Gelişmekte Olan Laminer Akışta Farklı Kanal Kesitlerinde
Entropi Üretimi Üzerine Bir Çalışma

Bahadır Doğan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Ocak 2011

A Study of Entropy Generation in Simultaneously Developing Flow at Different Types of Channel Cross Sections

Bahadır Doğan

MASTER OF SCIENCE THESIS

Department of Mechanical Engineering

January 2011

Gelişmişte Olan Laminer Akışta Farklı Kanal Kesitlerinde Entropi Üretimi Üzerine Bir Çalışma

Bahadır Doğan

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Enerji Ve Termodinamik Bilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Prof. Dr. L. Berrin ERBAY

Ocak 2011

ONAY

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Bahadır DOĞAN'ın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı "Gelişmişte Olan Laminer Akışta Farklı Kanal Kesitlerinde Entropi Üretimi Üzerine Bir Çalışma" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Danışman : Prof. Dr. L. Berrin ERBAY

İkinci Danışman : -

Yüksek Lisans Tez Savunma Jürisi:

Üye : Prof. Dr. L.Berrin ERBAY

Üye : Prof. Dr. Ö. Mete KOÇKAR

Üye : Doç. Dr. Haydar ARAS

Üye : Doç. Dr. Necati MAHİR

Üye : Yrd. Doç. Dr. Mustafa Ertunç TAT

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ..... tarih ve ….....
sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Nimetullah BURNAK

Enstitü Müdürü

ÖZET

Türkiye'de ve dünyada hızla artan enerji ihtiyacı mevcut kullanılan enerji girdisini en faydalı şekilde kullanmayı amaçlamaktadır. Pompa, türbin, ısı değiştirici gibi makinelerde akışkan akışı sırasında enerjinin faydalı şekilde kullanıldığının göstergesi; bu süreç sırasında meydana gelen ısı transferi ve tersinmezlikler ile tanımlanır. Isı transferi; ısı transferi katsayısının büyüklüğü ile ifade edilir ve Termodinamiğin I. Yasası ile hesaplanır. Tersinmezlik ise entropi üretimi ile doğru orantılıdır ve Termodinamiğin II. Yasası ile hesaplanır. Bir sistemde entropi üretiminin varlığı enerjinin faydalı bir şekilde kullanılıp kullanılmadığının da bir göstergesidir. Entropi üretiminin artışı pompalama gücünü dolayısı ile maliyeti yükseltir.

Bu çalışmada; tamamen gelişmiş laminer akışta kanal giriş bölgesindeki entropi üretimi incelenmiştir. Çalışmanın birinci bölümünde iç akış sırasında entropi üretimi ile ilgili daha önce yapılmış çalışmalardan özet bilgiler ve boru içinden akışı etkileyen faktörler yer almaktadır. İkinci bölümde ise kartezyen koordinatlarda seçilmiş bir kontrol hacim için kütle korunumu, momentum korunumu ve enerji korunumu denklemleri türetilerek vizkos disipasyon teriminin önemi vurgulanmıştır. Üçüncü bölümde akışkan akışı ve ısı transferi sırasında entropi üretimi farklı sınır şartlarında incelenmiştir. Dördüncü bölümde iki tip kanal geometrisi için farklı giriş hızlarında ve farklı kanal genişliklerinde gerçekleşen akışın analizi sayısal olarak incelenerek entropi üretimi, hız ve sıcaklık dağılımları elde edilmiştir. Beşinci bölümde ise çalışmanın sonuçları yer almaktadır.

Anahtar Kelimeler: Entropi üretimi, dikdörtgen kesitli kanal, viskoz disipasyon

SUMMARY

In Turkey and in the world, rapidly increasing energy demand is aiming to use the current energy efficiently. The indicator of being used energy efficiently in the machines such as pump, turbine, and heat exchanger during the fluid flow is described by the heat transfer occurred during the process and the irreversibilities. The heat transfer is determined by the magnitude of the heat transfer coefficient and it is calculated by the first law of the thermodynamics. The irreversibility is directly proportionate to entropy generation and it is calculated by the second law of the thermodynamics. In a system, the existence of the entropy generation is an indication whether the energy is used efficiently or not. The increase of the entropy production increases the pump power accordingly to the costs.

In this study, entropy generation in fully developed laminer flow at the entrance region of a channel is investigated. In the first part of the study, abstracts of the previous studies about the entropy generation during internal flow and factors affecting the internal flow take place. In the second part, conversation of mass, momentum and energy for the control volume chosen in Cartesian coordinates and the importance of viscous dissipation term is emphasized. In the third part, entropy generation during the fluid flow and heat transfer is investigated in different boundary conditions. In the fourth part of the study, the analysis of the flow occurred in different channel width and at different inlet velocity for two type of channel geometry is investigated numerically and entropy generation, velocity and temperature distribution takes place. In the fifth part of the study, the results of the study take place.

Key words: Entropy production, rectangular channel, viscous dissipation

TEŞEKKÜR

Çalışmam sırasında bilgi ve deneyimlerini benden esirgemeyen, beni yönlendiren ve her türlü olanağı sağlayan danışman hocam Prof. Dr. L. Berrin ERBAY'a teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET v

SUMMARY vi

TEŞEKKÜR vii

ŞEKİLLER DİZİNİ viii

ÇİZELGELER DİZİNİ x

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ xi

1. GİRİŞ **1**

1.1 Problemin Tanımı 1

1.2 Çalışmanın Amacı 1

1.3 İç Akış Sırasında Entropi Üretimi İle İlgili Yapılan Akademik Çalışmalar 2

1.4 Çalışmanın Yöntemi 8

2. KARTEZYEN KOORDİNATLARDA YÖNETİCİ DENKLEMLER **11**

2.1 Kartezyen Koordinatlarda Süreklilik Denklemi 11

2.2 Kartezyen Koordinatlarda Momentum Denklemi 13

2.3 Kartezyen Koordinatlarda Enerji Denklemi 20

3. ENTROPİ **29**

3.1 Entropi Tanımı 29

3.2 Clausius Eşitsizliği 30

3.3 Entropi Üretimi ve Viskoz Yayılım İlişkisi 32

3.4 Laminer Akışta Entropi Üretimi 34

3.5 Türbülanslı Akışta Entropi Üretimi 36

3.6 Isı Transferi Sırasında Entropi Üretimi 36

3.7 İletimle Isı Transferi Sırasında Entropi Üretimi 37

3.8 Akış Sürtünmesi ve Isı Transferi Sırasında Entropi Üretimi 40

3.9 İç Akış Sırasında Entropi Üretimi 41

3.10 Dış Akış Sırasında Entropi Üretimi 44

İÇİNDEKİLER (Devam)

3.11 Düz Bir Plaka Üzerinde Akış Sırasında Entropi Üretimi ……. 48

4. ENTROPİ ÜRETİMİ ÜZERİNE HESAPLAMALI AKIŞKANLAR DİNAMİĞİ UYGULAMASI ……... 49

4.1 Sayısal Model …… 49

4.1 Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği ile Elde Edilen Bulgular …… 52

5. SONUÇLAR …….. 62

KAYNAKLAR …….. 66

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil		Sayfa
1.3.1	Dikdörtgen kesitli bir kanalda entropi sayısının Reynold sayısı ve ısı akısı miktarına göre değişimi ……	3
1.3.2	Entropi sayısının Reynold sayısı ve kanal kesitine göre değişimi …….....	4
1.3.3	Entropi üretiminin kanal en-boy oranına göre değişimi ……...	5
1.3.4	Entropi üretiminin Reynolds sayısına göre değişimi ……...	5
1.3.5	Entropi sayısının boyutsuz yarıçapa ve kanal uzunluğuna göre değişimi ……	6
1.4.1	Kanal içinden akışta hız sınır tabakasının gelişimi ……..	7
1.4.2	Kanal içinden akışta ısıl sınır tabakasının gelişimi ……..	7
1.4.3	Kanal içinde akış yönünde sürtünme faktörü ve ısı transfer katsayısının değişimi	9
2.1.1	Kartezyen koordinatlarda seçilen bir kontrol hacim için kütle korunumu ……...	11
2.2.1	Kartezyen koordinatlarda x-yönü için kontrol hacme etki eden momentum akıları	14
2.2.2	Kartezyen koordinatlardaki x-yönü yüzey kuvvetleri ……..	16
2.2.3	Kartezyen koordinatlardaki y-yönü yüzey kuvvetleri ……..	17
2.2.4	Kartezyen koordinatlardaki z-yönü yüzey kuvvetleri ……..	17
2.3.1	Kartezyen koordinatlarda seçilen bir kontrol hacim üzerinde akışkan akışı ile gerçekleşen enerji geçişi ……...	20
2.3.2	Kartezyen koordinatlarda seçilen bir kontrol hacim üzerinde iletim ile ısı geçişi	21
2.3.3	Kartezyen koordinatlardaki x-yönü yüzey kuvvetleri ……..	23
2.3.4	Kartezyen koordinatlardaki y-yönü yüzey kuvvetleri ……..	23
2.3.5	Kartezyen koordinatlardaki z-yönü yüzey kuvvetleri ……..	23
3.2.1	Tersinir ısı makinesi …….	30
3.3.1	Kanal içinden akış …….	32
3.3.2	Entropi üretimi sırasında kayıp iş …….	33
3.4.1	Coutte akışında hız ve entropi üretimi dağılımı ……..……	34
3.4.2	Hagen-Poiseuille akışı sırasında hız ve entropi üretimi . …….	35
3.7.1	Bir akışkan akışı sırasında iletimle ısı transferi sebebiyle kontrol hacme etki eden terimler ……..	37
3.9.1	Kanal içinden sürekli akış …….	42
3.10.1	Dış akış sırasında gerçekleşen ısı transferi ……...	45

ŞEKİLLER DİZİNİ (devamı)

3.10.2 Bir tüp içerisindeki katı cisimden dış akış ile ısı transferi …… 46

3.11.1 Bir plaka üzerinden dış akış ……. 48

4.1.1 Birinci tip dikdörtgen kesitli kanal …….. 49

4.1.2 İkinci tip dikdörtgen kesitli kanal …… 49

4.1.3 Kanal içindeki sıcaklık dağılımı……. 51

4.1.4 Kanal içindeki hız vektörleri……..... 51

4.1.5 Kanal içindeki Reynolds sayısı …….. 52

4.2.1 Birinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde *L=5 cm* için farklı hızların entropi üretimine etkisi …….. 53

4.2.2 Birinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde L=10 cm için farklı hızların entropi üretimine etkisi …….. 53

4.2.3 Birinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde L=15 cm için farklı hızların entropi üretimine etkisi …….. 54

4.2.4 İkinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde L=5 cm için farklı hızların entropi üretimine etkisi …….. 55

4.2.5 İkinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde L=10 cm için farklı hızların entropi üretimine etkisi …….. 55

4.2.6 İkinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde L=15 cm için farklı hızların entropi üretimine etkisi …….. 56

4.2.7 Birinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde V=1 m/s için farklı hızların entropi üretimine etkisi …….. 57

4.2.8 Birinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde V=2 m/s için farklı hızların entropi üretimine etkisi …….. 57

4.2.9 Birinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde V=3 m/s için farklı hızların entropi üretimine etkisi …….. 58

4.2.10 İkinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde V=1 m/s için farklı hızların entropi üretimine etkisi …….. 58

4.2.11 İkinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde V=2 m/s için farklı hızların entropi üretimine etkisi …….. 59

4.2.12 İkinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde V=3 m/s için farklı hızların entropi üretimine etkisi …….. 59

4.2.13 Daralma açısı $\beta_4=90^o$ ……. 60

4.2.14 Daralma açısı $\beta_3=59^o$ ……. 60

4.2.15 Daralma açısı $\beta_2=27^o$ ……. 61

4.2.16 Daralma açısı $\beta_1=14^o$ …… 61

4.2.17 V=2m/s ve L=10 cm için daralma açısının entropi üretimine etkisi …… 62

5.1 L=5 cm ve V=1 m/s için birinci ve ikinci tip giriş ağzı geometrilerinde entropi üretimi ……. 63

5.2 L=10 cm ve V=2 m/s için birinci ve ikinci tip giriş ağzı geometrilerinde entropi üretimi ……. 64

5.3 L=15 cm ve V=3 m/s için birinci ve ikinci tip giriş ağzı geometrilerinde entropi üretimi ……. 64

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge **Sayfa**

4.1 Çalışma parametreleri 50

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	**Açıklama**
A	Alan, m^2
A_c	Kanal kesit alanı, m^2
A_c	Kanal kesit alanı, m^2
Be	Bejan sayısı
C	Sıkıştırılamayan sıvının özgül ısısı, kJ/kgK
C_p	Sabit basınç özgül ısısı, kJ/kgK
D	Kanal çapı, m
D_h	Hidrolik çap, m
C_D	Sürüklenme katsayısı
$C_{f,x}$	Yüzey sürtünme katsayısı
DT/Dt	Sıcaklığın zamanla değişimi, K/s
DV/Dt	Kütlesel türev, m^3/s
dh	özgül entalpi değişimi, kJ/kg
ds	özgül entropi değişimi, kJ/kgK
du	özgül iç enerji değişimi, kJ/kg
e	özgül enerji, kJ/kg
F_n	n yönündeki akışkan kuvveti, N
f	sürtünme faktörü
g	Yer çekimi ivmesi, m/s^2
G	Kütlesel hız, kg/m^2s
h	entalpi, kJ/kg
h	taşınım katsayısı, W/m^2K
$\bar{h}$	ortalama taşınım katsayısı, W/m^2K
k	Isı iletim katsayısı, W/mK
L	Kanal uzunluğu, m
$\dot{m}$	Kütlesel debi, kg/s
Nu	Nusselt sayısı

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

p	Islak çevre, m
P	Basınç, N/m^2
ΔP	Basınç farkı, N/m^2
dP	Basınç değişimi, N/m^2
Pe	Peclet sayısı
$\dot{S}_{üretim}$	Entropi üretimi, W/K
$\dot{S}'_{üretim}$	Birim uzunluk için entropi üretimi, W/mK
$\dot{S}''_{üretim}$	Birim alan için entropi üretimi, W/m^{2}K
$\dot{S}'''_{üretim}$	Birim hacim için entropi üretimi, W/m^{3}K
q	Özgül ısı geçişi, kJ/kg
q'	Birim uzunluktan geçen ısı, W/m
q''	Isı akısı, W/m^2
q'''	Hacimsel güç yoğunluğu
Q	Isı geçişi, W
Re	Reynolds sayısı
St	Stanton sayısı
T	Mutlak sıcaklık, K
T_o	Çevre sıcaklığı, K
T_w	Cidar sıcaklığı, K
T_∞	Akışkan sıcaklığı, K
t	Zaman, s
u	x-yönünde hız, m/s
u_o	Kanal girişinde hız, m/s
u_{ort}	Ortalama hız, m/s
v	y-yönünde hız, m/s
w	z-yönünde hız
W	Genişlik, m
W	İş, kJ

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

$\dot{W}$	Birim zamanda iş, güç, kW
$\dot{W}'''$	Birim hacim için iş, kW/m^3

Yunan Harfleri:

Simgeler	**Açıklama**
θ	Sıcaklık farkı, K
∇	Diverjans
π	Pi sayısı
ρ	Yoğunluk, kg/m^3
ϕ	Tersinmezlik dağılım oranı
Φ	Viskoz disipasyon terimi
μ	Viskozite, Ns/m^2
τ	Kayma gerilmesi, N/m^2
υ	Kinematik viskozite, m^2/s

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Pompa, türbin, ısı değiştirici gibi makinelerde akışkan akışı sırasında enerjinin faydalı şekilde kullanıldığının göstergesi; bu süreç sırasında meydana gelen ısı transferi ve tersinmezlikler ile tanımlanır. Tersinmezlik kavramı entropi üretimi ile doğru orantılıdır. Bir iç akış sırasında entropi üretimi, ısı transferi ve vizkoz etkilerin daha çok görüldüğü kanal duvarlarında meydana gelmektedir ve kanal girişinde sürtünmenin başlaması ile mertebe olarak akışın gelişen kısımlarındaki entropi üretimine göre daha büyük değerler almaktadır. Literatürde farklı geometrilerde ve farklı sınır şartlarında entropi üretimini incelemek için birçok çalışma yer almaktadır. Ancak bu çalışma; entropi üretiminin yukarıda anlatılan sebepler doğrultusunda kanal girişindeki önemini vurgulamaktadır. Bu tez çalışmasında ele alınan problemin tanımı ve amacı aşağıda açıklandığı gibi belirlenmiştir

1.1 Problemin Tanımı

Bu çalışmada; gelişmekte olan laminer akışta dikdörtgen kesitli bir kanalın giriş bölgesindeki entropi üretimi incelenmiştir. Entropi üretimi temel olarak bir sisteminin düzensizliğini ifade eder ve tersinmezliklerden dolayı kullanılabilir işin yok olması anlamını taşır. Entropi üretimi ısı transferi ve vizkoz etkilerin daha çok görüldüğü kanal duvarlarında meydana gelmektedir ve kanal girişinde sürtünmenin başlaması ile mertebe olarak akışın gelişen kısımlarındaki entropi üretimine göre daha büyük değerler almaktadır. Özellikle hız ve sıcaklık gradyenlerinin yüksek olduğu kanal giriş bölgesinde ve cidarda entropi üretimimin incelenmesi enerjinin etkin bir şekilde kullanılması açısından önemlidir.

1.2 Çalışmanın Amacı

Bu çalışmanın amaçları; bir iç akış sırasında kanal girişinde meydana gelen entropi üretimini farklı giriş hızları ve kanal genişlikleri için hesaplamak ve kanal girişi için farklı giriş ağzı geometrileri kullanarak kanal geometrisinin entropi üretimine etkisini göstermektir.

Yukarıda tanımlanan problem ve çalışma amacı tez içinde bölümler halinde sunulmaktadır. Çalışmanın birinci bölümünde iç akış ve entropi üretimi ile ilgili daha önce yapılmış çalışmalardan bilgiler ve boru içinden akışı etkileyen faktörler yer almaktadır. İkinci bölümde ise kartezyen koordinatlarda seçilmiş bir kontrol hacim için kütle korunumu, momentum korunumu ve enerji korunumu denklemleri türetilerek vizkos disipasyon teriminin önemi vurgulanmıştır. Üçüncü bölümde akışkan akışı ve ısı transferi sırasında entropi üretimi farklı sınır şartlarında incelenmiştir. Dördüncü bölümde ise iki tip kanal geometrisi için farklı giriş hızlarında ve farklı kanal genişliklerinde gerçekleşen akışlar incelenmiştir.

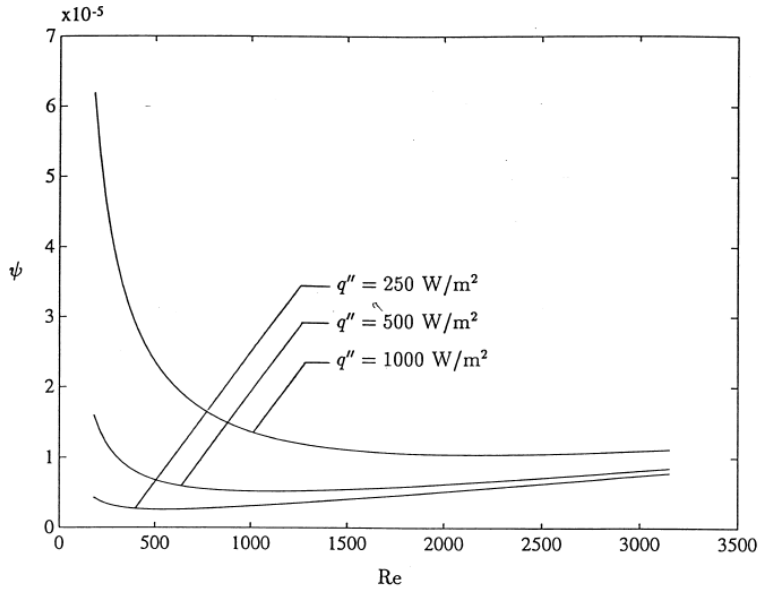
1.3 İç Akış Sırasında Entropi Üretimi İle İlgili Yapılan Akademik Çalışmalar

Bir iç akış sırasında meydana gelen entropi üretimi ile uluslararası düzeyde yapılmış bazı çalışmalar aşağıda yer almaktadır.

Bassam ve Abu Hijleh (1988), çapraz akışla sabit sıcaklıkta ısıtılan bir silindirdeki entropi üretimini nümerik olarak incelemişlerdir. Çalışma parametreleri olarak Reynolds sayısı ve silindir çapı olarak seçilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre entropi üretiminin Reynolds sayısı ile doğru orantılı, silindir çapı ile ters orantılı olarak değiştiği hesaplanmıştır.

Şahin (1998), laminer akış koşullarında sabit ısı akısı sınır şartı ile tersinmezliklerin azaltılması için en uygun kanal geometrisini araştırmıştır. Bu çalışmada; dairesel, kare, eşkenar üçgen, en-boy oranı 0.5 olan dikdörtgen kesitli ve en boy oranı $\sqrt{3}/2$ olan sinüzoidal kesitli kanallar araştırılmış ve en uygun kanal kesitinin

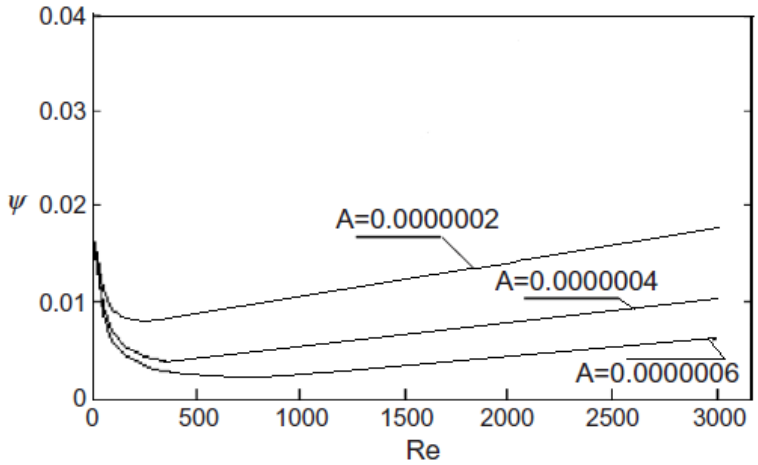
sürtünme etkisinin dolayısı ile entropi üretiminin az olduğu dairesel kesitli kanal olduğu görülmüştür. Ayrıca tüm kanal tipleri için Reynolds sayısı arttıkça ve kanal kesiti küçüldükçe entropi üretiminin arttığı görülmüştür. Şekil 1.3.1'de görüldüğü gibi dikdörtgen kesitli kanal için kesit alanı sabitken, uygulanan ısı akısı arttıkça kanal girişinde entropi üretiminin en büyük değerleri aldığı ve akış boyunca azaldığı görülmüştür. Isı akısının artması ile kanal girişinde entropi üretimi ve pompalama gücünün arttığı hesaplanmıştır.



Şekil 1.3.1. Dikdörtgen kesitli bir kanalda entropi sayısının Reynold sayısı ve ısı akısı miktarına göre değişimi (Şahin, 1998)

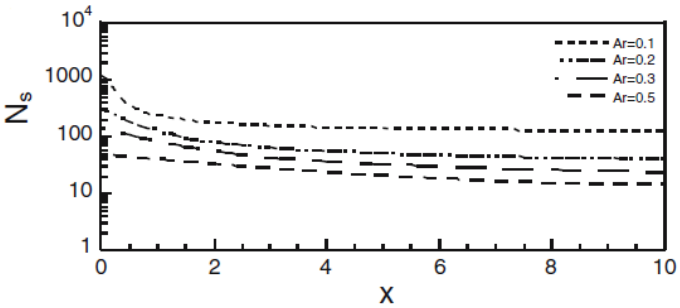
Abuzaid, Al-Nimr ve Haddad (2004), bir mikro kanalda zorlanmış akış sırasında Knudsen, Reynolds, Prandlt, Eckert sayılarının ve boyutsuz sıcaklık farkının entropi üretimine etkilerini incelemişlerdir. Ayrıca Bejan sayısıyla ifade edildiği üzere ısı transferi nedeniyle meydana gelen entropi üretiminin toplam entropi üretimine etkisi araştırılmıştır. Çalışmanın sonuçlarında Knudsen sayısı arttıkça entropi üretiminin azaldığı, Reynolds, Eckert, Prandlt ve boyutsuz sıcaklık farkı attığında entropi üretiminin azaldığı görülmüştür. Ayrıca kanal giriş bölgesinde yani akışın gelişmeye başladığı kısımda entropi üretiminin en büyük değerleri aldığı, akış tam gelişmiş olduğunda entropi üretiminin azaldığı görülmüştür.

Öztop (2005), cidarda sabit ısı akısı sınır şartı uygulanan yarı silindirik kanaldaki akış için entropi üretimini analitik olarak hesaplamıştır. Çalışma parametreleri olarak ısı akısı, Reynolds sayısı ve kanal kesit alanı seçilmiştir. Çalışmanın sonuçlarında, Reynolds sayısı ve uygulanan ısı akısı arttıkça entropi üretiminin arttığı, Şekil 1.3.2'den de görüldüğü gibi kanal kesiti büyüdükçe entropi üretiminin azaldığı ve kanal girişinde entropi üretiminin en büyük değerleri aldığı görülmüştür. Ayrıca bu çalışmada küçük Reynolds sayılarında ve büyük ısı akısı değerlerinde entropi üretiminin en büyük değerleri aldığı görülmüştür.

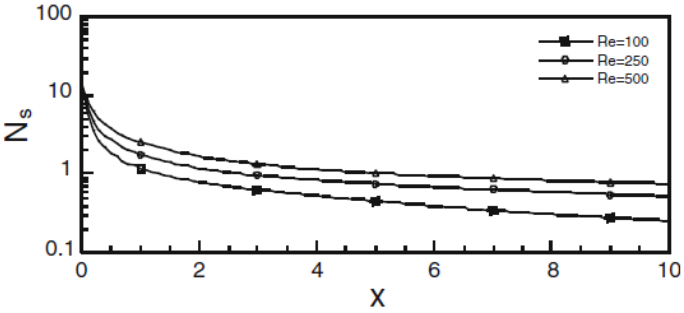


Şekil 1.3.2. Entropi sayısının Reynold sayısı ve kanal kesitine göre değişimi (Abuzaid, Al-Nimr ve Haddad, 2004)

Erbay, Yalçın ve Ercan (2007), iki paralel plaka arasında zorlanmış laminer akış şartlarında entropi üretimini incelemişlerdir. Çalışma parametreleri olarak, kanalın en boy oranı, Reynolds sayısı Prandlt sayısı, Brinkman sayısı ve alt plakanın hareketli olması durumu seçilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre; Şekil 1.3.3'ten görüldüğü üzere en yüksek entropi üretimi akışın gelişmeye başladığı plaka girişinde en küçük en boy oranında ve Şekil 1.3.4'ten görüldüğü üzere en büyük Reynolds sayısında alt plakanın akışa ters yönde hareket ettiği durumda gerçekleşmiştir. Tüm parametreler için iki plakanın ortasında yani akış merkezinde entropi üretimi olmamaktadır. Ayrıca ısı transfer katsayısı kanal girişinde en büyük değerlerini alırken entropi üretimine benzer şekilde akış boyunca azalmıştır.



Şekil 1.3.3. Entropi üretiminin kanal en-boy oranına göre değişimi
(Erbay, Yalçın ve Ercan 2007)

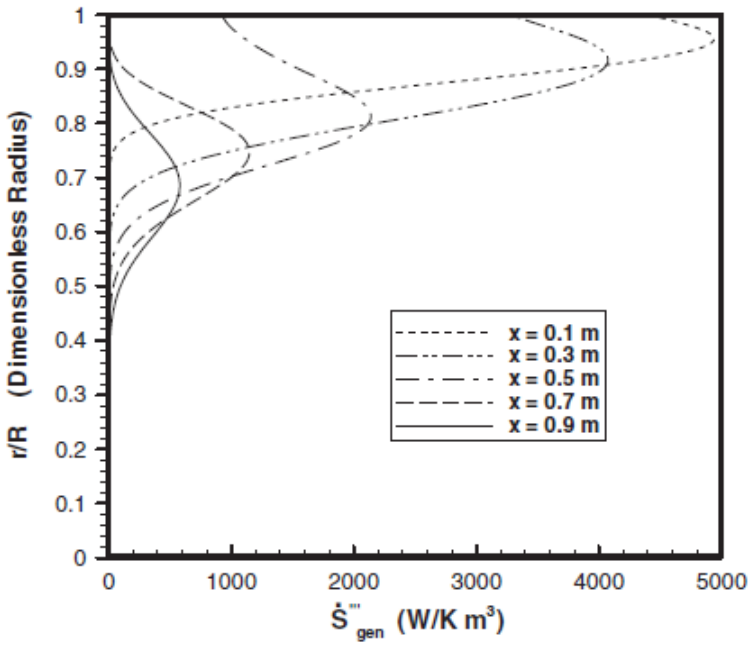


Şekil 1.3.4. Entropi üretiminin Reynolds sayısına göre değişimi
(Erbay, Yalçın ve Ercan 2007)

Jankowski (2009), bir iç akış sırasında kanal kesiti geometrisinin entropi üretimine etkisini araştırmıştır. Tam gelişmiş akış şartlarında ve ısı transferinin olmadığı biri iç akışta kanal kesitinin dairesel seçilmesi akış direncini dolayısı ile entropi üretimini azalttığı görülmüştür. Ancak ısı transferinin meydana geldiği akışlarda dairesel kesitin entropi üretimini her zaman azaltmadığı, kanal genişliğinin kanal boyuna oranının büyük olduğu dikdörtgen kesitli kanallarda entropi üretiminin azaldığı görülmüştür.

Esfahani ve Shahabi (2010), dairesel kesitli bir borunun cidarına uygulanan düzgün dağılı olmayan ısı akısı miktarının entropi üretimi üzerine etkisini araştırmışlardır. Çalışmada, toplam ısı akısı miktarı eşit olacak şekilde boru boyunca artan oranlı, boru boyunca azalan oranlı ve boru boyunca sabit ısı akısının uygulandığı durumlar incelenmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre; toplam ısı akısı miktarı eşit olacak

şekilde ısı akısı boru boyunca azalan oranlı uygulandığında, sabit oranlı uygulanan ısı akısı sınır şartı durumuna göre daha az entropi üretimi olduğu görülmüştür. Toplam ısı akısı miktarı eşit olacak şekilde ısı akısı boru boyunca artan oranlı uygulandığında ise sabit oranlı uygulanan ısı akısı sınır şartı durumuna göre daha çok entropi üretimi olduğu görülmüştür. Ayrıca Şekil 1.3.5'den görüldüğü gibi kanal girişinde entropi üretimi en büyük değerleri almakta ve akış ilerledikçe azalmaktadır.

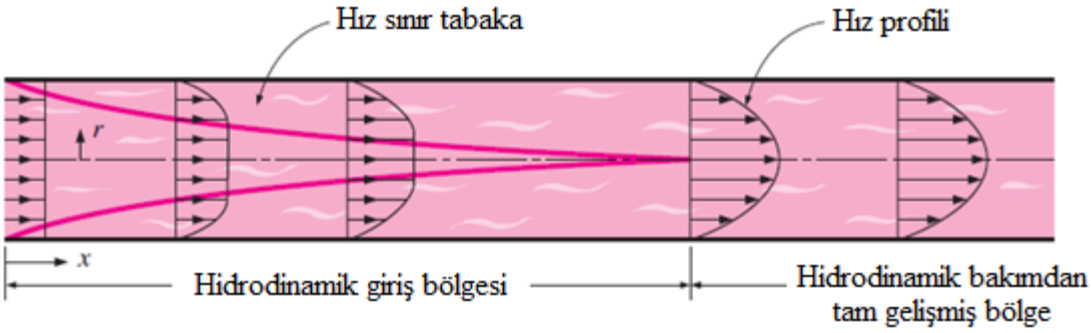


Şekil 1.3.5. Entropi sayısının boyutsuz yarıçapa ve kanal uzunluğuna göre değişimi (Esfahani ve Shahabi, 2010)

1.4 Giriş Bölgesi

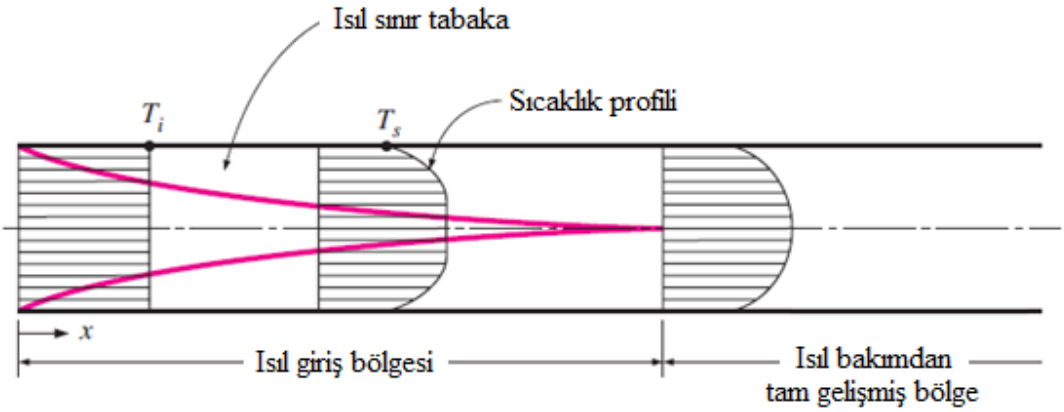
Dairesel kesitli bir boruya uniform hızda giren bir akışkan göz önüne alınsın. Boru cidarı ile temasta olan akışkan parçacıkları akış ilerledikçe sürtünmenin etkisiyle yavaşlar. Kütle akış miktarının sabit kalması için cidarda meydana gelen hız kaybını akışkan, kanal merkezinde hızının artmasıyla telafi edecektir. Sonuç olarak, kanal boyunca bir hız sınır tabakası gelişir. Hız sınır tabakası kanal merkezine ulaşıncaya kadar akış yönünde kalınlığı artar ve Şekil 1.4.1'de görüldüğü gibi bir süre sonra kanal merkezinde hız en büyük değerini alır.

Akışın başladığı andan sınır tabakanın kanal merkezine geldiği ana kadar akışın geçtiği bölüme hidrodinamik giriş bölgesi, bu bölgenin uzunluğuna ise hidrodinamik giriş uzunluğu denir ve L_h ile gösterilir. Giriş bölgesinde bulunan akışa da hidrodinamik bakımdan tam gelişmiş akış denir. Giriş bölgesinin devamında yer alan tam gelişmiş bölgeye ise hidrodinamik bakımdan tam gelişmiş bölge denir. Tam gelişmiş bölgedeki hız profili paraboliktir.



Şekil 1.4.1. Kanal içinden akışta hız sınır tabakasının gelişimi (Çengel, 2008)

Bu tanımlardan hareketle Şekil 1.4.2 'de görüldüğü gibi akışın ısıl bakımdan gelişinceye kadar geçtiği bölge ısıl giriş bölgesi, bu bölgenin uzunluğuna ise ısıl giriş bölgesi uzunluğu denir ve L_t ile gösterilir. Sıcaklık profilinin geliştiği bölgedeki akışa da ısıl bakımdan gelişmekte olan akış denir. Isıl giriş bölgesinin devamında yer alan ve $(T_s-T)/(T_s-T_m)$ ile ifade edilen boyutsuz sıcaklık farkının sabit kaldığı bölge ısıl bakımdan tam gelişmiş bölge adını alır.



Şekil 1.4.2. Kanal içinden akışta ısıl sınır tabakasının gelişimi(Çengel, 2008)

Akış hem hidrodinamik hem de ısıl bakımdan tam gelişmiş ise tam gelişmiş akış adını alır. Denklem 1.4.1 hidrodinamik tam gelişmiş akış bölgesinde hızın kanal boyunca sabit kaldığını ifade etmektedir. Denklem 1.4.2 ise ısıl bakımdan tam gelişmiş akış bölgesinde boyutsuz sıcaklık farkının sabit kaldığını ifade etmektedir.

$$\frac{\partial V(r,x)}{\partial x} = 0 \qquad \rightarrow \qquad V = V(r) \tag{1.4.1}$$

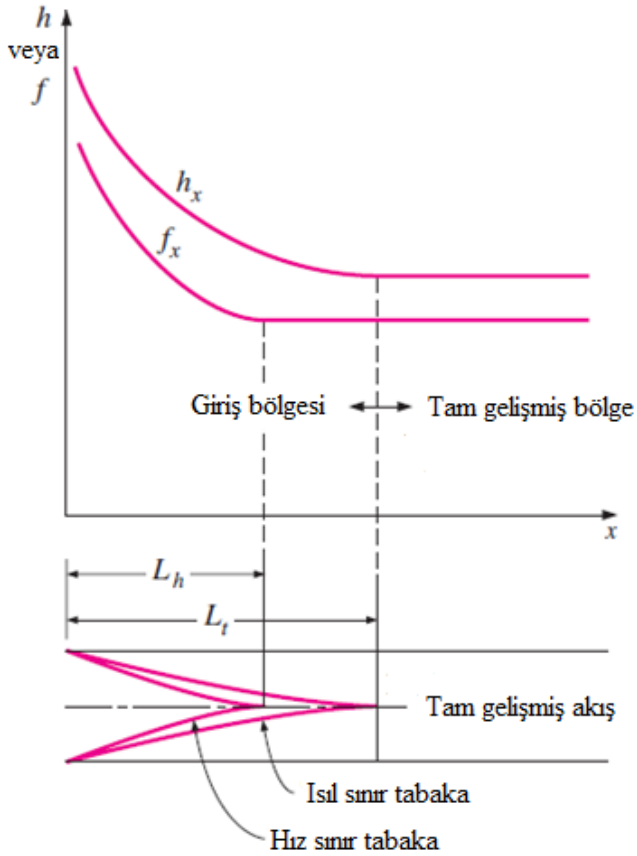
$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{T_s(x) - T(r,x)}{T_s(x) - T_m(x)}\right] = 0 \tag{1.4.2}$$

Boru yüzeyine uygulanan ısı akısı Denklem (1.4.3) ile ifade edilmektedir. Denklemde yer alan h_x terimi ısı transfer katsayısını, k ise ısı iletim katsayısını ifade etmektedir.

$$q_s'' = h_x(T_s - T_m) = k\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R} = 0 \qquad \rightarrow \qquad h_x = \frac{k(\partial T/\partial r)\big|_{r=R}}{(T_s - T_m)} \tag{1.4.3}$$

Denklem (1.4.3)'ten görüldüğü üzere ısıl bakımdan tam gelişmiş bölgede ısı akısı dolayısı ile ısı transfer katsayısı boru uzunluğundan bağımsızdır. Böylece tam gelişmiş akış bölgesinde Şekil 1.4.3'te görüldüğü gibi hem sürtünme hem de ısı transfer katsayısı sabit kalmaktadır.

Kanal içinden laminer akış sırasında boyutsuz Prandlt sayısının büyüklüğü hidrodinamik ve ısıl bakımdan gelişmişliğin ilişkisini ortaya koyar. Prandlt sayısının 1'e eşit olduğu durumlarda akışkan hidrodinamik ve ısıl bakımdan aynı anda gelişir. Bazı gazlar bu duruma örnek olarak gösterilebilir. Prandlt sayısının 1'den büyük olduğu akışkan türlerinde akış hidrodinamik bakımdan daha önce gelişirken Prandlt sayısının 1'den küçük olması akışın ısıl bakımdan daha önce geliştiğini ifade eder.



Şekil 1.4.3. Kanal içinde akış yönünde sürtünme faktörü ve ısı transfer katsayısının değişimi (P_r>1)(Çengel, 2008)

Boru içinden akışta akışkanın ısıtıldığını göz önüne alalım. Şekil 1.4.3'te görüldüğü üzere kanal girişinde sınır tabaka kalınlığını sıfırken sürtünme faktörü ve ısı transfer katsayısı en büyük değerini alır ve akış geliştikçe bu değerler azalır. Bu tanımlardan anlaşıldığı üzere giriş bölgesinin etkisi her zaman ortalama sürtünme faktörünü ve ortalama ısı transfer katsayısını artırır.

1.5 Giriş Uzunluğu

Hız dağılımının laminer veya türbülanslı olması hız dağılımının biçimine etki eder. Laminer akıştaki hız dağılımı nispeten daha sivri iken, türbülanslı akıştaki hız

dağılımı daha basıktır. Akışın laminer veya türbülanslı olmasını Denklem (1.5.1) ile gösterilen Reynolds sayısı karakterize eder.

$$\mathrm{Re}_d = \frac{\rho V D}{\mu} \tag{1.5.1}$$

Reynolds sayısı 2300'den küçük olduğunda laminerdir. 2300'den büyük olduğunda ise türbülansa geçmeye başlar. Reynolds 10000 değerinde akış tamamen türbülanslı olur. Laminer akış halinde hidrodinamik giriş uzunluğu Denklem (1.5.2) ile ifade edilir.

$$\frac{L_{h.lam.}}{d} \cong 0.05\,\mathrm{Re}_d \tag{1.5.2}$$

Türbülanslı akış halinde hidrodinamik giriş uzunluğu için literatürde kabul edilmiş bir ifade yoktur. Bu bölgedeki giriş uzunluğu Reynolds sayısından bağımsız olup yaklaşık olarak Denklem (1.5.3) ile ifade edilir.

$$10 \le \frac{L_{h.tür.}}{d} \le 60 \tag{1.5.3}$$

Laminer akış halinde ısıl giriş uzunluğu hidrodinamik giriş uzunluğuna benzer şekilde Denklem (1.5.4) ile ifade edilir.

$$\frac{L_{ısıl.lam.}}{d} \cong 0.05\,\mathrm{Re}_d\,\mathrm{Pr} \tag{1.5.4}$$

Türbülanslı akış halinde ısıl giriş uzunluğu Reynolds ve Prandlt sayılarına bağlı olmayıp yaklaşık olarak Denklem (1.5.5) ile ifade edilir.

$$\frac{L_{ısıl.tür.}}{d} \ge 10 \tag{1.5.5}$$

BÖLÜM 2
KARTEZYEN KOORDİNATLARDA YÖNETİCİ DENKLEMLER

2.1. Kartezyen Koordinatlarda Süreklilik Denklemi

Kartezyen koordinatlarda seçilen bir kontrol hacim için kütle korunumu ifadesi;

$$\frac{\partial M_{cv}}{\partial t} = \sum_{in} \dot{m} - \sum_{out} \dot{m} \tag{2.1.1}$$

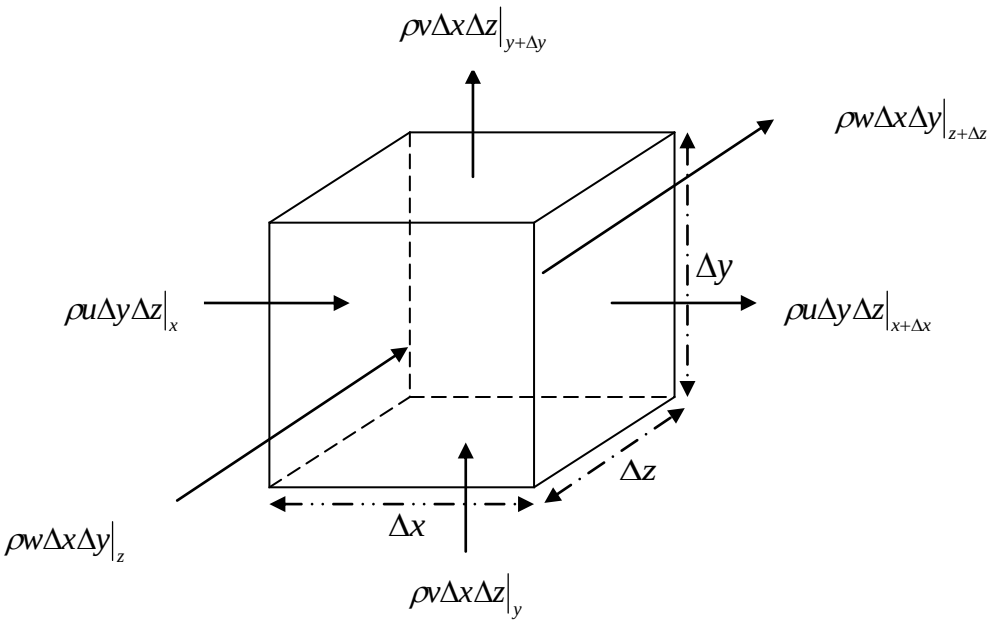
şeklindedir. Burada;

$\frac{\partial M_{cv}}{\partial t}$: Kontrol hacim içerisinde zamanla değişen kütlesel debi

$\sum_{in} \dot{m}$: Kontrol hacme giren toplam kütlesel debi

$\sum_{out} \dot{m}$: Kontrol hacimden çıkan toplam kütlesel debi

şeklindedir.



Şekil 2.1.1: Kartezyen koordinatlarda seçilen bir kontrol hacim için kütle korunumu

Şekil 2.1.1' de kartezyen koordinatlarda seçilen diferansiyel bir hacim için bu hacme giren ve çıkan kütlesel debiler gösterilmiştir.

Şekil 2.1.1' deki kontrol hacme giren ve çıkan kütlesel debiler Denklem (2.1.1)'de yerine yazılacak olursa;

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}\Delta x\Delta y\Delta z = \left[\rho u\Delta y\Delta z + \rho v\Delta x\Delta z + \rho w\Delta x\Delta y\right]_{in}$$

$$-\left[\left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\Delta x\right)\Delta y\Delta z + \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\Delta x\right)\Delta x\Delta z + \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\Delta x\right)\Delta x\Delta y\right]_{out} \quad (2.1.2)$$

elde edilir. Bu ifadede gerekli işlemler yapılacak olursa;

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.1.3)$$

ifadesi elde edilir. İfadelerin tek tek diferansiyelleri alınacak olursa;

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u\frac{\partial \rho}{\partial x} + v\frac{\partial \rho}{\partial y} + w\frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = 0 \quad (2.1.4)$$

ifadesi elde edilir. Denklem (2.1.4) kartezyen koordinatlarda seçilen bir kontrol hacim için genel süreklilik denklemidir. Denklem (2.1.4) şu şekilde de yazılabilir.

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z} \quad (2.1.5)$$

ve

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k} \quad (2.1.6)$$

olarak tanımlansın. Denklem (2.1.5) ve (2.1.6) denklem (2.1.4) yeniden düzenlenirse;

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla V = 0 \tag{2.1.7}$$

ifadesi elde edilir. Denklem (2.1.7) kartezyen koordinatlarda seçilen bir kontrol hacim için süreklilik denkleminin diğer formudur.

2.2 Kartezyen Koordinatlarda Momentum Denklemi

Newton'un II. Hareket Kanununa göre; sistem üzerine etki eden bütün kuvvetlerin toplamı, sistemin momentumundaki zaman bağlı değişime eşittir.

$$\frac{\partial (MV_n)_{cv}}{\partial t} = \sum F_n + \sum (\dot{m} V_n)_{in} - \sum (\dot{m} V_n)_{out} \tag{2.2.1}$$

Burada n, seçilen doğrultuyu V_n ve F_n'de n yönündeki akışkanın hızını ve kuvveti göstermektedir. Denklem (2.2.1)'de yer alan terimleri aşağıda olduğu gibi ifade edebiliriz.

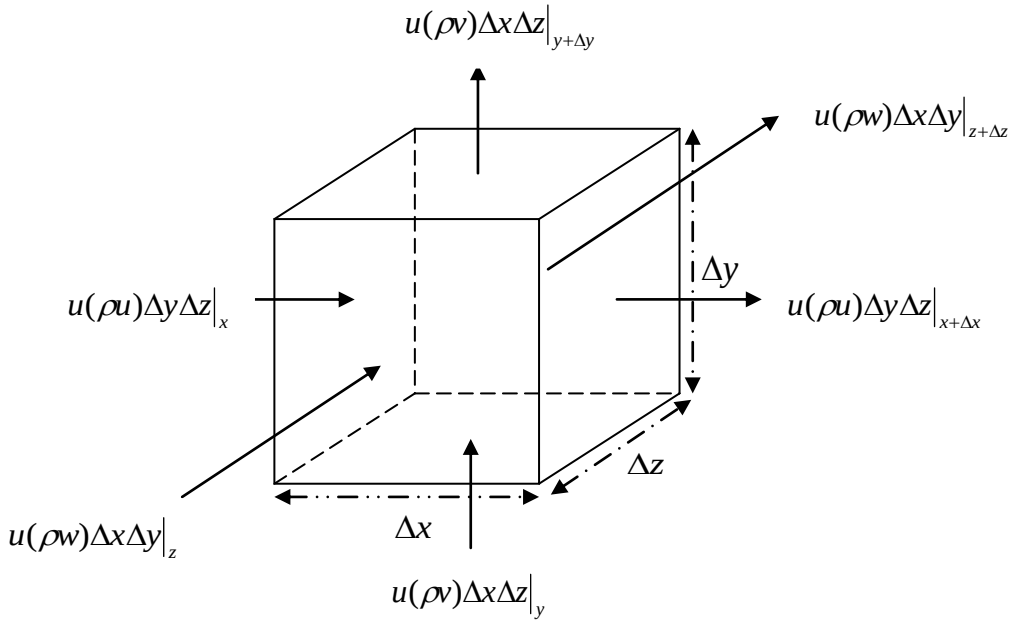
$\frac{\partial (MV_n)_{cv}}{\partial t}$: Kontrol hacimde zamanla değişen momentum miktarı

$\sum F_n$: Kontrol hacme dışarıdan etkiyen kuvvetlerin toplamı

$\sum (\dot{m} V_n)_{in}$: Kontrol hacmine giren momentum akısı

$\sum (\dot{m} V_n)_{out}$: Kontrol hacmi terk eden momentum akısı

Kuvvet ve momentum nicelikleri vektörel olduğundan, işlemlerde birim vektör kullanılması gereklidir. Şekil 2.2.1 ve 2.2.2 kartezyen koordinatlarda seçilmiş bir kontrol hacme etki eden kuvvetleri göstermektedir.



Şekil 2.2.1: Kartezyen koordinatlarda x-yönü için kontrol hacme etki eden momentum akıları

Şekil 2.2.1'e göre kontrol hacme giren ve çıkan momentum akılarını aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

$$\left[\sum(\dot{m}V_n)_{in}-\sum(\dot{m}V_n)_{out}\right]_x=\left[u(\rho u)\Delta y\Delta z+u(\rho v)\Delta x\Delta z+u(\rho w)\Delta x\Delta y\right]_{in}$$
$$-\left[\left(u(\rho u)+\frac{\partial}{\partial x}u(\rho u)\Delta x\right)\Delta y\Delta z\right.$$
$$+\left(u(\rho v)+\frac{\partial}{\partial y}u(\rho v)\Delta y\right)\Delta x\Delta z$$
$$\left.+\left(u(\rho w)+\frac{\partial}{\partial z}u(\rho w)\Delta z\right)\Delta x\Delta y\right]_{out} \qquad (2.2.2)$$

$$\left[\sum(\dot{m}V_n)_{in}-\sum(\dot{m}V_n)_{out}\right]_x=-\left[\frac{\partial}{\partial x}u(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}u(\rho v)+\frac{\partial}{\partial z}u(\rho w)\right]\Delta x\Delta y\Delta z \qquad (2.2.3)$$

Denklem (2.2.3) kartezyen koordinatlarda x-yönü için momentum akısı değişim miktarını ifade etmektedir. Genel momentum denklemi olan Denklem (2.2.1)' de eşitliğin sol tarafında yer alan "kontrol hacimde zamanla değişen momentum miktarı" terimi x-yönü için ifade edilebilir ve Denklem (2.2.3) ile eşitliğin sol tarafında Denklem (2.2.4)'te olduğu gibi birleştirilebilir.

$$\left[\frac{\partial(MV_n)_{cv}}{\partial t}\right]_x - \left[\sum(\dot{m}V_n)_{in} - \sum(\dot{m}V_n)_{out}\right]_x = \left[\frac{\partial((\rho u)u)_{cv}}{\partial t}\right]_x + \left[\frac{\partial}{\partial x}u(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}u(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}u(\rho w)\right] \quad (2.2.4)$$

Her bir terimin diferansiyeli alınıp gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$[Momentum\ Değişimi]_x = \left[u\frac{\partial\rho}{\partial t} + \rho\frac{\partial u}{\partial t}\right] + \left[\frac{\partial}{\partial x}u(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}u(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}u(\rho w)\right] \quad (2.2.5)$$

$$[Momentum\ Değişimi]_x = u\left[\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right] + \rho\left[\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial x} + w\frac{\partial u}{\partial x}\right] \quad (2.2.6)$$

Denklem (2.2.6) kartezyen koordinatlarda x-yönü için momentum akısı değişim miktarını ifade eder ve eşitliğin sağındaki *u* parantezindeki Denklem (2.1.3) yani süreklilik denklemidir ve değeri sıfırdır. Böylece Denklem (2.2.6) aşağıda olduğu gibi ifade edilebilir.

$$[Momentum\ Değişimi]_x = \rho\left[\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial x} + w\frac{\partial u}{\partial x}\right] = \rho\frac{Du}{Dt} \quad (2.2.7)$$

Denklem (2.2.7)'den hareketle kartezyen koordinatlar için y-yönü ve z-yönü denklemleri de benzer şekilde Denklem (2.2.8) ve Denklem (2.2.9) olarak yazılabilir.

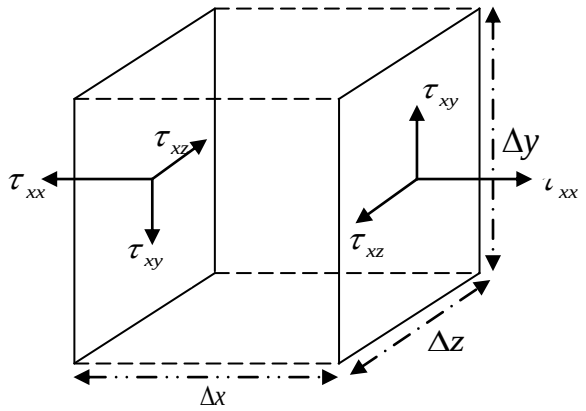
$$[Momentum\ Değişimi]_y = \rho\left[\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial x} + w\frac{\partial v}{\partial x}\right] = \rho\frac{Du}{Dt} \qquad (2.2.8)$$

$$[Momentum\ Değişimi]_y = \rho\left[\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial x} + w\frac{\partial w}{\partial x}\right] = \rho\frac{Du}{Dt} \qquad (2.2.9)$$

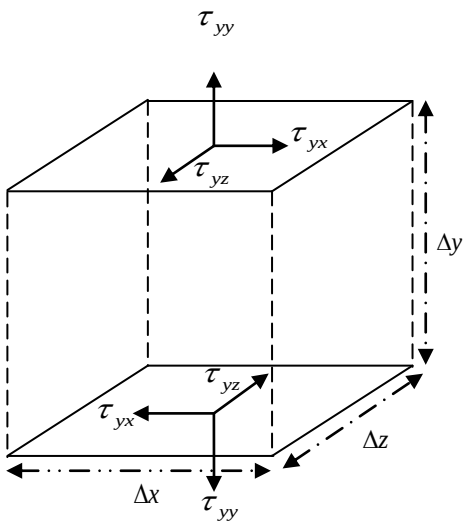
Denklem (2.2.1)' de yer alan "kontrol hacme dışarıdan etkiyen kuvvetlerin toplamı" terimi Denklem (2.2.10) ile ifade edilir.

$$\sum F_n = (Kütle\ Kuvveti)_n + (Yüzey\ Kuvvetleri)_n \qquad (2.2.10)$$

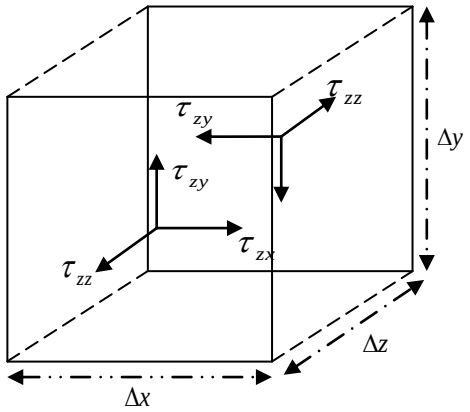
Kontrol hacme etki eden yüzey kuvvetleri x- yönü için Şekil 2.2.2, y-yönü için Şekil 2.2.3 ve z-yönü için Şekil 2.2.4'te olduğu gibidir.



Şekil 2.2.2: Kartezyen koordinatlardaki x-yönü yüzey kuvvetleri



Şekil 2.2.3: Kartezyen koordinatlardaki y-yönü yüzey kuvvetleri



Şekil 2.2.4: Kartezyen koordinatlardaki z-yönü yüzey kuvvetleri

Şekil 2.2.2, Şekil 2.2.3 ve Şekil 2.2.4'ten hareketle kartezyen koordinatlarda seçilmiş olan bir kontrol hacim için kütle kuvveti Denklem (2.2.11) ve x-yönü yüzey kuvvetleri değişimi Denklem (2.2.12)'de olduğu gibidir.

$$(Kütle\ Kuvveti)_x = F_x \Delta x \Delta y \Delta z \qquad (2.2.11)$$

$$(Yüzey\ Kuvvetleri)_x = \left[\tau_{xx}\Delta y\Delta z + \tau_{yx}\Delta x\Delta z + \tau_{zx}\Delta x\Delta y\right]_{in} +$$

$$-\left[\left(\tau_{xx} + \frac{\partial}{\partial x}\tau_{xx}\Delta x\right)\Delta y\Delta z + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial}{\partial x}\tau_{yx}\Delta y\right)\Delta x\Delta z + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial}{\partial x}\tau_{zx}\Delta z\right)\Delta x\Delta y\right]_{out} \quad (2.2.12)$$

Denklem (2.2.12)'de gerekli işlemler yapılıp Denklem (2.2.11) ile birleştirildiğinde;

$$\sum F_x = F_x + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (2.2.13)$$

bulunur. Denklem (2.2.13) x-yönü için toplam dış kuvvetleri ifade eder ve bu denklemden hareketle y-yönü ve z-yönü için toplam dış kuvvetler Denklem (2.2.14) ve (2.2.15)' te olduğu gibi ifade edilir.

$$\sum F_y = F_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \quad (2.2.14)$$

$$\sum F_z = F_x + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \quad (2.2.15)$$

Denklem (2.2.13), Denklem (2.2.14) ve Denklem (2.2.15)'te yer alan τ terimi kayma gerilmelerini temsil eder ve açılımları aşağıda olduğu gibidir.

$$\tau_{xx} = -p + \mu\left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}div\vec{V}\right) \quad (2.2.16)$$

$$\tau_{yy} = -p + \mu\left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}div\vec{V}\right) \quad (2.2.17)$$

$$\tau_{zz} = -p + \mu\left(2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}div\vec{V}\right) \quad (2.2.18)$$

$$\tau_{xy} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) = \tau_{yx} \tag{2.2.19}$$

$$\tau_{yz} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) = \tau_{yz} \tag{2.2.20}$$

$$\tau_{xz} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) = \tau_{xz} \tag{2.2.21}$$

x-yönü için momentum değişim miktarı olan Denklem (2.2.7) ve x-yönü için toplam kuvvet dış kuvvetler olan Denklem (2.2.13) kayma gerilmeleri açılımları ile birlikte ifade edildiğinde Denklem (2.2.22) elde edilir.

$$\rho\frac{Du}{Dt} = F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}div\vec{V}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)\right] \tag{2.2.22}$$

Denklem (2.2.22) x-yönü için Navier-Stokes denklemidir. Benzer şekilde x-yönü Navier-Stokes denkleminden hareketle y-yönü ve z-yönü Navier-Stokes denklemi Denklem (2.2.23) ve Denklem (2.2.24)'te olduğu gibi ifade edilir.

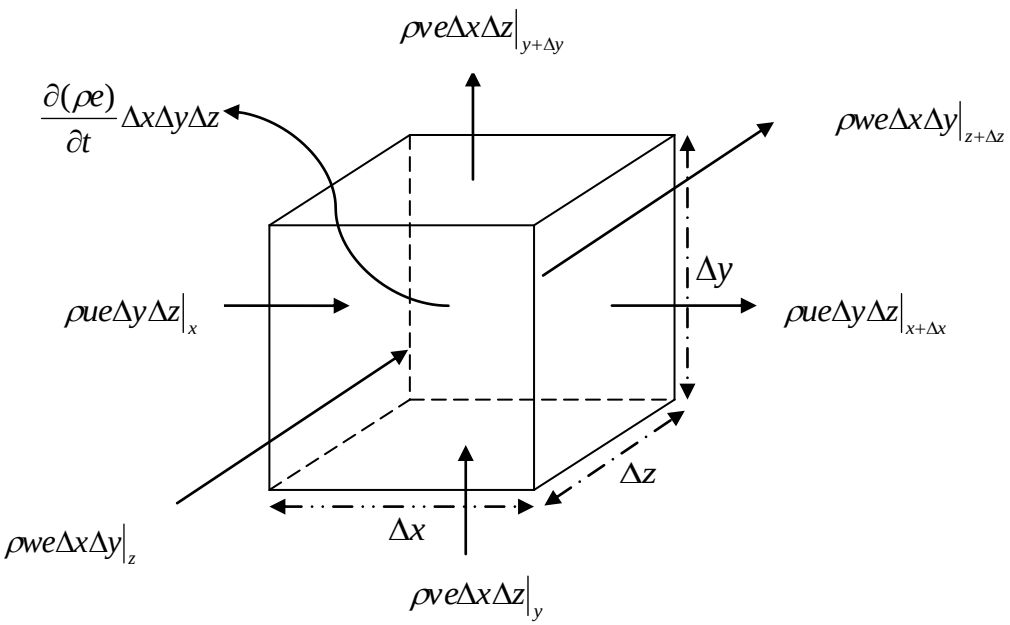
$$\rho\frac{Dv}{Dt} = F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}div\vec{V}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)\right] \tag{2.2.23}$$

$$\rho\frac{Du}{Dt} = F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}div\vec{V}\right)\right] \tag{2.2.24}$$

2.3. Kartezyen Koordinatlarda Enerji Denklemi

Şekil 2.3.1'de kartezyen koordinat sisteminde bir kontrol hacim seçilmiş ve enerjinin korunumu ilkesi bu kontrol hacme uygulandığında Denklem (2.3.1) elde edilir.

$$\begin{bmatrix} Konrol \\ Hacimdeki \\ Net\ Enerji \\ Degisimi \end{bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} Akışkan\ Akışı \\ ile\ Gerçekleşen \\ Enerji\ Gecişi \end{bmatrix}_2 + \begin{bmatrix} İletimle \\ Isı \\ Geçisi \end{bmatrix}_3 + \begin{bmatrix} Isı \\ Üretimi \end{bmatrix}_4 + \begin{bmatrix} Kontrol\ Hacimden \\ Çevreye\ Yapılan \\ Net\ İş \end{bmatrix}_5 \tag{2.3.1}$$



Şekil 2.3.1: Kartezyen koordinatlarda seçilen bir kontrol hacim üzerinde akışkan akışı ile gerçekleşen enerji geçişi

Denklem (2.3.1)'de 1 numaralı terim olan "kontrol hacimdeki net enerji değişimi" terimi Denklem (2.3.2) ile ifade edilir.

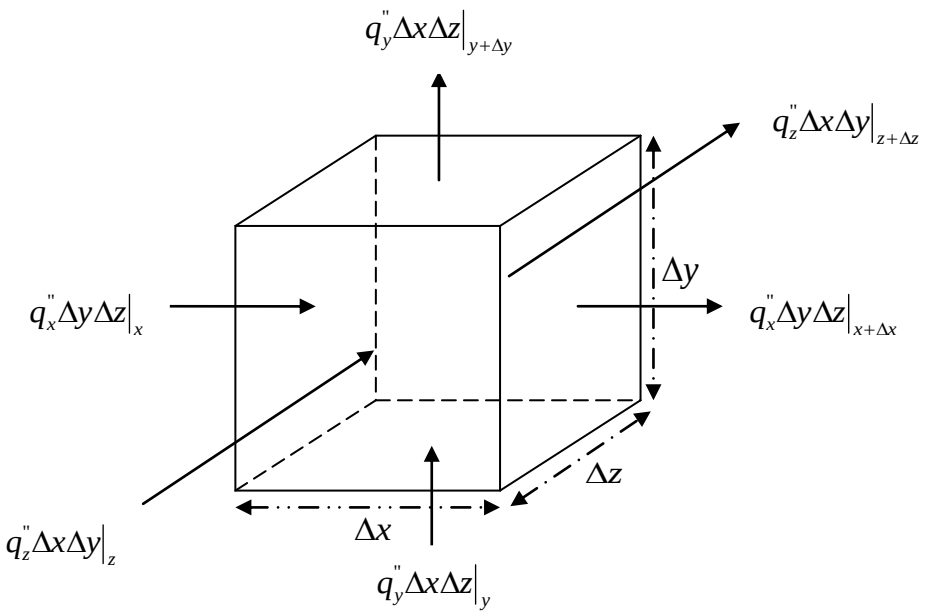
$$[...]_1 = \frac{\partial(\rho e)}{\partial t}\Delta x \Delta y \Delta z \tag{2.3.2}$$

Şekil 2.3.1'den hareketle Denklem (2.3.1)'de 2 numaralı terim olan "akışkan akışı ile gerçekleşen enerji geçişi" terimi Denklem (2.3.5) ile ifade edilir.

$$[...]_2 = \left\lfloor \rho u e \Delta y \Delta z \big|_x + \rho v e \Delta x \Delta z \big|_y + \rho w e \Delta y x \Delta z \big|_z \right\rfloor_{in}$$
$$- \left\lfloor \rho u e \Delta y \Delta z \big|_{x+\Delta x} + \rho v e \Delta x \Delta z \big|_{y+\Delta y} + \rho w e \Delta x \Delta y \big|_{z+\Delta z} \right\rfloor_{out} \qquad (2.3.3)$$

$$[...]_2 = \left\lfloor \rho u e \Delta y \Delta z \big|_x + \rho v e \Delta x \Delta z \big|_y + \rho w e \Delta y x \Delta z \big|_z \right\rfloor_{in}$$
$$- \left[\left(\rho u e + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u e)\Delta x \right)\Delta y \Delta z + \left(\rho v e + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v e)\Delta y \right)\Delta x \Delta z + \left(\rho w e + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w e)\Delta z \right)\Delta x \Delta y \right]_{out}$$
$$(2.3.4)$$

$$[...]_2 = -\left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho u e) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v e) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w e) \right]\Delta x \Delta y \Delta z \qquad (2.3.5)$$



Şekil 2.3.2: Kartezyen koordinatlarda seçilen bir kontrol hacim üzerinde iletim ile ısı geçişi.

Şekil 2.3.2'den hareketle Denklem (2.3.1)'de 3 numaralı terim olan "akışkan akışı ile gerçekleşen enerji geçişi" terimi Denklem (2.3.8) ile ifade edilir.

$$[...]_3 = \left\lfloor q_x^{''}\Delta y\Delta z\big|_x + q_y^{''}\Delta x\Delta z\big|_y + q_z^{''}\Delta y x\Delta z\big|_z \right\rfloor_{in}$$
$$- \left\lfloor q_x^{''}\Delta y\Delta z\big|_{x+\Delta x} + q_y^{''}\Delta x\Delta z\big|_{y+\Delta y} + q_z^{''}\Delta x\Delta y\big|_{z+\Delta z} \right\rfloor_{out} \qquad (2.3.6)$$

$$[...]_3 = \left\lfloor q_x^{''}\Delta y\Delta z\big|_x + q_y^{''}\Delta x\Delta z\big|_y + q_z^{''}\Delta y x\Delta z\big|_z \right\rfloor_{in}$$
$$- \left[\left(q_x^{''} + \frac{\partial}{\partial x}(q_x^{''})\Delta x \right)\Delta y\Delta z + \left(q_y^{''} + \frac{\partial}{\partial y}(q_y^{''})\Delta y \right)\Delta x\Delta z + \left(q_z^{''} + \frac{\partial}{\partial z}(q_z^{''})\Delta z \right)\Delta x\Delta y \right]_{out} \qquad (2.3.7)$$

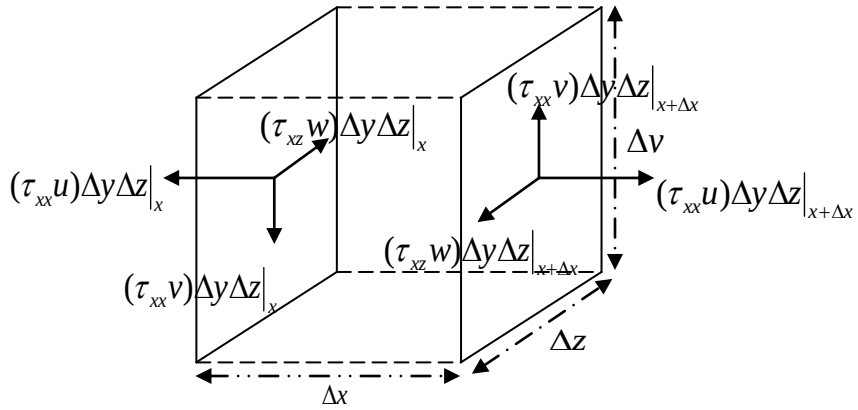
$$[...]_3 = -\left[\frac{\partial}{\partial x}(q_x^{''}) + \frac{\partial}{\partial y}(q_y^{''}) + \frac{\partial}{\partial z}(q_z^{''}) \right]\Delta x\Delta y\Delta z \qquad (2.3.8)$$

Denklem (2.3.1)'de 4 numaralı terim olan "ısı üretimi" terimi Denklem (2.3.9) ile ifade edilir.

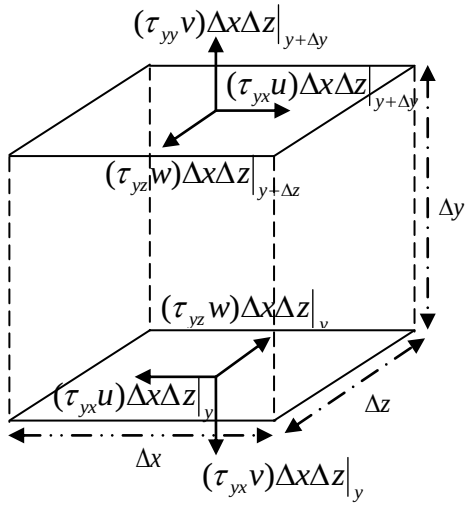
$$[...]_4 = \dot{q}\,\Delta x\Delta y\Delta z \qquad (2.3.9)$$

Denklem (2.3.1)'de 5 numaralı terim olan "kontrol hacimden çevreye yapılan net iş" terimi Şekil 2.3.3, Şekil 2.3.4 ve Şekil 2.3.5'de gösterilen kontrol hacimlerin analizi ile elde edilir.

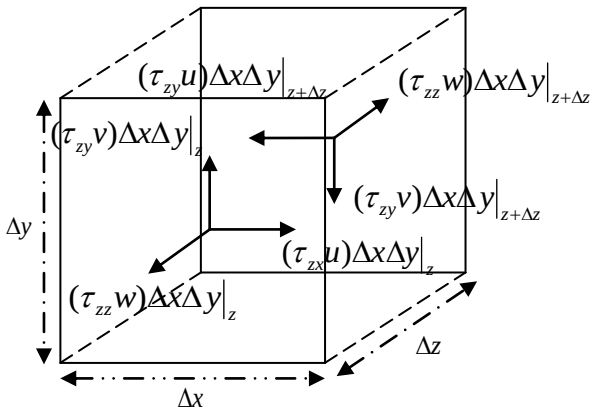
Analizin daha kolay yapılması açısından; ilk etapta sadece x-yönlü kayma gerilmelerinin analizinin yapılması daha sonra diğer koordinat eksenleri için türetmeler yapılması uygun olmaktadır.



Şekil 2.3.3: Kartezyen koordinatlardaki x-yönü yüzey kuvvetleri



Şekil 2.3.4: Kartezyen koordinatlardaki y-yönü yüzey kuvvetleri



Şekil 2.3.5: Kartezyen koordinatlardaki z-yönü yüzey kuvvetleri

$$\{...\}_5 = \left[\tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \tau_{xz}w\right]\Delta y\Delta z\Big|_x + \left[\tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \tau_{yz}w\right]\Delta x\Delta z\Big|_y$$
$$+\left[\tau_{zx}u + \tau_{zy}v + \tau_{zz}w\right]\Delta x\Delta y\Big|_z - \left[\tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \tau_{xz}w\right]\Delta y\Delta z\Big|_{x+\Delta x}$$
$$-\left[\tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \tau_{yz}w\right]\Delta x\Delta z\Big|_{y+\Delta y} - \left[\tau_{zx}u + \tau_{zy}v + \tau_{zz}w\right]\Delta x\Delta y\Big|_{z+\Delta z} \quad (2.3.10)$$

$$\{...\}_5 = -\left[\frac{\partial(\tau_{xx}u)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy}u)}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{xz}u)}{\partial z} + F_x u\right]\Delta x\Delta y\Delta z$$
$$-\left[\frac{\partial(\tau_{yx}v)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{yy}v)}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{yz}v)}{\partial z} + F_y v\right]\Delta x\Delta y\Delta z$$
$$-\left[\frac{\partial(\tau_{zx}w)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{zy}w)}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{zz}w)}{\partial z} + F_z w\right]\Delta x\Delta y\Delta z \quad (2.3.11)$$

$$-\{...\}_5 = u\left[\frac{\partial\tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z} + F_x\right] + v\left[\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z} + F_y\right]$$
$$+w\left[\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zz}}{\partial z} + F_z\right] + \tau_{xx}\frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy}\frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{xz}\frac{\partial u}{\partial z}$$
$$+\tau_{yx}\frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy}\frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{yz}\frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{zx}\frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{zy}\frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz}\frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.3.12)$$

Eşitliğin sağında yer alan köşeli parantez içindeki terimler x, y ve z yönündeki toplam dış kuvvetlerdir ve Denklem (2.3.13)'de olduğu gibi de ifade edilir.

$$-\{...\}_5 = \rho\left[u\frac{Du}{Dt} + v\frac{Dv}{Dt} + w\frac{Dw}{Dt}\right] + \tau_{xx}\frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy}\frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{xz}\frac{\partial u}{\partial z}$$
$$+\tau_{yx}\frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy}\frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{yz}\frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{zx}\frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{zy}\frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz}\frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.3.13)$$

Denklem (2.3.13) kartezyen koordinatlarda seçilmiş olan bir kontrol hacim için "kontrol hacimden çevreye geçen net iş" terimini ifade etmektedir.

Kartezyen koordinatlarda enerji denklemi olan Denklem (2.3.1); Denklem (2.3.2), (2.3.5), (2.3.8), (2.3.9) ve (2.3.13)'ün $\Delta x \Delta y \Delta z$ ile bölünüp birleştirilmesi ile aşağıdaki gibi elde edilir.

$$[...]_1 - [...]_2 = \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho u e) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v e) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w e) \right] \tag{2.3.14}$$

$$[...]_1 - [...]_2 = e\left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) \right] + \rho\left[\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u e) + \frac{\partial}{\partial y}(v e) + \frac{\partial}{\partial z}(w e) \right] \tag{2.3.15}$$

Denklem (2.3.15)'te eşitliğin sağındaki *e* parantezindeki terim kütle korunumu ifadesidir ve sıfıra eşittir.

$$[...]_1 - [...]_2 = \rho\left[\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u e) + \frac{\partial}{\partial y}(v e) + \frac{\partial}{\partial z}(w e) \right] = \rho \frac{De}{Dt} \tag{2.3.16}$$

Akışkan akışı ile gerçekleşen enerji terimi olan Denklem (2.3.8) $\Delta x \Delta y \Delta z$ ile bölünüp Denklem (2.3.18)'de olduğu gibi ifade edilir.

$$[...]_3 = -\left[\frac{\partial}{\partial x}(q_x^{''}) + \frac{\partial}{\partial y}(q_y^{''}) + \frac{\partial}{\partial z}(q_z^{''}) \right] \tag{2.3.17}$$

$$[...]_3 = -div\,\vec{q} \tag{2.3.18}$$

Ayrıca Denklem (2.3.13)'te yer alan hız terimlerini Denklem (2.3.19)'da olduğu gibi kinetik enerjiler ile ifade edebiliriz.

$$\left[u\frac{Du}{Dt}+v\frac{Dv}{Dt}+w\frac{Dw}{Dt}\right]=\left[\frac{D(u^2/2)}{Dt}+\frac{D(v^2/2)}{Dt}+\frac{D(w^2/2)}{Dt}\right] \tag{2.3.19}$$

$$\left[u\frac{Du}{Dt}+v\frac{Dv}{Dt}+w\frac{Dw}{Dt}\right]=\frac{D}{Dt}\left(\frac{V^2}{2}\right) \tag{2.3.20}$$

Diğer taraftan;

$$I=e-\frac{V^2}{2} \tag{2.3.21}$$

şeklinde bir tanım yapılırsa enerji denklemi olan Denklem (2.3.1)'in genel hali Denklem (2.3.22)'de olduğu gibi ifade edilebilir.

$$\rho\frac{DI}{Dt}=-div\,\vec{q}+\dot{q}+\tau_{xx}\frac{\partial u}{\partial x}+\tau_{xy}\frac{\partial u}{\partial y}+\tau_{xz}\frac{\partial u}{\partial z}+\tau_{yx}\frac{\partial v}{\partial x}+\tau_{yy}\frac{\partial v}{\partial y}+\tau_{yz}\frac{\partial v}{\partial z}$$
$$+\tau_{zx}\frac{\partial w}{\partial x}+\tau_{zy}\frac{\partial w}{\partial y}+\tau_{zz}\frac{\partial w}{\partial z} \tag{2.3.22}$$

Kayma gerilmeleri terimleri Denklem (2.3.22)'de yerine yazıldığında Denklem (2.3.23) elde edilir.

$$\rho\frac{DI}{Dt}+div\,\vec{q}-\dot{q}=-P\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right]+\mu\left\{\left[2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2-\frac{2}{3}\frac{\partial u}{\partial x}div\vec{V}\right]+\left[\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right]\frac{\partial u}{\partial y}\right.$$
$$+\left[\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right]\frac{\partial u}{\partial z}+\left[\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right]\frac{\partial v}{\partial x}+\left[2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2-\frac{2}{3}\frac{\partial v}{\partial y}div\vec{V}\right]$$
$$+\left[\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right]\frac{\partial v}{\partial z}+\left[\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right]\frac{\partial w}{\partial x}+\left[\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right]\frac{\partial w}{\partial y}$$
$$\left.+\left[2\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2-\frac{2}{3}\frac{\partial w}{\partial z}div\vec{V}\right]\right\} \tag{2.3.23}$$

Denklem (2.3.23) daha sade şekli ile Denklem (2.3.24)'te olduğu gibidir.

$$\rho \frac{DI}{Dt} + div\,\vec{q} - \dot{q} = -Pdiv\,\vec{V} + \mu\Phi \tag{2.3.24}$$

Denklem (2.3.24)'te yer alan Φ terimi viskoz yayılım terimi olarak adlandırılır ve matematiksel karşılığı Denklem (2.3.25) ile gösterilir.

$$\Phi = 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right] - \frac{2}{3}\left[div\vec{V}\right]^2 + \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right]^2 + \left[\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right]^2 + \left[\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right]^2 \tag{2.3.35}$$

Enerji denklemi olan Denklem (2.3.24)'te *I* terimi, entalpi terimi yani *H* ile ifade edilecek olursa;

$$H = I + Pv = I + \frac{P}{\rho} \tag{2.3.36}$$

şeklinde olur. Bu tanıma göre;

$$\frac{DH}{Dt} = \frac{DI}{Dt} + \frac{1}{\rho}\frac{DP}{Dt} - \frac{P}{\rho^2}\frac{D\rho}{Dt} \tag{2.3.37}$$

Süreklilik denkleminden hareketle;

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho div\vec{V} \tag{2.3.38}$$

yazılabilir.

Denklem (2.3.37) ve (2.3.38) enerji denkleminde yerine yazıldığında, enerji denkleminin bir başka formu olan Denklem (2.3.39) aşağıda şekilde ifade edilir.

$$\rho \frac{DH}{Dt} + div\,\vec{q} - \dot{q} = \frac{DP}{Dt} + \mu\phi \tag{2.3.39}$$

Denklem (2.3.40)'da yer alan *DH* terimi;

$$DH = C_p DT + \frac{1}{\rho}(1 - \beta T)DP \tag{2.3.40}$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklemde yer alan C_p terimi sabit basınç özgül ısısı, β terimi ise ısıl genleşme katsayısı anlamlarındadır ve Denklem (2.3.41) ve (2.3.42)'de olduğu gibi ifade edilirler.

$$C_p = \left.\frac{\partial H}{Dt}\right|_P \tag{2.3.40}$$

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P \tag{2.3.41}$$

Denklem (2.3.40) ve (2.3.41) kullanılarak enerji denklemi yeniden düzenlendiğinde Denklem (2.3.42) elde edilir.

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \nabla(k\nabla T) + \dot{q} + \beta T \frac{DP}{Dt} + \mu\phi \tag{2.3.42}$$

BÖLÜM 3
ENTROPİ

3.1 Entropi Tanımı

Termodinamiğin ikinci yasası entropi adı verilen yeni bir özeliğin tanımına yol açar. Entropi soyut bir kavramdır ve fiziksel açıklamasını tam olarak vermek zordur. Entropinin anlaşılması ve öneminin kavranması, onun mühendislik uygulamalarında nasıl kullanıldığını inceleyerek gerçekleşebilir.

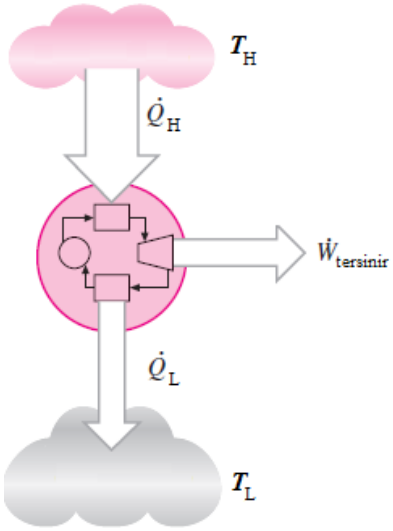
Termodinamiğin ikinci yasası çoğu kez içinde eşitsizliklerin yer aldığı anlatımlara yol açar. Bu eşitsizliklerden biri olan Clausius eşitsizliği Denklem 3.1'de verilmiştir.

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \qquad (3.1.1)$$

3.2 Clausius Eşitsizliği

Clausius eşitsizliği sözlü anlatımla, $\delta Q / T$ 'nin termodinamik bir çevrim üzerinde integrali sıfıra eşit veya sıfırdan küçüktür. Bu eşitsizlik tersinir veya tersinmez tüm çevrimler için geçerlidir. Bir sisteme veya bir sistemden olan ısı geçişi, diferansiyel miktarlarda ısı geçişlerinin toplamı olarak düşünülebilir. Bu durumda $\delta Q / T$ 'nin çevrim üzerindeki integrali, diferansiyel ısı geçişinin sınır sıcaklığıyla bölünmesinden sonra elde edilen tüm diferansiyel miktarların çevrim boyunca toplamı olarak görülebilir. (Çengel Y., ve Boles M.,2008)

Clausius eşitsizliğinin doğruluğunu göstermek amacıyla Şekil 3.2.1 ile verilen tersinir ısı makinesi çevrimini dikkate alalım.



Şekil 3.2.1. Tersinir ısı makinesi

Bu çevrimde, ısı transferinin çevrimsel integrali olan $\oint \delta Q$, Denklem 3.2 de gösterildiği üzere sıfırdan büyüktür.

$$\oint \delta Q = Q_H - Q_L > 0 \tag{3.2.1}$$

Şekil 3.12'de verilen yüksek sıcaklık kaynağı olan T_H ve alçak sıcaklığı olan T_L sabit olduklarından Clausius ifade Denklem (3.2.2)'de olduğu gibi integre edilebilir.

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} = 0 \tag{3.2.2}$$

Çevrimin tersinirken, T_H 'nin T_L 'ye yaklaşmasıyla ısı transferinin çevrimsel integrali sonucu olan $Q_H - Q_L$ terimi de sıfıra yaklaşır ve böylece bütün tersinir ısı makinesi çevrimleri için;

$$\oint \delta Q \geq 0 \tag{3.2.3}$$

ve

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \tag{3.2.4}$$

yazılabilir.

Şekil 3.1'de olduğu gibi sabit T_H ve T_L sıcaklıklarına sahip bir tersinmez ısı makinesi için Clausius ifadesi aşağıda olduğu incelenebilir.

Tersinir ve tersinmez bir ısı makinesinden elde edilen işleri Denklem (3.2.5)'te olduğu gibi kıyaslayabiliriz.

$$W_{tersinmez} < W_{tersinir} \tag{3.2.5}$$

Bütün tersinir ve tersinmez çevrimler için iş ifadesi de Denklem (3.2.6) ile ifade edilebilir.

$$W = Q_H - Q_L \tag{3.2.6}$$

Denklem (3.2.6) yardımıyla Denklem (3.2.5) yeniden ifade edilecek olursa;

$$Q_H - Q_{L-tersinmez} < Q_H - Q_{L-tersinir} \tag{3.2.7}$$

$$Q_{L-tersinmez} > Q_{L-tersinir} \tag{3.2.8}$$

elde edilir. Sonuç olarak tersinmez bir ısı makinesi çevrimi için;

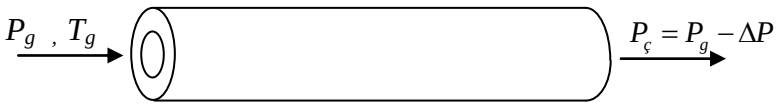
$$\oint \delta Q = Q_H - Q_{L-tersinmez} > 0 \tag{3.2.9}$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_{L-tersinmez}}{T_L} < 0 \tag{3.2.10}$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0 \tag{3.2.11}$$

3.3 Entropi Üretimi ve Viskoz Yayılım İlişkisi

Bir kanal boyunca gerçekleşen sürtünmeli bir akış sırasında, entropi üretimi; akışı gerçekleştirmek için gerekli pompalama gücüyle doğru orantılıdır. Bu pompalama gücü yada mekanik güç kanal çıkışına doğru oluşan basınç düşüşüyle ve basınç düşüşü de cidar kayma gerilmeleriyle doğru orantılıdır. Şekil 3.3.1 ile gösterilen basit bir kanal içinden akış sırasında kuvvet dengesi Denklem (3.3.1) ile ifade edilir.



Şekil 3.3.1. Kanal içinden akış

$$\Delta P(\pi r_o^2) = \tau_o (2\pi r_o L) \tag{3.3.1}$$

Newtonian tipi akışlar için birçok mühendislik uygulamalarında kayma gerilmesi Denklem (3.3.2) ile ifade edilir.

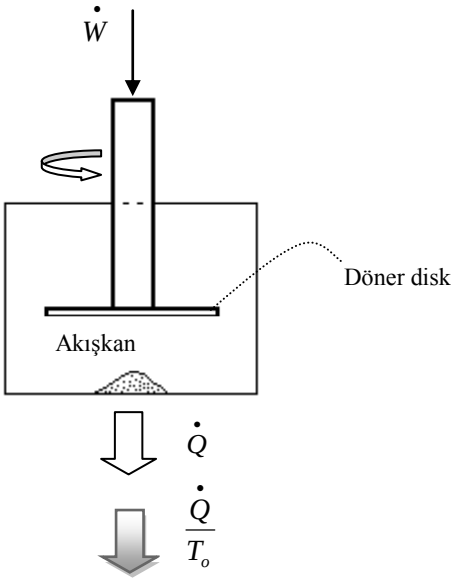
$$\tau_o = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_o \tag{3.3.2}$$

Bu anlatımı güçlendirmek için Şekil 3.3.2 ile verilen basit bir deney düzeneğini incelersek, kapalı bir sistem için termodinamiğin birinci yasası yardımıyla sistem üzerinde yapılan iş, sistemden çevreye olan ısı transferine eşittir.

$$\dot{Q} = \dot{W} \tag{3.3.3}$$

Bu kapalı sistem için termodinamiğin ikinci yasası yardımıyla entropi üretimi Denklem (3.3.4) ile ifade edilir.

$$\dot{S}_{üretim} = \frac{\dot{Q}}{T_o} \tag{3.3.4}$$



Şekil 3.3.2 Entropi üretimi sırasında kayıp iş (Bejan A., 1996)

Denklem (3.3.4) ile sistem için tanımlanan işin entropi üretimi ile doğru orantılı olduğu Denklem (3.3.5) ile verilmiştir.

$$\dot{S}_{üretim} = \frac{\dot{W}}{T_o} \tag{3.3.5}$$

Denklem (3.3.5) sonsuz küçük *dxdydz* hacmi ve birim zaman için ifade edildiğinde Denklem (3.3.6) formunda yazılabilir.

$$\dot{S}'''_{üretim} = \frac{\dot{W}'''}{T_o} \tag{3.3.6}$$

Denklem (3.3.6)'da yer alan $\dot{W}'''$ terimi, viskoz gerilmeler nedeniyle kaybedilen işin birim zaman ve sonsuz küçük *dxdydz* hacmi için işi temsil etmektedir. Viskoz disipasyon teriminin tanımından yola çıkarak kayıp işi, $\dot{W}'''$, viskoz disipasyon terimi ile viskozitenin çarpımı olarak Denklem (3.3.7)'de olduğu gibi ifade etmek mümkündür.

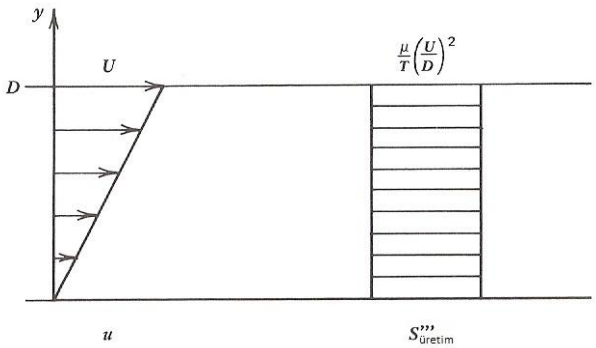
$$\dot{S}'''_{üretim} = \frac{\mu}{T_o}\Phi \tag{3.3.7}$$

3.4 Laminer Akışta Entropi Üretimi

Prensipte, laminer akış bölgesinin hız dağılımı; başlangıç ve sınır koşullarına bağlı olarak Navier-Stokes denkleminin çözülmesiyle analitik ve nümerik olarak belirlenebilir.

Laminar akışa örnek teşkil edebilecek Şekil 3.4.1 ile gösterilen olan Coutte akışı Denklem (3.4.1) ile tanımlanmıştır.

$$\frac{u}{U} = \frac{y}{D} \tag{3.4.1}$$



Şekil 3.4.1 Coutte akışında hız ve entropi üretimi dağılımı(Bejan A., 1996)

Bu durumda Denklem (3.3.7) ile tanımlanan entropi üretimi Coutte akışı için Denklem (3.4.2)'de olduğu gibi ifade edilir.

$$\dot{S}'''_{üretim} = \frac{\mu}{T}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 = \frac{\mu}{T}\left(\frac{U}{D}\right)^2 \tag{3.4.2}$$

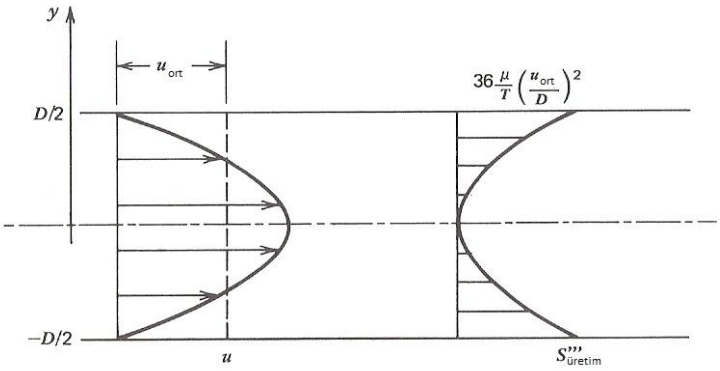
Laminer akışı temsil edebilecek ikinci bir örnek olarak Hagen-Poiseuille akışı Denklem (3.4.3) ile tanımlanmıştır.

$$u = \frac{3}{2} u_{ort} \left[1 - \left(\frac{y}{D/2} \right)^2 \right] \tag{3.4.3}$$

Denklem (3.4.1) kullanılarak Denklem (3.3.7)'de gerekli işlemler yapıldığında Hagen-Poiseuille akış modeli için entropi üretimi denklemi Denklem (3.4.4) ile ifade edilir.

$$\dot{S}'''_{üretim} = \frac{\mu}{T} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 = 36 \frac{\mu}{T} \left(\frac{u_{ort}}{D} \right)^2 \left(\frac{y}{D/2} \right)^2 \tag{3.4.4}$$

Şekil 3.4.2'te iki plaka arasında gerçekleşen Hagen-Poiseuille akış modelinin hız dağılımı ve entropi üretimi gösterilmektedir. Şekilden de anlaşıldığı gibi entropi üretimi parabolik ve kanal merkezine göre simetriktir. Bu dağılım Reynolds sayısı değiştiğinde değişmemektedir.



Şekil 3.4.2. Hagen-Poiseuille akışı sırasında hız ve entropi üretimi(Bejan A., 1996)

Bu iki örnek için ortak sonuç; laminer akış sırasında kanal giriş bölgesi entropi üretimine doğrudan etki etmektedir. Bu tanımlama laminer akış sırasındaki entropi üretimini bir sonraki başlıkta anlatılacak olan türbülanslı akış sırasında entropi bölümünden ayıracak temel farktır.

3.5 Türbülanslı Akışta Entropi Üretimi

Laminer akışta olduğu gibi viskoz disipasyon etkisi türbülanslı akışta da geçerlidir. Basınç düşüşünün meydana geldiği bir boru içinden akış sırasında entropi üretimini türbülanslı akış şartlarında incelediğimizde; boru çapı $D=2r_o$ ve boru uzunluğu L olan bir boruda meydana gelen entropi üretimi Denklem (3.5.1) ile verilmiştir.

$$\dot{S}'''_{üretim} = \frac{m\dot{\Delta P}}{\rho T} \tag{3.5.1}$$

Denklem (3.5.1)'de yer alan basınç düşüşü terimi Denklem (3.5.2) ile ifade edilmektedir.

$$\Delta P = f\,\frac{4L}{D}\frac{\rho V^2}{2} \tag{3.5.2}$$

Denklem (3.5.2)'de sürtünme faktörü terimi olan *f*, Karman-Nikuradse korelasyonu ile Denklem (3.5.3)'te verilmiştir.

$$\frac{1}{(4f)^{1/2}} = -0.8 + 0.87\ln\left(\mathrm{Re}(4f)^{1/2}\right) \tag{3.5.3}$$

Denklem (3.5.3)'te yer alan sürtünme faktörü terimi, f, $3\times10^4 < \mathrm{Re} < 10^6$ aralığında yaklaşık olarak Denklem (3.5.4) kullanılarak hesaplanabilir.

$$f = 0.046\,\mathrm{Re}^{-0.2} \tag{3.5.4}$$

3.6 Isı Transferi Sırasında Entropi Üretimi

Birinci bölümde anlatıldığı üzere entropi üretiminin oluşmasında temel iki etken vizkos etkiler ve ısı transferidir. Bu tanımdan yola çıkarak entropi üretiminin incelenmesinde ısı transferinin meydana geldiği mühendislik sistemlerinin analizi

önemlidir. Denklem (3.6.1); T_1 ve T_2 sıcaklıklarına sahip iki yüzey arasındaki net ısı transferini ifade etmektedir.

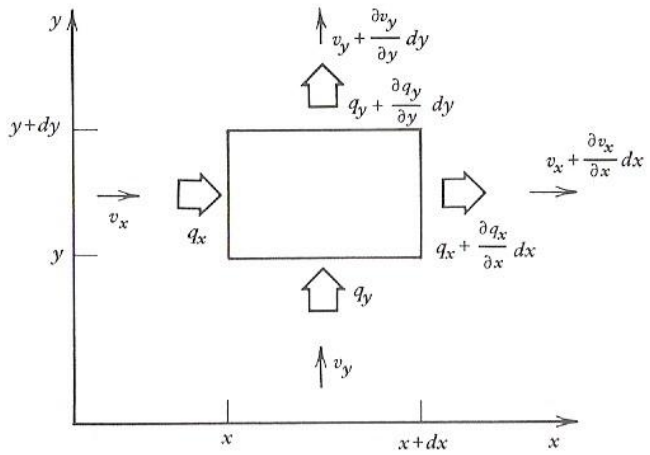
$$Q = \bar{h}A(T_1 - T_2) \tag{3.6.1}$$

Denklem (3.6.1)'den görüldüğü gibi aynı miktarda ısı transferinin gerçekleşmesi $\bar{h}A$ yani; ısıl iletkenlik artırıldığında (T_1-T_2) sıcaklık farkı azalmakta, böylece entropi üretimi de azalmaktadır. Diğer taraftan T_1 ve T_2 sıcaklıklarının sabit kaldığı $\bar{h}A$ teriminin değerinin küçüldüğü düşünülebilir. Bu durumda net ısı transferi azalır ve böylece entropi üretimi de azalır.

Aşağıda farklı ısı transferi mekanizmalarında entropi üretimi için analitik olarak incelemeler yapılmıştır.

3.7 İletimle Isı Transferi Sırasında Entropi Üretimi

Şekil 3.7.1 kartezyen koordinatlarda seçilmiş bir kontrol hacmi temsil etmektedir ve iletimle ısı transferi sırasında entropi üretimi için kontrol hacme etki eden terimleri göstermektedir.



Şekil 3.7.1. Bir akışkan akışı sırasında iletimle ısı transferi sebebiyle kontrol hacme etki eden terimler(Bejan A., 1996)

Seçilen kontrol hacmin açık bir termodinamik sistem olduğu kabulüyle kütle korunumu, enerji korunumu ve entropi transferi terimleri ile iletimle ısı transferi sırasında entropi üretimi ifadesi Denklem (3.7.1) ile ifade edilmektedir.

$$\dot{S}'''_{üretim}\,dxdy = \frac{q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x}dx}{T + \frac{\partial T}{\partial x}dx}dy + \frac{q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y}dy}{T + \frac{\partial T}{\partial y}dy}dx - \frac{q_x}{T}dy - \frac{q_y}{T}dx$$

$$+\left(s + \frac{\partial s}{\partial x}dx\right)\left(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x}dx\right)\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x}dx\right)dy$$

$$+\left(s + \frac{\partial s}{\partial y}dy\right)\left(v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y}dy\right)\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial y}dy\right)dx$$

$$-sv_x\rho dy - sv_y\rho dx + \frac{\partial(\rho s)}{\partial t}dxdy \qquad (3.7.1)$$

Denklem (3.7.1)'de yer alan ilk dört terim; ısı transferi sırasında meydana gelen entropi üretimini, daha sonraki dört terim; kontrol hacme giren ve çıkan entropileri ve son terim; kontrol hacimde zamana bağlı olarak değişen entropiyi ifade etmektedir. Denklem (3.7.1)'deki bütün terimleri *dxdy* çarpımına bölüp gerekli sadeleştirmelerin yapılması ile Denklem (3.7.2) elde edilir.

$$\dot{S}'''_{üretim} = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y}\right) - \frac{1}{T^2}\left(q_x\frac{\partial T}{\partial x} + q_y\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \rho\left(\frac{\partial s}{\partial t} + v_x\frac{\partial s}{\partial x} + v_y\frac{\partial s}{\partial y}\right)$$

$$+s\left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_x\frac{\partial \rho}{\partial x} + v_y\frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y}\right)\right] \qquad (3.7.2)$$

Denklem (3.7.2)'de *s* çarpımındaki parantez içindeki terimler kütle korunumunu ifade eder ve sıfıra eşittir. Ayrıca ρ parantezindeki terimler Denklem (3.7.3) ile ifade edilebilir.

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_x\frac{\partial}{\partial x} + v_y\frac{\partial}{\partial y} \qquad (3.7.3)$$

Denklem (3.7.3) ve kütle korunumu denkleminin sıfıra eşit olmasıyla birlikte Denklem (3.7.2) vektörel formda Denklem (3.7.4)'te olduğu gibi ifade edilir.

$$\dot{S}'''_{üretim} = \frac{1}{T}\nabla q - \frac{1}{T^2} q\nabla T + \rho\frac{Ds}{Dt} \tag{3.7.4}$$

Termodinamiğin birinci yasası olan Denklem (3.7.5)'i göz önüne alalım. Bu denklemde iç enerjinin zamanla değişimi; iletimle olan ısı transferi, sıkıştırmadan dolayı net iş ve vizkos etkilerden dolayı iş kaybı terimlerinin toplamına eşittir.

$$\rho\frac{Du}{Dt} = -\nabla\cdot q - P(\nabla\cdot v) + \mu\Phi \tag{3.7.5}$$

Bir başka termodinamik bağıntı olan *du=Tds - Pdv* Denklem (3.7.6)'daki formu ile yazılabilir.

$$\rho\frac{Ds}{Dt} = \frac{\rho}{T}\frac{Du}{Dt} - \frac{P}{\rho T}\frac{D\rho}{Dt} \tag{3.7.6}$$

Denklem (3.7.5) ve Denklem (3.7.6)'nın Denklem (3.7.4)'e entegre edilmesiyle Denklem (3.7.7) elde edilir.

$$\dot{S}'''_{üretim} = -\frac{1}{T^2} q\nabla T + \frac{\mu}{T}\Phi \tag{3.7.7}$$

Son olarak Fourier yasası olan Denklem (3.7.8)'in Denklem (3.7.7)'de yerine yazılmasıyla Denklem (3.7.8) elde edilir.

$$\dot{S}'''_{üretim} = \frac{k}{T^2}(\nabla T)^2 + \frac{\mu}{T}\Phi \tag{3.7.8}$$

Denklem (3.7.8) iki boyutlu kartezyen koordinatlarda Denklem (3.7.9) ile ifade edilir. Denklem (3.7.9) bir akışkan sırasında iletimle gerçekleşen ısı transferi sebebiyle üretilen entropiyi göstermektedir.

$$\dot{S}'''_{üretim} = \frac{k}{T^2}\left[\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2\right] + \frac{\mu}{T}\left\{2\left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)^2\right] + \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y}\right)^2\right\} \quad (3.7.9)$$

3.8 Akış Sürtünmesi ve Isı Transferi Sırasında Entropi Üretimi

Entropi üretimi sırasında vizkos etkilerden dolayı üretilen entropinin ısı transferi sebebiyle üretilen entropiye oranı önemli bir büyüklüktür. Denklem (3.8.1) bu oranı ifade etmektedir. Birçok termodinamik probleminde Denklem (3.7.5)'te görülen $\mu\Phi$; yani vizkos disipasyon teriminin ihmal edilmesi bu konunun önemini artırmaktadır. Gerçek bir problemde hız ve sıcaklık gradyeni için karakteristik uzunluk v^*/L^* ve $\Delta T^*/L^*$ 'dir. Vizkos disipasyon teriminin büyüklüğü enerji denkleminde yer alan iletim terimiyle ilişkilidir.

$$\left(\frac{akis\ sürtünmesi}{ısı\ transferi}\right)_{I.yasa} \sim \frac{\mu(v^*)^2}{k\Delta T^*} \quad (3.8.1)$$

Diğer taraftan, akışkan akışı sırasında sürtünmeden dolayı meydana gelen tersinmezliklerin ısı transferi sırasındaki tersinmezliklere oranı termodinamiğin II. yasası yardımıyla Denklem (3.8.2)'de gösterildiği gibi ifade edilir.

$$\left(\frac{akis\ sürtünmesi}{ısı\ transferi}\right)_{II.yasa} \sim \frac{T^*}{\Delta T^*}\frac{\mu(v^*)^2}{k\Delta T^*} \quad (3.8.2)$$

Birçok uygulamada $\mu(v^*)^2/\ (k\Delta T^*)$ terimi mertebe olarak küçük değerler almasına rağmen sürtünmeden dolayı meydana gelen tersinmezlikleri ifade eden $\mu\Phi$ terimi Denklem (3.7.7)'de olduğu gibi göz ardı edilmez. Ayrıca Denklem (3.8.2)'den

görüldüğü üzere $\mu\Phi$ teriminin büyüklüğü karakteristik mutlak sıcaklığın karakteristik sıcaklık farkı oranına, $T^* / \Delta T^*$, bağlıdır.

Bu tanımlamalardan yola çıkarak entropi üretimi analizinde iki önemli boyutsuz parametre ortaya çıkmaktadır. Bunlardan birincisi Denklem (3.8.3) ile ifade edildiği üzere boyutsuz sıcaklık farkı diğeri ise Denklem (3.8.4) ile ifade edilen tersinmezlik dağılım oranıdır.

$$\tau = \frac{\Delta T}{T} \tag{3.8.3}$$

$$\phi = \frac{\dot{S}'''_{\ddot{u}retim}(akis\ sürtünmesi)}{\dot{S}'''_{\ddot{u}retim}(ısı\ transferi)} \tag{3.8.4}$$

Ayrıca Denklem (3.8.4)'ten yola çıkarak Denklem (3.7.8), yani iletimle ısı transferi sırasında entropi üretimi denklemi Denklem (3.8.5)'te olduğu gibi yeniden yazılabilir.

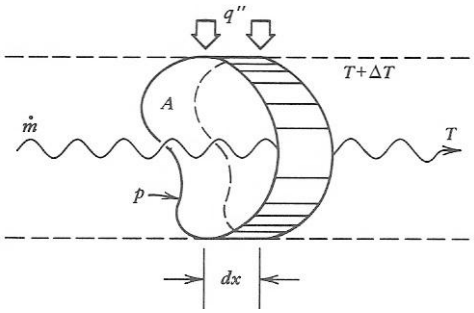
$$\dot{S}'''_{\ddot{u}retim} = \frac{k}{T^2}(\nabla T)^2 + \frac{\mu}{T}\Phi \tag{3.7.8}$$

$$\dot{S}'''_{\ddot{u}retim} = \dot{S}'''_{\ddot{u}retim}(ısı\ transferi) + \dot{S}'''_{\ddot{u}retim}(akis\ sürtünmesi) \tag{3.8.5}$$

3.9 İç Akış Sırasında Entropi Üretimi

Bu kısımda, kanal içinden akış sırasında kanal duvarına uygulanan sabit ısı akısı sınır şartı ile entropi üretimi denklemi türetilecektir. Şekil 3.9.1 her hangi bir kanal kesiti için bir iç akış problemini göstermektedir. Burada $\dot{m}$ kütlesel debiyi, T sıcaklığı, P basıncı, h entalpiyi ve dP/dx basınç gradyenini temsil etmektedir. Ayrıca duvara uygulanan q'[W/m] ısı akısı ile kanal duvarı ile akışkan arasında ΔT'lik bir sıcaklık farkı oluşturulmaktadır.

Sürekli akış koşullarında entropi dengesini *dx* diferansiyel uzunluğu *p* ıslak çevresi boyunca Denklem (3.9.1) ile ifade edilir.



Şekil 3.9.1. Kanal içinden sürekli akış

$$\dot{dS}_{\text{üretim}} = \dot{m}\,ds - \frac{q'dx}{T+\Delta T} \tag{3.9.1}$$

Şekil 3.9.1'de seçilmiş olan kontrol hacme termodinamiğin I. yasası uygulandığında Denklem (3.9.2) elde edilir.

$$q'dx = \dot{m}\,dh \tag{3.9.2}$$

Termodinamik bağıntılardan biri olan *Tds=dh - vdP* bağıntısı seçilen kontrol hacimdeki birim uzunluk olan dx diferansiyel uzunluğu ile birlikte Denklem (3.9.3)'te olduğu gibi ifade edilebilir.

$$\frac{dh}{dx} = T\frac{ds}{dx} + \frac{1}{\rho}\frac{dP}{dx} \tag{3.9.3}$$

Denklem (3.9.1)'de yer alan ds terimi ve Denklem (3.9.2)'de yer alan dh terimi Denklem (3.9.3)'te yerine yazılıp gerekli düzenlemeler yapıldığında Denklem (3.9.4) elde edilir.

$$\dot{S}'_{\text{üretim}} = \frac{q'\Delta T}{T^2(1+\tau)} + \frac{\dot{m}}{\rho T}\left(-\frac{dP}{dx}\right) \tag{3.9.4}$$

Denklem (3.9.4) yer alan $\dot{S}'_{üretim}$ terimi $d\dot{S}_{üretim}/dx$'e yani birim kanal uzunluğu için entropi üretimini ifade etmektedir. Ayrıca τ terimi boyutsuz sıcaklık farkını ifade eder ve mertebe olarak küçük olduğundan ihmal edilebilir düzeydedir. Denklem (3.9.5) boyutsuz sıcaklık farkı ihmal edilerek birim uzunluk için yazılmış entropi üretimi ifadesidir.

$$\dot{S}'_{üretim} = \frac{q'\Delta T}{T^2} + \frac{\dot{m}}{\rho T}\left(-\frac{dP}{dx}\right) \tag{3.9.5}$$

Denklem (3.9.5), Denklem (3.9.6) ile verilen Stanton sayısı kullanılarak daha önceki bölümde yapılmış olan ısı transferi ve akışkan akışı sırasındaki sürtünmeyle ilişkilendirilebilir.

$$St = \frac{q'/(p\Delta T)}{C_p G} \tag{3.9.6}$$

Denklem (3.9.6)'da yer alan G terimi kütlesel hızı ifade eder ve aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$G = \frac{\dot{m}}{A} \tag{3.9.7}$$

Denklem (3.9.6)'da yer alan $q'/(p\Delta T)$ terimi ortalama ısı transfer katsayısına eşittir ve $\bar{h}$ ile ifade edilir. Bu sembol özellikle *h*, yani bu bölümde daha önce kullanılmış olan entalpi sembolü ile karıştırılmamalıdır.

Birçok kanal geometrilerinde Stanton sayısı Denklem (3.9.8) ile verilmiş olan Reynolds sayısına bağlıdır.

$$\mathrm{Re} = \frac{DG}{\mu} \tag{3.9.8}$$

Denklem (3.9.8)'de yer alan *D* terimi yani boru çapı için bütün kanal kesitlerini kapsayacak şekilde ifade edilen hidrolik çap Denklem (3.9.9) ile tanımlanmıştır.

$$D = \frac{4A}{p} \tag{3.9.9}$$

Kanal içinden akış sırasında kanal karakteristiğine ve Reynolds sayısına bağlı olarak değişen sürtünme katsayısı Denklem (3.9.10) ile ifade edilir.

$$f = \frac{\rho D}{2G^2}\left(-\frac{dP}{dx}\right) \tag{3.9.10}$$

Denklem (3.9.6) ile ifade edilen Stanton sayısı ve Denklem (3.9.10) ile ifade edilen sürtünme katsayısı kullanılarak, Şekil 3.6 ile ifade edilmiş olan kontrol hacimdeki birim uzunluk için çıkarılmış olan entropi üretimi denklemi, Denklem (3.9.5) yeniden düzenlendiğinde Denklem (3.9.11) aşağıdaki şekilde yazılabilir.

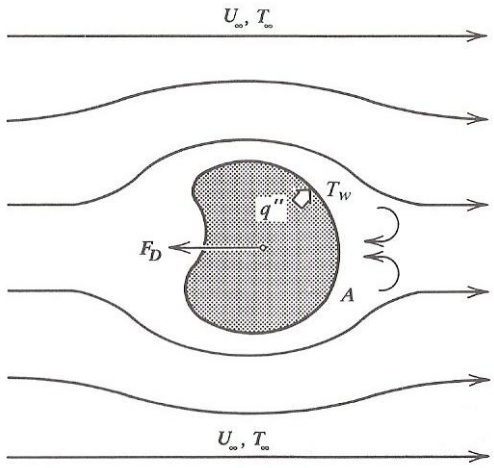
$$\dot{S}'_{üretim} = \frac{q'^2}{4T^2\dot{m}C_p}\frac{D}{St} + \frac{2(\dot{m})^3}{\rho^2 T}\frac{f}{DA^2} \tag{3.9.11}$$

Reynolds sayısı, *Re* ve ıslak çevre, *p*'den bağımsız olarak türetilen Denklem (3.9.11)'den görüldüğü üzere vizkos etkilerden dolayı oluşan sürtünmeyi ifade eden sürtünme katsayısı arttıkça entropi üretimi artmaktadır.

3.10 Dış Akış Sırasında Entropi Üretimi

Katı bir yüzey üzerinden akışkan akışı ile ısı transferi uygulamada sıkça görülen bir ısı transferi mekanizmasıdır. Birçok dış akış probleminde akış alanını ve akış geometrisinin belirlemek analitik olarak oldukça karmaşıktır. Bu sebeple dış akış sırasında genellikle deneysel verilere dayanan korelasyonlar kullanılır.

Şekil 3.10.1 şematik olarak gösterilen bir dış akış problemini ifade etmektedir. Herhangi bir yüzey alanı, A'ya sahip ve U_∞ üniform hızıyla T_∞ mutlak sıcaklığına sahip bir akışın etkisindeki yüzeyi inceleyelim. Yüzey ile akışkan arasında gerçekleşen ısı transferi birim yüzey başına q'' [W/m^2] ve A yüzey alanına sahip katının yüzey sıcaklığı T_∞'dur. Akış sürtünmesi, etkisini A alanı çevresine etki eden bütün kuvvetlerin toplamı olan F_D kuvveti yani sürükleme kuvveti içerisinde göstermektedir.

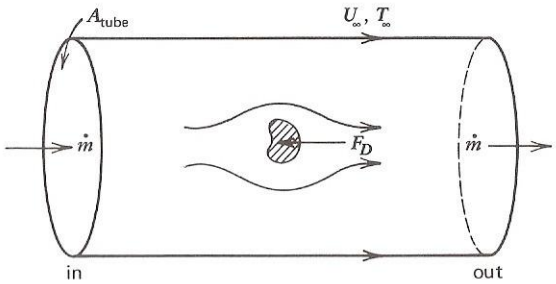


Şekil 3.10.1. Dış akış sırasında gerçekleşen ısı transferi(Bejan A., 1996)

Şekil 3.10.1 ile gösterilen akış geometrisindeki entropi üretimini hesaplamak için birçok analitik yaklaşım kullanılabilir. Örnek olarak Şekil 3.10.2'da A yüzey alanına sahip katı cismi çevreleyen bir akış tüpü seçelim. Bu akış tüpü termodinamik hesaplamalar için bu cismi çevreleyen bir kontrol hacim olarak düşünülebilir. Tüpün çağı A yüzey alanına ait karakteristik doğrusal uzunluktan çok büyük seçildiğinde, akış U_∞ üniform hızı ve T_∞ mutlak sıcaklığı ile tüpe girip çıktığı kabulü yapılabilir. Ayrıca tüp yüzeyinde veya kontrol hacim sınırında ısı transferinin ve vizkos etkilerin olmadığını göz önünde bulunduralım.

Bu kabuller çerçevesinde aşağıda yer alan termodinamik hesaplamalarda *P* basıncı, *h* entalpiyi, *s* entropiyi temsil etmektedir ve akış sürekli rejim koşullarında incelenmiştir.

Denklem (3.10.1), Şekil 3.10.2 ile tanımlanan kontrol hacimde tek giriş ve tek çıkış için kütle korunumunu ifade etmektedir.



Şekil 3.10.2. Bir tüp içerisindeki katı cisimden dış akış ile ısı transferi

$$\dot{m}_{giren} = \dot{m}_{cikan} = \dot{m} \tag{3.10.1}$$

Denklem (3.10.2), Şekil 3.10.2 ile tanımlanan kontrol hacim için termodinamiğin I. yasasını ifade etmektedir.

$$\dot{m}h_{giren} + \iint q''dA - \dot{m}h_{cikan} = 0 \tag{3.10.2}$$

Denklem (3.10.3), Şekil 3.10.2 ile tanımlanan kontrol hacim için entropi dengesini ifade etmektedir.

$$\dot{S}_{üretim} = \dot{m}(s_{cikan} - s_{giren}) - \iint \frac{q''dA}{T_w} \tag{3.10.3}$$

Termodinamik bağıntılardan biri olan $dh=Tds+vdP$ bağıntısı Şekil 3.10.2 ile tanımlanan kontrol hacim boyunca sıcaklık ve yoğunluğun sabit kaldığı kabulüyle aşağıdaki formda da yazılabilir.

$$(h_{cikan} - h_{giren}) = T_\infty(s_{cikan} - s_{giren}) + \frac{1}{\rho_\infty}(P_{cikan} - P_{giren}) \tag{3.10.4}$$

Denklem (3.10.2) ve Denklem (3.10.4) kullanılarak Denklem (3.10.3) yeniden düzenlendiğinde aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\dot{S}_{üretim} = \iint q''\left(\frac{1}{T_\infty} - \frac{1}{T_w}\right)dA - \frac{\dot{m}}{\rho_\infty T_\infty}(P_{cikan} - P_{giren}) \tag{3.10.5}$$

Denklem (3.10.5)'te yer alan kütlesel debi, $\dot{m}$ terimi Denklem (3.10.6) ile verilmektedir.

$$\dot{m} = A_{tüp}\rho_\infty U_\infty \tag{3.10.6}$$

Kontrol hacme uygulanan kuvvet dengesi ile de F_D terimi aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$F_D = A_{tüp}(P_{cikan} - P_{giren}) \tag{3.10.7}$$

Denklem (3.10.6) ve Denklem (3.10.7) kullanılarak Denklem (3.10.5) tekrar düzenlendiğinde aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\dot{S}_{üretim} = \frac{1}{T_\infty^2}\iint q''(T_w - T_\infty)dA + \frac{1}{T_\infty}F_D U_\infty \tag{3.10.8}$$

Denklem (3.10.8)'de yer alan (T_w - T_∞), sıcaklık farkı A alanından bağımsız, kontrol hacim boyunca sabit kaldığı kabul edildiğinde ve Denklem (3.10.9) ile verilen net ısı transferi bağıntısı kullanıldığında Denklem (3.10.10) şeklinde yazılabilir.

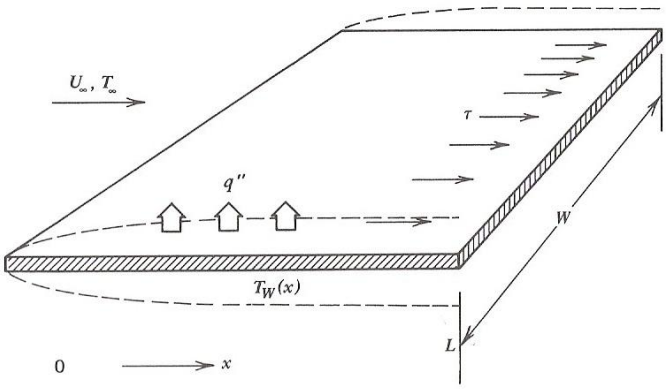
$$\iint q''dA = q = \bar{h}A(T_w - T_\infty) \tag{3.10.9}$$

$$\dot{S}_{üretim} = \left(\frac{T_\infty - T_w}{T_\infty}\right)^2 \bar{h}A + \frac{1}{T_\infty}F_D U_\infty \tag{3.10.10}$$

Sonuç olarak akışkan ile katı yüzey arasındaki sıcaklık farkı sabit kaldığı sürece Denklem (3.10.10)'dan da görüldüğü üzere entropi üretimini azaltmanın tek yolu ısıl iletkenlik ($\bar{h}A$) terimini küçültmektir.

3.11 Düz Bir Plaka Üzerinde Akış Sırasında Entropi Üretimi

Dış akış sırasında ısı transferine klasik bir örnek olan plaka üzerinden akış Şekil 3.11.1 ile şematik olarak gösterilmektedir. Isı, uzunluğu L eni W olan bir plaka üzerinden hızı U_∞ ve sıcaklığı T_∞ olan akışkana transfer edilmektedir. Isı akısı q'' [W/m^2] LW yüzey alanına sahip plakaya üniform olarak etki etmektedir. U_∞ hızının akış yönüne paralel olması ve plaka eninin plaka boyundan çok büyük olması kabulüyle, akış iki boyutlu olarak düşünülebilir.



Şekil 3.11.1. Bir plaka üzerinden dış akış (Bejan A., 1996)

Denklem (3.11.1) geometrik parametreleri Şekil 3.11.1 ile verilen plakadan transfer edilen ısıyı ifade etmektedir.

$$q' = \iint q''\,dx = q''L \tag{3.11.1}$$

$C_{f,x}$ terimi yüzey sürtünme katsayısı olarak tanımlandığında bir önce bölümde türetilmiş olan entropi üretimi denklemine benzer şekilde Denklem (3.11.2) şeklinde yazılabilir.

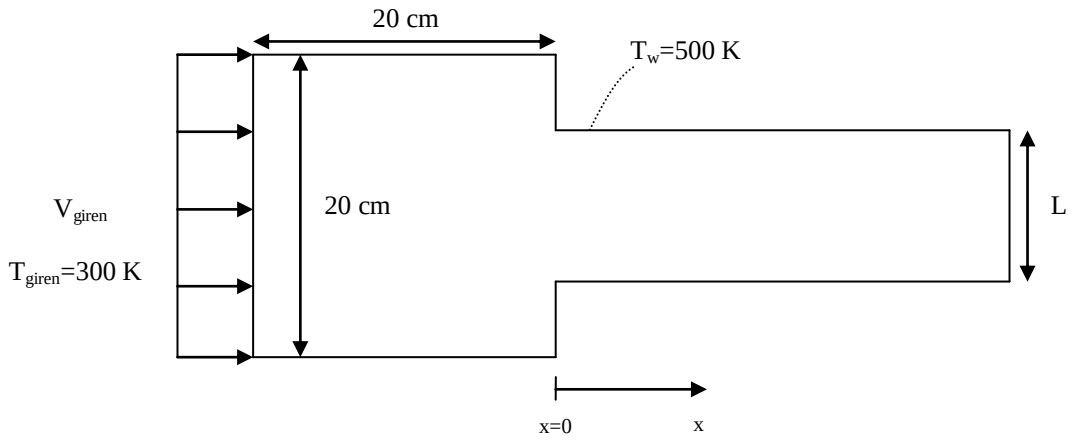
$$\dot{S}_{üretim} = \frac{(q'')^2 W}{T_\infty^2}\int_0^L \frac{dx}{h_x} + \frac{U_\infty W}{T_\infty}\int_0^L C_{f,x}\,dx \tag{3.11.2}$$

BÖLÜM 4

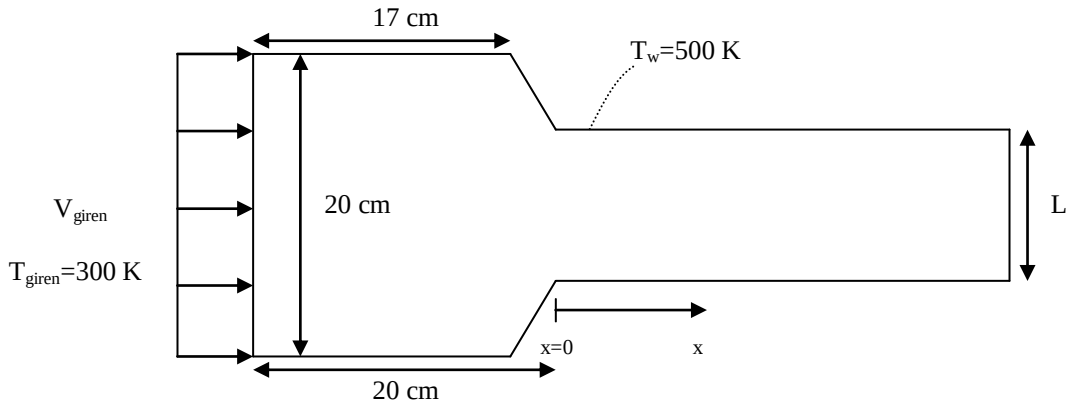
ENTROPİ ÜRETİMİ ÜZERİNE HESAPLAMALI AKIŞKANLAR DİNAMİĞİ UYGULAMASI

4.1 Sayısal Model

Bu bölümde Şekil 4.1.1 ve Şekil 4.1.2 ile gösterilen iki farklı giriş ağzı geometrisi için Çizelge 4.1'de yer alan çalışma parametreleri ve akışkan olarak Freon-12 kullanılarak entropi üretimi üzerine HAD (Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği) uygulamaları yapılmıştır.



Şekil 4.1.1 Birinci tip dikdörtgen kesitli kanal



Şekil 4.1.2. İkinci tip dikdörtgen kesitli kanal

Çizelge 4.1. Çalışma parametreleri

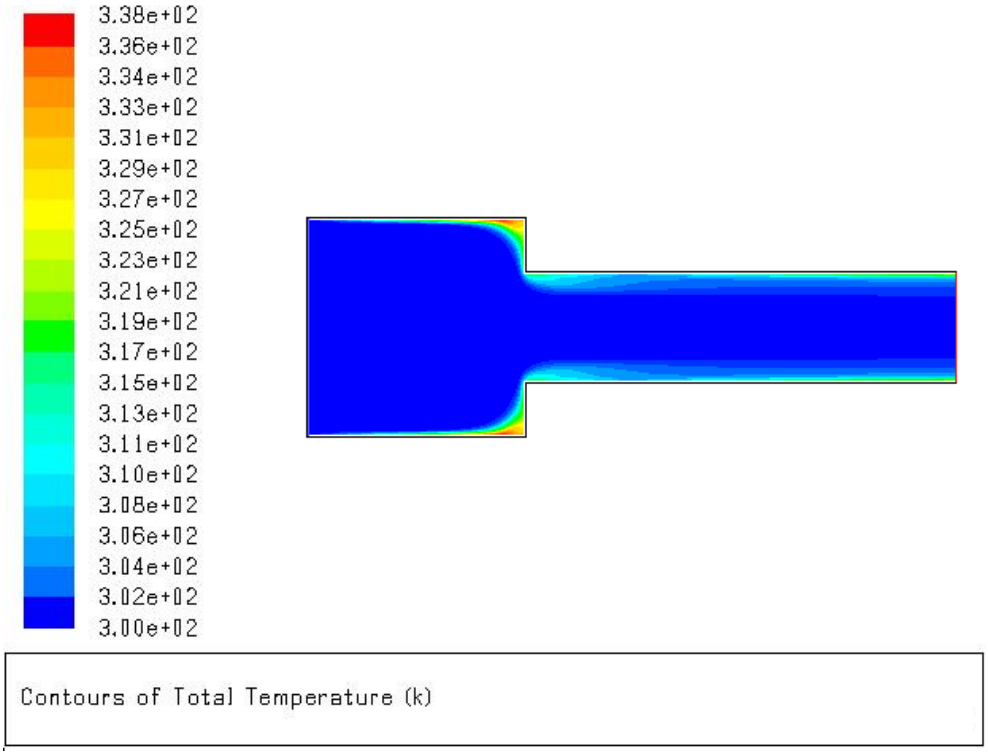
Birinci Tip Giriş Ağzı						İkinci Tip Giriş Ağzı		
L=5 cm			L=10 cm			L=15 cm		
V=1 m/s	V=2 m/s	V=3 m/s	V=1 m/s	V=2 m/s	V=3 m/s	V=1 m/s	V=2 m/s	V=3 m/s

Bir soğutma çevriminde yer alan kondenseri temsilen, kondenser girişindeki daralma problemini temsil eden Şekil 4.1.1 ve Şekil 4.2.2 sayısal çözümde model olarak kullanılmıştır. Soğutma çevrimi düşüncesi ile akışkan olarak soğutucu akışkan-12 (Freon-12) sayısal modelde akışkan olarak kullanılmıştır ve termofiziksel özellikleri 300 K için aşağıda verildiği gibidir.

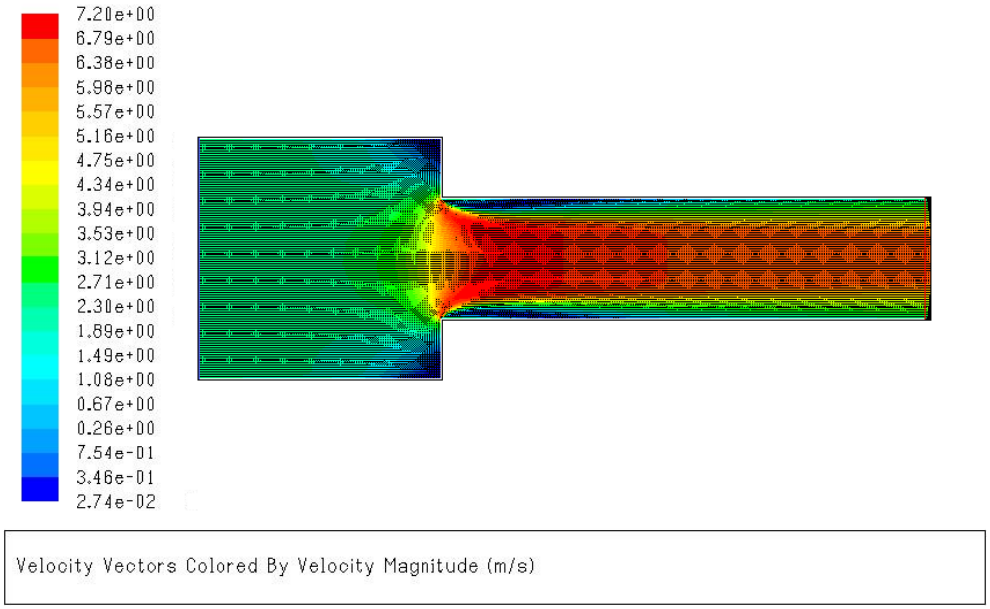
$$\rho = 1305.8 kg/m^3$$
$$\mu = 0.0254 \times 10^{-2} Ns/m^2$$
$$\upsilon = 0.195 \times 10^{-6} m^2/s$$
$$k = 0.072 W/mK$$
$$\Pr = 3.5$$

Sayısal model olarak Spalart-Allmaras modeli kullanılmıştır. Spalart-Allmaras modeli sınır tabakada viskoz etkilerin baş gösterdiği düşük Reynolds sayıslarında daha etkili bir çözüm sunmaktadır. Bu model k-ε ve k-w modellerine göre cidara yakın bölgelerde daha küçük aralıklı basamaklar oluşturmakta ve sayısal hatayı cidara yakın bölgelerde diğer modellere göre azaltmaktadır.

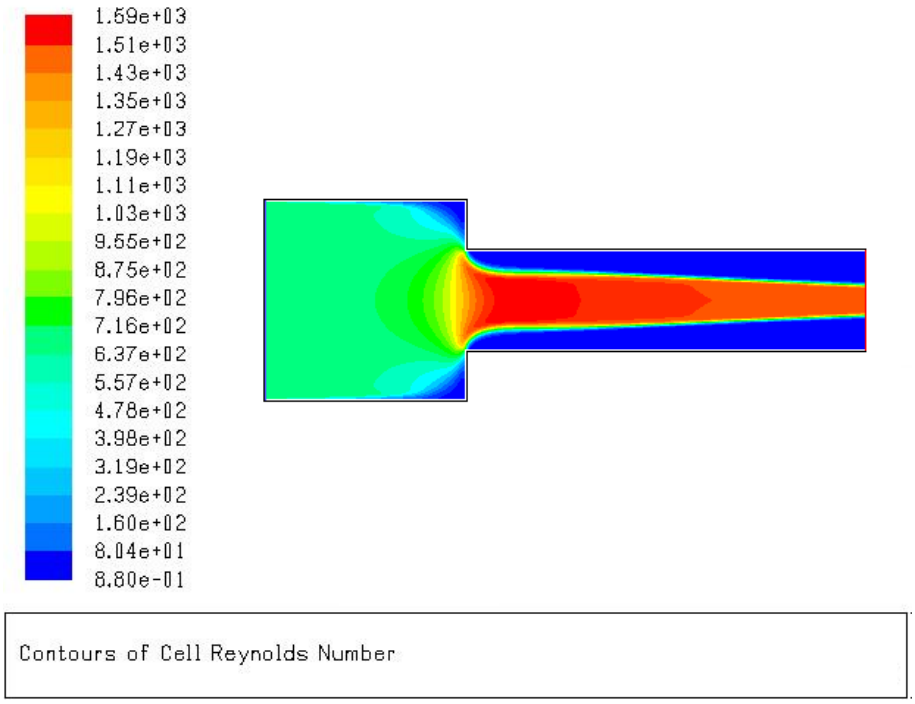
Şekil 4.1.3, Şekil 4.1.4 ve Şekil 4.1.5 sırasıyla kanal içindeki sıcaklık dağılımını, hız vektörlerini ve Reynolds sayısını ifade etmektedir. Sayısal çözüm sırasında Reynolds sayısı için hidrolik çap değeri kanal giriş genişliği olarak alınmıştır.



Şekil 4.1.3. Kanal içindeki sıcaklık dağılımı

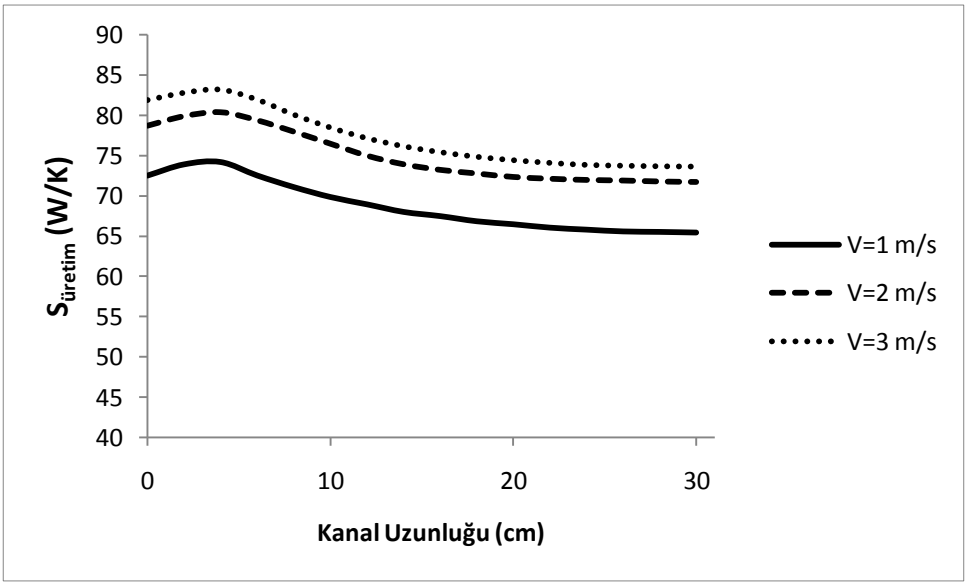


Şekil 4.1.4. Kanal içindeki hız vektörleri



Şekil 4.1.5. Kanal içindeki Reynolds sayısı

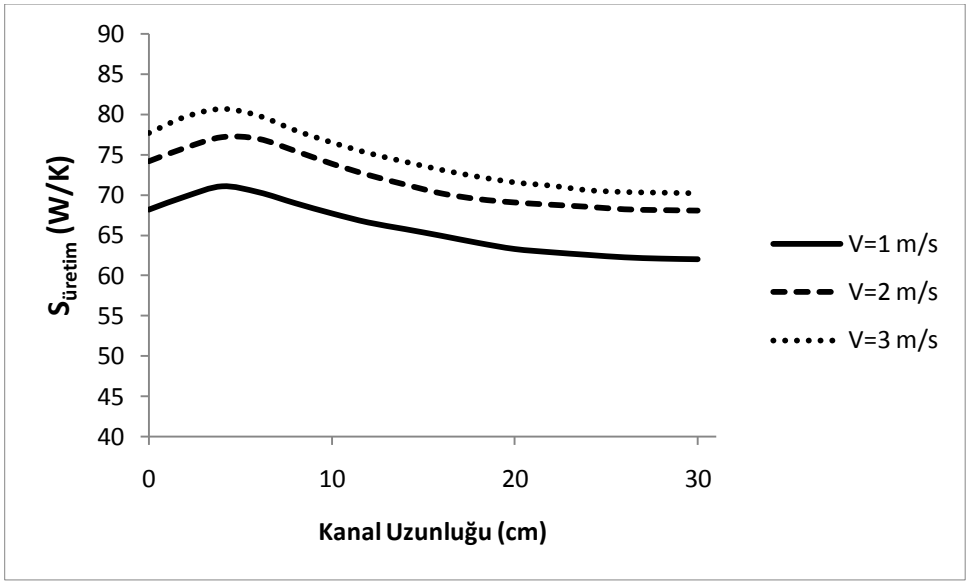
4.2 Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği ile Elde Edilen Bulgular



Şekil 4.2.1 Birinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde *L=5 cm* için farklı hızların entropi üretimine etkisi

Şekil 4.2.1, Şekil 4.2.2 ve Şekil 4.2.3'te; Şekil 4.1.1 ile tanımlanan *birinci* tip kanal giriş ağzı geometrisi için Çizelge 4.1 ile verilmiş olan *kanal genişliği sabitken farklı kanal giriş hızlarının* entropi üretimi üzerine etkileri ifade edilmiştir.

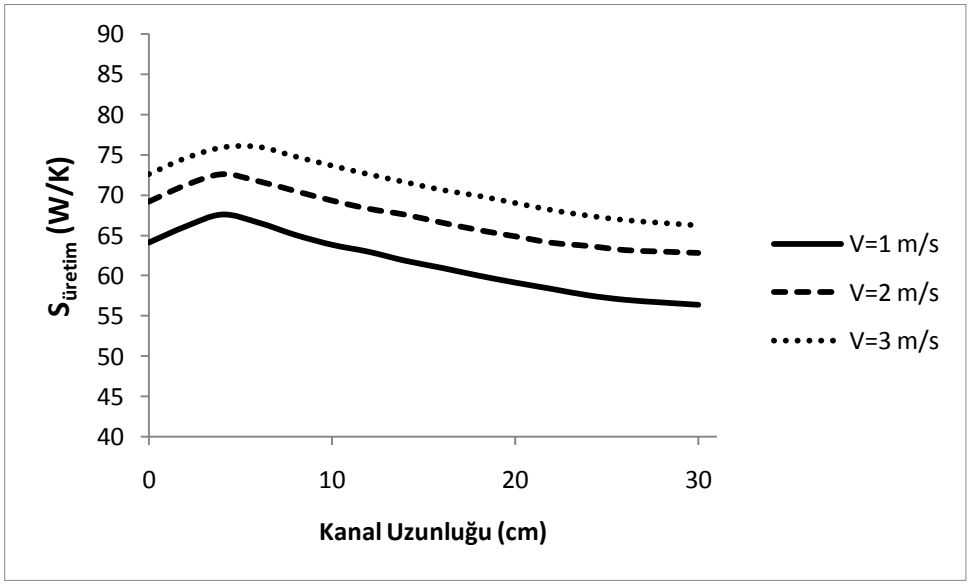
Şekil 4.2.1'ten görüldüğü üzere *5 cm* kanal giriş genişliği için entropi sayısını ifade eden boyutsuz N_s terimi; kanal girişinde, 1 m/s kanal giriş hızı için 72.47 , 2 m/s için 78.68 ve 3 m/s için 81.86 ile başlayıp, hız gradyenlerinin daha sık olduğu bölgeye doğru önce artmakta ve akış geliştikçe azalmaktadır.



Şekil 4.2.2. Birinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde *L=10 cm* için farklı hızların entropi üretimine etkisi

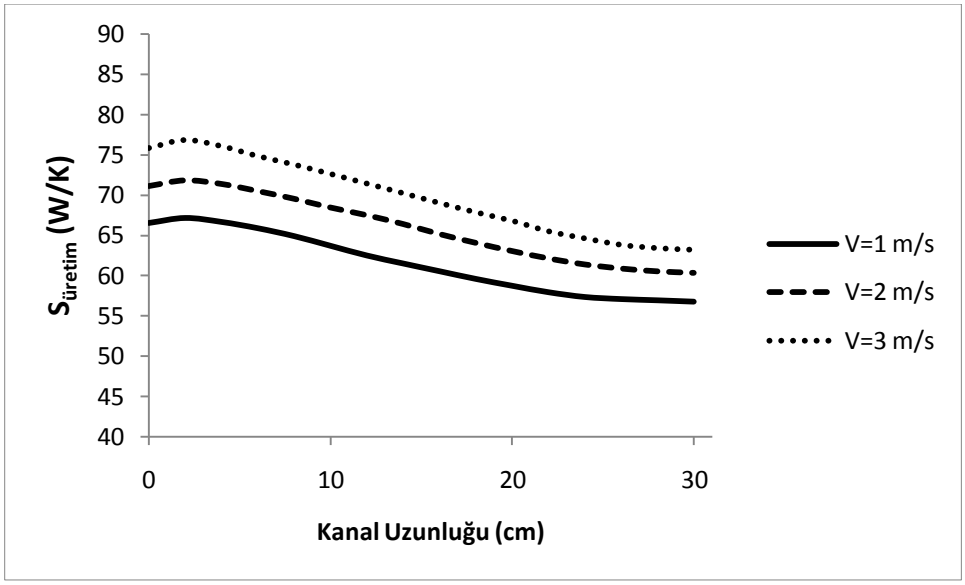
Şekil 4.2.2.'ten görüldüğü üzere *10 cm* kanal giriş genişliği için entropi sayısı, N_s, 1 m/s kanal giriş hızı için 68.16 değeri ile, 2 m/s için 74.16 değeri ile ve 3 m/s için 77.68 değeri ile kanal girişinde başlayıp, hız gradyenlerinin daha sık olduğu bölgeye doğru önce artmakta ve akış geliştikçe azalmaktadır.

Şekil 4.2.3'te *15 cm* kanal giriş genişliği için entropi sayısı, N_s, kanal girişinde, 1m/s için 64.12 , 2 m/s için 69.17 ve 3 m/s için 72.61 değerleriyle başlayıp, hız gradyenlerinin daha sık olduğu bölgeye doğru önce artmakta ve akış geliştikçe azalmaktadır.



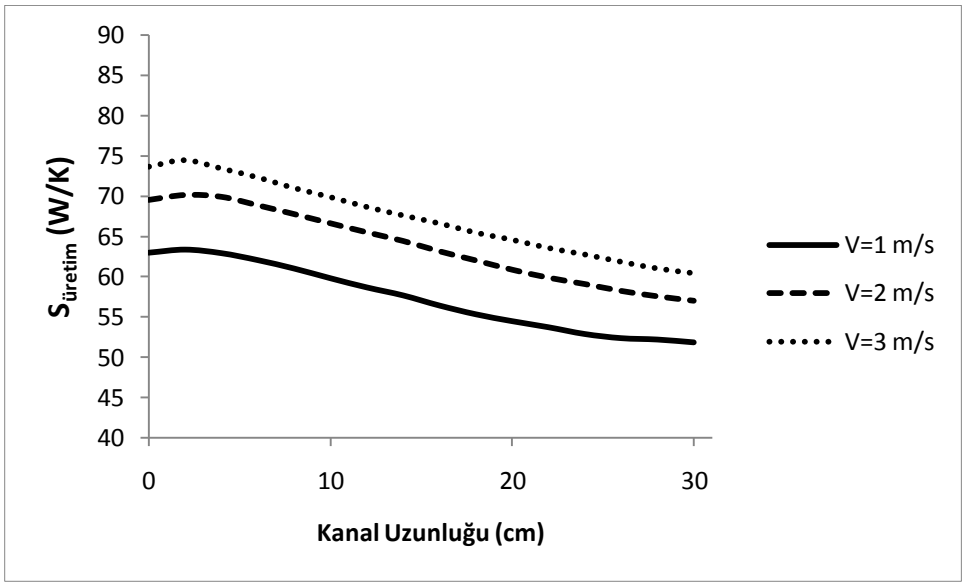
Şekil 4.2.3 Birinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde *L=15 cm* için farklı hızların entropi üretimine etkisi

Şekil 4.2.4, Şekil 4.2.5 ve Şekil 4.2.6'te; Şekil 4.2 ile tanımlanan *ikinci* tip kanal giriş ağzı geometrisi için Çizelge 4.1 ile verilmiş olan *kanal genişliği sabitken farklı kanal giriş hızlarının* entropi üretimi üzerine etkileri ifade edilmiştir.

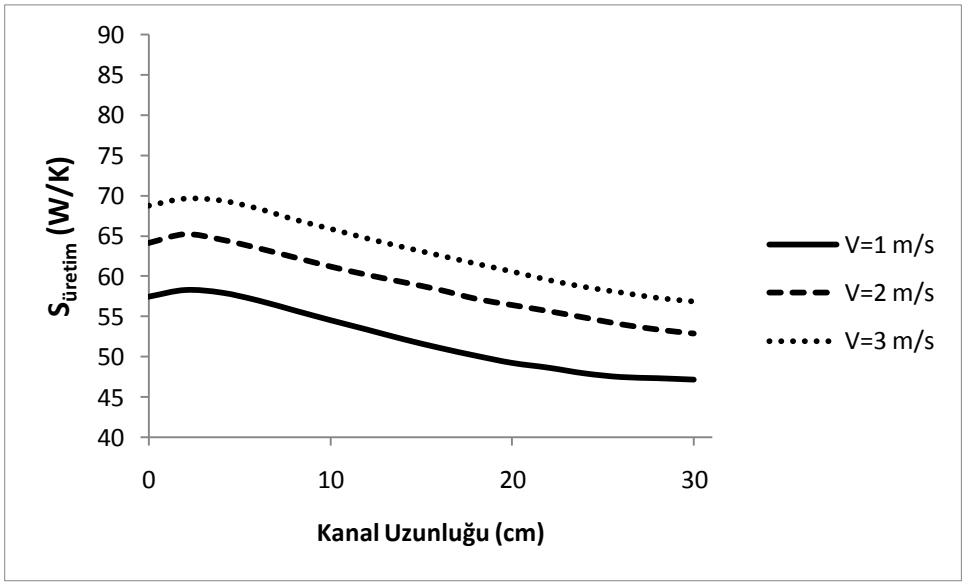


Şekil 4.2.4. İkinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde *L=5 cm* için farklı hızların entropi üretimine etkisi

Şekil 4.2.4'dan görüldüğü üzere *5 cm* kanal giriş genişliği için entropi sayısı, N_s, kanal girişinde, 1m/s için 66.54 , 2 m/s için 71.15 ve 3 m/s için 75.86 değerleriyle başlayıp, hız gradyenlerinin daha sık olduğu bölgeye doğru önce artmakta ve akış geliştikçe azalmaktadır. Ayrıca L=5 cm için, ikinci tip kanal geometrisinde, birinci tip kanal geometrisine göre entropi sayısının kanal girişinde artması daha az olmaktadır.



Şekil 4.2.5. İkinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde *L=10 cm* için farklı hızların entropi üretimine etkisi



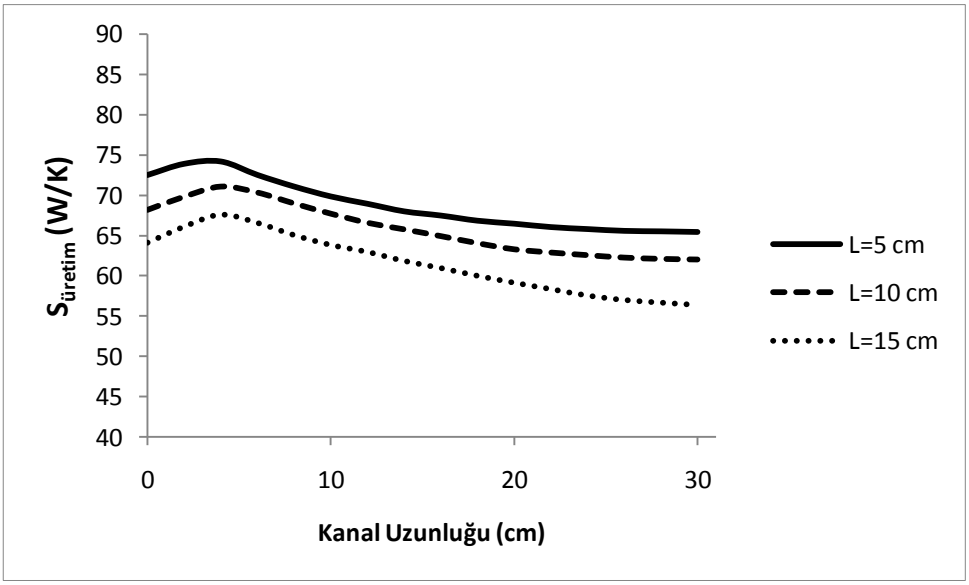
Şekil 4.2.6. İkinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde *L=15 cm* için farklı hızların entropi üretimine etkisi

Şekil 4.2.5'den görüldüğü üzere *10 cm* kanal giriş genişliği için entropi sayısı, N_s, kanal girişinde, 1m/s için 62.97 , 2 m/s için 69.51 ve 3 m/s için 73.68 değerleriyle başlamaktadır. Entropi sayısında, birinci tip ağız geometrisine göre azalma eğilimi daha önce görülmektedir.

Şekil 4.2.6'den görüldüğü üzere *15 cm* kanal giriş genişliği için entropi sayısı, N_s, kanal girişinde, 1m/s için 57.46 , 2 m/s için 64.15 ve 3 m/s için 68.78 değerleriyle başlamaktadır. Entropi sayısında, birinci tip ağız geometrisine göre azalma eğilimi daha önce görülmektedir.

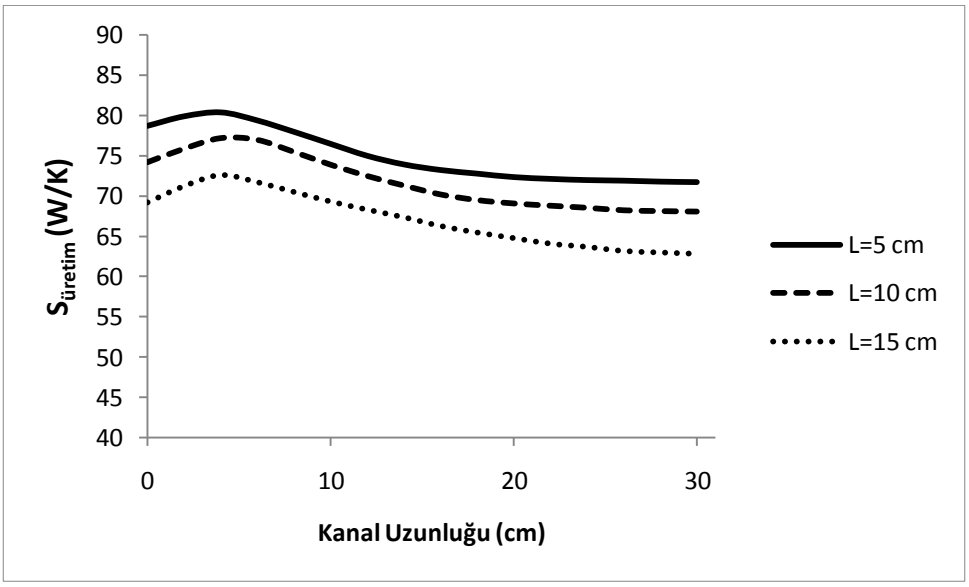
Ayrıca Şekil 4.2.4, Şekil 4.2.5 ve Şekil 4.2.6'dan görüldüğü üzere aynı kanal genişliklerindeki farklı hızlarda, hız arttıkça entropi sayısı da artmaktadır.

Şekil 4.2.7, Şekil 4.2.8 ve Şekil 4.2.9'de; Şekil 4.1.1 ile tanımlanan *birinci* tip kanal giriş ağzı geometrisi için Çizelge 4.1 ile verilmiş olan *kanal giriş hızı sabitken farklı kanal genişliklerinin* entropi üretimi üzerine etkileri ifade edilmiştir.

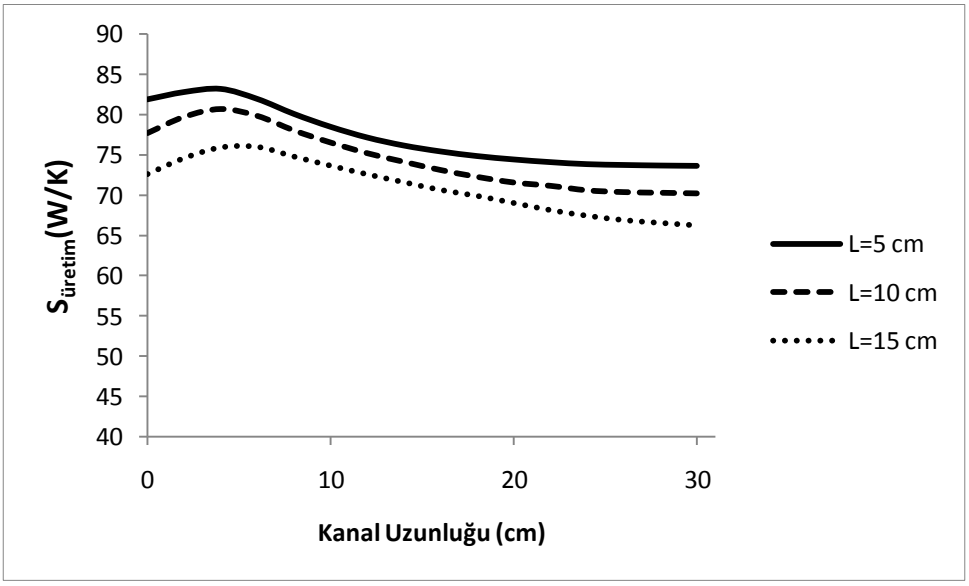


Şekil 4.2.7. Birinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde *V=1 m/s* için farklı hızların entropi üretimine etkisi

Şekil 4.2.7'de, birinci tip kanal geometrisi için V=1 m/s kanal giriş hızı değerinde, kanal girişinde entropi sayısı L=5 için 72.47 , L=10 cm için 68.16 ve L=15 cm 64.12 değerleriyle başlayıp akış geliştikçe azalma eğilimini sürdürmüştür.



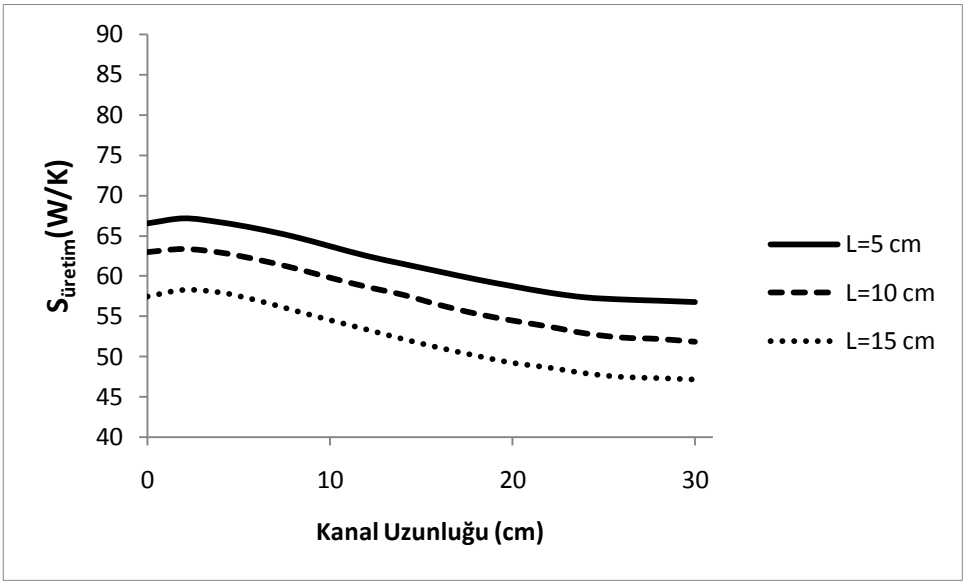
Şekil 4.2.8. Birinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde *V=2 m/s* için farklı hızların entropi üretimine etkisi



Şekil 4.2.9. Birinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde *V=3 m/s* için farklı hızların entropi üretimine etkisi

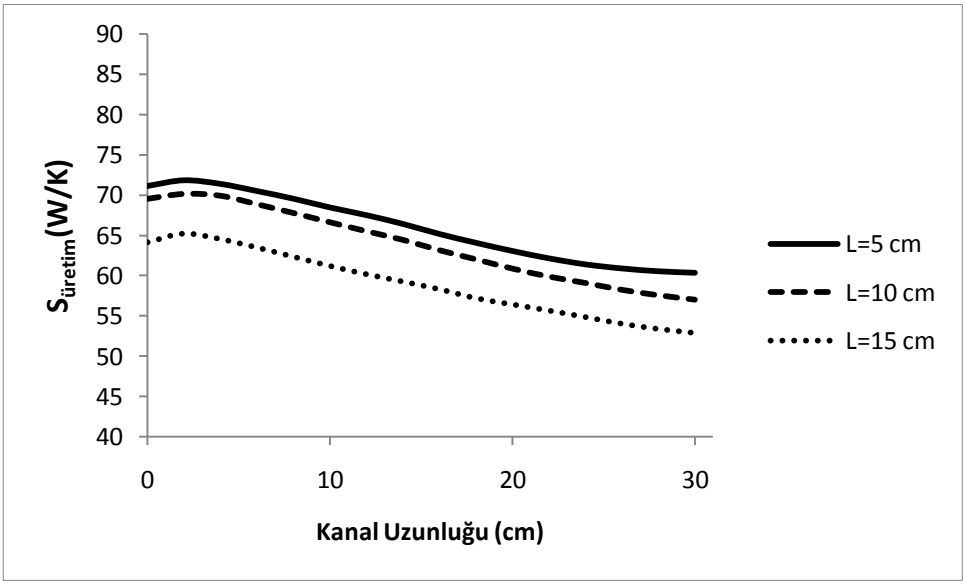
Benzer şekilde Şekil 4.2.8'da V=2 m/s hız değeri için ve Şekil 4.2.9'de V=3 m/s hız değeri içinde entropi sayısı akış geliştikçe azalmaktadır. Ayrıca her üç grafikten de görüldüğü üzere aynı hız değerindeki farklı kanal genişliklerinde, kanal genişliği büyüdükçe entropi sayısı küçülmüştür.

Şekil 4.2.10, Şekil 4.2.11 ve Şekil 4.2.12'de; Şekil 4.1.2 ile tanımlanan *ikinci* tip kanal giriş ağzı geometrisi için Çizelge 4.1 ile verilmiş olan *kanal giriş hızı sabitken farklı kanal genişliklerinin* entropi üretimi üzerine etkileri ifade edilmiştir.

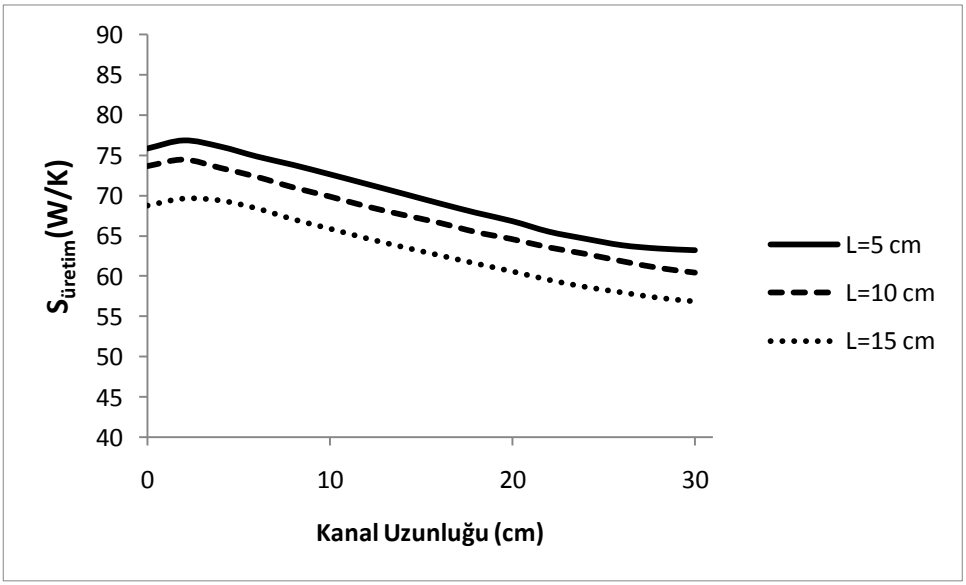


Şekil 4.2.10. İkinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde *V=1 m/s* için farklı hızların entropi üretimine etkisi

Şekil 4.2.10'dan görüldüğü üzere ikinci tip kanal giriş geometrisinde, V=1 m/s hız değerinde, kanal girişinde entropi sayısı L=5 cm için 66.54 , L=10 cm 62.97 için ve L=15 için 57.46 değerleriyle başlayıp, birinci tip kanal geometrisine göre kanal girişinde daha az artış göstererek azalmıştır.



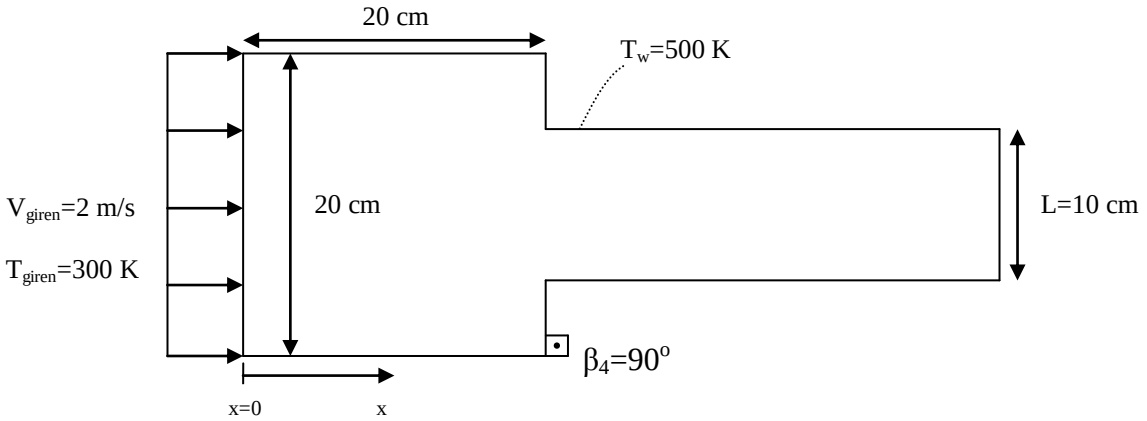
Şekil 4.2.11. İkinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde *V=2 m/s* için farklı hızların entropi üretimine etkisi



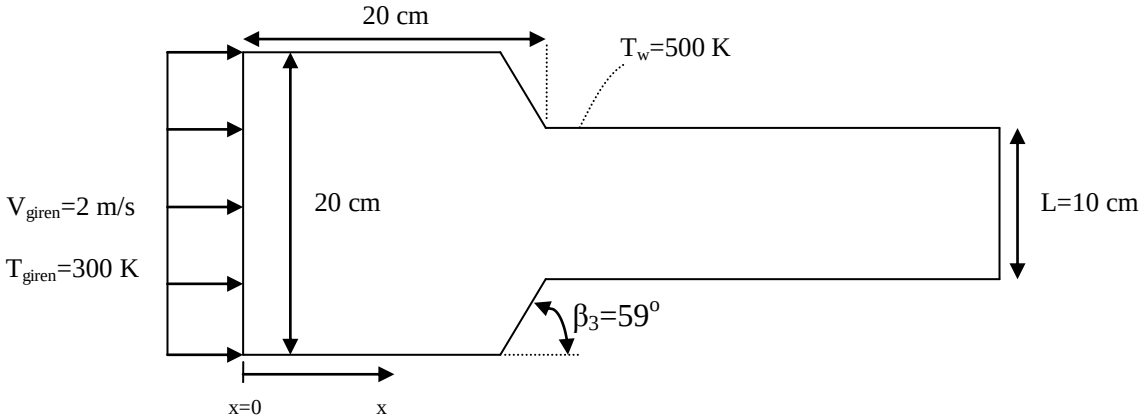
Şekil 4.2.12. İkinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde *V=3 m/s* için farklı hızların entropi üretimine etkisi

Şekil 4.2.11 ve Şekil 4.2.12'den görüldüğü üzere; Şekil 4.2.10'a benzer şekilde entropi sayısı akış geliştikçe azalma eğilimindedir. Ayrıca her üç grafiktedende görüldüğü üzere aynı hızlardaki farklı genişlikleri için, kanal genişliği büyüdükçe entropi sayısı küçülmektedir.

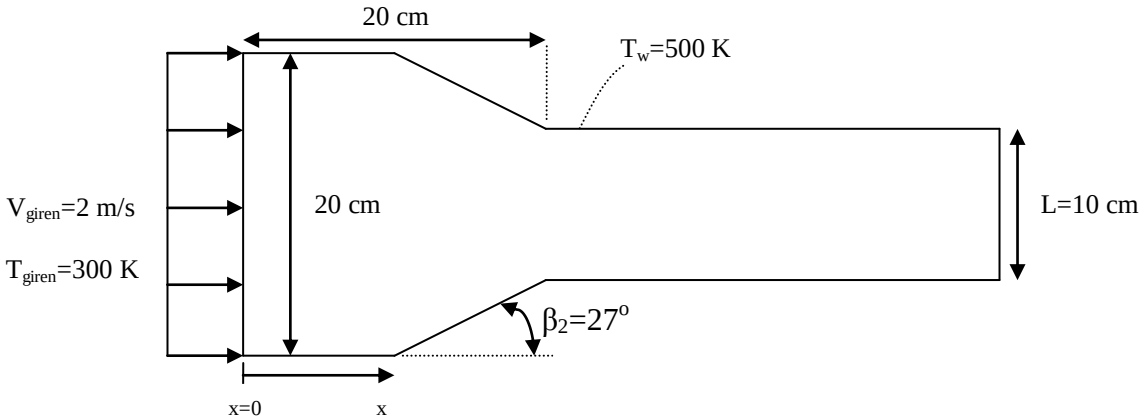
Şekil 4.2.13, Şekil 4.2.14, Şekil 4.2.15 ve Şekil 4.2.16'de 2 m/s hız ve 10 cm kanal genişliği şartlarında daralma açıları tanımlanmıştır.



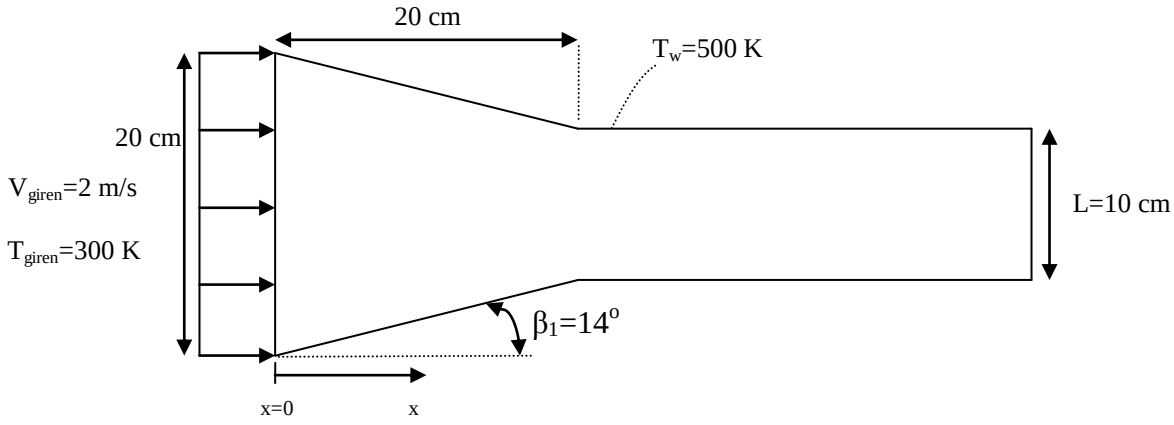
4.2.13. Daralma açısı β_4=90°



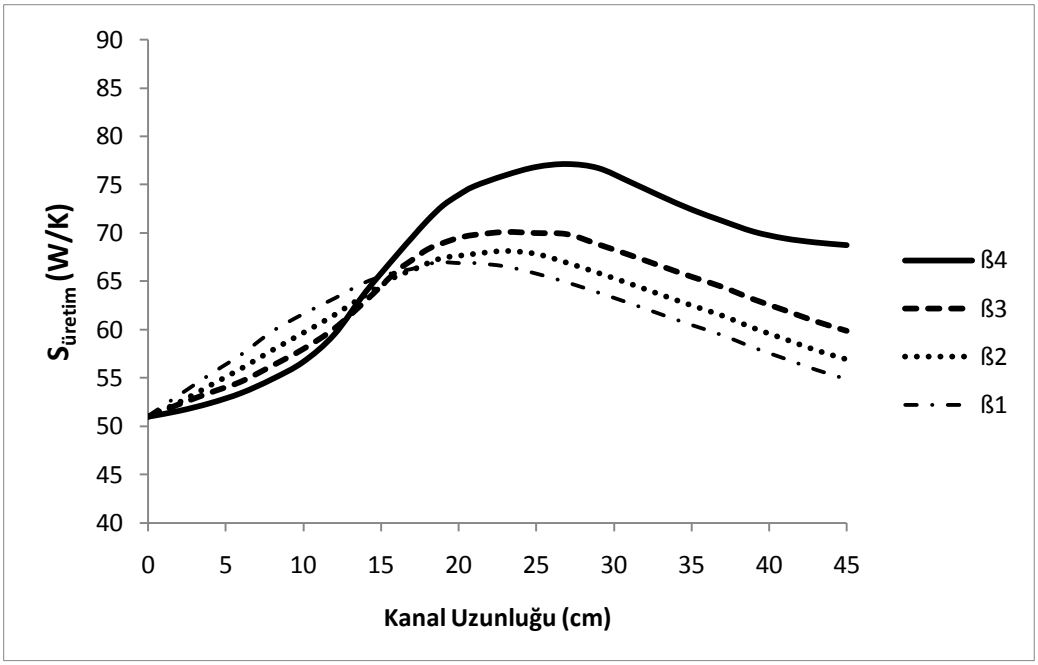
4.2.14. Daralma açısı β_3=59°



4.2.15. Daralma açısı β_2=27°



4.2.16. Daralma açısı β_1=14°



Şekil 4.2.17. V=2m/s ve L=10 cm için daralma açısının entropi üretimine etkisi

Şekil 4.2.17; Şekil 4.2.13, Şekil 4.2.14, Şekil 4.2.15 ve Şekil 4.2.16'da tanımlanan daralma açısının entropi üretimi üzerine etkisini ifade etmektedir. Bu grafikten yola çıkarak elde edilen sonuçlar aşağıda verildiği gibidir. Görüldüğü üzere ilk girişte; daralma açısı arttıkça entropi üretimi azalmakta, ikinci giriş kısmından sonra ise daralma açısı arttıkça entropi üretimi artmaktadır.

BÖLÜM 5

SONUÇLAR

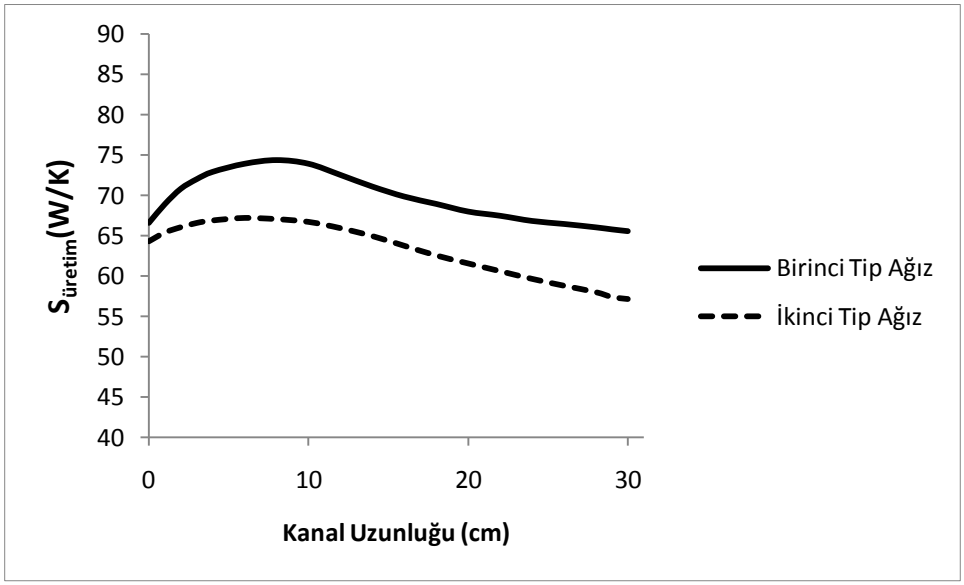
Bu çalışmada; tamamen gelişmiş laminer akışta dikdörtgen kesitli bir kanalın giriş bölgesindeki entropi üretimi iki farklı giriş ağzı geometrisi için incelenmiştir. Çalışma parametreleri olarak; iki farklı giriş ağzı geometrisinin yanı sıra 1 m/s, 2 m/s ve 3 m/s hız değerleri ile 5 cm, 10 cm ve 15 cm kanal genişliği değerleri kullanılmıştır.

Literatürde, bir iç akış sırasında oluşan entropi üretiminin sürtünme etkisinin daha çok görüldüğü kanal girişinde ve ısı transferinin meydana geldiği kanal cidarında olduğu görülmüştür. Bu çalışmada; literatüre katkı olarak, kanal giriş bölgesi olarak adlandırılan bölge ısıl giriş bölgesi ve hidrodinamik giriş bölgesi tanımlarının yapılmasıyla entropi üretiminin bu bölgede yoğun olduğu vurgulanmıştır. Bu bölgede entropi üretiminin, hız ve sıcaklık gradyenlerine bağlı olarak ani büyümesinin etkisini azaltmak için farklı bir giriş ağzı geometrisi önerilmiştir.

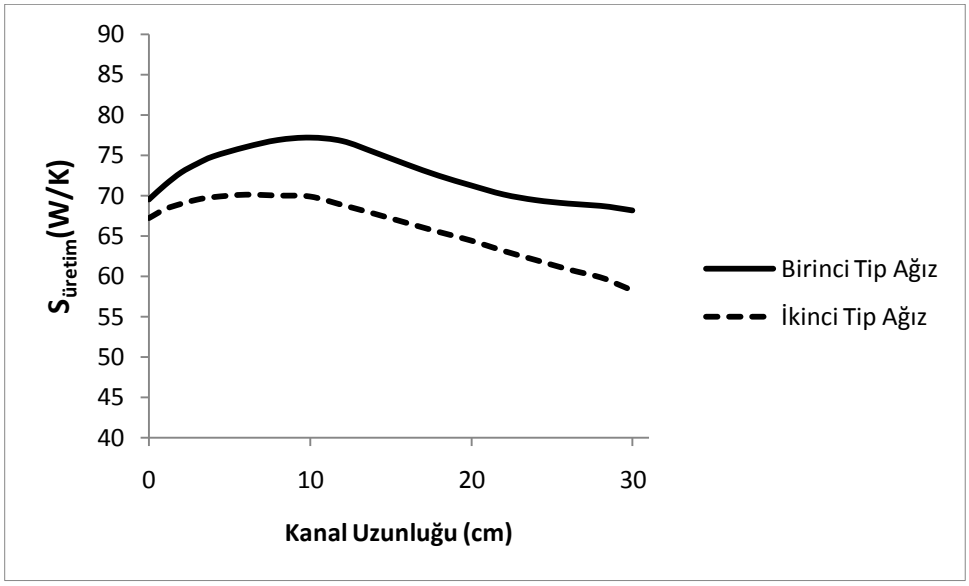
Bölüm 4'te, ilk etapta çalışma parametreleri olarak belirlenmiş olan kanal giriş hızı ve kanal genişliği değerlerinin entropi üretimi üzerine etkileri incelenmiştir. Bu parametrelerin kullanılmasıyla elde edilen sonuçlar aşağıda verildiği gibidir.

- Tüm hız ve kanal genişliği değerlerinde entropi üretimi; kanal girişinde akışın ilerlediği bölgeye göre daha çok olmaktadır.
- Kanal giriş genişliği sabitken; 1 m/s, 2 m/s ve 3 m/s olarak seçilmiş olan hız değerlerinin artması sonucunda entropi üretimi artmaktadır.
- Giriş hızı sabitken; 5 cm, 10 cm ve 15 cm olarak seçilmiş olan kanal genişliği değerlerinin artması sonucunda entropi üretimi azalmaktadır.

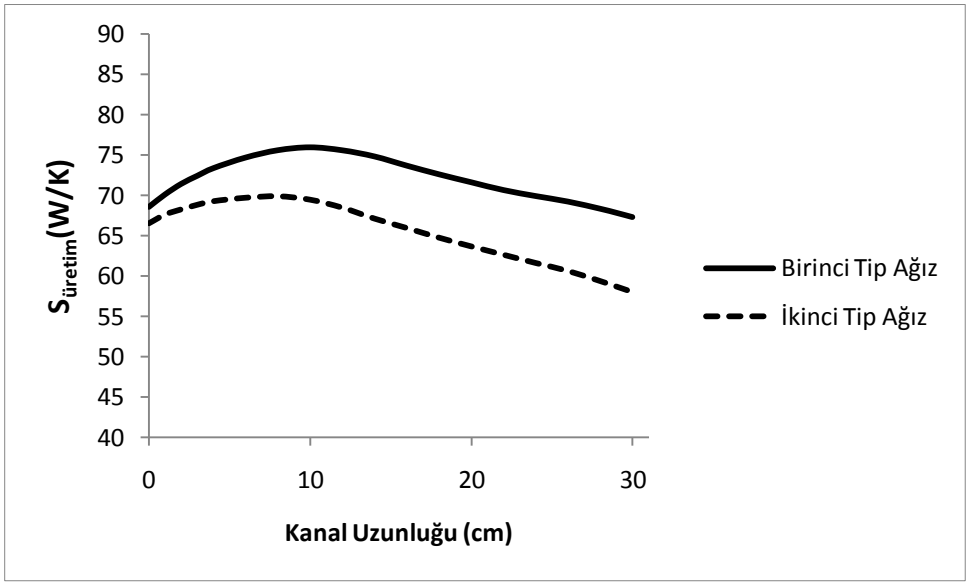
Bölüm 4'te birinci ve ikinci tip giriş ağzı geometrilerinde entropi üretiminin kıyaslanması için farklı giriş hızlarında ve farklı kanal genişliklerinde yapılan hesaplamalı akışkanlar dinamiği uygulamalarından elde edilen bazı sonuçlar Şekil 5.1, Şekil 5.2 ve Şekil 5.3 ile gösterilmiştir.



Şekil 5.1. *L=5 cm* ve *V=1 m/s* için birinci ve ikinci tip giriş ağzı geometrilerinde entropi üretimi



Şekil 5.2. *L=10 cm* ve *V=2 m/s* için birinci ve ikinci tip giriş ağzı geometrilerinde entropi üretimi



Şekil 5.3. *L=15* cm ve *V=3* m/s için birinci ve ikinci tip giriş ağzı geometrilerinde entropi üretimi

Şekil 5.1, Şekil 5.2 ve Şekil 5.3 aynı kanal giriş hızı ve kanal genişliği değerlerinde birinci ve ikinci tip kanal giriş ağzı geometrileri için entropi üretimini ifade etmektedir. Bu üç grafikten yola çıkarak elde edilen sonuçlar aşağıda verildiği gibidir.

- Tüm çalışma parametrelerinde entropi üretimi birinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde ikinci tip kanal giriş ağzı geometrisine göre daha çok olmaktadır.
- Birinci tip kanal geometrisi için daralmanın başladığı bölgede hız gradyenlerinin büyümesi entropinin önce artmasına, daha sonra akış geliştikçe azalmasına sebep olmuştur.
- İkinci tip kanal giriş ağzı geometrisinde daralmanın başladığı bölgedeki hız gradyenlerinin büyümesi birinci tipe göre daha az olmuştur. Bu sebeple kanal girişinde entropi artışı birince tipe göre daha az olmakta ve akış boyunca tıpkı birinci tipte olduğu gibi azalmaktadır.
- İkinci kanal girişinde; daralma açısı attıkça entopi üretimi artmaktadır.
- Tüm açı değerleri için entropi üretimi kanalın daralan kısmına doğru önce artmakta sonra akış ilerledikçe azalmaktadır.

Birinci bölümünde kanal giriş bölgesinin, ikinci bölümünde yönetici denklemlerin ve viskoz disipasyon teriminin, üçüncü bölümünde entropi tanımının ve farklı sınır şartlarında entropi üretiminin, dördüncü bölümünde hesaplamalı akışkanlar dinamiği uygulamalarının ve farklı geometrilerde entropi üretiminin yer aldığı bu çalışmada soyut bir özelik olan entropinin önemi vurgulanmıştır. Entropi üretimini kayıp iş potansiyeli olarak niteleyebilir ve tüm mühendislik sistemlerinde entropi üretiminin azaltılmasıyla enerjinin daha etkin bir şekilde kullanılması sağlanabilir. Çalışmada yer alan iki farklı kanal geometrisinde, kayıp iş potansiyeli sebebi olan entropi üretiminin kıyaslanmasıyla ikinci tip kanal giriş ağzı geometrisinin daha avantajlı olduğu anlaşılmıştır ve literatürde yer alan "*giriş bölgesi*" kavramına katkıda bulunulmuştur.

KAYNAKLAR DİZİNİ

[1] Abuzaid, M.M., Al-Nimr, M.A. and Haddad O.M., 2004, Entropy generation due to laminar forced convection thorough microchannel, Multidisciplinary Digital Publishing Institute/Entropy, 1099, 430.

[2] Bassam, A. And Hijleh, A., 1998, Entropy generation in laminar convection from an isothermal cylinder in cross flow, Energy, 23, 851-857.

[3] Bejan, A., 1996, Entropy generation minimization, CRC Press LLC, New York, 362p.

[4] Çengel, Y. ve Boles, M.A., 2008, Mühendislik yaklaşımıyla termodinamik, Güven Bilimsel, İzmir, 946 s.

[5] Çengel, Y., 2008, Heat and mass transfer: A practical approach, McGraw-Hill, Columbus, 867 p.

[6] Çengel, Y. ve Cimbala J.M., 2008, Akışkanlar mekaniği temelleri ve uygulamaları, Güven Bilimsel, İzmir, 938 s.

[7] Erbay, L.B., Yalçın, M.M., and Ercan, M.Ş., 2007, Entropy generation in parallel plate microchannels, Heat Mass Transfer, 43, 729–739

[8] Esfahani, J.A., and Shahabi, P.B., 2010, Effect of non-uniform heating on entropy generation for the laminar developing pipe flow of a high Prandtl number fluid, Energy Conversion and Management, 51, 2087–2097ü

[9] Incropera F.P., and DeWitt, D.P., 2001, Isı ve kütle geçişinin temelleri, Literatür Yayıncılık, İstanbul, 960 s.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

[10] Jankowski, T.A., 2009, Minimizing entropy generation in internal flows by adjusting the shape of the cross-section, International Journal of Heat and Mass Transfer, 52, 3439–3445.

[11] Moran, M.J. and Shapiro, H., 2006, Fundamentals of engineering thermodynamics, John Wiley & Sons, Chichester, 831 p.

[12] Oztop, H.F., 2005, Effective parameters on second law analysis for semicircular ducts in laminar flow and constant wall heat flux, International Communications in Heat and Mass Transfer, 32, 266-274.

[13] Şahin, A.Z., 1998, Irreversibilities in various duct geometries with constant wall heat flux and laminar flow, Energy, 23, 465-473.