

Kaotik Zaman Serilerinde Kestirim Yaklaşımlarının Karşılaştırılması

Ayşe İşi

DOKTORA TEZİ

İstatistik Anabilim Dalı

Ağustos 2017

Comparison of The Prediction Approaches in Chaotic Time Series

Ayşe İşi

DOCTORAL DISSERTATION

Department of Statistics

August 2017

Kaotik Zaman Serilerinde Kestirim Yaklaşımlarının Karşılaştırılması

Ayşe İşi

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
İstatistik Anabilim Dalı
Uygulamalı İstatistik Bilim Dalında
DOKTORA TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Doç.Dr. Fatih Çemrek

Bu tez ESOGÜ BAP Komisyonu tarafından 2016-1178 no'lu proje çerçevesinde desteklenmiştir.

Ağustos 2017

ONAY

İstatistik Anabilim Dalı Doktora öğrencisi Ayşe İŞİ'nin DOKTORA tezi olarak hazırladığı "Kaotik Zaman Serilerinde Kestirim Yaklaşımlarının Karşılaştırılması" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek oy birliği ile kabul edilmiştir.

Danışman : Doç.Dr. Fatih Çemrek

İkinci Danışman : -

Doktora Tez Savunma Jürisi:

Üye: Doç.Dr. Fatih Çemrek

Üye: Prof.Dr. Zeki Yıldız

Üye: Doç.Dr. Sevil Şentürk

Üye: Yrd.Doç.Dr. Özer Özaydın

Üye: Doç.Dr. Sedat Yenice

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun tarih ve
..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Hürriyet ERŞAHAN
Enstitü Müdürü

ETİK BEYANI

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım klavuzuna göre, Doç.Dr. Fatih Çemrek danışmanlığında hazırlamış olduğum “Kaotik Zaman Serilerinde Kestirim Yaklaşımlarının Karşılaştırılması” başlıklı doktora tezimin özgün bir çalışma olduğunu; tez çalışmamın tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; tezimde verdiğim bilgileri, verileri akademik ve bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak elde ettiğimi; tez çalışmamda yararlandığım eserlerin tümüne atıf yaptığımı ve kaynak gösterdiğimi ve bilgi, belge ve sonuçları bilimsel etik ilke ve kurallara göre sunduğumu beyan ederim. 21/08/2017

Ayşe İşi

ÖZET

Bu tezde, kaotik zaman serilerinin kestirimi için önerilen global, yerel ve yarı-yerel kestirim yaklaşımlarının kestirim performansı açısından karşılaştırılması amaçlanmıştır. Bu amaçla uygulama alanı olarak kaos teorisinin en önemli alanı olan hisse senedi piyasaları tercih edilmiştir. Hisse senedi piyasalarını temsil etmek üzere, FTSE 100 (Financial Times Stock Exchange) endeksi kullanılmıştır. Veri seti, FTSE-100 endeksinin 20.10.1997-28.04.2017 tarihlerini kapsayan endeks kapanış değerlerini içermektedir.

Kaotik analiz sonucunda, BDS testi ile FTSE 100 endeksi serisinin doğrusal olmadığı ve deterministik kaos içerdiğine dair bulgular elde edilmiştir. Faz uzayının yeniden yapılandırılması için kullanılan faz uzayı parametreleri olan zaman gecikmesi değeri Karşılıklı Bilgi Yöntemi ile $\tau = 47$ ve gömme boyutu değeri Yanlış En Yakın Komşu metodu kullanılarak $d=5$ bulunmuştur. Korelasyon boyutu analizi ile çekicinin fraktal boyutu $d_a=3$ olarak bulunmuş ve ayrıca serinin fraktal yapıya sahip deterministik bir seri olduğu belirlenmiştir. Kantz'ın algoritması kullanılarak hesaplanan en büyük Lyapunov üsteli $\lambda_1 = 0,01$ olarak bulunmuş ve FTSE 100 endeksi serisinin başlangıç koşullarına hassas bağlılık gösteren, deterministik kaotik bir yapıya sahip olduğu belirlenmiştir.

Global, yerel ve yarı-yerel kestirim yaklaşımlarının performansları, RMSE ve NMSE kriterlerine göre karşılaştırılmıştır. Uygulama sonucunda; FTSE 100 endeksi serisinin kestirimi için en iyi kestirim yaklaşımının yarı-yerel yaklaşım metotları olduğu belirlenmiştir. Global ve yerel yaklaşım metotları ile en fazla 5 günlük kestirim yapılması mümkün iken yarı-yerel kestirim yaklaşımları ile serinin 20 güne kadar kestirimini yapılabileceği belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlar, hisse senedi piyasalarının davranışlarının açıklanmasında ve öngörülmesinde yarı-yerel kestirim yaklaşımlarının başarılı sonuçlar vereceğini ortaya koymaktadır.

Anahtar Kelimeler: Kaos, kaotik zaman serileri, kaotik kestirim, FTSE100 Endeksi.

SUMMARY

In this thesis, it is aimed to compare the global, local and semi-local prediction approaches proposed for predicting chaotic time series in terms of prediction performance. For this purpose, stock market was chosen as the most important field of chaos theory. The FTSE 100 (Financial Times Stock Exchange) index is used to represent the stock market. The data set includes the index closing values of the FTSE-100 index covering the dates 20.10.1997-28.04.2017.

As a result of the chaotic analysis, the BDS test revealed that the FTSE 100 index series are not linear and exhibit deterministic chaos. The time delay value, which is the phase space parameter used to reconstruct the phase space, was found to be $\tau = 47$ by the Mutual Information Method. The embedding dimension value was found $d = 5$ using the Nearest Neighbor method. With the correlation dimension analysis, the fractal dimension of the attractor was found to be $d_a = 3$ and it was also determined that the series had a deterministic series with fractal structure. The largest Lyapunov exponent computed using Kantz's algorithm was found to be $\lambda_1 = 0,01$. The FTSE 100 index series has been determined to have a deterministic chaotic structure that is sensitive to the initial conditions.

The performances of global, local and semi-local prediction approaches were compared according to RMSE and NMSE criteria. As a result of the application; it has been determined that the best prediction approach for the FTSE 100 index series is the semi-local approximation method. While it is possible to make a maximum of 5 days prediction with global and local approach methods, it has been determined that up to 20 days prediction can be made with the semi-local prediction approaches. The results show that semi-local prediction approaches are successful in predicting the behavior of stock market.

Key Words: Chaos, chaotic time series, chaotic prediction, FTSE-100 index.

TEŞEKKÜR

Doktora sürecinin başından itibaren her türlü desteği ve imkanı sağlayan, manevi desteğini her zaman hissettiğim kıymetli danışman hocam Sayın Doç.Dr. Fatih Çemrek'e; tezimin şekillenmesinde ve sonuçlanmasında değerleri katkı ve önerileri ile yoluma ışık tutan Tez İzleme Komitesi üyeleri kıymetli hocalarım Sayın Prof.Dr. Zeki Yıldız ve Sayın Doç.Dr. Sevil Şentürk'e emekleri için sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bu süreçte bana her zaman destek olan, kapılarını sonuna kadar açan, ilimlerinden ve dostluklarından faydalandığım Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İstatistik Bölümü değerli öğretim üyesi ve öğretim elemanı hocalarıma ayrı ayrı teşekkür ederim.

Ayrıca, bu tez Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri (BAP) Komisyonunca 2016-1178 nolu proje çerçevesinde desteklenmiştir. Bu nedenle Eskişehir Osmangazi Üniversitesi BAP Komisyonuna, sağladığı katkılardan dolayı teşekkür ederim.

Ve en büyük teşekkürüm aileme... Kelimelerle anlatılamaz, emekleri asla ödenemez...

İÇİNDEKİLER

ÖZET	vi
SUMMARY	vii
TEŞEKKÜR	viii
İÇİNDEKİLER	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	3
3. DİNAMİK SİSTEMLER	10
3.1. Faz Uzayı	11
3.2. Çekiciler	13
4. KAOS VE KAOTİK SİSTEMLERİN ÖZELLİKLERİ	16
4.1. Kaosun Tanımı	16
4.2. Kaotik Sistemlerin Özellikleri	17
4.2.1. Başlangıç koşullarına hassas bağlılık	18
4.2.2. Fraktal Geometri	18
5. ZAMAN SERİSİNİN KAOTİK YAPISININ VE PARAMETRELERİNİN BELİRLENMESİ	21
5.1. BDS Testi	22
5.2. Faz Uzayının Yeniden Yapılandırılması	24
5.2.1. Zaman gecikmesinin belirlenmesi	25
5.2.2. Gömme boyutunun belirlenmesi	28
5.3. Korelasyon Boyutu	32
5.4. En Büyük Lyapunov Üsteli	36
6. KAOTİK KESTİRİM YAKLAŞIMLARI	42
6.1. Global Yaklaşım Metotları	44
6.1.1. Yapay sinir ağlarının tanımı ve özellikleri	46
6.1.2. Yapay sinir ağlarının mimari yapısı	48
6.1.3. Yapay sinir ağlarında öğrenme	52

İÇİNDEKİLER (devam)

6.2. Yerel Yaklaşım Metotları	54
6.3. Yarı-Yerel Yaklaşım Metotları	59
7. MATERYAL VE YÖNTEM	63
7.1. Veri Seti	63
7.2. Yöntem.....	65
8. BULGULAR VE TARTIŞMA	67
8.1. Kaotik Yapının Belirlenmesi	67
8.1.1. BDS testi	67
8.1.2. Zaman gecikmesinin tahmin edilmesi.....	68
8.1.3. Gömme boyutunun tahmin edilmesi	69
8.1.4. Korelasyon boyutunun tahmin edilmesi.....	70
8.1.5. En büyük Lyapunov üstelinin tahmin edilmesi.....	71
8.2. Kaotik Kestirim Yaklaşımlarının Uygulanması	72
8.2.1. Global yaklaşım metodu ile kestirim	72
8.2.2. Yerel yaklaşım metodu ile kestirim	75
8.2.3. Yarı-yerel yaklaşım metodu ile kestirim.....	76
8.2.4. Kestirim yaklaşımlarının karşılaştırılması	79
9. SONUÇ VE ÖNERİLER	81
KAYNAKLAR DİZİNİ.....	86
ÖZGEÇMİŞ	95

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
3.2. Tuhaf çekiciler: (a) Lorenz çekicisi, (b) Rössler çekicisi, (c) Henon çekicisi.....	14
4.1. BIST-100 Endeksinin Kendine Benzerlik Özelliği	20
5.1. En Büyük Lyapunov Üstelinin Hesaplanma Adımları	38
5.2. $d=4$ ve $\varepsilon = 0,0004$ için bir X_t referans yörüngesinin 25 komşu yörüngesi için hesaplanan $dist(X_t, X_i; \Delta t)$ uzaklıkları	40
6.1. Yapay Sinir Hücresi	48
6.2. Çok Katmanlı YSA Yapısı	51
7.1. FTSE 100 Endeksinin Orijinal Grafiği	64
8.1. Zaman Gecikmesine Göre $I(T)$ Karşılıklı Bilgi Değeri Grafiği	68
8.2. En Yakın Komşu (FNN) Grafiği	69
8.3. Korelasyon Boyutu Grafiği	71
8.4. Kestirim Uzunluğuna Göre Modellerin RMSE Değerleri	79

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Cizelge</u>	<u>Sayfa</u>
5.1. Zaman Gecikmesi ile Sistemin Davranışı Arasındaki İlişki.....	27
5.2. Davranış Türleri ve İlişkili Lyapunov Üstelleri	37
7.1. FTSE-100 Endeksine İlişkin Tanımlayıcı İstatistikler	64
8.1. BDS Testi Sonuçları	67
8.2. Tahmin Edilen Zaman Gecikmesi	68
8.3. Tahmin Edilen En Yakın Komşu Değerleri	69
8.4. Korelasyon Üsteli Tahmin Değerleri.....	70
8.5. YSA Yaklaşımı ile Elde Edilen Modele İlişkin İstatistikler.....	74
8.6. En Yakın Komşu Metodu ile Elde Edilen Modele İlişkin İstatistikler.....	76
8.7. k=6 için RTF Yaklaşımı ile Elde Edilen Modele İlişkin İstatistikler	77
8.8. k=7 için RTF Yaklaşımı ile Elde Edilen Modele İlişkin İstatistikler	78
8.9. k=8 için RTF Yaklaşımı ile Elde Edilen Modele İlişkin İstatistikler	78
8.10. Kestirim Uzunluğuna Göre Modellerin RMSE Değerleri	79
8.11. Kestirim Uzunluğuna Göre Modellerin NMSE Değerleri.....	80

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
τ	Zaman gecikmesi değeri
d	Gömme boyutu
d_a	Korelasyon boyutu veya çekicinin fraktal boyutu
x_t	Orijinal gözlem değerleri
x_{t+T}	Zaman serisinin T adım sonraki kestirim değeri
X_t	Faz uzayı vektörü
$I(T)$	Karşılıklı Bilgi İstatistiği
λ_1	En büyük Lyapunov Üsteli
$\Theta(x)$	Heaviside basamak fonksiyonu
r	Yarıçap
$c(r)$	Korelasyon fonksiyonu
$C(r)$	Korelasyon integrali
ν	Korelasyon üsteli
$W_{d,n}(r)$	BDS test istatistiği
R_A	Çekicinin büyüklüğü
R_d	Öklid uzaklığı
Δt	Örnekleme zamanı, iki nokta arasındaki zaman farkı
Δt_{\max}	Maksimum kestirim uzunluğu
$f(\cdot)$	Kestirim fonksiyonu
$f(\nu)$	Aktivasyon fonksiyonu
$\phi(r)$	Radyal tabanlı fonksiyon
$\ \cdot\ $	Max norm uzaklığı

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklama</u>
BDS	Brock, Dechert, Scheinkman (tarafından önerilen test)
BIST 100	Borsa İstanbul 100 (Endeksi)
ARIMA	Bütünleşik Otoregresif Hareketli Ortalama
MLP	Çok Katmanlı Algılayıcı
EKK	En Küçük Kareler
EYK	En Yakın Komşu
TAR	Eşiksel Otoregresif
FTSE 100	Financial Times Stock Exchange (Index)
GARCH	Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
GRNN	Genelleştirilmiş Regresyon Ağı
MSE	Hata Kareler Ortalaması
RMSE	Hata Kareler Ortalaması Karekökü
SETAR	Kendinden Uyarımlı Otoregresif
NMSE	Normalleştirilmiş Hata Kareler Ortalaması
NRMSE	Normalleştirilmiş Hata Kareler Ortalaması Karekökü
AR	Otoregresif
ARCH	Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
RTF	Radyal Tabanlı Fonksiyon
EGARCH	Üstel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
FNN	Yanlış En Yakın Komşu
YSA	Yapay Sinir Ağı

1. GİRİŞ

Kaos, genel anlamda “karışıklık, kargaşa” olarak tanımlanmasına rağmen bilimsel anlamda kaotik sistemlerin modellenmesine esas teşkil eden tanımı, Gleick’in (2000) ifadesi ile “düzenli bir düzensizlik”tir. Bu tanım, kaotik sistemlerin rassal gibi görünmelerine rağmen aslında içsel bir düzene sahip olduklarını ifade etmektedir.

Zaman serileri temelde, doğrusal ve doğrusal olmayan zaman serileri olarak ikiye ayrılmaktadır. Kaotik zaman serileri, doğrusal olmayan dinamik sistemler tarafından üretilmekte ve başlangıç koşullarına hassas bağıllık gösterme, fraktal yapıya sahip olma (kendine benzeme özelliği gösterme), aperiodyklik ve sınırlılık gibi bir takım karakteristik özelliklerle doğrusal olmayan zaman serilerinden ayrılmaktadır.

Uluslararası ve özellikle ulusal literatürde zaman serilerinin analizi ile ilgili yayınlar incelendiğinde, çalışmaların büyük bir kısmında serinin kaotik incelemesi yapılmadan direkt olarak doğrusal olmayan modellerin kullanıldığı; bir kısmında ise ele alınan zaman serilerinin kaotik analizleri yapılarak zaman serisinin kaotik olduğu belirlendikten sonra, serinin kestirimi veya öngörüsü için regresyon analizi, ARIMA, ARCH ailesi, üstel AR, TAR ailesi modelleri ve klasik yapay sinir ağı gibi doğrusal ve doğrusal olmayan modelleme yaklaşımlarının uygulandığı görülmektedir. Halbuki Kugiumtzis vd.nin (1994) ifade ettiği gibi, kaotik sistemler tarafından üretilen zaman serileri, doğrusal teknikler kullanılarak analiz edildiğinde stokastik gibi görünebilmektedir. Bununla birlikte kaotik sistemlerin deterministik yapısını ortaya çıkarmak da daha gerçekçi ve daha iyi modeller oluşturulmasına ve böylece kestirim performansının artırılmasına izin vermektedir.

Bu nedenle kaotik zaman serileri için yapılacak kestirim veya öngörülerin, bu serilerin kaotik parametreleri belirlendikten sonra, bu kaotik parametrelerin hesaba katıldığı kaotik kestirim yaklaşımları kullanılarak yapılması gerekmektedir.

Bu tez, zaman serilerine ilişkin kaos teorisinin tüm analiz sürecini kapsamı yanında, çalışmada özellikle kaotik kestirim yaklaşımlarının kestirim performansı açısından karşılaştırılması amaçlanmıştır. Kaotik kestirim yaklaşımları, global, yerel ve yarı-yerel

kestirim yaklaşımları sınıflaması altında incelenmiştir. Literatürde yaygın kabul görmesi nedeniyle global yaklaşım metotlarından çok katmanlı algılayıcı yapay sinir ağları, yerel metotlardan en yakın komşu yaklaşımı, yarı-yerel metotlardan ise radyal tabanlı fonksiyon yaklaşımı çalışmaya dahil edilmiştir.

Çalışmanın ikinci bölümünde kaos teorisinin kronolojik olarak gelişimi verilmiş ve bu alanla ilgili yapılmış çalışmalar aktarılmıştır.

Kaotik sistemler, doğrusal olmayan dinamik sistemlerde gözlemlenmektedir. Bu nedenle kaos teorisinin anlaşılabilmesi açısından üçüncü bölümde dinamik sistemler anlatılmış, dördüncü bölümde kaosun tanımı ve kaotik sistemlerin özellikleri verilmiştir.

Çalışmanın beşinci bölümünde zaman serilerinin kaotik özelliklerinin incelenmesi ve kaotik parametrelerin belirlenmesinde kullanılan test ve analizlere yer verilmiştir. Bu bağlamda BDS testi, Karşılıklı Bilgi Yöntemi, Yanlış En Yakın Komşu Yöntemi, Korelasyon Boyutu Analizi ve Lyapunov üstelinin hesaplanması anlatılmıştır.

Çalışmanın altıncı bölümünde kaotik kestirim yaklaşımları global, yerel ve yarı-yerel metotlar olarak sınıflandırılarak teorik temelleri üzerinde durulmuştur. Global yaklaşım metotlarından yapay sinir ağları, yerel yaklaşım metotlarından en yakın komşu metodu ve yarı-yerel yaklaşım metotlarından radyal tabanlı fonksiyonlar ele alınmıştır.

Çalışmanın sonraki bölümlerinde ise teorik olarak aktarılan Kaos teorisinin uygulaması yapılmıştır. Bu amaçla hisse senedi piyasalarını temsilen seçilen FTSE 100 endeksi kapanış değerleri veri setinin öncelikle tanımlayıcı istatistikleri verilmiş, ardından kaotik özellikleri ve kaotik parametreleri belirlenmiştir. Sonraki aşamada, elde edilen kaotik parametreler kullanılarak kaotik kestirim yaklaşımları uygulanmış ve kestirim yaklaşımları kestirim performansı açısından karşılaştırılmıştır. Son olarak elde edilen bulgular değerlendirilerek sonuçlar ortaya konmuş ve öneriler sunulmuştur.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Üç yüzyıllık çalışmanın ardından 1970'lerin ortalarında, dünya çapında çok sayıda bilim adamı birdenbire, sonradan "kaos" olarak adlandırılan üçüncü tür bir hareketin farkına vardı. Bu hareket kararsızdır ve çok sayıda periyot içermesine rağmen çok sayıda etkileşen parçacık nedeni ile quasiperiodik (yarı periyodik) değildir. Çok basit sistemlerde bile görülmesi mümkün olan bir davranış türüdür. Az sayıda matematikçi ve fizikçi, bu tarihlerden önce üçüncü bir hareketi varlığından haberdardı. 1860 civarında gaz moleküllerinin hareketleri üzerine çalışan James Clerk Maxwell, bir kutuda çarpışan iki gaz molekülünün oluşturduğu sistemde parçacıkların başlangıç hareketi sırasında çok küçük değişikliklerin, sabit küreler olarak düşünülse de, moleküllerin yörüngelerinde muazzam değişikliklerle sonuçlanacağını farkındaydı (Alligood vd., 1996).

Fransız matematikçi Poincare 1890'larda, dinamik sistemlerin analizinde, literatürde "Poincare kesiti" olarak bilinen, geometrik bir yaklaşım geliştirmiştir. Poincare ayrıca başlangıç koşullarına hassas biçimde bağlı olan ve böylece uzun vadeli tahmini imkansız hale getiren aperiodyk davranış sergileyen deterministik sistemlerdeki kaos olasılığını gören ilk kişi olmuştur (Strogatz, 2014).

Kaosun bilinen tarihi ünlü meteorolog Lorenz ile başlamasına rağmen hava tahmini yapmak için verilerini modellerken kullandığı sıcaklık, basınç, rüzgar hızı gibi denklemler aslında Newton'un kanunları idi. Kaosun deterministik doğrusal olmayan sistemlerde ortaya çıktığı düşünüldüğünde bu durum, kaosun tarihçesinin aslında Newton'un kanunlarına kadar dayandığını göstermektedir.

Lorenz (1963), kaotik sistemlerin en önemli özelliği olan başlangıç koşullarına hassas bağlılığı ifade eden kelebek etkisi kavramı ile kaos tarihine adını yazdırmıştır. Lorenz bu buluşuyla ayrıca, kaotik deterministik sistemlerin sonlu sınırlar içerisinde periyodik olmayan davranışlar sergilediğini göstermiştir. Ruelle ve Takens (1971), akışkanlardaki türbülans için tuhaf çekicilere dayanan yeni bir yaklaşım önermiştir. Feigenbaum (1974), yaptığı deneysel çalışmalarla düzenli hareketten kaotik harekete geçişin evrensel kurallarla gerçekleştiğini ortaya koymuştur. Feigenbaum'a göre, tamamen birbirinden farklı sistemler

aynı şekilde kaotik harekete sürüklenmektedir (Strogatz, 2014). Mandelbrot (1974), kaosu geometrisi olarak adlandırılan fraktal geometri kavramını bulmuş ve bu buluşuyla kaos tarihine yepyeni bir ufuk kazandırmıştır. May (1976), karmaşık dinamik sistemleri lojistik diferansiyel denklemlerle açıklamıştır.

Kaotik sistemlerin keşfedilmesinden sonra bu sistemlerin özelliklerinin tanımlanması ile ilgili çalışmalar gün yüzüne çıktıkça, kaotik parametrelerin niceliksel ölçümleriyle ilgili yöntemler geliştirilmeye başlanmıştır.

Grassberger ve Procaccia (1983 a, b), çekicinin fraktal boyutunun hesaplanması için korelasyon integralini; Wolf vd. (1985), Rosenstein vd. (1993) ve Kantz (1994) bir zaman serisinin kaotik olup olmadığının en belirgin özelliği olan Lyapunov üstellerinin hesaplanması için birer algoritma; Fraser ve Swinney (1986), faz uzayının yapılandırılmasında en uygun gecikme zamanının belirlenmesi için Ortalama Karşılıklı Bilgi (Average Mutual Information) yöntemini; Kennel vd. (1992), en uygun gömme boyutunun belirlenmesi için Yanlış En Yakın Komşu (False Nearest Neighbors) metodunu önermiştir. Ayrıca Cao (1997), skaler bir zaman serisinin en küçük gömme boyutunun belirlenmesi için bir yaklaşım önermiştir.

Kaotik olduğu belirlenen seriler, önceleri doğrusal ve doğrusal olmayan istatistiksel yöntem ve metotlar kullanılarak kestirilmeye çalışılmış, elde edilen sonuçlar kaotik kestirim yaklaşımlarının geliştirilmesinde öncülük etmiştir. Kaotik zaman serilerinin kestirimi için yapılan ilk çalışmalar, Farmer ve Sidorowich (1987) ve Crutchfield ve McNamara (1987) tarafından önerilen yerel yaklaşım (local approximation) metotlarıdır. Lapedes ve Farber (1987), ilk kez bir global yaklaşım metodu olarak çok katmanlı yapay sinir ağlarını (MLP Networks) kaotik zaman serilerinin kestirimi için kullanmıştır. Aihara vd. (1990), tek nöronlu kaotik yapay sinir ağını geliştirmiştir. Casdagli (1989, 1992) yarı-yerel bir yaklaşım (semi-local approximation) olan radyal tabanlı fonksiyon yaklaşımını ve zaman serilerindeki düşük boyutlu deterministik davranış ile yüksek boyutlu veya stokastik davranışı ayırıcı bir kestirim algoritması önermiştir. Su (2010), çok değişkenli zaman serilerinin kestirimi için kernel düzgünleştirme tekniğine dayanan bir yerel polinomial kestirici önermiştir.

Kaotik zaman serilerinin kaotik yapısının ortaya konması, modellenmesi ve kestirimi ile ilgili analiz ve yaklaşımlar en başta kaosun çıkış noktası olan iklim verileri (Jones ve Kasap, 1995) olmak üzere, kan akış hızı ve beyin sinyalleri (Shao vd., 2007; Yılmaz ve Güler, 2010), konuşma ve ses sinyalleri (Kokkinos ve Maragos, 2005), insan davranışları (Ali vd., 2007; Serman, 1988), su tüketimi (BuHambra vd., 2003), güneş lekesi (Gkana, ve Zachilas, 2015), trafik akışı (Shang vd., 2005), nehirlerin akış hızı (Elshorbagy vd., 2002; Sivakumar vd., 2002) gibi pek çok farklı alandaki veri setleri üzerinde uygulanmıştır.

19 Ekim 1987'de yaşanan ve Kara Pazartesi olarak adlandırılan, hisse senetleri piyasalarındaki ani çöküşün ardından finans literatüründe doğrusal olmayan dinamik sistemlere ve özellikle de deterministik kaotik sistemlere olan ilgi artmıştır. Hsieh (1991), kaotik davranışlara olan bu ilginin, ekonomide ve finansal piyasalarda rassal görünümlü dalgalanmaların kaos teorisi ile potansiyel olarak açıklanabilmesinden kaynaklandığını ifade etmektedir.

Hisse senetleri piyasalarındaki herhangi bir değişiklik bireylerin, kurumların ve ülkelerin finansal durumlarını etkilemektedir (Hassan ve Nath, 2005; Kuo vd.,1996). Bu nedenle hisse senetleri piyasalarının kaotik unsurlar içerip içermediğinin belirlenmesi, bu kaotik unsurlarla piyasalardaki hareketlerin açıklanması ve öngörülmesiyle ilgili pek çok çalışma yapılmıştır.

Huanga vd. (2005), NIKKEI 225 endeksini; Duarte vd. (2010), Dow Jones ve NASDAQ endekslerini incelemiş; Ozun vd. (2010), Türkiye ve Atina hisse senedi piyasalarını karşılaştırmışlardır. Brock vd. (1991), Mayfield ve Mizrach (1992), Vaidyanathan ve Krehbiel (1992) ve Hantias vd. (2013) S&P 500 endeksini incelemiş ve düşük boyutlu kaos tespit etmişlerdir. Abhyankar vd. (1997), literatürü özetledikleri çalışmalarında SP&500, DAX, NIKKEI 225 ve FTSE 100 endekslerinin getiri serileri ile çalışmışlar ve düşük boyutlu kaosa dair bir kanıt bulamadıklarını ifade etmişlerdir. Weebel (2012) ise DAX endeksinin kaotik olduğunu belirlemiştir. FTSE-100 endeksinin kaotik incelemesi sonucunda Elridge ve Coleman (1993), serinin doğrusal olmadığını aynı zamanda kaotik özellikler taşıdığını belirlemiştir. Buna karşın Abhyankar vd.(1995), BDS testi sonucunda endeks verilerinin doğrusal olmadığını belirlemiş, ancak kaotik olduğuna dair bir kanıt bulamamıştır. Hantias vd. (2013), S&P 500 endeksinin kestirimini yerel ağırlıklı

EKK tekniği ile yapmışlar ve iki güne kadar yapılan kestirimlerin büyük doğruluk payına sahip olduğunu, sonraki kestirimlerde hata oranının arttığını belirlemişlerdir.

Literatürde önerilen kestirim yaklaşımları, global, yerel ve yarı-yerel kestirim yaklaşımları olarak sınıflandırılmaktadır. Literatürde yerel yaklaşım metotlarının global yaklaşım metotlarına göre daha iyi kestirim performansı gösterdiğine dair genel bir kanı (Porporato ve Ridolfi, 1996, 1997; Islam ve Sivakumar, 2002; Karunasinghe ve Liong'dan (2006)) olmasına rağmen farklı çalışmalarda farklı sonuçlar elde edilmiştir. Kestirim yaklaşımlarının karşılaştırılması ile ilgili en kapsamlı çalışmalardan biri Lillekjendlie vd. (1994) tarafından yapılmıştır. Lillekjendlie vd. (1994) literatürdeki çalışmaları inceleyerek önerilen kestirim yaklaşımlarını hem simülasyon verileri hem de gerçek veri setleri üzerinde uygulayarak karşılaştırmışlardır. Mackey ve Glass (1977) tarafından önerilen gecikme fark denklemlerinden üretilen simülasyon verileri ile 6 ve 84 birim uzunluğundaki kestirim sonucunda en küçük NRMSE değerini MLP sinir ağı için elde etmişlerdir. Elshorbagy vd. (2002), Kanada Ontario'daki İngiliz Nehri'nin akış hızına ilişkin eksik verileri tahmin etmek için yerel yaklaşım metotlarından k-en yakın komşu metodunu ve global yaklaşım metotlarından MLP yapay sinir ağını kullanmışlar; global yaklaşımın daha iyi kestirim kestirim performansına sahip olduğunu göstermişlerdir. Karunasinghe ve Liong (2006), doğrudan yerel yaklaşım metotları ile global yaklaşım metotlarını karşılaştırmak için yaptıkları çalışmada yerel yaklaşım metotlarından yerel ortalama metodu ile yerel polinomiyal modelini, global modellerden ise MLP sinir ağını kullanmışlar ve global modellerin daha iyi kestirim performansı gösterdiğini belirlemişlerdir. Özdemir ve Akgül (2014), kaotik inceleme sonucunda kaotik özellikler taşıdığını belirledikleri İMKB-100 endeksi getiri serisinin GARCH, EGARCH, ileri beslemeli, yinelenen ve kaotik yapay sinir ağı kullanarak 5 günlük ve 15 günlük öngörülerini elde etmişler ve en iyi sonucu kaotik yapay sinir ağının verdiğini belirlemişlerdir. Gkana ve Zachilas (2015), güneş lekeli verilerinin (sunspot numbers) kaotik olduğunu göstermiş ve yapay sinir ağını kullanarak kestirim değerlerini elde etmiş ve kestirim performansının diğer çalışmalardan daha iyi olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Sivakumar vd. (2002), Chao Phraya Nehri'nin günlük akış hızının kestirimi için yerel yaklaşım metotlarından yerel polinomiyal modeller ile global modellerden MLP'yi kullandıkları çalışmalarında yerel yaklaşım metodunun çok daha iyi kestirim değeri

verdiğini göstermişlerdir. Su ve Li (2015), kaotik zaman serilerinin kestirimi için yerel kestirim yaklaşımı olarak yerel polinomiyal katsayılı (LLP) AR modeli ile kernel LLP modelini karşılaştırmışlar ve LLP modelinin bir-adım ileri kestirimlerde başarılı olduğunu, kernel LLP modelinin ise çok adım ileri kestirim performansının LLP modeline göre daha iyi olduğunu belirlemişlerdir.

Guegan ve Mercier (2005), kestirimin doğruluğu açısından örnekleme aralığının önemini araştırmak için yaptıkları çalışmada Alman Markı/Fransız Frangı gün içi döviz kuruna, en yakın komşu metodu ile radyal tabanlı fonksiyon yaklaşımını üç farklı gecikme zamanı ve iki farklı gömme boyutunu dikkate alarak uygulamışlardır. En iyi kestirilebilirlik süresini örnekleme aralığı 1200s, $d=3$ ve $T=1200s$ için radyal tabanlı kestirici ile 3140s olarak belirlemişler, bu sonucun 20 dakikalık iki veya üç adım ileri kestirimlerinin mümkün olduğu anlamına geldiğini ifade etmişlerdir.

Ulusal literatür incelendiğinde kaotik zaman serilerinin incelenmesiyle ilgili çalışmaların sınırlı sayıda olduğu ve bu çalışmaların genellikle tez çalışmaları olduğu görülmektedir.

Fırat (2006), 1971–2005 dönemine ilişkin deprem büyüklükleri (M_d veya M_l) veri seti üzerinde çalışmıştır. Öncelikli olarak deprem verisinin kaotik olup olmadığını incelemiştir. Karşılıklı bilgi, en yakın yanlış komşular yöntemi, ilişki boyutu, güç spektrumu ve Lyapunov üsleri gibi ölçütleri kullanarak ele alınan veri setinin kaotik olduğunu göstermiştir. Daha sonra tek gizli katmanlı ileri beslemeli ağlardan MLP (Çok Katmanlı Algılayıcı), RTF (Radyal Tabanlı Fonksiyon) ve GRNN (Genelleştirilmiş Regresyon Ağı) ağlarını kullanarak kestirim çalışmaları yapmıştır. Kısa dönemli kestirimlerin uzun dönemli kestirimlerden daha iyi sonuçlar verdiğini göstermiştir.

Tosun (2006), çalışmasında Kaos Teorisinden hareketle finansal zaman serilerinin açıklanması üzerine çalışmıştır. Bu amaçla Kaos teorisinin geometrisi olarak tanımlanan fraktal yapılar üzerinde durmuş ve çalışmasını fraktal istatistiklerden Fraktal R/S analizi ve fraktal dağılımlar üzerinde yoğunlaştırmıştır. Finansal zaman serilerinin değişen varyanslılık özelliği nedeniyle Fraktal R/S analizlerinden Hurst üssünü kullanarak ele aldığı finansal zaman serilerinin uzun dönemli hafızalarını belirlemeye çalışmıştır.

Öztürk (2008), 82'si hasta, 23'ü sağlıklı olan bireylerden alınan TCD sinyalleri üzerinde araştırma yapmıştır. Çalışmada değişik beyin rahatsızlıkları bulunan hastalardan ve sağlıklı bireylerden alınan TCD sinyallerinin kaotik ölçütlerle otomatik olarak sınıflandırılmasını sağlayacak yeni bir yaklaşım önerilmiştir. 20'sine beyin damarında balonlaşma, 10'una beyin kanaması, 22'sine beyinde su toplama ve geri kalan 30'una da beyin tümörü teşhisi konulan 82 hasta ve 23 sağlıklı bireyden alınan TCD sinyallerinden kaotik analizlerden Lyapunov üsteli ve Korelasyon boyutu nicelikleri hesaplanmıştır. Daha sonra Çoklu regresyon analizi ile beyin damarlarındaki kan akış hızı ile bu kaotik ölçütler arasındaki ilişki araştırılmış ve kaotik ölçütlerin her ikisi de anlamlı bulunmuştur. Çalışmanın son aşamasında veri seti, elde edilen kaotik ölçütlere göre çeşitli kümeleme analizleri kullanılarak analiz edilmiştir.

Özdemir (2011) IMKB-100 endeksi kapanış değeri, Euro/Dolar paritesi ve ağırlıklı ortalama altın fiyatları veri setini kullanarak kaotik inceleme yapmıştır. Her üç zaman serisinin de kaotik olduğunu ortaya koyduktan sonra ARCH, GARCH, EGARCH modelleri yardımıyla bu serileri modellemeye çalışmış ve EGARCH modelinin kaosu filtrelemede diğer ARCH ailesi modellerine göre daha başarılı olduğunu göstermiştir. Çalışmanın son bölümünde doğrusal olmayan eşbütünleşme analizi sonucunda eşbütünleşik olduğu belirlenen serilere hata giderme modelini dikkate alan çeşitli yapay sinir ağı yaklaşımları uygulayarak en iyi öngörü başarısını veren uygun modeli belirlemeye çalışmıştır.

Gökmen (2012), Forex piyasasının EUR/USD paritesinin günlük kapanış değerlerinin kaotik yapıya sahip olup olmadığını incelemiştir. Bunun için Karşılıklı Bilgi Yöntemi, Yanlış En Yakın Komşular Yöntemi, Korelasyon İntegrali, BDS Testi ile kaosun varlığında kesin bir kanıt olarak kabul edilen Lyapunov Üstelleri Yöntemi veri setine uygulanmıştır. Kaotik yapıya sahip olduğu gösterilmiş olan EUR/USD paritesi için, doğrusal olmayan modellerden ARCH-GARCH modelleri ile veri seti modellenmeye çalışılmıştır.

Miraji (2015), uyguladıkları kaotik analizler sonucunda kaotik özellikler taşıdığı belirlenen rüzgar hızı zaman serisinin kestirimi için yerel yaklaşım metodunu kullanmış ve başarılı sonuçlar elde ettiğini ifade etmiştir.

Alpar ve Eren (2016), en büyük Lyapunov üsteli ile İMKB-100 endeksi değişim verilerinin kaotik olduğunu belirlemişler, hareketli ortalamalar ve üstel düzgünleştirme metodunu kullanarak öngörülemediğini ortaya koymuşlardır.

Literatürde yer alan çalışmalar incelendiğinde, çalışmaların çoğunun doğrudan kestirim yaklaşımlarının performansının karşılaştırılması için yapılmadığı, ayrıca çalışmalarda ya doğrusal olmayan modellerle kaotik kestirim yaklaşımlarından birinin kullanıldığı ya da yalnızca iki kestirim yaklaşımının birlikte kullanıldığı görülmektedir. Özellikle ulusal literatür incelendiğinde kaos teorisine ilişkin çalışmaların oldukça sınırlı sayıda olduğu, bu çalışmaların da çoğunlukla zaman serisinin kaotik özelliklerinin belirlenmesine yönelik çalışmalar olduğu, kaotik olduğu belirlenen serilerin kestirimi veya öngörüsünün yapılmadığı ya da öngörü için doğrusal ve doğrusal olmayan modellerin kullanıldığı görülmektedir.

Bu tezde literatürdeki çalışmalardan farklı olarak, literatürde yaygın kabul görmüş global, yerel ve yarı-yerel tüm kestirim yaklaşımlarının birlikte ele alınarak kestirim performansı açısından karşılaştırılması amaçlanmıştır. Tez aynı zamanda, FTSE 100 endeksi kapanış değerleri serisinin ilk kez tüm kaotik inceleme analizleri ve kestirim yaklaşımları ile analiz edilerek incelenmesi açısından da literatürdeki diğer çalışmalardan ayrılmaktadır. Tezi literatürdeki diğer çalışmalardan ayıran başka bir nokta da kestirim yaklaşımlarının farklı parametreler kullanılarak incelenmesidir. 100 birim uzunluğa kadar farklı kestirim uzunlukları dikkate alınarak kestirim yaklaşımlarının performansları ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Ayrıca yarı-yerel kestirim yaklaşımlarından radyal tabanlı fonksiyon yaklaşımının da k-en yakın komşu sayılarına göre incelenmesiyle farklılık oluşturmaktadır.

Bu bağlamda, bu tez çalışmasının kaotik zaman serileri literatürüne katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

3. DİNAMİK SİSTEMLER

Dinamik sistem, önceki duruma göre bir sonraki durumu belirli kurallarla belirlenen bir dizi durumdan oluşan bir sistemdir. Sistemin her bir durumu bir fonksiyon ile tanımlanmaktadır.

Dinamik sistemler kesikli veya sürekli, doğrusal veya doğrusal olmayan, deterministik veya stokastik sistemler olmak üzere farklı şekillerde sınıflandırılmaktadır.

\mathfrak{R}^d 'de tanımlı dinamik bir sistem, matematiksel olarak, ya bir fark denklem seti ile (d-boyutlu haritayla) ya da birinci dereceden bir diferansiyel denklem seti ile (flow-akış) tanımlanmaktadır. İlk durumda zaman, kesikli bir değişken olarak ele alınmakta ve sistem kesikli dinamik sistem olarak;

$$x_{n+1} = f(x_n), \quad n \in N \quad (3.1)$$

denklemleri ile ifade edilmektedir. İkinci durumda ise zaman, sürekli bir değişken olarak ele alınmakta ve sistem sürekli dinamik sistem olarak;

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t)), \quad t \in \mathfrak{R} \quad (3.2)$$

denklemleri ile ifade edilmektedir (Kantz ve Schreiber, 2004).

Sistemin zamana göre değişimini gösteren fonksiyon doğrusal ise sistem, doğrusal dinamik sistem olarak adlandırılmaktadır. Doğrusal olmayan dinamik sistemlerde ise sistemin zamana göre değişimini gösteren fonksiyonlardan en az biri doğrusal değildir. Diğer bir deyişle sistemin özelliklerini tanımlayan dinamik değişkenler (örneğin konum, hız, ivme, basınç vb), denklemlerde doğrusal olmayan bir biçimde görünmektedir. (Hilborn, 2000).

Dinamik bir sistemin davranışını incelemek için aşağıdaki üç faktöre ihtiyaç vardır:

- a. Zamana göre denklemler
- b. Sistemi tanımlayan parametrelerin değerleri
- c. Başlangıç şartları

Bu üç faktör biliniyorsa sistemin deterministik olduğu söylenir ve prensipte sistemin sonraki davranışları tamamen belirlenir (Hilborn, 2000).

Sprott (2010), dinamik sistemi, durumun zamana göre değiştiği bir sistem olarak tanımlamaktadır. Dinamik sistemdeki değişiklikler rastgele olmaktan ziyade belirli kurallar tarafından belirlenirse, sistemin deterministik; aksi takdirde stokastik olduğunu ifade etmektedir.

Bir zaman serisinin modellenmesi için deterministik dinamik sistem yaklaşımı, verilerin dinamik veya gözlemlenmiş (renkli-white noise'in karşıtı) gürültülü doğrusal olmayan dinamik sistemlerden elde edilen gözlemler olduğu varsayımına dayanmaktadır. Birçok dinamik sistem, iki ana bileşen içermektedir: Doğrusal olmayan deterministik kısım ve gürültülü kısım. Gürültülü kısmın, belki de yüksek boyutlu kaos nedeniyle ortaya çıktığı düşünülebilir. Deterministik kısmın doğrusalsızlık kuvveti, başlangıç değerlerine hassasiyet derecesi ile ilişkili olmak üzere bu iki kısmın izafi gücü, sistemin deterministik veya stokastik olarak daha iyi karakterize edilip edilmediğini ortaya koymaktadır. Diğer bir deyişle, sinyal-gürültü oranı verinin deterministik kaos, doğrusal olmayan stokastik süreç veya gürültü biçiminde ifade edilebilecek bu üç mekanizmadan hangisini daha fazla içerdiğini belirlemektedir (Chan ve Tong, 2001).

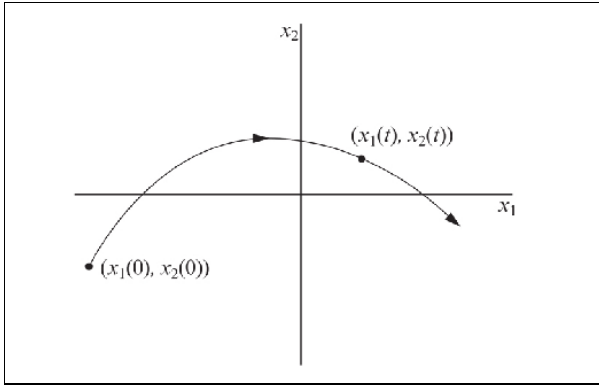
3.1. Faz Uzayı

Doğrusal olmayan sistemler, sürekli veya kesikli zamanla belirtilen çok boyutlu vektörlerle tanımlanır. Bu vektörlerin bulunduğu alana faz uzayı denilmektedir (Abarbanel, 1996).

Faz uzayı, sonlu sistemlerin açıklanmasında yararlı bir kavram olmuştur ve Gibbs (1902) tarafından istatistiksel mekaniğin geliştirilmesinde, Poincare (1881) tarafından diferansiyel denklemlerin çözümünde ve Birkhoff (1927) tarafından dinamik sistemler üzerine yaptığı tezinde kullanılmıştır (Lorenz, 1963).

Faz uzayı kavramı, dinamik bir sistemin olası tüm durumlarının temsil edildiği matematiksel (soyut) bir uzay olarak tanımlanabilir. Faz uzayındaki her bir nokta, dinamik sistemin olası bir durumunu ifade eder. Literatürde faz uzayı yerine durum uzayı (state space) kavramı da kullanılmaktadır.

Strogatz (2014), faz uzayını tanımlamak için şu örneği vermektedir: Belirli bir başlangıç durumu için bir sarkaç sistemini temsil eden denklem sisteminin bilindiği ve sarkacın konumunu ($x_1(t)$) ve hızını ($x_2(t)$) temsil eden bir çift fonksiyondan oluştuğu varsayalım. Koordinatları x_1 ve x_2 olan bir soyut alan oluşturulursa, bu soyut alanda bir eğri boyunca hareket eden her bir nokta, bir çözüme ($x_1(t)$ ve $x_2(t)$) karşılık gelir.



Şekil 3.1. Faz Uzayı

Şekil 3.1'de görülen, sistemi temsil eden denklem sisteminin çözümünden elde edilen ($x_1(t)$, $x_2(t)$) noktalar dizisinden oluşan eğri, *yörünge*; soyut uzay, sistemin *faz uzayı*; $x_1(0)$, $x_2(0)$ ise sistemin *başlangıç koşulu* olarak adlandırılır. Buradaki her bir nokta bir başlangıç koşulu olarak kabul edilerek faz uzayı yörüngelerle tamamen doldurulur.

Genel sistemler için faz uzayı, koordinatları x_1, x_2, \dots, x_n olan bir uzaydır. Bu durumda faz uzayının boyutu, n ile gösterilen bir tamsayı olmaktadır.

3.2. Çekiciler

Çekiciler (attractors), genel olarak, dinamik sistemlerin davranışlarının belirli bir faz uzayındaki noktalar kümesinden oluşan ve katı bir cisim şeklinde görülen yapılar olarak tanımlanabilir.

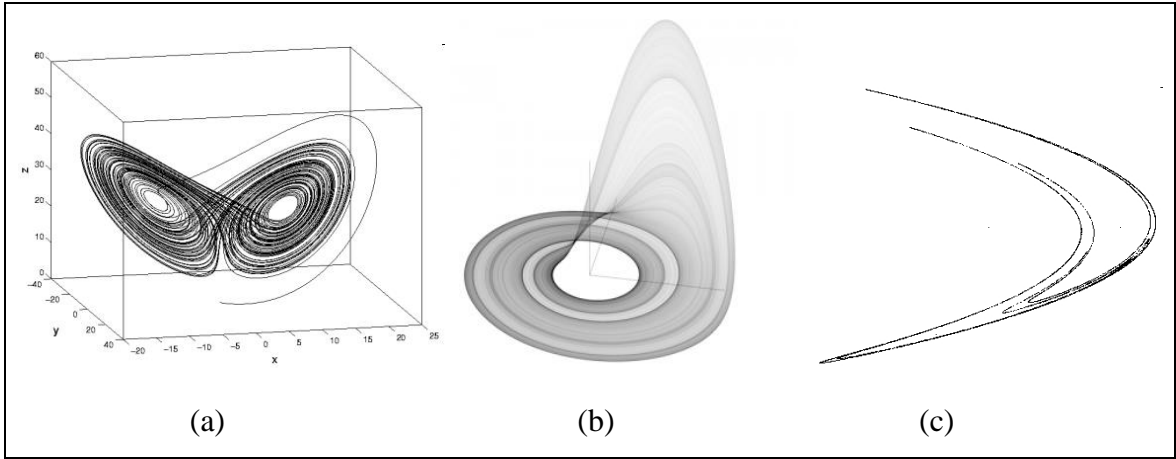
Çekicilerde sonlu sayıda veya sonsuz olacak biçimde noktalar yer alabilir. Faz uzayındaki bu noktaların bütününe çekici denmesinin en önemli nedeni, uzayın belirli bölümlerinde sistemin hareketinin kümelenmiş görülmeleridir. Sanki bilinmeyen bir odak tarafından sistemin davranışını belirleyen konum, hız ve benzeri nicelikler belirli değerler arasında gidip gelmektedir (Kurt ve Kasap, 2011).

Çekiciler genel olarak nokta çekiciler, periyodik çekiciler ve tuhaf çekiciler olarak sınıflandırılmaktadır. Sistemin durumunun zamana bağlı olarak değişmediği, diğer bir ifadeyle zamandan bağımsız olarak hareket eden sistemlerin nokta biçimindeki faz uzayı görüntüleri nokta çekici olarak isimlendirilir. Periyodik çekiciler, sonlu sayıdaki noktalar kümesinden oluşan ve sistemin davranışının periyodik olarak tekrar ettiği durumlarda görülen çekici türüdür.

Kaos, karmaşıklığın temelinde yatan muazzam ve hassas yapıyı yakalayabilmek için hem bilgisayar kullanımında özel teknikler hem de bir takım özel grafik, resim ve çizgi türleri icat etmiştir (Gleick, 2000). Bunlardan biri de tuhaf çekicilerdir.

İncelenen dinamik sistem kaotik olduğunda bu sistemin faz uzayındaki görüntüsü de nokta veya periyodik görüntülerden farklı olarak tuhaf bir görüntü sergilemektedir. Sonsuz sayıda noktalar kümesinden oluşan bu çekiciler, bu tuhaf görüntülerinden dolayı Ruelle ve Takens (1976) tarafından “tuhaf çekiciler” olarak adlandırılmış ve akışkanlardaki türbülans davranışının nedeni olarak gösterilmiştir.

İlk kez Lorenz tarafından keşfedilen tuhaf çekiciler, kaotik sistemlerin yörüngeleri vasıtasıyla faz uzayında izlenen geometrik yapılar olarak tanımlanmaktadır (Kugiumtzis, 1994). Lorenz (1963), yaptığı çalışmalar sonucunda periyodik olmayan fakat uzayda sınırlı bir bölge oluşturan yeni bir çekici keşfetmiştir. Bu çekici, çok sayıda periyodu olmasına rağmen ne periyodik ne de yarı (quasi) periyodik bir yapıya sahiptir. Literatüre Lorenz çekicisi olarak giren bu çekicinin faz uzayındaki görüntüsü bir kelebeği andırmaktadır. Literatürde yer alan “kelebek etkisi” kavramı da, bulunan bu yeni çekicinin görüntüsünden kaynaklanmaktadır. Kaos teorisinde en bilinen diğer tuhaf çekiciler, Rössler ve Henon çekicileridir. Bu çekicilerin temsili görünümleri Şekil 3.2’de verilmektedir.



Şekil 3.2. Tuhaf çekiciler: (a) Lorenz çekicisi, (b) Rössler çekicisi, (c) Henon çekicisi

Her sistemin çekicisi, kullanılan parametrelere göre değişiklik gösterir. Genel olarak bir çekicinin çizilebilmesi için yinelenebilecek fonksiyonlara (dinamik denklemler) ihtiyaç vardır. Tuhaf çekiciler genel olarak şu özelliklere sahiptir. (Kurt ve Kasap, 2011):

1. Sonsuz sayıda nokta kümelerine sahiptir.
2. Düzgün eğriler veya yüzeyler olmayıp, tamsayı olmayan kesirsel boyutlara sahiptirler.
3. Fonksiyon için başlangıçta verilen değerlere hassas bağlıdırlar.

4. Boyutlarının sonlu olmasına karşın zaman içinde devamlı olarak süre giden bir dizi görünümündedirler.
5. Hiçbir zaman birbirlerini kesmeyen yörüngelere sahiptirler ve bazıları büyütüldüklerinde hep sonsuz sayıda benzer yörüngeler içerirler.

4. KAOS VE KAOTİK SİSTEMLERİN ÖZELLİKLERİ

4.1. Kaosun Tanımı

Sözlük¹ anlamı “evrenin düzene girmeden önceki biçimden yoksun, uyumsuz ve karışık durumu”, “karışıklık, kargaşa” olan kaosun bilim dünyasında pek çok tanımı yapılmıştır.

İlk olarak Li ve Yorke (1975) tarafından kullanılan kaos sözcüğü, deterministik dinamik sistemlerde meydana gelen stokastik davranış olarak tanımlanmıştır. Stewart (1989), kaos kavramını, tamamen kurallar tarafından belirlenen kuralsız davranış olarak; Kaplan ve Glass (1995), başlangıç koşullarına hassas bağlılık gösteren deterministik bir sistemdeki sınırlı aperiodyk davranış; Hilborn (2000), doğrusal olmayan dinamik bir sistemdeki aperiodyk ve “görünüşte” rassal olan karmaşık davranış olarak tanımlamaktadır. Tüm bu tanımların yanında, kaotik verilerin modellenmesine esas teşkil edecek kaos tanımı, Gleick’in (2000) Lorenz’in kaos tarihindeki önemli buluşunu anlatırken kullandığı “düzenli bir düzensizlik” ifadesidir.

Doğa bilimleriyle uğraşan bilim adamlarının çalışmalarında karşılaştıkları düzensizlik gibi görünen problemler, kaosun ortaya çıkmasında en önemli başlangıç noktası olmuştur. Kaotik sistemler keşfedilmeden önce bilim adamları tarafından kaosun tamamen rassal sinyallerden oluşan bir sistem olduğu düşünülüyordu. Kaosla ilgili çalışmalar, kaotik sistemlerin düzensiz ve rassal hareketlerden oluşan sistemler gibi görünmelerine rağmen belirli sınırlar içerisinde hareket eden, esasen bir iç düzene sahip sistemler olduğunu ortaya koymuştur. Zira Abarbanel (1996) kaosu, doğrusal olmayan sistemin, düzenli davranış ve stokastik davranış ya da 'gürültü' arasındaki deterministik durumu olarak tanımlamaktadır. Doğrusal olmayan sistemlerin bu hareketi kısmen öngörülebilir, periyodik değildir ve özel

¹ Türk Dil Kurumu Sözlüğü

yörüngeler başlangıç koşullarındaki değişime veya yörüngedeki küçük sapmalara tepki olarak üstel bir hızla değişir.

4.2. Kaotik Sistemlerin Özellikleri

Kaotik Sistemler ile ilgili yapılan tanımlardan hareketle kaotik sistemlerin beş temel özelliğinden söz edilebilir. Bunlar; aperiyojiklik, sınırlılık, deterministik olma, başlangıç koşullarına hassas bağıllık gösterme ve fraktal geometriye sahip olma özellikleridir.

Aperiyojiklik özelliği, sistemin faz uzayında aynı konumu asla tekrarlamayacağı anlamına gelmektedir.

Sınırlılık özelliği, sistemin birbirine komşu konumlarının sonlu sınırlar içerisinde hareket etmesini ve sonsuza yaklaşmayacağını ifade etmektedir. Sınırlılık özelliği, tanımından da anlaşılacağı üzere tuhaf çekicilerle yakından ilişkilidir, hatta tuhaf çekiciler nedeniyle sistemin bu özelliğe sahip olduğunu söylemek yanlış olmaz. Çünkü tuhaf çekiciler, sistemin davranışını belirli bir odak noktasına doğru çekerek sonsuza yayılmasını engellemekte ve böylece sistemin davranışını sınırlamaktadır.

Aperiyojiklik ve sınırlılık özellikleri genel olarak, kaotik sistemlerin sonsuz noktalar kümesine sahip olmasına rağmen belirli sınırlar içerisinde hareket ettiğini ve bu hareketlerin asla birbirini kesmediğini ve tekrarlamadığını ifade etmektedir.

Deterministik olma özelliği ise, kaotik sistemin gelecekteki konumunu tahmin etmek için rassal olmayan içsel bir yönetici kuralın olduğunu ifade etmektedir. Kaotik sistemlerin kestirimi için önemli bir özellik olan deterministik olma, diğer bir ifade ile, sistemin davranışının rassal gibi görünmesine rağmen aslında belirli bir takım kurallar tarafından yönetildiğini ifade etmektedir.

Başlangıç koşullarına hassas bağıllık gösterme ve fraktal geometriye sahip olma özellikleri, kaotik sistemlerin en önemli özellikleri olup aşağıda ayrıntılı bir şekilde anlatılmaktadır.

4.2.1. Başlangıç koşullarına hassas bağıllık

Ünlü meteorolog Lorenz, 1961 yılında hava tahminleri konusunda yaptığı bir modelleme çalışması sırasında bilgisayara bir önceki program çıktısının sonuçlarını başlangıç değeri olarak girerken ondalık kısımdaki birkaç basamağı eksik girmesi sonucunda önceki çalışmalarından çok farklı sonuçlar elde etmiştir. Lorenz, başlangıç değerlerindeki binde birlik gibi çok küçük bir farkın sonuçta çok büyük bir değişikliğe yol açtığını fark etmiş ve bu durum sonradan, başlangıç koşullarına hassas bağıllık olarak tanımlanmıştır. Bu çalışmalar sonucunda literatürde çok önemli bir yere sahip olan “kelebek etkisi” kavramı da ortaya çıkmıştır.

Başlangıç koşullarına hassas bağıllık, aynı başlangıç koşullarına sahip olan iki komşu yörüngenin zamanla birbirlerinden uzaklaşma oranını ifade etmektedir. Periyodik sistemlerde yörüngeler birbirinden yavaşça uzaklaşırken kaotik sistemlerde bu uzaklaşma, üstel bir şekilde hızlı olmaktadır (Kantz ve Schreiber, 2004).

Kaotik hareket, basit sistemlerden üretilebilmesine rağmen çok karmaşıktır ve kısa bir sürede kestirilemez hale gelmektedir. Bu durum kaotik sistemin, başlangıç koşullarındaki değişikliklere duyarlılığı nedeniyle olmaktadır (Alligood vd., 1996; Zhang ve Man, 1998).

Kestirim açısından ele alındığında başlangıç koşullarına hassas bağıllık özelliği, kaotik zaman serilerinin uzun dönemli kestirimlerinin sağlıklı bir şekilde yapılamamasının en önemli nedeni olarak karşımıza çıkmaktadır.

4.2.2. Fraktal Geometri

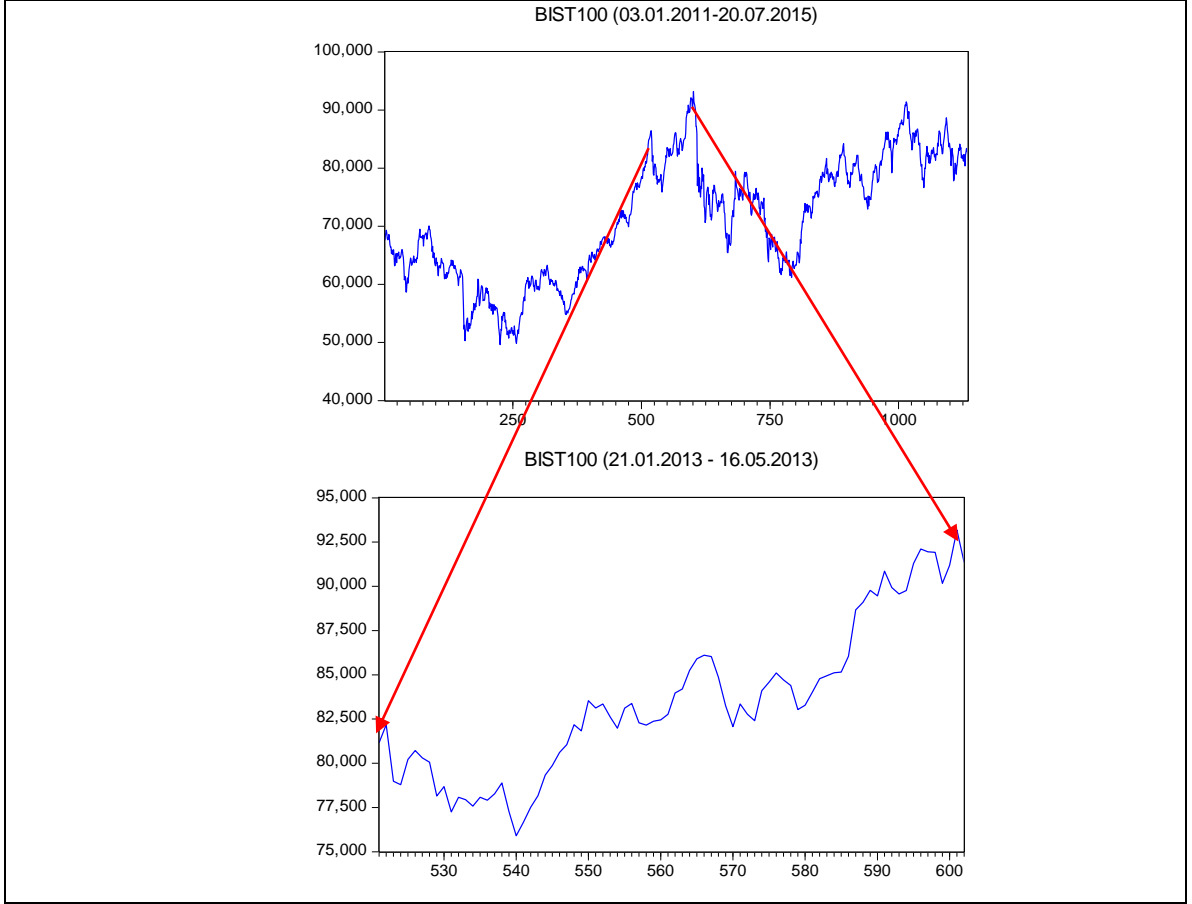
Litvanyalı bilim adamı Benoit B. Mandelbrot, kaosa yepyeni bir ufuk açacak buluşunu ilk kez pamuk fiyatları üzerine yaptığı incelemeler sırasında keşfetmiştir. Pamuk fiyatlarına ilişkin günlük ve aylık verilerin grafiğini incelediğinde bu iki grafiğin birbirine şaşırtıcı derecede benzer olduğunu görmüştür. Daha sonra veri aktarım hatlarındaki gürültü üzerine çalışan Mandelbrot, sinyalleri daha küçük zaman periyotlarına ayırarak incelediğinde hatalı periyotların hatasız periyotlarına oranının zamandan bağımsız olarak sabit olduğunu, diğer bir deyişle ölçek değişse bile düzensizlik oranının sabit kaldığını fark

etmiştir. Mandelbrot (1974, 1975, 1985), yaptığı çalışmalarla kaosun geometrisi olarak adlandırılan fraktal geometri kavramını ortaya atmıştır. Bu kavramla birlikte kesirsel boyut olarak adlandırılan fraktal boyut kavramı da literatüre girmiştir.

Latince “fractus” sözcüğünden türetilen fraktal kavramı; parçalı, kırıklı, kesirli (yapı) anlamına gelmektedir. Doğada pek çok farklı yerde karşımıza çıkan fraktallar, matematiksel olarak kendine benzeme özelliği taşıyan, diğer bir ifade ile bütünü oluşturan parçaların bütüne benzeme ve bu benzerliğin sonsuza gitme özelliği gösterdiği geometrik şekiller olarak tanımlanmaktadır. Fraktal geometri kavramı ise, Öklid geometrisinin kurallarıyla tanımlanamayan, tamamen veya kısmen kendine benzerlik özelliği taşıyan ve kesirli boyutlarla ifade edilebilen cisimlerin geometrisi olarak tanımlanabilir.

Kendine benzerlik özelliği kaotik zaman serileri açısından bir serinin gözlemlendiği dönem boyunca gösterdiği davranış biçiminin, serinin herhangi bir alt döneminde de görülebileceği şeklinde ifade bulmaktadır. Örneğin BIST-100 endeksi kapanış değerlerinin Şekil 4.1’de verilen 03.01.2011-20.07.2015 dönemini içeren zaman grafiği ile bu serinin 21.01.2015-16.05.2015 alt dönemini içeren zaman grafiğinin benzer bir eğilim göstermesi, BIST-100 endeks verilerinin kendine benzeme özelliği gösteren, çekicisinin –muhtemelen-fraktal boyuta sahip olduğu ve kaotik bir zaman serisi olabileceği ipucunu vermektedir.

Fraktalların teorisi ile kaos teorisi paralellik içermektedir. Bu iki alan önemli bir bağlantıya sahiptir. Fraktallar, farklı ölçeklerde kendine-benzer nesnelere sahiptir. Cantor ve Julia kümeleri gibi fraktal matematiksel nesnelere uzun zamandır bilinmesine rağmen üretilen bilgisayar resimleri nedeniyle kısmen popüler hale gelmişlerdir. Kaos teorisinde tuhaf çekiciler, fraktal özellikler gösteren nesnelere sahiptir. Tuhaf çekiciler kaotik sistemlerin yörüngeleri vasıtasıyla faz uzayında izlenen geometrik yapılardır (Kugiumtzis vd.1994).



Şekil 4.1. BIST-100 Endeksinin Kendine Benzerlik Özelliği

Kaos teorisinde fraktal geometri kavramı, kaotik dinamik sistemlerin faz uzayındaki görüntüleri olan çekicilerin açıklanmasında kullanılmaktadır. Tuhaf çekiciler aynen fraktallar gibi kendine benzeme ve kesirsel boyuta sahip olma özellikleri göstermektedir. Bu nedenle tuhaf çekicilerin boyutları, fraktal boyut ile tanımlanmaktadır.

5. ZAMAN SERİSİNİN KAOTİK YAPISININ VE PARAMETRELERİNİN BELİRLENMESİ

Bir sistem sabit, düzgün, periyodik, aperiodyik, stokastik, kaotik gibi pek çok davranış türü sergilemektedir. Sistemin davranış türünün belirlenmesi, sistemin anlaşılması, açıklanması ve bu davranışa uygun modeller geliştirilmesi için oldukça önemlidir. Kaotik sistemler keşfedildikten sonra bu kaotik sistemlerin davranışının belirlenmesi ve ölçülmesi için görsel ve matematiksel bir takım ölçme araçları geliştirilmiştir.

Hilborn (2000), kaotik davranışın niceliksel olarak belirlenmesine yardımcı olan bu araçların yararlarını şu şekilde açıklamaktadır:

1. Kaotik davranışı rassal davranıştan ayırmaya yardımcı olabilir.
2. Sistemin dinamiklerinin modellenmesi için gerekli olan değişken sayısının belirlenmesine yardımcı olabilir.
3. Sistemlerin evrensel sınıflara ayrılmasına yardımcı olabilir.
4. Hesaplanan bu niceliklerdeki değişiklikler, dinamik sistemin davranışındaki önemli değişikliklerle bağlantılı olabilir. Diğer bir deyişle sistemin fiziksel davranışındaki değişimler, kaotik davranışı ölçen niceliklerdeki değişimler tarafından açıklanabilir.

Kaotik davranışın belirlenmesi ve ölçülmesi için önerilen istatistik ve analizlerin teorisi, sistemin düzenli aralıklarla ölçülmüş değerlerine, yani, zaman serilerine dayandırılarak geliştirilmiştir.

Zaman serileri, zamana bağlı olarak gözlemlenmiş değerlerden oluşan dizilerdir. Zhang vd. (2008), zaman serisini "gözlemlenen bir sistemden düzenli olarak örneklenen nicelikler dizisi" olarak tanımlamaktadır. Zaman serilerinin analizinde en önemli adım, verinin özelliklerinin belirlenmesidir. Aperiodyik, sınırlı, deterministik olma ve başlangıç

koşullarına hassas bağlılık gösterme özellikleri, kaotik zaman serilerini diğer doğrusal olmayan zaman serilerinden ayırmaktadır (Wilding, 1998).

Kaotik sistemlerin bu özellikleri, gözlemlenmiş zaman serisinden hareketle yeniden yapılandırılan belirli bir boyuttaki faz uzayında oluşan çekiciden elde edilen bilgiler ile incelenmektedir. Kaotik parametreler olarak adlandırılacak bu ölçümler, kaotik kestirim yaklaşımlarının da en önemli parametrelerini oluşturmaktadır.

Kaotik zaman serileri doğrusal olmayan seriler olduğundan bu bölümde öncelikle serinin doğrusal olup olmadığının belirlenmesi üzerinde durulmuş daha sonra çekicinin konumlanacağı faz uzayının yeniden yapılandırılması ve kaotik yapının belirlenmesinde kullanılan diğer ölçümlere yer verilmiştir.

5.1. BDS Testi

Bir zaman serisinin doğrusal olup olmadığının belirlenmesinde literatürde en sık kullanılan test, BDS testidir. BDS istatistiğinin kullanılması için herhangi bir dağılım varsayımı olmadığından kullanışlı bir test istatistiği olduğu ifade edilmektedir.

Brock, Dechert ve Scheinkman (1987) tarafından önerilen BDS testi daha sonra Brock vd. (1996) tarafından geliştirilerek açıklanmıştır. BDS test istatistiği, artıkların bağımsız ve aynı dağılımlı (iid) olduğunu ifade eden yokluk hipotezini sınanan bir testtir ve zaman serisindeki doğrusal olmayan ardışık bağımlılığı ortaya koymaktadır.

Brock vd. (1996) ilk çalışmalarında BDS testini, herhangi bir zaman serisi verisinin kaotik veri üretim sürecinden gelip gelmediğinin belirlenmesinde karşılaşılan problemlerden güdülenerek geliştirdiklerini ve deterministik doğrusal olmayan dinamikler ve kaos teorisi üzerine yapılan son çalışmalara dayandırdıklarını ifade etmektedirler. Bu nedenle BDS testi, Bölüm 5.5'te anlatılan Grassberger ve Proccaccia (1983)'nın korelasyon integraline dayanmakta ve korelasyon integralinin farklı boyutlarda hesaplanmasıyla oluşturulmaktadır.

BDS test istatistiği,

$$W_{d,n}(r) = \sqrt{n} \frac{T_{d,n}(r)}{V_{d,n}(r)} \quad (5.1)$$

denklemini ile tanımlanmaktadır. $C(r)$ korelasyon integrali olmak üzere d- gömme boyutundaki korelasyon integrali,

$$C_d(r) = C_1(r)^d \quad (5.2)$$

iken denklemdeki $T_{d,n}(r)$ değeri,

$$T_{d,n}(r) = C_{d,n}(r) - C_1(r)^d \quad (5.3)$$

olmaktadır.

$V_{d,n}(r)$ değeri, $T_{d,n}(r)$ 'nin standart hatası olmak üzere,

$$V_{d,n}(r) = 4 \left(K^d + 2 \sum_{j=1}^{d-1} K^{d-j} C_1^{2j} + (d-1)^2 C_1^{2d} - d^2 K C_1^{2d-2} \right) \quad (5.4)$$

denklemini ile hesaplanmaktadır. Bu denklemdeki K değeri,

$$K = K_n(r) = \frac{2}{n(n-1)(n-2)} \sum_{t=1}^n \sum_{s=t+1}^n \sum_{m=s+1}^n h_{t,s,m}(r) \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} h_{t,s,m}(r) = & I_r(X_t, X_s) I_r(X_s, X_m) + I_r(X_t, X_m) I_r(X_m, X_s) \\ & + I_r(X_s, X_t) I_r(X_t, X_m) \end{aligned} \quad (5.6)$$

ile belirlenmektedir.

Brock, Dechert ve Scheinkman (1987), $\{x_i\}$ 'nin bağımsız ve aynı dağılımlı olduğu varsayımı altında $W_{d,n}(r)$ istatistiğinin herhangi bir d ve r değeri için asimptotik olarak standart normal $N(0,1)$ dağıldığını göstermişlerdir. Ayrıca, önerilen test istatistiğinin elde edilen modelin uyum iyiliğinin test edilmesinde kullanılabilir olmasının yanı sıra deterministik kaosun belirlenmesinde yararlı bir araç olduğunu ifade etmektedirler. Bu nedenle BDS testinin literatürde daha çok veri setinin doğrusal olup olmadığının belirlenmesinde kullanılmasının dışında, deterministik kaosun varlığına işaret eden bir test olarak kullanıldığı çalışmalar da bulunmaktadır (Hsieh,1989; Kasap ve Kurt, 1998; Kasap ve Uçar, 1998; Özdemir ve Akgül, 2014).

5.2. Faz Uzayının Yeniden Yapılandırılması

Üçüncü bölümde faz uzayı kavramı üzerinde durulmuş ve denklem sistemi bilinen dinamik bir sistemin faz uzayının oluşturulması, bir örnek üzerinden anlatılmıştı. Matematiksel denklemi bilinen sistemlerin faz uzayı Şekil 2.1'de gösterildiği gibi kolay bir şekilde oluşturularak sistemin davranışı incelenebilmektedir. Buna karşın günlük hayatta karşımıza çıkan pek çok sistemi açıklayan tüm değişkenlerin ve dolayısıyla sistemin denkleminin bilinmesi mümkün olmamaktadır. Bu tür dinamik bir sistemin davranışının incelenmesi için sisteme ait tek değişkenli bir zaman serisi yeterli olmaktadır. Tek değişkenli bir zaman serisi ve onun gecikmeli değerleri kullanılarak çok boyutlu faz uzayı oluşturulmaktadır. Oluşturulan bu faz uzayına “yeniden yapılandırılmış faz uzayı” denilmektedir.

Tek değişkenli zaman serisindeki kaotik bir sinyal, gözlemlenen zaman serisi uzayında düzensiz ve daha az öngörülebilir olurken deterministik yapısı nedeniyle faz uzayında düzenli bir yapıya sahip olabilmektedir (Basharat ve Shah, 2009). Böylece bu yeniden yapılandırılmış faz uzayından elde edilen bilgilerle sistemin davranışı açıklanabilmektedir.

Doğrusal olmayan dinamik sistemlerin karakterize edilmesi için faz uzayının yeniden yapılandırılmasında tek değişkenli bir zaman serisinin kullanılması ilk kez Packard vd. (1980) tarafından önerilmiş ve daha sonra Takens (1981) tarafından sağlam teorik temeller üzerine oturtulmuştur (Hilborn, 2000).

Packard vd. (1980), kaotik dinamik bir sistem olduğu bilinen Rössler sistemini kullanarak yaptıkları çalışmada üç değişkenli denklem sisteminin tek bir değişkenini ve onun zaman gecikmeli değerlerini kullanarak oluşturdukları yeniden yapılandırılmış faz uzayındaki çekicinin, üç değişkenli sistemin çekicisi ile benzer geometrik ve dinamik özellikler gösterdiğini belirlemişlerdir. Buna göre, yeniden yapılandırılmış faz uzayı düzgün bir şekilde oluşturulabilirse bu faz uzayındaki yörüngelerin davranışları, sistemin çok boyutlu faz uzayındaki gerçek yörüngeleri ile benzer geometrik ve dinamik özelliklere sahip olmaktadır. Diğer bir deyişle, yeniden yapılandırılmış faz uzayındaki yörüngelerin hareketi, bir anlamda, sistemin orijinal faz uzayındaki gerçek yörüngelerin davranışlarını taklit etmektedir (Hilborn, 2000).

Kaotik bir sistemin bilinen bir denkleminin olmaması durumunda faz uzayı noktaları, orijinal zaman serisinden Takens'in (1981) gömme teoremi kullanılarak türetilmektedir. Gömme teoremi, kaotik bir zaman serisi için uygun bir zaman gecikmesi ve gömme boyutu ile verinin yeniden yapılandırılabilirliğini ve bu yapılandırılmış verinin sistemin gizli bilgilerini ortaya çıkarabileceğini ileri sürmektedir.

Takens'in gömme teoremine göre kaotik bir zaman serisi,

$$X_t = (x_t, x_{t+\tau}, x_{t+2\tau}, \dots, x_{t+(d-1)\tau}), \quad t = 1, 2, \dots, N - (d-1)\tau \quad (5.7)$$

vektörlerinin grafiğinin çizilmesiyle çok boyutlu uzaya gömülmektedir. Denklemden $x(t)$, N birimlik gözlemlenmiş zaman serisi olmak üzere; d gömme boyutunu ve τ zaman gecikmesini ifade etmektedir.

Anlaşılabacağı üzere, Takens'in teoreminin uygulanarak faz uzayının yeniden yapılandırılabilmesi için en önemli iki parametre olan zaman gecikmesi (τ) ve gömme boyutunun (d) belirlenmesi gerekmektedir.

5.2.1. Zaman gecikmesinin belirlenmesi

Zaman gecikmesi, çekicinin en uygun şekilde görünür hale getirilebilmesi için tek değişkenli zaman serisinden üretilecek faz uzayı vektörlerinin oluşturulmasında

kullanılmaktadır. Sonsuz sayıda gürültüsüz veri için gecikme zamanı keyfi olarak seçilebilmektedir (Takens, 1980; Fraser ve Swinney,1986'dan). Deneysel çalışmalarla bu koşullarda veri üretmek mümkünken günlük hayatta karşılaşılan zaman serilerinde sınırlı sayıda ve gürültülü verilerle karşılaşılabılır. Bu durumda kaotik sistemlerin davranışlarının açıklanması için oluşturulacak çekicinin, faz uzayında sistemin dinamiklerini tam olarak yansıtabilmesi için en uygun zaman gecikmesinin bulunması gerekmektedir.

Abarbanel'e (1996) göre zaman gecikmesi değeri,

1. Örnekleme zamanı T 'nin katı olmalıdır. Çünkü veriler sadece bu örnek zamanlarında gözlemlenmiştir.
2. Eğer çok küçük seçilirse, $X(n)$ vektörlerinde bulunan $x(n)$ ve $x(n+\tau)$ koordinatları yeterince bağımsız olmayacaktır. Bu durumda sistem gereğinden fazla örneklenmiş olacağından bu kısa zaman diliminde sistem yeterince yeni bilgi üretemeyecek ve oluşturulan faz uzayından sistemin davranışıyla ilgili yeterli bilgi elde edilemeyecektir.
3. Eğer çok büyük seçilirse, kaotik sistemler doğası gereği kararsız olduğundan, $x(n)$ ve $x(n+\tau)$ koordinatları arasındaki herhangi bir ilişkinin rastgele olduğunu düşündürecektir. $x(n)$ çok doğru bir şekilde belirlense bile, T büyüdükçe, kaosun karakteristiği gereği varolan küçük hataların T -adım sonra üstel olarak büyümesi engellenemeyecektir.

Gecikme parametresi τ , bir zaman serisi tarafından üretilen kaotik davranışın yapısını belirlemektedir. Zaman gecikmesi ile dinamik bir sistemin davranışı arasındaki ilişki Zang ve Man (1998) tarafından Çizelge 5.1'de özetlenmiştir:

Çizelge 5.1. Zaman Gecikmesi ile Sistemin Davranışı Arasındaki İlişki

Zaman gecikmesi	Yörünge
$\tau < 4,43$	Kararlı sabit nokta
$4,43 < \tau < 13,3$	Kararlı limit döngü
$13,3 < \tau < 16,8$	İkili limit döngü
$\tau > 16,8$	Kaos

Zaman gecikmesinin belirlenmesi için literatürde en sık kullanılan yöntem, Fraser ve Swinney (1986) tarafından önerilen Ortalama Karşılıklı Bilgi Yöntemi (Average Mutual Information)'dir.

Fraser ve Swinney (1986) tarafından önerilen ve optimum gecikme zamanının belirlenmesinde kullanılan karşılıklı bilgi yöntemi, bir zaman serisi ve onun gecikmeli değerlerini içeren iki serinin birbiri hakkında içerdiği bilgiyi ölçen bir yöntemdir ve doğrusal olmayan ilişkileri göz önüne alarak hesaplama yapmaktadır.

Karşılıklı bilgi yönteminin temeli, Shannon (1948)'in A ve B setlerinden alınan a_i ve b_j ölçümleri arasındaki karşılıklı bilgi yaklaşımına dayanmaktadır. $A = \{a_i\}$ setinden alınan a_i ölçümü ile $B = \{b_j\}$ setinden alınan b_j ölçümü arasındaki karşılıklı bilgi, a_i 'nin ölçülmesiyle b_j ölçümü hakkında elde edilecek bilgi miktarını ifade etmektedir ve aşağıdaki denklemle hesaplanmaktadır.

$$\log_2 \left[\frac{P_{AB}(a_i, b_j)}{P_A(a_i) \cdot P_B(b_j)} \right] \quad (5.8)$$

A ve B tamamen bağımsız ise,

$$P_{AB}(a, b) = P_A(a) \cdot P_B(b) \quad (5.9)$$

bağımsızlık kuralı gereği, karşılıklı bilgi değeri sıfır olacaktır.

Bu bilgi istatistiğinin tüm ölçümlerinin ortalaması, A ve B ölçümleri arasındaki “ortalama karşılıklı bilgi” kavramı ile ifade edilmektedir.

$$I_{AB} = \sum_{a_i, b_j} P_{AB}(a_i, b_j) \cdot \log_2 \left[\frac{P_{AB}(a_i, b_j)}{P_A(a_i) \cdot P_B(b_j)} \right] \quad (5.10)$$

Shannon’ın ortalama karşılıklı bilgi istatistiğinden hareketle A seti yerine $x(n)$ ve B seti yerine $x(n+T)$ değerleri alınırsa zaman serisinin kaotik yapısının incelenmesinde kullanılacak ortalama karşılıklı bilgi istatistiği $I(T)$ aşağıdaki denklemde verildiği gibi elde edilmiş olur.

$$I(T) = \sum_{x(n), x(n+T)} P(x(n), x(n+T)) \cdot \log_2 \left[\frac{P(x(n), x(n+T))}{P(x(n)) \cdot P(x(n+T))} \right] \quad (5.11)$$

$x(n)$, t anındaki gözlem değerlerini ve $x(n+T)$, $t+T$ anındaki gözlem değerlerini ifade etmektedir. Böylece, $x(n+T)$ ’nin ölçülmesiyle $x(n)$ hakkında elde edilen bilgi miktarı, diğer bir deyişle ortalama karşılıklı bilgi değeri elde edilmiş olur. Genel görüşe göre $I(T) \geq 0$ ’dır. T büyüdüğünde, sinyallerin kaotik davranışı $x(n)$ ve $x(n+T)$ değerlerini bağımsız hale getireceğinden ve $I(T)$ değeri 0’a gidecektir. $x(n)$, d -boyutlu vektörlerle yer değiştirdiğinde ortalama karşılıklı bilgi değeri, yüksek boyutlu faz uzayı için genelleştirilmiş olur (Abarbanel, 1996).

$I(T)$ ortalama karşılıklı bilgi değerinin ilk minimum olduğu T değeri, çekicinin konumlanacağı faz uzayının oluşturulmasında kullanılacak optimum gecikme değeri (τ) olarak alınmaktadır.

5.2.2. Gömme boyutunun belirlenmesi

Gömme boyutu, dinamik sistemlerin faz uzayındaki görüntüleri olan çekicilerin en uygun şekilde konumlandırılması için gerekli olan faz uzayı boyutunu ifade etmektedir. Diğer bir deyişle gömme boyutu, faz uzayının boyutunu vermekte ve faz uzayının belirlenen gömme boyutu kadar koordinatı olmaktadır.

Bir zaman serisi analiz edilmeye başlandığında bu zaman serisinin faz uzayındaki koordinat sayısı ve gecikme sayısının nasıl belirleneceği bilinmemektedir. Gürültüsüz veri için gömme teoremleri, faz uzayı vektörlerinin X_n vektörlerine eşit olduğu bir d boyutun varlığını garanti etmektedir (Kantz ve Schreiber, 2004).

Bir çekicinin en önemli özelliklerinden biri, faz uzayında genellikle yoğun bir cisim biçiminde olmasıdır. Çekicinin bir yörüngesindeki noktalar, faz uzayında komşulara sahiptir. Bu komşuların en önemli yararlarından biri, çekicinin üzerindeki veya yakınındaki yeni noktaların zamana göre kestirim denklemini türetmek için faz uzayı komşuluklarının nasıl belirleneceği hakkında bilgi sağlamasıdır. Komşular aynı zamanda, sistemin Lyapunov üstellerinin doğru bir şekilde hesaplanmasına yardımcı olmaktadır (Kennel vd., 1992).

Gömme boyutunun faz uzayının dinamiğini yansıtacak şekilde seçilmesi çok önemlidir. Çok küçük bir gömme boyutunda çekici katlanacağı için, birbirine yakın duran tüm noktalar, dinamikler nedeniyle komşu olmayacak, gerçekte birbirlerinden uzak olmalarına rağmen komşu gibi görünecektir. Çünkü çekicinin geometrik yapısı daha küçük bir uzay üzerinde oluşturulmuştur (Kennel vd., 1992). Benzer şekilde gömme boyutu olması gerekenden büyük seçilirse, çekici faz uzayına dağılacığından gerçekte komşu olan noktalar birbirinden uzakta konumlanacağı için komşu olarak görünmeyecektir.

Kaotik bir zaman serisinin gömme boyutunu belirlemek için kullanılan birkaç yöntem bulunmaktadır. Ancak literatürde en sık kullanılan yöntemler Kennel vd. (1992) tarafından önerilen Yanlış En Yakın Komşular (False Nearest Neighbours) yöntemi ve Cao (1997) tarafından en yakın komşu yöntemine benzer şekilde geliştirilen En Küçük Gömme Boyutu yöntemidir.

Doğrusal olmayan zaman serilerini, dinamiklerin görüldüğü zaman gecikmeli faz uzayına dönüştürmek için gözlemlenmiş skaler niceliklerin zaman gecikmeli değerleri kullanılmaktadır ve bu $x(t_0 + n\Delta t) = x(n)$ gecikmeli değerler, faz uzayının koordinatları olmaktadır.

Gözlemlenmiş zaman serisinden hareketle d -boyutlu uzayda tanımlanan çok değişkenli vektörler,

$$X(n) = [x(n), x(n+\tau), \dots, x(n+(d-1)\tau)] \quad (5.12)$$

sistemin yörüngesini çizmektedir. x 'lerin zamana göre değişimi, $X(n) \rightarrow X(n+1)$ ile verilmektedir. Gömme boyutu olarak kullanılmak üzere en uygun d değerinin ne olması gerektiği sorusu için Kennel vd. (1992) “yanlış en yakın komşu” sayısının belirleneceği yöntemi önermişlerdir. Yanlış en yakın komşu sayısı sıfıra yaklaştığında çekici, \mathfrak{R}^d d -boyutlu Öklid uzayına gömülmektedir.

Yanlış en yakın komşular yönteminde, seçilen bir nokta ve bu noktanın yakın komşuları için ayrı ayrı d boyutlu ve $d+1$ boyutlu uzay için Öklid uzaklığının karesi hesaplanmaktadır. Daha sonra bu kareli uzaklıkların bir oranı hesaplanmaktadır. Bu oran, belli bir eşik değeri ile karşılaştırılıp seçilen noktanın yanlış en yakın komşu olup olmadığı değerlendirilmektedir.

d boyutlu bir uzayda $X^r(n)$, $X(n)$ ’in r . en yakın komşusu olmak üzere $X(n)$ ve $X^r(n)$ arasındaki öklit uzaklığının karesi,

$$R_d^2(n, r) = \sum_{k=0}^{d-1} [x(n+k\tau) - x^{(r)}(n+k\tau)]^2 \quad (5.13)$$

denklemleri ile ifade edilmektedir. d . boyuttan $d+1$. boyuta geçmek için her bir $X(n)$ vektörüne $(d+1)$. koordinat eklenir. Bu yeni koordinat, $x(n+d\tau)$ ’dir. $(d+1)$. koordinatın eklenmesinden sonra $X(n)$ ve aynı r . komşusu $X^r(n)$ arasındaki öklit uzaklığının karesi,

$$R_{d+1}^2(n, r) = R_d^2(n, r) + [x(n+d\tau) - x^{(r)}(n+d\tau)]^2 \quad (5.14)$$

olmaktadır. En uygun gömme boyutunun belirlenmesinde d . boyuttan $d+1$. boyuta geçerken $X(n)$ ve $X^r(n)$ arasındaki uzaklıktaki artışın büyük olması önemli bir kriterdir. Bu kriter, bir komşunun yanlış komşu olduğunun belirlenmesi için aşağıdaki denklemle ifade edilmektedir.

$$\left[\frac{R_{d+1}^2(n, r) - R_d^2(n, r)}{R_d^2(n, r)} \right]^{1/2} = \frac{|x(n + d\tau) - x^{(r)}(n + d\tau)|}{R_d(n, r)} > R_{tol} \quad (5.15)$$

Bu denklemde R_{tol} bir eşik değerdir. Kennel vd.ne (1992) göre, $R_{tol} \geq 10$ olduğunda yanlış komşular açık bir şekilde belirlenmektedir. Bu işlem için yalnızca en yakın komşuları ($r=1$) göz önünde bulundurmak ve yörünge üzerindeki her bir noktayı ($n=1,2,\dots,N$) sorgulayarak N tane en yakın komşudan kaç tanesinin yanlış olduğunu saptamak yeterlidir.

Kennel vd. (1992), sınırlı sayıdaki veri için yanlış komşu sayısının belirleneceği ikinci bir kriter daha önermiştir. Buna göre, en yakın komşu $X^1(n)$, $X(n)$ 'e yeterince yakın değilse ve yanlış komşu ise, $R_{d+1}(n) = R_{d+1}(n, r=1)$ uzaklığı, R_A çekicinin büyüklüğü olmak üzere, $R_{d+1}(n) \approx 2R_A$ olacaktır. Yani, en yakın komşular yanlışsa, birbirlerinden uzaklaştıklarında uzakta olan bu en yakın komşular, çekicinin uçlarına kadar uzamış olacaktır. Önerilen ikinci kriter, aşağıdaki denklemle verilmektedir.

$$\frac{R_{d+1}(n)}{R_A} > A_{tol} \quad (5.16)$$

Bu denklemdeki R_A ,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^N x(n) \quad (5.17)$$

olmak üzere,

$$R_A^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x(n) - \bar{x}]^2 \quad (5.18)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır. A_{tol} değeri, $R_{d+1}(n) \approx 2R_A$ olduğundan 2 olarak kabul edilmektedir. Her iki kriter için de eşitsizlik sağlanmadığında en yakın komşu, yanlış komşu olarak kabul edilmektedir. Gömme boyutu değerleri birer birer artırılarak hesaplanan yanlış

en yakın komşu değerinin sıfıra yaklaştığı d değeri, en uygun gömme boyutu olarak kabul edilmektedir.

En uygun gömme boyutunun belirlenmesinde kullanılan yaklaşımlardan bir diğeri olan Cao'nun (1997) yaklaşımı da en yakın komşu yaklaşımına benzer bir şekilde aşağıdaki biçimde tanımlanmaktadır.

$X_d(n)$, d -boyutlu uzayda n . yeniden yapılandırılmış vektör ve $X_d^{(1)}(n)$ onun en yakın komşusu olmak üzere bu iki nokta arasındaki ortalama uzaklık,

$$E(d) = \frac{1}{N - d\tau} \sum_{n=1}^{N-d\tau} \frac{\|X_{d+1}(n) - X_{d+1}^{(1)}(n)\|}{\|X_d(n) - X_d^{(1)}(n)\|} \quad (5.19)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır. $\|\cdot\|$ max norm uzaklığı,

$$\|X_d(n) - X_d^{(1)}(n)\| = \max_{0 \leq j \leq d-1} |x(n + j\tau) - x^{(1)}(n + j\tau)| \quad (5.20)$$

ile belirlenmektedir. d . boyuttan $d+1$. boyuta geçildiğinde noktalar arasındaki uzaklık değişimi,

$$E_1(d) = \frac{E(d+1)}{E(d)} \quad (5.21)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır. d yeterince büyüdüğünde $E_1(d)$ 'deki değişim durmakta ve bu noktadaki d değeri en uygun gömme boyutu olarak kabul edilmektedir.

5.3. Korelasyon Boyutu

Faz uzayı yeniden yapılandırıldıktan sonra bu faz uzayında elde edilen çekicinin özellikleri incelenerek elde edilen bilgilerle dinamik sistemlerin davranışları belirlenebilmektedir.

Çekicilerin boyutları, dinamik sistemi ya da kaosun yapısını tanımlama açısından önemlidir. Basit çekiciler için boyut belirlemenin bir önemi yoktur. Çünkü kararlı bir denge noktasının kesirsel boyutu sıfırdır. Periyodik çekicilerin boyutları ise birdir. Yine ikili periyotlu çekici (torus) için boyut değeri iki olarak bilinir. Anlaşılacağı gibi düzgün ve birbirini belli bir sıra ile tekrar eden davranışlar için boyut tamsayıdır (Kurt ve Kasap, 2011).

Kaotik olmayan sistemler yukarıda ifade edildiği gibi tamsayı boyutlu çekicilere sahipken kaotik sistemler kesirli boyutlarla tanımlanan tuhaf çekicilere sahiptir (Kugiumtzis vd.,1994). Çekiciler için kesirsel boyutun belirlenmesi, çekiciye ait ilk elden bilgi sağlanması, bir noktanın çekici üzerindeki konumunun belirlenmesinin sağlanması ve dinamik sistemin analizi için faz uzayının gerekli en az boyutu vermesi açısından önemlidir (Kurt ve Kasap, 2011).

Daha önce değinildiği gibi tuhaf çekicilerin kesirsel boyutları, fraktal boyut olarak da anılmaktadır. Fraktal boyut, çekicinin geometrik şeklinin bir özelliğidir ve çekici üzerindeki noktaların d -boyutlu faz uzayındaki dağılımı ile ilgilidir (Abarbanel,1996). Fraktal boyut, aynı zamanda kaotik sistemin kendine benzeme özelliğinin de bir ölçüsü olmaktadır.

Çekicinin fraktal boyutunun belirlenmesi için geliştirilmiş en bilinen boyut hesaplama yöntemleri, kapasite boyutu, bilgi boyutu, Lyapunov boyutu ve korelasyon boyutudur (Parker ve Chua, 1987). Ancak hesaplama kolaylığı açısından literatürde en çok tercih edilen yöntem, Grassberger ve Procaccia (1983 a, b) tarafından geliştirilen korelasyon boyutudur.

Grassberger ve Procaccia (1983 a, b) tarafından geliştirilen korelasyon boyutu, sistemin karmaşıklık düzeyinin bir ölçüsüdür. (Abarbanel vd, 1992). Eckmann ve Ruelle'e (1985) göre, korelasyon boyutu daha fazla teorik bilgi sağlama açısından diğer yöntemlere göre daha başarılı sonuçlar vermektedir. Metod, yeniden yapılandırılmış çekici üzerindeki uzun dönem gözlemlenmiş zaman serisinin noktaları arasındaki korelasyonu dikkate alarak hesaplanan korelasyon integraline dayanmaktadır.

$\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$ çekici üzerindeki noktalar kümesi olmak üzere d-boyutlu faz uzayı için korelasyon integrali $C(r)$,

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \left(\left| X_i - X_j \right| < r \text{ olan } (i, j) \text{ çiftlerinin adedi} \right) \quad (5.22)$$

olmak üzere

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \Theta(r - |X_i - X_j|) \quad (5.23)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Denklemden r , önceden belirlenmiş bir yarıçap ve $\Theta(x)$, Heaviside basamak fonksiyonu olup,

$$\Theta(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } x \leq 0 \\ 1, & \text{if } x > 0 \end{cases} \quad (5.24)$$

biçiminde tanımlanmaktadır.

Korelasyon integrali, standart korelasyon fonksiyonu $c(r)$,

$$c(r) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N \delta^d(X_i - X_j - r) \quad (5.25)$$

ile ilişkili olarak,

$$C(r) = \int_0^r d^d r c(r) \quad (5.26)$$

denklemini ile ifade edilmektedir

Grassberger and Procaccia'ya (1983 a, b) göre, ν korelasyon üsteli olmak üzere, $C(r)$, küçük r değerleri için r 'nin kuvvetine denk olmaktadır.

$$C(r) \approx r^\nu \quad (5.27)$$

“Küçük r değerleri” ifadesinin ne olduğu sorusuna Abarbanel (1996), şöyle bir açıklama getirmiştir:

“Küçük” gerçekten boyutsuz terimlerle ifade edilmelidir ve doğal olarak r 'yi ölçebildiğimiz tek ölçek, çekicinin büyüklüğü R_A 'dır.”

Buna göre,

$$0 \leq \frac{r}{R_A} \leq 1 \quad (5.28)$$

eşitsizliğini sağlayan r değerinin “küçük” olduğu söylenmektedir.

Grassberger and Procaccia (1983 a, b) çeşitli kaotik sistemler üzerinde yaptıkları araştırmalarla $\nu = d_a$ olduğunu göstermişler ve korelasyon boyutunu, $\ln C(r) - \ln(r)$ grafiğinin eğimi olmak üzere,

$$\nu = d_a = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln C(r)}{\ln(r)} \quad (5.29)$$

denklemleri ile tanımlamışlardır.

Çekicinin fraktal boyutunu ifade eden korelasyon boyutu sistemin kaotik yapısı hakkında önemli ipuçları vermektedir. Tamsayı olmayan, sınırlı ya da doymuş d_a değeri, sistemin kaotik bir yapıya sahip olduğunu, aynı zamanda deterministik olduğunu ve başlangıç koşullarına hassas bağımlılık gösterdiğini ifade etmektedir. Gömme boyutu arttıkça d_a değeri de sınırsız bir şekilde artıyorsa araştırma altındaki sistemin stokastik olduğu düşünülmektedir. Artan gömme boyutu değerlerine göre d_a değeri doygunluk noktasına

ulaştığında bu doygunluk noktasının üst tamsayı değeri, korelasyon boyutu olarak tanımlanmakta ve faz uzayında konumlanacak çekicinin boyutunu ifade etmektedir. Çekicinin boyutu, çekici üzerindeki dinamiklerin modellenmesi için gerekli olan minimum bağımsız değişken sayısını vermektedir (Fraedrich,1986; Shang vd, 2005).

Faz uzayının boyutu olan gömme boyutu ile çekicinin boyutu birbiriyle ilişkilidir. Takens (1981)'ın teoremi, gömme boyutunun $d \geq 2d_a + 1$ olacak şekilde belirlenmesinin uygun olduğunu ifade etmektedir. Abarbanel vd. (1990) ve Kugiumtzis vd.ne (1994) göre, $d \geq 2d_a + 1$ koşulu yeterli ancak gerekli değildir ve pratikte $d < 2d_a + 1$ olabilmektedir. Diğer bir ifade ile bir çekici, pratikte d_a kadar küçük bir gömme boyutunda da başarılı bir şekilde yeniden yapılandırılabilir. Farmer ve Sidorowich (1987) de, gömme boyutunun belirlenmesinde $d \geq d_a$ olacak şekilde bir gömme boyutu alınmasının minimal yeterlilik olduğunu belirtmektedir. Bununla birlikte Smaoui (1999), bu verilen eşitsizliklerin gömme boyutunun alt ve üst sınırlarını oluşturduğunu düşünerek $d_a \leq d \leq 2d_a + 1$ olacak şekilde bir gömme boyutunun belirlenmesinin uygun olduğunu ifade etmektedir.

5.4. En Büyük Lyapunov Üsteli

Bir zaman serisi için kaos, genellikle sistemin faz uzayındaki görüntüsü olan çekicinin gözlemlenmesiyle ve çekicinin fraktal boyutunun hesaplanmasıyla tanımlanabilir. Ancak bir zaman serisinin kaotik olup olmadığının en önemli işareti, Rus Matematikçi Aleksandr Lyapunov tarafından geliştirilen Lyapunov üstelidir. Korelasyon boyutu ve en büyük Lyapunov üsteli, kaotik zaman serilerinin değişmez (invariant) özellikleri olarak tanımlanmaktadır.

Daha önce de değinildiği gibi, kaotik sistemlerin en önemli özelliği, başlangıç koşullarına hassas bağlılık göstermesidir. Çekici üzerindeki iki yakın başlangıç koşulu, yörünge boyunca zamana bağlı olarak birbirlerinden katlanarak büyüyen bir uzaklık ile ayrılır. Bu uzaklığın ortalama büyüme oranı, Lyapunov üsteli olarak adlandırılır. Periyodik sistemlerde yörüngeler birbirinden yavaşça uzaklaşırken kaotik sistemlerde bu uzaklaşma, üstel bir şekilde hızlıdır. En büyük Lyapunov üstelinin pozitif değeri kaosu (hassas bağlılığı), sıfır değeri periyodikliği (veya yarı-periyodikliği), negatif değeri ise kararlı denge durumunu

ifade eder. En büyük Lyapunov üsteli sonsuz olduğunda ise sistemin gürültülü olduğu söylenir (Kantz ve Schreiber, 2004; Sprott, 2010; Wolf vd., 1985). Dinamik bir sistemin mümkün davranış türleri ile ilişkili Lyapunov üstelleri Çizelge 5.2’de verilmektedir (Kantz ve Schreiber, 2004).

Çizelge 5.2. Davranış Türleri ve İlişkili Lyapunov Üstelleri

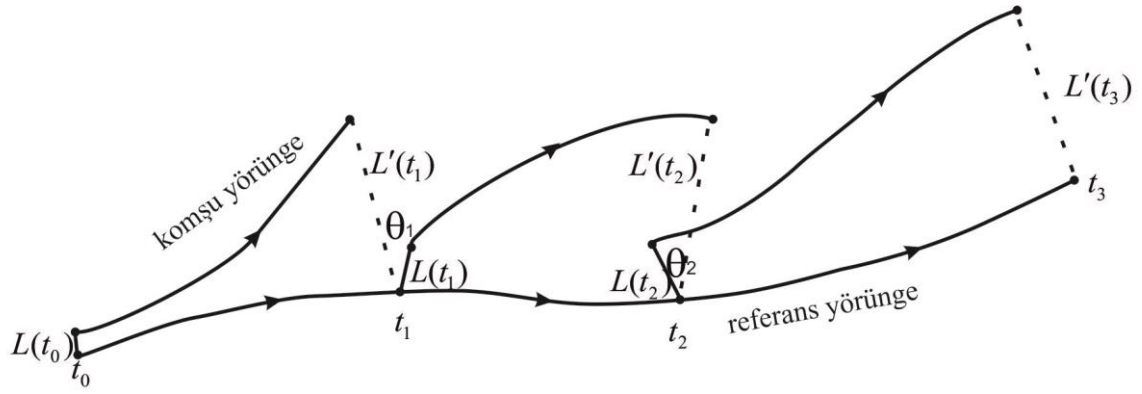
Davranış Türü	En büyük Lyapunov Üsteli
Kararlı sabit nokta	$\lambda_1 < 0$
Kararlı limit döngü	$\lambda_1 = 0$
Kaos	$0 < \lambda_1 < \infty$
Gürültü	$\lambda_1 = \infty$

Yörüngeler arası uzaklıktaki üstel bir büyüme, güçlü dalgalanmalarla birlikte gözlemlenir. Bu dalgalanmaların deterministik dinamiklerin farklı yönlerine ait olduğu bilinmektedir. Uzaklıklar doğru faz uzayında büyümelerine rağmen, uzaklıkların izdüşümü gözlem açısı nedeniyle kısa sürede görünür şekilde azalabilir. Dahası, gerçek faz uzayındaki uzaklıklar, çekici üzerinde her yerde aynı oranda büyümeyiz, yerel olarak küçülüyor da olabilir. Bu nedenle Lyapunov üsteli, tüm veri seti üzerindeki bu yerel uzaklaşma oranlarının ortalaması alınarak belirlenir (Kant ve Schriber, 2004).

Bir zaman serisinin en büyük Lyapunov üstelinin hesaplanması için farklı algoritmalar önerilmiştir (Eckmann ve Ruelle (1985); Wolf vd. (1985); Rosenstein vd. (1993); Kantz (1994)). Ancak literatürde en çok kullanılan yöntemler, Wolf vd. (1985) ile Kantz (1994)’ın önerdiği algoritmalar olduğundan burada bu iki algoritma tanıtılmıştır.

Wolf vd.nin (1985) önerdiği yaklaşıma göre; t_0 başlangıç noktası olmak üzere $\{x(t_0), \dots, x(t_0 + (d-1)\tau)\}$ kümesinden t_0 ’ın en yakın komşusu seçilir ve bu iki nokta arasındaki Öklid uzaklığı $L(t_0)$ ile gösterilir. Sonraki bir t_1 zamanında başlangıç uzaklığı $L'(t_1)$ olur. Başlangıç elemanı yeterince kısa bir zaman için çekici boyunca uzatılır. Böylece yalnızca küçük bir ölçekte çekicinin yapısının incelenmesi sağlanmış olur. İlerleme zamanı çok büyük seçilirse, çekicinin katlanan bölgesinden geçen iki yörünge arasındaki L' uzaklığı

küçülebilir. Bu durum, en büyük Lyapunov üsteli λ_1 'in daha küçük olarak tahmin edilmesine neden olur. İki nokta arasındaki vektörün uzunluğu arttığında, yeni bir komşu nokta seçilir. Bu komşu nokta, referans noktası ile ayrılığı $L(t_1)$ ve değişim ve gelişim elemanları arasındaki açısal ayrılığı küçük olacak şekilde seçilmelidir. Eğer yeterli bir değişim noktası bulunamazsa mevcut noktalar korunur. Bu işlem, referans yörünge tüm veri kümesini dolaşınca kadar Şekil 5.1'de görüldüğü gibi devam ettirilir.



Şekil 5.1. En Büyük Lyapunov Üstelinin Hesaplanma Adımları (Wolf vd.nden,1985)

M , değişim adımlarının toplam sayısını göstermek üzere en büyük Lyapunov üsteli aşağıdaki denklem yardımıyla hesaplanır.

$$\lambda_1 = \frac{1}{t_M - t_0} \sum_{i=1}^M \log_2 \frac{L'(t_i)}{L(t_{i-1})} \quad (5.30)$$

Kantz'ın algoritması da Wolf vd.ne (1985) benzer şekilde, iki yörünge arasındaki uzaklığın en büyük Lyapunov üsteli tarafından belirlenen bir oranla arttığı varsayımından faydalanarak geliştirilmiştir.

Kantz'ın algoritmasına göre en büyük Lyapunov üsteli, bir referans yörüngeyi komşuluğundaki tüm komşuların aranmasına ve komşular ve referans yörüngeyi arasındaki ortalama uzaklığın, zamanın bir fonksiyonu olarak hesaplanmasına dayanmaktadır (Kantz ve Schreiber, 2004).

Kantz (1994), algoritmasını geliştirirken şu iki hususu göz önüne almıştır:

1. Her şeyden önce üstel bir sapma, yalnızca kısa bir süre sonra başlar, zira keyfi bir fark vektörü en kararsız yönde dönmek zorundadır. Neticede, bu bir olasılıkla gerçekleşecektir.
2. Yörüngelerin uzaklaşma oranı, doğal olarak, etkin Lyapunov üstellerinin spektrumunun verdiği dalgalanmalarla birlikte, yörünge boyunca dalgalanmaktadır. En büyük etkin Lyapunov üsteli $\lambda_{\Delta t}$, (5.31) denklemi ile verilmektedir.

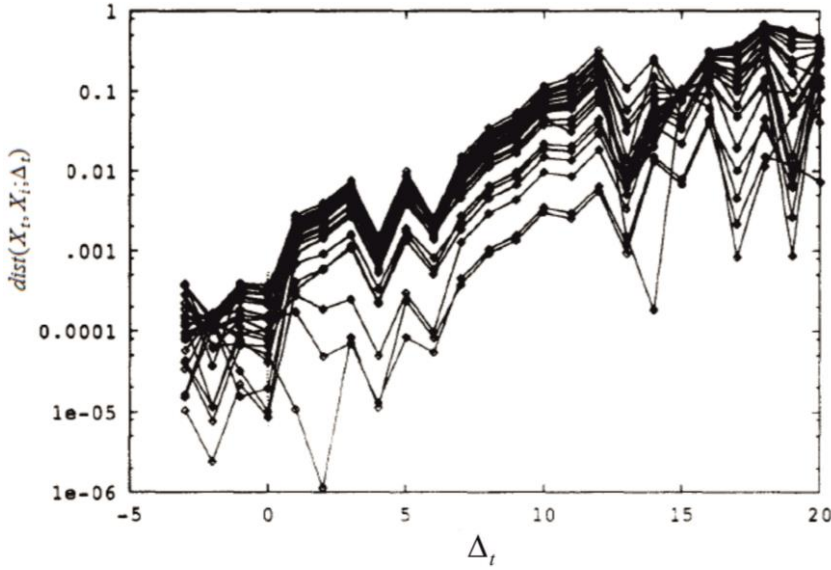
$$\lambda_{\Delta t}(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \ln \left(\frac{|X(t + \Delta t) - X_{\varepsilon}(t + \Delta t)|}{\varepsilon} \right), \quad (5.31)$$

$$X(t) - X_{\varepsilon}(t) = \varepsilon \omega_u(t)$$

Denklemdaki $\omega_u(t)$, en büyük etkin Lyapunov üsteli ile ilişkili yerel özvektördür. $\lambda_{\Delta t}(t)$ 'nin değeri, tanjant uzayındaki yapıya, dolayısıyla konuma bağlıdır ve küçük bir komşuluk içindeki tüm yörüngeler için yaklaşık olarak aynıdır. Tanım gereği, yörünge boyunca hesaplanan $\lambda_{\Delta t}(t)$ 'nin ortalaması doğru Lyapunov üstelini vermektedir.

Algoritma için öncelikle d -boyutlu gecikme koordinatları olan $X_t = (x_{t-d+1}, \dots, x_t)$ 'den keyfi bir nokta seçilir. Zaman serisinin, X_t 'nin ε -komşuluğu U_t içine düşen tüm gecikme vektörleri komşu yörüngelerin başlangıcı olarak düşünülür. Gerçek faz uzayında komşu yörüngeler arasındaki mesafe ölçülebilseydi, etkin Lyapunov üstellerinin dağılımıyla açıklanan uzaklaşma oranındaki dalgalanmalar tam olarak görülebilirdi. Ancak tek değişkenli bir zaman serisinden başlanarak faz uzayındaki uzaklıkların ölçülmesiyle bu işlem gerçekleştirilebilir. Bu durumda bir referans yörünge X_t ile onun bir komşusu X_i arasındaki Δt zaman sonundaki uzaklık $dist(X_t, X_i; \Delta t) = |X_{t+\Delta t} - X_{i+\Delta t}|$ ile tanımlanır. Bu uzaklıklar, gerçek faz uzayındaki fark vektörlerinin faz uzayının bir koordinatını içeren tek boyutlu bir alt uzay üzerindeki (genellikle doğrusal olmayan) izdüşümleridir. Böylece

uzaklıklar; θ , λ_1 'e karşılık gelen özvektör ile alt uzay arasındaki açıyı göstermek üzere $|\cos \theta|$ ile değiştirilmiş olur. θ açısı, etkin Lyapunov üsteli gibi faz uzayındaki konuma bağlıdır ve faz uzayındaki uzaklık yeterince küçükse, verilen bir X_t referans yörüngesinin tüm $X_i \in U_t$ komşuları için hemen hemen aynıdır. Şekil 5.2'de deneysel bir zaman serisi için farklı Δt değerlerine göre hesaplanan $dist(X_t, X_i; \Delta t)$ uzaklıklarının grafiğinde hemen hemen aynı θ açısı ile oluşan dalgalanmalar görülmektedir.



Şekil 5.2. $d=4$ ve $\varepsilon = 0,0004$ için bir X_t referans yörüngesinin 25 komşu yörüngesi için hesaplanan $dist(X_t, X_i; \Delta t)$ uzaklıkları (Kantz'dan, 1994).

En büyük Lyapunov üstelinin belirlenmesi için t sabit tutulur, X_t 'nin ε -komşuluğu U_t içindeki tüm X_i komşuları aranır ve X_t referans yörüngesi ile tüm komşu yörüngeler arasındaki uzaklıkların ortalaması, Δt 'nin bir fonksiyonu olarak (5.32) denklemi ile hesaplanır.

$$S(\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \ln \left(\frac{1}{|U(X_t)|} \sum_{X_i \in U(X_t)} |x_{t+\Delta t} - x_{i+\Delta t}| \right) \quad (5.32)$$

Bu fonksiyonun eğimi, en büyük Lyapunov üstelini (λ_1) vermektedir.

d-boyutlu bir sistem için $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_d$ olacak şekilde faz uzayının boyutu kadar Lyapunov üsteli hesaplanmaktadır. λ_1 değeri pozitif olduğunda sistemin başlangıç koşullarına hassas bağlı olduğu, diğer bir ifade ile kaotik bir yapıya sahip olduğu değerlendirilmektedir. λ_1 değerinin büyüklüğü, kaosun derecesi hakkında bilgi vermektedir. Ayrıca en büyük Lyapunov üsteli, kaotik zaman serilerinin en büyük kestirim uzunluğunun belirlenmesinde kullanılmaktadır.

6. KAOTİK KESTİRİM YAKLAŞIMLARI

Zaman serileri analizinin en önemli amaçlarından biri, zaman serisinin geçmiş ve cari değerlerinden faydalanarak gelecekte alacağı değerleri tahmin etmek, diğer bir ifade ile öngörü yapmaktır. Bir zaman serisinin kestirimi için ele alınan zaman serisini etkileyen pek çok faktör bulunmaktadır. Bu faktörlerin tamamını belirlemek ve analize dahil etmek pratikte her zaman mümkün olmamaktadır. Bu nedenle çok değişkenli zaman serileri analizinden ziyade tek değişkenli zaman serileriyle ilgili analizler literatürde yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bir zaman serisinin özelliklerinin ve zaman içerisindeki davranışının iyi bir şekilde belirlenmesi, bu zaman serisi ile yapılacak kestirimler için kullanılacak en uygun modelin bulunmasına olanak sağlamaktadır. Tek değişkenli zaman serilerinin kestirimi için trend analizi, hareketli ortalamalar yöntemi, üstel düzeltme teknikleri gibi geleneksel yöntemler geliştirilmiştir. Ancak bu yöntemler, hem zaman serilerinin hata terimlerindeki ardışık bağımlılığı dikkate alma hem de verinin zaman içerisindeki davranışını ortaya koyma konusunda yetersiz kalmaktadır (Özmen, 1986). Box ve Jenkins (1976) tarafından geliştirilen ARIMA (Karma Otoregresif Hareketli Ortalama) modelleri, tek değişkenli zaman serilerinin hata terimleri arasındaki ardışık bağımlılığı dikkate alarak kısa dönem için daha iyi öngörü değerleri vermesi nedeniyle diğer geleneksel yöntemlere göre daha fazla tercih edilmektedir.

Box-Jenkins yönteminin kullanılabilmesi için verilerin doğrusal ve durağan olması gerekmektedir. Bu nedenle incelenen zaman serisi verileri bazı dönüşümlerle doğrusal ve durağan hale getirilerek Box-Jenkins yöntemi kullanılmaya çalışılmaktadır. Ancak, doğrusal olmayan zaman serilerine uygulanan bu dönüşümler sonucu elde edilen parametre tahminlerinin ve kestirimlerinin yanlı olması ve daha büyük kestirim hatalarına yol açabilmesi nedeniyle doğrusal olmayan zaman serilerinde kullanılması uygun olmamaktadır. (Kasap ve Çelik, 2004).

Deterministik doğrusal olmayan sistemlerden elde edilen zaman serileri, doğrusal teknikler kullanılarak analiz edildiğinde geniş bantlı spektrumlar göstermekte ve seri

stokastik zaman serisi gibi gözükmetedir. Zaman serilerinin deterministik yapısının ortaya konması, daha gerçekçi ve daha iyi modeller oluşturulmasına ve böylece kestirim kapasitesinin artırılmasına yardımcı olmaktadır.(Casdagli, 1992; Kugiumtzis vd. 1994). Doğrusal olmayan zaman serilerinin modellenmesinde doğrusal yöntemlerin kullanılmasında sözü edilen sakıncalardan dolayı doğrusal olmayan modeller geliştirilmiştir. Ancak Box-Jenkins yöntemi olarak bilinen ARIMA modelleri, bazı çalışmalarda doğrusal olmayan modellerin başarısını ölçmek için referans metot olarak kullanılmaktadır.

Zaman serilerinin doğrusal olmayan modellerle modellenmesi ve kestirimi 1980'lerden itibaren çalışılan konulardan olmuştur. Haggan ve Ozaki (1980, 1981) üstel AR modelleri, Engle (1982) ARCH-GARCH modelleri, Rao ve Gabr (1984) bilineer modeller, Tong (1978, 1983, 1990) eşiksel otoregresif modeller (TAR) ve kendinden uyarımlı eşiksel otoregresif modeller (SETAR) üzerinde çalışmıştır. Kasap ve Çelik (2004), eşiksel AR modeli olarak adlandırılan bu modellerin, zaman serisine eşikler konarak doğrusal olmayan modellerin parça parça doğrusallaştırılmasına dayandığını ifade etmektedir.

Geliştirilen bu modeller, kaotik zaman serilerinin analizinde de denenmiştir. Üstel AR modelleri, global fonksiyon yaklaşımı olarak ele alınmış, TAR ve SETAR modelleri kaotik zaman serilerinin yerel kestirim yaklaşımlarının geliştirilmesinde faz uzayının bölgelere ayrılarak incelenmesi ile ilişkilendirilmiştir. Bu konuda Chan ve Tong (2001) ayrıntılı bilgi sunmaktadır.

Zaman serileri temelde doğrusal ve doğrusal olmayan zaman serileri olarak sınıflandırılmakta, kaotik zaman serileri –daha önce değinildiği gibi- başlangıç koşullarına hassas bağıllık gösterme, fraktal yapıya sahip olma, sonlu sınırlar içerisinde sonsuz aperiodyik davranışlar sergileme gibi bir takım karakteristik özelliklerle doğrusal olmayan zaman serilerinden ayrılmaktadır. Bu nedenle kaotik zaman serilerinin kestiriminde yukarıda bahsedilen doğrusal olmayan modellerin kullanılması, kaotik serilerin bu karakteristiklerinin göz ardı edilmesi anlamına gelmektedir. Kaos teorisi, dinamik sistemlerin özelliklerinin ortaya konması ve karmaşık yapıya sahip bir zaman serisinin eğiliminin kestirilmesi için önemli bir araç sunmuştur. Kaos teorisi üzerine çalışan bilim adamları bu durumu dikkate alarak kaotik zaman serilerinin kestirimi için doğrusal olmayan kestirim yaklaşımlarını kaotik parametrelerle birleştirerek bir takım yeni yaklaşımlar geliştirmişlerdir.

Kaotik zaman serilerinin modellenmesi ve kestirimine ilişkin ilk çalışmalar Crutchfield ve McNamara (1987), Farmer ve Sidorowich (1987), Lapedes ve Farber (1987) ve Casdagli (1989) tarafından yapılmıştır. Disiplinler arası bir konu ve günlük hayatta kaotik sistemlerin geniş bir uygulama alanı olması nedeniyle 1980'lerin sonlarında başlayan kaotik zaman serilerinin kestirimi ile ilgili çalışmalar halen güncelliğini korumaktadır. Kaotik zaman serilerinin kestirimi için yapay zeka uygulamalarından bulanık mantığa ve genetik algoritmalara kadar pek çok farklı algoritma üzerinde çalışılmaktadır.

Kaotik zaman serilerinin kestirimleri, tuhaf kaotik çekicilerin gözlemlenmiş zaman serisi x_i 'den yeniden yapılandırılmasına dayanmaktadır (Takens, 1981). Takens, d , gömülü boyut ve τ , gecikme zamanı olmak üzere; çekicilerin gömülmesinin gecikme koordinatlarından elde edilen $X_t = [x_t, x_{t-\tau}, \dots, x_{t-(d-1)\tau}]$ vektörünün oluşturulmasıyla yapılabileceğini ifade etmektedir. Çekici üzerindeki dinamikler, $x_{t+1} = f(X_t)$ olmak üzere $f: \mathfrak{R}^d \rightarrow \mathfrak{R}^d$ veya $f: \mathfrak{R}^d \rightarrow \mathfrak{R}$ bir eşleme (map) tanımlamaktadır. Burada x_t şu anki konumu, x_{t+1} gelecekteki konumu ifade etmektedir. Böylece eğer f 'in bir f_i yaklaşımı bulunursa f_i , bir kestirim fonksiyonu olarak kullanılabilir. (Xiaofeng ve Lai, 1999).

Kestirim yaklaşımları ile ilgili çalışmalar incelendiğinde yaklaşımların genel olarak global, yerel (local) ve yarı yerel (semi-local) yaklaşım metotları olarak sınıflandırıldığı görülmektedir. Bu ayırım, yukarıda bahsedilen f kestirim fonksiyonunun seçiminden kaynaklanmaktadır. Bu çalışmada da kestirim yaklaşımları bu sınıflama dikkate alınarak incelenmiş ve sunulmuştur.

6.1. Global Yaklaşım Metotları

Global yaklaşım metotları, sistemin gelecekteki konumunun belirlenebilmesi için, sistemin oluşumundaki tüm geçmiş bilgilerin kullanılarak sistemin davranışının tek bir model ile ifade edilmesini sağlamaktadır.

Global fonksiyonlar ile kısaca, durum uzayı üzerinde tanımlanan sürekli türevlenebilir bir fonksiyon, yani \mathfrak{R}^d 'nin bazı altkümeleri kastedilmektedir. Chan ve Tong

(2001), bunlara örnek olarak lojistik harita olarak da adlandırılan kuadratik denklemi, Henon haritasını, kosinüs haritasını vb. vermektedir.

Crutchfield ve McNamara (1987), global yaklaşımların avantajlarını şu şekilde sıralamaktadır:

1. Büyük veri setlerinin küçük algoritmik formlarla ifade edilmesini sağlar.
2. Daha hızlı hesaplama, simülasyon ve kestirim yapılmasını sağlar.
3. Veri seti dışındaki vektör alanının iyi bir tahminini verir.

Xiaofeng ve Lai'e (1999) göre global yaklaşımların dezavantajları ise şöyledir:

1. Parametre sayısı, faz uzayının boyutuyla birlikte hızlıca artmaktadır.
2. Yeni bir bilgi (veri) hesaba katıldığında modelin bütün parametreleri değişebilmektedir.
3. Parametre tahminleri, oldukça uzun bir zaman gerektirmektedir.

Dinamik bir sistemin gelecekteki konumunun kestirilmesi için, daha önce sözü edilen bilineer modeller ve genel olarak global polinomlar olarak tanımlanan çeşitli derecelerden AR modelleri kullanılmıştır. Kokkinos ve Maragos'a (2005) göre global polinomlar, doğrusal modellerin genişletilmiş biçimleridir ve çok az sayıda parametre ile sistemin dinamiklerinin kabaca modellenmesi istendiğinde kullanılmaları uygun olmalarına rağmen sistemin dinamiklerini yakalama konusunda yeterli değildir. Nitekim Farmer ve Sidorowich (1987) de yaptıkları deneysel çalışmada üstel AR modellerinin anlamlı sonuçlar vermediğini ifade etmişlerdir.

Kestirim için sistemin oluşumundaki bütün geçmiş bilgiler kullanıldığından global metotlardan biri olarak kabul edilen ve kaotik zaman serilerinde kestirim çalışmalarının en önemli aracı haline gelmiş yapay zeka uygulamaları ile ilgili çalışmalar, Lapedes ve Farber

(1987) ile başlamıştır. Lapedes ve Farber, kaotik zaman serilerinin kestirimi için geri beslemeli ağlardan çok katmanlı algılayıcı (MLP) ağlarını kullanan ilk araştırmacılarıdır. Daha sonra MLP sinir ağları pek çok çalışmada kullanılmıştır ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir (Elsner, 1992; Smaoui, 1999; Lillekjendlie vd., 1994; Elshorbagy vd., 2002; Karunasinghe ve Liong, 2006).

MLP sinir ağı ile ilgili yapılan çalışmalarda ortak kanı, MLP sinir ağının kaotik zaman serilerindeki kaotik yapıyı iyi yakalayarak modellediği yönündedir. Bu nedenle bu çalışmada global kestirim yaklaşımı olarak MLP sinir ağı kullanılmıştır. MLP sinir ağı tanıtılmadan önce yapay sinir ağları ile ilgili genel bilgilere verilmiştir.

6.1.1. Yapay sinir ağlarının tanımı ve özellikleri

Yapay sinir ağları (YSA), insan beyninin biyolojik yapısından esinlenilerek geliştirilmiş ve biyolojik sinir ağlarını taklit eden algoritmalar olarak tanımlanmaktadır. Kendi kendine öğrenme düzenekleri olan YSA, öğrenmenin yanı sıra, ezberleme ve bilgiler arasında ilişkiler oluşturma yeteneğine de sahiptir (Elmas, 2011).

YSA'lar birbirine paralel olarak bağlanmış yapay sinir hücrelerinden oluşan, verilerin gizli işlevsel ilişkilerini yakalama yeteneğine sahip olan, veri odaklı doğrusal olmayan grafiksel modeller olarak tanımlanabilir. Bu nedenle kaotik zaman serilerinin kestiriminde kullanılan $f(\cdot)$ fonksiyonunun tahmin edilmesinde verilerdeki karmaşık yapıyı yakalayarak daha başarılı kestirim sonuçları vereceği düşünülmektedir.

YSA'lar ile ilgili ilk çalışmalar 1940'lı yıllarda başlamıştır. McCulloch ve Pitts 1943 yılında ilk yapay sinir hücresini geliştirmiştir. McCulloch ve Pitts'ten sonra Hebb (1949), kendi adıyla anılan öğrenme kuralını tanıtmıştır. Rosenblatt (1958), ilk yapay sinir ağı olarak tanımlanabilecek tek katmanlı algılayıcı ağı olan perseptronu geliştirmiştir. Widrow ve Hoff (1960), hata kareler ortalamasını minimize etmek için eğitilen ADALINE (Adaptif doğrusal eleman) ve MADALINE (Çoklu adaptif doğrusal eleman) olarak adlandırdıkları basit ağları geliştirmiştir. Bu çalışmalardan sonra bilim camiasında YSA'larla ilgili abartılı beklentiler oluşmuş ve bu modellerin bu beklentileri karşılayamaması nedeniyle YSA'lar ile ilgili

çalışmalara bir süre ara verilmiş ve 1980'lerden itibaren çalışmalara tekrar başlanarak günümüzde kullanılan YSA modelleri geliştirilmiştir.

Zhang vd.ne (1998) göre; YSA'ların aşağıda verilen ayırt edici özellikleri onları diğer öngörü yöntemlerine göre değerli kılmaktadır:

Birincisi, geleneksel model temelli yöntemlerin aksine YSA'lar, veri bazlı kendinden uyarlamalı yöntemlerdir, çünkü YSA modelleri için varsayımlar bulunmamaktadır. Örneklerden öğrenirler ve altta yatan ilişkiler bilinmese veya açıklanması zor olsa dahi, veriler arasında ince işlevsel ilişkiler yakalarlar. Bu nedenle, YSA'lar, çözümleri bilgi gerektiren, ancak tanımlanması zor olan ve yeterli veri veya gözlem içeren problemler için çok uygundur. Bu anlamda, çok değişkenli doğrusal olmayan non-parametrik istatistiksel yöntemlerden biri olarak ele alınabilirler.

İkincisi, YSA'lar genellenebilirdir. YSA'lar kendilerine sunulan verileri (örneklem) öğrendikten sonra, ki örnek veriler gürlütlü bile olsa, örneklem dışı verileri doğru bir şekilde tahmin edebilirler. Kestirim/öngörü işlemi, geçmiş davranış örneklerinden gelecekteki davranışların tahmin edilmesi yoluyla gerçekleştirildiğinden, öngörü veya kestirim işlemi YSA'lar için uygun bir uygulama alanıdır.

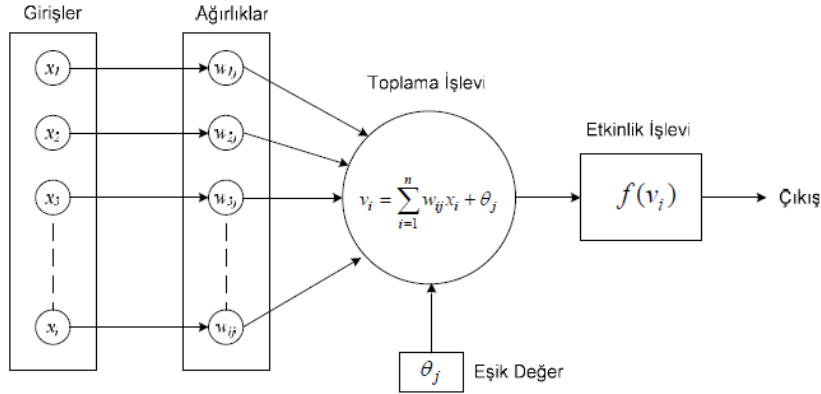
Üçüncüsü, YSA'lar global fonksiyonel yaklaşımlardır. Bir ağın herhangi bir sürekli fonksiyona istenen herhangi bir doğrulukla yaklaşabileceği gösterilmiştir. YSA'lar, geleneksel istatistiksel yöntemlerin etkili bir şekilde ele alabileceğinden daha genel ve esnek işlevsel formlara sahiptir. Herhangi bir tahmin modeli, girdiler (zaman serilerinin geçmiş değerleri ve / veya diğer ilgili değişkenler) ve çıktılar arasında (gelecekteki değerler) altta yatan (bilinen veya bilinmeyen) bir ilişki olduğunu varsayar. Geleneksel istatistiksel tahmin modelleri, gerçek sistemin karmaşıklığı nedeniyle bu temel fonksiyonu tahmin etmede sınırlamalara sahiptir. YSA'lar bu işlevi tanımlamak için iyi bir alternatif yöntem olabilir.

Son olarak, YSA doğrusal değildir. Model tabanlı doğrusal olmayan yöntemlere kıyasla doğrusal olmayan verilere dayalı yaklaşımlar olan yapay sinir ağları, girdi ve çıktı değişkenleri arasındaki ilişkiler konusunda önceden bilgi sahibi olmadan doğrusal olmayan

modelleme yapabilirler. Bu nedenle, öngörü için daha genel ve esnek bir modelleme aracıdır.

6.1.2. Yapay sinir ağlarının mimari yapısı

Yapay sinir ağlarının temel birimi, sinir veya düğüm (node) olarak adlandırılan yapay bir sinirdir. Bir yapay sinir, biyolojik sinirlere göre daha basit olmasına karşın biyolojik sinirlerin temel işlevlerini taklit ederler. Şekil 6.1’de yapay bir sinir (düğüm) gösterilmiştir (Elmas, 2011).



Şekil 6.1. Yapay Sinir Hücresi

Şekil 6.1’de görülen yapay bir sinirin beş temel elemanı bulunmaktadır. Bunlar; girişler, ağırlıklar, toplama işlevi, etkinlik (aktivasyon) işlevi ve çıkışlardır.

Girişler (x_1, x_2, \dots, x_i) , ağırlık öğrenme kümesinin elemanlarını oluşturan dış dünyadan gelen bilgiler olabileceği gibi, kendinden önceki sinirlerden gelen bilgiler de olabilir.

Ağırlıklar $(w_{1j}, w_{2j}, \dots, w_{ij})$, yapay hücreye gelen bilginin önemini ve hücre üzerindeki etkisini gösterir. Ağırlıklar negatif ve pozitif olabileceği gibi 0 değerini de alabilir. Ağırlığın büyüklüğü gelen bilginin büyüklüğünü, işareti ise etkinin yönünü belirtmektedir. Ağırlığın 0 olması ise herhangi bir etkinin olmadığını ifade eder.

Toplama işlevi (v_i), tüm girişlerin kendi ağırlıkları ile çarpılıp toplanması ve bu toplama eşik değerinin eklenmesiyle hücreye giren net girdiyi hesaplar. Matematiksel olarak,

$$v_i = \sum_{i=1} w_{ij} x_i + \theta_j \quad (6.1)$$

denklemleri ile ifade edilebilir. Net girdinin hesaplanmasında bu denklemdaki gibi ağırlıklı toplam fonksiyonu kullanılabileceği gibi çarpım, max, min veya işaret fonksiyonu gibi farklı fonksiyonlar da kullanılabilir.

Etkinlik işlevi, toplama işlevi sonucunda hesaplanan net bilgiyi genel olarak aktivasyon fonksiyonu olarak adlandırılan bir fonksiyon işlevinden geçirerek çıkışı oluşturur. Çıkışlar dış dünyaya iletilen bilgiler olabileceği gibi sonraki hücrenin girişleri de olabilir.

Sinir (nöron) çıktı değerinin hesaplanmasında kullanılan $f(v = w'x)$ fonksiyonu, aktivasyon fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır. Aktivasyon fonksiyonunun doğru seçilmesi ağırlık performansını önemli derecede etkileyen etkenlerden biridir. Ağırlık ve girdi vektörünün skaler çarpımı olan $v = w'x$ net aktivasyon değeri olmak üzere literatürde en çok kullanılan aktivasyon fonksiyonları aşağıda verilmiştir (Günay vd., 2007).

Doğrusal aktivasyon fonksiyonu:

$$f(v) = v \quad (6.2)$$

Adımsal aktivasyon fonksiyonu:

$$f(v) = \begin{cases} 0, & v > 0 \\ 1, & v < 0 \end{cases} \quad (6.3)$$

veya

$$f(v) = \begin{cases} -1, & v > 0 \\ 1, & v < 0 \end{cases} \quad (6.4)$$

Sigmoid aktivasyon fonksiyonu:

$$f(v) = \frac{1}{1 + \exp(-v)} \quad (6.5)$$

Hiperbolik Tanjant aktivasyon fonksiyonu:

$$f(v) = \frac{\exp(v) - \exp(-v)}{\exp(v) + \exp(-v)} \quad (6.6)$$

Radyal Tabanlı aktivasyon fonksiyonu:

$$f(v) = \exp(-\lambda v^2) \quad (6.7)$$

Sinüs, Cosinüs aktivasyon fonksiyonu:

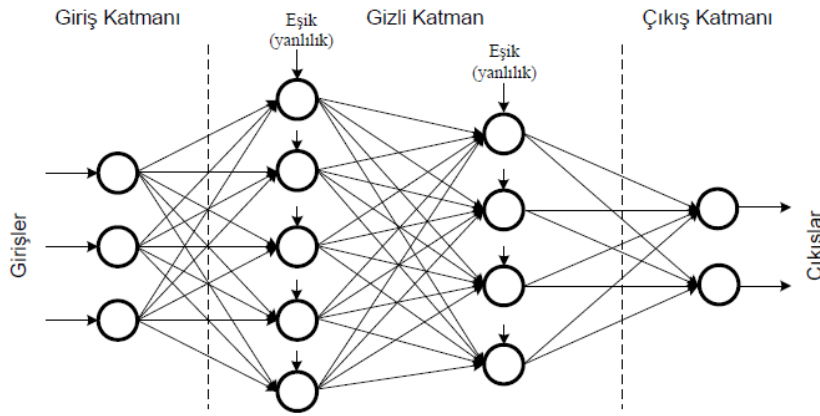
$$\begin{aligned} f(v) &= \text{Sin}(v) \\ f(v) &= \text{Cos}(v) \end{aligned} \quad (6.8)$$

YSA'lar düğüm veya sinir olarak adlandırılan çok sayıdaki işlem elemanının bir araya gelmesinden oluşur. YSA'ların düğümleri ve bağlantıları çok değişik biçimlerde bir araya getirilir. Ağlar, bu düğüm ve bağlantı mimarilerine göre değişik isimler alırlar. YSA mimarileri sinirler arasındaki bağlantıların yönlerine veya ağ içindeki işaretlerin akış yönlerine göre birbirinden ayrılmaktadır. Buna göre YSA için, ileri beslemeli (feedforward) ve geri beslemeli (feedback veya recurrent) ağlar olmak üzere iki temel ağ mimarisi vardır (Elmas, 2011).

Bir ağdaki tüm sinyal akışları girdi sinir hücrelerinden çıktı sinir hücrelerine doğru tek yönlü ise bu ağa, ileri beslemeli YSA denir. Diğer bir deyişle, çıktı sinir hücrelerinden girdi sinir hücrelerine sinyal akışı yoktur. Geri beslemeli ağlarda ise çıktı sinir hücrelerinden girdi sinir hücrelerine sinyal akışı, yani bağlantı mevcuttur.

YSA'lar yapay sinir hücrelerinin oluşturduğu bir yapıdır. Benzer özellikleri gösteren sinir hücrelerinin olduğu öbeğe katman denir. Örneğin girdi sinir hücreleri girdi katmanını, çıktı sinir hücreleri çıktı katmanını oluşturur. Eğer bir YSA tek katmandan oluşuyorsa tek katmanlı YSA, birden fazla katmandan oluşuyorsa çok katmanlı YSA olarak adlandırılır (Hamzaçebi, 2011). Tek katmanlı YSA'da girişler ve çıkışlar bulunmaktadır. Tek katmanlı YSA'lar doğrusal yapıları çözme konusunda başarılı olmalarına rağmen doğrusal olmayan ilişkileri öğrenme konusunda başarısız olmaktadır. Gizli katmanlar, YSA'nın karmaşık işlevleri hesaplama yeteneğini arttırdığından karmaşık yapıların hesaplanmasında en az bir gizli katman olması önerilmektedir.

Çok katmanlı YSA'lar genellikle girdi katmanı, gizli katman ve çıktı katmanı adı verilen üç katmandan oluşan ağlardır. Şekil 6.2'de iki gizli katman içeren çok katmanlı YSA yapısı verilmektedir.



Şekil 6.2. Çok Katmanlı YSA Yapısı (Özden'den, 2013)

Girdi katmanı, dış dünyadan aldığı bilgileri yani girişleri herhangi bir işleve tabi tutmadan gizli katmana gönderir. Bu katmanda bilgi işleme sözkonusu değildir. Ağa sunulan girdiler doğrudan gizli katmana gönderilmektedir. Gizli katman, girdi katmanından bağlantı ağırlıklarıyla aldığı bilgileri işleyerek çıktı katmanına gönderir. Gizli katmanda birden fazla

gizli katman olabilir. Bu katmandaki her bir hücrenin bir çıkış değeri vardır. Bu çıkış değerleri ağırlıklarla çarpılıp işlendikten sonra çıkış katmanına iletilmektedir. Çıktı katmanı, gizli katmandan aldığı bilgileri işleyerek kendisinden istenen çıktıları üreterek dış dünyaya iletmektedir.

Bir sinir ağının mimari yapısı, katmanlardaki sinir hücrelerinin sayılarının belirlenmesi ile oluşmaktadır. Örneğin girdi katmanında 3, birinci gizli katmanda 4, ikinci gizli katmanda 2 ve çıktı katmanında bir sinir hücresi bulunan bir sinir ağı, 3-4-2-1 ağı olarak isimlendirilmektedir.

6.1.3. Yapay sinir ağlarında öğrenme

Daha önce değinildiği gibi YSA'nın en önemli özelliği öğrenme yeteneğinin olmasıdır. YSA'da sinirler arasındaki bağlantı ağırlıklarının belirlenmesi işlemine "ağın eğitilmesi" denilmektedir. YSA'lar kendilerine örnekler gösterildikçe bu ağırlık değerlerini değiştirirler. Amaç, ağa gösterilen örnekle doğru çıktıları üretecek ağırlık değerlerini bulmaktır. Ağın doğru ağırlık değerlerine ulaşması, örneklerin temsil ettiği olaylar hakkında genelleme yapabilme yeteneğine kavuşması demektir. Bu işleme "ağın öğrenmesi" denir (Öztemel, 2012).

Yapay sinir ağlarında öğrenme işlemi, öğrenme algoritması adı verilen algoritmanın kullanılmasıyla gerçekleştirilir. Öğrenme algoritmaları, öğrenme kuralı adı verilen değişik kurallara göre işler. En çok bilinen ve kullanılan öğrenme kuralları, danışmanlı (supervised) ve danışmansız (unsupervised) öğrenme kuralıdır. Danışmanlı öğrenmede girdiler ve bu girdilerden beklenen hedef değerler bulunmaktadır. Danışmanlı öğrenmede amaç, ağın çıktı değeriyle bu çıktının hedef değeri arasındaki farkı yani hatayı minimum yapacak ağırlıkları bulmaktır. Danışmansız öğrenmede amaç, ağın çıktısının girdi verisindeki istatistiksel düzeni en iyi şekilde yakalamasını sağlayacak ağırlıkların belirlenmesidir (Günay vd., 2007).

Danışmanlı öğrenme yönteminde Perceptron, delta ve geri yayımlı öğrenme algoritmaları kullanılırken, danışmansız öğrenme yönteminde Hebbian, rekabete dayalı ve kendi kendine öğrenme algoritmaları kullanılmaktadır.

Zaman serileri analizinde uygulamalarda en çok kullanılan öğrenme algoritmalarından biri, geri yayımlı öğrenme algoritmasıdır.

Geri yayılım, çok katmanlı ağlarda kullanılan delta kuralı için geliştirilmiş bir algoritmadır. Geri yayılım algoritması, uygun bir şekilde oluşturulmuş hata fonksiyonunun kısıtsız optimizasyon problemi olarak da düşünülebilir. Bu yöntemde ağırlık ayarlamaları yapıldığı için “geri yayılım” ismi kullanılmıştır. Öğrenme aşamasında girdi örnekleri ağa belli bir sırada sunulur. Her bir çalışma örneği, çıktı örneği hesaplanana kadar katman katman ileri yayılır. Hesaplanan çıktı, beklenen çıktı (hedef) değerleriyle karşılaştırılıp aradaki fark ‘hata’ olarak bulunur. Hatalar katman katman sinaptik ayarlamaların yapıldığı geri besleme bağlantılarında “girdiler” olarak kullanılır. Böylece çıktı katmanında hesaplanan hatalar kullanılarak son gizli katman ile çıkış katmanı arasındaki ağırlıklar ayarlanır. Bu işlemler ilk gizli katmana kadar tekrarlanır. Bu yolla hatalar katman katman ilgili katmanın ağırlık düzeltmeleri yapılarak geriye doğru yayılır. Tanımlanan çalışma süresi içinde “toplam hata” en aza indirilinceye kadar bu işlemler tekrarlanır (Elmas, 2011).

Daha önce de değinildiği gibi doğrusal olmayan sistemlerin karmaşık yapılarının açıklanması için çok katmanlı yapay sinir ağları başarılı sonuçlar vermektedir. MLP sinir ağı da çok katmanlı sinir ağlarından biri olarak kaotik zaman serilerinin kestirimlerinde başarılı bir şekilde kullanılmaktadır. MLP sinir ağları, ileri beslemeli geri yayımlı sinir ağlarıdır. Danışmanlı öğrenme yöntemine göre ağa girdi ve hedef değerler verilir ve ağın çıktı değerleri ile hedef değerler arasındaki hatayı minimize edecek en iyi ağırlık değerlerini bulması sağlanır.

MLP ağının performansını etkileyen pek çok faktör bulunmaktadır. Eğitim ve test setinin büyüklüğü, girdi katmanındaki birim sayısı, gizli katman sayısı ve gizli katmandaki birim sayısı -kısaca ağın mimari yapısı-, kullanılan aktivasyon fonksiyonu ve öğrenme parametreleri olan öğrenme oranı ve momentum katsayısı ağın öğrenme yeteneğini önemli derecede etkilemektedir.

MLP ağı, eğitim kümesi kullanılarak eğitilir ve ağın performansı, test kümesi kullanılarak sınanır. Test kümesinin büyüklüğü, ağın öğrenmesini kolaylaştırmaktadır. Bu nedenle çalışmalarda veri seti genellikle %90-%10 veya %80-%20 oranında eğitim ve test

kümesi olarak ayrılmaktadır. Gizli katman sayısı ve gizli katmandaki birim sayıları deneme-yanılma yöntemiye belirlenir.

Öğrenme parametreleri olan öğrenme oranı ve momentum katsayısı 0 ile 1 arasında değer almaktadır. Hamzaçebi (2011), tecrübelerine göre öğrenme oranının 0,2-0,4 arasında; momentum katsayısının ise 0,6-0,8 arasında seçilmesinin daha iyi sonuçlar verdiğini ancak yine de çalışılan probleme göre belirlenmesinin uygun olduğunu ifade etmektedir. Tang vd.(1991), farklı yapılara sahip üç zaman serisi ile yaptığı çalışmalarda karmaşık veri setlerinde düşük öğrenme oranı ve yüksek momentum katsayısının daha iyi sonuç verdiğini göstermiştir.

6.2. Yerel Yaklaşım Metotları

Yerel yaklaşım metotları genel olarak, faz uzayının bölgelere (regimes) ayrıştırılmasına ve daha sonra her bir bölge için basit bir (alt) model bulunmasına dayanmaktadır (Chan ve Tong, 2001). Diğer bir ifade ile yerel yaklaşım metotları, zaman serisinin tamamını dikkate alarak çok sayıda parametre içeren karmaşık bir model oluşturmak yerine, veri setini küçük parçalara ayırarak her bir kısım için basit modeller oluşturulması düşüncesine dayandırılarak geliştirilmiştir. Bu düşüncenin temelinde, kaotik sistemlerin davranışlarının kısa süre içerisinde hızla farklılaşması yatmaktadır. Bu nedenle ele alınan kaotik sistemin gelecekteki davranışı, sistemin o anki davranışını anlayabilecek kadar bilgi içerecek şekilde mümkün olduğunca küçük kesitlerle incelenmesiyle kestirilmeye çalışılmaktadır. İncelenen bu kesitlerde komşu noktaların davranışları hakkındaki bilgiler kullanılarak çekici üzerindeki her X_t noktası için bir doğrusal model oluşturulmaktadır.

Özellikle sistemin gelecekteki konumu X_{t+T} ile ilgileniliyorsa, yeniden yapılandırılmış faz uzayındaki kestirim noktası X_t 'ye yeterince yakın $X_t(q): 1 \leq q \leq K$ noktalar kümesi, yerel f fonksiyonunun bulunması için kullanılmaktadır. Böylece her $t+T$ zamanı için yeni bir fonksiyon oluşturulabilir ve X_{t+T} bir kestirim değeri olmak üzere, uydurulan (fitting) fonksiyonun X_{t+T} 'deki değeri ile bulunur. Bu yaklaşım, global doğrusal olmayan bir modelin kurulmasında -her yerel parçadaki birkaç parametrenin bulunması

sırasında- oldukça esneklik sağlamaktadır. Böylece yerel metotlar, geçmişin sadece bir kısmını dikkate aldığından, global metotlardaki parametre değişim problemini bertaraf etmektedir. (Xiaofeng ve Lai, 1999).

Yerel kestirim yaklaşımlarından en yakın komşu metodu (the nearest neighbour method) ilk kez Farmer ve Sidorowich (1987) tarafından geliştirilmiştir. Daha sonra Casdagli (1992), bu yaklaşımı temel alarak kaotik zaman serilerinde deterministik ve stokastik modellemeyi ayırıcı bir kestirim algoritması üzerinde çalışmıştır.

Xiaofeng ve Lai (1999), en yakın komşu yaklaşımın uygulanmasında iki zorluktan söz etmişlerdir. Bunlardan birincisi, en uygun komşu noktalarının nasıl seçileceği; ikincisi ise güvenilir kestirim uzunluğunun ne olacağıdır. Yerel kestirim için uygun olmayan noktalar kümesi üzerinde çalışmışlar ve bunları sahte yanlış komşular (pseudofalse neighbours) olarak adlandırmışlardır. Yerel kestirim performansını artıracak en uygun komşu noktaların seçimi için alternatif bir metot önermişlerdir.

En yakın komşu metodu genel olarak, iki yakın komşu arasındaki mesafenin ölçülmesi için faz uzayında bir yüzey ya da bir düzlem oluşturulmasına dayanmaktadır. Lillekjendlie vd (1994), en yakın komşu metodunu, k komşu sayısını ifade etmek üzere, $k > d + 1$ alınarak bir düzlem oluşturulmasıyla aynı zamanda yerel doğrusal model olarak da adlandırılan bir yerel AR (Autoregressive) modelinin elde edilmesi olarak tanımlamaktadır.

Farmer ve Sidorowich (1987) önerdikleri kestirim yaklaşımını, Packard vd'nin (1980) önerdiği zaman gecikmeli $X_t = (x_t, x_{t-\tau}, \dots, x_{t-(d-1)\tau})$ koordinatlarını dikkate alarak ve sistemin mevcut konumu X_t ile gelecekteki konumu X_{t+T} arasında,

$$X_{t+T} = f_T(X_t) \quad (6.9)$$

biçiminde fonksiyonel bir ilişki olduğu varsayımına dayanarak geliştirmişlerdir. Burada amaç, f_T 'ye yakınsayan bir F_T kestiricisi bulmaktır. Veri kaotik olduğundan f_T fonksiyonunun doğrusal olmayan bir fonksiyon olması gerekmektedir. Bunun için birkaç yaklaşım mevcuttur: Birincisi, d -boyutlu uzayda geçmiş ve gelecek noktalar arasında m .

dereceden polinomla tanımlanan standart fonksiyonel bir ilişki olduğu varsayılarak polinomun katsayılarının En Küçük Kareler (EKK) tekniği kullanılarak tahmin edilmesidir. $2T, 3T, \dots$ gibi uzun dönemli kestirimler, F_T fonksiyonunun kendi kendine bileşkesinin alınmasıyla yapılabilmektedir. Bu yaklaşımın dezavantajı, kestirim hatalarının fonksiyonun bileşkesiyle birlikte üstel olarak artmasıdır. Bu problemi bertaraf etmek için, her T için yeni bir F_T fonksiyonu bulunması önerilmektedir. Kaotik denklemlerin yüksek iterasyonları düzgün (smooth) olmadığından her bir T için bulunan F_T fonksiyonları ile sadece düzgün fonksiyonlarda (smooth function²) çok iyi sonuç veren global yaklaşım tekniklerinin avantajları kullanılmış olur. Başka bir yaklaşım da (6.9) numaralı denklemin diferansiyel denklem olarak yeniden biçimlendirilmesidir. Burada X_{t+T} , kendi integrali olarak yazılır. Ancak bu yaklaşımların tamamı, genel bir polinomda $(m+d)!/(m!d!) \approx d^m$ denklemi ile hesaplanan serbest parametre sayısının, büyük d değerleri için kontrol edilemeyen sayıda olması problemiyle karşı karşıyadır (Farmer ve Sidorowich, 1987).

Farmer ve Sidorowich (1987), kestirim yapmak için faz uzayındaki birbirine yakın noktaların kullanılmasıyla oluşturdukları yerel yaklaşım metodunun yukarıda sözü edilen diğer yaklaşım metotlarına göre daha etkin bir metot olduğunu ifade etmektedir.

Yerel yaklaşım metoduna göre, x_{t+T} noktasını kestirmek için öncelikle X_t 'nin k en yakın $X_{t'}$ komşusu bulunur. $X_{t'}$ komşuları, $t' < t$ olacak şekilde $\|X_t - X_{t'}\|$ uzaklığını minimum yapan ilk k komşu olarak belirlenir. Daha sonra her bir $X_{t'}$ noktası ve onunla ilişkili $X_{t'+T}$ noktası arasında yerel bir kestirici oluşturulur. Bu yerel kestiriciyi oluşturmanın en basit yöntemi, yalnızca $k=1$ için en yakın komşu göz önüne alınarak $\hat{x}_{t,T} = x_{t'+T}$ 'nin belirlenmesidir.

² Düzgün fonksiyon (smooth function), tanım aralığında her yerde tüm derecelerden türevleri olan bir fonksiyondur.

Kestirim sonuçlarının karşılaştırılması için veri seti iki parçaya ayrılmaktadır. Veri setinin ilk kısmı yerel kestiricinin oluşturulması için, ikinci kısmı ise kestirim için kullanılmaktadır.

Kestirim performansının ölçülmesi için Hata Kareler Ortalamasının Karekökü (RMSE) ölçütü, klasik kestirim yaklaşımlarının performansı ile karşılaştırılması için ise Normalleştirilmiş RMSE (NRMSE) ölçütü kullanılmaktadır. RMSE değeri,

$$\sigma_{\Delta}(T) = \sqrt{(\hat{x}_{i,T} - x_{i+T})^2} \quad (6.10)$$

denklemleri ile hesaplanmakta ve örneklem standart sapması olan $\sigma_x = \left[\frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^2 \right]^{1/2}$, bölünmesiyle NRMSE ölçütü,

$$E = \frac{\sigma_{\Delta}(T)}{\sigma_x} \quad (6.11)$$

denklemleri ile tanımlanmaktadır.

NRMSE veya NMSE ölçütü, yerel kestirim yaklaşımıyla bulunan kestiricinin performansının, veri setinin ilk kısmındaki gözlem değerlerinin ortalamasını ifade eden sabit kestirici $x_t = \bar{x}$ ve rassal yürüyüş kestiricisi olan $x_t = x_{t-1}$ kestiricilerinin performansı ile karşılaştırılmasına olanak sağlamaktadır.

$E=0$ ise, yerel yaklaşım kestiricisinin kestirim performansı mükemmeldir.

$E=1$ ise, yerel yaklaşım kestiricisinin performansı, geleneksel kestiricilerin performansı ile aynıdır.

$E>1$ ise, geleneksel kestiricilerin performansı, yerel yaklaşım kestiricisinin kestirim performansından daha iyidir (Lillekjendlie vd.,1994; Karunasinghe ve Liong, 2006).

Casdagli (1992), Farmer ve Sidorowich'in (1987) önerdiği en yakın komşu metodunu daha açık bir şekilde ifade etmiştir. $X_t = x_t, x_{t-\tau}, \dots, x_{t-(d-1)\tau}$ gecikme vektörleri olmak üzere Takens'in teoremine göre $d > 2d_a$ ise tüm T , τ ve i tamsayı değerleri için,

$$x_{t+T} = f_T(x_t, x_{t-\tau}, \dots, x_{t-(d-1)\tau}) \quad (6.12)$$

olacak şekilde düzgün bir $f_T : \mathcal{R}^d \rightarrow \mathcal{R}$ eşlemesi olduğu varsayımına dayanarak kestirim algoritmasını aşağıdaki adımlar ile tanımlamıştır:

- a. Zaman serisi, birincisi x_1, x_2, \dots, x_{N_f} olan eğitim seti (fitting set) ve ikincisi $x_{N_f+1}, \dots, x_{N_f+N_t}$ olan test seti olacak şekilde iki kısma ayrılır.
- b. Gömme boyutu değeri d , zaman gecikmesi τ ve kestirim zamanı T belirlenir.
- c. T -adım ileri kestirim testi için $i \geq N_f$ olacak şekilde bir X_i test vektörü seçilir.
- d. X_i test vektörü ile $X_j (1 + (d-1)\tau \leq j \leq N_f - T)$ gecikme vektörleri arasındaki d_{ij} uzaklıkları hesaplanır.
- e. d_{ij} uzaklıkları sıralanır, X_i 'nin k en yakın komşusu $X_{j(1)}, \dots, X_{j(k)}$ bulunur ve $\alpha_0, \dots, \alpha_m$ parametreleri EKK tekniği ile belirlenmek üzere aşağıdaki biçimde bir model oluşturulur.

$$X_{j(l)+T} \approx \alpha_0 + \sum_{n=1}^d \alpha_n X_{j(l)-(n-1)\tau}, \quad l = 1, 2, \dots, k \quad (6.13)$$

- f. X_i test vektörü için T -adım ileri kestirim değeri $\hat{x}_{i+T}(k)$ 'yi tahmin etmek için (6.13) numaralı denklem kullanılır ve kestirim hatası aşağıdaki denklemlerle hesaplanır.

$$e_i(k) = |\hat{x}_{i+T}(k) - x_{i+T}| \quad (6.14)$$

g. Test setindeki tüm i değerleri için c-f adımları tekrarlanır ve NRMSE değerleri aşağıdaki denklemle hesaplanır.

$$E_d(k) = \frac{\left(\sum_i e_i^2(k) \right)^{1/2}}{\sigma_x} \quad (6.15)$$

σ_x , zaman serisinin standart sapması olmak üzere $\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_i (x_i - \bar{x})^2$ ile hesaplanmaktadır.

Casdagli (1992), küçük k değerleri için bu algoritmanın Farmer ve Sidorowich'in (1987) algoritmasına denk olduğunu ifade etmektedir. Ayrıca algoritmanın, en büyük k değeri için stokastik doğrusal AR modelinin, orta düzeydeki k değerleri için ise doğrusal olmayan stokastik modellerin oluşturulmasını sağladığını belirtmektedir.

Farmer ve Sidorowich (1987), önerdikleri yaklaşımda $k=d+1$ olarak alındığında işlemin doğrusal interpolasyona eşit olduğunu, ancak çözümün tutarlılığını sağlamak için $k>d+1$ alınmasının daha uygun olduğunu ifade etmişlerdir. Buna karşın Sugihara ve May (1990), $k=d+1$ alınmasının yeterli olacağını belirtmektedir.

6.3. Yarı-Yerel Yaklaşım Metotları

Yarı-yerel yaklaşım metodu, global yaklaşım metotları ile yerel yaklaşım metotları arasında bir fonksiyon yaklaşımı olarak ele alınmaktadır. Yerel fonksiyon yaklaşımı, yüksek boyutlu dinamiklerle ilişkili rastgele seçilen bir yüzeyin yerel şekline bağlı olması nedeniyle avantajlıdır. Yaklaşımın dezavantajı ise, uç değerler alındığında, kompakt tanımlamadan yoksun, aşırı parametrelendirilmiş modele yol açabilmesidir. Global fonksiyon yaklaşımı ise, kötü uyum pahasına kompakt bir tanımlama vermektedir. Bu nedenle, faz uzayının "Eşik Prensibi" olarak tanımlanan bir prensiple bölgelere ayrıştırılması işleminde bölge sayısı belirlenirken çok dikkatli olunması gerekmektedir. Örneklem büyüklüğüne göre makul bir alt model sayısı ile oluşturulacak bir eşiksel model, yüksek derecede yerelleşmiş fonksiyon yaklaşımı ile global yaklaşım arasında bir yerde konumlanmış olarak kabul edilmektedir.

(Chan ve Tong, 2001). Global ve yerel yaklaşım metotlarının avantajlarını ve dezavantajlarını dikkate alarak önerilen böyle bir yaklaşım, yarı-yerel kestirim yaklaşımı olarak düşünülmektedir.

Lillekjendlie vd.ne (1994) göre yarı-yerel yaklaşım metotları, global kestiricilerin daha önce ifade edilen düzgünlük avantajı ile yerel yaklaşımların yüzey şekline bağlılık avantajını birleştirerek bunların en iyi kombinasyonunu vermektedir. Literatürde en bilinen yarı-yerel yaklaşım fonksiyonları, spline³ ve radyal tabanlı fonksiyonlardır. Radyal tabanlı fonksiyonlar üzerine çalışan bilim adamları, konuyu üç farklı açıdan ele almaktadır. Yaklaşımçı teorisyenler yakınsama özelliklerine göre ele alırken, yapay sinir ağı üzerine çalışanlar daha algoritmik bakış açısıyla yaklaşmaktadır. İstatistiksel bakış açısı ise konuya kernel fonksiyonları açısından yaklaşmaktadır. Kaotik zaman serilerinin kestirimi için istatistiksel bakış açısıyla Chan ve Tong (2001) tarafından kernel düzgünleştirme yaklaşımı bir yarı-yerel kestirim yaklaşımı olarak ele alınmış, ancak, kernel kestiriminin yalnızca küçük d değerleri için kullanışlı olması nedeniyle yaklaşımın boyutluluk problemine sahip olduğunu ifade etmişlerdir.

Kaotik zaman serilerinin kestirimi için önerilen radyal tabanlı fonksiyon yaklaşımı, Casdagli (1989) tarafından geliştirilmiştir. Önerilen yaklaşım, Farmer ve Sidorowich'in (1987) en yakın komşu metodunun bazı özelliklerini global yaklaşımlar ile birleştirdiğinden bir yarı-yerel kestirim metodu olarak tanımlanmaktadır. Casdagli (1989) önerdiği metodun, iyi yerelleştirme özelliklerine sahip bir global interpolasyon tekniği olduğunu ifade etmektedir.

Casdagli'nin (1989) önerdiği radyal tabanlı fonksiyon yaklaşımında, (x_1, x_2, \dots, x_N) gözlemlenmiş veri kümesini göstermek üzere veri seti, yapay sinir ağlarına benzer şekilde, N_L sayıda gözlem içeren eğitim kümesi (learning set) ve $N - N_L$ sayıda gözlem içeren test kümesi olmak üzere farklı büyüklükteki iki parçaya ayrılmaktadır. Öğrenme kümesindeki

³ Spline fonksiyonu, farklı dereceden polinom fonksiyonlarının birleştirilmesiyle oluşan, süreklilik özelliğine sahip parçalı bir fonksiyon olarak tanımlanmaktadır.

veriler kullanılarak model oluşturulmaktadır. Daha sonra elde edilen bu modelin etkinliği, test kümesindeki veriler kullanılarak test edilmektedir.

Merkezleri, $\{x_j^c : j = 1, \dots, N_c, x_j^c \in R^d\}$ olacak şekilde bir N_c kümesi seçildikten sonra $E[x_t | x_{t-1} = x_1, \dots, x_{t-d}]$ (veya kısaca $f_d(x)$ olarak gösterilen) koşullu ortalamasının bir tahmini aşağıdaki denklemlerle gösterilmektedir.

$$\hat{f}_d(x) = \sum_{j=1}^{N_c} \lambda_j \phi(\|x - x_j^c\|) \quad (6.16)$$

Burada $\phi(r) = \phi(\|x - x_j^c\|)$ olmak üzere,

$$\phi(r) = \begin{cases} r, & \text{doğrusal} \\ r^3, & \text{kübik} \\ r^{2m} \log r, & m = 1, 2, 3, \dots, \text{ thin plate spline} \\ \sqrt{r^2 c^2 + 1}, & \text{multiquadratic} \\ e^{-r^2 c^2}, & \text{Gaussian} \end{cases} \quad (6.17)$$

vb. olan radyal tabanlı bir fonksiyondur. $\phi(r)$ fonksiyonu, \mathfrak{R}^d 'de x_j^c merkezi etrafında radyal olarak simetrik bir fonksiyondur.

Casdagli öncelikli olarak kestirime odaklanmış ve modelin kesin formunu açıklamamıştır. Bu nedenle Chan ve Tong (2001), (6.18) numaralı denklemde verilen doğrusal olmayan otoregresif modelin, (6.16)'da verilen kestirim algoritması ile tutarlı olacağını ifade etmektedir.

$$x_t = \sum_{j=1}^{N_c} \lambda_j \phi(\|X_{t-1} - x_j^c\|) + \varepsilon_t \quad (6.18)$$

Burada ε_t , sıfır ortalamaya sahip ve X_s , $s < t$ 'den bağımsızdır.

(6.16) denkleminin geri dönülecek olursa; λ 'lar, X_{t-1} eğitim kümesine ait olmak üzere $x_t = \hat{f}_d(X_{t-1})$ denklem kümesinin çözümlenmesiyle elde edilir. Matris formundaki çözümlenme denklemi aşağıda verilmiştir.

$$b = A\lambda \quad (6.19)$$

$i=1, \dots, N_L$ ve $j=1, \dots, N_c$ olmak üzere λ_j , j -inci elemanı λ_j olan bir N_c vektörüdür. A , X_{i+d} , eğitim kümesine ait olmak üzere, (i,j) -inci elemanı $w_i \phi(\|X_{i+d} - x_j^c\|)$ olan $N_L \times N_c$ boyutlu bir matristir. b , i -inci elemanı $w_i x_{i+d+1}$ olan bir N_L vektörüdür. w_i 'ler ise i -inci gözlemle ilişkili güvenilirliği yansıtmaktadır.

(6.19) nolu denklemin çözümlenmesi için A 'nın tekil olmayan bir matris olması gerekmektedir. Casdagli (1989), x_j^c 'ler bağımsız, $N_L = N_c$ ve $\phi(r)$, $(r^2 + c^2)^{-\beta}$, $\beta > -1$ ve $\beta \neq 0$ biçiminde radyal tabanlı bir fonksiyon olduğunda, A 'nın tekil olmayan bir kare matris olduğunu göstermiştir. Bununla birlikte Chan ve Tong (2001), $N_L = N_c$ olduğunda bulunan parametre sayısının, öğrenme kümesindeki gözlem sayısını aşacağını ve istatistiksel açıdan değerlendirildiğinde, bu durumun arzu edilen bir durum olmadığını ifade etmektedir.

7. MATERYAL VE YÖNTEM

7.1. Veri Seti

Kaotik zaman serileri analizi, meteoroloji, jeoloji, biyoloji, tıp gibi pek çok alanda kullanılmasına rağmen ekonomi ve finans literatüründe, özellikle hisse senetleri fiyatları ve döviz kurlarının incelenmesinde daha fazla ilgi görmektedir. Bunun en önemli nedeni Hsieh'nin (1991) ifade ettiği gibi, kaos teorisinin ekonomide ve finansal piyasalarda rassal görünümlü dalgalanmaları potansiyel olarak açıklayabilmesidir.

Hisse senetleri piyasalarında oluşan en küçük bir değişimin, bireylerden ülke ekonomilerine kadar geniş bir yelpazede oluşturacağı etki düşünüldüğünde bu piyasaların davranışlarının açıklanması ve öngörülmesinin ne derece önemli olduğu ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle bu tez çalışmasında teorik çerçevesi çizilen kaos teorisinin uygulama alanı olarak hisse senetleri piyasaları tercih edilmiştir.

Hisse senetleri piyasalarını temsil etmek üzere, piyasa değerine göre dünyanın en büyük dördüncü borsası kabul edilen Londra Menkul Kıymetler Borsası'nda işlem gören 100 büyük İngiliz şirketinin hisselerini içeren FTSE 100 (Financial Times Stock Exchange) endeksi kullanılmıştır.

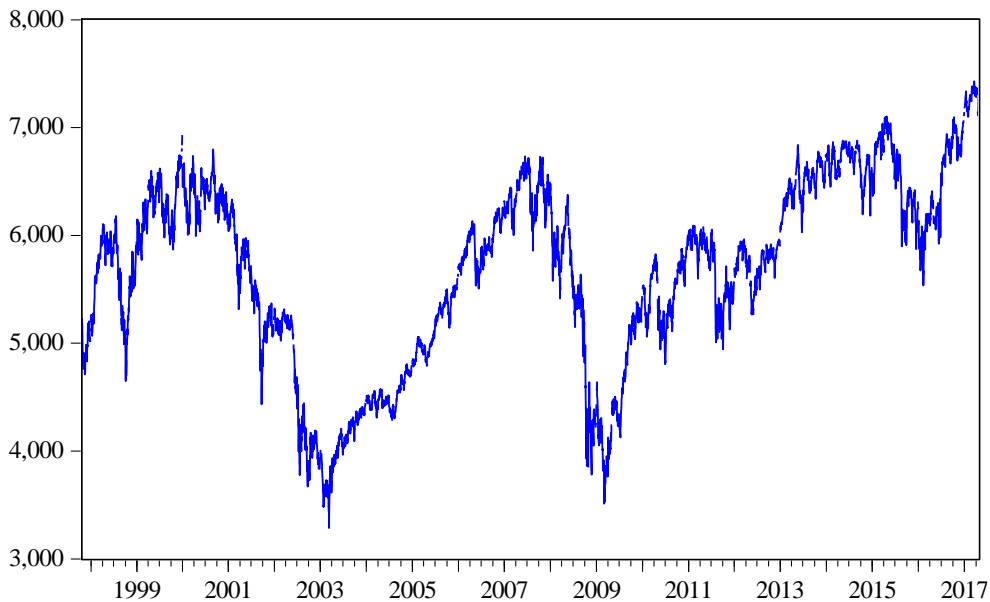
Veri seti, FTSE-100 endeksinin 20.10.1997-28.04.2017 tarihlerini kapsayan endeks kapanış değerlerini içeren 4930 gözlemden oluşmaktadır. Veriler Londra Borsası'nın resmi web sitesinden alınmıştır (Anonim, 2017).

Veri setine ilişkin tanımlayıcı istatistikler Çizelge.7.1'de verilmiştir. Endeks, en düşük kapanış değerini 3287,04 değeri ile 12.03.2003 tarihinde, en yüksek kapanış değerini ise 7429,81 değeri ile 20.03.2017 tarihinde görmüştür.

Çizelge 7.1. FTSE-100 Endeksine İlişkin Tanımlayıcı İstatistikler

İstatistik	Değer
N	4930
Ortalama	5678,567
Medyan	5838,950
En küçük	3287,040
En büyük	7429,810
Varyans	743069,688
Standart Sapma	862,0149
Çarpıklık	-0,4803
Basıklık	2,4219
Jarque-Bera test	258,108
p	$<10^{-4}$

Çizelge 7.1’de verilen istatistikler incelendiğinde, FTSE 100 endeksi verilerinin sola çarpık ve normale göre basık bir seri olduğu görülmektedir. Ayrıca verilerin normal dağılımlı olduğunu ifade eden yokluk hipotezi, Jarque-Bera testi sonucuna göre %5 anlamlılık düzeyinde reddedildiğinden FTSE 100 endeksi verilerinin normal dağılmadığı belirlenmiştir. FTSE 100 endeksi verilerinin zamana göre değişim grafiği Şekil 7.1’de verilmiştir.



Şekil 7.1. FTSE 100 Endeksinin Orijinal Grafiği

Şekil 7.1’de verilen FTSE 100 endeksi verilerinin zamana göre değişimi incelendiğinde serinin ortalamada ve varyansta durağan olmayan bir veri yapısı sergilediği görülmektedir. Kaos teorisi ile ilgili uygulanacak testlerde herhangi bir öncül varsayım olmadığından serinin durağanlığı istatistiksel olarak ayrıca incelenmemiştir.

7.2. Yöntem

Uygulamada öncelikle FTSE 100 endeksi verilerinin kaotik yapısı ortaya konmuş ardından elde edilen kaotik parametreler kullanılarak kaotik kestirim yaklaşımları uygulanmıştır.

Kaotik zaman serilerinde elde edilen faz uzayı parametreleri kullanılarak faz uzayı yeniden yapılandırılmakta ve kestirim değerleri bu yeniden yapılandırılmış faz uzayı kullanılarak elde edilmektedir.

YSA’nın girdi katmanındaki birim sayısının belirlenmesinde farklı yaklaşımlar önerilmektedir. Smaoui (1999), Packard ve Takens’in teoremini dikkate alarak en az çekicinin fraktal boyutu kadar birim sayısı alınmasını önermiştir. BuHamra vd. (2003), Box-Jenkins metodolojisi ile elde ettiği en önemli değişkenleri girdi vektörü olarak kullanmıştır. Khashei ve Bijari (2010), literatürde kaotik olduğu bilinen üç zaman serisine, kendi önerdikleri ve “(p,d,q) yapay sinir ağı modeli” olarak adlandırdıkları modelde girdi değişkeni olarak ARIMA modelindeki terimlerin tamamını almışlar ve diğer modellere göre çok daha küçük MSE değeri elde etmişlerdir. Ancak literatürdeki diğer çalışmalarda genel kanı Packard vd.nin (1980) teoremine göre girdi değişkenlerinin belirlenmesi yönündedir. Bu nedenle bu çalışmada da girdi değişkenleri Packard vd.nin teoremine göre belirlenmiştir.

Kaotik kestirim yaklaşımları ile kestirimler, Packard vd.nin (1980) önerdiği zaman gecikmeli $X_t = (x_t, x_{t-\tau}, \dots, x_{t-(d-1)\tau})$ faz uzayı (gömme) vektörleri dikkate alınarak ve sistemin mevcut konumu X_t ile gelecekteki konumu X_{t+T} arasında,

$$X_{t+T} = f_T(X_t) \quad (7.1)$$

biçiminde fonksiyonel bir ilişki olduğu varsayılarak yapılmıştır.

Uygulanan kestirim yaklaşımlarının kestirim performansları RMSE ve NMSE kriterleri kullanılarak değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgular karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir.

Uygulama çalışmalarında kaotik yapının ve kaotik parametrelerin belirlenmesi aşamasında BDS testi için E-views.8 yazılımı, diğer analizler için Auguri 3.14 yazılımı kullanılmıştır. Kaotik kestirim çalışmalarında ise yerel ve yarı-yerel kestirim yaklaşımları için VRA (Visual Recurrence Analysis) yazılımı, YSA kestirimleri için SPSS.23 yazılımı kullanılmıştır.

8. BULGULAR VE TARTIŞMA

8.1. Kaotik Yapının Belirlenmesi

8.1.1. BDS testi

FTSE-100 endeksinin doğrusal olmayan bir yapıya sahip olup olmadığının belirlenmesi için BDS testi uygulanmıştır. Brock vd. (1996), testin logaritmik farkı alınmış seriye veya ARIMA, ARCH ailesi gibi bir modelin artıklarına uygulanabileceğini belirtmiştir. Çalışmada ARIMA veya ARCH tipi bir modelle çalışılmayacağı için logaritmik fark serisi oluşturularak BDS testi bu seriye uygulanmıştır. Analiz yapılırken korelasyon boyutu 2 ile 6 arasında değiştirilmiş, r değeri varsayımlı değer olan 0,7 olarak alınmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 8.1’de verilmiştir.

Çizelge 8.1. BDS Testi Sonuçları

Boyut	BDS İstatistiği	Std.Hata	z-İstatistiği	p
2	0.021365	0.001317	16.22017	$<10^{-4}$
3	0.045026	0.002091	21.52903	$<10^{-4}$
4	0.064782	0.002489	26.03185	$<10^{-4}$
5	0.077907	0.002592	30.05749	$<10^{-4}$
6	0.084679	0.002498	33.90012	$<10^{-4}$

Çizelge 8.1’de verilen BDS testi sonuçlarına göre, serinin bağımsız ve aynı dağılımlı olduğunu ifade eden yokluk hipotezi, tüm boyutlar için %5 anlamlılık düzeyinde reddedildiğinden FTSE-100 endeksi verilerinin doğrusal olmayan bir yapıya sahip olduğu belirlenmiştir. Ayrıca bu sonuç, FTSE 100 endeksi verilerinin deterministik kaos yapısına sahip olduğunun öncül bir göstergesi olarak kabul edilmiştir.

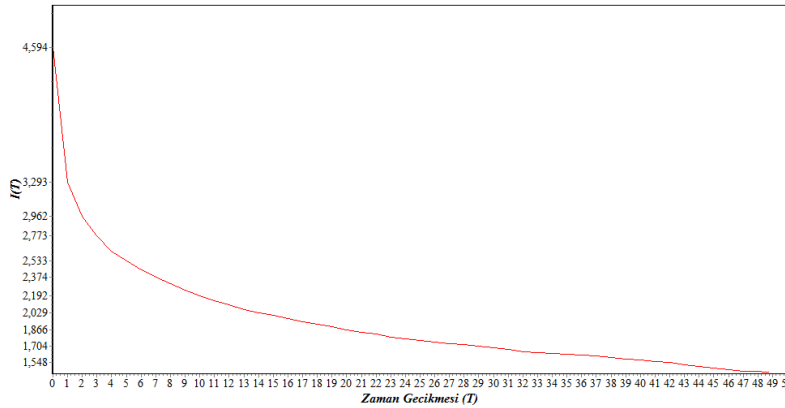
8.1.2. Zaman gecikmesinin tahmin edilmesi

FTSE 100 endeksi verilerinin optimum zaman gecikmesi değerinin belirlenmesi için Fraser ve Swinney (1986) tarafından önerilen Karşılıklı Bilgi Yöntemi kullanılmış elde edilen sonuç Çizelge 8.2’de verilmiştir.

Çizelge 8.2. Tahmin Edilen Zaman Gecikmesi

Seri	İlk Minimum	Mutlak Minimum
FTSE-100	47	50

Karşılıklı bilgi fonksiyonu $I(T)$ ’nin ilk minimum değeri 47. gecikemede gerçekleşmiştir. Karşılıklı Bilgi değerlerinin gecikme değerlerine göre grafiği Şekil 8.1’de verilmiştir.



Şekil 8.1. Zaman Gecikmesine Göre $I(T)$ Karşılıklı Bilgi Değeri Grafiği

Çizelge 8.2’de verilen sonuçlar ile Şekil 8.1’de verilen grafiğe göre, zamanın bir fonksiyonu olarak 50 gecikmeye kadar hesaplanan $I(T)$ değerleri, 1,442 ile 4,594 arasında değer almaktadır. İlk minimum değeri 1,464 ile 47. gecikmede elde edilmiştir. Bu sonuçlara göre, FTSE-100 endeksi çekicisinin konumlanacağı faz uzayının oluşturulmasında kullanılacak optimum zaman gecikmesi değeri (τ), 47 olarak belirlenmiştir.

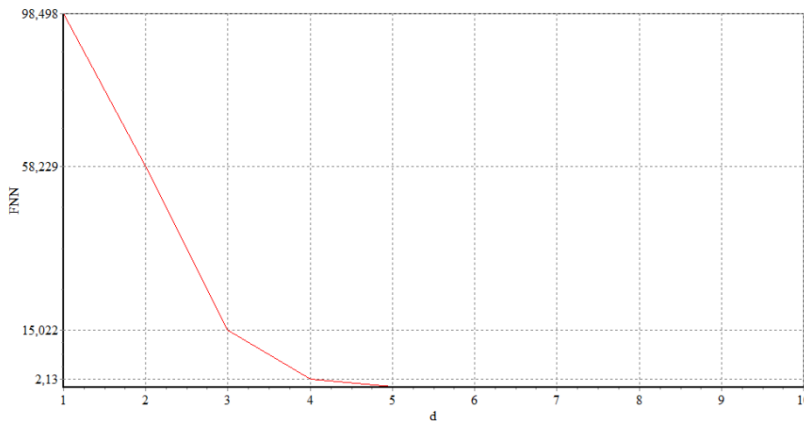
8.1.3. Gömme boyutunun tahmin edilmesi

Çekicinin konumlanacağı faz uzayının boyutunu ifade eden optimum gömme boyutunun belirlenmesi için Yanlış En Yakın Komşu (FNN) Yöntemi kullanılarak 10 gömme boyutuna kadar yapılan analiz sonucunda elde edilen bulgular Çizelge 8.3'te ve grafiği Şekil.8.2'de verilmiştir.

Çizelge 8.3. Tahmin Edilen En Yakın Komşu Değerleri

	Gömme Boyutu									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FNN	98,498	58,229	15,022	2,130	0,112	0	0	0	0	0

Gömme boyutunun bir fonksiyonu olarak elde edilen ve Çizelge 8.3'te verilen yanlış en yakın komşu tahmin değerlerine göre, tahmin değerleri 5. gömme boyutu civarında sıfıra yaklaştığından en uygun gömme boyutu $d=5$ olarak belirlenmiştir. Şekil 8.2'de verilen tahmin edilen en yakın komşu değerlerinin gömme boyutu değerlerine göre değişimi incelendiğinde değerlerin $d=5$ civarında sıfıra yaklaştığı görsel olarak görülmektedir. Bu sonuç, FTSE 100 endeksinin çekicisinin faz uzayında en uygun şekilde konumlanabilmesi için 5 boyutlu bir faz uzayının gerekli olduğunu ifade etmektedir.



Şekil.8.2. En Yakın Komşu (FNN) Grafiği

Faz uzayının yeniden yapılandırılması için iki önemli parametre olan zaman gecikmesi ve gömme boyutu değerleri aynı zamanda kaotik kestirim yaklaşımlarının da en

önemli iki parametresidir. Çünkü kestirim yaklaşımlarında kullanılacak zaman gecikmeli vektörler, bu iki parametre dikkate alınarak oluşturulmaktadır.

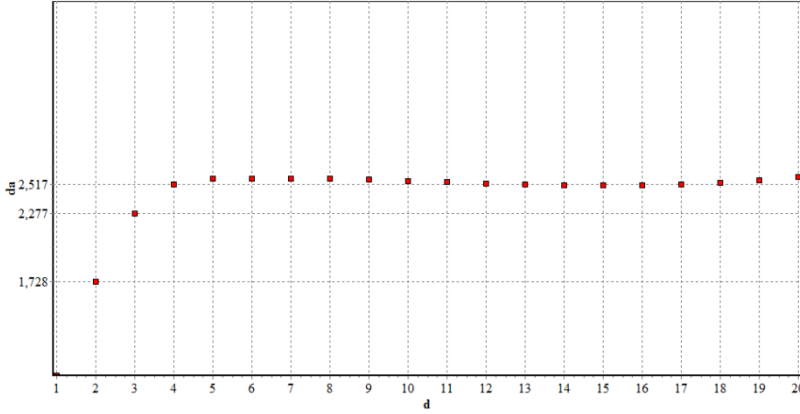
8.1.4. Korelasyon boyutunun tahmin edilmesi

Sistemin kaotik yapısı hakkında önemli ipuçları veren ve çekicinin fraktal boyutunu ifade eden korelasyon boyutu, Grassberger ve Procaccia'nın (1983 a, b) korelasyon integrali kullanılarak belirlenmiştir. Belirlenen zaman gecikmesi (τ) değeri dikkate alınarak 20 gömme boyutuna kadar hesaplanan korelasyon integrali değerleri Çizelge.8.4'te ve grafiği Şekil.8.3'te verilmiştir.

Çizelge 8.4. Korelasyon Üsteli Tahmin Değerleri

d	d_a	d	d_a
1	0,965	11	2,533
2	1,728	12	2,523
3	2,277	13	2,513
4	2,517	14	2,508
5	2,564	15	2,508
6	2,561	16	2,510
7	2,565	17	2,518
8	2,565	18	2,533
9	2,555	19	2,550
10	2,542	20	2,574

Daha önce de değinildiği gibi, tamsayı olmayan, sınırlı ya da doymuş d_a değeri, sistemin kaotik bir yapıya sahip olduğunu, aynı zamanda deterministik olduğunu ve başlangıç koşullarına hassas bağlılık gösterdiğini ifade etmektedir. Gömme boyutu arttıkça d_a değeri de sınırsız bir şekilde artıyorsa araştırma altındaki sistemin stokastik olduğu düşünülmektedir. Artan gömme boyutu değerlerine göre d_a değeri doygunluk noktasına ulaştığında bu doygunluk noktasının üst tamsayı değeri, korelasyon boyutu olarak tanımlanmakta ve faz uzayında konumlanacak çekicinin boyutunu ifade etmektedir. (Fraedrich,1986; Shang vd, 2005).



Şekil 8.3. Korelasyon Boyutu Grafiği

Bu bağlamda Çizelge.8.4 ve Şekil.8.3'te verilen tahmin değerleri incelendiğinde korelasyon boyutu değerlerinin 5. gömme boyutundan itibaren 2,5-2,6 civarında doygunluk noktasına ulaştığı görülmektedir. Bu durumda çekicinin fraktal boyutunu ifade eden korelasyon boyutu $d_a = 3$ olarak belirlenmiştir. Ayrıca korelasyon boyutu değerlerinin ondalıklı değerler alması ve belli bir gömme boyutundan sonra doygunluk noktasına ulaşması FTSE-100 endeksi serisinin fraktal yapıya sahip olduğunu, ayrıca deterministik bir seri olduğunu ve başlangıç koşullarına hassas bağlılık gösterdiğini ifade etmektedir.

Korelasyon boyutu değerlerinin doygunluk noktasına ulaştığı gömme boyutu değeri de daha önce belirlenen gömme boyutu değeri ile paralellik göstermekte ve Takens'in (1981) gömme teoremine göre $d_a \leq d \leq 2d_a + 1$ eşitsizliğini sağlamaktadır.

8.1.5. En büyük Lyapunov üstelinin tahmin edilmesi

Başlangıçta birbirine yakın iki komşu yörüngenin Δt gibi belirli bir süre sonunda birbirinden uzaklaşma oranını ifade eden Lyapunov üsteli, bir zaman serisinin kaotik olup olmadığını ve aynı zamanda başlangıç koşullarına hassas bağlılığın en önemli göstergesidir.

FTSE-100 endeksi serisinin en büyük Lyapunov üsteli değeri Kantz'ın algoritması kullanılarak hesaplanmış $\lambda_1 = 0,01$ olarak bulunmuştur. Elde edilen en büyük Lyapunov üsteli değeri pozitif olduğundan serinin başlangıç koşullarına hassas bağlılık gösterdiği ve kaotik bir yapıya sahip olduğu belirlenmiştir.

8.2. Kaotik Kestirim Yaklaşımlarının Uygulanması

FTSE 100 endeksi kapanış serisinin kestirim değerleri; x_t , FTSE 100 endeksi kapanış değerleri, zaman gecikmesi $\tau = 47$ ve gömme boyutu $d=5$ olmak üzere,

$$x_{t+T} = f[X_t, X_{t-47}, X_{t-94}, X_{t-141}, X_{t-188}] \quad (8.1)$$

denklemleri ile bulunmuştur. Bu denklemlerdeki f fonksiyonu, global yaklaşım metotlarından çok katmanlı algılayıcı sinir ağı, yerel yaklaşım metotlarından en yakın komşu metodu, yarı-yerel yaklaşım metotlarından radyal tabanlı fonksiyon metodu ile tahmin edilmiştir.

Kaotik kestirim yaklaşımlarının uygulanmasında verinin sergilediği yapının bozulmaması için verilere herhangi bir dönüşüm işlemi uygulanmamıştır.

Kaotik zaman serilerinin kestiriminde maksimum kestirim uzunluğu ile en büyük Lyapunov üsteli arasında,

$$\text{Maksimum Kestirim Uzunluğu} = \Delta t_{\max} = \frac{1}{\lambda_1} \quad (8.2)$$

olacak şekilde bir ilişki bulunmaktadır (Abarbanel, 1996; Sprott, 2003). Bu çalışmada $\lambda_1 = 0,01$ olarak elde edildiğinden en büyük kestirim uzunluğu 100 birim olarak elde edilmiştir. Kaotik zaman serilerinde uzun dönemli kestirimlerin doğruluk payının düşük olduğu bilinmesine rağmen bu çalışmada ele alınan kestirim yaklaşımlarının kestirim uzunluğuna göre performansının gözlemlenmesi için 5, 10, 20, 50 ve 100 olacak şekilde farklı kestirim uzunlukları dikkate alınmıştır.

8.2.1. Global yaklaşım metodu ile kestirim

FTSE-100 indeksinin YSA ile kestirim çalışmalarında ileri beslemeli geri yayımlı ağ olan Çok Katmanlı Algılayıcı (MLP) sinir ağı kullanılmıştır. Kestirim çalışması aşağıdaki kriterlere göre yürütülmüştür:

1. Eğitim ve test kümesinin büyüklüğü, yaygın kural olan %90-%10 biçiminde belirlenmiştir.
2. YSA mimari modeli belirlenmiştir. Uygulamaların tamamında girdi katmanında 4 birim bulunmaktadır. Gizli katman sayısı 1 ve 2 olmak üzere çalışma yürütülmüştür. Çıktı katmanında ise hedef değerlerden oluşan tek birim bulunmaktadır.
3. Gizli katmanda ve çıktı katmanında sigmoid ve hiperbolik tanjant aktivasyon fonksiyonları değiştirilerek kullanılmıştır.
4. Analize başlamadan önce Sigmoid fonksiyonunun kullanıldığı durumlarda veriler

$$x'_i = \frac{x_i - \min(x_i)}{\max(x_i) - \min(x_i)} \quad (8.3)$$

denklemini ile normalleştirme işlemine,

Hiperbolik tanjant fonksiyonunun kullanıldığı durumlarda ise,

$$x'_i = \frac{2x_i - (\max(x_i) - \min(x_i))}{\max(x_i) - \min(x_i)} \quad (8.4)$$

denklemini ile düzeltilmiş normalleştirme (adjusted normalized) işlemine tabi tutulmuştur (Günay vd., 2007; Hamzaçebi, 2011).

5. Ağın öğrenmesi sırasında Gradient Descent tekniği ile Geri Yayımlı öğrenme algoritması kullanılmıştır. Öğrenme parametrelerinin belirlenmesi için sabit bir ağ mimarisi alınıp öğrenme parametreleri dışındaki tüm parametreler sabit tutulup öğrenme oranı 0,2-0,6 arasında, momentum katsayısı da 0,6-0,9 arasında değiştirilerek SSE değerleri incelenmiştir. En küçük hata değeri, öğrenme oranının (learning rate) 0,2 ve momentum katsayısının ise 0,9 olarak alındığı durumda elde edildiğinden çalışmada bu parametre değerleri kullanılmıştır.

6. Yukarıda sözüedilen kriterler belli bir sistematığe göre değiştirilerek uygulama tamamlanmıştır.

Öncelikle tek gizli katmanlı YSA uygulaması yapılmıştır. Gizli katmandaki birim sayıları 1 ile 15 arasında değiştirilmiştir. Her birim için gizli katman ve çıktı katmanındaki aktivasyon fonksiyonları sistematik olarak değiştirilerek 60 farklı model ile YSA çalışması yapılmıştır. Çıktı katmanında hiperbolik tanjant aktivasyon fonksiyonu kullanıldığında hataların yaklaşık olarak dört katına çıktığı gözlemlenmiştir. En iyi hata değerleri, hem gizli katmanda hem de çıktı katmanında sigmoid aktivasyon fonksiyonunun kullanıldığı durumlarda elde edilmiştir.

İki gizli katmanlı YSA çalışmalarında birinci ve ikinci gizli katmandaki birim sayıları yine 1-15 arasında değiştirilerek 900 farklı modelin dikkate alındığı YSA çalışması yapılmıştır. Tek gizli katmanlı MLP ağında olduğu gibi iki katmanlı sinir ağında da çıktı katmanında hiperbolik tanjant aktivasyon fonksiyonu kullanıldığında hataların dört katına çıktığı gözlemlenmiştir.

Elde edilen sonuçlar incelendiğinde test kümesinin hata (SSE) değerlerine göre FTSE-100 endeksi için en iyi ağ mimarisinin ilk gizli katmanda 8, ikinci gizli katmanda 7 birimin bulunduğu ve hem gizli katmanda hem de çıktı katmanında sigmoid aktivasyon fonksiyonunun kullanıldığı 4-8-7-1 mimari modeli olduğu belirlenmiştir. Bu modele ilişkin kestirim istatistikleri Çizelge 8.5’de verilmiştir.

Çizelge 8.5. YSA Yaklaşımı ile Elde Edilen Modele İlişkin İstatistikler

Kestirim Uzunluğu	RMSE	NMSE
5	58,97862	0,825351
10	113,8137	1,309196
20	190,9174	2,658323
50	216,5949	1,403349
100	340,8615	1,706506

YSA ile yapılan kestirim sonucunda RMSE değerlerinin 58,97862 ile 340,8615 arasında kestirim uzunluğuna göre artan değerler aldığı görölmektedir. NMSE değerleri,

kullanılan kestiricinin kestirim performansının rassal yürüyüş kestiricisi gibi geleneksel kestiricilerin kestirim performansı ile karşılaştırılmasında kullanılmaktadır. $NMSE < 1$ olduğunda, kullanılan kestiricinin kestirim performansının rassal yürüyüş kestiricisi gibi geleneksel kestiricilerin performansından daha iyi olduğu söylenmektedir (Lillekjendlie vd.,1994; Karunasinghe ve Liang, 2006). Elde edilen sonuçlar bu bağlamda incelendiğinde, YSA kestiricisinin 5 birim uzunluğundaki kestirim için geleneksel kestiricilerden daha iyi performans gösterdiği, diğer kestirim uzunlukları için YSA kestiricisinin uygun olmadığı belirlenmiştir.

8.2.2. Yerel yaklaşım metodu ile kestirim

Yerel yaklaşım metotlarından En Yakın Komşu Metodu ile kestirim çalışmaları, aşağıdaki kriterlere göre tüm kombinasyonlar dikkate alınarak yapılmıştır:

1. Veri seti, %90-%10 şeklinde eğitim ve test kümesi olmak üzere iki gruba ayrılmıştır.
2. Öğrenme yönteminde statik ve dinamik öğrenme yöntemleri kullanılmıştır.
3. Kestirimler, iteratif (bir adım ileri) ve doğrudan (çok adım ileri) kestirim yöntemleri dikkate alınarak hesaplanmıştır.
4. Komşu noktalar arasındaki uzaklıklar, Öklid ve Max Norm uzaklıkları dikkate alınarak hesaplanmıştır.

Elde edilen kestirim performansları incelendiğinde en yakın komşu metodu ile yapılan kestirimlerde iteratif yöntemle yapılan kestirimlerin doğrudan yöntemle yapılan kestirimlerden çok daha iyi hata değerleri verdiği gözlemlenmiştir. Aynı şekilde dinamik modellemenin statik modellemeye göre daha iyi kestirim performansı gösterdiği gözlemlenmiştir.

Kestirim performansı açısından elde edilen en iyi modelin; dinamik öğrenme yönteminin, iteratif kestirim yönteminin ve Öklid uzaklığının kullanıldığı model olduğu görülmüştür. Elde edilen modele ilişkin kestirim sonuçları Çizelge 8.6'da verilmiştir.

Çizelge 8.6. En Yakın Komşu Metodu ile Elde Edilen Modele İlişkin İstatistikler

Kestirim Uzunluğu	RMSE	NMSE
5	39,8189	0,6273
10	47,8571	1,229
20	57,2049	1,3833
50	70,6262	1,4408
100	98,6059	1,4351

En yakın komşu metodu ile elde edilen kestirimlerin Çizelge 8.6'da verilen sonuçları incelendiğinde RMSE değerlerinin kestirim uzunluğuna göre 39,8189 ile 98,6059 arasında artan değerler aldığı görülmektedir. NMSE değerlerine göre, en yakın komşu metodu ile yapılan kestirimlerin yalnızca 5 birim uzunluğundaki kestirim için rassal yürüyüş modeli kestirimlerinden daha iyi sonuç verdiği, diğer uzunluktaki kestirimler için bu modelin uygun olmadığı belirlenmiştir.

8.2.3. Yarı-yerel yaklaşım metodu ile kestirim

Radyal tabanlı fonksiyon yaklaşımı ile kestirim çalışmaları, en yakın komşu metodundaki kriterlere ek olarak farklı komşu sayıları (k) ve farklı radyal tabanlı fonksiyonlar da işleme dahil edilerek yapılmıştır. $k \geq d + 1$ alınarak $k=6,7$ ve 8 için kestirim değerleri ayrı ayrı hesaplanmıştır. $k=9$ için yapılan kestirim çalışmalarında hataların aşırı derecede arttığı gözlemlendiğinden bu çalışmada sonuçlarına yer verilmemiştir. Radyal Tabanlı fonksiyonlardan Doğrusal, Kübik, Thin Plate Spline, Gaussian ve Multiquadratic fonksiyonlar kullanılmıştır.

Radyal tabanlı fonksiyon yaklaşımı ile yapılan kestirim çalışmalarında kestirim uzunluğu arttıkça denenen pek çok model için hata değerleri aşırı derecede büyüdüğünden kestirim işlemi yapılamamıştır. Genel olarak en yakın komşu sayıları (k) arttırıldıkça hesaplanabilen kestirim uzunluğunun da arttığı gözlemlenmiştir.

Radyal tabanlı fonksiyon yaklaşımlarında da iteratif yöntemle yapılan kestirimlerin doğrudan yöntemle yapılan kestirime göre çok daha iyi performans gösterdiği gözlemlenmiştir.

$k=6$ için kestirim performansına göre bulunan en iyi radyal tabanlı fonksiyon modeli; dinamik modellemenin, iteratif öngörü yönteminin, lineer radyal tabanlı fonksiyonun ve Max Norm uzaklığının kullanıldığı model olarak belirlenmiştir. Bu modele ilişkin kestirim istatistikleri Çizelge.8.7'de verilmiştir.

Çizelge 8.7. $k=6$ için RTF Yaklaşımı ile Elde Edilen Modele İlişkin İstatistikler

KestirimUzunluğu	RMSE	NMSE
5	53,3467	1,1260
10	42,0509	0,9490
20	103,2919	4,5100
50	125,671	4,5618
100	Hesaplanamadı	

$k=6$ için radyal tabanlı fonksiyon kestirimi sonucunda Çizelge 8.7'de verilen istatistikler incelendiğinde, 50 birimden sonraki kestirim değerlerinin hata değerleri aşırı derecede arttığından hesaplanamadığı görülmektedir. Bu modelle yapılan kestirimlerde en iyi kestirim performansı 10 birim uzunluğundaki kestirimde elde edilmiştir. Ayrıca NMSE değerlerine göre, 10 birim uzunluğundaki kestirim için bu modelin kestirim performansının geleneksel kestiricilerin kestirim performansından daha iyi sonuç verdiği görülmektedir.

$k=7$ için tüm kestirim uzunlukları dikkate alınarak kestirim performansına göre bulunan en iyi radyal tabanlı fonksiyon modeli; dinamik modellemenin, iteratif öngörü yönteminin, lineer radyal tabanlı fonksiyonun ve Öklid uzaklığının kullanıldığı model olarak belirlenmiştir. Bu modele ilişkin kestirim istatistikleri Çizelge 8.8'de verilmiştir.

Çizelge 8.8. $k=7$ için RTF Yaklaşımı ile Elde Edilen Modele İlişkin İstatistikler

Kestirim Uzunluğu	RMSE	NMSE
5	35,4595	0,5852
10	38,2826	0,7865
20	66,7470	1,8832
50	75,6066	1,6512
100	182,4841	4,9151

$k=7$ için radyal tabanlı fonksiyon kestirimi sonucunda RMSE değerlerinin 35,4595 ile 182,4841 arasında artan değerler aldığı görülmektedir. NMSE değerlerine göre, 5 ve 10 birimlik kestirimlerin kestirim performansının geleneksel kestiricilerin performansından daha iyi olduğu, diğer kestirim uzunlukları için bu modelin uygun olmadığı belirlenmiştir.

$k=8$ için tüm kestirim uzunlukları dikkate alınarak kestirim performansına göre bulunan en iyi model; dinamik modellemenin, iteratif öngörü yönteminin, lineer radyal tabanlı fonksiyonun ve Öklid uzaklığının kullanıldığı model olarak belirlenmiştir. Bu modele ilişkin kestirim istatistikleri Çizelge 8.9'da verilmiştir.

Çizelge 8.9. $k=8$ için RTF Yaklaşımı ile Elde Edilen Modele İlişkin İstatistikler

Kestirim Uzunluğu	RMSE	NMSE
5	38,4953	0,5863
10	32,8745	0,5800
20	42,6496	0,7689
50	95,388	2,6282
100	198,1743	5,7966

$k=8$ için radyal tabanlı fonksiyon kestirimi sonucunda RMSE değerlerine göre en küçük kestirim hatasının 32,8745 ile 10 birimlik kestirim için elde edildiği görülmektedir. NMSE değerlerine göre, 5,10 ve 20 birimlik kestirimlerin kestirim performansının geleneksel kestiricilerin performansından daha iyi olduğu, diğer kestirim uzunlukları için bu modelin uygun olmadığı belirlenmiştir.

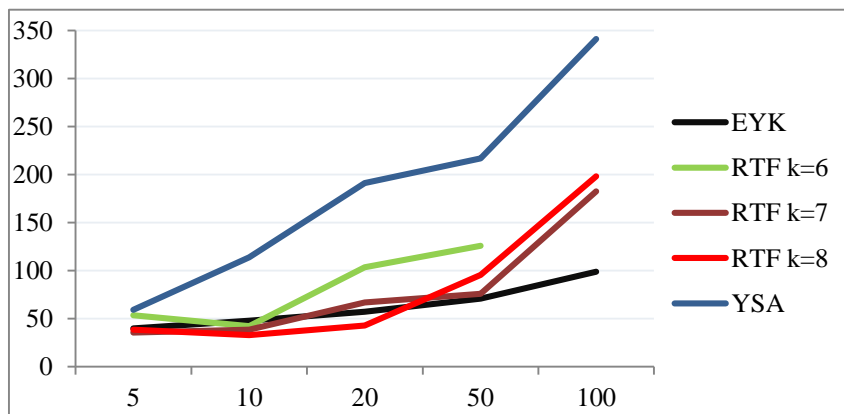
8.2.4. Kestirim yaklaşımlarının karşılaştırılması

Sonuçların karşılaştırılması ve yorumlanabilmesi için tüm modellere ait RMSE değerleri Çizelge 8.10'da verilmiştir.

Çizelge 8.10. Kestirim Uzunluğuna Göre Modellerin RMSE Değerleri

Kestirim Uzunluğu	YSA	EYK	RTF k=6	RTF k=7	RTF k=8
5	58,979	39,819	53,347	35,460	38,495
10	113,814	47,857	42,051	38,283	32,875
20	190,917	57,205	103,292	66,747	42,650
50	216,595	70,626	125,671	75,607	95,388
100	340,862	98,606	--	182,484	198,174

Kestirim uzunluklarına göre modellerin RMSE değerlerine göre kestirim performansı incelendiğinde 5 birim uzunluğundaki kestirim için en iyi modelin k=7 iken elde edilen radyal tabanlı fonksiyon modeli olduğu belirlenmiştir. 10 ve 20 birim uzunluğundaki kestirim için ise k=8 için elde edilen radyal tabanlı fonksiyon modelinin daha iyi kestirim performansı gösterdiği belirlenmiştir. YSA ile elde edilen kestirimlerin en yüksek hata değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca kestirim uzunluğu arttıkça, özellikle 20 birimlik kestirim uzunluğundan sonra, kestirim hatalarının da genel olarak daha fazla arttığı görülmektedir. Elde edilen sonuçlar Şekil 8.4'deki grafikte de görsel olarak sunulmuştur.



Şekil 8.4. Kestirim Uzunluğuna Göre Modellerin RMSE Değerleri

Modellerin kestirim performansının geleneksel kestiricilerin kestirim performansı ile karşılaştırılması ve modellerin uygunluğunun belirlenebilmesi açısından tüm modellere ilişkin NMSE değerleri Çizelge 8.11’de verilmiştir.

Çizelge 8.11. Kestirim Uzunluğuna Göre Modellerin NMSE Değerleri

Kestirim Uzunluğu	YSA	EYK	RTF k=6	RTF k=7	RTF k=8
5	0,8254	0,6273	1,1260	0,5852	0,5863
10	1,3092	1,229	0,9490	0,7865	0,5800
20	2,6583	1,3833	4,5100	1,8832	0,7689
50	1,4033	1,4408	4,5618	1,6512	2,6282
100	1,7065	1,4351		4,9151	5,7966

Bu çalışmada kullanılan modellerin kestirim performansı ile geleneksel kestiricilerin kestirim performansı karşılaştırıldığında; 5 birim uzunluğundaki kestirimlerde k=6 için bulunan radyal tabanlı fonksiyon dışındaki tüm modellerin kestirim performansının geleneksel kestiricilerin performansından daha iyi olduğu görülmektedir. k=8 için bulunan radyal tabanlı fonksiyonun kestirim performansının 20 birim uzunluğa kadar geleneksel kestiricilerden daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Ayrıca bu çalışmada kullanılan kestirim yaklaşımları ile, FTSE 100 endeksi serisinin en fazla 20 birimlik kestirimini yapılabileceği; 20 birimden sonraki kestirimler için, elde edilen modellerin hiçbirinin uygun olmadığı belirlenmiştir.

RMSE ve NMSE kriterlerine göre elde edilen tüm kestirim sonuçları gözönüne alındığında, FTSE 100 endeksi serisi için en iyi kestirim performansının yarı-yerel yaklaşım metotlarında elde edildiği belirlenmiştir.

9. SONUÇ VE ÖNERİLER

Kaotik zaman serilerinin öngörülerinin başarılı bir şekilde yapılabilmesi için kestirim çalışmaları büyük önem arz etmektedir. 1980'lerin sonlarında başlayan kaotik zaman serilerinin kestirimi ile ilgili çalışmalar, disiplinlerarası bir konu olması nedeniyle pek çok bilim alanına yayılmış, literatür araştırmasında ve tezin ilgili bölümlerinde aktarıldığı gibi pek çok farklı çalışmanın konusu olmuştur. Yapılan bu çalışmalarla daha çok bilim insanı tarafından tanınır hale geldiğinden kaos literatüründeki çalışmalar artan bir ilgi ile günümüzde de devam etmektedir. Finans piyasalarının kaotik özellikler taşıdığını ortaya koyan çalışmalardan sonra özellikle hisse senetleri piyasalarının seyrinin öngörülmesiyle ilgili kaotik kestirim ve öngörü çalışmaları literatürde önemli bir yer tutmaya başlamıştır.

Bu tez çalışmasında öncelikle bir zaman serisinin kaotik özelliklerinin incelenmesi ve kaotik parametrelerinin belirlenmesi üzerinde durulmuş ardından kaos literatüründe önerilen ve büyük kabul gören kestirim yaklaşımları; global, yerel ve yarı-yerel kestirim yaklaşımları olarak ele alınmıştır. Global yaklaşım metotlarından çok katmanlı algılayıcı (MLP) yapay sinir ağı, yerel yaklaşım metotlarından en yakın komşu metodu ve yarı-yerel yaklaşım metotlarından radyal tabanlı fonksiyon yaklaşımı incelenmiştir.

Kaotik kestirim yaklaşımlarının karşılaştırılması için hisse senetleri piyasalarında önemli bir endeks olan FTSE 100 endeksi kapanış değerleri veri seti kullanılmıştır.

FTSE 100 endeksinin kaotik yapısının belirlenmesi amacıyla yapılan test ve analizler sonucunda aşağıdaki bulgular elde edilmiştir:

1. BDS testi sonucunda verilerin doğrusal olmadığı belirlenmiş, bu durum FTSE 100 endeksi verilerinin deterministik kaos içerdiği yönünde bir ipucu olarak kabul edilmiştir.

2. Faz uzayının yeniden yapılandırılması için gerekli olan faz uzayı parametrelerinden optimum zaman gecikmesi değeri, karşılıklı bilgi yöntemi kullanılarak $\tau = 47$ olarak; gömme boyutu değeri ise yanlış en yakın komşu metodu kullanılarak $d=5$ olarak tahmin edilmiştir.

3. Korelasyon integrali yöntemiyle çekicinin fraktal boyutunu ifade eden korelasyon boyutu $d_a=3$ olarak tahmin edilmiş, dolayısıyla FTSE 100 endeksi serisinin modellenmesi için gerekli olan minimum bağımsız değişken sayısı 3 olarak belirlenmiştir. Ayrıca bu analiz sonucunda FTSE-100 endeksi serisinin fraktal yapıya sahip olduğu ve deterministik bir seri olduğu belirlenmiştir.

4. Kantz'ın algoritması kullanılarak en büyük Lyapunov üsteli $\lambda_1 = 0,01$ olarak bulunmuştur. Elde edilen en büyük Lyapunov üsteli değeri pozitif olduğundan FTSE 100 endeksi verilerinin düşük boyutlu kaotik bir yapıya sahip olduğu ve başlangıç koşullarına hassas bağımlılık gösterdiği belirlenmiştir. Ayrıca en büyük Lyapunov üsteli değeri ile ilişkili olarak FTSE 100 endeksi serisinin maksimum kestirim uzunluğu, $1/0,01=100$ olarak belirlenmiştir.

FTSE 100 endeksi serisinin kaotik özellikleri ve parametreleri belirlendikten sonra kaotik kestirim yaklaşımları uygulanmış ve aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

1. Global kestirim yaklaşımlarından MLP sinir ağı ile kestirim çalışmaları sonucunda,

- a. Test kümesinin hata (SSE) değerlerine göre FTSE-100 endeksi için en iyi ağ mimarisinin hem gizli katmanda hem de çıktı katmanında sigmoid aktivasyon fonksiyonunun kullanıldığı 4-8-7-1 mimari modeli olduğu belirlenmiştir.
- b. NMSE değerlerine göre FTSE 100 endeksi serisinin YSA ile kestiriminin en fazla 5 güne kadar yapılabileceği, daha büyük kestirim uzunluğu için bu modelin uygun olmadığı belirlenmiştir.

2. Yerel kestirim yaklaşımlarından en yakın komşu metodu ile kestirim çalışmaları sonucunda;

- a. İteratif yöntemle yapılan kestirimlerin doğrudan yöntemle yapılan kestirimlere göre çok daha iyi hata değerleri verdiği gözlemlenmiştir. Aynı şekilde dinamik

modellemenin statik modellemeye göre daha iyi kestirim performansı gösterdiği gözlemlenmiştir.

- b. YSA'ya göre daha küçük kestirim hataları elde edilmesine rağmen kestirim uzunluğu açısından benzer bir sonuç elde edilmiştir. NMSE değerlerine göre FTSE 100 endeksi serisinin en yakın komşu metodu ile kestiriminin en fazla 5 güne kadar yapılabileceği, daha büyük kestirim uzunluğu için bu modelin uygun olmadığı belirlenmiştir.

3. Yarı-yerel kestirim yaklaşımlarından radyal tabanlı fonksiyon yaklaşımı farklı komşu sayıları dikkate alınarak kullanılmış ve yapılan kestirim çalışmaları sonucunda;

- a. İteratif yöntemle yapılan kestirimlerin doğrudan yöntemle yapılan kestirimlere göre çok daha iyi performans gösterdiği gözlemlenmiştir.
- b. Lineer radyal tabanlı fonksiyon kullanılarak yapılan kestirimlerin diğer radyal tabanlı fonksiyonların kullanıldığı modellerden daha iyi kestirim performansı gösterdiği gözlemlenmiştir.
- c. $k=6$ için bulunan en iyi radyal tabanlı fonksiyon modeli ile kestirim sonucunda 10 günlük kestirim hatalarının 5 günlük kestirim hatalarından daha küçük olduğu, kestirim hatasının aşırı büyümesinden dolayı 50 günden sonraki kestirimlerin yapılamadığı gözlemlenmiştir. Ayrıca NMSE değerlerine göre 10 günlük kestirim dışındaki diğer kestirim uzunlukları için bu modelin uygun olmadığı belirlenmiştir.
- d. $k=7$ için bulunan en iyi radyal tabanlı fonksiyon modeli ile FTSE 100 endeksi serisinin 10 güne kadar kestiriminin yapılabileceği, daha büyük kestirim uzunluğu için bu modelin uygun olmadığı belirlenmiştir.
- e. $k=8$ için bulunan en iyi radyal tabanlı fonksiyon modeli ile FTSE 100 endeksi serisinin 20 güne kadar kestiriminin yapılabileceği, daha büyük kestirim

uzunluğu için bu modelin uygun olmadığı, ayrıca, 10 günlük kestirim hatasının 5 günlük kestirim hatasından daha küçük olduğu belirlenmiştir.

FTSE 100 endeksinin kaotik olup olmadığı ile ilgili literatürde yapılan çalışmalarda farklı sonuçlar elde edilmiştir. Çalışmalar incelendiğinde genellikle kaotik inceleme analizlerinden birinin sonucuna göre bu karara varıldığı görülmektedir. Bu çalışmada bir zaman serisinin kaotik olup olmadığını belirleyen tüm analizler birlikte kullanılmıştır ve elde edilen tüm bulgular birbirini destekler niteliktedir. Bu bulgular birlikte ele alındığında FTSE 100 endeksi kapanış değerleri serisinin başlangıç koşullarına hassas bağıllık gösterdiği ve deterministik kaos yapısına sahip olduğu belirlenmiştir.

Literatürde incelenen çalışmaların bazılarında global yaklaşım metotlarının (Lillekjendlie vd.,1994; Elshorbagy vd., 2002; Karunasinghe ve Liang, 2006; Özdemir ve Akgül, 2014; Gkana ve Zachilas, 2015), bazılarında yerel yaklaşım metotlarının (Sivakumar vd., 2002 Su ve Li, 2015), bazılarında ise yarı-yerel kestirim metotlarının (Guegan ve Mercier, 2005) daha iyi kestirim performansı sergilediği sonucuna ulaşılmıştır. Ancak bu çalışmaların hiçbirinde, bu çalışmada kullanılan kaotik kestirim yaklaşımlarının tamamı birlikte kullanılmamıştır.

FTSE 100 endeksi verilerine uygulanan kaotik kestirim yaklaşımları kestirim performansı açısından değerlendirildiğinde yarı-yerel kestirim yaklaşımının global ve yerel kestirim yaklaşımlarından daha iyi kestirim performansı gösterdiği; global ve yerel yaklaşım metotları ile endeks kapanış değerlerinin en fazla 5 günlük kestiriminin yapılması mümkün iken yarı-yerel kestirim yaklaşımları ile 20 güne kadar kestiriminin yapılabileceği belirlenmiştir. Hisse senetleri piyasalarının davranışlarının açıklanmasında ve öngörülmesinde yarı-yerel kestirim yaklaşımlarının, global kestirim yaklaşımları ile yerel kestirim yaklaşımlarının avantajlarını birleştirerek başarılı sonuçlar verebileceği ortaya konmuştur.

Literatürde incelenen çalışmalarda kestirim hatalarına göre kıyaslandığında kısa dönemli kestirimlerin, uzun dönemli kestirime göre daha iyi sonuçlar verdiği ortaya konmuştur. Bunun en önemli nedeni, Zhang ve Man'ın (1998) ifade ettiği gibi kaotik sistemlerin başlangıç koşullarına hassas bağıllık göstermesidir. FTSE 100 endeksi serisi de

başlangıç koşullarına hassas bağıllık gösterdiğinden maksimum kestirim uzunluğu 100 gün olarak belirlenmesine rağmen yapılan kestirim çalışmalarında en fazla 20 günlük kestiriminin mümkün olduğu belirlenmiştir.

Bu tez çalışması sonucunda dikkati çeken bir husus, bazı yarı-yerel kestirim modellerinde uzun dönemli kestirim hatalarının kısa dönemli kestirim hatalarından daha küçük elde edilmiş olmasıdır. Bu durumun serinin kaotik yapısından kaynaklandığı, daha açık bir ifadeyle elde edilen modelin, serinin faz uzayındaki yüzey şekline bağlı olarak, kendisine yakın başka bir konumu daha iyi açıkladığı düşünülse de nedenlerinin kaos teorisi ışığında araştırılması gerekmektedir.

Kaotik zaman serilerinin kestirim performansını etkileyen en önemli parametreler, aynı zamanda faz uzayı parametreleri olan zaman gecikmesi (τ) ve gömme boyutu (d) parametreleridir. Bu çalışmada kullanılan yöntemler dışında başka yöntemlerle bu parametrelerin belirlenmesinin, kestirim performansını arttırabileceği değerlendirilmektedir.

Bu tez çalışmasında literatürde genel kabul görmüş kestirim yaklaşımları kullanılmıştır. Daha iyi kestirim performansı ve dolayısıyla daha iyi öngörü değerleri elde edilebilmek amacıyla bu çalışmada kullanılan kestirim yaklaşımlarının dışında başka kestirim yaklaşımları, örneğin farklı yapay zeka algoritmaları kullanılarak kestirim performansları incelenebilir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Abarbanel, H., 1996, Analysis of Observed Chaotic Data, Springer-Verlag, New York, p.25, 28, 69, 71, 91, 260.
- Abarbanel, H. D., Brown, R., Kadtke, J. B., 1990, Prediction in chaotic nonlinear systems: methods for time series with broadband Fourier spectra, Physical Review A, 41(4), 1782-1807.
- Abhyankar, A., Copeland, L. S., Wong, W., 1995, Nonlinear dynamics in real-time equity market indices: evidence from the United Kingdom, The Economic Journal, 864-880.
- Abhyankar, A., Copeland, L. S., Wong, W., 1997, Uncovering nonlinear structure in real-time stock-market indexes: the S&P 500, the DAX, the Nikkei 225 and the FTSE-100, Journal of Business and Economic Statistics, 15(1), 1-14.
- Aihara, K., Takabe, T., Toyoda, M., 1990, Chaotic neural networks, Physics Letters A, 144(6-7), 333-340.
- Ali, S., Basharat, A., Shah, M., 2007, Chaotic invariants for human action recognition, IEEE 11th International Conference on Computer Vision, 1-8.
- Alligood, K. T., Sauer, T. D., Yorke, J. A., 1996, Chaos: An Introduction to Dynamical Systems, Springer New York, p.vi.
- Anonim, 2017, FTSE Index Values, <http://www.londonstockexchange.com/statistics/ftse/ftse.htm>, erişim tarihi: 30.04.2017.
- Alpar, O. ve Eren, Ö., 2016, İMKB100 endeks değişim değerlerinde Lyapunov üsteli metoduyla kaosu incelemesi, İstanbul Aydın Üniversitesi Dergisi, 30, 151-174.
- Ardalani-Farsa, M., 2010, Chaotic time series forecasting with residual analysis using synergy of ensemble neural networks and Taguchi's design of experiments, Doctoral dissertation, Ryerson University, 199p.
- Basharat, A., Shah, M., 2009, Time series prediction by chaotic modeling of nonlinear dynamical systems, IEEE 12th International Conference on Computer Vision (ICCV), 1941-1948.
- Box, G. E., Jenkins, G. M., 1976, Time Series Analysis: Forecasting and Control, reviseded Holden-Day.
- Bozdağ, C.E., 1998, Kaos analizi: Bir finansal sektör uygulaması, Doktora tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 160s.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Brock, W. A., Hsieh, D. A., LeBaron, B. D., 1991, *Nonlinear Dynamics, Chaos and Instability: Statistical Theory and Economic Evidence*, MIT press.
- Brock, W., Dechert, W., Scheinkman, J., 1987, A test for independence based on the correlation dimension, University of Wisconsin at Madison, Social Systems Research Institute Working Paper, no: 8702.
- Brock, W., Dechert, W., Scheinkman, J., LeBaron, B., 1996, A test for independence based on the correlation dimension, *Econometric Review*, 15, 197-235.
- BuHamra, S., Smaoui, N., Gabr, M., 2003, The Box–Jenkins analysis and neural networks: prediction and time series modelling, *Applied Mathematical Modelling*, 27(10), 805-815.
- Cao, L., 1997, Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 110(1-2), 43-50.
- Casdagli, M., 1992, Chaos and deterministic versus stochastic non-linear modelling, *Journal of The Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, 54(2), 303-328.
- Casdagli, M., 1989, Nonlinear prediction of chaotic time series, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 35(3), 335-356.
- Chan, K.S., Tong, H., 2001, *Chaos: A Statistical Perspective*, Springer-Verlag, New York, Inc., p.71,170.
- Crutchfield, J.P. and McNamara, B.S., 1987, Equations of motion from a data series, *Complex Systems*, 1, 417-452.
- Duarte, F. B., Tenreiro Machado, J. A., Monteiro Duarte, G., 2010, Dynamics of the Dow Jones and the NASDAQ stock indexes, *Nonlinear Dynamics*, 61(4), 691-705.
- Eckmann, J. P., Ruelle, D., 1985, Ergodic theory of chaos and strange attractors, *Reviews of Modern Physics*, 57(3), 617-656.
- Eldridge, R. M., Coleman, M. P., 1993, The British FTSE-100 index: chaotically deterministic or random, Working Paper, School of Business, Fairfield University.
- Elmas, Ç., 2001, Yapay Zeka Uygulamaları, Seçkin Yayıncılık., s.23,30, 41,115.
- Elshorbagy, A., Simonovic, S. P., Panu, U. S., 2002, Estimation of missing streamflow data using principles of chaos theory, *Journal of Hydrology*, 255(1), 123-133.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Elsner, J.B., 1992, Predicting time series using a neural network as a method of distinguishing chaos from noise, *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 25(4) 843–850.
- Engle, R., 1982, Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of variance of United Kingdom inflation, *Econometrica*, 50, 987-1008.
- Farmer, J.D., Sidorowich, J.J., 1987, Predicting chaotic time series, *Physical Review Letters*, 59(8), 845-848.
- Fırat, U., 2006, Kaotik Zaman Serilerinin Yapay Sinir Ağlarıyla Kestirimi: Deprem Verisi Durumu, Yüksek Lisans tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 59s.
- Fraedrich, K., 1986, Estimating the dimensions of weather and climate attractors, *Journal of the Atmospheric Sciences*, 43(5), 419-432.
- Fraser, A. M., Swinney, H. L., 1986, Independent coordinates for strange attractors from mutual information, *Physical Reviews A*, 33, 1134-1140.
- Gkana, A., Zachilas, L., 2015, Sunspot numbers: data analysis, predictions and economic impacts, *Journal of Engineering Science and Technology Review*, 8 (1), 79-85.
- Gleick, J., 2000, *Kaos, Yeni Bir Bilim Teorisi*, (Çev. F.Üçcan), TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, Ankara, s. iv, 8.
- Gökmen, Ş., 2012, Zaman serilerinde kaos ve forex üzerine bir uygulama, Yüksek Lisans tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 93s.
- Grassberger, P., Procaccia, I., 1983a, Characterization of strange attractors, *Physical Review Letters*, 50(5), 346-349.
- Grassberger, P., Procaccia, I., 1983b, Measuring the strangeness of strange attractors, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 9(1-2), 189-208.
- Guegan, D., Mercier, L., 2005, Prediction in chaotic time series: methods and comparisons with an application to financial intra-day data, *The European Journal of Finance*, 11(2), 137-150.
- Günay, S., Eğrioğlu, E., Aladağ, Ç.H., 2007, Tek Değişkenli Zaman Serileri Analizine Giriş, Hacettepe Üniversitesi Yayınları, s.104-123.
- Haggan, V., Ozaki, T., 1980, Amplitude-dependent exponential AR model fitting for non-linear random vibrations, *Time Series*, North-Holland, Amsterdam, 57-71.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Haggan, V., T. Ozaki, 1981, Modeling nonlinear random vibrations using an amplitude dependent autoregressive time series model, *Biometrika*, 68, 189–196.
- Hamzaçebi, C., 2011, Yapay Sinir Ağları, Tahmin Amaçlı Kullanımı Matlab ve Neurosolutions Uygulamalı, Ekin Basım Yayın Dağıtım, s.23, 67
- Hanias M., Magafas L., Konstantaki P., 2013, Nonlinear analysis of S&P index, *Equilibrium, Quarterly Journal of Economics and Economic Policy*, 8(4), 125-135.
- Hassan M.R., Nath, B., 2005, Stock market forecasting using hidden Markov model: a new approach, *Proceedings of the 5th International Conference on Intelligent Systems Design and Applications*, 192–196.
- Hebb, D.O., 1949, *The Organisation Of Behavior*. Wiley, New York.
- Hilborn, R. C., 2000, *Chaos and Nonlinear Dynamics: An Introduction for Scientists and Engineers*, Oxford University Press on Demand, p.4,6,320,376,377.
- Hsieh, D.A., 1989, Testing for nonlinear dependence in foreign exchange rate, *Journal of Business*, 62(3), 339-369.
- Hsieh, D.A., 1991, Chaos and nonlinear dynamics: Application to financial markets. *Journal of Finance*. Vol. 46(5), 1839–1877.
- Huanga, W., Nakamoria, Y., Wangb, S., 2005, Forecasting stock market movement direction with support vector machine, *Computers and Operations Research*, 32(10), 2513–2522.
- Islam, M. N., Sivakumar, B., 2002, Characterization and prediction of runoff dynamics: a nonlinear dynamical view, *Advances in Water Resources*, 25(2), 179-190.
- Kantz, H., 1994, A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time series, *Physics Letters A*, 185(1), 77-87.
- Kantz, H., Schreiber, T., 2004, *Nonlinear Time Series Analysis*, Cambridge University Press, UK, p.31, 36, 66-80.
- Kaplan, D., Glass, L., 1995, *Understanding Nonlinear Dynamics*, Springer-Verlag, New York.
- Karunasinghe, D.S., Liong, S.Y., 2006, Chaotic time series prediction with a global model: artificial neural network, *Journal of Hydrology*, 323(1), 92-105.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Kasap, R., Çelik, N.,2004, Kendinden uyarımlı eşiksel otoregressif (SETAR) model ve altın fiyatları üzerine uygulaması, Gazi Üniversitesi İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 6,3, 1-14.
- Kasap, R., Kurt, E.,1998, An investigation of chaos in the RL-diode circuit using the bds test, Journal of Applied Mathematics and Desicion Sciences, 2(2), 193-199.
- Kasap, R., Uçar, N.,1998, Chaos theory and its application to climate data, Water and Statistics, DİE Yayınları, 2195, 95-101.
- Kennel, M.B., Brown,R., Abarbanel, H.D.I.,1992, Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction, Physical Review A, 45(6), 3403-3411.
- Khashei, M., Bijari, M., 2010, An artificial neural network (p, d, q) model for time series forecasting, Expert Systems with Applications, 37(1), 479-489.
- Kokkinos, I., Maragos, P., 2005, Nonlinear speech analysis using models for chaotic systems, IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, 13(6), 1098-1109.
- Kugiumtzis, D., Lillekjendlie, B., Christophersen, N., 1994, Chaotic time series Part I: estimation of invariant properties in state space, Modeling, Identification and Control,15(4), 205-224.
- Kurt E. ve Kasap, R., 2011, Karmaşanın Bilimi Kaos, Nobel Akademik Yayıncılık Eğitim Danışmanlık Tic.Ltd. Şti., Ankara, s.21,26,38,49
- Lapedes, A., Farber, R., 1987, Nonlinear signal processing using neural networks: prediction and system modelling, Technical report, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, NM., p.52.
- Li, T.Y., Yorke J.A., 1975, Period three implies chaos, American Mathematical Monthly, 82(10), 985-992
- Lillekjendlie, B., Kugiumtzis, D., Christophersen, N., 1994, Chaotic time series part II: system identification and prediction, Modeling, Identification and Control, 15, 225-243.
- Lorenz, E., 1963, Deterministic nonperiodic flow, Journal of the Atmospheric Sciences, 20, 130-141.
- Lorenz, E., 1993, The Essence of Chaos, University of Washington Press, Seattle, 227pp.
- Mandelbrot, B.B., 1974, Intermittent turbulence in self-similar cascades: divergence of high moments and dimension of the carrier, Journal of Fluid Mechanics, 62, 331-358.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Mandelbrot, B. B., 1975, Stochastic models for the earth's relief, the shape and the fractal dimension of the coastlines, and the number-area rule for islands, Proceedings of the National Academy of Sciences, 72(10), 3825-3828.
- Mandelbrot, B. B., 1982, The Fractal Geometry of Nature, San Francisco, CA.
- Mandelbrot, B. B., 1985, Self-affine fractals and fractal dimension, Physica Scripta, 32(4), 257.
- May, R.M., 1976, Simple mathematical models with very complicated dynamics, Nature, 261, p.459.
- Mayfield, E. S., Mizrach, B., 1992, On determining the dimension of real-time stock-price data, Journal of Business and Economic Statistics, 10(3), 367-374.
- McCulloch, W. S., Pitts, W., 1943, A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity, The Bulletin of Mathematical Biophysics, 5(4), 115-133.
- Miraji, M.M., 2015, Chaotic analysis of wind regime, M.Sc thesis, Istanbul Technical University Energy Institute, 78p.
- Ozun A, Haniyas M.P., Curtis P.G., 2010, A chaos analysis for Greek and Turkish equity markets, EuroMed Journal of Business, 5(1), 101-118.
- Özdemir, S. D., 2011, Kaotik Zaman Serileri ve Lyapunov Kararlılık Teorisi ile Doğrusal Olmayan Eştleme Analizi, Doktora tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 196 s.
- Özdemir, S. D., Akgül, I., 2014, Hisse senedi piyasalarının kaotik yapısı ve yapay sinir ağları ile öngörüsü: IMKB-100 örneği, İktisat İşletme ve Finans, 29(336), 31-58.
- Özden, S., 2013, Modern meyve (bodur kiraz) yetiştiriciliğinde güneş enerjili akıllı damla sulama sistemi tasarımı, Doktora tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 153s.
- Özmen, A., 1986, Zaman Serisi Analizinde Box-Jenkins Yöntemi ve Banka Mevduat Tahmininde Uygulama Denemesi, Anadolu Üniversitesi, s15.
- Öztemel, E., 2012, Yapay Sinir Ağları, Papatya Yayıncılık, s.55
- Packard, N. H., Crutchfield, J. P., Farmer, J. D., Shaw, R. S., 1980, Geometry from a time series, Physical Review Letters, 45(9), 712-716.
- Parker, T. S., Chua, L. O., 1987, Chaos: A tutorial for engineers, Proceedings of the IEEE, 75(8), 982-1008.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Porporato, A., Ridolfi, L.,1996, Clues to the existence of deterministic chaos in river flow. *International Journal of Modern Physics B*, 10(15), 1821-1862.
- Porporato, A., Ridolfi, L.,1997, Nonlinear analysis of river flow time sequences, *Water Resources Research*, 33(6), 1353-1367.
- Rao, T.S., Gabr, M.M.,1984, An introduction to bispectral analysis and bilinear time series models, *Lecture Notes in Statistics*, 24, 270–275.
- Rosenblatt, F., 1958, The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain, *Psychoanalytic Review*, 65, 386-408.
- Rosenstein, M. T., Collins, J. J., De Luca, C. J., 1993, A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 65(1-2), 117-134.
- Shang, P., Li, X., Kamae, S., 2005, Chaotic analysis of traffic time series, *Chaos, Solitons and Fractals*, 25(1), 121-128.
- Shannon C.E., 1948, A mathematical theory of communication, *Bell System Technical Journal*, 27: 379-423, 623-656.
- Shao, C., Fan, J., Li, S., 2007, Nonlinear characteristics and qualitative analysis of sleep EEG, *The 1st International Conference on Bioinformatics and Biomedical Engineering*, 794-797.
- Sivakumar, B., Jayawardena, A. W., Fernando, T. M. K. G., 2002, River flow forecasting: use of phase-space reconstruction and artificial neural networks approaches, *Journal of Hydrology*, 265(1), 225-245.
- Smaoui, N., 1999, An artificial neural network noise reduction method for chaotic attractors, *International Journal of Computer Mathematics*, 73(4), 417-431.
- Sprott, J. C., 2003, *Chaos and Time Series Analysis*, Oxford Press.
- Sprott, J. C., 2010, *Elegant Chaos: Algebraically Simple Chaotic Flows*, World Scientific, p.1,20.
- Sterman, J. D., 1988, Deterministic chaos in models of human behavior: Methodological issues and experimental results, *System Dynamics Review*, 4(1-2), 148-178.
- Stewart, I.,1989, *Does God Play Dice?*, *The New Mathematics of Chaos*, Blackwell Publishing, 393 p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Strogatz, S. H., 2014, *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*, Westview Press, p. 14,16,18.
- Su, L. Y., 2010, Prediction of multivariate chaotic time series with local polynomial fitting, *Computers and Mathematics with Applications*, 59(2), 737-744.
- Su, L., Li, C., 2015, Local prediction of chaotic time series based on polynomial coefficient autoregressive model, *Mathematical Problems in Engineering*, 2015,.1-14.
- Sugihara, G., May, R., 1990, Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series, *Nature*, 344(6268), 734-741.
- Takens, F., 1980, in *Dynamical Systems and Turbulence*, Warwick Vol. 898 of Lecture Notes in Mathematics, edited by D.A. Rand, L. S. Young ,Springer, Berlin, 1981, p. 366.
- Tong, H., 1978,. On a Threshold Model, In C.H. Chen (ed.), *Pattern Recognition and Signal Processing*, Amsterdam: Sijhoff and Noordhoff, 29, 575-586.
- Tong, H., 1990, *Non-Linear Time Series: A Dynamical System Approach*, Oxford University Press.
- Tong, H., 1983, *Threshold Models in Nonlinear Time Series Analysis*. Springer-Verlag, New York.
- Vaidyanathan, R., Krehbiel, T., 1992, Does the S&P 500 futures mispricing series exhibit nonlinear dependence across time?, *Journal of Futures Markets*, 12(6), 659-677.
- Webel, K., 2012, Chaos in German stock returns-New evidence from the 0–1 test, *Economics Letters*, 115(3), 487-489.
- Widrow, B., Hoff, M. E., 1960, Adaptive switching circuits, *IRE WESCON Convention Record*, Part 4, 96-104.
- Wilding, R., 1998, Chaos theory: implications for supply chain management, *International Journal of Logistics Management*, 9, 43–56.
- Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L., Vastano, J. A., 1985, Determining Lyapunov exponents from a time series, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 16(3), 285-317.
- Xiaofeng, G., Lai, C. H., 1999, Improvement of the local prediction of chaotic time series, *Physical Review E*, 60(5), 5463-5468.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Yılmaz, D., Güler, N. F., 2010, Analysis of the Doppler signals using largest Lyapunov exponent and correlation dimension in healthy and stenosed internal carotid artery patients, *Digital Signal Processing*, 20(2), 401-409.
- Zhang, G., Patuwo, B. E., Hu, M. Y., 1998, Forecasting with artificial neural networks: The state of the art, *International Journal of Forecasting*, 14(1), 35-62.
- Zhang, J., Chung, H. S., Lo, W., 2008, Chaotic time series prediction using a neurofuzzy system with time-delay coordinates, *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 20(7), 956–964.
- Zhang, J., Man, K. F., 1998, Time series prediction using RNN in multi-dimension embedding phase space, *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, 2, 1868-1873.

ÖZGEÇMİŞ

Ayşe İşı, ilk ve orta öğrenimini Ankara’da tamamladı. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü’nden 1999 yılında mezun oldu. 2002 yılında Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı’nda “Yanlı Tahmin Ediciler ve Kombinasyonları” başlıklı tez çalışması ile yüksek lisansını tamamladı. 2003-2006 yılları arasında 5K Yayıncılık - Özel Kalite Dershanesi’nde çalıştı. 2006 yılında Özel Selanik Dershanesi’nin kurucu ortaklarından oldu. 2010 yılından itibaren Gazi Üniversitesi’nde Öğretim Görevlisi olarak çalışmaktadır.