değişkenli normal dağılım, iki değişkenli lognormal dağılım ve hibrid iki değişkenli normal-lognormal dağılım istatistiksel olarak açıklanmaktadır. Ayrıca bu bölümde, iki değişkenli dağılımların bağımlılık ve bağımsızlık durumlarında kullanılan eşitlikler de anlatılmaktadır.

Tek ve çok değişkenli maden yataklarında sınır tenör karar değişkenlerinin belirlenmesi için gerekli olan matematiksel eşitlikler üçüncü bölümde verilmiştir. Bu bölümde, iki değişkenli maden yatağındaki değişkenlerin bağımlı ve bağımsız oldukları durumlar için eşitlikler de ayrı ayrı tanımlanmıştır.

Dördüncü bölümde, tek ve çok değişkenli maden yataklarındaki sınır safsızlık karar değişkenlerinin belirlenmesi için matematiksel eşitlikler verilmiştir. Ayrıca çok değişkenli dağılımlardan iki değişkenli normal, iki değişkenli lognormal ve hibrid iki değişkenli normal-lognormal dağılıma sahip maden yataklarındaki değişkenlerin bağımlılık ve bağımsızlık halleri için de sınır safsızlıklara ait matematiksel eşitlikler verilmiştir. Beşinci bölümde ise, manyezit ve manyezit yatakları hakkında bilgiler verilmiştir.

Altıncı bölümde, Beylikova manyezit yatağı ve bu yataktaki sınır safsızlık karar değişkenlerinin belirlenmesi için yapılan uygulama çalışması açıklanmıştır. Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar ise yedinci bölümde verilmiştir.

BÖLÜM 2

İSTATİSTİKSEL DAĞILIMLAR

Bu bölümde, sınır tenör ve sınır safsızlık karar değişkenlerine ait eşitliklerin geliştirilmesinde kullanılan tek değişkenli istatistiksel dağılımlardan normal ve lognormal dağılım ve çok değişkenli istatistiksel dağılımlardan ise iki değişkenli normal dağılım, iki değişkenli lognormal dağılım ve hibrid iki değişkenli normal-lognormal dağılım açıklanmıştır.

2.1. Tek Değişkenli İstatistiksel Dağılımlar

Tek değişkenli istatistiksel dağılımların birçok çeşidi mevcuttur. Bu bölümde tek değişkenli normal dağılım ve tek değişkenli lognormal dağılımla ilgili bilgiler verilmektedir.

2.1.1. Normal dağılım

Normal dağılım, ilk kez Binom'un özel bir durumu olarak 1733'de De Moivre tarafından önerilmiş, daha sonra Laplace de bu fonksiyon üzerinde çalışmıştır. Bilinen özellikleriyle bu dağılım 1809'da Gaus tarafından şekillendirilmiştir. Bu nedenle normal dağılıma Gaus dağılımı da denir (Kara, 2000).

— Tanım ve özellikleri

x rassal değişkeni $N(\bar{x}, s_x^2)$ ile normal dağılıyorsa; bunun olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 2.1’de verilmiştir (Guttman et. al., 1971);

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi \times s_x}} \cdot \exp \left[-\frac{(x - \bar{x})^2}{2 \times s_x^2} \right], \quad -\infty < x < \infty \quad (2.1)$$

Eşitlikte;

- \bar{x} : x rassal değişkeninin ortalamasını,
- s_x : x rassal değişkeninin standart sapmasını,
- s_x^2 : x rassal değişkeninin varyansını göstermektedir.

— Normal dağılıma ait ortalama ve standart sapma

x rassal değişkeninin ortalaması (\bar{x}) ve standart sapması (s_x), Eşitlik 2.2 ve Eşitlik 2.3 kullanılarak hesaplanır (Stedinger et. al., 1993).

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad (2.2)$$

$$s_x = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.3)$$

Eşitliklerde

n : Gözlem sayısını göstermektedir.

— Kümülatif olasılık yoğunluk fonksiyonu

Rastlantı değişkeni standart normal dağılıma $N(0,1)$ sahipse z ile özel olarak tanımlanır. Bu standart normal değişken, z olarak adlandırılır ve olasılık yoğunluk fonksiyonu genellikle $\phi(z)$ ile gösterilir ve Eşitlik 2.4'deki gibi ifade edilir (Guttman and Wilks, 1965).

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi}} \times \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right), \quad -\infty < z < \infty \quad (2.4)$$

z 'nin kümülatif olasılık yoğunluk fonksiyonu değerinin bulunması için z tablosu kullanılır. Bu değer $\Phi(z)$ ile gösterilir. $z = 0$ 'a göre $\phi(z)$ simetriktir. Ayrıca $z > 0$ ise;

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z) \quad (2.5)$$

olur.

2.1.2. Lognormal Dağılım

Doğal olayların davranışında genellikle asimetric bir dağılım söz konusudur. Bu asimetric dağılım hesaplamalarla normal dağılıma dönüştürülerek işlem yapılmaktadır. Birçok durumda dönüştürme verilerin doğal logaritmasının (log) alınmasıyla yapılmaktadır. Bu dönüştürmeyi ilk kez makalelerinde Hazen ve Fuller (1914) açıklamıştır (Shahin et. al., 1993).

— Tanım ve özellikler

x rassal değişkeninin doğal logaritması alınarak normal dağılıma şu şekilde dönüştürülür; Öncelikle $y=\log(x)$ şeklinde yazılır ve $y \sim N(\bar{y}, s_y^2)$ varsayılır. Olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x)$ 'e bağlı olarak Eşitlik 2.6'daki gibi gösterilir (Thomopoulos and Johnson 2004).

$$f(x) = \frac{1}{x \times s_y \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \times \left(\frac{\log(x) - \bar{y}}{s_y} \right)^2 \right], \quad x > 0 \quad (2.6)$$

Eşitlik 2.6'da;

- \bar{y} : $y=\log(x)$ 'in ortalamasını,
- s_y : $y=\log(x)$ 'in standart sapmasını,
- s_y^2 : $y=\log(x)$ 'in varyansını göstermektedir.

— Lognormal dağılıma ait ortalama ve standart sapma

\bar{y} , $y=\log(x)$ 'in ortalaması olup Eşitlik 2.7 kullanılarak hesaplanır. s_y ise ; $y=\log(x)$ 'in standart sapmasını gösterir ve Eşitlik 2.8 ile bulunur (Stedinger et. al., 1993).

$$\bar{y} = \log(\bar{x}) - \frac{1}{2} \times s_y^2 \quad (2.7)$$

$$s_y = \left[\log \left(1 + \frac{s_x^2}{\bar{x}^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.8)$$

— Lognormal dağılımın kümülatif olasılık yoğunluk fonksiyonu

Ortalaması \bar{y} ve standart sapması s_y olan lognormal dağılıma sahip x değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 2.9'daki gibi ifade edilir (Yue, 2000).

$$F(x) = \Phi \left[\frac{\log(x) - \bar{y}}{s_y} \right], \quad x > 0 \quad (2.9)$$

Eşitlik 2.9'da;

Φ : Normal dağılımın kümülatif olasılık yoğunluk fonksiyonudur.

2.2. Çok Değişkenli İstatistiksel Dağılımlar

Çok değişkenli istatistiksel analizde, deney birimlerinden gözlem ya da ölçüm yoluyla elde edilen özellikler göz önüne alınır. Değişken adı verilen bu özelliklerin çok sayıda olması, sorunun klasik istatistiksel tekniklerle çözümüne olanak tanımamaktadır. “Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz Teknikleri” adı verilen bu tekniklerin asıl amacı; bilimsel çalışmaların sayı ile ifade edilebilen sonuçlarının özetlenmesi, yorumlanması ve karar verilirken kullanılmasının sağlanmasıdır (Tatlıdil, 2002).

Bir bilimsel çalışmada incelenen olayın analizinde tek değişkenli dağılımların yeterli olmayacağı da açıktır. Çünkü tek değişkenli dağılımlar, kısıtlayıcı varsayımlar altında geçerlidir. En önemli kısıtlayıcı ise olaydaki birçok faktörün deneysel olarak kontrol altında tutulması ve her defasında tek bir faktörün etkisinin incelenmesidir. Oysaki çok değişkenli istatistiksel dağılımlarda bazı kontrollü denemeler dışında böyle bir kısıtlayıcıdan ya da özellikten söz edilmemektedir. Bir başka deyişle, çok değişkenli istatistiksel dağılımların analizinde, inceleme konusu olay, bir bütün olarak ele alınmakta ve bütünlüğü sağlayan değişkenlerin bağımlılık yapısı açıklanmaya çalışılmaktadır. Bu durumda çok değişkenli istatistiksel dağılımların en önemli amacının değişkenler arasındaki bağımlılık yapısının analizi olduğu iddia edilebilir.

Çok değişkenli dağılımların bir çeşidi de iki değişkenli dağılımlardır. Bu bölümde, iki değişkenli istatistiksel dağılımlardan, iki değişkenli normal dağılım, iki değişkenli lognormal dağılım ve hibrid iki değişkenli normal-lognormal dağılımla ilgili eşitlikler ve tanımlamalar verilmiştir.

2.2.1. İki değişkenli normal dağılım

İki değişkenli normal dağılımla ilgili formüller değişkenlerin bağımlı ($\rho_{x_1x_2} \neq 0$) ve bağımsız ($\rho_{x_1x_2} = 0$) oldukları durumlar için ayrı ayrı verilmektedir. İki değişkenli normal dağılımla ilgili tanımlamalar aşağıda verilmiştir.

— İki değişkenli normal dağılımda bağımlılık

$x=(x_1,x_2)$ şeklinde iki boyutlu sürekli bir rassal değişken ve (x_1,x_2) rassal değişkeninin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x_1,x_2)$ olsun. İki değişkenli normal dağılımın bağımlılık ($\rho_{x_1x_2} \neq 0$) durumu için olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2 \times \pi \times s_{x_1} \times s_{x_2} \times \sqrt{(1 - \rho_{x_1x_2}^2)}} \times \exp \left(-\frac{1}{2 \times (1 - \rho_{x_1x_2}^2)} \times \left[\frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{s_{x_1}^2} + \frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{s_{x_2}^2} - 2 \times \rho_{x_1x_2} \times \frac{(x_1 - \bar{x}_1)}{s_{x_1}} \times \frac{(x_2 - \bar{x}_2)}{s_{x_2}} \right] \right) \quad (2.10)$$

olarak yazılır (Johnson and Wishern, 2002; Alpar, 2003).

Eşitlik 2.10'da;

- x_1 : Birinci değişkeni,
- x_2 : İkinci değişkeni,
- \bar{x}_1 : x_1 'in ortalamasını,
- \bar{x}_2 : x_2 'nin ortalamasını

- s_{x_1} : x_1 'in standart sapmasını,
 s_{x_2} : x_2 'nin standart sapmasını,
 $s_{x_1}^2$: x_1 'in varyansını,
 $s_{x_2}^2$: x_2 'nin varyansını,
 $\rho_{x_1x_2}$: x_1 ve x_2 arasındaki korelasyon katsayısını,
 $\rho_{x_1x_2}^2$: x_1 ve x_2 arasındaki belirlilik katsayısını göstermektedir.

İki değişkenli normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 2.11'deki gibi de yazılabilir (İnal ve Günay, 2002).

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2 \times \pi \times s_{x_1} \times s_{x_2} \times \sqrt{(1 - \rho_{x_1x_2}^2)}} \times \exp\left(-\frac{q}{2}\right) \quad (2.11)$$

Eşitlik 2.11'de gösterilen q Eşitlik 2.12'de gösterildiği gibi hesaplanır.

$$q = \frac{1}{(1 - \rho_{x_1x_2}^2)} \times \left[\frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{s_{x_1}^2} + \frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{s_{x_2}^2} - \left(2 \times \rho_{x_1x_2} \times \left(\frac{x_1 - \bar{x}_1}{s_{x_1}} \right) \times \left(\frac{x_2 - \bar{x}_2}{s_{x_2}} \right) \right) \right] \quad (2.12)$$

— İki değişkenli normal dağılımda bağımsızlık

$x=(x_1, x_2)$ şeklinde iki boyutlu sürekli bir rassal değişken olsun. (x_1, x_2) rassal değişkeninin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x_1, x_2)$ ile gösterilir. (x_1, x_2) iki değişkenli normal dağılmış rassal değişkenler ve bunların korelasyon katsayısı $\rho_{x_1x_2} = 0$ ise, olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x_1, x_2)$ ile gösterilir ve Eşitlik 2.13'teki gibi yazılır.

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2 \times \pi \times s_{x_1} \times s_{x_2}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \times \left(\frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{s_{x_1}^2} + \frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{s_{x_2}^2} \right) \right] \quad (2.13)$$

Eşitlik 2.13 kullanılarak,

$$f(x_1, x_2) = \left[\frac{1}{\sqrt{2 \times \pi} \times s_{x_1}} \times \exp \left(-\frac{1}{2} \times \frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{s_{x_1}^2} \right) \right] \times \left[\frac{1}{\sqrt{2 \times \pi} \times s_{x_2}} \times \exp \left(-\frac{1}{2} \times \frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{s_{x_2}^2} \right) \right] \quad (2.14)$$

elde edilir. Eşitlik 2.14'ün sağ tarafındaki ifadelerden birincisi,

$$f(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi} \times s_{x_1}} \times \exp \left(-\frac{1}{2} \times \frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{s_{x_1}^2} \right), \quad -\infty < x_1 < \infty \quad (2.15)$$

x_1 ile ilgili bir olasılık yoğunluk fonksiyonunu göstermektedir. Eşitlik 2.14'ün sağ tarafındaki ifadelerden ikincisi olan,

$$f(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi} \times s_{x_2}} \times \exp \left(-\frac{1}{2} \times \frac{(x_2 - \bar{x}_2)^2}{s_{x_2}^2} \right), \quad -\infty < x_2 < \infty \quad (2.16)$$

ise, x_2 ile ilgili bir olasılık yoğunluk fonksiyonudur. Yukarıdaki eşitliklerden yararlanılarak $f(x_1, x_2)$ Eşitlik 2.17'deki gibi yazılır (Kara, 2000).

$$f(x_1, x_2) = f(x_1) \times f(x_2) \quad (2.17)$$

— İki değişkenli normal dağılımda ortalama ve varyans

Normal dağılıma sahip x_1 'in ortalaması Eşitlik 2.18 kullanılarak ve varyansı Eşitlik 2.19 kullanılarak hesaplanır.

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{n} \times \sum_{j=1}^n x_{1j}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.18)$$

$$s_{x_1}^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (x_{1j} - \bar{x}_1)^2}{n}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.19)$$

Normal dağılıma sahip x_2 'nin ortalaması ise Eşitlik 2.20 kullanılarak varyansı da Eşitlik 2.21 kullanılarak hesaplanır (Kara, 2000).

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{n} \times \sum_{j=1}^n x_{2j}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.20)$$

$$s_{x_2}^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (x_{2j} - \bar{x}_2)^2}{n}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.21)$$

Eşitliklerde;

- n : Gözlem sayısını,
- x_{1j} : x_1 'inci değişkene ait j 'inci gözlem değerini,
- x_{2j} : x_2 'inci değişkene ait j 'inci gözlem değerini göstermektedir.

— İki değişkenli normal dağılımda koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu

x_1 'in verildiği ve x_2 'nin istendiği durumdaki koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x_2|x_1)$ şeklinde gösterilir ve Eşitlik 2.22'deki gibi yazılır.

$$f(x_2|x_1) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi} \times \sigma_{x_2|x_1}} \times \exp \left[-\frac{(x_2 - \mu_{x_2|x_1})^2}{2 \times \sigma_{x_2|x_1}^2} \right] \quad (2.22)$$

x_2 'nin verildiği ve x_1 'in istendiği durumdaki koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x_1|x_2)$ ile gösterilir ve Eşitlik 2.23'deki gibi yazılır (Guttman, et al., 1971).

$$f(x_1|x_2) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi} \times \sigma_{x_1|x_2}} \times \exp \left[-\frac{(x_1 - \mu_{x_1|x_2})^2}{2 \times \sigma_{x_1|x_2}^2} \right] \quad (2.23)$$

Eşitliklerde;

$\mu_{x_2|x_1}$: x_1 'in verildiği ve x_2 'nin istendiği durumdaki koşullu olasılığa ait ortalamayı,

$\sigma_{x_2|x_1}$: x_1 'in verildiği ve x_2 'nin istendiği durumdaki koşullu olasılığa ait standart sapmayı,

$\sigma_{x_2|x_1}^2$: x_1 'in verildiği ve x_2 'nin istendiği durumdaki koşullu olasılığa ait varyansı,

$\mu_{x_1|x_2}$: x_2 'nin verildiği ve x_1 'in istendiği durumdaki koşullu olasılığa ait ortalamayı,

$\sigma_{x_1|x_2}$: x_2 'nin verildiği ve x_1 'in istendiği durumdaki koşullu olasılığa ait standart

sapmayı,

$\sigma_{x_1|x_2}^2$: x_2 'nin verildiği ve x_1 'in istendiği durumdaki koşullu olasılığa ait varyansı ifade eder.

— İki değişkenli normal dağılımın koşullu olasılığına ait ortalama ve varyans

x_1 'in verildiği ve x_2 'nin istendiği durumdaki koşullu olasılığa ait ortalama ($\mu_{x_2|x_1}$),

$$\mu_{x_2|x_1} = \bar{x}_2 + \left(\rho_{x_2x_1} \times \frac{s_{x_2}}{s_{x_1}} \times (x_1 - \bar{x}_1) \right) \quad (2.24)$$

olur. Varyans ($\sigma_{x_2|x_1}^2$) ise Eşitlik 2.25'deki gibi hesaplanır.

$$\sigma_{x_2|x_1}^2 = s_{x_2}^2 \times (1 - \rho_{x_2x_1}^2) \quad (2.25)$$

x_2 verildiğinde ve x_1 'in istendiği durumdaki koşullu olasılığına ait ortalama ($\mu_{x_1|x_2}$) Eşitlik 2.26 kullanılarak bulunur. Varyans ($\sigma_{x_1|x_2}^2$) ise Eşitlik 2.27 kullanılarak hesaplanır.

$$\mu_{x_1|x_2} = \bar{x}_1 + \left(\rho_{x_1x_2} \times \frac{s_{x_1}}{s_{x_2}} \times (x_2 - \bar{x}_2) \right) \quad (2.26)$$

$$\sigma_{x_1|x_2}^2 = s_{x_1}^2 \times (1 - \rho_{x_1x_2}^2) \quad (2.27)$$

2.2.2. İki Değişkenli Lognormal Dağılım

İki değişkenli lognormal dağılımla ilgili eşitlikler, dağılımındaki değişkenlerin bağımlı ($\rho_{x_1x_2} \neq 0$) veya bağımsız ($\rho_{x_1x_2} = 0$) oldukları durumlar için ayrı ayrı açıklanmaktadır. İki değişkenli lognormal dağılımla ilgili eşitlikler aşağıda verilmiştir.

— İki değişkenli lognormal dağılımda bağımlılık

Eğer x_1 ve x_2 sürekli rastlantı değişkenleri ise ve bu değişkenler ayrı ayrı lognormal dağılıyorlarsa bu değişkenlerin doğal logaritmaları alınarak normal dağılıma dönüştürülürler. Bu dönüşümün yapılabilmesi için, x_1 değeri $y_1 = \log(x_1)$ ve x_2 değeri $y_2 = \log(x_2)$ şeklinde yazılır. x_1 ve x_2 sürekli rastlantı değişkenlerine ait lognormal olasılık yoğunluk fonksiyonları Eşitlik 2.28 ve Eşitlik 2.29'da verilmiştir.

$$f(x_1) = \frac{1}{x_1 \times s_{y_1} \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \times \left(\frac{\log(x_1) - \bar{y}_1}{s_{y_1}} \right)^2 \right] \quad x_1 > 0 \quad (2.28)$$

$$f(x_2) = \frac{1}{x_2 \times s_{y_2} \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \times \left(\frac{\log(x_2) - \bar{y}_2}{s_{y_2}} \right)^2 \right] \quad x_2 > 0 \quad (2.29)$$

Eşitliklerde;

$f(x_1)$: x_1 değişkenine ait olasılık yoğunluk fonksiyonunu,

$f(x_2)$: x_2 değişkenine ait olasılık yoğunluk fonksiyonunu göstermektedir.

Eşitlik 2.28 ve Eşitlik 2.29 birleştirilirse iki değişkenli lognormal dağılım elde edilir. İki değişkenli lognormal dağılımın değişkenlerin arasında korelasyon olduğu ($\rho_{y_1y_2} \neq 0$) durum için olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 2.30'daki gibi yazılır (Yue, 2002).

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2 \times \pi \times x_1 \times x_2 \times s_{y_1} \times s_{y_2} \times \sqrt{1 - \rho_{y_1y_2}^2}} \times \left(\exp - \frac{1}{2 \times (1 - \rho_{y_1y_2}^2)} \times \left[\left(\frac{\log(x_1) - \bar{y}_1}{s_{y_1}} \right)^2 - 2 \times \rho_{y_1y_2} \times \left(\frac{\log(x_1) - \bar{y}_1}{s_{y_1}} \right) \times \left(\frac{\log(x_2) - \bar{y}_2}{s_{y_2}} \right) + \left(\frac{\log(x_2) - \bar{y}_2}{s_{y_2}} \right)^2 \right] \right) \quad (2.30)$$

Eşitlik 2.30'da;

\bar{y}_1 : y_1 'in ortalamasını,

s_{y_1} : y_1 'in standart sapmasını,

$s_{y_1}^2$: y_1 'in varyansını,

\bar{y}_2 : y_2 'nin ortalamasını,

s_{y_2} : y_2 'nin standart sapmasını,

$s_{y_2}^2$: y_2 'nin varyansını,

$\rho_{y_1y_2}$: y_1 ve y_2 arasındaki korelasyon katsayısını,

$\rho_{y_1y_2}^2$: y_1 ve y_2 arasındaki belirlilik katsayısını göstermektedir.

— İki değişkenli lognormal dağılımda bağımsızlık

Eğer x_1 ve x_2 lognormal dağılmış sürekli rastlantı değişkenleri ve bu değişkenlerin arasında korelasyon yoksa ($\rho_{y_1y_2} = 0$); bu iki değişkenin dağılımları birleştirilerek bağımsızlık durumu için iki değişkenli lognormal dağılım elde edilir. İki değişkenli lognormal dağılımın $\rho_{y_1y_2} = 0$ durumu için olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 2.31’de verilmiştir.

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2 \times \pi \times x_1 \times x_2 \times s_{y_1} \times s_{y_2}} \times \left(\exp - \frac{1}{2} \times \left[\left(\frac{\log(x_1) - \bar{y}_1}{s_{y_1}} \right)^2 + \left(\frac{\log(x_2) - \bar{y}_2}{s_{y_2}} \right)^2 \right] \right) \quad (2.31)$$

— İki değişkenli lognormal dağılımda ortalama ve varyans

İki değişkenli lognormal dağılıma ait x_1 değişkeninin doğal logaritması $y_1 = \log(x_1)$ ve x_2 değişkeninin doğal logaritması $y_2 = \log(x_2)$ olduğunda, y_1 ve y_2 ’ye ait ortalamalar (\bar{y}_i) ve varyanslar ($s_{y_i}^2$) ile gösterilir ve aşağıdaki gibi yazılır.

y_i ’ye ait ortalama (\bar{y}_i) ve varyans ($s_{y_i}^2$) Eşitlik 2.32 ve Eşitlik 2.33 kullanılarak hesaplanır.

$$\bar{y}_i = \log(\bar{x}_i) - \left(\frac{1}{2} \times s_{y_i}^2 \right), \quad i = 1, 2 \quad (2.32)$$

$$s_{y_i}^2 = \log \left(1 + \frac{s_{x_i}^2}{\bar{x}_i} \right), \quad i = 1, 2 \quad (2.33)$$

x_i 'nin ortalaması (\bar{x}_i) ve varyansı ise $(s_{x_i}^2)$, Eşitlik 2.34 ve 2.35 kullanılarak hesaplanır (Stedinger et al., 1993).

$$\bar{x}_i = e^{\left(\bar{y}_i + \frac{s_{y_i}^2}{2}\right)}, \quad i = 1, 2 \quad (2.34)$$

$$s_{x_i}^2 = e^{(2\bar{y}_i + s_{y_i}^2)} \times (e^{s_{y_i}^2} - 1), \quad i = 1, 2 \quad (2.35)$$

— İki değişkenli lognormal dağılımda koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu

x_2 verildiğinde ve x_1 'in istendiği durumdaki koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu $[f(x_1|x_2)]$ Eşitlik 2.36'da verilmiştir. x_1 verildiğinde ve x_2 'nin istendiği durumdaki koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu $[f(x_2|x_1)]$ ise Eşitlik 2.37'de açıklanmıştır.

$$f(x_1|x_2) = \frac{1}{x_1 \times \sigma_{y_1|y_2} \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \left(\exp \left[-\frac{1}{2} \times \left(\frac{\log(x_1) - \mu_{y_1|y_2}}{\sigma_{y_1|y_2}} \right)^2 \right] \right) \quad (2.36)$$

$$f(x_2|x_1) = \frac{1}{x_2 \times \sigma_{y_2|y_1} \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \left(\exp \left[-\frac{1}{2} \times \left(\frac{\log(x_2) - \mu_{y_2|y_1}}{\sigma_{y_2|y_1}} \right)^2 \right] \right) \quad (2.37)$$

Eşitliklerde;

$$y_1 = \log(x_1) \text{ 'yi}$$

$$y_2 = \log(x_2) \text{ 'yi}$$

- $\mu_{y_1|y_2}$: y_2 'nin verildiği ve y_1 'in istendiği durumdaki koşullu olasılığa ait ortalamayı,
- $\sigma_{y_1|y_2}$: y_2 'nin verildiği ve y_1 'in istendiği durumdaki koşullu olasılığa ait standart sapmayı,
- $\sigma_{y_1|y_2}^2$: y_2 'nin verildiği ve y_1 'in istendiği durumdaki koşullu olasılığa ait varyansı,
- $\mu_{y_2|y_1}$: y_1 'in verildiği ve y_2 'nin istendiği durumdaki koşullu olasılığa ait ortalamayı,
- $\sigma_{y_2|y_1}$: y_1 'in verildiği ve y_2 'nin istendiği durumdaki koşullu olasılığa ait standart sapmayı,
- $\sigma_{y_2|y_1}^2$: y_1 'in verildiği ve y_2 'nin istendiği durumdaki koşullu olasılığa ait varyansı göstermektedir.

— İki değişkenli lognormal dağılımın koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonuna ait ortalama ve varyans

İki değişkenli lognormal dağılımda x_2 'nin doğal logaritmalı hali $y_2 = \log(x_2)$ olarak verildiğinde, x_1 'in doğal logaritmalı hali $y_1 = \log(x_1)$ 'in ortalaması ($\mu_{y_1|y_2}$) Eşitlik 2.38 kullanılarak hesaplanır.

$$\mu_{y_1|y_2} = \bar{y}_1 + \left(\rho_{y_1 y_2} \times \frac{s_{y_1}}{s_{y_2}} \times [\log(x_2) - \bar{y}_2] \right) \quad (2.38)$$

x_1 'in doğal logaritmalı hali $y_1 = \log(x_1)$ 'in varyansı ($\sigma_{y_1|y_2}^2$) ise Eşitlik 2.39 kullanılarak bulunur.

$$\sigma_{y_1|y_2}^2 = s_{y_1}^2 \times (1 - \rho_{y_1 y_2}^2) \quad (2.39)$$

İki değişkenli lognormal dağılımda x_1 'in doğal logaritmali hali $y_1 = \log(x_1)$ olarak verildiğinde, x_2 'in doğal logaritmali hali $y_2 = \log(x_2)$ 'nin ortalaması ($\mu_{y_2|y_1}$) Eşitlik 2.40'ta verilmiştir.

$$\mu_{y_2|y_1} = \bar{y}_2 + \left(\rho_{y_2y_1} \times \frac{s_{y_2}}{s_{y_1}} \times [\log(x_1) - \bar{y}_1] \right) \quad (2.40)$$

x_2 'in doğal logaritmali hali $y_2 = \log(x_2)$ 'nin varyansı ($\sigma_{y_2|y_1}^2$) ise Eşitlik 2.41 kullanılarak hesaplanır.

$$\sigma_{y_2|y_1}^2 = s_{y_2}^2 \times (1 - \rho_{y_2y_1}^2) \quad (2.41)$$

Eşitliklerde görüldüğü gibi $y_2 = \log(x_2)$ 'nin verildiği $y_1 = \log(x_1)$ 'in istendiği koşullu olasılık dağılımında ve $y_1 = \log(x_1)$ 'in verildiği $y_2 = \log(x_2)$ 'nin istendiği koşullu olasılık dağılımında ortalama ve varyanslar farklı şekillerde hesaplanmaktadır (Yue, 2000).

2.2.3. İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılım

İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılım, değişkenlerin birinin normal diğ erinin lognormal dağıldığı durumlarda kullanılan bir dağılımdır. Bu dağılımda da diğ er dağılımlarda olduğu gibi değişkenlerin bağımlılık ($\rho_{x_1y_2} \neq 0$) ve bağımsızlık ($\rho_{x_1y_2} = 0$) halleri için ayrı ayrı ifade edilmektedir.

— İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılımda bağımlılık

x_1 ve x_2 sürekli rastlantı değişkenleri ve aralarında korelasyon varsa bunlar farklı parametrelerle (ortalama ve varyans) dağılırlar. Bunlardan x_1 normal ve x_2 lognormal dağılıyor ve $x_2 = y_2 = \log(x_2)$ ile normal dağılıma dönüştürülüyorsa bunlara ilişkin dağılımlar aşağıdaki eşitliklerde verilmiştir.

x_1 'in normal olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 2.42 ve x_2 'nin lognormal olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 2.43'de verilmiştir.

$$f(x_1) = \frac{1}{s_{x_1} \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \left(\exp - \frac{1}{2} \times \left(\frac{x_1 - \bar{x}_1}{s_{x_1}} \right)^2 \right), \quad -\infty < x_1 < \infty \quad (2.42)$$

$$f(x_2) = \frac{1}{x_2 \times s_{y_2} \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \left(\exp - \frac{1}{2} \times \left(\frac{\log(x_2) - \bar{y}_2}{s_{y_2}} \right)^2 \right), \quad x_2 > 0 \quad (2.43)$$

Yukarıdaki iki değişkenin dağılımları birleştirilirse iki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılım elde edilir. İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılımın aralarında korelasyon olduğu ($\rho_{x_1y_2} \neq 0$) durum için olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 2.44'deki gibi yazılır.

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2 \times \pi \times x_2 \times s_{x_1} \times s_{y_2} \times \sqrt{1 - \rho_{x_1 y_2}^2}} \times \left(\exp - \frac{1}{2 \times (1 - \rho_{x_1 y_2}^2)} \times \left[\left(\frac{x_1 - \bar{x}_1}{s_{x_1}} \right)^2 - 2 \times \rho_{x_1 y_2} \times \left(\frac{x_1 - \bar{x}_1}{s_{x_1}} \right) \times \left(\frac{\log(x_2) - \bar{y}_2}{s_{y_2}} \right) + \left(\frac{\log(x_2) - \bar{y}_2}{s_{y_2}} \right)^2 \right] \right) \quad (2.44)$$

Eşitlikte;

\bar{x}_1 : x_1 'in ortalamasını,

s_{x_1} : x_1 'in standart sapmasını,

$s_{x_1}^2$: x_1 'in varyansını,

\bar{y}_2 : y_2 'nin ortalamasını,

s_{y_2} : y_2 'nin standart sapmasını,

$s_{y_2}^2$: y_2 'nin varyansını,

$\rho_{x_1 y_2}$: x_1 ve y_2 arasındaki korelasyon katsayısını,

$\rho_{x_1 y_2}^2$: x_1 ve y_2 arasındaki belirlilik katsayısını göstermektedir.

— İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılımda bağımsızlık

x_1 ve x_2 sürekli rastlantı değişkenleri ve aralarında korelasyon yoksa; bu iki değişkenin dağılımları birleştirilirse bağımsızlık durumu için hibrid iki değişkenli normal-lognormal dağılım elde edilir. İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılımın; $\rho_{x_1 y_2} = 0$ durumu için olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 2.45'te verilmiştir.

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2 \times \pi \times x_2 \times s_{x_1} \times s_{y_2}} \times \left(\exp - \frac{1}{2} \times \left[\left(\frac{x_1 - \bar{x}_1}{s_{x_1}} \right)^2 + \left(\frac{\log(x_2) - \bar{y}_2}{s_{y_2}} \right)^2 \right] \right) \quad (2.45)$$

— İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılımda ortalama ve standart sapma

İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılıma ait x_1 ve $y_2 = \log(x_2)$ değişkenlerine ait ortalamalar ve standart sapmalar aşağıda verilmiştir. Normal dağılıma sahip x_1 değişkeninin ortalaması Eşitlik 2.46 ile gösterilir.

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{n} \times \sum x_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.46)$$

Standart sapması (s_{x_1}) ise Eşitlik 2.47'de verilmiştir.

$$s_{x_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_1)^2}{n}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.47)$$

$y_2 = \log(x_2)$ 'in ortalama (\bar{y}_2) ve standart sapması (s_{y_2}), Eşitlik 2.48 ve Eşitlik 2.49 kullanılarak hesaplanır.

$$\bar{y}_2 = \log(\bar{x}_2) - \frac{1}{2} \times s_{y_2}^2 \quad (2.48)$$

$$s_{y_2} = \left[\log \left(1 + \frac{s_{x_2}^2}{x_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.49)$$

x_2 'nin ortalaması (\bar{x}_2) ve standart sapması (s_{x_2}) ise Eşitlik 2.50 ve Eşitlik 2.51 kullanılarak hesaplanır.

$$\bar{x}_2 = e^{\left(\bar{y}_2 + \frac{s_{y_2}^2}{2}\right)} \quad (2.50)$$

$$s_{x_2} = \left[e^{2 \times \bar{y}_2 + s_{y_2}^2} \times (e^{s_{y_2}^2} - 1) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.51)$$

— İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılımın koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu

x_2 değişkeni lognormal ve x_1 değişkeni normal dağılıyorsa, x_2 'nin verildiği ve x_1 'in istendiği durumdaki koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 2.52'deki gibi gösterilir.

$$f(x_1 | x_2) = \frac{1}{\sigma_{x_1 | y_2} \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \left(\exp - \frac{1}{2} \times \left(\frac{x_1 - \mu_{x_1 | y_2}}{\sigma_{x_1 | y_2}} \right)^2 \right) \quad (2.52)$$

x_1 değişkeni normal ve x_2 değişkeni lognormal dağılıyorsa, x_1 'in verildiği ve x_2 'nin istendiği durumdaki koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu ise Eşitlik 2.53'deki gibi olur.

$$f(x_2 | x_1) = \frac{1}{x_2 \times \sigma_{y_2 | x_1} \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \left(\exp - \frac{1}{2} \times \left(\frac{\log(x_2) - \mu_{y_2 | x_1}}{\sigma_{y_2 | x_1}} \right)^2 \right) \quad (2.53)$$

— İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılımda koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunun ortalama ve standart sapması

x_1 normal ve x_2 lognormal dağılıyorsa; x_1 'in verildiği ve x_2 'nin istendiği durumdaki koşullu olasılığına ait ortalama ($\mu_{y_2|x_1}$) Eşitlik 2.54 ve standart sapmada ($\sigma_{y_2|x_1}$) Eşitlik 2.55 kullanılarak hesaplanır.

$$\mu_{y_2|x_1} = \bar{y}_2 + \left(\rho_{y_2x_1} \times \frac{s_{y_2}}{s_{x_1}} \times (x_1 - \bar{x}_1) \right) \quad (2.54)$$

$$\sigma_{y_2|x_1} = s_{y_2} \times \sqrt{(1 - \rho_{y_2x_1}^2)} \quad (2.55)$$

x_1 normal ve x_2 lognormal dağılıyorsa; x_2 'nin verildiği ve x_1 'nin istendiği durumdaki koşullu olasılığına ait ortalama ($\mu_{x_1|y_2}$) Eşitlik 2.56 ve standart sapma ($\sigma_{x_1|y_2}$) Eşitlik 2.57 ile hesaplanmaktadır.

$$\mu_{x_1|y_2} = \bar{x}_1 + \left(\rho_{x_1y_2} \times \frac{s_{x_1}}{s_{y_2}} \times [\log(x_2) - \bar{y}_2] \right) \quad (2.56)$$

$$\sigma_{x_1|y_2} = s_{x_1} \times \sqrt{(1 - \rho_{x_1y_2}^2)} \quad (2.57)$$

Eşitliklerde;

$\rho_{y_2x_1}$: y_2 ile x_1 arasındaki korelasyon katsayısını,

$\rho_{y_2x_1}^2$: y_2 ile x_1 arasındaki belirlilik katsayısını,

$\rho_{x_1y_2}$: x_1 ile y_2 arasındaki korelasyon katsayısını,

$\rho_{x_1y_2}^2$: x_1 ile y_2 arasındaki belirlilik katsayısını göstermektedir.

Eşitlikler incelendiğinde, x_1 'in normal ve x_2 'nin lognormal dağıldığı hibrid iki değişkenli normal-lognormal dağılımlarda; x_2 'nin verildiği ve x_1 'in istendiği durumdaki koşullu olasılık dağılımına ait ortalama ve standart sapma ile x_1 'in verildiği ve x_2 'nin istendiği durumdaki koşullu olasılık dağılımında ortalama ve standart sapmanın farklı şekillerde hesaplandığı görülmektedir.

2.3. Normallik Varsayımın Denetlenmesi

n birimlik gruptan elde edilen nicel verilerin normal dağılım gösterip göstermediğini belirlemeye yönelik birçok yaklaşım mevcuttur. n birimlik verinin normal dağılıma uygunluğu grafiksel yaklaşımlar yada istatistiksel testler yardımı ile belirlenir. Grafiksel yöntemler açıklayıcı veri analizi yaklaşımları iken normallik testleri hipoteze ve belirli parametrelili normal dağılıma dayalı testlerdir (Özdamar, 2004).

Grafiksel yöntemlerde görsellik ön plana çıkmasına rağmen, değişkenlerin normal dağılıma sahip olup olmadığını belirlemede objektif kriterler sunmamaktadır. Bu nedenle verilerin normal dağılıma uyup uymadığını belirlemek için istatistiksel testlere başvurmak gerekir (Özdamar, 2004).

Normal dağılıma uygunluğun araştırılması için birçok test tekniği geliştirilmiştir. Bunlardan bir tanesi de Shapiro-Wilk W Testi'dir. Bu test Shapiro ve Wilk tarafından 1965'de geliştirilmiş normallik testleri içinde en güçlü testlerden birisidir. Normal dağılım gösteren toplumdaki rastgele seçilen n birimlik x_i gözlemlerinin normallik testi W test istatistiği ile belirlenir. W test istatistiği, gözlenen x_i değerlerinin varyansını ve büyüklük sırasına dizilmiş $x_{(i)}$ gözlemlerinin sıra istatistiklerinden hesaplanan ortalama, varyans ve kovaryansları aracılığı ile belirlenen a_i ağırlıkları aracılığıyla Eşitlik 2.58'deki gibi hesaplanır (Shapiro and Wilk, 1965; Shapiro et. al., 1968, Sheskin, 2000; Özdamar, 2004).

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i \times x_{(i)} \right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.58)$$

Eşitlik 2.58’de;

- $x_{(i)}$: sıralı gözlemleri,
 a_i : n sıralı gözlemin standart normal dağılım değerlerinden yararlanılarak hesaplanan ağırlık katsayılarını,
 W : Shapiro-Wilk W Test istatistiğini göstermektedir.

Eşitlik 2.58’de kullanılan a_i ise Eşitlik 2.59 ile aşağıdaki gibi hesaplanır. Eşitlik 2.59’da kullanılan m ise Eşitlik 2.60 ile hesaplanır.

$$(a_1, \dots, a_n) = \frac{m^T \times V^{-1}}{(m^T \times V^{-1} \times V^{-1} \times m)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.59)$$

$$m = (m_1, \dots, m_n)^T \quad (2.60)$$

Eşitliklerde;

- m_1, \dots, m_n : Standart normal dağılımda örneklem olarak bulunmuş rassal değişkenlerin sıra istatistiklerinin beklenen değerini,
 V : Sıra istatistikleri için kovaryans matrisini ifade etmektedir.

W test istatistiği $0 \leq W \leq 1$ aralığında değişim gösterir. 1’e yakın değerler değişkenin normal dağılıma sahip olduğunu, 0’a yakın değerler ise değişkenin normal dağılıma sahip olmadığını gösterir. Bu testin uygulanabilmesi için örnek hacminin 7’den büyük ve 2000’e eşit veya küçük olması gerekir. Bu test istatistiksel paket programlar yardımıyla yapılabilmektedir (Özdamar, 2004).

2.4. Regresyon ve Korelasyon Analizi

Bilimsel araştırmaların birçoğunda, bir değişkenin diğer değişkenlerin değişimlerinden nasıl etkilendikleri gözlemlenir. Bu gözlem değerlerinin elde edilmesinden sonra ise, değişkenler arası ilişkiler regresyon-korelasyon analizi olarak isimlendirilen istatistiksel yöntemlerle incelenerek, değişkenler arasında anlamlı ilişkiler olup olmadığı belirlenir (Konuk ve Önder, 1999).

2.4.1. Doğrusal regresyon ve korelasyon

İki değişken arasında olabilecek en basit ilişki bir doğru ile açıklanır. Bu doğru gösterimi Eşitlik 2.61'daki gibi gösterilir.

$$Y = a + bX \quad (2.61)$$

Eşitlikte;

- a : X'in değeri sıfır olduğunda Y'nin aldığı değeri,
- b : doğrunun eğimi olup, X'deki bir birimlik değişmenin Y'de yaptığı değişikliği göstermektedir.

İki değişken arasındaki ilişkinin doğrusal fonksiyona uyup uymadığını belirlemek için öncelikle eldeki X ve Y değerlerine göre bir dağılım diyagramının çizilmesi gerekir. Dağılım diyagramında noktaların genel görünüşü iki değişken arasında ilişki olup olmadığını ve varsa ilişkinin doğrusal olup olmadığını gösterir. Dağılım diyagramı ile değişkenler arası ilişkinin yönü ve derecesi hakkında da bilgi sahibi olmak mümkündür (Konuk ve Önder, 1999).

2.4.2. Korelasyon katsayısı

İki değişken arasındaki doğrusal regresyon denkleminin gözlem değerlerini ne derecede açıkladığını incelemeye ve değişkenler arası ilişkinin derecesinin belirlenmesinde korelasyon katsayısı kullanılır (Konuk ve Önder, 1999).

İki değişkenin birlikte değişim ölçüsü olarak tanımlanan korelasyon katsayısı -1 ile +1 arasında değerler alabilmektedir. Korelasyon katsayısının $\rho = \pm 1$ olması, değişkenler arası ilişkinin tam olduğunu, $\rho = 0$ olması ise değişkenler arasında hiçbir ilişkinin olmadığını gösterir. Korelasyon katsayısı ± 1 'e yaklaştıkça, değişkenler arası ilişkinin güçlendiği, sıfıra yaklaştıkça ise değişkenler arası ilişkinin zayıfladığını söylemek mümkündür (Konuk ve Önder, 1999).

Korelasyon katsayısının (ρ) işareti yardımıyla değişkenler arası ilişkinin yönünü de belirlemek mümkündür. Bağımsız değişken X artarken bağımlı değişken Y de artıyorsa korelasyon katsayısının işareti pozitif (+), X artarken Y azalıyorsa korelasyon katsayısının işareti negatif (-) olmaktadır. Korelasyon katsayısının hesaplanmasında Eşitlik 2.62 kullanılmaktadır (Konuk ve Önder, 1999; Ak ve Konuk, 2008).

$$\rho = \frac{\sum (X - \bar{X}) \times (Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2 \times \sum (Y - \bar{Y})^2}} \quad (2.62)$$

BÖLÜM 3

SINIR TENÖRE BAĞLI KARAR DEĞİŞKENLERİNİN BELİRLENMESİ

Sınır tenör, madencilik yatırımları ve işletme dönemi karlılıkları üzerinde etkili olan en önemli değişkenlerden birisidir. Yatırım projelerinin hazırlanması aşamasında yapılacak bir sınır tenör optimizasyonu ile en iyi yatırım kararı alınabilir, işletme aşamasında alınacak sınır tenör kararları ile ise maden işletmesi, günün değişen ekonomik ve teknik koşullarına uyumlu bir üretim yapabilir (Konuk ve Yersel, 1995).

Maden yataklarından alınan örneklerin ortalama tenörleri rassal dağıldığında, örnek tenörleri belirli aralıklarla sınıflandırarak, her tenör aralığına düşen frekanslar (cevher tonajı veya hacmi) saptanabilir. Bu frekanslara göre yapılacak istatistiksel hesaplamalarla da rezerv-tenör dağılımı belirlenebilir (Nasuf, 1993). Dağılımın istatistiksel parametreleri yardımıyla da, belirli bir sınır tenörün üzerindeki cevher kütlelerinin tonaj oranı ve ortalama tenörü hesaplanabilir (David, 1977; Parker, 1979; Konuk ve Yersel, 1995).

Bu bölümde tek ve çok değişkenli maden yataklarında, sınır tenör seçeneklerine bağlı olarak maden yatağının ekonomik değerlendirmesinde önemli karar değişkenleri olan, sınır tenörün üzerindeki cevher rezerv miktarının, toplam cevher rezerv miktarına oranı olarak tanımlanan tonaj oranı ve sınır tenörün üzerindeki cevher kütlesinin ortalama tenörü matematiksel eşitlikler kullanılarak açıklanmaktadır.

3.1. Tek Değişkenli Maden Yataklarına ait Sınır Tenöre Bağlı Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi

Tek değişkenli maden yataklarında, normal dağılım veya lognormal dağılıma sahip değişkenin sınır tenör seçeneklerine ait karar değişkenlerinin belirlenmesinde kullanılacak eşitlikler aşağıdaki bölümlerde verilmektedir.

3.1.1. Normal dağılıma sahip değişkenin sınır tenör seçenekleri için karar değişkenleri

g rassal değişkeni normal dağılıyorsa; buna ait sınır tenör seçenekleri için karar değişkenleri aşağıdaki eşitliklerle belirlenir (Clark, 2001).

Sınır tenörün üzerindeki cevherin toplam maden yatağındaki cevhere oranı (tonaj oranı) T ile gösterilir. Tonaj oranı, sınır tenörün üzerinde kalan işletilebilir cevher rezervini tanımlamaktadır.

Tek değişkenli dağılımlarda tonaj oranı (T), aşağıdaki eşitlikler kullanılarak hesaplanır.

Normal dağılıma sahip tek değişkenli maden yatağında sınır tenörün üzerindeki kütlelerin tonaj oranının belirlenmesi için öncelikle standart normal değişkenin değeri Eşitlik 3.1 kullanılarak hesaplanır.

$$z = \frac{c - \bar{g}}{s_g} \quad (3.1)$$

Eşitlik 3.1’de;

- c : Sınır tenörü,
 z : Standart normal değişkeni,
 s_g : Dağılımdaki tenörlerin standart sapmasını,
 \bar{g} : Dağılımdaki tenörlerin aritmetik ortalamasını göstermektedir.

Eşitlik 3.1 kullanılarak hesaplanan z değerine karşılık gelen alanı gösteren $\Phi(z)$, normal değerler tablosu kullanılarak bulunur. Sınır tenörün üzerindeki cevher kütlelerinin tonaj oranı (T) ise Eşitlik 3.2 kullanılarak hesaplanır.

$$T = 1 - \Phi(z) \quad (3.2)$$

Normal dağılım için, sınır tenörün üzerinde kalan cevher kütlelerinin ortalama tenörü Eşitlik 3.3 ile bulunur (Clark, 2001). Eşitlikte kullanılan $\phi(z)$ ise Eşitlik 3.4 kullanılarak hesaplanır.

$$\bar{g}_c = \bar{g} + \frac{s_g}{T} \times \phi(z) \quad (3.3)$$

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi}} \times \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad (3.4)$$

Eşitliklerde;

- \bar{g}_c : Sınır tenörün üzerinde kalan cevher kütlelerinin ortalamasını ifade etmektedir.

3.1.2. Lognormal dağılıma sahip değişkenin sınır tenör seçenekleri için karar değişkenleri

g rassal değişkeni lognormal dağılıyorsa $y=\log(g)$ şeklinde yazılır. Buna ait sınır tenör seçenekleri için karar değişkenleri aşağıdaki eşitliklerle belirlenir (Clark, 2001).

Lognormal dağılıma sahip tek değişkenli maden yatağında sınır tenörün üzerindeki cevher kütlelerinin tonaj oranının belirlenmesi için öncelikle standart normal değişkenin değeri Eşitlik 3.5'deki gibi hesaplanır.

$$z = \frac{\log(c) - \bar{y}}{s_y} \quad (3.5)$$

$y=\log(g)$ 'in ortalama ve standart sapmasını \bar{y} ve s_y temsil eder. \bar{y} ve s_y Eşitlik 3.6 ve Eşitlik 3.7 kullanılarak hesaplanır.

$$\bar{y} = \log(\bar{g}) - \frac{1}{2} \times s_y^2 \quad (3.6)$$

$$s_y = \left[\log \left(1 + \frac{s_g^2}{\bar{g}^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.7)$$

Hesaplanan z değerine karşılık gelen alanı gösteren $\Phi(z)$, normal değerler tablosu kullanılarak bulunur. Tonaj oranı (T) ise Eşitlik 3.8 ile bulunur.

$$T = 1 - \Phi(z) \quad (3.8)$$

Lognormal dağılım için, sınır tenörün üzerinde kalan alandaki cevherin ortalama tenörü Eşitlik 3.9 kullanılarak hesaplanır.

$$\bar{g}_c = \frac{B}{T} \times \bar{g} \quad (3.9)$$

Eşitlik 3.9'da kullanılan B , düzeltme katsayısını göstermekte ve Eşitlik 3.10 ile hesaplanmaktadır (Clark, 2001). Eşitlik 3.10'de kullanılan $\Phi(z - s_y)$ ise normal değerler tablosu kullanılarak bulunur.

$$B = 1 - \Phi(z - s_y) \quad (3.10)$$

3.2. İki Değişkenli Maden Yataklarına ait Sınır Tenöre Bağlı Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi

İki değişkenli maden yataklarında, sınır tenöre bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesinde kullanılan, iki değişkenli normal dağılım, iki değişkenli lognormal dağılım ve hibrid iki değişkenli normal-lognormal dağılıma ait eşitlikler aşağıdaki bölümlerde verilmiştir.

3.2.1. İki değişkenli ve normal dağılımlı maden yataklarında sınır tenöre bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi

İki değişkenli ve normal dağılımlı maden yataklarında sınır tenöre bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi için, dağılımın değişkenlerinin bağımlı ($\rho_{g_1, g_2} \neq 0$) ve bağımsız ($\rho_{g_1, g_2} = 0$) oldukları durumlar aşağıda ayrı ayrı incelenmiştir.

— Normal dağılıma sahip iki değişkenin bağımlılık durumu

$g=(g_1, g_2)$ şeklinde iki boyutlu sürekli bir rassal değişken ve (g_1, g_2) rassal değişkeninin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(g_1, g_2)$ olsun. İki değişkenli normal dağılımın bağımlılık durumu için olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(g_1, g_2) = \frac{1}{2 \times \pi \times s_{g_1} \times s_{g_2} \times \sqrt{(1 - \rho_{g_1, g_2}^2)}} \times \exp \left[-\frac{1}{2 \times (1 - \rho_{g_1, g_2}^2)} \times \left(\frac{(g_1 - \bar{g}_1)^2}{s_{g_1}^2} + \frac{(g_2 - \bar{g}_2)^2}{s_{g_2}^2} - 2 \times \rho_{g_1, g_2} \times \frac{(g_1 - \bar{g}_1)}{s_{g_1}} \times \frac{(g_2 - \bar{g}_2)}{s_{g_2}} \right) \right] \quad (3.11)$$

olarak yazılır.

Eşitlik 3.11’de,

\bar{g}_1 : Birinci değişkenin tenörlerinin ortalamasını,

\bar{g}_2 : İkinci değişkenin tenörlerinin ortalamasını,

s_{g_1} : Birinci değişkenin tenörlerinin standart sapmasını,

- s_{g_2} : İkinci değişkenin tenörlerinin standart sapmasını,
 $s_{g_1}^2$: Birinci değişkenin tenörlerinin varyansını,
 $s_{g_2}^2$: İkinci değişkenin tenörlerinin varyansını,
 $\rho_{g_1g_2}$: Birinci değişken ile ikinci değişkenin tenörleri arasındaki korelasyon katsayısını,
 $\rho_{g_1g_2}^2$: Birinci değişken ile ikinci değişkenin tenörleri arasındaki belirlilik katsayısını ifade etmektedir.

İki değişkenli ve normal dağılımın değişkenlerinin $\rho_{g_1g_2} \neq 0$ durumu için sınır tenöre bağlı karar değişkenlerinin hesaplanmasında koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılır. g_2 'nin verildiği ve g_1 'in istendiği durumda koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 3.12'de verilmektedir.

$$f(g_1 | g_2) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi} \times \sigma_{g_1 | g_2}} \times \exp \left[-\frac{(g_1 - \mu_{g_1 | g_2})^2}{2 \times \sigma_{g_1 | g_2}^2} \right] \quad (3.12)$$

Eşitliklerde;

- $\mu_{g_1 | g_2}$: g_2 'nin verildiği ve g_1 'in istendiği koşullu olasılığa ait ortalamayı,
 $\sigma_{g_1 | g_2}$: g_2 'nin verildiği ve g_1 'in istendiği koşullu olasılığa ait standart sapmayı,
 $\sigma_{g_1 | g_2}^2$: g_2 'nin verildiği ve g_1 'in istendiği koşullu olasılığa ait varyansı ifade etmektedir.

g_2 'nin verildiğinde ve g_1 'in istendiği durumda koşullu olasılığında sınır tenöre ait ortalama ($\mu_{g_1|g_2}$) ve varyans ($\sigma_{g_1|g_2}^2$) ise, Eşitlik 3.13 ve Eşitlik 3.14 kullanılarak hesaplanır.

$$\mu_{g_1|g_2} = \bar{g}_1 - \left(\rho_{g_1g_2} \times \frac{s_{g_1}}{s_{g_2}} \times (g_2 - \bar{g}_2) \right) \quad (3.13)$$

$$\sigma_{g_1|g_2}^2 = s_{g_1}^2 \times (1 - \rho_{g_1g_2}^2) \quad (3.14)$$

İki değişkenli normal dağılımın koşullu olasılığında sınır tenöre karşılık gelen standart normal değişkenleri hesaplamak için aşağıdaki eşitlikler kullanılır.

g_2 verilirken g_1 isteniyorsa buna ilişkin standart normal değişken Eşitlik 3.15 ile hesaplanır.

$$z = \frac{g_{c1} - \mu_{g_1|g_2}}{\sigma_{g_1|g_2}} \quad (3.15)$$

Eşitliklerde;

g_{c1} : g_1 'e ait sınır tenörü,

z : Standart normal değişken değerini göstermektedir.

g_2 verildiğinde g_1 'e ait sınır tenörün üzerindeki cevher kütlelerinin tonaj oranını belirlemek için $(T_{g_1 g_2})$ öncelikle Eşitlik 3.15'deki genel eşitlik kullanılır ve hesaplanan z değeri kullanılarak g_2 verildiğinde g_1 'e ait tonaj oranı belirlenir. Daha sonra Eşitlik 3.16 kullanılarak, iki değişkenin arasında korelasyon olduğu durum için tonaj oranı ($T_{Bagimli}$) elde edilir.

$$T_{Bagimli} = T_{g_1 g_2} \times T_{g_2} \quad (3.16)$$

Eşitlik 3.16 kullanılarak $T_{Bagimli}$ belirlendikten sonra aşağıdaki eşitlikler kullanılarak sınır tenörün üzerinde kalan cevher kütlelerinin ortalama tenörleri hesaplanır. g_1 'e ait ortalama tenör Eşitlik 3.17 ile ve g_2 'ye ait ortalama tenör de Eşitlik 3.18 kullanılarak belirlenir. Bu eşitliklerde kullanılan parametrelerde Eşitlik 3.18 ve Eşitlik 3.19 ile hesaplanır.

$$\overline{g_{c_{g_1}}} = \overline{g_1} + \left(\frac{\sigma_{g_1 g_2}}{T_{Bagimli}} \times \phi(z) \right) \quad (3.17)$$

$$\overline{g_{c_{g_2}}} = \overline{g_2} + \left(\frac{\sigma_{g_1 g_2}}{T_{Bagimli}} \times \phi(z) \right) \quad (3.18)$$

Eşitliklerde kullanılan parametreler,

$$\sigma_{g_1 g_2} = \rho_{g_1 g_2} \times s_{g_1} \times s_{g_2} \quad (3.19)$$

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi}} \times \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad (3.20)$$

olur.

Eşitliklerde;

$\overline{g_{c_{g_1}}}$: g_1 'in sınır tenörün üzerinde kalan cevher kütlesinin ortalama tenörünü,

$\overline{g_{c_{g_2}}}$: g_2 'nin sınır tenörün üzerinde kalan cevher kütlesinin ortalama tenörünü,

$T_{g_1|g_2}$: g_2 verildiğinde g_1 'e ait sınır tenörün üzerindeki cevher kütlelerinin tonaj oranını,

T_{g_2} : g_2 'ye ait tonaj oranını,

$\phi(z)$: standart normal eğrinin yüksekliğini göstermektedir.

— Normal dağılıma sahip iki değişkenin bağımsızlık durumu

$g=(g_1, g_2)$ şeklinde iki boyutlu sürekli bir rassal değişken ve (g_1, g_2) rassal değişkeninin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(g_1, g_2)$ olsun. İki değişkenli normal dağılımın bağımsızlık ($\rho_{g_1, g_2} = 0$) durumu için olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(g_1, g_2) = \frac{1}{2 \times \pi \times s_{g_1} \times s_{g_2}} \times \left(\exp - \frac{1}{2} \times \left[\frac{(g_1 - \overline{g_1})^2}{s_{g_1}^2} + \frac{(g_2 - \overline{g_2})^2}{s_{g_2}^2} \right] \right) \quad (3.21)$$

olur.

Eşitlik 3.21'de,

$\overline{g_1}$: g_1 'inci değişkenin tenörlerinin ortalamasını,

$\overline{g_2}$: g_2 'nci değişkenin tenörlerinin ortalamasını,

s_{g_1} : g_1 'inci değişkenin tenörlerinin standart sapmasını,

- s_{g_2} : g_2 'nci değişkenin tenörlerinin standart sapmasını,
 $s_{g_1}^2$: g_1 'inci değişkenin tenörlerinin varyansını,
 $s_{g_2}^2$: g_2 'nci değişkenin tenörlerinin varyansını göstermektedir.

İki değişkenli normal dağılımın değişkenlerinin $\rho_{g_1g_2} = 0$ durumu için sınır tenöre bağlı karar değişkenlerinin hesaplanmasında aşağıdaki eşitlikler kullanılır.

$$f(g_2) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi} \times s_{g_2}} \times \exp \left[-\frac{(g_2 - \bar{g}_2)^2}{2 \times s_{g_2}^2} \right] \quad (3.22)$$

$$f(g_1) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi} \times s_{g_1}} \times \exp \left[-\frac{(g_1 - \bar{g}_1)^2}{2 \times s_{g_1}^2} \right] \quad (3.23)$$

g_1 ve g_2 'ye ait standart normal değişkenleri hesaplamak için Eşitlik 3.24 ve Eşitlik 3.25 kullanılır.

$$z = \frac{g_{c2} - \bar{g}_2}{s_{g_2}} \quad (3.24)$$

$$z = \frac{g_{c1} - \bar{g}_1}{s_{g_1}} \quad (3.25)$$

Eşitliklerde;

- g_{c2} : İkinci değişkene ait sınır tenörü,
 g_{c1} : Birinci değişkene ait sınır tenörü göstermektedir.

Hesaplanan z değerleri kullanılarak $\Phi(z)$ değerleri standart normal değerler tablosundan belirlenir. Sınır tenörün üzerindeki cevher kütlelerinin tonaj oranı ($T_{\text{Bağımsız}}$) aşağıdaki eşitliklerle belirlenir (Konuk and Yersel, 1998).

$$P_{g_1} = 1 - \Phi(z) \quad (3.26)$$

$$P_{g_2} = 1 - \Phi(z) \quad (3.27)$$

$$T_{\text{Bağımsız}} = P_{g_1} \times P_{g_2} \quad (3.28)$$

Eşitlikte;

$T_{\text{Bağımsız}}$: Değişkenlerin bağımsızlık durumu için tonaj oranını,

P_{g_1} : Birinci cevhere ait oranı,

P_{g_2} : İkinci cevhere ait oranı göstermektedir.

İki değişkenli normal dağılım için, g_2 'nin sınır tenörünün üzerinde kalan cevher kütlelerinin ortalama tenörü ($\rho_{g_1 g_2} = 0$ için) Eşitlik 3.29 ile bulunur.

$$\overline{g_{c_{g_2}}} = \overline{g_2} + \left(\frac{S_{g_2}}{P_{g_2}} \times \phi(z) \right) \quad (3.29)$$

g_1 'in sınır tenörünün üzerinde kalan cevher kütlelerinin ortalama tenörü ($\rho_{g_1 g_2} = 0$ için) Eşitlik 3.30 ile bulunur.

$$\overline{g_{c_{g_1}}} = \overline{g_1} + \left(\frac{S_{g_1}}{P_{g_1}} \times \phi(z) \right) \quad (3.30)$$

Eşitliklerde,

$\overline{g_{c_{g_2}}}$: g_2 'nin sınır tenörünün üzerinde kalan cevher kütlesinin ortalama tenörünü,

$\overline{g_{c_{g_1}}}$: g_1 'in sınır tenörünün üzerinde kalan cevher kütlesinin ortalama tenörünü göstermektedir.

Yukarıdaki eşitliklerde kullanılan $\phi(z)$ ise,

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi}} \times \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad (3.31)$$

olur.

3.2.2. İki değişkenli ve lognormal dağılımlı maden yataklarında sınır tenöre bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi

İki değişkenli ve lognormal dağılımlı maden yataklarında sınır tenöre bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi için, dağılımın değişkenlerinin bağımlı ve bağımsız oldukları durumlar aşağıda ayrı ayrı incelenmiştir.

— Lognormal dağılıma sahip iki değişkenin bağımlılık durumu

Eğer g_1 ve g_2 sürekli rastlantı değişkenleri ve aralarında ilişki varsa bunlar farklı parametrelerle (ortalama ve varyans) ayrı ayrı lognormal dağılırlar. g_1 ve g_2 değişkenleri lognormal dağılıyorsa $y_1 = \log(g_1)$ ve $y_2 = \log(g_2)$ şeklinde yazılır. Bu değişkenlere ait dağılımlar birleştirilirse iki değişkenli lognormal dağılım elde edilir. İki değişkenli lognormal dağılımın aralarında korelasyon olduğu ($\rho_{y_1 y_2} \neq 0$) durum için olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 3.32'deki gibi yazılır (Yue, 2002).

$$f(g_1, g_2) = \frac{1}{2 \times \pi \times g_1 \times g_2 \times s_{y_1} \times s_{y_2} \times \sqrt{1 - \rho_{y_1 y_2}^2}} \times \exp \left(-\frac{1}{2 \times (1 - \rho_{y_1 y_2}^2)} \times \left[\left(\frac{\log(g_1) - \bar{y}_1}{s_{y_1}} \right)^2 - 2 \times \rho_{y_1 y_2} \times \left(\frac{\log(g_1) - \bar{y}_1}{s_{y_1}} \right) \times \left(\frac{\log(g_2) - \bar{y}_2}{s_{y_2}} \right) + \left(\frac{\log(g_2) - \bar{y}_2}{s_{y_2}} \right)^2 \right] \right) \quad (3.32)$$

Eşitlikte;

\bar{y}_1 : y_1 'inci değişkenin tenörlerinin ortalamasını,

\bar{y}_2 : y_2 'inci değişkenin tenörlerinin ortalamasını,

s_{y_1} : y_1 'inci değişkenin tenörlerinin standart sapmasını,

s_{y_2} : y_2 'inci değişkenin tenörlerinin standart sapmasını,

$\rho_{y_1 y_2}$: y_1 ile y_2 arasındaki korelasyon katsayısını,

$\rho_{y_1 y_2}^2$: y_1 ile y_2 arasındaki belirlilik katsayısını ifade etmektedir.

İki değişkenli ve lognormal dağılımın değişkenlerinin bağımlı olduğu ($\rho_{y_1 y_2} \neq 0$) durumu için sınır tenöre bağlı karar değişkenlerinin hesaplanmasında koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılır. Şöyle ki; g_1 ve g_2 lognormal dağılıyorsa g_2 'nin verildiği ve g_1 'in istendiği durumda koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(g_1 | g_2) = \frac{1}{g_1 \times \sigma_{y_1 y_2} \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \times \left(\frac{\log(g_1) - \mu_{y_1 | y_2}}{\sigma_{y_1 y_2}} \right)^2 \right] \quad (3.33)$$

şeklinde yazılır.

g_2 verildiğinde ve g_1 istendiğinde bağımlılık ($\rho_{y_1 y_2} \neq 0$) durumu için ortalama ($\mu_{y_1 | y_2}$);

$$\mu_{y_1 | y_2} = \bar{y}_1 - \left(\rho_{y_1 y_2} \times \frac{s_{y_1}}{s_{y_2}} \times [\log(g_2) - \bar{y}_2] \right) \quad (3.34)$$

olur. Standart sapma ($\sigma_{y_1 | y_2}$) ise,

$$\sigma_{y_1 | y_2} = s_{y_1} \times \sqrt{1 - \rho_{y_1 y_2}^2} \quad (3.35)$$

ile hesaplanır.

g_1 ve g_2 rassal değişkenleri lognormal dağılıyorsa $y_1 = \log(g_1)$ ve $y_2 = \log(g_2)$ şeklinde yazılır. Sınır tenörlere bağlı karar değişkenlerini hesaplamak için aşığıdaki eşitlikler kullanılır.

g_2 verilip g_1 isteniyorsa buna ilişkin standart normal değişken Eşitlik 3.36 ile bulunur.

$$z = \frac{\log(g_{c1}) - \mu_{y_1|y_2}}{\sigma_{y_1|y_2}} \quad (3.36)$$

Eşitliklerde;

g_{c1} : Birinci değişkene ait sınır tenörü göstermektedir.

g_2 verildiğinde ve g_1 istendiğinde sınır tenörün üzerindeki cevher kütlesinin tonaj oranı ($T_{g_1|g_2}$) Eşitlik 3.36 kullanılarak hesaplanır. Hesaplanan z değeri kullanılarak g_2 verildiğinde g_1 'e ait tonaj oranı belirlenir. Daha sonra Eşitlik 3.37 kullanılarak, iki değişkenin arasında korelasyon olduğu durum için tonaj oranı ($T_{Bagimli}$) elde edilir.

$$T_{Bagimli} = T_{g_1|g_2} \times T_{g_2} \quad (3.37)$$

Eşitlik 3.37 kullanılarak $T_{Bagimli}$ belirlendikten sonra aşağıdaki eşitlikler kullanılarak sınır tenörün üzerinde kalan cevher kütlelerinin ortalama tenörleri hesaplanır.

g_1 'e ait ortalama tenör,

$$\bar{g}_{c_{g_1}} = \frac{B}{T_{Bagimli}} \times \bar{g}_1 \quad (3.38)$$

olur. g_2 'ye ait ortalama tenör ise, Eşitlik 3.39 ile hesaplanır.

$$\overline{g_{c_{g_2}}} = \frac{B}{T_{\text{Bağımlı}}} \times \overline{g_2} \quad (3.39)$$

Yukarıdaki eşitliklerde kullanılan parametreler de aşağıdaki eşitliklerle belirlenir.

$$B = 1 - \Phi(z - \sigma_{y_1 y_2}) \quad (3.40)$$

$$\sigma_{y_1 y_2} = \rho_{y_1 y_2} \times s_{y_1} \times s_{y_2} \quad (3.41)$$

— Lognormal dağılıma sahip iki değişkenin bağımsızlık durumu

Eğer g_1 ve g_2 lognormal dağılan sürekli rastlantı değişkenleri ve aralarında korelasyon yoksa iki değişkenli lognormal dağılımın bağımsız ($\rho_{y_1 y_2} = 0$) olduğu durum için olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılır.

$$f(g_1, g_2) = \frac{1}{2 \times \pi \times g_1 \times g_2 \times s_{y_1} \times s_{y_2}} \times \left(\exp - \frac{1}{2} \times \left[\left(\frac{\log(g_1) - \overline{y_1}}{s_{y_1}} \right)^2 + \left(\frac{\log(g_2) - \overline{y_2}}{s_{y_2}} \right)^2 \right] \right) \quad (3.42)$$

Eşitlikte,

$\overline{y_1}$: y_1 'inci değişkenin tenörlerinin ortalamasını,

$\overline{y_2}$: y_2 'inci değişkenin tenörlerinin ortalamasını,

s_{y_1} : y_1 'inci değişkenin tenörlerinin standart sapmasını,

s_{y_2} : y_2 'inci değişkenin tenörlerinin standart sapmasını ifade etmektedir.

g_1 ve g_2 rassal değişkenleri lognormal dağılıyorsa $y_1=\log(g_1)$ ve $y_2=\log(g_2)$ şeklinde yazılır. Bu değişkenlere ait olasılık yoğunluk fonksiyonları ise aşağıdaki gibi yazılır.

$$f(g_1)=\frac{1}{g_1 \times \sigma_{y_1} \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \times \left(\frac{\log(g_1)-\mu_{y_1}}{\sigma_{y_1}} \right)^2 \right] \quad (3.43)$$

$$f(g_2)=\frac{1}{g_2 \times \sigma_{y_2} \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \times \left(\frac{\log(g_2)-\mu_{y_2}}{\sigma_{y_2}} \right)^2 \right] \quad (3.44)$$

g_1 ve g_2 'ye ait standart normal değişkenleri hesaplamak için Eşitlik 3.45 ve Eşitlik 3.46 kullanılır.

$$z = \frac{\log(g_{c2})-\mu_{y_2}}{\sigma_{y_2}} \quad (3.45)$$

$$z = \frac{\log(g_{c1})-\mu_{y_1}}{\sigma_{y_1}} \quad (3.46)$$

Hesaplanan z değerleri kullanılarak $\Phi(z)$ değerleri standart normal değerler tablosundan belirlenir.

Sınır tenörün üzerindeki cevher kütlelerinin tonaj oranını ($T_{\text{Bağımsız}}$) belirlemek için aşağıdaki eşitlikler kullanılır (Konuk and Yersel, 1998).

$$P_{g_1} = 1 - \Phi(z) \quad (3.47)$$

$$P_{g_2} = 1 - \Phi(z) \quad (3.48)$$

$$T_{\text{Bagimsiz}} = P_{g_1} \times P_{g_2} \quad (3.49)$$

Eşitliklerde;

T_{Bagimsiz} : Değişkenlerin bağımsızlık durumu için tonaj oranını,

P_{g_1} : Birinci cevhere ait oranı,

P_{g_2} : İkinci cevhere ait oranı göstermektedir.

İki değişkenli lognormal dağıldığı durum için, g_2 'nin sınır tenörünün üzerindeki cevher kütlesinin ortalaması Eşitlik 3.50 ile bulunur. Eşitlikte kullanılan B , Eşitlik 3.51'le ve tonaj oranı, Eşitlik 3.49 ile hesaplanır.

$$\overline{g_{c_{g_2}}} = \frac{B}{P_{g_2}} \times \overline{g_2} \quad (3.50)$$

$$B = 1 - \Phi(z - s_{y_2}) \quad (3.51)$$

Eşitlik 3.51'de kullanılan $\Phi(z - s_{y_2})$ ise, normal değerler tablosundan bulunur.

g_1 'in sınır tenörünün üzerindeki cevher kütlesinin ortalaması Eşitlik 3.52 ile hesaplanır.

$$\overline{g_{c_{g_1}}} = \frac{B}{P_{g_1}} \times \overline{g_1} \quad (3.52)$$

Eşitlik 3.52’de kullanılan B , Eşitlik 3.53 ile hesaplanır. $\Phi(z-s_{y_1})$ ise normal değerler tablosu kullanılarak belirlenir. Eşitlik 3.52’de kullanılan P_{g_1} ise, Eşitlik 3.47 ile hesaplanır.

$$B = 1 - \Phi(z - s_{y_1}) \quad (3.53)$$

3.2.3. İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılımlı maden yataklarında sınır tenöre bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi

Değişkenlerin birinin normal ve diğerinin lognormal dağıldığı hibrid dağılımlı iki değişkenli maden yataklarında değişkenler arasında bağımlılık ve bağımsızlık durumları için sınır tenör seçeneklerine bağlı karar değişkenlerinin hesaplanmasında kullanılan eşitlikler aşağıda verilmiştir.

— İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılıma sahip iki değişkenin bağımlılık durumu

Eğer g_1 ve g_2 sürekli rastlantı değişkenleri ve bunlardan g_1 normal ve g_2 lognormal dağılıyorsa; $g_2, y_2 = \log(g_2)$ şeklinde gösterilir. Bu iki değişkenin dağılımları birleştirilirse hibrid iki değişkenli normal-lognormal dağılım elde edilir. İki değişkenli ve hibrid normal-lognormal dağılımda, dağılımlar arasında ilişki varsa ($\rho_{g_1, y_2} \neq 0$) olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 3.54’deki gibi yazılır.

$$f(g_1, g_2) = \frac{1}{2 \times \pi \times g_2 \times s_{g_1} \times s_{y_2} \times \sqrt{1 - \rho_{g_1 y_2}^2}} \times \exp \left(-\frac{1}{2 \times (1 - \rho_{g_1 y_2}^2)} \times \left[\left(\frac{g_1 - \bar{g}_1}{s_{g_1}} \right)^2 - 2 \times \rho_{g_1 y_2} \times \left(\frac{g_1 - \bar{g}_1}{s_{g_1}} \right) \times \left(\frac{\log(g_2) - \bar{y}_2}{s_{y_2}} \right) + \left(\frac{\log(g_2) - \bar{y}_2}{s_{y_2}} \right)^2 \right] \right) \quad (3.54)$$

Eşitlik 3.54’de;

- \bar{g}_1 : g_1 ’inci değişkenin tenörlerinin ortalamasını,
- s_{g_1} : g_1 ’inci değişkenin tenörlerinin standart sapmasını,
- $s_{g_1}^2$: g_1 ’inci değişkenin tenörlerinin varyansını,
- \bar{y}_2 : $y_2 = \log(g_2)$ ’inci değişkenin tenörlerinin ortalamasını,
- s_{y_2} : $y_2 = \log(g_2)$ ’inci değişkenin tenörlerinin standart sapmasını,
- $s_{y_2}^2$: $y_2 = \log(g_2)$ ’nci değişkenin tenörlerinin varyansını ifade etmektedir.

İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılımın değişkenlerinin $\rho_{g_1 y_2} \neq 0$ durumu için sınır tenöre bağlı karar değişkenlerinin hesaplanmasında koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılır.

g_2 verildiğinde ve g_1 ’in istendiği durumda koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 3.55’deki gibi gösterilir.

$$f(g_1 | g_2) = \frac{1}{\sigma_{g_1 | y_2} \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \times \left(\frac{g_1 - \mu_{g_1 | y_2}}{\sigma_{g_1 | y_2}} \right)^2 \right] \quad (3.55)$$

g_1 normal ve g_2 lognormal dağılıyorsa; g_2 verildiğinde ve g_1 'in istendiği durumda sınır tenörünün koşullu olasılığına ait ortalama ($\mu_{g_1|y_2}$)

$$\mu_{g_1|y_2} = \bar{g}_1 - \left(\rho_{g_1 y_2} \times \frac{s_{g_1}}{s_{y_2}} \times [\log(g_2) - \bar{y}_2] \right) \quad (3.56)$$

olur ve standart sapma ise;

$$\sigma_{g_1|y_2} = s_{g_1} \times \sqrt{1 - \rho_{g_1 y_2}^2} \quad (3.57)$$

ile hesaplanır.

g_1 ve g_2 rassal değişkenlerinden g_1 normal ve g_2 lognormal dağılıyorsa sınır tenöre ait karar değişkenlerini hesaplamak için aşağıdaki eşitlikler kullanılır.

g_2 verilip g_1 isteniyorsa buna ilişkin standart normal değişken Eşitlik 3.58 ile bulunur.

$$z = \frac{g_{c1} - \mu_{g_1|y_2}}{\sigma_{g_1|y_2}} \quad (3.58)$$

g_2 verildiğinde ve g_1 istendiği durumda ait sınır tenörün üzerindeki cevher kütlelerinin tonaj oranını belirlemek için ($T_{g_1|g_2}$) öncelikle Eşitlik 3.58'deki genel eşitlik kullanılır ve hesaplanan z değeri kullanılarak g_2 verildiğinde ve g_1 istendiği durumdaki tonaj oranı belirlenir. Daha sonra Eşitlik 3.59 kullanılarak, iki değişkenin arasında ilişki olduğu durum için tonaj oranı (T_{Bagimli}) elde edilir.

$$T_{\text{Bagimli}} = T_{g_1|g_2} \times T_{g_2} \quad (3.59)$$

İki değişkenli ve hibrid dağılım için, g_2 'nin sınır tenörünün üzerindeki cevher kütlelerinin ortalama tenörü Eşitlik 3.60 kullanılarak hesaplanır.

$$\overline{g_{c_{g_2}}} = \frac{B}{T_{\text{Bagimli}}} \times \overline{g_2} \quad (3.60)$$

Eşitlikte 3.60'da kullanılan parametrelere ait eşitlikler de aşağıda verilmiştir.

$$B = 1 - \Phi(z - \sigma_{g_1 y_2}) \quad (3.61)$$

$$\sigma_{g_1 y_2} = \rho_{g_1 y_2} \times s_{g_1} \times s_{y_2} \quad (3.62)$$

g_1 'in sınır tenörünün üzerinde kalan cevher kütlesinin ortalama tenörü Eşitlik 3.63 ile hesaplanır.

$$\overline{g_{c_{g_1}}} = \overline{g_1} + \left(\frac{\sigma_{g_1 y_2}}{T_{\text{Bagimli}}} \times \phi(z) \right) \quad (3.63)$$

Eşitlik 3.63'de kullanılan parametreler ise,

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi}} \times \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad (3.64)$$

$$\sigma_{g_1 y_2} = \rho_{g_1 y_2} \times s_{g_1} \times s_{y_2} \quad (3.65)$$

olur.

— İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılıma sahip iki değişkenin bağımsızlık durumu

Eğer g_1 ve g_2 sürekli rastlantı değişkenleri ve aralarında korelasyon yoksa; bu iki değişkenin dağılımları birleştirilerek bağımsızlık durumu için iki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılım elde edilir. İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılımın; g_1 ve $y_2 = \log(g_2)$ 'nin birbirlerinden bağımsız olduğu ($\rho_{g_1 y_2} = 0$) durum için olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 3.66'daki gibi yazılır.

$$f(g_1, g_2) = \frac{1}{2 \times \pi \times g_2 \times s_{g_1} \times s_{y_2}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \times \left(\left(\frac{g_1 - \bar{g}_1}{s_{g_1}} \right)^2 + \left(\frac{\log(g_2) - \bar{y}_2}{s_{y_2}} \right)^2 \right) \right] \quad (3.66)$$

Hibrid iki değişkenli normal-lognormal dağılımın değişkenlerinin $\rho_{g_1 y_2} = 0$ durumu için sınır tenöre bağlı karar değişkenlerinin hesaplanmasında koşullu olasılık fonksiyonu kullanılır.

g_1 'e ait olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik 3.67'deki gibi yazılır. g_2 'ye ait olasılık yoğunluk fonksiyonu ise Eşitlik 3.68'deki gibi gösterilir.

$$f(g_1) = \frac{1}{\sigma_{g_1} \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \times \left(\frac{g_1 - \mu_{g_1}}{\sigma_{g_1}} \right)^2 \right] \quad (3.67)$$

$$f(g_2) = \frac{1}{g_2 \times \sigma_{y_2} \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \times \left(\frac{\log(g_2) - \mu_{y_2}}{\sigma_{y_2}} \right)^2 \right] \quad (3.68)$$

g_1 ve g_2 rassal değişkenlerinden g_1 normal ve g_2 lognormal dağılıyorsa sınır tenöre ait karar değişkenlerini hesaplamak için aşağıdaki eşitlikler kullanılır.

g_2 'ye ait standart normal değişken Eşitlik 3.69 ile hesaplanır.

$$z = \frac{\log(g_{c2}) - \mu_{y_2}}{\sigma_{y_2}} \quad (3.69)$$

g_1 'e ait standart normal değişken ise Eşitlik 3.70 ile bulunur.

$$z = \frac{g_{c1} - \mu_{g_1}}{\sigma_{g_1}} \quad (3.70)$$

Hesaplanan z değerleri kullanılarak $\Phi(z)$ değerleri standart normal değerler tablosundan belirlenir.

Sınır tenörün üzerindeki cevher kütlelerinin tonaj oranı (T_{Bagimsiz}) aşağıdaki eşitliklerle belirlenir (Konuk and Yersel, 1998).

$$P_{g_1} = 1 - \Phi(z) \quad (3.71)$$

$$P_{g_2} = 1 - \Phi(z) \quad (3.72)$$

$$T_{\text{Bagimsiz}} = P_{g_1} \times P_{g_2} \quad (3.73)$$

Eşitliklerde;

$T_{\text{Bağımsız}}$: Değişkenlerin bağımsızlık durumu için tonaj oranı

P_{g1} : Birinci cevhere ait oranı,

P_{g2} : İkinci cevhere ait oranı göstermektedir.

İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılım için, g_2 'ye ait sınır tenörün üzerindeki cevher kütlesinin ortalama tenörü Eşitlik 3.74 ile belirlenir.

$$\overline{g_{c_{g_2}}} = \frac{B}{P_{g_2}} \times \overline{g_2} \quad (3.74)$$

Eşitlik 3.74'te kullanılan B , Eşitlik 3.75 kullanılarak hesaplanır. Bu eşitlikte kullanılan $\Phi(z - s_{y_2})$ ise, normal değerler tablosu yardımıyla bulunur.

$$B = 1 - \Phi(z - s_{y_2}) \quad (3.75)$$

g_1 'in sınır tenörünün üzerinde kalan cevher kütlesinin ortalama tenörü Eşitlik 3.76'yla bulunur.

$$\overline{g_{c_{g_1}}} = \overline{g_1} + \left(\frac{S_{g_1}}{P_{g_1}} \times \phi(z) \right) \quad (3.76)$$

Eşitlik 3.76'de kullanılan $\phi(z)$,

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi}} \times \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad (3.77)$$

ile verilir. P_{g_1} ise Eşitlik 3.71 ile hesaplanır.

BÖLÜM 4

SINIR SAFSIZLIĞA BAĞLI KARAR DEĞİŞKENLERİNİN BELİRLENMESİ

Metalik maden yataklarının birçoğunun işletimi, ekonomik ve teknolojik faktörlere bağlı olarak sınır tenör kararları ile gerçekleştirilirken, manyezit gibi bazı maden yataklarının işletimi ise, genellikle alınacak sınır safsızlık kararları ile gerçekleştirilmektedir. Metalik maden yataklarında sınır tenörün üzerindeki kütleler işletilebilir cevher ve sınır tenörün altındaki kütleler ise atık olarak tanımlanırken, manyezit maden yataklarında sınır safsızlık değerinin altındaki kütleler işletilebilir cevher ve sınır safsızlık değerinin üzerindeki kütleler ise atık olarak tanımlanır (Yersel ve Konuk, 1997).

Bu bölümde tek ve çok değişkenli maden yataklarında, sınır safsızlık seçeneklerine bağlı olarak maden yatağının ekonomik değerlendirmesinde önemli karar değişkenleri olan, tonaj oranı ve ortalama safsızlıkların hesaplanmasında kullanılan tanım ve eşitlikler açıklanmaktadır.

4.1. Tek Değişkenli Maden Yataklarına ait Sınır Safsızlığa Bağlı Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi

Tek değişkenli maden yataklarında, normal dağılım veya lognormal dağılıma sahip değişkenin sınır safsızlık seçeneklerine ait karar değişkenlerinin belirlenmesinde kullanılacak eşitlikler aşağıdaki bölümlerde verilmektedir.

4.1.1. Normal dağılıma sahip değişkenin sınır safsızlık seçenekleri için karar değişkenleri

g rassal değişkeni normal dağılıyorsa; buna ait sınır safsızlık seçenekleri için karar değişkenleri aşağıdaki eşitliklerle belirlenir. Tek değişkenli dağılımlarda safsızlık tonaj oranı (T_i), aşağıdaki eşitlikler kullanılarak hesaplanır.

Normal dağılıma sahip tek değişkenli maden yatağında sınır safsızlık değerinin altındaki kütlelerin safsızlık tonaj oranının belirlenmesi için öncelikle standart normal değişkenin değeri Eşitlik 4.1 kullanılarak hesaplanır.

$$z = \frac{g_{ci} - \bar{g}_i}{s_{g_i}} \quad (4.1)$$

Bu eşitlikte;

- z : Standart normal değişkeni,
- s_{g_i} : g_i 'ye ait standart sapmayı,
- \bar{g}_i : g_i değerlerinin aritmetik ortalamasını,
- g_{ci} : Sınır safsızlığı ifade etmektedir.

Yukarıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanan z değerine karşılık gelen $\Phi(z)$, normal değerler tablosu kullanılarak bulunur. Sınır safsızlık değerinin altındaki safsızlık tonaj oranı Eşitlik 4.2 ile hesaplanır.

$$T_i = \Phi(z) \quad (4.2)$$

Normal dağılım için, sınır safsızlık değerinin altında kalan safsızlığın ortalama değeri Eşitlik 4.3 ile bulunur.

$$\bar{g}_{ci} = \bar{g}_i + \left(\frac{S_{g_i}}{T_i} \times \phi(z) \right) \quad (4.3)$$

Eşitlik 4.3'te kullanılan $\phi(z)$ 'de Eşitlik 4.4'deki gibi gösterilir.

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi}} \times \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad (4.4)$$

Eşitliklerde;

- \bar{g}_{ci} : Sınır safsızlık değerinin altında kalan safsızlığın ortalamasını,
- $\phi(z)$: z değerine bağlı olarak standart normal eğrinin yüksekliğini ifade etmektedir.

4.1.2. Lognormal dağılıma sahip değişkenin sınır safsızlık seçenekleri için karar değişkenleri

Bir maden yatağındaki g_i değişkenine ait safsızlık değerleri lognormal dağılıyorsa $y_i = \log(g_i)$ şeklinde yazılır ve sınır safsızlık değerini hesaplamak için aşağıdaki eşitlikler kullanılır (Konuk ve Yersel, 1998).

Lognormal dağılıma sahip tek değişkenli maden yatağında sınır safsızlığın altındaki cevher kütlelerinin tonaj oranının belirlenmesi için öncelikle standart normal değişkenin değeri Eşitlik 4.5 kullanılarak hesaplanır.

$$z = \frac{\log(g_{ci}) - \bar{y}_i}{s_{y_i}} \quad (4.5)$$

Bu eşitlikte,

\bar{y}_i : $y_i = \log(g_i)$ 'nin ortalamasını

s_{y_i} : $y_i = \log(g_i)$ 'nin standart sapmasını göstermektedir.

\bar{y}_i ve s_{y_i} , Eşitlik 4.6 ve Eşitlik 4.7 kullanılarak hesaplanır.

$$\bar{y}_i = \log(\bar{g}_i) - \frac{1}{2} \times s_{y_i}^2 \quad (4.6)$$

$$s_{y_i} = \left[\log \left(1 + \frac{s_{g_i}^2}{\bar{g}_i^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.7)$$

Hesaplanan z değerine karşılık gelen alanı gösteren $\Phi(z)$ normal değerler tablosu kullanılarak bulunur. T_i ise Eşitlik 4.8 ile hesaplanır.

$$T_i = \Phi(z) \quad (4.8)$$

Lognormal dağılım için, sınır safsızlık değerinin altında kalan alandaki safsızlığın ortalama değeri Eşitlik 4.9 ile bulunur.

$$\bar{g}_{ci} = \frac{B}{T_i} \times \bar{g}_i \quad (4.9)$$

Eşitlik 4.9'da kullanılan B ise Eşitlik 4.10 kullanılarak hesaplanır. Bu eşitlikteki $\Phi(z - s_{y_i})$, normal değerler tablosu kullanılarak bulunur.

$$B = \Phi(z - s_{y_i}) \quad (4.10)$$

4.2. İki Değişkenli Maden Yataklarına ait Sınır Safsızlığa Bağlı Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi

İki değişkenli maden yataklarında, sınır safsızlığa bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesinde kullanılan, iki değişkenli normal dağılım, iki değişkenli lognormal dağılım ve hibrid iki değişkenli normal-lognormal dağılıma ait eşitlikler aşağıdaki bölümlerde incelenmiştir.

4.2.1. İki değişkenli ve normal dağılımlı maden yataklarında sınır safsızlığa bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi

İki değişkenli ve normal dağılımlı maden yataklarında sınır safsızlığa bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi için, dağılımın değişkenlerinin bağımlı ve bağımsız oldukları durumlar aşağıdaki bölümlerde verilmiştir.

— Normal dağılıma sahip iki değişkenin bağımlılık durumu

$g_i=(g_{i1},g_{i2})$ şeklinde iki boyutlu sürekli bir rassal değişken olsun. İki değişkenli normal dağılımın değişkenlerinin bağımlı olduğu ($\rho_{g_{i1}g_{i2}} \neq 0$) durumu için sınır safsızlık değerlerinin hesaplanması için koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılır.

g_{i2} 'nin verildiği ve g_{i1} 'in istendiği durumdaki koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu ($f(g_{i1} | g_{i2})$) ise, Eşitlik 4.11 'de verilmiştir.

$$f(g_{i1} | g_{i2}) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi \times \sigma_{g_{i1} | g_{i2}}^2}} \times \exp \left[-\frac{(g_{i1} - \mu_{g_{i1} | g_{i2}})^2}{2 \times \sigma_{g_{i1} | g_{i2}}^2} \right] \quad (4.11)$$

g_{i2} 'nin verildiği ve g_{i1} 'in istendiği durumdaki koşullu olasılığa ait ortalama ($\mu_{g_{i1} | g_{i2}}$) ve varyans ($\sigma_{g_{i1} | g_{i2}}^2$) ise, Eşitlik 4.12 ve Eşitlik 4.13 kullanılarak hesaplanır.

$$\mu_{g_{i1} | g_{i2}} = \bar{g}_{i1} - \left(\rho_{g_{i1}g_{i2}} \times \frac{s_{g_{i1}}}{s_{g_{i2}}} \times (g_{i2} - \bar{g}_{i2}) \right) \quad (4.12)$$

$$\sigma_{g_{i1} | g_{i2}}^2 = s_{g_{i1}}^2 \times (1 - \rho_{g_{i1}g_{i2}}^2) \quad (4.13)$$

İki değişkenli normal dağılımın koşullu olasılığında sınır safsızlığa karşılık gelen standart normal değişkenleri hesaplamak için aşağıdaki eşitlikler kullanılır.

g_{i2} verilip g_{i1} isteniyorsa buna ilişkin standart normal değişken ise Eşitlik 4.14 ile belirlenir.

$$z = \frac{g_{ci1} - \mu_{g_{i1} \setminus g_{i2}}}{\sigma_{g_{i1} \setminus g_{i2}}} \quad (4.14)$$

Eşitlikte,

g_{ci1} : g_{i1} 'e ait sınır safsızlık değerini,

z : Standart normal değişken değerini göstermektedir.

g_{i2} verildiğinde ve g_{i1} 'in istendiği duruma ait sınır safsızlığın altındaki tonaj oranını belirlemek için ($T_{g_{i1} \setminus g_{i2}}$) öncelikle Eşitlik 4.15'deki genel eşitlik kullanılır ve hesaplanan z değeri kullanılarak tonaj oranı belirlenir.

Eşitlik 4.15 kullanılarak, iki değişkenin arasında korelasyon olduğu durum için tonaj oranı ($T_{iBagimli}$) elde edilir.

$$T_{iBagimli} = T_{g_{i1} \setminus g_{i2}} \times T_{g_{i2}} \quad (4.15)$$

Yukarıdaki eşitlik kullanılarak $T_{iBagimli}$ belirlendikten sonra, aşağıdaki eşitlikler kullanılarak safsızlık ortalamaları hesaplanır.

g_1 'e ait safsızlık ortalaması Eşitlik 4.16 ile ve g_2 'ye ait safsızlık ortalaması da Eşitlik 4.17 kullanılarak belirlenir.

$$\overline{g_{ci_{g_1}}} = \overline{g_{i1}} + \left(\frac{\sigma_{g_{i1}g_{i2}}}{T_{iBağımlı}} \times \phi(z) \right) \quad (4.16)$$

$$\overline{g_{ci_{g_2}}} = \overline{g_{i2}} + \left(\frac{\sigma_{g_{i1}g_{i2}}}{T_{iBağımlı}} \times \phi(z) \right) \quad (4.17)$$

Bu eşitliklerde kullanılan parametreler ise, Eşitlik 4.18 ve Eşitlik 4.19 ile hesaplanır.

$$\sigma_{g_{i1}g_{i2}} = \rho_{g_{i1}g_{i2}} \times s_{g_{i1}} \times s_{g_{i2}} \quad (4.18)$$

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi}} \times \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad (4.19)$$

Eşitliklerde;

$\overline{g_{ci_{g_1}}}$: g_{i1} in ortalama safsızlık değerini,

$\overline{g_{ci_{g_2}}}$: g_{i2} 'nin ortalama safsızlık değerini,

$\phi(z)$: standart normal eğrinin yüksekliğini göstermektedir.

— Normal dağılıma sahip iki değişkenin bağımsızlık durumu

İki değişkenli bir maden yatağında normal dağılan değişkenler g_{i1} ve g_{i2} olsun. Bu değişkenlerin bağımsız oldukları ($\rho_{g_{i1}g_{i2}} = 0$) durum için sınır safsızlık değerlerinin hesaplanmasında aşağıdaki eşitlikler kullanılır.

g_{i2} 'ye ait standart normal değişken Eşitlik 4.21 ile hesaplanır.

$$z = \frac{g_{ci2} - \mu_{g_{i2}}}{\sigma_{g_{i2}}} \quad (4.20)$$

g_{i1} 'e ait standart normal değişken Eşitlik 4.21 ile belirlenir.

$$z = \frac{g_{ci1} - \mu_{g_{i1}}}{\sigma_{g_{i1}}} \quad (4.21)$$

Hesaplanan z değerleri kullanılarak $\Phi(z)$ değerleri standart normal değerler tablosundan belirlenir. Sınır safsızlığın altındaki safsızlık tonaj oranı ($T_{iBagimsiz}$) aşağıdaki eşitliklerle belirlenir.

$$P_{gi1} = \Phi(z) \quad (4.22)$$

$$P_{gi2} = \Phi(z) \quad (4.23)$$

$$T_{iBagimsiz} = P_{gi1} \times P_{gi2} \quad (4.24)$$

Eşitlikte;

$T_{iBagimsiz}$: Safsızlıkların bağımsızlık durumu için tonaj oranı

P_{gi1} : Birinci safsızlığa ait oranı,

P_{gi2} : İkinci safsızlığa ait oranı göstermektedir.

İki değişkenli normal dağılım için, g_{i2} 'nin safsızlık ortalaması ($\rho_{g_{i1}g_{i2}} = 0$ için)

Eşitlik 4.25 ile bulunur.

$$\overline{g_{ci_{g_{i2}}}} = \overline{g_{i2}} + \left(\frac{S_{g_{i2}}}{P_{g_{i2}}} \times \phi(z) \right) \quad (4.25)$$

g_{i1} 'in safsızlığının ortalama değeri ($\rho_{g_{i1}g_{i2}} = 0$ için) ise, Eşitlik 4.26 ile bulunur.

$$\overline{g_{ci_{g_{i1}}}} = \overline{g_{i1}} + \left(\frac{S_{g_{i1}}}{P_{g_{i1}}} \times \phi(z) \right) \quad (4.26)$$

4.2.2. İki değişkenli ve lognormal dağılımlı maden yataklarında sınır safsızlığa bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi

İki değişkenli ve lognormal dağılımlı maden yataklarında sınır safsızlık değerine bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi için, dağılımın değişkenlerinin bağımlı ($\rho_{y_1 y_2} \neq 0$) ve bağımsız ($\rho_{y_1 y_2} = 0$) oldukları durumlar aşağıda açıklanmıştır.

— Lognormal dağılıma sahip iki değişkenin bağımlılık durumu

Bir maden yatağında bulunan g_{i1} ve g_{i2} sürekli rastlantı değişkenleri ve aralarında ilişki varsa bunlar farklı parametrelerle (ortalama ve varyans) ayrı ayrı lognormal dağılırlar. Bu dağılımlar birleştirilirse iki değişkenli lognormal dağılım elde edilir. İki değişkenli lognormal dağılımın değişkenlerin bağımlı olduğu ($\rho_{y_1 y_2} \neq 0$) durum için sınır safsızlığa bağlı karar değişkenlerinin hesaplanmasında koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılır.

g_{i1} ve g_{i2} rassal değişkenleri lognormal dağılıyorsa $y_{i1} = \log(g_{i1})$ ve $y_{i2} = \log(g_{i2})$ şeklinde yazılır (Konuk ve Yersel, 1998). Sınır safsızlığa bağlı karar değişkenlerini hesaplamak için aşağıdaki eşitlikler kullanılır.

g_{i2} verilip g_{i1} isteniyorsa buna ilişkin standart normal değişken ise Eşitlik 4.27 ile bulunur.

$$z = \frac{\log(g_{ci1}) - \mu_{y_1 y_2}}{\sigma_{y_1 y_2}} \quad (4.27)$$

Hesaplanan z değeri kullanılarak g_{i2} 'in verildiği ve g_{i1} istendiği durumdaki tonaj oranı belirlenir. Daha sonra Eşitlik 4.28 kullanılarak, iki değişkenin arasında korelasyon olduğu durum için tonaj oranı ($T_{iBagimli}$) elde edilir.

$$T_{iBagimli} = T_{g_{i1} \setminus g_{i2}} \times T_{g_{i2}} \quad (4.28)$$

Eşitlik 4.29 kullanılarak $T_{iBagimli}$ belirlendikten sonra aşağıdaki eşitlikler kullanılarak sınır safsızlığın altında kalan ortalama safsızlık değerleri hesaplanır.

g_{i1} 'e ait ortalama safsızlık,

$$\overline{g_{ci_{g_{i1}}}} = \frac{B}{T_{iBagimli}} \times \overline{g_{i1}} \quad (4.29)$$

olur. g_{i2} 'ye ait ortalama safsızlığa ise, Eşitlik 4.30 ile hesaplanır.

$$\overline{g_{ci_{g_{i2}}}} = \frac{B}{T_{iBagimli}} \times \overline{g_{i2}} \quad (4.30)$$

Yukarıdaki eşitliklerde kullanılan parametreler de aşağıdaki eşitliklerle belirlenir.

$$B = \Phi(z - \sigma_{y_{i1}y_{i2}}) \quad (4.31)$$

$$\sigma_{y_{i1}y_{i2}} = \rho_{y_{i1}y_{i2}} \times s_{y_{i1}} \times s_{y_{i2}} \quad (4.32)$$

— Lognormal dağılıma sahip iki değişkenin bağımsızlık durumu

Maden yatağında bulunan g_1 ve g_2 sürekli rastlantı değişkenleri ve aralarında korelasyon yoksa iki değişkenli lognormal dağılımına sahip g_{i1} ve g_{i2} rassal değişkenleri $y_{i1}=\log(g_{i1})$ ve $y_{i2}=\log(g_{i2})$ şeklinde yazılır. Bu değişkenlerin sınır safsızlık değerlerini hesaplamak için aşağıdaki eşitlikler kullanılır (Konuk ve Yersel, 1998).

g_{i2} 'ye ilişkin standart normal değişken Eşitlik 4.33 ile hesaplanır.

$$z = \frac{\log(g_{ci2}) - \bar{y}_{i2}}{s_{y_{i2}}} \quad (4.33)$$

g_{i1} 'e ilişkin standart normal değişken Eşitlik 4.34 ile belirlenir.

$$z = \frac{\log(g_{ci1}) - \bar{y}_{i1}}{s_{y_{i1}}} \quad (4.34)$$

Hesaplanan z değerleri kullanılarak $\Phi(z)$ değerleri standart normal değerler tablosundan belirlenir. Sınır safsızlığın altında kalan $T_{iBagimsiz}$ aşağıdaki eşitliklerle belirlenir

$$P_{gi1} = \Phi(z) \quad (4.35)$$

$$P_{gi2} = \Phi(z) \quad (4.36)$$

$$T_{iBagimsiz} = P_{gi1} \times P_{gi2} \quad (4.37)$$

Eşitlikte;

$T_{i\text{Bağımsız}}$: Değişkenlerin bağımsızlık durumu için tonaj oranını,

$P_{g_{i1}}$: Birinci safsızlığa ait oranı,

$P_{g_{i2}}$: İkinci safsızlığa ait oranı göstermektedir.

İki değişkenli lognormal dağılım için, g_{i2} 'in sınır safsızlık değerinin altında kalan safsızlık kütlelerinin ortalaması Eşitlik 4.38 ile bulunur. Eşitlikte kullanılan $B_{g_{i2}}$, Eşitlik 4.39'la ve $\Phi(z - s_{y_{i2}})$ normal değerler tablosundan bulunur.

$$\overline{g_{c_{i2}}} = \frac{B}{P_{g_{i2}}} \times \overline{g_{i2}} \quad (4.38)$$

$$B = \Phi(z - s_{y_{i2}}) \quad (4.39)$$

g_{i1} 'in sınır safsızlık değerinin altında kalan safsızlığın ortalaması Eşitlik 4.41 ile hesaplanır.

$$\overline{g_{c_{i1}}} = \frac{B}{P_{g_{i1}}} \times \overline{g_{i1}} \quad (4.40)$$

Bu eşitlikte kullanılan B , Eşitlik 4.41 ile hesaplanır. $\Phi(z - s_{y_{i1}})$ ise normal değerler tablosu kullanılarak belirlenir. Eşitlik 4.40'da kullanılan $P_{g_{i1}}$ ise, Eşitlik 4.35 ile hesaplanır.

$$B = \Phi(z - s_{y_{i1}}) \quad (4.41)$$

4.2.3. İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılımlı maden yataklarında sınır safsızlığa bağlı karar değişkenlerinin belirlenmesi

Değişkenlerin birinin normal ve diğerinin lognormal dağıldığı hibrid dağılımlı iki değişkenli maden yataklarında değişkenler arasında bağımlılık ve bağımsızlık durumları için sınır safsızlık seçeneklerine bağlı karar değişkenlerinin hesaplanmasında kullanılan eşitlikler aşağıda verilmiştir.

— İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılıma sahip iki değişkenin bağımlılık durumu

Eğer g_1 ve g_2 sürekli rastlantı değişkenleri ve bunlardan g_1 normal ve g_2 lognormal dağılıyorsa $y_{i2} = \log(g_{i2})$ şeklinde gösterilir. İki değişkenli ve Hibrid normal-lognormal dağılımın değişkenlerinin bağımlı olma ($\rho_{g_1, y_{i2}} \neq 0$) durumu için sınır safsızlıklara bağlı karar değişkenlerinin hesaplanmasında koşullu olasılık fonksiyonu kullanılır.

g_{i1} ve g_{i2} rassal değişkenlerinden g_{i1} normal ve g_{i2} lognormal dağılıyorsa ($y_{i2} = \log(g_{i2})$), sınır safsızlıklara bağlı karar değişkenlerinin hesaplanmasında aşağıdaki eşitlikler kullanılır.

g_2 verilip g_1 isteniyorsa buna ilişkin standart normal değişken Eşitlik 4.42 ile hesaplanır.

$$Z = \frac{g_{ci1} - \mu_{g_{i1} | y_{i2}}}{\sigma_{g_{i1} | y_{i2}}} \quad (4.42)$$

g_2 verildiği ve g_1 'e istendiği durumdaki sınır safsızlığın altındaki cevher kütlelerinin tonaj oranını belirlemek için $(T_{g_1 \setminus g_2})$ öncelikle Eşitlik 4.42'deki genel eşitlik kullanılır ve hesaplanan z değeri kullanılarak tonaj oranı belirlenir. Daha sonra Eşitlik 4.43 kullanılarak, iki değişkenin arasında ilişki olduğu durum için tonaj oranı ($T_{\text{Bağımlı}}$) elde edilir.

$$T_{\text{Bağımlı}} = T_{g_1 \setminus g_2} \times T_{g_2} \quad (4.43)$$

İki değişkenli ve hibrid dağılım için, g_2 'nin sınır safsızlığın altındaki cevher kütlelerinin ortalama değeri Eşitlik 4.44 kullanılarak hesaplanır.

$$\overline{g_{c_{i_{g_2}}}} = \frac{B}{T_{\text{Bağımlı}}} \times \overline{g_{i_2}} \quad (4.44)$$

Eşitlikte 4.44'de kullanılan parametrelere ait eşitlikler de aşağıda verilmiştir.

$$B = \Phi(z - \sigma_{g_{i_1} y_{i_2}}) \quad (4.45)$$

$$\sigma_{g_{i_1} y_{i_2}} = \rho_{g_{i_1} y_{i_2}} \times S_{g_{i_1}} \times S_{y_{i_2}} \quad (4.46)$$

g_{i_1} 'in sınır safsızlığının altında kalan cevher kütlelerinin ortalama safsızlık değeri Eşitlik 4.47 ile hesaplanır.

$$\overline{g_{c_{i_{g_1}}}} = \overline{g_{i_1}} + \left(\frac{\sigma_{g_{i_1} y_{i_2}}}{T_{\text{Bağımlı}}} \times \phi(z) \right) \quad (4.47)$$

Eşitlik 4.47'de kullanılan parametreler ise,

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi}} \times \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad (4.48)$$

$$\sigma_{g_1 y_2} = \rho_{g_1 y_2} \times s_{g_1} \times s_{y_2} \quad (4.49)$$

olur.

— İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılıma sahip iki değişkenin bağımsızlık durumu

Eğer g_{i1} ve g_{i2} sürekli rastlantı değişkenleri ve aralarında ilişki yoksa ($\rho_{g_{i1}y_{i2}} = 0$); bu iki değişkenin dağılımları birleştirilerek bağımsızlık durumu için iki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılım elde edilir.

İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılımın; g_{i1} ve $y_{i2} = \log(g_{i2})$ 'nin birbirlerinden bağımsız olduğu ($\rho_{g_{i1}y_{i2}} = 0$) durum için sınır safsızlık değerlerinin hesaplanmasında aşağıdaki eşitlikler kullanılır.

g_{i2} 'ye ilişkin standart normal değişken Eşitlik 4.50 ile hesaplanır.

$$z = \frac{\log(g_{ci2}) - \bar{y}_{i2}}{s_{y_{i2}}} \quad (4.50)$$

g_{i1} 'e ilişkin standart normal değişken Eşitlik 4.51 ile hesaplanır.

$$z = \frac{g_{ci1} - \bar{g}_1}{s_{g_1}} \quad (4.51)$$

Hesaplanan z değerleri kullanılarak $\Phi(z)$ değerleri standart normal değerler tablosundan belirlenir. Sınır safsızlık değerinin altında kalan safsızlık kütlelerinin tonaj oranı ($T_{i\text{Bağımsız}}$) aşağıdaki eşitliklerle belirlenir.

$$P_{g_{i1}} = \Phi(z) \quad (4.52)$$

$$P_{g_{i2}} = \Phi(z) \quad (4.53)$$

$$T_{i\text{Bağımsız}} = P_{g_{i1}} \times P_{g_{i2}} \quad (4.54)$$

Eşitliklerde;

$T_{i\text{Bağımsız}}$: Değişkenlerin bağımsızlık durumu için tonaj oranı

$P_{g_{i1}}$: Birinci cevhere ait oranı,

$P_{g_{i2}}$: İkinci cevhere ait oranı göstermektedir.

İki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılım için, g_{i1} verildiğinde g_{i2} 'nin sınır safsızlık değerinin altında kalan safsızlık kütlelerinin ortalama değeri Eşitlik 4.55 ve bu eşitlikte kullanılan B Eşitlik 4.56 kullanılarak hesaplanır. Eşitlik 4.56'de kullanılan $\Phi(z - s_{y_{i2}})$ ise, normal değerler tablosu yardımıyla bulunur.

$$\overline{g_{ci_{g_{i2}}}} = \frac{B}{P_{g_{i2}}} \times \overline{g_{i2}} \quad (4.55)$$

$$B = \Phi(z - s_{y_{i2}}) \quad (4.56)$$

g_{i1} 'in sınır safsızlık değerinin altında kalan safsızlık kütesinin ortalama değeri Eşitlik 4.57 ile bulunur.

$$\overline{g_{ci_{g_{i1}}}} = \overline{g_{i1}} + \left(\frac{S_{g_{i1}}}{P_{g_{i1}}} \times \phi(z) \right) \quad (4.57)$$

Eşitlik 4.57'de kullanılan $\phi(z)$ ise,

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2 \times \pi}} \times \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad (4.58)$$

ile verilir.

BÖLÜM 5

MANYEZİTİN OLUŞUMU VE ÖZELLİKLERİ

Magnezyum gerek metal olarak ve gerekse bileşik halinde bugünkü teknolojinin önemli bir hammaddesidir. En geniş magnezyum tüketimi magnezyum bileşikleri (MgO , $MgCO_3$, $Mg(OH)_2$, $MgCl_2$, $MgSO_4$ gibi) şeklinde gerçekleşmektedir. Bütün bu bileşiklerin başında toplam tüketimin %80'ini kapsayan ve magnezya adı verilen MgO bulunmaktadır. Çünkü MgO yüksek ergime noktası nedeniyle refrakter malzeme endüstrisinin en önemli hammaddelerinden biri durumundadır. Magnezyanın ve diğer magnezyum bileşiklerinin en önemli kaynağı manyezittir. Manyezit, bir magnezyum karbonat minerali olup doğada oldukça sık rastlanan bileşiklerden biridir (Emrulloğlu, 1984).

5.1. Manyezitin Tarihçesi

Manyezit minerali bulunmadan önce 1795 yılında J.E.Delanetherie, magnezyum karbonat, sülfat, nitrat ve klorit gibi tuzlara “Manyezit” adını vermiştir. A.Brongmart ise aynı terimi magnezyum karbonat ve silikatlar için kullanmış, 1803 yılında “C.F.Ludwing Moravia”da tabii magnezyum ve 1808 yılında da “D.L.G. Karsten” magnezyum karbonata “manyezit” adını vermiştir (Sekizinci Beş Yıllık Kalkınma Planı, 2001).

Maden Tetkik ve Arama Enstitüsü raporlarına göre, Türkiye’de manyezit aramaları ilk olarak 1808 yılında “Fransa Elektore Coulant” firması tarafından Sakarya’da yapılmıştır. İlk manyezit üretimi ise 1929 yılında başlamış, 1962 yılına kadar artarak devam etmiş, 1962 yılından itibaren de süratle artmıştır. Kalsine manyezit üretimi 1940 yılında başlamış, 1964 yılına kadar önemli bir artış göstermemiş, bu

tarihten itibaren üretimin arttığı gözlenmiştir (Sekizinci Beş Yıllık Kalkınma Planı, 2001).

5.2. Manyezitin Tanımı

Manyezit, formülü $MgCO_3$ olup, saf iken renksiz, diğer hallerde beyaz, sarı, kahverengi, gri veya siyaha kadar değişen renklerde bulunan bir mineraldir. Teorik olarak %47,8 MgO ve %52,2 CO_2 içerir. Ancak bu mineral değişik oranlarda karbonatlar, demir, kalsiyum, mangan ve alüminyum silikatları içerir (MTA, 1982).

Manyezit ısıtılınca CO_2 çıkararak MgO'ya dönüşür. Manyezit soğuk hidroklorik asitte hiçbir reaksiyon vermez; buna karşılık dolomit zayıf köpürme gösterir, kalsit ise oldukça köpürür. Bu özelliği manyezitin diğer iki mineralden kolayca ayrılmasını sağlar (MTA, 1982).

Manyezit doğada kristalin ve kriptokristalin (amorf) olmak üzere iki şekilde bulunur. Kristalin manyezitin sertliği 3,2–4 arasında ve özgül ağırlığı 3,05 gr/cc'dir. Rengi beyazdan siyaha kadar değişir. Kriptokristalin manyezit ise beyaz renklidir. Özgül ağırlığı 2,9–3 gr/cc arasındadır. Kriptokristalin manyezit kristalin tipe nazaran daha saftır (MTA, 1982). Kriptokristalin manyezit türü konkoidal karakterde olup opal ve kalsedon ihtiva eder. Kriptokristalin manyezit genellikle saf halde bulunmakla beraber, bir miktar demir, kalsiyum, alüminyum ve silis karışmış olabilir. Cevher kalitesi de içerdiği bileşiklerin miktarına göre artar ya da azalır (Yıldız ve Köse, 2002).

Manyezite tabiatta, kullanım alanlarının gereklerine uygun özelliklerde rastlamak oldukça zordur. Çünkü herhangi bir yabancı elementin manyezit içerisinde %0,1 mertebesinden az veya çok bulunması, manyezitin bugünkü teknoloji ile ekonomik olarak değerlendirilip değerlendirilemeyeceğini belirleyebilmektedir (Sekizinci Beş Yıllık Kalkınma Planı, 2001).

5.3. Manyezitin Kimyasal Bileşimi

Refrakter malzeme üretiminin temel hammaddesi olan ve kullanım alanının en büyüğünü oluşturan manyezit cevherinin içinde bulunan safsızlıklar büyük önem taşımaktadır. Burada söz konusu olan %SiO₂, % CaO ve %Fe₂O₃ oranlarıdır (Yıldız ve Köse, 2002). İstenen bu değerler cevher zenginleştirme tekniklerinin gelişmesiyle değişebilir. Bu oranların artması halinde cevher kullanılmaz hale gelir. Refrakter tuğla yapımında kullanılacak cevherin CaO/SiO₂ oranının 2/1 olması istenir. Bu oranlarda kalsiyum ve silisyum, tuğla bünyesinde bağlayıcı görevi yapmaktadır (Uyguçgil, 2007).

5.4. Manyezit Cevherinin ve Magnezyum Bileşiklerinin Kullanım Alanları

Üretilen manyezit cevherinin %90'dan fazlası, kalsine manyezit ve sinter manyezite dönüştürülerek refrakter tuğla yapımında kullanılmaktadır. %10 oranındaki ham manyezit ise, magnezyum tuzları ve bazı ilaç yapımı ile çimento, kağıt ve şeker sanayinde kullanılır. Magnezyum bileşikleri'nin kullanım alanları ise;

- Magnezyum Karbonat: İzolasyon, lastik, mürekkep, cam, seramik, boya, eczacılık ve kozmetik sanayi,
- Magnezyum Hidroksit: Eczacılık ve şeker rafinasyonu,
- Magnezyum Klorür: Magnezyum metal üretimi, tekstil, kağıt, seramik ve çimento
- Magnezyum Sülfat: Eczacılık, suni gübre sanayi şeklinde sayılabilir (Url-1).

5.5. Manyezit Yataklarının Sınıflandırılması

5.5.1. İri kristalli manyezit yatakları

Manyezit yatakları içinde en yaygın ve geniş yatak tipidir. Bu yataklara iri kristalli, spatik veya bone manyezitler de denir. Bu yataklardaki manyezitler yüksek oranda demir içermekte ve yan kayaçları da genellikle dolomit ve kireçtaşıdır. İri kristalli manyezit yatakları, Avusturya, Rusya, Kore, Brezilya, Kanada, İspanya, Avustralya, Nepal ve ABD’de yaygın olarak bulunmaktadır (Kaya, 1993). Bu tip manyezit yataklarının oluşumu tartışmalıdır. Bu tartışmalar; Replasman teorisi ve Sedimenter teorisi olmak üzere iki grupta toplanır.

— Replasman teorisi

Bu teoriye göre iri kristalli manyezit yatakları, kireçtaşı veya dolomit gibi karbonat kayaçların magnezyumunun ortaya çıkması sonucu oluşur. Bu yatakların manyezit oluşumunu gerçekleştiren magnezyum eriyiklerinin derinlerdeki basınç artışı nedeniyle magnezyumun mobilize olması ve daha yukarılara taşınması sonucu oluştuğu ileri sürülmektedir (Yıldız ve Köse, 2002).

— Sedimenter teorisi

Bu teoriye göre, iri kristalli manyezit yatakları, kireçtaşı, dolomit veya kayatuzu oluşumlarında olduğu gibi birincil bir tortudan başka bir şey değildir. Kimyasal verilerin yanında yataklardaki tabakalı yapı bu teoriye kanıt olarak ileri sürülmektedir. Ancak araştırmacılar manyezit oluşumunun bir sulu manyezit ana safhasından sonra gerçekleştiğini de kabul etmektedir (Sekizinci Beş Yıllık Kalkınma Planı, 2001).

5.5.2. Kriptokristalin Manyezit Yatakları

Kriptokristalin manyezit, kristalin manyezite göre çok daha yüksek saflıkta olmaktadır. Kriptokristalin manyezit yataklarına mikro kristalli, amorf veya jel manyezitler de denir. Bu yataklardan küçük ancak çok sayıda bulunmaktadır. Kriptokristalin manyezit yataklarındaki manyezitler içinde Fe_2O_3 , CaO ve SiO_2 bulunur. Bu yataklardaki manyezitlerin yan kayaçları ultrabazik (serpantin) kayaçlardır. Kriptokristalin Manyezit Yatakları, Türkiye, Yunanistan, Yugoslavya ve Hindistan'da bulunur (Kaya, 1993).

5.5.3. Sedimenter manyezit yatakları

Sedimenter manyezit yatakları çok nadir olarak bulunmaktadır (Kaya, 1993). Mobilize olan magnezyumlu yerüstü sularının kapalı havzalarda toplanması ve çökmesi sonucu sedimenter manyezit yatakları oluşabilmektedir. Ancak nihai manyezit oluşumu daha çok diyajenetik safhada gerçekleşmektedir (Emrulloğlu, 1984).

5.6. Dünyadaki ve Türkiye'deki Manyezit Yatakları

Dünyadaki ve Türkiye'deki önemli manyezit yatakları aşağıdaki bölümlerde ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

5.6.1. Dünyadaki manyezit yatakları

Dünyadaki önemli manyezit üreticisi ülkeler; ABD, Kuzey Kore, Çin, Eski Çekoslovakya, Eski Yugoslavya, Yunanistan, Brezilya, İspanya, Türkiye, Hindistan ve Güney Afrika Cumhuriyetidir (Yıldız ve Köse, 2002). Dünya manyezit rezervinin ülkelere göre dağılımı ise Çizelge 5.1.'de verilmiştir.

Çizelge 5.1. Dünya Manyezit Rezervlerinin Ülkelere Göre Dağılımı (Yıldız ve Köse, 2002)

Ülkeler	Görünür Rezerv (milyon ton)	Potansiyel Rezerv (milyon ton)
ABD	10	15
Kanada	30	40
Brezilya	140	180
Avusturya	15	20
Çekoslovakya	20	30
Yunanistan	30	30
Türkiye	44	110
Eski Yugoslavya	5	10
Afrika	5	10
Çin	750	1.050
Hindistan	30	50
Kuzey Kore	450	750
Okyanusya	90	150
Diğerleri	325	340
Toplam	1.944	2.785

5.6.2. Türkiye'deki manyezit yatakları

Türkiye yüzölçümünün büyük bir kısmı ultrabazik kayalarla kaplıdır. Bunun sonucu olarak da önemli manyezit yataklarına sahiptir. Manyezit yataklanmasında ultrabazik kayalar çok önemlidir. Eldeki bilgiler ışığında Türkiye manyezit yatakları iki tipte toplanabilir.

Türkiye'de Denizli'nin doğusundaki Hırsızdere-Çambaşıköy zuhuru; sedimanter oluşumludur. Buradaki manyezitler, kilden konglomeraya kadar uzanan klasik tortul kayaç serisi içine yerleşmiş olup, alttan ve üstten dolomit ile sınırlandırılmıştır. Bundan dolayı cevherde yüksek oranda SiO₂ ve CaO bulunur. Ayrıca Erzincan Çataksu manyezit sahası da sedimanter bir oluşumdur (Yıldız ve Köse, 2002).

Türkiye'deki geri kalan tüm manyezit zuhurları ise genellikle serpantinleşmiş ultrabazik kayalarda çatlak, fay dolgusu şeklinde bulunur. En geniş manyezit oluşumu Konya bölgesindedir. Bu manyezit oluşumları silika oranının yüksek olmasından dolayı sınırlı üretilmektedir. Diğer geniş oluşumlar ise Çizelge 3.2'de verilmiştir (Yıldız ve Köse, 2002). Çizelge incelendiğinde Konya'yı %19,80 ile Eskişehir, %18,0 ile Kütahya, %6,15 ile Erzincan izlemektedir.

Çizelge 5.2. Türkiye Manyezit Rezervi'nin İllere Göre Yüzde Dağılımı (Yıldız ve Köse, 2002)

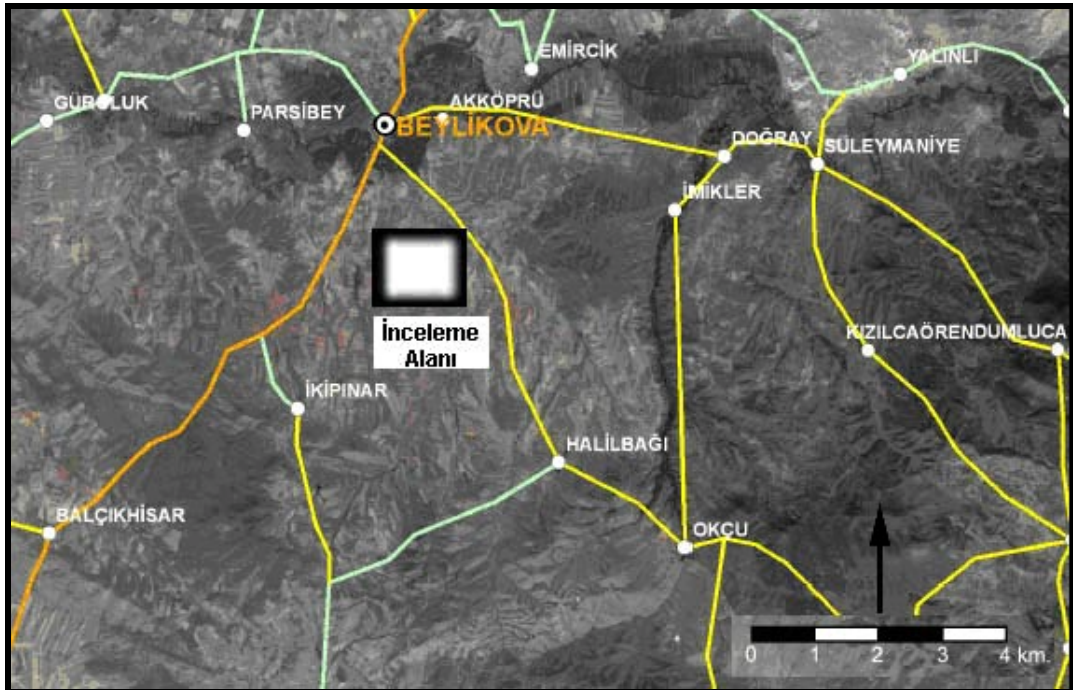
No	İl	Rezerv (ton)	Toplam içinde (%)
1	Konya	79.616.000	51,36
2	Eskişehir	30.696.000	19,80
3	Kütahya	28.825.560	18,60
4	Erzincan	9.528.600	6,15
5	Çankırı	3.473.000	2,24
6	Diğerleri	2.864.610	1,85
	Toplam	155.003.770	100

BÖLÜM 6

BEYLİKOVA MANYEZİT YATAĞINDAKİ SINIR SAFSIZLIK KARAR DEĞİŞKENLERİNİN BELİRLENMESİ

6.1. Çalışma alanı hakkında genel bilgiler

Beylikova manyezit yatağı; Eskişehir ili, Mihalıççık ilçesi Beylikova Bucağı İkipınar köyü Kel Tepe mevkiinde bulunmaktadır. Bu saha, Eskişehir-Ankara istikametinde, D-200 devlet karayolunun 55'inci kilometresinden, Beylikova yol ayırımından kuzeye doğru 17 km. içeride ve Beylikova ilçe merkezinin güneyinde bulunmaktadır (Şekil 6.1).



Şekil 6.1. İnceleme alanı yer bulduru haritası

6.1.1. Bölgenin genel jeolojisi

İnceleme alanı, orta-üst miyosen, çakıl taşı, karasal çökel kaya ile peridotit-serpantinit, triyas, ofiyolitik kontağında bulunmaktadır. Ofiyolitik kayaçlar, çalışma alanının güney-doğusundan Karkın köyünden başlayarak Eskişehir kuzeyine kadar devam etmektedir. Kuzeyde en iyi gözleendiği yer Dağ Küplü- Ilıca- Atalantekke hattı ile Eskişehir- Gündüzler hattıdır. Düzenli bir istif göstermeyen ofiyolitli melanj; radyolaritler, radyolaryalı kireçtaşları, çamurtaşları, serpantinit, diyabaz, kireçtaşı, şist blokları ile yer yer serpantinleşmiş peridotit ve kısmen metamorfizma geçirmiş diyabaz ve gabrolarla temsil edilirler. Birimin rengi genelde koyu yeşil, kahverengi, kırmızı olup, radyolaritlerde, çamurtaşlarında çok kıvrımlı ve kırıklı yapılar izlenmektedir. Peridotitlerin dokanaklara yakın olan kısımlarında serpantinleşme yaygın olup, masifin içinde serpantinleşme oranı azalmaktadır (Gözler vd., 1985; Uyguçgil, 2007).

6.1.2. İnceleme alanının jeolojisi

İnceleme alanı iki ayrı kaya çeşidinden oluşmaktadır. Bunlardan ilki listvenit ve ofiyolitik kayaçlardan oluşmuş kaya gurubudur. Bu kayaç grubu Triyas yaşlıdır. Diğer kaya grubu ise çamurtaşı ve çökel kayaçlardan oluşmuştur ve yaşı Orta-Üst Miyosendir (Şekil 6.2).

Bölgede manyezitler serpantinler içerisinde yerleşmiş durumda bulunmaktadır. Manyezit serpantinler içerisinde, fay zonu boyunca damarlar şeklinde ve yer yer de bloklar halinde bulunmaktadır.

6.1.3. Beylikova Manyezit Yatağının Özellikleri

Beylikova manyezit yatağı Türkiye’de bulunan kriptokristalin manyezit yataklarından bir tanesidir. Bu yatakta bulunan manyezitler fay zonu boyunca serpantinler içerisinde damarlar şeklinde ve yer yer de bloklar halinde bulunmaktadır. Manyezitler genellikle beyaz ve yer yer kırmızımsı renktedir. Bünyelerinde safsızlık olarak %SiO₂, %Fe₂O₃, %Al₂O₃ ve %CaO ihtiva etmektedirler. Ancak sahadaki manyezitler içerisindeki %Al₂O₃ değerleri çok düşük olduğu için bu çalışmada kullanılmamıştır.

Bu yataktaki manyezitlere ait görüntüler Şekil 6.3-6.5’de verilmiştir. Şekil 6.3 incelendiğinde, fay içerisindeki manyezit dolgusu görülmektedir. Şekil 6.4’de ise serpantinler içerisindeki blok şeklinde manyezit görülmektedir. Şekil 6.5’de de inceleme alanında manyezitin yakından çekilmiş görüntüsü verilmiştir.



Şekil 6.3. Fay içerisinde dolgulanmış manyezit



Şekil 6.4. Blok halinde manyezit

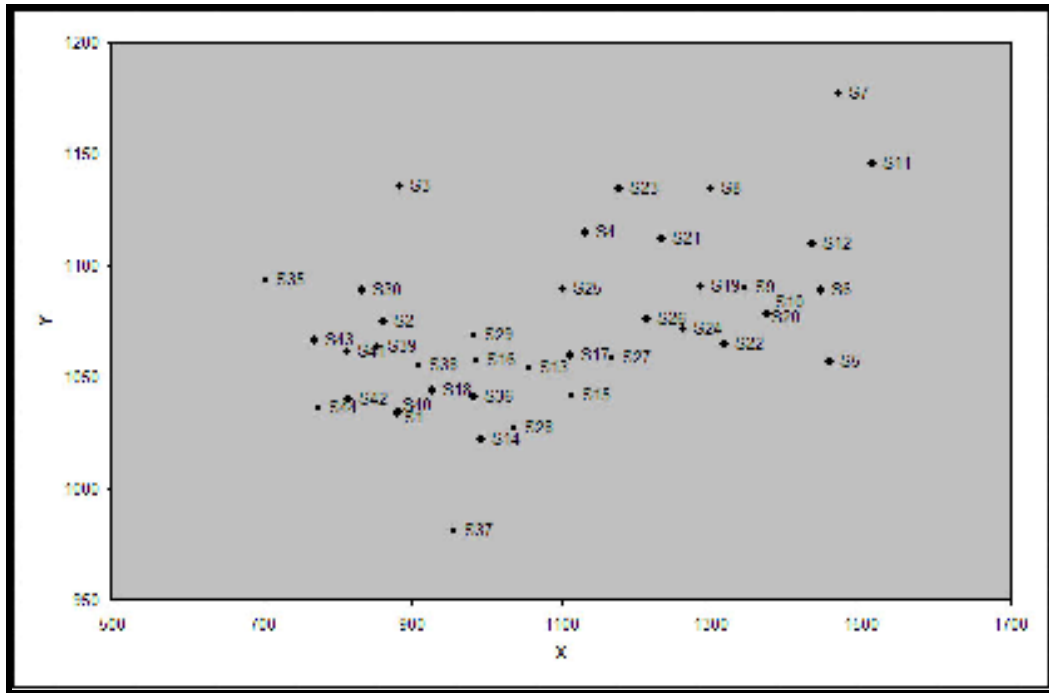


Şekil 6.5. Manyezitin yakından çekilmiş görüntüsü

6.1.4. Beylikova Manyezit Yatağında Yapılan Sondajlar

Beylikova manyezit yatağında sınır safsızlık karar değişkenlerinin belirlenmesi, MAŞ tarafından yapılmış olan ve cevher kesen 40 adet arama sondajına ait karot örnekleri kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu sondajlar genellikle 50-60 m. derinliğe kadar inmekte ve ofiyolitik kayaç, serpantin ve manyezit gibi birimleri kesmektedir. Bu sondajların yerleri Şekil 6.6'da gösterilmiştir.

Şekil 6.7'de, inceleme alanında yapılan arama sondaj çalışmalarından biri görülmektedir. Şekil 6.8 de sondajlardan alınan karotların karot kutusu içerisindeki durumu görülmektedir. Karot kutusu içerisindeki sondaj karotları incelendiğinde görülen beyazlıkların manyezit olduğu yapılan analizlerle belirlenmiştir. Şekil 6.9'da ise sondaj bittikten sonra sondaj yerinin kaybolmaması için yapılan işaretleme görülmektedir.



Şekil 6.6. Arama sondajı yerleri

Sondajlardan elde edilen karotların boyları farklı olup, her karotun ayrı ayrı analizi yapılmıştır. Bu çalışma kapsamında, sondajlardaki farklı uzunluklardaki karotların analiz değerleri, beşer metrelik kompozit yapılarak eşit boyuta getirilmiştir ve bundan sonraki istatistiksel analizler bu beşer metrelik kompozit değerleri baz alınarak yapılmıştır.



Şekil 6.7. Sahada yapılan sondaj



Şekil 6.8. Karot kutusu içerisindeki karotlar



Şekil 6.9. Sondaj yerlerinin işaretlenmesi

6.2. Safsızlık Değerlerine ait İstatistiksel Parametrelerin Belirlenmesi

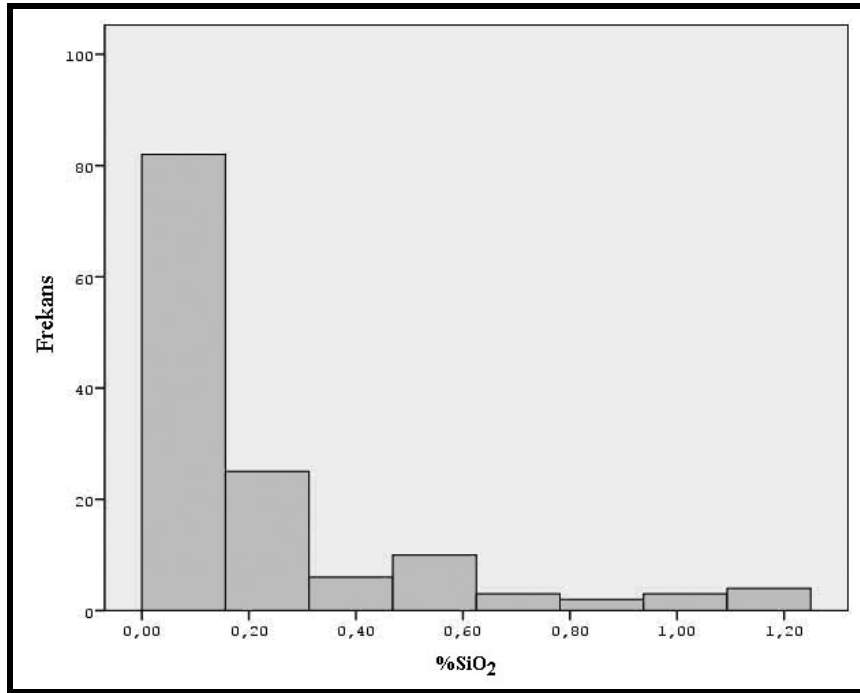
Beylikova manyezit yatağındaki sondajlara ait safsızlık değerleri için öncelikle değişkenlerin (%SiO₂, %CaO ve %Fe₂O₃) tanımlayıcı istatistikleri hesaplanmış ve Çizelge 6.1’de verilmiştir.

Çizelge 6.1 incelendiğinde %SiO₂’nin ortalamasının 0,224, standart sapmasının 0,278 ve varyansının da 0,077 olarak hesaplandığı görülmektedir. %CaO’nun ortalamasının 0,547, standart sapmasının 0,656, varyansının 0,430 olduğu ve %Fe₂O₃’e ait ortalamasının 0,048, standart sapmanın 0,053 ve varyansın 0,003 olduğu görülmektedir.

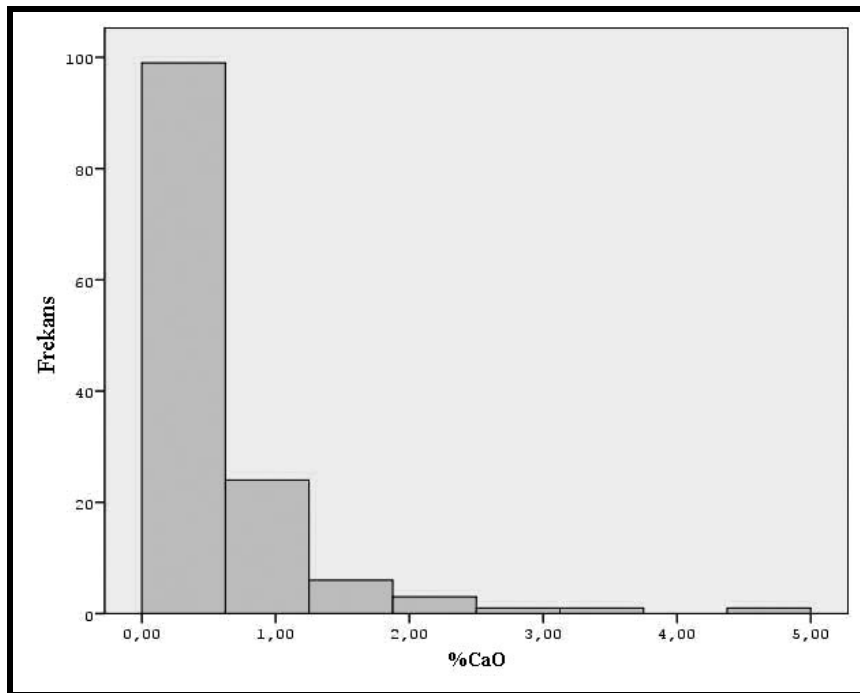
Değişkenlere ait tanımlayıcı istatistikler hesaplandıktan sonra, bu değişkenlere ait dağılım histogramları çizilmiştir. %SiO₂’ye ait dağılım histogramı Şekil 6.10’de gösterilmiştir. %CaO ve %Fe₂O₃’e ait dağılım histogramları ise Şekil 6.11 ve Şekil 6.12’de verilmiştir.

Çizelge 6.1. Safsızlık değerlerine ait tanımlayıcı istatistikler

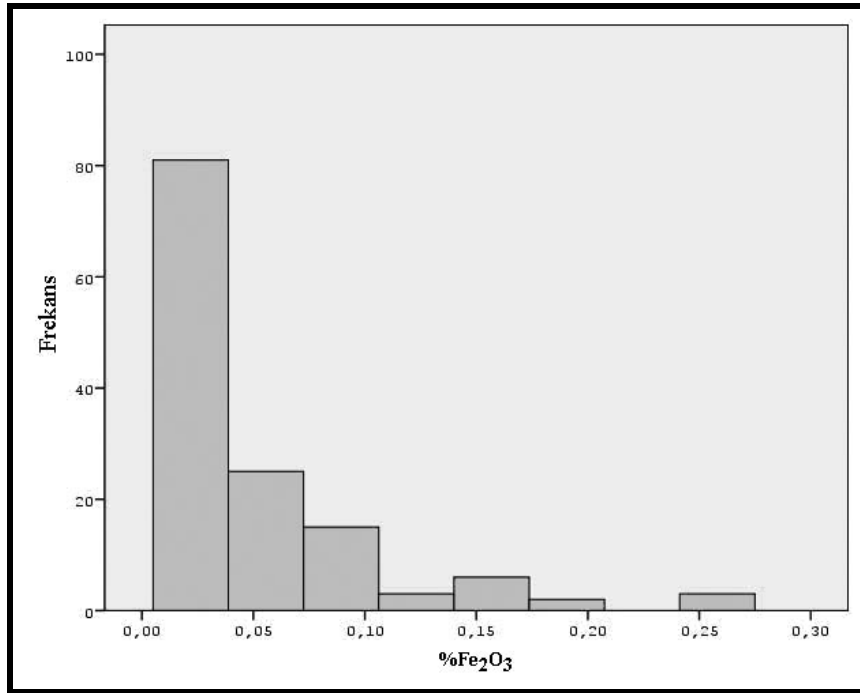
Değişkenler (Safsızlıklar)	Örnek Sayısı	En Küçük	En Büyük	Ortalama	Standart Sapma	Varyans
%SiO ₂	135	0,01	1,21	0,224	0,278	0,077
%CaO	135	0,02	4,57	0,547	0,656	0,430
%Fe ₂ O ₃	135	0,01	0,27	0,048	0,053	0,003



Şekil 6.10. %SiO₂'e ait dağılım histogramı



Şekil 6.11. %CaO'e ait dağılım histogramı



Şekil 6.12. %Fe₂O₃'e ait dağılım histogramı

Bu çalışmada manyezit içerisindeki safsızlıkların (%SiO₂, %CaO ve %Fe₂O₃) normal dağılıma uyup uymadıkları Shapiro-Wilk W normallik test tekniği ile incelenmiştir. Ayrıca bu test tekniğini desteklemesi için her değişkene ait normal olasılık grafikleri çizilmiştir. Test sonuçları ile grafikler birlikte incelendiğinde, grafiklerin test sonuçlarını desteklediği gözlenmiştir.

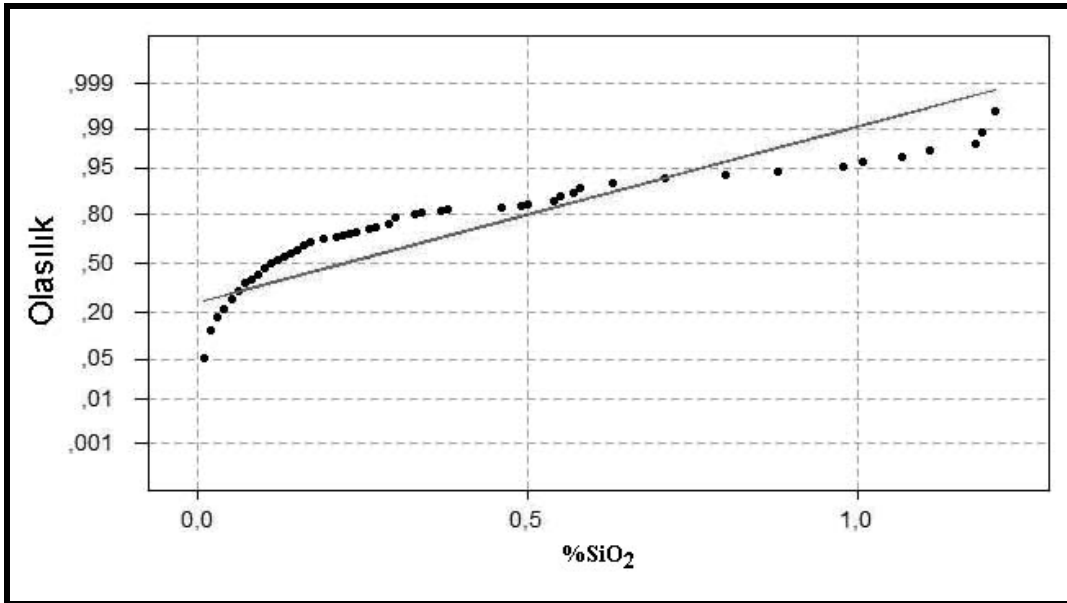
Safsızlıklara ait Shapiro-Wilk W test istatistiği değerleri ve P anlamlılık düzeyi Çizelge 6.2'de verilmiştir. Bu çizelgede, %SiO₂'ye ait Shapiro-Wilk W test istatistiği değeri $P < 0,01$ olduğundan dolayı ve Şekil 6.13'deki normal olasılık grafiği incelendiğinde bu safsızlığın normal dağılıma uymadığı görülmektedir.

Çizelge 6.2. Safsızlık değerlerine ait Shapiro-Wilk W test istatistiği değerleri

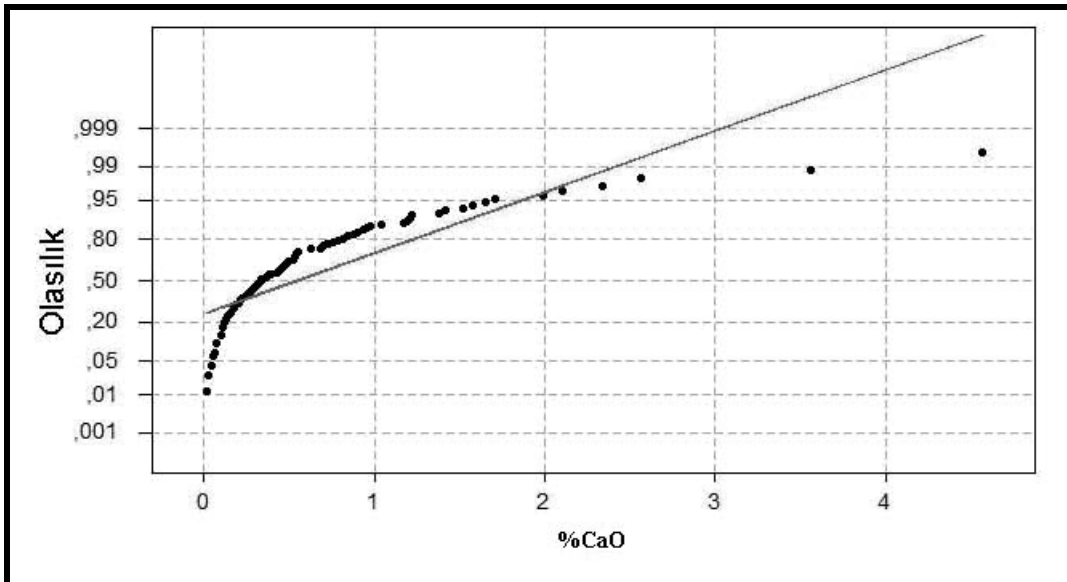
Safsızlıklar	Shapiro-Wilk W Test İstatistiği Değerleri	P
%SiO ₂	0,86	P<0,01
%CaO	0,82	P<0,01
%Fe ₂ O ₃	0,89	P<0,01

%CaO'ya ait Shapiro-Wilk W test istatistiği değeri P<0,01 için 0,82 olarak hesaplanmıştır (Çizelge 6.2). Bu safsızlığa ait normal olasılık grafiği de Şekil 6.14'de verilmiştir. Çizelge 6.2 ve Şekil 6.5 incelendiğinde %CaO'nun da normal dağılıma uymadığı görülmektedir.

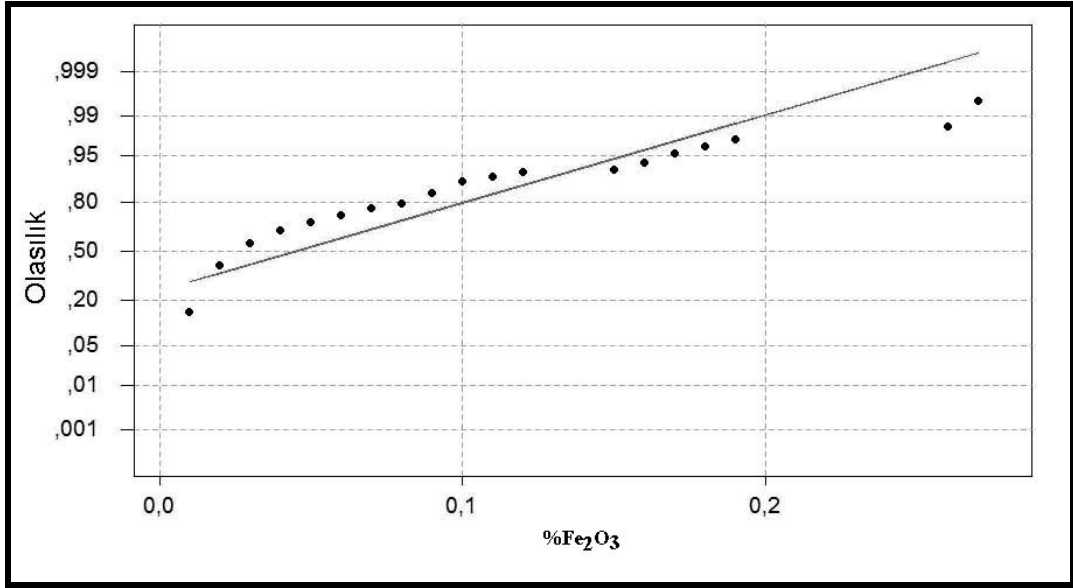
%Fe₂O₃'e ait Şekil 6.15'daki normal olasılık grafiği ve Çizelge 6.2'deki Shapiro-Wilk W test istatistiği değeri incelendiğinde, bu safsızlığın da normal dağılıma uymadığı görülmektedir.



Şekil 6.13. %SiO₂'ye ait normal olasılık grafiği



Şekil 6.14. %CaO'e ait normal olasılık grafiği



Şekil 6.15. %Fe₂O₃'e ait normal olasılık grafiği

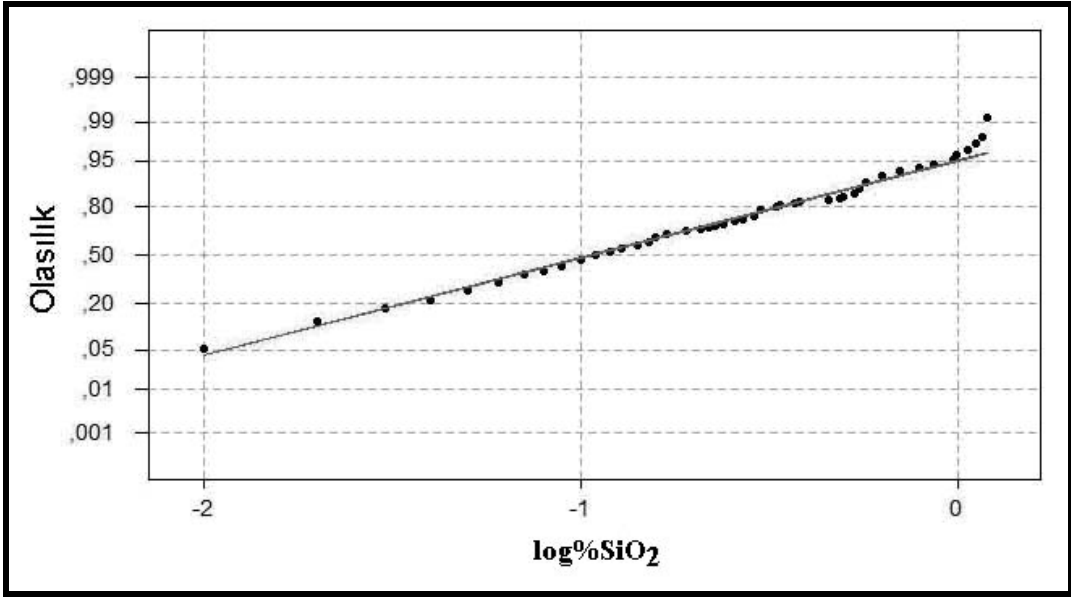
Safsızlıkların lognormal dağılıma uyup uymadıkları da Shapiro-Wilk W normallik test tekniği ile incelenmiştir. Bu test tekniği kullanılarak doğal logaritmaları (log) alınan safsızlıklara ait hesaplamalar yapılmış ve sonuçlar Çizelge 6.3'de verilmiştir. Hesaplamalar sonucunda, log%SiO₂'ye ait Shapiro-Wilk W test istatistiği değeri, P>0,10 olduğu durum için 0,994 olarak bulunmuştur. log%SiO₂'ye ait olasılık grafiği de Şekil 6.7'de verilmiştir. Çizelge 6.3 ve Şekil 6.16 incelendiğinde bu safsızlığın lognormal dağılıma uyduğu görülmektedir. Bundan dolayı %SiO₂'nin lognormal dağılıma uyduğu kabul edilmiş ve bundan sonraki hesaplamalarda bu değişkenin lognormal dağıldığı varsayılarak hesaplamalar yapılmıştır.

Çizelge 6.3. Lognormal safsızlık değerlerine ait Shapiro-Wilk W test istatistiği değerleri

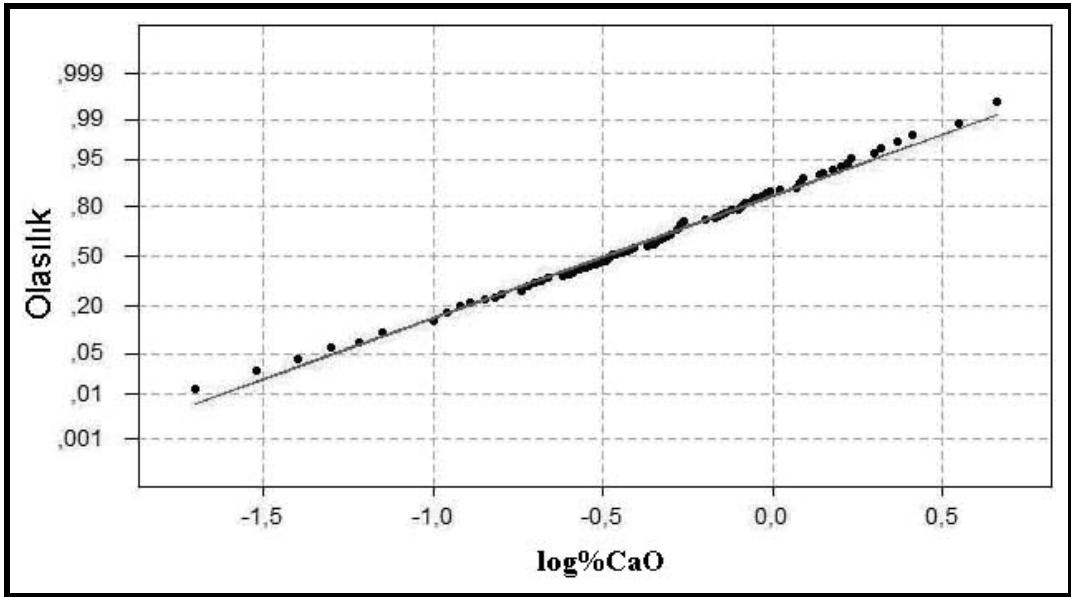
Safsızlıklar	Shapiro-Wilk W Test İstatistiği Değerleri	P
log%SiO ₂	0,994	P>0,10
log%CaO	0,997	P>0,10
log%Fe ₂ O ₃	0,995	P>0,10

log%CaO'ya ait Shapiro-Wilk W normallik test tekniği sonucu 0,997 ve P>0,10 olarak bulunmuştur (Çizelge 6.3). log%CaO'ya ait normal olasılık grafiği de Şekil 6.17'de verilmiştir. Çizelge 6.3 ve Şekil 6.17 incelendiğinde bu safsızlığın da lognormal dağılıma uyduğu görülmektedir. Bundan dolayı %CaO'nun lognormal dağılıma uyduğu kabul edilmiştir.

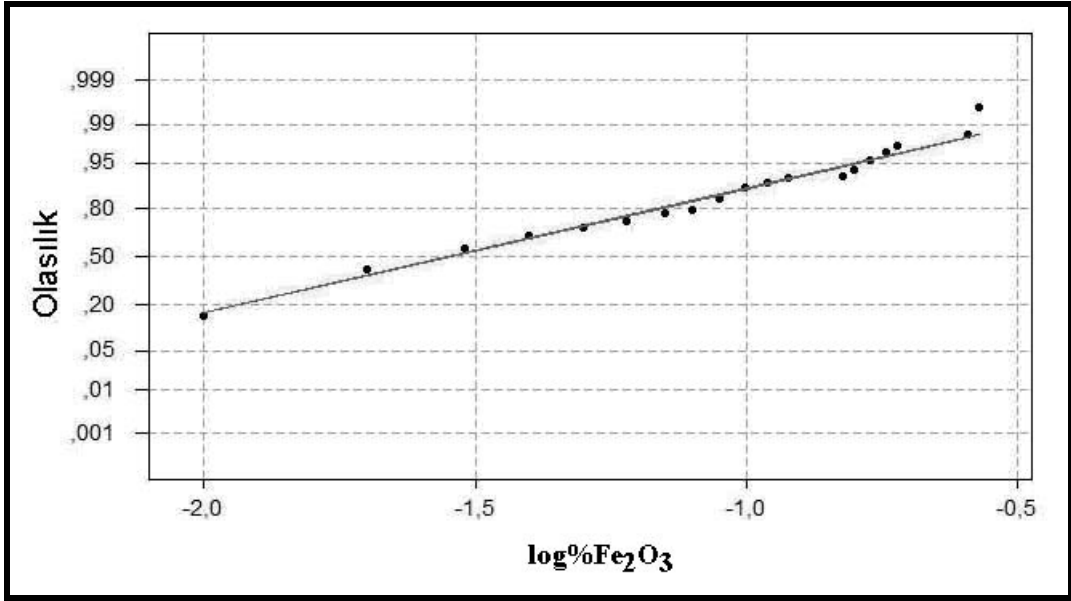
logFe₂O₃'e ait Shapiro-Wilk W normallik test tekniği sonucu ise 0,995 (P>0,10) olarak hesaplanmıştır (Çizelge 6.3). log%Fe₂O₃'e ait normal olasılık grafiği de Şekil 6.18'de verilmiştir. Bunlar incelendiğinde, %Fe₂O₃'ün de lognormal dağıldığı belirlenmiştir.



Şekil 6.16. log%SiO₂'ye ait olasılık grafiği



Şekil 6.17. log%CaO'e ait olasılık grafiği



Şekil 6.18. log%Fe₂O₃'e ait olasılık grafiği

Çizelge 6.2 ve Çizelge 6.3'deki test sonuçları ve safsızlıklara (%SiO₂, %CaO ve %Fe₂O₃) ait olasılık grafikleri incelendiğinde bu değişkenlerin lognormal (doğal logaritmalı) dağıldığı saptanmıştır. Bundan sonra yapılacak analizlerde safsızlıkların lognormal dağıldıkları göz önünde tutularak hesaplamalar yapılacaktır.

Doğal logaritması alınmış (log) safsızlık değerlerinin lognormal dağılım parametreleri hesaplanmış olup, Çizelge 6.4'de gösterildiği gibidir.

Çizelge 6.4. Doğal logaritması alınmış safsızlık değerlerine ait istatistikler

Değişkenler (Safsızlıklar)	Örnek Sayısı	Ortalama	Standart Sapma	Varyans
$\log\%SiO_2$	135	-2,231	1,300	1,691
$\log\%CaO$	135	-1,145	1,093	1,195
$\log\%Fe_2O_3$	135	-3,528	0,949	0,900

6.3. Tek Değişkenli Maden Yataklarında Sınır Safsızlık Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi

Bu bölümde lognormal dağılan (doğal logaritmali), $\%SiO_2$, $\%CaO$ ve $\%Fe_2O_3$ 'e ait sınır safsızlık değerleri için ayrı ayrı tonaj oranı ve safsızlığın ortalama değeri hesaplanmıştır. Bu hesaplamaların yapılabilmesi için Bölüm 4'te temel olasılık teorileri kullanılarak geliştirilen eşitlikler kullanılmıştır.

6.3.1. Sınır %SiO₂ seçenekleri için karar değişkenlerinin belirlenmesi

Lognormal dağılan %SiO₂'ye ait belirli sınır safsızlık değerleri için karar değişkenlerinin hesaplanması Bölüm 4'te verilmiş olan eşitlikler kullanılarak yapılır.

Sınır %SiO₂'nin 1,50 olduğu ($y = \log \%SiO_2$) duruma ilişkin hesaplamalar için öncelikle Eşitlik 4.5 kullanılarak z değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} z &= \frac{\log(g_{ci}) - \bar{y}_i}{s_{y_i}} \\ &= \frac{\log(1,5) - (-2,23)}{1,30} \\ &= 2,03 \end{aligned}$$

z değeri hesaplandıktan sonra $\Phi(z)$ standart normal değerler tablosu kullanılarak belirlenir ve $\Phi(2,03)$ değeri 0,9788 olarak bulunur. Daha sonra sınır %SiO₂'ye ait tonaj oranını hesaplamak için Eşitlik 4.8 kullanılır ve

$$\begin{aligned} T_i &= \Phi(2,03) \\ &= 0,9788 \end{aligned}$$

olur. Safsızlık ortalamasının belirlenmesi için, Eşitlik 4.10 kullanılarak B_i ,

$$\begin{aligned} B &= \Phi(2,03 - 1,30) \\ &= 0,76 \end{aligned}$$

olarak hesaplanır. \bar{g}_{ci} ise, aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanır.

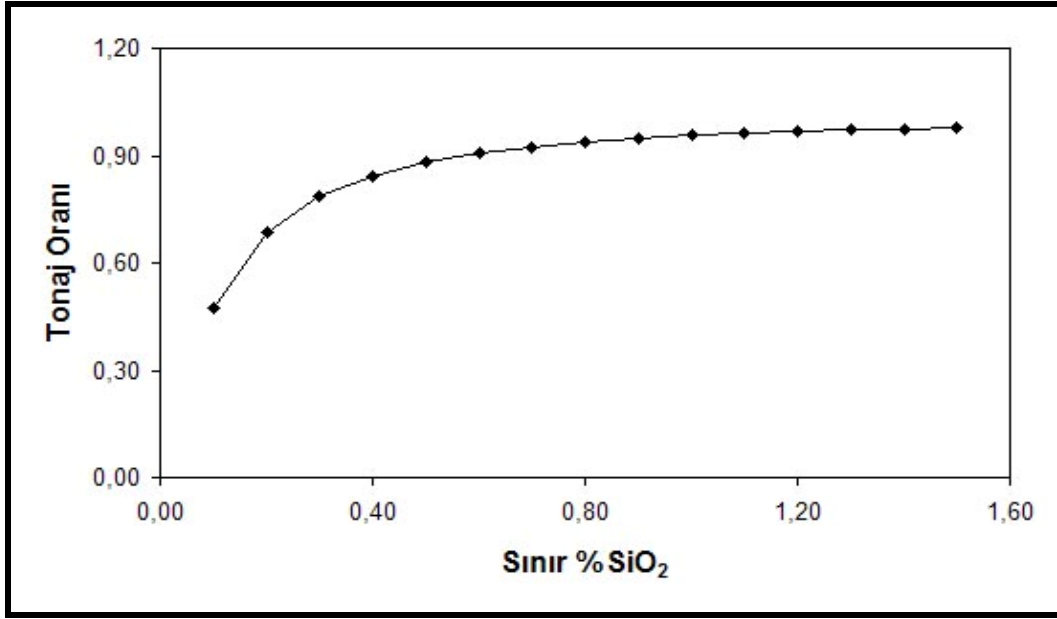
$$\begin{aligned}
\bar{g}_{ci} &= \frac{B}{T_i} \times \bar{g}_i \\
&= \frac{0,76}{0,98} \times 0,224 \\
&= 0,176
\end{aligned}$$

Yukarıda açıklanan benzer işlemler yapılarak %SiO₂'nin sınır değerinin 0,10–1,50 arasında olduğu durumlar için cevher kütlelerinin tonaj oranları (T_i) ve cevher kütlelerinin ortalama safsızlık değerleri (\bar{g}_{ci}) Ek 1' deki gibi hesaplanmıştır.

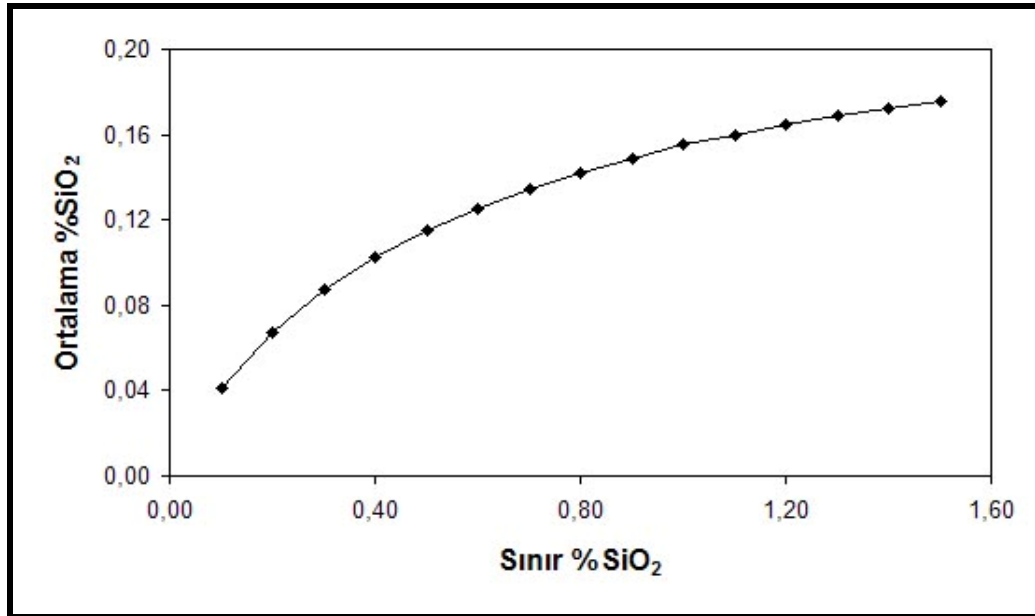
Ek 1'de verilen cevher kütlelerinin tonaj oranları ve ortalama safsızlık değerleri, Şekil 6.19 ve Şekil 6.20'de verildiği gibidir.

Şekil 6.19 incelendiğinde, sınır %SiO₂ değerinin artışına bağlı olarak cevher kütlelerinin tonaj oranının da arttığı görülmektedir.

Şekil 6.20 incelendiğinde de, sınır %SiO₂ değerinin artışına bağlı olarak sınır safsızlık değerinin altında kalan cevher kütlelerinin ortalama safsızlık değerinin arttığı görülmektedir.



Şekil 6.19. Sınır %SiO₂'ye karşı sınır değerin altında kalan cevher kütlelerinin tonaj oranı



Şekil 6.20. Sınır %SiO₂'ye karşı sınır değerin altında kalan cevher kütlelerinin ortalama safsızlık değerleri

6.3.2. Sınır %CaO seçenekleri için karar değişkenlerinin belirlenmesi

Lognormal dağılan %CaO'ya ait belirli sınır safsızlık değerleri için karar değişkenlerinin hesaplanması için Bölüm 4'te verilmiş olan sınır safsızlık eşitlikleri kullanılmıştır.

Sınır %CaO'nun 2,00 olduğu ($y = \log \%CaO$) duruma ilişkin hesaplamalar için öncelikle Eşitlik 4.5 kullanılarak z değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} z &= \frac{\log(g_{ci}) - \bar{y}_i}{s_{y_i}} \\ &= \frac{\log(2,00) - (-1,15)}{1,09} \\ &= 1,69 \end{aligned}$$

$\Phi(1,69)$ değeri standart normal değerler tablosundan, 0,955 olarak bulunur. Daha sonra sınır %CaO'ya ait cevher kütlesinin tonaj oranını hesaplamak için Eşitlik 4.8 kullanılır ve aşağıdaki gibi belirlenir.

$$\begin{aligned} T_i &= \Phi(1,69) \\ &= 0,955 \end{aligned}$$

Safsızlık ortalamasının belirlenmesi için, Eşitlik 4.10 kullanılarak B,

$$\begin{aligned} B &= \Phi(1,69 - 1,09) \\ &= 0,73 \end{aligned}$$

olur. \bar{g}_{ci} ise Eşitlik 4.9 kullanılarak,

$$\begin{aligned}
\bar{g}_{ci} &= \frac{B}{T_i} \times g_i \\
&= \frac{0,73}{0,955} \times 0,55 \\
&= 0,416
\end{aligned}$$

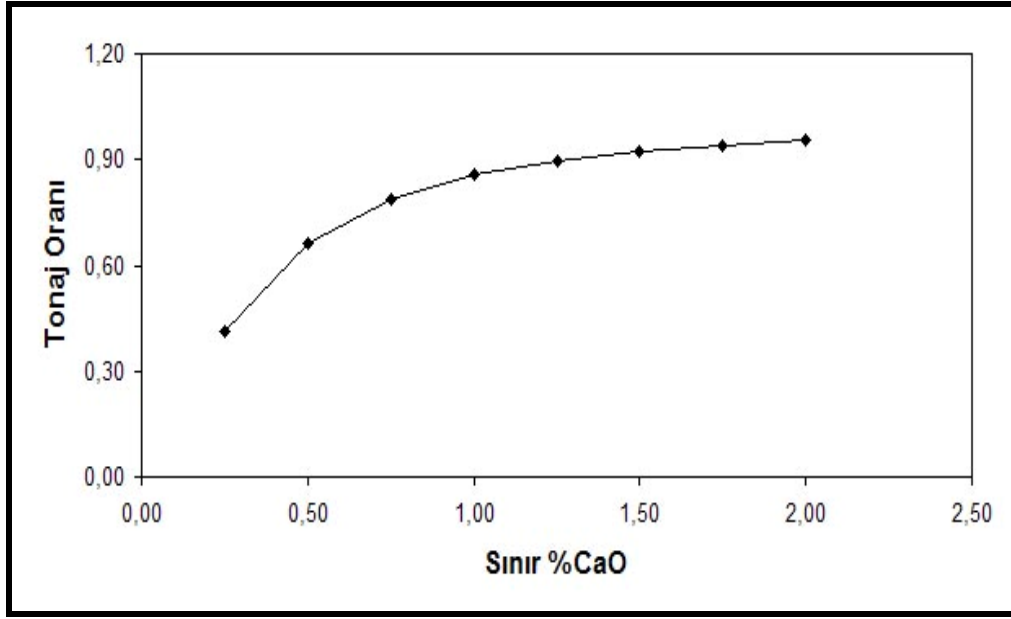
şeklinde hesaplanır.

Yukarıda açıklanan işlemler kullanılarak %CaO'nun sınır değerinin 0,25–2,00 arasında olduğu durumlar için cevher kütlesinin tonaj oranları ve ortalama safsızlık değerleri Ek 2'deki gibi hesaplanmıştır.

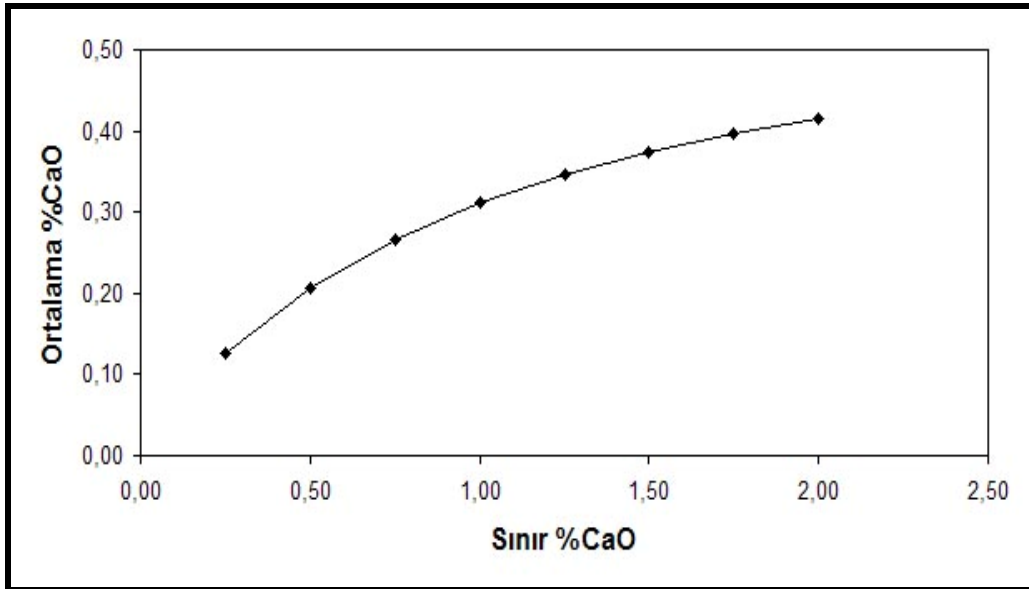
Ek 2'de verilen %CaO'e ait cevher kütlesinin tonaj oranları ve ortalama safsızlık değerleri, Şekil 6.20 ve Şekil 6.21'de verildiği gibidir.

Şekil 6.21 incelendiğinde, sınır %CaO değerinin artışına bağlı olarak cevher kütlesinin tonaj oranlarının da arttığı görülmektedir.

Şekil 6.22 incelendiğinde ise, sınır %CaO değerinin artışına bağlı olarak cevher kütlesinin ortalama safsızlık değerlerinin arttığı görülmektedir.



Şekil 6.21. Sınır % CaO'ya karşı sınır değerin altında kalan cevher kütlesinin tonaj oranı



Şekil 6.22. Sınır %CaO'ya karşı sınır değerin altında kalan cevher kütlesinin ortalama safsızlık değerleri

6.3.3. Sınır %Fe₂O₃ seçenekleri için karar değişkenlerinin belirlenmesi

Lognormal dağılan %Fe₂O₃'e ait belirli sınır safsızlık değerleri için karar değişkenlerinin hesaplanması için Bölüm 4'te verilmiş olan sınır safsızlık eşitlikleri kullanılmıştır.

Sınır %Fe₂O₃'ün 0,25 olduğu duruma ilişkin ($y = \log \%Fe_2O_3$) cevher kütlesinin tonaj oranı ve cevher kütlesinin ortalama safsızlık değerini hesaplamak için öncelikle Eşitlik 4.5 kullanılarak z değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} z &= \frac{\log(g_{ci}) - \bar{y}_i}{s_{y_i}} \\ &= \frac{\log(0,25) - (-3,53)}{0,95} \\ &= 2,26 \end{aligned}$$

$\Phi(2,26)$ değeri standart normal değerler tablosundan, 0,9881 olarak bulunur. Daha sonra sınır %Fe₂O₃'e ait cevher kütlesinin tonaj oranını hesaplamak için Eşitlik 4.8 kullanılır ve aşağıdaki gibi belirlenir.

$$\begin{aligned} T_i &= \Phi(2,26) \\ &= 0,9881 \end{aligned}$$

Safsızlık ortalamasının belirlenmesi için, Eşitlik 4.10 kullanılarak B ,

$$\begin{aligned} B &= \Phi(2,26 - 0,95) \\ &= 0,90 \end{aligned}$$

olur. \bar{g}_{ci} ise Eşitlik 4.9 kullanılarak,

$$\begin{aligned}
 \bar{g}_{ci} &= \frac{B}{T_i} \times g_i \\
 &= \frac{0,90}{0,99} \times 0,048 \\
 &= 0,044
 \end{aligned}$$

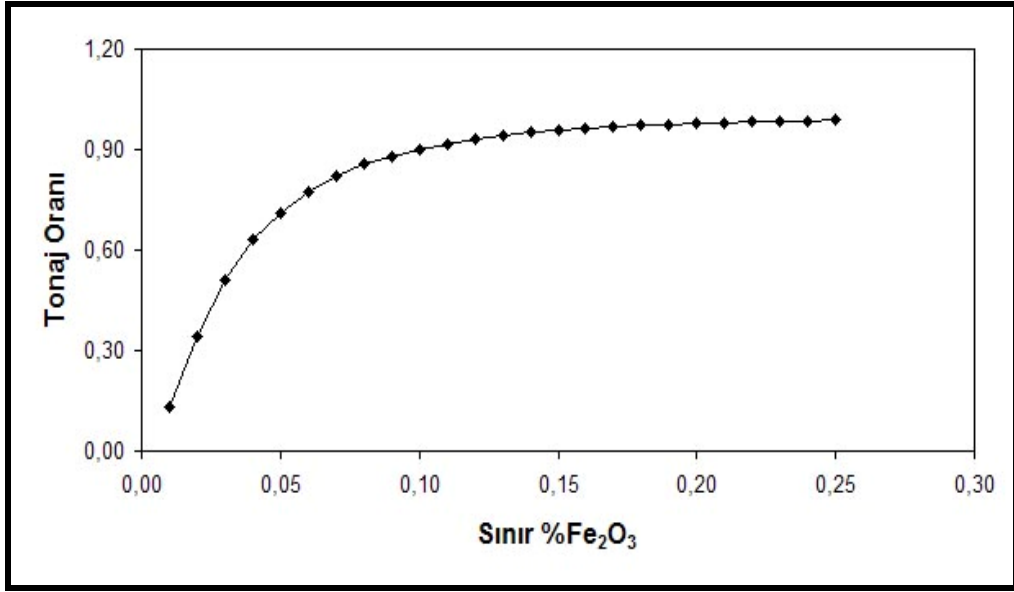
olur.

Yukarıdaki eşitlikler kullanılarak %Fe₂O₃'ün sınır değerinin 0,01–0,25 arasında olduğu durumlar için cevher kütlelerinin tonaj oranları ve cevher kütlelerinin ortalama safsızlık değerleri Ek 3'deki gibi hesaplanmıştır.

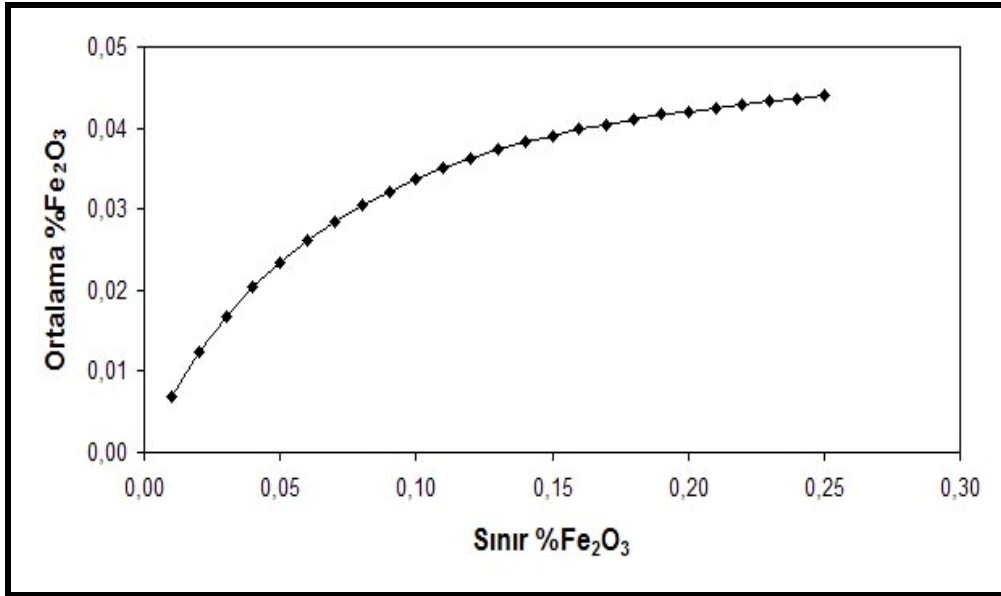
Ek 3'de verilen %Fe₂O₃'e ait cevher kütlelerinin tonaj oranları ve cevher kütlelerinin ortalama safsızlık değerleri, Şekil 6.23 ve Şekil 6.24'de verildiği gibidir.

Şekil 6.23 incelendiğinde ise, sınır %Fe₂O₃ değerinin artışına bağlı olarak cevher kütlelerinin tonaj oranlarının arttığı görülmektedir.

Şekil 6.24 incelendiğinde ise, sınır %Fe₂O₃ değerinin artışına bağlı olarak cevher kütlelerinin ortalama safsızlık değerlerinin arttığı görülmektedir.



Şekil 6.23. Sınır $\%Fe_2O_3$ 'e karşı sınır değerin altında kalan cevher kütlelerinin tonaj oranı



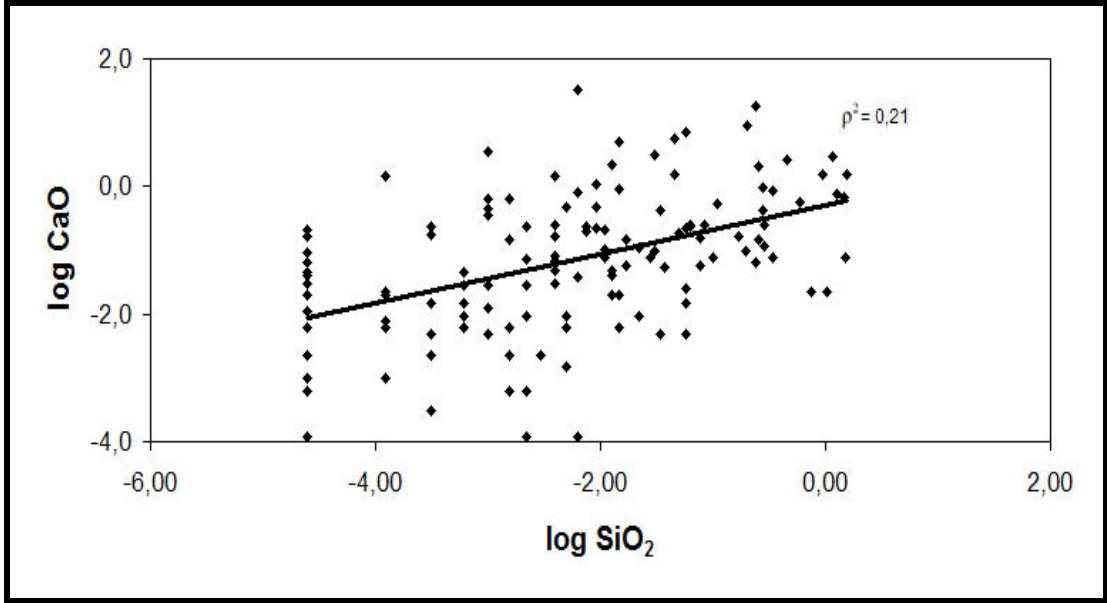
Şekil 6.24. Sınır $\%Fe_2O_3$ 'e karşı sınır değerin altında kalan cevher kütlelerinin ortalama safsızlık değerleri

6.4. Safsızlıkların bağımlılık durumlarının incelenmesi

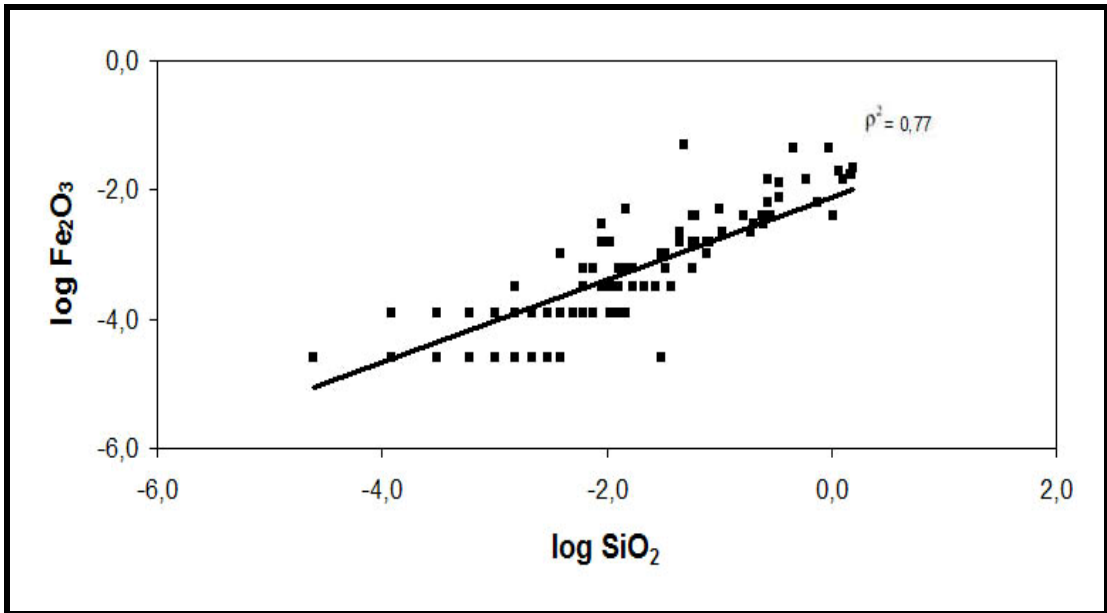
Maden yatağı safsızlık değişkenlerinin birbirleri arasında bağımlılık olup olmadığını belirlemek amacıyla regresyon-korelasyon analizi yapılması gerekmektedir. Bu analiz ile ilgili ayrıntılı bilgi Bölüm 2.4’de verilmiştir.

Doğrusal regresyon, iki değişken arasında ilişki olup olmadığını yani değişkenlerin bağımlı olup olmadığını anlamada kullanılan bir analiz tekniğidir. Belirlilik katsayısı ise, regresyon doğrusunun gözlem değerlerini açıklayıp açıklayamadığını belirlemede kullanılan bir katsayıdır. 0 ile 1 arasında ($0 \leq \rho^2 \leq 1$) değer alan belirlilik katsayısının 0,5 olması regresyon denkleminin gözlenen değerlerin %50’sine uyduğunu açıklar. ρ^2 değeri, 1’e yaklaştıkça belirlilik artar ve değişkenler arası ilişki güçlenir, 0’a yaklaştıkça ise belirsizlik artar ve değişkenler arası ilişki azalır (Konuk ve Önder, 1999).

Bu çalışmada $\log\%SiO_2$, $\log\%CaO$ ve $\log\%Fe_2O_3$ değerleri kullanılmıştır. Öncelikle $\log\%SiO_2$ ile $\log\%CaO$ arasındaki belirlilik katsayısı incelenmiştir. Yapılan hesaplama sonucunda, safsızlık değişkenleri $\log\%SiO_2$ ile $\log\%CaO$ arasındaki belirlilik katsayısı 0,21 olarak bulunmuştur (Şekil 6.25).



Şekil 6.25. $\log\%\text{SiO}_2$ - $\log\%\text{CaO}$ arasındaki belirlilik katsayısı



Şekil 6.26. $\log\%\text{SiO}_2$ - $\log\%\text{Fe}_2\text{O}_3$ arasındaki belirlilik katsayısı

Safsızlık değişkenleri $\log\%SiO_2$ ile $\log\%Fe_2O_3$ arasındaki belirlilik katsayısı ise 0,77 ve korelasyon katsayısı 0,88 olarak hesaplanmıştır (Şekil 6.26).

Şekil 6.25’de verilen $\log\%SiO_2$ - $\log\%CaO$ ’ya arasındaki belirlilik katsayısı ($\rho^2 = 0,21$), 0’a çok yakın bir değer olduğundan bundan sonraki hesaplamalarda bu değişkenler arasında bağımlılık olmadığı varsayılarak $\rho^2 = 0$ olarak alınacaktır. Ayrıca sınır safsızlık hesaplamalarında $\log\%SiO_2$ ile $\log\%CaO$ ’nun birbirinden bağımsız değişkenler olduğu varsayılarak çözüm yapılacaktır.

Şekil 6.26’da gösterildiği gibi $\log\%SiO_2$ ile $\log\%Fe_2O_3$ arasındaki belirlilik katsayısı 0,77 olarak belirlenmiştir. Bu katsayı, 1’e yakın bir değer olduğu için $\log\%SiO_2$ ile $\log\%Fe_2O_3$ değişkenlerinin aralarında bağımlılık olduğu belirlenmiştir. Bundan sonra yapılacak olan sınır safsızlık hesaplamalarında $\log\%SiO_2$ ve $\log\%Fe_2O_3$ ’ün birbirleriyle bağımlı oldukları varsayılarak işlemler yapılacaktır.

6.5. İki Değişkenli Maden Yataklarında Sınır Safsızlık Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi

Bu bölümde, $\%SiO_2$ - $\%CaO$ ’nun arasında bağımlılığın olmadığı ve $\%SiO_2$ - $\%Fe_2O_3$ arasında ise bağımlılığın olduğu duruma ilişkin sınır safsızlık karar değişkenleri belirlenmiştir. Bu hesaplamalarda, Bölüm 4’deki eşitlikler kullanılarak sınır değerinin altında kalan cevher kütlelerinin tonaj oranı ve ortalama safsızlık değeri hesaplanmıştır.

$\%SiO_2$ - $\%Fe_2O_3$ değişkenleri arasında bağımlılık olması durumuna karşın, bağımsızlık varsayımı durumunda karar değişkenlerinin hatalı hesaplanıp hesaplanamayacağı araştırılmıştır. Ayrıca, iki değişkenli maden yataklarının bağımlılık durumu için hesaplanan tonaj oranı değerleri tek değişkenli maden yatağı değerleri ile karşılaştırılmıştır.

6.5.1. İki değişkenin bağımsız dağıldığı durum için sınır safsızlık karar değişkenlerinin belirlenmesi

%SiO₂-%CaO'nun logaritmik (doğal logaritmalı) değerlerinin bağımsız dağıldığı duruma ilişkin, sınır değer altında kalan cevher kütlesinin tonaj oranı ve ortalama safsızlık değerleri Bölüm 4'de açıklanan eşitlikler kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

Sınır %SiO₂'nin 1,50 olduğu ve sınır %CaO'nun 2,00 olduğu duruma ilişkin hesaplamalar için öncelikle her değişken için z değerleri Eşitlik 4.33 ve Eşitlik 4.34 kullanılarak ayrı ayrı aşağıdaki gibi hesaplanır. Eşitliklerde kullanılan $\log(g_{ci1})$, $\log\%SiO_2$ 'yi ve $\log(g_{ci2})$, $\log\%CaO$ 'yu göstermektedir.

$$\begin{aligned} z &= \frac{\log(g_{ci1}) - \bar{y}_{i1}}{s_{y_{i1}}} \\ &= \frac{\log(1,50) - (-2,23)}{1,30} \\ &= 2,03 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &= \frac{\log(g_{ci2}) - \bar{y}_{i2}}{s_{y_{i2}}} \\ &= \frac{\log(2,00) - (-1,15)}{1,09} \\ &= 1,69 \end{aligned}$$

Hesaplanan z değerleri kullanılarak değişkenlerin bağımsız oldukları duruma ilişkin tonaj oranları Eşitlik 4.37 ile aşağıdaki gibi hesaplanır.

$T_{i\text{Bağımsız}}$ 'ın hesaplanması için gereken P_{gi1} ve P_{gi2} ise Eşitlik 4.35 ve Eşitlik 4.36 kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} P_{gi1} &= \Phi(z) \\ &= 0,98 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{gi2} &= \Phi(z) \\ &= 0,95 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{i\text{Bağımsız}} &= P_{gi1} \times P_{gi2} \\ &= (0,98) \times (0,95) \\ &= 0,93 \end{aligned}$$

Bağımsız değişkenlerin safsızlık ortalamalarının belirlenmesi için öncelikle, Eşitlik 4.39 ve Eşitlik 4.40 kullanılarak B değerleri,

$$\begin{aligned} B_{i1} &= \Phi(2,03 - 1,30) \\ &= 0,78 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{i2} &= \Phi(1,69 - 1,09) \\ &= 0,73 \end{aligned}$$

Yukarıda hesaplanan değerler kullanılarak değişkenlerin ortalama safsızlık değerleri %SiO₂ için,

$$\begin{aligned} \bar{g}_{ci1} &= \frac{B_{i1}}{P_{i1}} \times \bar{g}_{i1} \\ &= \frac{0,78}{0,98} \times 0,224 \\ &= 0,18 \end{aligned}$$

olur. %CaO'ya ait ortalama safsızlık değerleri ise,

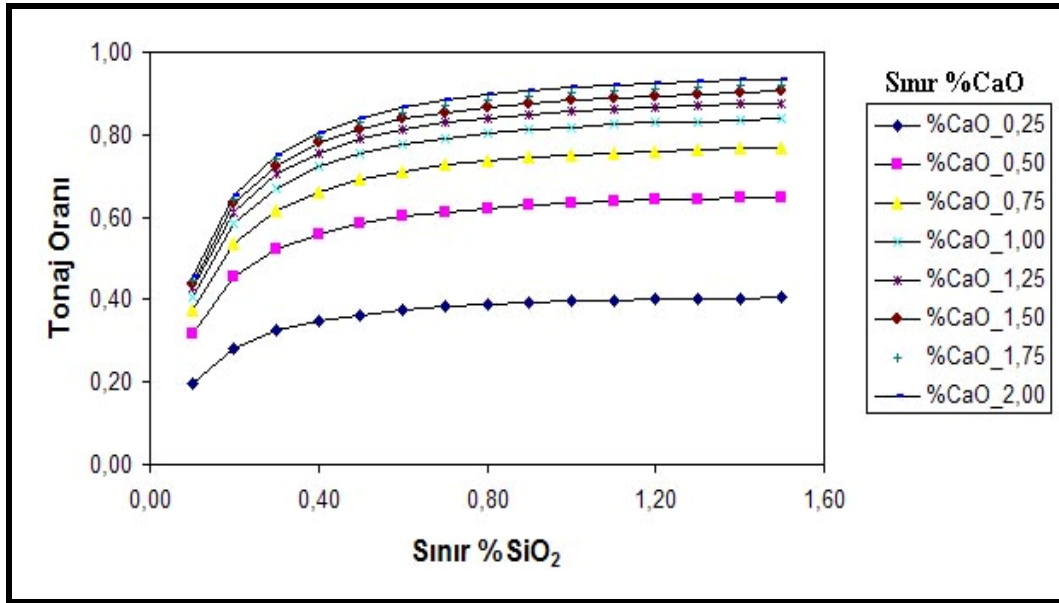
$$\begin{aligned} \overline{g_{ci2}} &= \frac{B_{i2}}{P_{i2}} \times \overline{g_{i2}} \\ &= \frac{0,73}{0,95} \times 0,55 \\ &= 0,42 \end{aligned}$$

olur.

Sınır safsızlık seçenekleri için hesaplanan tonaj oranı ve ortalama safsızlık değerleri Ek-4'de verildiği gibidir.

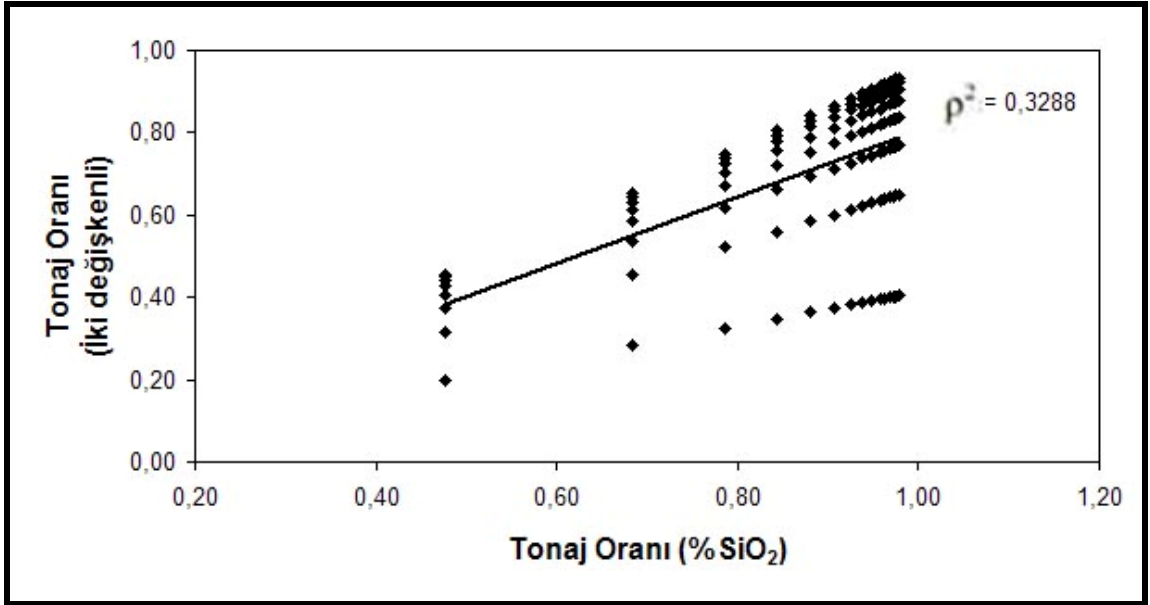
Değişkenlerin bağımsız dağıldığı durum için sınır safsızlık seçeneklerine karşın tonaj oranı değişimi Şekil 6.27'de verilmiştir.

Şekil 6.27 incelendiğinde sınır %SiO₂ ve %CaO'in artışı karşılığında tonaj oranının da arttığı görölmektedir.

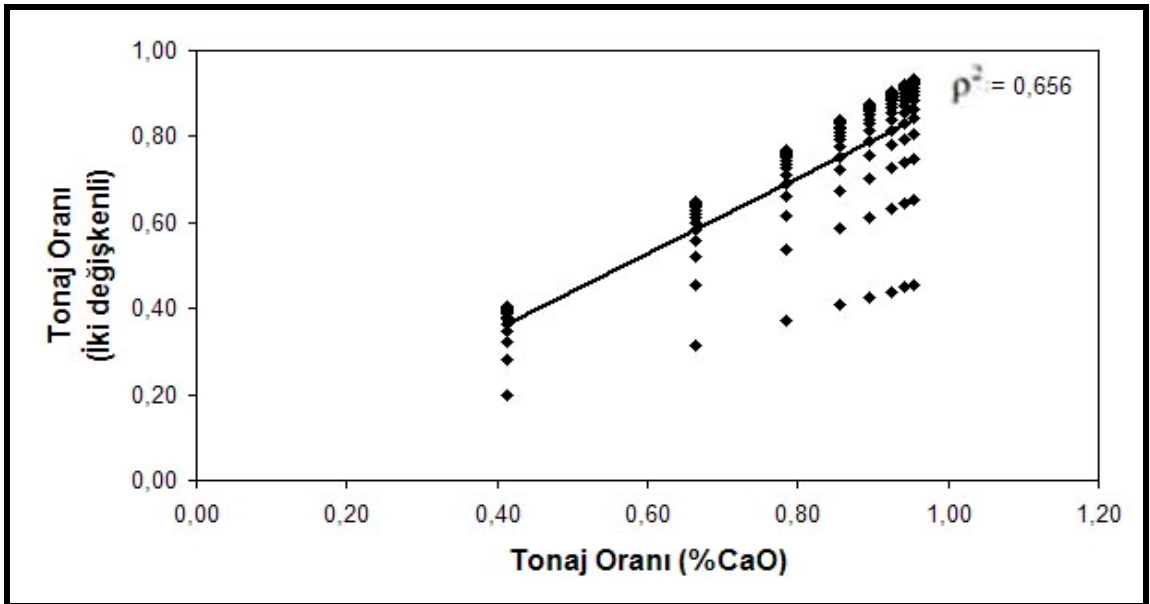


Şekil 6.27. İki değişkenin (%SiO₂ ve %CaO) bağımsız dağıldığı durum için sınır safsızlık seçeneklerine karşın tonaj oranı değişimi

İki değişkenin bağımsız dağıldığı durum için hesaplanan tonaj oranları ile değişkenlerin her biri için hesaplanan tonaj oranlarının istatistiksel karşılaştırması Şekil 6.28 ve Şekil 6.29'da verilmiştir. Tek değişkenli olarak %SiO₂ sınır safsızlık seçenekleri için hesaplanan tonaj oranları ile iki değişkenli bağımsızlık durumu için hesaplananlar arasında %32,88 oranında belirlilik söz konusu iken, tek değişkenli %CaO sınır safsızlık seçenekleri için hesaplanan tonaj oranları ile iki değişkenli durum için hesaplananlar arasında ise, %65,60 oranında belirlilik söz konusudur. Dolayısıyla, Beylikova manyezit yatağında sınır safsızlık seçenekleri için tonaj oranı tahmininde, tek değişkenli olarak sadece %SiO₂ ile tahmin yapılması halinde %67,12 oranında hata oluşmakta iken, sadece %CaO ile tahmin yapılması halinde ise %34,40 oranında hata oluşmaktadır. Bu durumda, iki değişkenin bağımsız birleşik dağıldığı maden yataklarında değişkenlerin ayrı ayrı ele alınarak sınır safsızlık karar değişkenlerinin saptanması halinde, önemli oranlarda hatalı tahminler yapılması söz konusu olacaktır.



Şekil 6.28. Tek değişken (%SiO₂) için hesaplanan tonaj oranları ile iki değişkenin birleşik (%SiO₂ ve %CaO) bağımsız dağıldığı durum için hesaplanan tonaj oranlarının istatistiksel karşılaştırması



Şekil 6.29. Tek değişkenli (%CaO) için hesaplanan tonaj oranları ile iki değişkenin birleşik (%SiO₂ ve %CaO) bağımsız dağıldığı durum için hesaplanan tonaj oranlarının istatistiksel karşılaştırması

Şekil 6.28 ve Şekil 6.29'in karşılaştırmasından, Beylikova manyezit yatağında, sınır safsızlık değerlerinin altında kalan safsızlık kütesinin tonajı (işletilebilir cevher kütesi) üzerinde %CaO'in %SiO₂'den daha belirleyici olduğu ortaya çıkmaktadır.

%SiO₂-%CaO'un bağımsız oldukları durum için sınır değerinin altında kalan alandaki safsızlığın ortalama değerleri ise, değişkenlerin bağımsız oldukları durumdaki eşitlikler kullanılarak hesaplanır. Bu duruma ait değerler Ek 4'de verilmiştir.

6.5.2. İki değişkenin bağımlı dağıldığı durum için sınır safsızlık karar değişkenlerinin belirlenmesi

%SiO₂ ve %Fe₂O₃'ün logaritmik değerlerinin bağımlı dağıldığı duruma ilişkin, sınır safsızlık değerinin altında kalan kütlelerin tonaj oranı ve ortalama safsızlık değerleri Bölüm 4'de açıklanan eşitlikler kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

%SiO₂'nin 0,4 ve %Fe₂O₃'ün 0,04 olduğu duruma ilişkin sınır safsızlık değerinin altında kalan kütlelerin tonaj oranı ve ortalama safsızlık değerlerini hesaplamak için öncelikle Eşitlik 4.12 ve Eşitlik 4.13 kullanılarak şartlı ortalama ve şartlı standart sapmalar hesaplanır.

$$\begin{aligned}\mu_{y_{i1}|y_{i2}} &= \bar{y}_{i1} - \left(\rho_{y_{i1}y_{i2}} \times \frac{s_{y_{i1}}}{s_{y_{i2}}} \times [\log(g_{ci2}) - \bar{y}_{i2}] \right) \\ &= -2,23 - \left(\left(0,88 \times \frac{1,30}{0,95} \right) \times [-3,22 - (-3,53)] \right) \\ &= -2,60\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{y_{i1} \setminus y_{i2}} &= s_{y_{i1}} \times \sqrt{1 - \rho_{y_{i1}y_{i2}}^2} \\
&= 1,30 \times \sqrt{1 - 0,88^2} \\
&= 0,62
\end{aligned}$$

olur.

Yukarıdaki hesaplamalardan faydalanılarak ve Eşitlik 4.28 kullanılarak z değerleri hesaplanır.

$$\begin{aligned}
z &= \frac{\log(g_{ci_1}) - \mu_{y_{i1} \setminus y_{i2}}}{\sigma_{y_{i1} \setminus y_{i2}}} \\
&= \frac{\log(0,4) - (-2,60)}{0,62} \\
&= 2,71
\end{aligned}$$

z değerleri hesaplandıktan sonra $\Phi(z)$ 0,9966 olarak belirlenir.

Yukarıda açıklanan hesaplamalar kullanılarak, $T_{iBagimli}$ Bölüm 4'deki açıklamalar doğrultusunda aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$T_{iBagimli} = T_{g_{i1} \setminus g_{i2}} \times T_{g_{i2}}$$

$T_{iBagimli}$ eşitliğinde $T_{g_{i1} \setminus g_{i2}} = 0,9966$ ve $T_{g_{i2}} = 0,6293$ olur. Bu değerlere göre $T_{iBagimli}$ aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}
T_{iBagimli} &= (0,9966) \times (0,6293) \\
&= 0,629
\end{aligned}$$

Yukarıdaki hesaplamalar kullanılarak değişkenlerin ortalama safsızlık değerleri Bölüm 4'deki eşitlikler kullanılarak belirlenir. %Fe₂O₃'e ait safsızlık değeri,

$$\begin{aligned} \bar{g}_{ci2} &= \frac{B}{T_{iBagimli}} \times \bar{g}_{i2} \\ &= \frac{0,2207}{0,629} \times 0,048 \\ &= 0,079 \end{aligned}$$

olur. %SiO₂'ye ait safsızlık değeri ise,

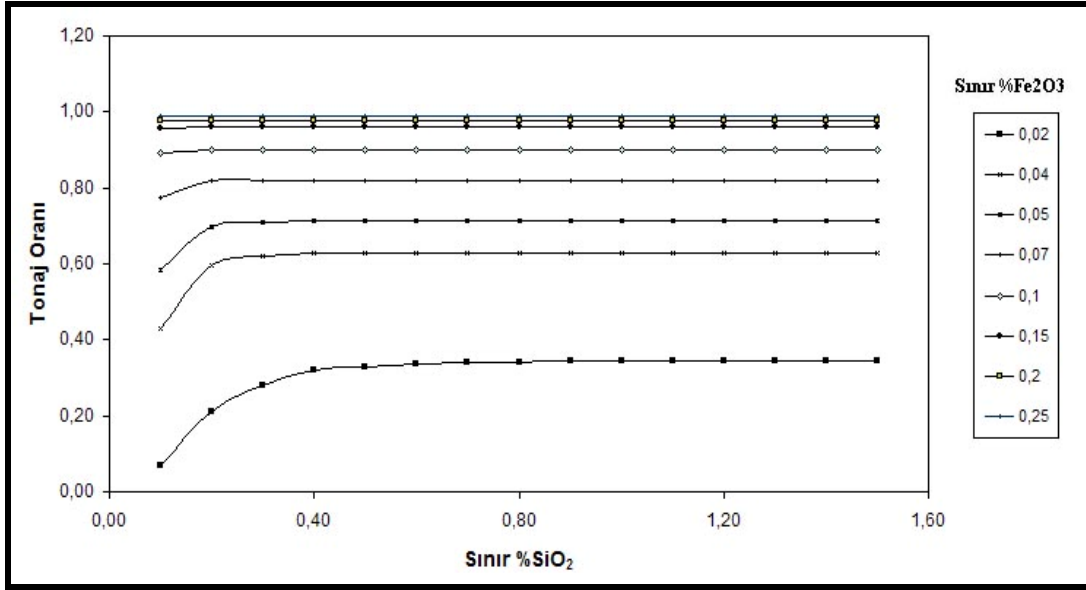
$$\begin{aligned} \bar{g}_{ci1} &= \frac{B}{T_{iBagimli}} \times \bar{g}_{i1} \\ &= \frac{0,2207}{0,629} \times 0,224 \\ &= 0,017 \end{aligned}$$

olarak hesaplanır. Tonaj oranı ve ortalama safsızlık değerleri Ek 5'de verildiği gibidir.

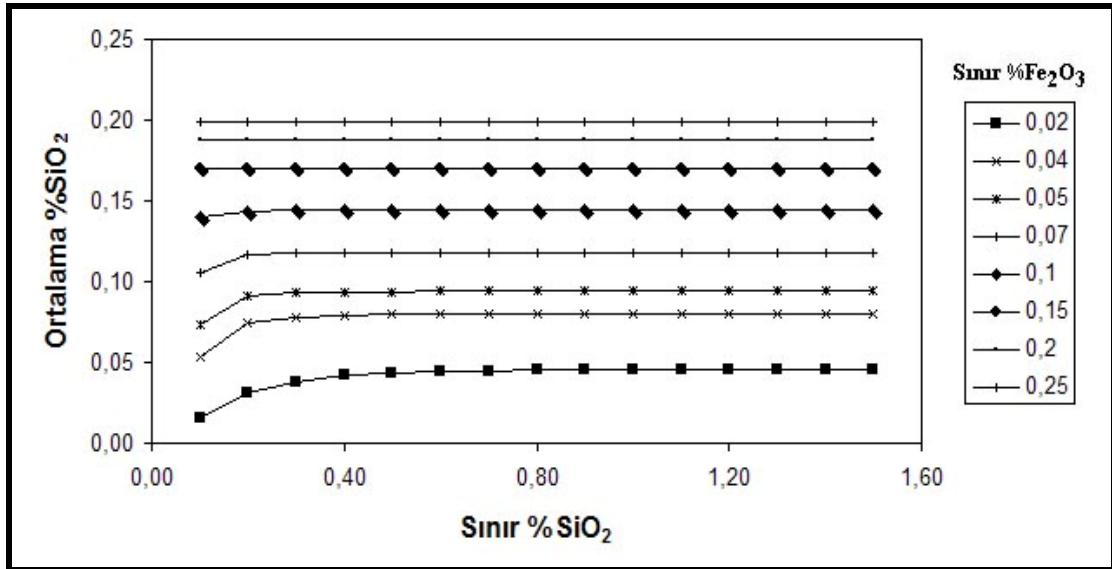
Ek 5'de verilen cevher kütlelerinin tonaj oranları ve ortalama safsızlık değerleri, Şekil 6.30 – Şekil 6.33'de verilmiştir.

Şekil 6.30 incelendiğinde, sınır %Fe₂O₃ değerinin artışına bağlı olarak tonaj oranının da arttığı görülmektedir.

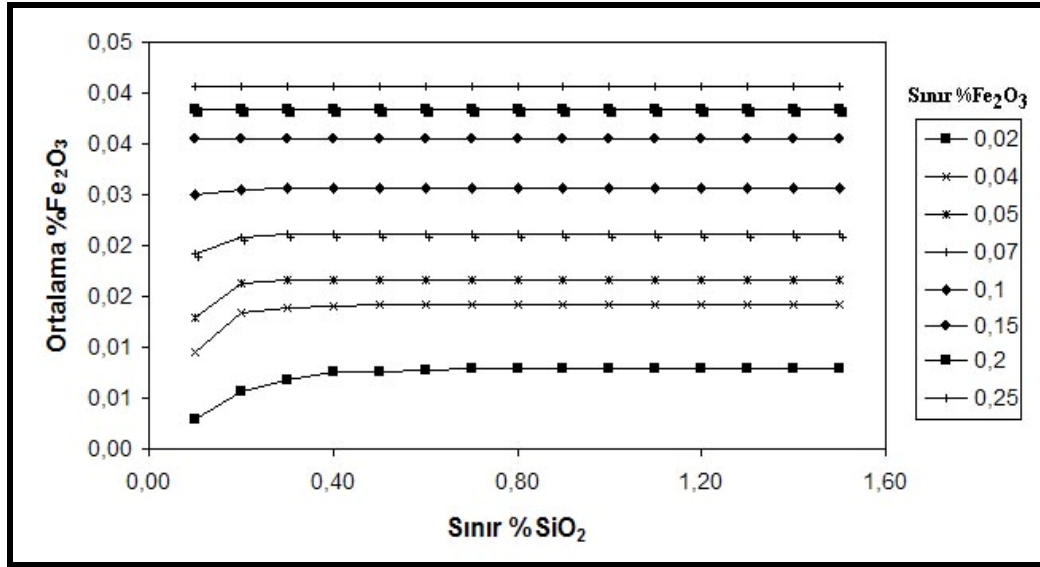
Şekil 31 ve Şekil 6.32 incelendiğinde ise, sınır %SiO₂ ve sınır %Fe₂O₃ değerinin artışına bağlı olarak safsızlık ortalama değerinin de arttığı görülmektedir.



Şekil 6.30. Sınır %SiO₂ değerleri ile iki değişkenin bağımlı dağıldığı durum için hesaplanan tonaj oranları (%SiO₂ ve %Fe₂O₃ için)



Şekil 6.31. Sınır %SiO₂ değerleri ile iki değişkenin bağımlı dağıldığı durum için %SiO₂ ortalamaları



Şekil 6.32. Sınır %SiO₂ değerleri ile iki değişkenin bağımlı dağıldığı durum için %Fe₂O₃ ortalamaları

Yukarıdaki şekiller incelendiğinde sınır %SiO₂ ve sınır %Fe₂O₃'ün artışına bağlı olarak tonaj oranlarının ve ortalama safsızlıkların arttığı görülmektedir. Ancak yataktaki safsızlıklardan bir veya ikisi en büyük değere ulaştığında tonaj oranı ve ortalama safsızlık değerlerinde artış olmadığı görülmektedir.

%SiO₂-%Fe₂O₃ değişkenleri arasında bağımlılık olmasına karşın, bağımsızlık varsayımı durumunda tonaj oranı ve ortalama safsızlık değerlerinin hatalı varsayılp varsayılamayacağı araştırılmıştır. Buna ait sınır %SiO₂'nin 1,50 olduğu ve sınır %Fe₂O₃'ün 0,25 olduğu duruma ilişkin hesaplamalar aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 z &= \frac{\log(g_{ci}) - \bar{y}_i}{s_{y_i}} \\
 &= \frac{\log(1,5) - (-2,23)}{1,30} \\
 &= 2,03
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z &= \frac{\log(g_{ci}) - \bar{y}_i}{s_{y_i}} \\
&= \frac{\log(0,25) - (-3,53)}{0,95} \\
&= 2,26
\end{aligned}$$

Hesaplanan z değerleri kullanılarak değişkenlerin bağımsız oldukları duruma ilişkin cevher kütlesi tonaj oranları Eşitlik 4.37 ile aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}
T_{i\text{Bağımsız}} &= P_{gi1} \times P_{gi2} \\
&= (0,98) \times (0,99) \\
&= 0,967
\end{aligned}$$

$T_{i\text{Bağımsız}}$ 'ın hesaplanması için gereken P_{gi1} ve P_{gi2} ise Eşitlik 4.35 ve Eşitlik 4.36 kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}
P_{gi1} &= \Phi(z) \\
&= 0,9788
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{gi2} &= \Phi(z) \\
&= 0,9881
\end{aligned}$$

Bağımsız değişkenlerin safsızlık ortalamalarının belirlenmesi için öncelikle, Eşitlik 4.41 ve Eşitlik 4.43 kullanılarak B değerleri,

$$\begin{aligned}
B &= \Phi(2,03 - 1,30) \\
&= 0,77
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \Phi(2,26 - 0,95) \\
&= 0,90
\end{aligned}$$

Yukarıda hesaplanan değerler kullanılarak değişkenlerin ortalama safsızlık değerleri %SiO₂ için,

$$\begin{aligned} \bar{g}_{ci1} &= \frac{B_{i1}}{P_{i1}} \times \bar{g}_{i1} \\ &= \frac{0,77}{0,98} \times 0,224 \\ &= 0,176 \end{aligned}$$

olur. %Fe₂O₃'e ait ortalama safsızlık değerleri ise,

$$\begin{aligned} \bar{g}_{ci2} &= \frac{B_{i2}}{P_{i2}} \times \bar{g}_{i2} \\ &= \frac{0,90}{0,99} \times 0,048 \\ &= 0,044 \end{aligned}$$

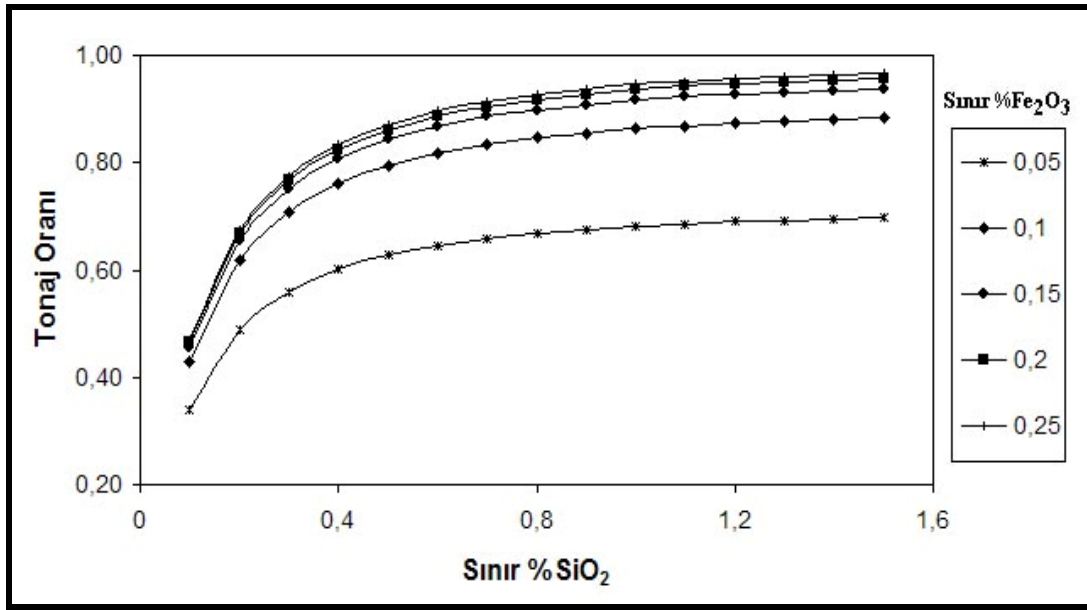
olur.

Sınır safsızlık seçenekleri için hesaplanan tonaj oranı ve ortalama safsızlık değerleri Ek-6'da verildiği gibidir.

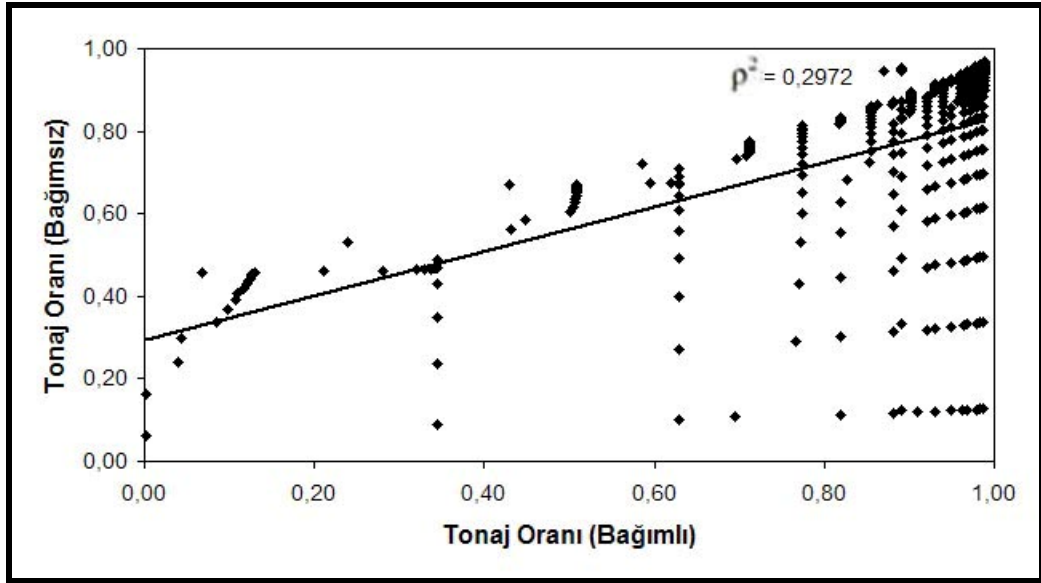
Değişkenlerin bağımsız dağıldığı durum için sınır safsızlık seçeneklerine karşın tonaj oranı değişimi Şekil 6.33'de verilmiştir. Şekil 6.33 incelendiğinde %Fe₂O₃'ün artan değerlerinde, sınır %SiO₂'ye karşı tonaj oranının arttığı görülmektedir. Bundan dolayı sınır %SiO₂ ve %Fe₂O₃ değerlerinin artışına bağlı olarak tonaj oranının da arttığı görülmektedir.

İki değişkenin bağımlı ve bağımsız dağıldığı durum için ayrı ayrı hesaplanan tonaj oranlarının istatistiksel karşılaştırması ise Şekil 6.34, Şekil 6.35 ve Şekil 6.36'da verilmiştir.

İki değişkenin bağımlılık durumuna ait tonaj oranı ile iki değişkenin bağımsız dağıldığı durum için hesaplananlar arasında %29,72 oranında belirlilik söz konusu olduğu belirlenmiştir.



Şekil 6.33. İki değişkenin bağımsız dağıldığı (%SiO₂ ve %Fe₂O₃) durum için sınır safsızlık seçeneklerine karşın tonaj oranı

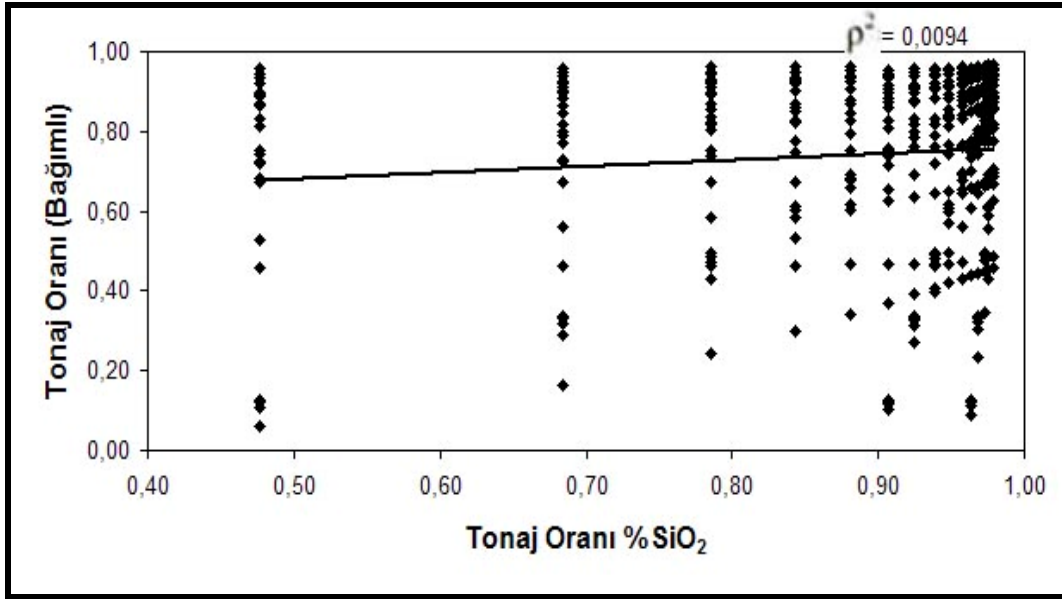


Şekil 6.34. %SiO₂ ve %Fe₂O₃'ün bağımlı ve bağımsız dağıldığı durum için hesaplanan tonaj oranlarının istatistiksel karşılaştırması

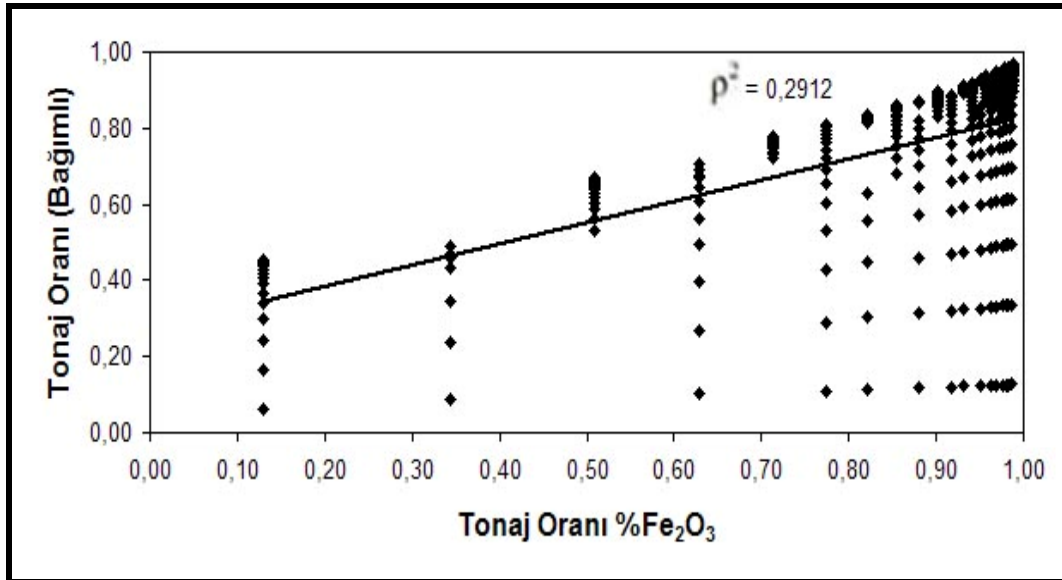
İki değişkenin bağımlı dağıldığı durum için hesaplanan tonaj oranları ile değişkenlerin her biri için hesaplanan tonaj oranlarının istatistiksel karşılaştırması Şekil 6.35 ve Şekil 6.36'da verilmiştir.

Tek değişkenli %SiO₂ sınır safsızlık seçenekleri için hesaplanan tonaj oranları ile iki değişkenli tonaj oranları arasında % 0,94 oranında belirlilik söz konusudur (Şekil 6.35).

Tek değişkenli %Fe₂O₃ sınır safsızlık seçenekleri için hesaplanan tonaj oranları ile iki değişkenli karar değişkenlerinin istendiği durumdaki tonaj oranları arasında %29,12 oranında belirlilik söz konusudur (Şekil 6.36).



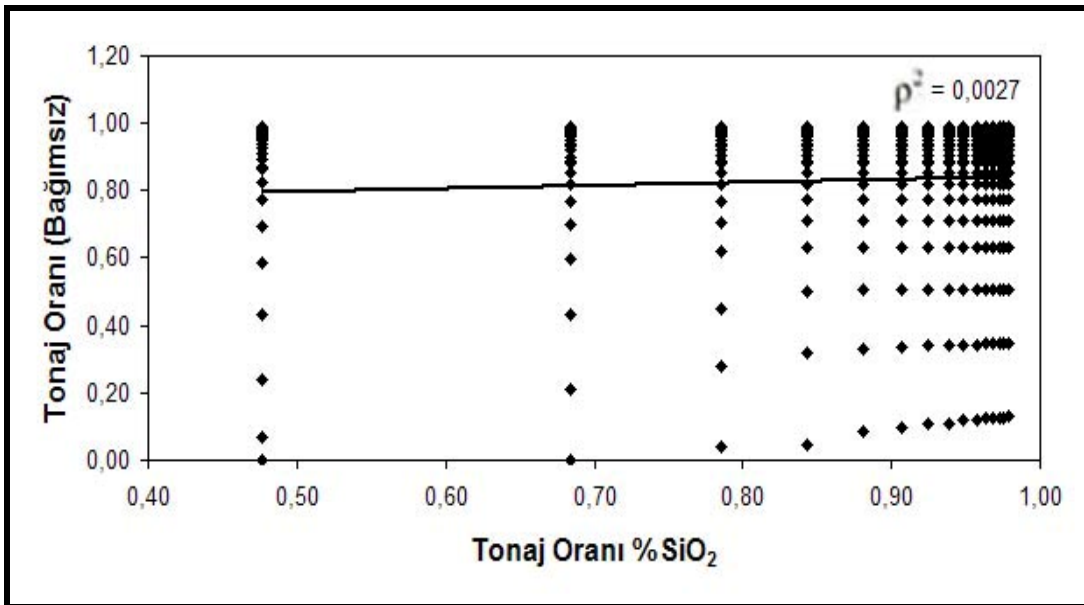
Şekil 6.35. %SiO₂'nin tonaj oranları ile %Fe₂O₃-%SiO₂'nin bağımlılık durumunun istatistiksel karşılaştırması



Şekil 6.36. %Fe₂O₃'ün tonaj oranları ile %Fe₂O₃-%SiO₂'nin bağımlılık durumunun istatistiksel karşılaştırması

İki değişkenin bağımsız dağıldığı durum için hesaplanan tonaj oranları ile değişkenlerden %SiO₂ için hesaplanan tonaj oranlarının istatistiksel karşılaştırması Şekil 6.37’de verilmiştir.

Tek değişkenli olarak %SiO₂ sınır safsızlık seçenekleri için hesaplanan tonaj oranları ile iki değişkenli durum için hesaplananlar arasında %0,27 oranında belirliliğin olduğu şekilde görülmektedir.



Şekil 6.37. %SiO₂ ve %Fe₂O₃'in bağımsız dağıldığı durum için hesaplanan tonaj oranları ile %SiO₂ için hesaplanan tonaj oranlarının istatistiksel karşılaştırması

Yukarıdaki şekiller ve açıklamalar göz önünde bulundurulduğunda, Beylikova manyezit yatağında, sınır safsızlık seçenekleri için tonaj oranı tahmininde, tek değişkenli, iki değişkenli birleşik dağıldığı durumları için değişik oranlarda hatalar oluşmaktadır. Bu durumda, iki değişkenin birleşik dağıldığı maden yataklarında değişkenlerin ayrı ayrı ele alınarak sınır safsızlık karar değişkenlerinin saptanması halinde, önemli oranlarda hatalı tahminler yapılması söz konusu olacaktır.

BÖLÜM 7

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Günümüzün ekonomik ve teknoloji koşullarına bağlı olarak, maden yataklarına ait sınır tenör ve sınır safsızlık karar değişkenlerinin belirlenmesi maden yatağının rezerv büyüklüğü ve tükenme ömrünün saptanması açısından büyük önem taşımaktadır.

Bu çalışmada, tek değişkenli normal ve tek değişkenli lognormal dağılan maden yataklarına ait sınır tenör ve sınır safsızlık karar değişkenlerine ait matematiksel eşitliklerin geliştirilmesi yanında çok değişkenli maden yataklarındaki sınır tenör ve sınır safsızlık karar değişkenlerine ait matematiksel eşitlikler de geliştirilmiştir.

Çok değişkenli maden yataklarında kullanılacak sınır tenör ve sınır safsızlık karar değişkenlerine ait matematiksel eşitlikleri geliştirilen dağılımlar, iki değişkenli normal, iki değişkenli lognormal ve hibrid iki değişkenli normal-lognormal dağılımlardır. Bu çalışmada geliştirilen matematiksel eşitlikler iki değişkenin arasında ilişki (korelasyon) olduğu durumdaki davranışını ölçmeye yöneliktir. Ayrıca bugüne kadar yapılan çalışmalarda değişkenlerin ikisinin de aynı dağılıma uyduğu varsayıldığı halde bu çalışmada değişkenlerin birinin normal ve diğerinin lognormal dağıldığı durumda iki değişkenli ve hibrid (normal-lognormal) dağılım olarak adlandırılan dağılıma ait bağımlılık ve bağımsızlık durumu için sınır tenör ve sınır safsızlık karar değişkenlerine ait matematiksel eşitlikler de geliştirilmiştir.

Tek ve çok değişkenli maden yataklarındaki sınır tenör ve sınır safsızlık karar değişkenlerine ait matematiksel eşitlikler geliştirildikten sonra uygulama çalışması için Beylikova manyezit yatağından alınan ve analizi MAŞ tarafından yapılmış olan arama sondajı karot analiz değerleri kullanılmıştır.

Bu karot analiz değerleri kullanılarak öncelikle saha bloklara ayrılmıştır. Daha sonra, bu bloklardan 135 tanesinin cevher (manyezit) içerdiği saptanmıştır. Manyezit içeren bloklar hesaplama katılmış, diğer bloklar ise hesaplama dışı bırakılmıştır. Manyezit cevheri içeren bloklar aynı zamanda safsızlıklar olarak adlandırılan %SiO₂, %CaO ve %Fe₂O₃ değerlerini de içermektedir.

Çalışmada tek ve iki değişkenli maden yataklarında sınır safsızlık karar değişkenlerinin belirlenmesi için manyezit cevheri içerisinde bulunan ve safsızlıklar olarak adlandırılan %SiO₂, %CaO ve %Fe₂O₃ değerleri kullanılmıştır. Bunun için öncelikle safsızlıkların dağılımları incelenmiştir.

%SiO₂, %CaO ve %Fe₂O₃ safsızlıklarının dağılımları incelendiğinde her üçünün de lognormal (doğal logaritmali) dağılım gösterdiği belirlenmiştir. Bu nedenle öncelikle %SiO₂, %CaO ve %Fe₂O₃'ün geliştirilen sınır safsızlık eşitlikleri kullanılarak sınır safsızlık karar değişkenleri belirlenmiştir. Böylece her safsızlığa ait cevher kütlelerinin tonaj oranı ve sınır safsızlıkların ortalama değerleri hesaplanmıştır. Daha sonra bu hesaplamalar grafiksel olarak da gösterilmiştir.

Değişkenlere ait grafikler incelendiğinde, sınır %SiO₂, sınır %CaO ve sınır %Fe₂O₃ değerlerinin artışına bağlı olarak, her üçünde de tonaj oranının ve safsızlığın ortalama değerinin arttığı görülmektedir.

Safsızlıkların tek tek tonaj oranları ve safsızlık ortalama değerleri hesaplandıktan sonra, bu safsızlıklar arasında bağımlılık olup olmadığına karar vermek için regresyon-korelasyon analizi yapılmıştır.

Yapılan regresyon-korelasyon analizi sonucunda, log%SiO₂-log%CaO arasındaki belirlilik katsayısı 0,21 olarak hesaplanmıştır. Bu değer 0'a çok yakın bir değer olduğu için log%SiO₂ ile log%CaO arasında belirlilik olmadığına karar verilmiş ve hesaplamalarda değişkenlerin birbirlerinden bağımsız oldukları kabul edilmiştir.

$\log\%SiO_2$ - $\log\%Fe_2O_3$ arasında yapılan regresyon-korelasyon analizi sonucunda ise, bu iki değişkenin belirlilik katsayısının 0,77 olduğu belirlenmiştir. Bu değer 1'e yakın bir değer olduğu için $\log\%SiO_2$ ile $\log\%Fe_2O_3$ arasında belirlilik olduğuna karar verilmiş ve hesaplamalarda değişkenlerin birbirleriyle bağımlı oldukları kabul edilmiştir.

İki değişkenli $\log\%SiO_2$ - $\log\%CaO$ dağılımında değişkenlerin aralarında belirlilik olmadığı durumda sınır $\%SiO_2$ değerinin artışına bağlı olarak tonaj oranı ve safsızlığın ortalama değerinin arttığı görülmektedir.

İki değişkenli $\log\%SiO_2$ - $\log\%Fe_2O_3$ dağılımında değişkenlerin aralarında korelasyon olduğu durumda değişkenlerdeki safsızlık değerlerinin artışına bağlı olarak, cevher kütlelerinin tonaj oranı ve sınır değer altında kalan alandaki safsızlığın ortalama değerinin arttığı görülmektedir.

İki değişkenli $\log\%SiO_2$ - $\log\%Fe_2O_3$ dağılımında değişkenlerin aralarında korelasyon olmasına rağmen, değişkenlerin aralarında korelasyon olmadığı durumdaki değişimi görmek için bu değişkenlerin aralarında korelasyon olmadığı varsayılarak da hesaplamalar yapılmıştır.

İki değişkenli $\log\%SiO_2$ - $\log\%Fe_2O_3$ dağılımının bağımlı ve bağımsız olduğu duruma ait hesaplanan tonaj oranları istatistiksel olarak karşılaştırılmış ve belirlilik katsayısı hesaplanmıştır. Hesaplanan bu belirlilik katsayısı incelendiğinde, değişkenlerin bağımlılık ve bağımsızlık durumu için hesaplanan tonaj oranları arasındaki belirlilik katsayısının çok düşük olduğu görülmektedir.

Yukarıdaki açıklamalar incelendiğinde, eğer maden yatağımızda bir tane safsızlığımız varsa, bu safsızlıkla ilgili sınır değere bağlı karar değişkenlerinin hesaplanmasında, tek değişkenli sınır safsız karar değişkenlerine ait eşitliklerin kullanılması önerilmektedir.

Maden yatağında iki değişken varsa ve bu değişkenler birbirlerinden bağımsız dağılıyorsa, iki değişkenli bağımsızlık durumu için geliştirilen sınır tenör ve sınır safsızlık eşitlikleri kullanılarak tonaj oranının hesaplanması gerektiği belirlenmiştir

Maden yatağındaki değişkenlerin aralarında belirlilik olduğu durumda ise, dağılımların türüne (iki değişkenli normal dağılım, iki değişkenli lognormal dağılım ve iki değişkenli hibrid (normal-lognormal) dağılıma bağlı olarak iki değişkenli şartlı olasılık yoğunluk fonksiyonlarının kullanılması önerilmektedir. Daha sonra, bu eşitliklerden elde edilen değerler kullanılarak değişkenlerin bağımlı oldukları durum için verilmiş sınır tenör ve sınır safsızlık eşitlikleri ile tonaj oranı ve safsızlık (tenör) ortalama değerlerinin hesaplamalarının yapılması önerilmektedir.

Dünyamızda yeraltı kaynaklarının giderek azaldığı düşünüldüğünde, sınır tenör ve sınır safsızlık kararları gittikçe daha da önemli bir hal almaktadır. Bu nedenden dolayı alınacak sınır tenör veya sınır safsızlık kararlarında öncelikle değişkenlerin aralarında belirlilik olup olmadığının incelenmesi ve daha sonra hesaplamaların yapılması maden yatağının verimli olarak işletilmesi açısından büyük önem taşımaktadır. Bu tez kapsamında geliştirilen eşitlikler kullanılarak sınır tenör ve sınır safsızlık kararlarının tek değişkenli ve iki değişkenli maden yatakları için uygulanabileceği düşünülmektedir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Ak, H. ve Konuk, A., 2008, Açık işletme basamakları tenör kontrolünde jeostatistiksel tahmin modeli seçimi, T.C. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi, 11, 1 57-70.
- Alpar, R., 2003, Uygulamalı çok değişkenli yöntemlere giriş 1, Nobel Yayın Dağıtım, 411 s.
- Asad, M.W.A., 2005, Cutoff grade optimization algorithm with stockpiling option for open pit mining operations of two economic minerals, International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment, 19, 3, 176-187.
- Ataei, M. and Osanloo, M., 2003a, Determination of optimum cutoff grades of multiple metal deposits by using the golden section search method, The Journal of The South African Institute of Mining And Metallurgy, 493-499.
- Ataei, M. and Osanloo, M., 2003b, Methods for calculation of optimal cutoff grades in complex ore deposits, Journal of Mining Science, 39, 5, 499-507.
- Bascetin, A. and Nieto, A., 2006, Mining cutoff grade strategy to optimize npv based on GRG multiyear iterative factor, AusIMM-Mining Technology, 1-6.
- Cetin, E. and Dowd, P.A., 2002, The use of genetic algorithms for multiple cut-off grade optimisation, Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry Proceedings of the 30th International Symposium, ed. Sukumar Bandopadhyay, pp. 769-778.
- Clark, I., 2001, Practical geostatistics, Geostokos, Scotland, 119 p.
- David, M., 1977, Geostatistical Ore Reserve Estimation, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 364 p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Emrulloğlu, Ö. F., 1984, Çayırbağ manyezit cevherinin flotasyonla zenginleştirilmesi ve flotasyon artıklarından magnezyum klorür üretimi, T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları No. 49, 112 s..
- Gözler, M.Z., Cevher, F. ve Küçükyaman A., 1985, Eskişehir civarının jeolojisi ve sıcak su kaynakları, Maden Tetkik ve Arama Dergisi, 103, 40-55.
- Guttman, I. and Wilks, T.L.S.S, 1965, Introductory engineering statistics, John Wiley& Sons, Inc, 340 p.
- Guttman, I., Wilks, T.L.S.S. and Hunter, J. S., 1971. Introductory engineering statistics, 2nd Edition, John Wiley & Sons, Inc, 549 p.
- Güllü, T.E., 1999, Eti Gümüş A. Ş.'de Sınır Tenör Optimizasyonu, Yüksek Lisans Tezi, T. C. Dumlupınar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 92 s. (yayınlanmamış).
- İnal, H. C. ve Günay S., 2002, Olasılık ve matematiksel istatistik (Beşinci Baskı), H.Ü. Fen Fakültesi Basımevi, Beytepe, Ankara, 519 s.
- Johnson R.A. ve Wichern D.W., 2002, Applied Multivariate Statistical Analysis, 5th Edition, Pearson Education International.
- Kara, İ., 2000, Olasılık, Bilim Teknik Yayınevi, 4. Basım, 296 s.
- Kaya, M., 1993, Manyezit ve bazik refrakterler teknolojisi, T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları No:450.
- Konuk, A., 1988, Madencilik yatırım kararlarında risk analizi ve sınır değer uygulaması, Doktora Tezi, T. C. Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 262 s. (yayınlanmamış).
- Konuk, A., Önder, S., 1999, Maden istatistiği, T. C. Osmangazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Maden Mühendisliği Bölümü, 156 s.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Konuk, A. ve Yersel, G., 1995, Sınır tenör kararlarında üretim kapasite kısıtlarının etkileri, Jeoloji Mühendisliği, 46, 44-51.
- Konuk, A. ve Yersel, H.G., 1998, The risks of cutoff impurity decisions in magnesite open pit mining, 5th National Open Pit Mining Conference, 94-100.
- Lane, K.F., 1988, The economic definition of ore cut-off grades in theory and practice, Mining Journal Books Limited, London, 147 p.
- MTA, 1982, Türkiye Manyezit envanteri, Maden Tetkik ve Arama Enstitüsü Yayınlarından No.186.
- Nasuf, E., 1983, Rezerv Hesaplamalarında İstatistiksel Yöntemler ve Bilgisayar Uygulamaları, Türkiye Mad. Bil. ve Tek. 8. Kongresi Bildiriler Kitabı, Ankara, 201-212.
- Osanloo, M. and Ataei, M., 2003, Using equivalent grade factors to find the optimum cut-off grades of multiple metal deposits, Minerals Engineering, 16, 771-776.
- Özdamar, 2004, Paket programlar ile istatistiksel veri analizi I, 5. Baskı, Kaan Kitabevi, 649 s.
- Parker, R., 1979, The Voluma-Variance Relationship: A Useful tool for Mine Planning, Enginnering and Mining Journal, 406-423.
- Sekizinci Beş Yıllık Kalkınma Planı, 2001, Madencilik ve özel ihtisas komisyonu raporu endüstriyel hammaddeler alt komisyonu toprak sanayi hammaddeler II (refrakter killer ve şiferton-manyezit-dolomit-olivin-zirkon-disten-sillimanit-andaluzit) çalışma grubu raporu, Devlet Planlama Teşkilatı, Ankara.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Shahin, M., Van Oorschot H.J.L. and De Lange S.J., 1993, Statistical analysis in water resources engineering, Applied Hydrology Monographs 1, A.A: Balkema Publisers, USA, 394 s.
- Shapiro, S.S. and Wilk, M. B., 1965, An analysis of variance test for mormality (complete samples), Biometrika 52, 3, 591-611.
- Shapiro, S.S., Wilk, M. B and Chen, H.J., 1968, A comparative study of various tests of normality, Journal of the American Statistical Association, 63, 1343-1372.
- Sheskin, D. J., 2000. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures, second ed. Chapman&Hall/CRC, United States of America.
- Stedinger, J.R., Vogel, R.M., Foufoula-Georgiou, E., 1993, Frequency analysis of extreme events, In Handbook of Hydrology, Maidment, D.R. (ed.), 18-1'den 18-65, McGraw-Hill, New York.
- Tatlıdil, H., 2002, Uygulamalı çok değişkenli istatistiksel analiz, Akademi Matbaası, s. 424, Ankara.
- Thomopoulos, N. T. and Johnson, A, C., 2004, Some measures on the standard bivariate lognormal distribution, Decision Science Institute Proceedings, Boston.
- Url-1. <http://www.kumasref.com/urunler16.htm>
- Uyguçgil, H., 2007, Çok Değişkenli Maden Yataklarında Rezerv Tenör Tahmininde Jeostatistik ve Coğrafi Bilgi Sistemleri Tekniklerinin Kullanımı, Doktora Tezi, T. C. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 160 s. (yayınlanmamış).

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Yersel, H. G. ve Konuk A., 1997, Manyezit maden işletmeciliğinde sınır %SiO₂ kararlarının riskliliği, Madencilik, 36, 1, 11-19.
- Yıldız, R. ve Köse H., 2002, Madencilik yatırım projelerinin hazırlanması, değerlendirilmesi ve manyezit ocağına uygulanması, 263 s.
- Yue, S., 2000, The Bivariate lognormal distribution to model a multivariate flood episode, Hydrological Processes, 14, 2575-2588.
- Yue, S., 2002, The Bivariate Lognormal distribution for describing joint statistical properties of a multivariate storm event, Environmetrics, 17, 811-819.

Ek 1. %SiO₂'ye ait sınır safsızlık karar değişkenleri

Sınır %SiO₂	Tonaj Oranı	Ortalama %SiO₂
0,100	0,476	0,041
0,200	0,684	0,067
0,300	0,785	0,087
0,400	0,844	0,102
0,500	0,881	0,115
0,600	0,907	0,126
0,700	0,925	0,135
0,800	0,938	0,142
0,900	0,948	0,149
1,000	0,957	0,155
1,100	0,963	0,160
1,200	0,969	0,165
1,300	0,973	0,169
1,400	0,976	0,172
1,500	0,979	0,176

Ek 2. %CaO'e ait sınır safsızlık karar değişkenleri

Sınır %CaO	Tonaj Oranı	Ortalama %CaO
0,250	0,413	0,126
0,500	0,663	0,207
0,750	0,785	0,266
1,000	0,855	0,312
1,250	0,896	0,346
1,500	0,924	0,375
1,750	0,942	0,398
2,000	0,955	0,416

Ek 3. %Fe₂O₃'e ait sınır safsızlık karar değişkenleri

Sınır %Fe₂O₃	Tonaj Oranı	Ortalama %Fe₂O₃
0,010	0,129	0,007
0,020	0,345	0,012
0,030	0,508	0,017
0,040	0,629	0,020
0,050	0,712	0,023
0,060	0,773	0,026
0,070	0,821	0,029
0,080	0,855	0,030
0,090	0,881	0,032
0,100	0,902	0,034
0,110	0,918	0,035
0,120	0,931	0,036
0,130	0,942	0,037
0,140	0,951	0,038
0,150	0,957	0,039
0,160	0,963	0,040
0,170	0,968	0,040
0,180	0,972	0,041
0,190	0,976	0,042
0,200	0,978	0,042
0,210	0,981	0,043
0,220	0,983	0,043
0,230	0,985	0,043
0,240	0,986	0,044
0,250	0,988	0,044

Ek 4. %SiO₂ ve %CaO'nun bağımsız dağıldığı durum için sınır safsızlık karar değişkenleri

Sınır %SiO₂	Sınır %CaO	Tonaj Oranı	Ortalama %SiO₂	Ortalama %CaO
0,100	0,250	0,197	0,041	0,126
0,100	0,500	0,316	0,041	0,207
0,100	0,750	0,374	0,041	0,266
0,100	1,000	0,407	0,041	0,312
0,100	1,250	0,427	0,041	0,346
0,100	1,500	0,440	0,041	0,375
0,100	1,750	0,448	0,041	0,398
0,100	2,000	0,454	0,041	0,416
0,200	0,250	0,283	0,067	0,126
0,200	0,500	0,454	0,067	0,207
0,200	0,750	0,537	0,067	0,266
0,200	1,000	0,585	0,067	0,312
0,200	1,250	0,613	0,067	0,346
0,200	1,500	0,632	0,067	0,375
0,200	1,750	0,645	0,067	0,398
0,200	2,000	0,653	0,087	0,416
0,300	0,250	0,324	0,087	0,126
0,300	0,500	0,520	0,087	0,207
0,300	0,750	0,617	0,087	0,266
0,300	1,000	0,672	0,087	0,312
0,300	1,250	0,704	0,087	0,346
0,300	1,500	0,725	0,087	0,375
0,300	1,750	0,740	0,087	0,398
0,300	2,000	0,749	0,087	0,416
0,400	0,250	0,348	0,102	0,126
0,400	0,500	0,559	0,102	0,207
0,400	0,750	0,663	0,102	0,266
0,400	1,000	0,722	0,102	0,312
0,400	1,250	0,756	0,102	0,346
0,400	1,500	0,779	0,102	0,375

0,400	1,750	0,795	0,102	0,398
0,400	2,000	0,805	0,102	0,416
0,500	0,250	0,364	0,115	0,126
0,500	0,500	0,584	0,115	0,207
0,500	0,750	0,692	0,115	0,266
0,500	1,000	0,754	0,115	0,312
0,500	1,250	0,790	0,115	0,346
0,500	1,500	0,814	0,115	0,375
0,500	1,750	0,830	0,115	0,398
0,500	2,000	0,841	0,115	0,416
0,600	0,250	0,374	0,126	0,126
0,600	0,500	0,601	0,126	0,207
0,600	0,750	0,712	0,126	0,266
0,600	1,000	0,776	0,126	0,312
0,600	1,250	0,812	0,126	0,346
0,600	1,500	0,837	0,126	0,375
0,600	1,750	0,854	0,126	0,398
0,600	2,000	0,865	0,126	0,416
0,700	0,250	0,382	0,135	0,126
0,700	0,500	0,613	0,135	0,207
0,700	0,750	0,726	0,135	0,266
0,700	1,000	0,791	0,135	0,312
0,700	1,250	0,829	0,135	0,346
0,700	1,500	0,854	0,135	0,375
0,700	1,750	0,871	0,135	0,398
0,700	2,000	0,883	0,135	0,416
0,800	0,250	0,387	0,142	0,126
0,800	0,500	0,622	0,142	0,207
0,800	0,750	0,737	0,142	0,266
0,800	1,000	0,803	0,142	0,312
0,800	1,250	0,841	0,142	0,346
0,800	1,500	0,867	0,142	0,375
0,800	1,750	0,884	0,142	0,398
0,800	2,000	0,896	0,142	0,416
0,900	0,250	0,392	0,149	0,126
0,900	0,500	0,629	0,149	0,207

0,900	0,750	0,745	0,149	0,266
0,900	1,000	0,811	0,149	0,312
0,900	1,250	0,850	0,149	0,346
0,900	1,500	0,876	0,149	0,375
0,900	1,750	0,893	0,149	0,398
0,900	2,000	0,905	0,149	0,416
1,000	0,250	0,395	0,155	0,126
1,000	0,500	0,634	0,155	0,207
1,000	0,750	0,752	0,155	0,266
1,000	1,000	0,819	0,155	0,312
1,000	1,250	0,858	0,155	0,346
1,000	1,500	0,884	0,155	0,375
1,000	1,750	0,902	0,155	0,398
1,000	2,000	0,914	0,155	0,416
1,100	0,250	0,398	0,160	0,126
1,100	0,500	0,638	0,160	0,207
1,100	0,750	0,756	0,160	0,266
1,100	1,000	0,824	0,160	0,312
1,100	1,250	0,863	0,160	0,346
1,100	1,500	0,890	0,160	0,375
1,100	1,750	0,907	0,160	0,398
1,100	2,000	0,919	0,160	0,416
1,200	0,250	0,400	0,165	0,126
1,200	0,500	0,642	0,165	0,207
1,200	0,750	0,761	0,165	0,266
1,200	1,000	0,829	0,165	0,312
1,200	1,250	0,868	0,165	0,346
1,200	1,500	0,895	0,165	0,375
1,200	1,750	0,912	0,165	0,398
1,200	2,000	0,925	0,165	0,416
1,300	0,250	0,402	0,169	0,126
1,300	0,500	0,645	0,169	0,207
1,300	0,750	0,764	0,169	0,266
1,300	1,000	0,832	0,169	0,312
1,300	1,250	0,872	0,169	0,346
1,300	1,500	0,898	0,169	0,375

1,300	1,750	0,916	0,169	0,398
1,300	2,000	0,928	0,169	0,416
1,400	0,250	0,403	0,172	0,126
1,400	0,500	0,647	0,172	0,207
1,400	0,750	0,766	0,172	0,266
1,400	1,000	0,835	0,172	0,312
1,400	1,250	0,874	0,172	0,346
1,400	1,500	0,901	0,172	0,375
1,400	1,750	0,919	0,172	0,398
1,400	2,000	0,931	0,172	0,416
1,500	0,250	0,404	0,176	0,126
1,500	0,500	0,649	0,176	0,207
1,500	0,750	0,769	0,176	0,266
1,500	1,000	0,837	0,176	0,312
1,500	1,250	0,877	0,176	0,346
1,500	1,500	0,904	0,176	0,375
1,500	1,750	0,922	0,176	0,398
1,500	2,000	0,934	0,176	0,416

Ek 5. %SiO₂ ve %Fe₂O₃'ün bağımlı dağıldığı durum için sınır safsızlık karar değişkenleri

Sınır %SiO₂	Sınır %Fe₂O₃	Tonaj Oranı	Ortalama %SiO₂	Ortalama %Fe₂O₃
0,100	0,010	0,002	0,012	0,003
0,200	0,010	0,002	0,012	0,003
0,300	0,010	0,040	0,012	0,003
0,400	0,010	0,044	0,013	0,003
0,500	0,010	0,084	0,018	0,004
0,600	0,010	0,097	0,019	0,004
0,700	0,010	0,107	0,021	0,004
0,800	0,010	0,110	0,021	0,005
0,900	0,010	0,117	0,022	0,005
1,000	0,010	0,120	0,022	0,005
1,100	0,010	0,123	0,022	0,005
1,200	0,010	0,125	0,022	0,005
1,300	0,010	0,126	0,023	0,005
1,400	0,010	0,127	0,023	0,005
1,500	0,010	0,130	0,023	0,005
0,100	0,020	0,068	0,016	0,003
0,200	0,020	0,210	0,031	0,007
0,300	0,020	0,280	0,038	0,008
0,400	0,020	0,320	0,042	0,009
0,500	0,020	0,330	0,043	0,009
0,600	0,020	0,337	0,044	0,009
0,700	0,020	0,340	0,044	0,009
0,800	0,020	0,342	0,046	0,010
0,900	0,020	0,343	0,046	0,010
1,000	0,020	0,344	0,046	0,010
1,100	0,020	0,344	0,046	0,010
1,200	0,020	0,344	0,046	0,010
1,300	0,020	0,344	0,046	0,010
1,400	0,020	0,344	0,046	0,010

1,500	0,020	0,344	0,046	0,010
0,100	0,030	0,240	0,034	0,007
0,200	0,030	0,432	0,054	0,012
0,300	0,030	0,449	0,055	0,012
0,400	0,030	0,500	0,060	0,013
0,500	0,030	0,505	0,061	0,013
0,600	0,030	0,507	0,061	0,013
0,700	0,030	0,507	0,061	0,013
0,800	0,030	0,508	0,061	0,013
0,900	0,030	0,508	0,061	0,013
1,000	0,030	0,508	0,061	0,013
1,100	0,030	0,508	0,061	0,013
1,200	0,030	0,508	0,061	0,013
1,300	0,030	0,508	0,061	0,013
1,400	0,030	0,508	0,061	0,013
1,500	0,030	0,508	0,061	0,013
0,100	0,040	0,430	0,053	0,011
0,200	0,040	0,595	0,074	0,016
0,300	0,040	0,620	0,078	0,017
0,400	0,040	0,629	0,079	0,017
0,500	0,040	0,629	0,080	0,017
0,600	0,040	0,629	0,080	0,017
0,700	0,040	0,629	0,080	0,017
0,800	0,040	0,630	0,080	0,017
0,900	0,040	0,630	0,080	0,017
1,000	0,040	0,630	0,080	0,017
1,100	0,040	0,630	0,080	0,017
1,200	0,040	0,630	0,080	0,017
1,300	0,040	0,630	0,080	0,017
1,400	0,040	0,630	0,080	0,017
1,500	0,040	0,630	0,080	0,017
0,100	0,050	0,585	0,073	0,016
0,200	0,050	0,697	0,091	0,020
0,300	0,050	0,708	0,093	0,020
0,400	0,050	0,712	0,094	0,020
0,500	0,050	0,712	0,094	0,020

0,600	0,050	0,712	0,094	0,020
0,700	0,050	0,712	0,094	0,020
0,800	0,050	0,712	0,094	0,020
0,900	0,050	0,712	0,094	0,020
1,000	0,050	0,712	0,094	0,020
1,100	0,050	0,712	0,094	0,020
1,200	0,050	0,712	0,094	0,020
1,300	0,050	0,712	0,094	0,020
1,400	0,050	0,712	0,094	0,020
1,500	0,050	0,712	0,094	0,020
0,100	0,060	0,695	0,090	0,019
0,200	0,060	0,767	0,100	0,022
0,300	0,060	0,770	0,106	0,023
0,400	0,060	0,773	0,106	0,023
0,500	0,060	0,773	0,106	0,023
0,600	0,060	0,773	0,106	0,023
0,700	0,060	0,773	0,106	0,023
0,800	0,060	0,773	0,106	0,023
0,900	0,060	0,773	0,106	0,023
1,000	0,060	0,773	0,106	0,023
1,100	0,060	0,773	0,106	0,023
1,200	0,060	0,773	0,106	0,023
1,300	0,060	0,773	0,106	0,023
1,400	0,060	0,773	0,106	0,023
1,500	0,060	0,773	0,106	0,023
0,100	0,070	0,773	0,106	0,023
0,200	0,070	0,818	0,117	0,025
0,300	0,070	0,820	0,118	0,025
0,400	0,070	0,820	0,118	0,025
0,500	0,070	0,820	0,118	0,025
0,600	0,070	0,820	0,118	0,025
0,700	0,070	0,820	0,118	0,025
0,800	0,070	0,820	0,118	0,025
0,900	0,070	0,820	0,118	0,025
1,000	0,070	0,820	0,118	0,025
1,100	0,070	0,820	0,118	0,025

1,200	0,070	0,820	0,118	0,025
1,300	0,070	0,820	0,118	0,025
1,400	0,070	0,820	0,118	0,025
1,500	0,070	0,820	0,118	0,025
0,100	0,080	0,826	0,119	0,026
0,200	0,080	0,854	0,127	0,027
0,300	0,080	0,855	0,128	0,027
0,400	0,080	0,855	0,129	0,027
0,500	0,080	0,855	0,129	0,027
0,600	0,080	0,855	0,129	0,027
0,700	0,080	0,855	0,129	0,027
0,800	0,080	0,855	0,129	0,027
0,900	0,080	0,855	0,129	0,027
1,000	0,080	0,855	0,129	0,027
1,100	0,080	0,855	0,129	0,027
1,200	0,080	0,855	0,129	0,027
1,300	0,080	0,855	0,129	0,027
1,400	0,080	0,855	0,129	0,027
1,500	0,080	0,855	0,129	0,027
0,100	0,090	0,863	0,130	0,028
0,200	0,090	0,880	0,135	0,029
0,300	0,090	0,881	0,136	0,029
0,400	0,090	0,881	0,137	0,029
0,500	0,090	0,881	0,137	0,029
0,600	0,090	0,881	0,137	0,029
0,700	0,090	0,881	0,137	0,029
0,800	0,090	0,881	0,137	0,029
0,900	0,090	0,881	0,137	0,029
1,000	0,090	0,881	0,137	0,029
1,100	0,090	0,881	0,137	0,029
1,200	0,090	0,881	0,137	0,029
1,300	0,090	0,881	0,137	0,029
1,400	0,090	0,881	0,137	0,029
1,500	0,090	0,881	0,137	0,029
0,100	0,100	0,891	0,140	0,030
0,200	0,100	0,901	0,143	0,031

0,300	0,100	0,902	0,144	0,031
0,400	0,100	0,902	0,145	0,031
0,500	0,100	0,902	0,145	0,031
0,600	0,100	0,902	0,145	0,031
0,700	0,100	0,902	0,145	0,031
0,800	0,100	0,902	0,145	0,031
0,900	0,100	0,902	0,145	0,031
1,000	0,100	0,902	0,145	0,031
1,100	0,100	0,902	0,145	0,031
1,200	0,100	0,902	0,145	0,031
1,300	0,100	0,902	0,145	0,031
1,400	0,100	0,902	0,145	0,031
1,500	0,100	0,902	0,145	0,031
0,100	0,110	0,910	0,125	0,027
0,200	0,110	0,920	0,150	0,033
0,300	0,110	0,920	0,150	0,033
0,400	0,110	0,920	0,150	0,033
0,500	0,110	0,920	0,150	0,033
0,600	0,110	0,920	0,150	0,033
0,700	0,110	0,920	0,150	0,033
0,800	0,110	0,920	0,150	0,033
0,900	0,110	0,920	0,150	0,033
1,000	0,110	0,920	0,150	0,033
1,100	0,110	0,920	0,150	0,033
1,200	0,110	0,920	0,150	0,033
1,300	0,110	0,920	0,150	0,033
1,400	0,110	0,920	0,150	0,033
1,500	0,110	0,920	0,150	0,033
0,100	0,120	0,926	0,155	0,033
0,200	0,120	0,931	0,157	0,034
0,300	0,120	0,931	0,157	0,034
0,400	0,120	0,931	0,157	0,034
0,500	0,120	0,931	0,157	0,034
0,600	0,120	0,931	0,157	0,034
0,700	0,120	0,931	0,157	0,034
0,800	0,120	0,931	0,157	0,034

0,900	0,120	0,931	0,157	0,034
1,000	0,120	0,931	0,157	0,034
1,100	0,120	0,931	0,157	0,034
1,200	0,120	0,931	0,157	0,034
1,300	0,120	0,931	0,157	0,034
1,400	0,120	0,931	0,157	0,034
1,500	0,120	0,931	0,157	0,034
0,100	0,130	0,939	0,160	0,035
0,200	0,130	0,940	0,162	0,035
0,300	0,130	0,940	0,162	0,035
0,400	0,130	0,940	0,162	0,035
0,500	0,130	0,940	0,162	0,035
0,600	0,130	0,940	0,162	0,035
0,700	0,130	0,940	0,162	0,035
0,800	0,130	0,940	0,162	0,035
0,900	0,130	0,940	0,162	0,035
1,000	0,130	0,940	0,162	0,035
1,100	0,130	0,940	0,162	0,035
1,200	0,130	0,940	0,162	0,035
1,300	0,130	0,940	0,162	0,035
1,400	0,130	0,940	0,162	0,035
1,500	0,130	0,940	0,162	0,035
0,100	0,140	0,949	0,167	0,036
0,200	0,140	0,950	0,167	0,036
0,300	0,140	0,950	0,167	0,036
0,400	0,140	0,950	0,167	0,036
0,500	0,140	0,950	0,167	0,036
0,600	0,140	0,950	0,167	0,036
0,700	0,140	0,950	0,167	0,036
0,800	0,140	0,950	0,167	0,036
0,900	0,140	0,950	0,167	0,036
1,000	0,140	0,950	0,167	0,036
1,100	0,140	0,950	0,167	0,036
1,200	0,140	0,950	0,167	0,036
1,300	0,140	0,950	0,167	0,036
1,400	0,140	0,950	0,167	0,036

1,500	0,140	0,950	0,167	0,036
0,100	0,150	0,956	0,170	0,037
0,200	0,150	0,960	0,170	0,037
0,300	0,150	0,960	0,170	0,037
0,400	0,150	0,960	0,170	0,037
0,500	0,150	0,960	0,170	0,037
0,600	0,150	0,960	0,170	0,037
0,700	0,150	0,960	0,170	0,037
0,800	0,150	0,960	0,170	0,037
0,900	0,150	0,960	0,170	0,037
1,000	0,150	0,960	0,170	0,037
1,100	0,150	0,960	0,170	0,037
1,200	0,150	0,960	0,170	0,037
1,300	0,150	0,960	0,170	0,037
1,400	0,150	0,960	0,170	0,037
1,500	0,150	0,960	0,170	0,037
0,100	0,160	0,963	0,175	0,037
0,200	0,160	0,963	0,175	0,038
0,300	0,160	0,963	0,175	0,038
0,400	0,160	0,963	0,175	0,038
0,500	0,160	0,963	0,175	0,038
0,600	0,160	0,963	0,175	0,038
0,700	0,160	0,963	0,175	0,038
0,800	0,160	0,963	0,175	0,038
0,900	0,160	0,963	0,175	0,038
1,000	0,160	0,963	0,175	0,038
1,100	0,160	0,963	0,175	0,038
1,200	0,160	0,963	0,175	0,038
1,300	0,160	0,963	0,175	0,038
1,400	0,160	0,963	0,175	0,038
1,500	0,160	0,963	0,175	0,038
0,100	0,170	0,967	0,179	0,038
0,200	0,170	0,968	0,180	0,039
0,300	0,170	0,968	0,180	0,039
0,400	0,170	0,968	0,180	0,039
0,500	0,170	0,968	0,180	0,039

0,600	0,170	0,968	0,180	0,039
0,700	0,170	0,968	0,180	0,039
0,800	0,170	0,968	0,180	0,039
0,900	0,170	0,968	0,180	0,039
1,000	0,170	0,968	0,180	0,039
1,100	0,170	0,968	0,180	0,039
1,200	0,170	0,968	0,180	0,039
1,300	0,170	0,968	0,180	0,039
1,400	0,170	0,968	0,180	0,039
1,500	0,170	0,968	0,180	0,039
0,100	0,180	0,970	0,180	0,039
0,200	0,180	0,972	0,183	0,039
0,300	0,180	0,972	0,183	0,039
0,400	0,180	0,972	0,183	0,039
0,500	0,180	0,972	0,183	0,039
0,600	0,180	0,972	0,183	0,039
0,700	0,180	0,972	0,183	0,039
0,800	0,180	0,972	0,183	0,039
0,900	0,180	0,972	0,183	0,039
1,000	0,180	0,972	0,183	0,039
1,100	0,180	0,972	0,183	0,039
1,200	0,180	0,972	0,183	0,039
1,300	0,180	0,972	0,183	0,039
1,400	0,180	0,972	0,183	0,039
1,500	0,180	0,972	0,183	0,039
0,100	0,190	0,975	0,186	0,040
0,200	0,190	0,976	0,187	0,040
0,300	0,190	0,976	0,187	0,040
0,400	0,190	0,976	0,187	0,040
0,500	0,190	0,976	0,187	0,040
0,600	0,190	0,976	0,187	0,040
0,700	0,190	0,976	0,187	0,040
0,800	0,190	0,976	0,187	0,040
0,900	0,190	0,976	0,187	0,040
1,000	0,190	0,976	0,187	0,040
1,100	0,190	0,976	0,187	0,040

1,200	0,190	0,976	0,187	0,040
1,300	0,190	0,976	0,187	0,040
1,400	0,190	0,976	0,187	0,040
1,500	0,190	0,976	0,187	0,040
0,100	0,200	0,978	0,188	0,040
0,200	0,200	0,978	0,188	0,040
0,300	0,200	0,978	0,188	0,040
0,400	0,200	0,978	0,188	0,040
0,500	0,200	0,978	0,188	0,040
0,600	0,200	0,978	0,188	0,040
0,700	0,200	0,978	0,188	0,040
0,800	0,200	0,978	0,188	0,040
0,900	0,200	0,978	0,188	0,040
1,000	0,200	0,978	0,188	0,040
1,100	0,200	0,978	0,188	0,040
1,200	0,200	0,978	0,188	0,040
1,300	0,200	0,978	0,188	0,040
1,400	0,200	0,978	0,188	0,040
1,500	0,200	0,978	0,188	0,040
0,100	0,210	0,980	0,190	0,040
0,200	0,210	0,980	0,190	0,040
0,300	0,210	0,980	0,190	0,040
0,400	0,210	0,980	0,190	0,040
0,500	0,210	0,980	0,190	0,040
0,600	0,210	0,980	0,190	0,040
0,700	0,210	0,980	0,190	0,040
0,800	0,210	0,980	0,190	0,040
0,900	0,210	0,980	0,190	0,040
1,000	0,210	0,980	0,190	0,040
1,100	0,210	0,980	0,190	0,040
1,200	0,210	0,980	0,190	0,040
1,300	0,210	0,980	0,190	0,040
1,400	0,210	0,980	0,190	0,040
1,500	0,210	0,980	0,190	0,040
0,100	0,220	0,983	0,193	0,041
0,200	0,220	0,983	0,193	0,041

0,300	0,220	0,983	0,193	0,041
0,400	0,220	0,983	0,193	0,041
0,500	0,220	0,983	0,193	0,041
0,600	0,220	0,983	0,193	0,041
0,700	0,220	0,983	0,193	0,041
0,800	0,220	0,983	0,193	0,041
0,900	0,220	0,983	0,193	0,041
1,000	0,220	0,983	0,193	0,041
1,100	0,220	0,983	0,193	0,041
1,200	0,220	0,983	0,193	0,041
1,300	0,220	0,983	0,193	0,041
1,400	0,220	0,983	0,193	0,041
1,500	0,220	0,983	0,193	0,041
0,100	0,230	0,985	0,196	0,042
0,200	0,230	0,985	0,196	0,042
0,300	0,230	0,985	0,196	0,042
0,400	0,230	0,985	0,196	0,042
0,500	0,230	0,985	0,196	0,042
0,600	0,230	0,985	0,196	0,042
0,700	0,230	0,985	0,196	0,042
0,800	0,230	0,985	0,196	0,042
0,900	0,230	0,985	0,196	0,042
1,000	0,230	0,985	0,196	0,042
1,100	0,230	0,985	0,196	0,042
1,200	0,230	0,985	0,196	0,042
1,300	0,230	0,985	0,196	0,042
1,400	0,230	0,985	0,196	0,042
1,500	0,230	0,985	0,196	0,042
0,100	0,240	0,986	0,197	0,042
0,200	0,240	0,986	0,197	0,042
0,300	0,240	0,986	0,197	0,042
0,400	0,240	0,986	0,197	0,042
0,500	0,240	0,986	0,197	0,042
0,600	0,240	0,986	0,197	0,042
0,700	0,240	0,986	0,197	0,042
0,800	0,240	0,986	0,197	0,042

0,900	0,240	0,986	0,197	0,042
1,000	0,240	0,986	0,197	0,042
1,100	0,240	0,986	0,197	0,042
1,200	0,240	0,986	0,197	0,042
1,300	0,240	0,986	0,197	0,042
1,400	0,240	0,986	0,197	0,042
1,500	0,240	0,986	0,197	0,042
0,100	0,250	0,988	0,199	0,043
0,200	0,250	0,988	0,199	0,043
0,300	0,250	0,988	0,199	0,043
0,400	0,250	0,988	0,199	0,043
0,500	0,250	0,988	0,199	0,043
0,600	0,250	0,988	0,199	0,043
0,700	0,250	0,988	0,199	0,043
0,800	0,250	0,988	0,199	0,043
0,900	0,250	0,988	0,199	0,043
1,000	0,250	0,988	0,199	0,043
1,100	0,250	0,988	0,199	0,043
1,200	0,250	0,988	0,199	0,043
1,300	0,250	0,988	0,199	0,043
1,400	0,250	0,988	0,199	0,043
1,500	0,250	0,988	0,199	0,043

Ek 6. %SiO₂ ve %Fe₂O₃'ün bağımsız dağıldığı durum için sınır safsızlık karar değişkenleri

Sınır %SiO₂	Sınır %Fe₂O₃	Tonaj Oranı	Ortalama %SiO₂	Ortalama %Fe₂O₃
0,100	0,010	0,062	0,041	0,007
0,100	0,020	0,164	0,041	0,012
0,100	0,030	0,242	0,041	0,017
0,100	0,040	0,300	0,041	0,020
0,100	0,050	0,339	0,041	0,023
0,100	0,060	0,368	0,041	0,026
0,100	0,070	0,391	0,041	0,029
0,100	0,080	0,407	0,041	0,030
0,100	0,090	0,419	0,041	0,032
0,100	0,100	0,429	0,041	0,034
0,100	0,110	0,437	0,041	0,035
0,100	0,120	0,443	0,041	0,036
0,100	0,130	0,448	0,041	0,037
0,100	0,140	0,453	0,041	0,038
0,100	0,150	0,456	0,041	0,039
0,100	0,160	0,459	0,041	0,040
0,100	0,170	0,461	0,041	0,040
0,100	0,180	0,463	0,041	0,041
0,100	0,190	0,464	0,041	0,042
0,100	0,200	0,466	0,041	0,042
0,100	0,210	0,467	0,041	0,043
0,100	0,220	0,468	0,041	0,043
0,100	0,230	0,469	0,041	0,043
0,100	0,240	0,470	0,041	0,044
0,100	0,250	0,470	0,041	0,044
0,200	0,010	0,088	0,067	0,007
0,200	0,020	0,236	0,067	0,012
0,200	0,030	0,348	0,067	0,017
0,200	0,040	0,431	0,067	0,020
0,200	0,050	0,487	0,067	0,023

0,200	0,060	0,529	0,067	0,026
0,200	0,070	0,562	0,067	0,029
0,200	0,080	0,585	0,067	0,030
0,200	0,090	0,603	0,067	0,032
0,200	0,100	0,617	0,067	0,034
0,200	0,110	0,628	0,067	0,035
0,200	0,120	0,637	0,067	0,036
0,200	0,130	0,645	0,067	0,037
0,200	0,140	0,651	0,067	0,038
0,200	0,150	0,655	0,067	0,039
0,200	0,160	0,659	0,067	0,040
0,200	0,170	0,662	0,067	0,040
0,200	0,180	0,665	0,067	0,041
0,200	0,190	0,668	0,067	0,042
0,200	0,200	0,670	0,067	0,042
0,200	0,210	0,671	0,067	0,043
0,200	0,220	0,673	0,067	0,043
0,200	0,230	0,674	0,067	0,043
0,200	0,240	0,675	0,067	0,044
0,200	0,250	0,676	0,067	0,044
0,300	0,010	0,101	0,087	0,007
0,300	0,020	0,271	0,087	0,012
0,300	0,030	0,399	0,087	0,017
0,300	0,040	0,494	0,087	0,020
0,300	0,050	0,559	0,087	0,023
0,300	0,060	0,607	0,087	0,026
0,300	0,070	0,645	0,087	0,029
0,300	0,080	0,672	0,087	0,030
0,300	0,090	0,692	0,087	0,032
0,300	0,100	0,708	0,087	0,034
0,300	0,110	0,721	0,087	0,035
0,300	0,120	0,731	0,087	0,036
0,300	0,130	0,740	0,087	0,037
0,300	0,140	0,746	0,087	0,038
0,300	0,150	0,752	0,087	0,039
0,300	0,160	0,756	0,087	0,040

0,300	0,170	0,760	0,087	0,040
0,300	0,180	0,763	0,087	0,041
0,300	0,190	0,766	0,087	0,042
0,300	0,200	0,768	0,087	0,042
0,300	0,210	0,770	0,087	0,043
0,300	0,220	0,772	0,087	0,043
0,300	0,230	0,773	0,087	0,043
0,300	0,240	0,775	0,087	0,044
0,300	0,250	0,776	0,087	0,044
0,400	0,010	0,109	0,102	0,007
0,400	0,020	0,291	0,102	0,012
0,400	0,030	0,429	0,102	0,017
0,400	0,040	0,531	0,102	0,020
0,400	0,050	0,601	0,102	0,023
0,400	0,060	0,653	0,102	0,026
0,400	0,070	0,693	0,102	0,029
0,400	0,080	0,722	0,102	0,030
0,400	0,090	0,743	0,102	0,032
0,400	0,100	0,761	0,102	0,034
0,400	0,110	0,774	0,102	0,035
0,400	0,120	0,785	0,102	0,036
0,400	0,130	0,795	0,102	0,037
0,400	0,140	0,802	0,102	0,038
0,400	0,150	0,808	0,102	0,039
0,400	0,160	0,813	0,102	0,040
0,400	0,170	0,817	0,102	0,040
0,400	0,180	0,820	0,102	0,041
0,400	0,190	0,823	0,102	0,042
0,400	0,200	0,825	0,102	0,042
0,400	0,210	0,828	0,102	0,043
0,400	0,220	0,829	0,102	0,043
0,400	0,230	0,831	0,102	0,043
0,400	0,240	0,832	0,102	0,044
0,400	0,250	0,834	0,102	0,044
0,500	0,010	0,114	0,115	0,007
0,500	0,020	0,304	0,115	0,012

0,500	0,030	0,448	0,115	0,017
0,500	0,040	0,554	0,115	0,020
0,500	0,050	0,628	0,115	0,023
0,500	0,060	0,681	0,115	0,026
0,500	0,070	0,723	0,115	0,029
0,500	0,080	0,754	0,115	0,030
0,500	0,090	0,776	0,115	0,032
0,500	0,100	0,794	0,115	0,034
0,500	0,110	0,808	0,115	0,035
0,500	0,120	0,820	0,115	0,036
0,500	0,130	0,830	0,115	0,037
0,500	0,140	0,837	0,115	0,038
0,500	0,150	0,843	0,115	0,039
0,500	0,160	0,849	0,115	0,040
0,500	0,170	0,853	0,115	0,040
0,500	0,180	0,856	0,115	0,041
0,500	0,190	0,860	0,115	0,042
0,500	0,200	0,862	0,115	0,042
0,500	0,210	0,864	0,115	0,043
0,500	0,220	0,866	0,115	0,043
0,500	0,230	0,868	0,115	0,043
0,500	0,240	0,869	0,115	0,044
0,500	0,250	0,871	0,115	0,044
0,600	0,010	0,117	0,126	0,007
0,600	0,020	0,312	0,126	0,012
0,600	0,030	0,461	0,126	0,017
0,600	0,040	0,571	0,126	0,020
0,600	0,050	0,646	0,126	0,023
0,600	0,060	0,701	0,126	0,026
0,600	0,070	0,744	0,126	0,029
0,600	0,080	0,776	0,126	0,030
0,600	0,090	0,799	0,126	0,032
0,600	0,100	0,817	0,126	0,034
0,600	0,110	0,832	0,126	0,035
0,600	0,120	0,844	0,126	0,036
0,600	0,130	0,854	0,126	0,037

0,600	0,140	0,862	0,126	0,038
0,600	0,150	0,868	0,126	0,039
0,600	0,160	0,873	0,126	0,040
0,600	0,170	0,877	0,126	0,040
0,600	0,180	0,881	0,126	0,041
0,600	0,190	0,884	0,126	0,042
0,600	0,200	0,887	0,126	0,042
0,600	0,210	0,889	0,126	0,043
0,600	0,220	0,891	0,126	0,043
0,600	0,230	0,893	0,126	0,043
0,600	0,240	0,894	0,126	0,044
0,600	0,250	0,896	0,126	0,044
0,700	0,010	0,120	0,135	0,007
0,700	0,020	0,319	0,135	0,012
0,700	0,030	0,470	0,135	0,017
0,700	0,040	0,582	0,135	0,020
0,700	0,050	0,659	0,135	0,023
0,700	0,060	0,715	0,135	0,026
0,700	0,070	0,760	0,135	0,029
0,700	0,080	0,791	0,135	0,030
0,700	0,090	0,815	0,135	0,032
0,700	0,100	0,834	0,135	0,034
0,700	0,110	0,849	0,135	0,035
0,700	0,120	0,861	0,135	0,036
0,700	0,130	0,871	0,135	0,037
0,700	0,140	0,879	0,135	0,038
0,700	0,150	0,886	0,135	0,039
0,700	0,160	0,891	0,135	0,040
0,700	0,170	0,895	0,135	0,040
0,700	0,180	0,899	0,135	0,041
0,700	0,190	0,903	0,135	0,042
0,700	0,200	0,905	0,135	0,042
0,700	0,210	0,907	0,135	0,043
0,700	0,220	0,909	0,135	0,043
0,700	0,230	0,911	0,135	0,043
0,700	0,240	0,913	0,135	0,044

0,700	0,250	0,914	0,135	0,044
0,800	0,010	0,121	0,142	0,007
0,800	0,020	0,323	0,142	0,012
0,800	0,030	0,477	0,142	0,017
0,800	0,040	0,590	0,142	0,020
0,800	0,050	0,668	0,142	0,023
0,800	0,060	0,726	0,142	0,026
0,800	0,070	0,770	0,142	0,029
0,800	0,080	0,803	0,142	0,030
0,800	0,090	0,827	0,142	0,032
0,800	0,100	0,846	0,142	0,034
0,800	0,110	0,861	0,142	0,035
0,800	0,120	0,873	0,142	0,036
0,800	0,130	0,884	0,142	0,037
0,800	0,140	0,892	0,142	0,038
0,800	0,150	0,898	0,142	0,039
0,800	0,160	0,904	0,142	0,040
0,800	0,170	0,908	0,142	0,040
0,800	0,180	0,912	0,142	0,041
0,800	0,190	0,915	0,142	0,042
0,800	0,200	0,918	0,142	0,042
0,800	0,210	0,920	0,142	0,043
0,800	0,220	0,922	0,142	0,043
0,800	0,230	0,924	0,142	0,043
0,800	0,240	0,925	0,142	0,044
0,800	0,250	0,927	0,142	0,044
0,900	0,010	0,123	0,149	0,007
0,900	0,020	0,327	0,149	0,012
0,900	0,030	0,482	0,149	0,017
0,900	0,040	0,597	0,149	0,020
0,900	0,050	0,676	0,149	0,023
0,900	0,060	0,733	0,149	0,026
0,900	0,070	0,779	0,149	0,029
0,900	0,080	0,811	0,149	0,030
0,900	0,090	0,836	0,149	0,032
0,900	0,100	0,855	0,149	0,034

0,900	0,110	0,870	0,149	0,035
0,900	0,120	0,883	0,149	0,036
0,900	0,130	0,893	0,149	0,037
0,900	0,140	0,901	0,149	0,038
0,900	0,150	0,908	0,149	0,039
0,900	0,160	0,914	0,149	0,040
0,900	0,170	0,918	0,149	0,040
0,900	0,180	0,922	0,149	0,041
0,900	0,190	0,925	0,149	0,042
0,900	0,200	0,928	0,149	0,042
0,900	0,210	0,930	0,149	0,043
0,900	0,220	0,932	0,149	0,043
0,900	0,230	0,934	0,149	0,043
0,900	0,240	0,936	0,149	0,044
0,900	0,250	0,937	0,149	0,044
1,000	0,010	0,124	0,155	0,007
1,000	0,020	0,330	0,155	0,012
1,000	0,030	0,486	0,155	0,017
1,000	0,040	0,602	0,155	0,020
1,000	0,050	0,682	0,155	0,023
1,000	0,060	0,740	0,155	0,026
1,000	0,070	0,786	0,155	0,029
1,000	0,080	0,819	0,155	0,030
1,000	0,090	0,843	0,155	0,032
1,000	0,100	0,863	0,155	0,034
1,000	0,110	0,879	0,155	0,035
1,000	0,120	0,891	0,155	0,036
1,000	0,130	0,902	0,155	0,037
1,000	0,140	0,910	0,155	0,038
1,000	0,150	0,916	0,155	0,039
1,000	0,160	0,922	0,155	0,040
1,000	0,170	0,926	0,155	0,040
1,000	0,180	0,930	0,155	0,041
1,000	0,190	0,934	0,155	0,042
1,000	0,200	0,937	0,155	0,042
1,000	0,210	0,939	0,155	0,043

1,000	0,220	0,941	0,155	0,043
1,000	0,230	0,943	0,155	0,043
1,000	0,240	0,944	0,155	0,044
1,000	0,250	0,946	0,155	0,044
1,100	0,010	0,124	0,160	0,007
1,100	0,020	0,332	0,160	0,012
1,100	0,030	0,489	0,160	0,017
1,100	0,040	0,606	0,160	0,020
1,100	0,050	0,686	0,160	0,023
1,100	0,060	0,745	0,160	0,026
1,100	0,070	0,791	0,160	0,029
1,100	0,080	0,824	0,160	0,030
1,100	0,090	0,849	0,160	0,032
1,100	0,100	0,868	0,160	0,034
1,100	0,110	0,884	0,160	0,035
1,100	0,120	0,896	0,160	0,036
1,100	0,130	0,907	0,160	0,037
1,100	0,140	0,916	0,160	0,038
1,100	0,150	0,922	0,160	0,039
1,100	0,160	0,928	0,160	0,040
1,100	0,170	0,932	0,160	0,040
1,100	0,180	0,936	0,160	0,041
1,100	0,190	0,940	0,160	0,042
1,100	0,200	0,942	0,160	0,042
1,100	0,210	0,945	0,160	0,043
1,100	0,220	0,947	0,160	0,043
1,100	0,230	0,949	0,160	0,043
1,100	0,240	0,950	0,160	0,044
1,100	0,250	0,952	0,160	0,044
1,200	0,010	0,125	0,165	0,007
1,200	0,020	0,334	0,165	0,012
1,200	0,030	0,492	0,165	0,017
1,200	0,040	0,610	0,165	0,020
1,200	0,050	0,690	0,165	0,023
1,200	0,060	0,749	0,165	0,026
1,200	0,070	0,795	0,165	0,029

1,200	0,080	0,829	0,165	0,030
1,200	0,090	0,853	0,165	0,032
1,200	0,100	0,873	0,165	0,034
1,200	0,110	0,889	0,165	0,035
1,200	0,120	0,901	0,165	0,036
1,200	0,130	0,912	0,165	0,037
1,200	0,140	0,921	0,165	0,038
1,200	0,150	0,927	0,165	0,039
1,200	0,160	0,933	0,165	0,040
1,200	0,170	0,937	0,165	0,040
1,200	0,180	0,941	0,165	0,041
1,200	0,190	0,945	0,165	0,042
1,200	0,200	0,948	0,165	0,042
1,200	0,210	0,950	0,165	0,043
1,200	0,220	0,952	0,165	0,043
1,200	0,230	0,954	0,165	0,043
1,200	0,240	0,955	0,165	0,044
1,200	0,250	0,957	0,165	0,044
1,300	0,010	0,126	0,169	0,007
1,300	0,020	0,335	0,169	0,012
1,300	0,030	0,494	0,169	0,017
1,300	0,040	0,612	0,169	0,020
1,300	0,050	0,693	0,169	0,023
1,300	0,060	0,752	0,169	0,026
1,300	0,070	0,799	0,169	0,029
1,300	0,080	0,832	0,169	0,030
1,300	0,090	0,857	0,169	0,032
1,300	0,100	0,877	0,169	0,034
1,300	0,110	0,893	0,169	0,035
1,300	0,120	0,905	0,169	0,036
1,300	0,130	0,916	0,169	0,037
1,300	0,140	0,924	0,169	0,038
1,300	0,150	0,931	0,169	0,039
1,300	0,160	0,937	0,169	0,040
1,300	0,170	0,941	0,169	0,040
1,300	0,180	0,945	0,169	0,041

1,300	0,190	0,949	0,169	0,042
1,300	0,200	0,951	0,169	0,042
1,300	0,210	0,954	0,169	0,043
1,300	0,220	0,956	0,169	0,043
1,300	0,230	0,958	0,169	0,043
1,300	0,240	0,959	0,169	0,044
1,300	0,250	0,961	0,169	0,044
1,400	0,010	0,126	0,172	0,007
1,400	0,020	0,336	0,172	0,012
1,400	0,030	0,496	0,172	0,017
1,400	0,040	0,614	0,172	0,020
1,400	0,050	0,695	0,172	0,023
1,400	0,060	0,755	0,172	0,026
1,400	0,070	0,801	0,172	0,029
1,400	0,080	0,835	0,172	0,030
1,400	0,090	0,860	0,172	0,032
1,400	0,100	0,880	0,172	0,034
1,400	0,110	0,895	0,172	0,035
1,400	0,120	0,908	0,172	0,036
1,400	0,130	0,919	0,172	0,037
1,400	0,140	0,927	0,172	0,038
1,400	0,150	0,934	0,172	0,039
1,400	0,160	0,940	0,172	0,040
1,400	0,170	0,944	0,172	0,040
1,400	0,180	0,948	0,172	0,041
1,400	0,190	0,952	0,172	0,042
1,400	0,200	0,954	0,172	0,042
1,400	0,210	0,957	0,172	0,043
1,400	0,220	0,959	0,172	0,043
1,400	0,230	0,961	0,172	0,043
1,400	0,240	0,962	0,172	0,044
1,400	0,250	0,964	0,172	0,044
1,500	0,010	0,126	0,176	0,007
1,500	0,020	0,337	0,176	0,012
1,500	0,030	0,497	0,176	0,017
1,500	0,040	0,616	0,176	0,020

1,500	0,050	0,697	0,176	0,023
1,500	0,060	0,757	0,176	0,026
1,500	0,070	0,804	0,176	0,029
1,500	0,080	0,837	0,176	0,030
1,500	0,090	0,862	0,176	0,032
1,500	0,100	0,882	0,176	0,034
1,500	0,110	0,898	0,176	0,035
1,500	0,120	0,911	0,176	0,036
1,500	0,130	0,922	0,176	0,037
1,500	0,140	0,930	0,176	0,038
1,500	0,150	0,937	0,176	0,039
1,500	0,160	0,943	0,176	0,040
1,500	0,170	0,947	0,176	0,040
1,500	0,180	0,951	0,176	0,041
1,500	0,190	0,955	0,176	0,042
1,500	0,200	0,958	0,176	0,042
1,500	0,210	0,960	0,176	0,043
1,500	0,220	0,962	0,176	0,043
1,500	0,230	0,964	0,176	0,043
1,500	0,240	0,965	0,176	0,044
1,500	0,250	0,967	0,176	0,044

ÖZGEÇMİŞ

1978'de Kıbrıs'ta doğdu. İlk ve orta öğrenimini Lefkoşa'da tamamladı. 1999 yılında Ankara Üniversitesi, Fen Fakültesi, Jeoloji Mühendisliği Bölümü'nden mezun oldu. 2002 yılında Ankara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Jeoloji Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Maden Yatakları ve Jeokimya Bilim Dalı'nda yüksek lisansını tamamladı.

2000 yılında Anadolu Üniversitesi'nde Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı. 2000–2007 yılları arasında Anadolu Üniversitesi'nde görev yaptı. 2007 yılından itibaren de Bilecik Üniversitesi'nde görev yapmaktadır.