

Bayesci Yapısal Eşitlik Modellemesi: Teknoloji Kabul Modeli Uygulaması

Murat Doğan

**DOKTORA TEZİ**

İstatistik Anabilim Dalı

Ağustos 2017

Bayesian Structural Equation Modeling: Technology Acceptance Model Application

Murat Doğan

**DOCTORAL DISSERTATION**

Statistics Department

August 2017

Bayesci Yapısal Eşitlik Modellemesi: Teknoloji Kabul Modeli Uygulaması

Murat Doğan

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca  
İstatistik Anabilim Dalı  
İstatistik Bilgi Sistemleri Bilim Dalı  
DOKTORA TEZİ  
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Prof. Dr. Veysel Yılmaz

BAP: 2017-1559 nolu proje ile desteklenmiştir

Ağustos 2017

## ONAY

İstatistik Anabilim Dalı DOKTORA öğrencisi Murat Doğan'ın DOKTORA tezi olarak hazırladığı "Bayesci Yapısal Eşitlik Modellemesi: Teknoloji Kabul Modeli Uygulaması" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğın ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek oy birliğı ile kabul edilmiştir.

**Danışman** : Prof. Dr. Veysel Yılmaz

**İkinci Danışman** : -

**Doktora Tez Savunma Jürisi:**

**Üye** : Prof. Dr. Necmi Gürsakal

**Üye** : Prof. Dr. Zeki Yıldız

**Üye** : Prof. Dr. Veysel Yılmaz

**Üye** : Doc. Dr. Güvenç Arslan

**Üye** : Yrd. Doc. Dr. Özer Özaydın

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ..... tarih ve  
..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof.Dr. Hürriyet ERŞAHAN  
Enstitü Müdürü



## ETİK BEYAN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Prof. Dr. Veysel Yılmaz danışmanlığında hazırlamış olduğum “**Bayesci Yapısal Eşitlik Modellemesi: Teknoloji Kabul Modeli Uygulaması**” başlıklı tezimin özgün bir çalışma olduğunu; tez çalışmamın tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; tezimde verdiğim bilgileri, verileri akademik ve bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak elde ettiğimi; tez çalışmamda yararlandığım eserlerin tümüne atıf yaptığımı ve kaynak gösterdiğimi ve bilgi, belge ve sonuçları bilimsel etik ilke ve kurallara göre sunduğumu beyan ederim. 17/08/2017

Murat Doğan

## ÖZET

Bu tez çalışmasında, Yapısal Eşitlik Modellerinde sıklıkla kullanılan ve klasik tahmin yöntemlerine alternatif olan Bayesci tahmin yöntemi, önerilen bir Teknoloji Kabul Modeli kullanılarak test edilmiştir. Bunun yanı sıra, Bayesci yöntem hakkında detaylı bilgi verilmiş, yöntemin tahmin aşamaları araştırmacılar için tekrarlanabilir olması açısından adımlara bölünmüş ve her bir adım detaylı olarak incelenmiştir. Bu tez, hesaplama teknolojilerinin gelişmesiyle birlikte istatistiksel çıkarımlar yapmada popüler hale gelen Bayesci Yöntemin Yapısal Eşitlik Modellerinde nasıl kullanıldığını göstermekte ve bunun için geçerli parametre tahmin aşamalarını kapsamaktadır. Çalışmada, Yapısal Eşitlik Modellerinde, parametre tahmini için En Çok Olabilirlik yöntemi, Sağlam En Çok Olabilirlik yöntemi ve Bayesci yöntem kullanılmıştır. Bayesci yöntemde, her bir parametreye ait sonsal dağılım elde etmek için Markov Zinciri Monte Carlo yöntemi ve her bir sonsal dağılımdan örnek çekmek için de Gibbs örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu çalışmada, Bayesci tahmin yöntemi ile küçük örneklem boyutunda uygun tahminler elde edilebildiği bulunmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** Yapısal Eşitlik Modelleri, Bayesci Yöntem, Markov Zinciri Monte Carlo Yöntemi, Teknoloji Kabul Modeli

## SUMMARY

In this thesis, Bayesian estimation method, which is frequently used in Structural Equation Models as an alternative to classical estimation methods, has been tested using a proposed Technology Acceptance Model. In addition to this, detailed information about the Bayesian method was given, prediction stages of the method was divided into steps and each step was examined in detail to be reproducible for researchers. This thesis shows how the Bayesian Method, which has become popular in making statistical inferences with the development of computing technologies, is used in Structural Equation Models, and it covers parameter estimation steps for this purpose. In this study, Maximum Likelihood method, Robust Maximum Likelihood method and Bayesian method were used for parameter estimation in Structural Equation Models. In the Bayesian method, the Markov Chain Monte Carlo method was used to obtain the posterior distribution of each parameter, and the Gibbs sampling method was used to draw the samples from each posterior distribution. In this study, it was found that appropriate estimates can be obtained in small sample sizes with the Bayesian estimation method.

**Keywords:** Structural Equation Models, Bayesian Method, Markov Chain Monte Carlo Method, Technology Accepted Model

## TEŞEKKÜR

Bu tez alıŐması boyunca, bilimsel ve manevi desteğini benden esirgemeyen eŐim ve meslektaŐım Rana Şen Doğan'a, gosterdikleri sabır ve ilgi dolayısıyla aileme ve arkadaşlarıma teŐekkürü bir borç bilirim.

GörüŐ ve önerileriyle tezi yönlendiren tez danışmanım Prof. Dr. Veysel Yılmaz başta olmak üzere, Prof. Dr. Necmi Gürsakal, Prof. Dr. Zeki Yıldız, Doç. Dr. Güvenç Arslan ve Yard. Doç. Dr. Özer Özaydın'a teze katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Aynı zamanda, doktora çalışmamda maddi açıdan beni destekleyen Eskişehir Osmangazi Üniversitesi BAP Komisyonu'na teŐekkürlerimi sunarım.

# İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET</b> . . . . .	<b>vi</b>
<b>SUMMARY</b> . . . . .	<b>vii</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> . . . . .	<b>viii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> . . . . .	<b>ix</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> . . . . .	<b>xi</b>
<b>ÇİZELGELER DİZİNİ</b> . . . . .	<b>xiii</b>
<b>SİMGELER VE KISALTMALAR</b> . . . . .	<b>xiv</b>
<b>1. GİRİŞ VE AMAÇ</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI</b> . . . . .	<b>5</b>
<b>3. YAPISAL EŞİTLİK MODELLERİ VE PARAMETRE TAHMİN YÖNTEMLERİ</b> . . . . .	<b>9</b>
3.1 Yapısal Eşitlik Modelleri . . . . .	9
3.2 Yapısal Eşitlik Modellerinde Kullanılan Sıklıkçı Tahmin Yöntemleri . . . . .	11
3.2.1 En Çok Olabilirlik (ML) yöntemi . . . . .	11
3.2.2 Robust En Çok Olabilirlik (RML) yöntemi . . . . .	13
3.3 Sıklıkçı Tahmin Yöntemleri ile Modelin Değerlendirilmesi . . . . .	14
3.4 Sıklıkçı Tahmin Yöntemlerinde Kullanılan Varsayımlar . . . . .	15
<b>4. YÖNTEM VE MATERYAL</b> . . . . .	<b>18</b>
4.1 Bayesci Yöntemler . . . . .	18
4.1.1 Bayes teoremi . . . . .	19
4.1.2 Bayesci yaklaşım . . . . .	20
4.1.3 Markov Zinciri Monte Carlo yöntemi . . . . .	21
4.1.4 Gibbs örnekleme . . . . .	22
4.1.5 Yakma periyodu . . . . .	25
4.1.6 Yakınsama . . . . .	25
4.1.7 Otokorelasyon . . . . .	25
4.1.8 Bayesci sonsal tahmin kontrolü . . . . .	26

## İÇİNDEKİLER (devam)

4.1.9	Bayesci önseller . . . . .	26
4.2	Bayesci Yöntemler ile ML ve RML Yöntemlerinin Karşılaştırılması . . . . .	28
4.3	Neden Bayesci Yöntemler? . . . . .	29
4.4	Materyal . . . . .	31
4.4.1	Teknoloji Kabul Modeli . . . . .	31
4.4.2	Araştırma modeli ve hipotezler . . . . .	32
4.4.3	Veri toplama aracı . . . . .	33
4.4.4	Modelin matematiksel ifadesi . . . . .	33
<b>5.</b>	<b>BULGULAR VE TARTIŞMA . . . . .</b>	<b>36</b>
5.1	Tanımlayıcı İstatistikler . . . . .	36
5.2	ML ve RML Model Tahmini . . . . .	37
5.2.1	Çok değişkenli normallik . . . . .	37
5.2.2	Ölçüm modeli . . . . .	37
5.2.3	Yapısal model . . . . .	39
5.2.4	Hipotez testi sonuçları . . . . .	41
5.3	Bayesci Model Tahmini . . . . .	42
5.3.1	1. Adım: R ve OpenBUGS programlarının yüklenmesi . . . . .	44
5.3.2	2. Adım: OpenBUGS ve R programlarının bağdaştırılması . . . . .	44
5.3.3	3. Adım: İstatistiksel modelin OpenBUGS dilinde ifade edilmesi . . . . .	44
5.3.4	4. Adım: OpenBUGS'ın çalıştırılması . . . . .	49
5.3.5	5. Adım: Sonuçların yorumlanması . . . . .	55
<b>6.</b>	<b>SONUÇ VE ÖNERİLER . . . . .</b>	<b>87</b>
	<b>KAYNAKLAR DİZİNİ . . . . .</b>	<b>91</b>
	<b>ÖZGEÇMİŞ . . . . .</b>	<b>101</b>

## ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
4.1 Önsel Dağılım $\times$ Olabilirlik $\propto$ Sonsal Dağılım . . . . .	20
4.2 Araştırma Modeli . . . . .	32
5.1 Yapısal Modelin Path Diyagramı (LISREL 8.80 çıktısı) . . . . .	41
5.2 BYEM Veri Dosyası Yapısı . . . . .	51
5.3 Örnek İz Grafiği 1 . . . . .	57
5.4 Örnek İz Grafiği 2 . . . . .	57
5.5 Örnek İz Grafiği 3 . . . . .	58
5.6 Parametrelere Ait İz Grafiği . . . . .	58
5.7 Parametrelere Ait İz Grafiği(Devamı) . . . . .	59
5.8 Parametrelere Ait İz Grafiği(Devamı) . . . . .	59
5.9 Parametrelere Ait İz Grafiği(Devamı) . . . . .	60
5.10 Çalışmaya Ait Geweke Diyagramı 1. Zincir . . . . .	61
5.11 Çalışmaya Ait Geweke Diyagramı 2. Zincir . . . . .	62
5.12 Çalışmaya Ait Geweke Diyagramı 3. Zincir . . . . .	62
5.13 Çalışmaya Ait Geweke Grafikleri . . . . .	63
5.14 Çalışmaya Ait Geweke Grafikleri(Devamı) . . . . .	63
5.15 Çalışmaya Ait Geweke Grafikleri(Devamı) . . . . .	64
5.16 Çalışmaya Ait Geweke Grafikleri(Devamı) . . . . .	64
5.17 Çalışmaya Ait Geweke Grafikleri(Devamı) . . . . .	65
5.18 Çalışmaya Ait Geweke Grafikleri(Devamı) . . . . .	65
5.19 Çalışmaya Ait Heidelberger Diyagramları . . . . .	67
5.20 Çalışmaya Ait Heidelberger Diyagramları(Devamı) . . . . .	68
5.21 Çalışmaya Ait Heidelberger Diyagramları(Devamı) . . . . .	69
5.22 Çalışmaya Ait Gelman ve Rubin Yakınsama Diyagramları . . . . .	71
5.23 Çalışmaya Ait Gelman ve Rubin Grafikleri . . . . .	72
5.24 Çalışmaya Ait Gelman ve Rubin Grafikleri(Devamı) . . . . .	73
5.25 Çalışmaya Ait Gelman ve Rubin Grafikleri(Devamı) . . . . .	74
5.26 Çalışmaya Ait Gelman ve Rubin Grafikleri(Devamı) . . . . .	75
5.27 Çalışmaya Ait Otokorelasyon Diyagramları . . . . .	77
5.28 Çalışmaya Ait Otokorelasyon Grafikleri . . . . .	78
5.29 Çalışmaya Ait Otokorelasyon Grafikleri(Devamı) . . . . .	78
5.30 Çalışmaya Ait Otokorelasyon Grafikleri(Devamı) . . . . .	79
5.31 Çalışmaya Ait Otokorelasyon Grafikleri(Devamı) . . . . .	79

**ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)**

5.32 Çalışmaya Ait Otokorelasyon Grafikleri(Devamı) . . . . .	80
5.33 Çalışmaya Ait Otokorelasyon Grafikleri(Devamı) . . . . .	80
5.34 Çalışmaya Ait Raftery ve Lewis Diyagramları . . . . .	81
5.35 Çalışmaya Ait Raftery ve Lewis Diyagramları(Devamı) . . . . .	82
5.36 Çalışmaya Ait Raftery ve Lewis Diyagramları(Devamı) . . . . .	83



## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge	Sayfa
3.1 Uyum Ölçütlerinde Yaygın Olarak Kullanılan Kritik Değerler . . . . .	15
4.1 Bayesci Tahminde Kullanılan Genel Eşlenik Önsel Dağılımlar . . . . .	27
5.1 Özet Çizelge . . . . .	36
5.2 Ayırt Edici Geçerlilik . . . . .	39
5.3 Araştırma Modeli için YEM Sonuçları . . . . .	40
5.4 Hipotezler ve Sonuçları . . . . .	42
5.5 OpenBUGS için Bayesci Modelin Tanımlaması . . . . .	45
5.6 Önerilen Modele İlişkin Standartlaştırılmış Katsayılar . . . . .	47
5.7 OpenBUGS’da Modelin Önsellerinin Tanımlaması . . . . .	50
5.8 OpenBUGS Örneklem Üretme Kodları . . . . .	51
5.9 OpenBUGS Sistem Çıktısı . . . . .	53
5.10 OpenBUGS DIC Sonuçları . . . . .	54
5.11 OpenBUGS Özet İstatistikleri . . . . .	55
5.12 Örneklemelerin Değerlendirilmesi için R Kodları . . . . .	56
5.13 Tahmin Sonuçlarının Karşılaştırılması . . . . .	85

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklama</u>
YEM	Yapısal Eşitlik Modeli
TKM	Teknoloji Kabul Modeli
MCMC	Markov Zinciri Monte Carlo
MC	Markov Carlo
PSRF	Potansiyel Ölçek Azaltma Faktörü
YEM	Yapısal Eşitlik Modelleri
BYEM	Bayesci Yapısal Eşitlik Modelleri
DFA	Doğrulayıcı Faktör Analizi
AFA	Açıklayıcı Faktör Analizi
ML	En Çok Olabilirlik
RML	Sağlam En Çok Olabilirlik
ÇDN	Çok Değişkenli Normallik
PPP	Sonsal Tahmin Kontrolü
DIC	Sapma Bilgi Kriteri
LS	En Küçük Kareler
GLS	Genelleştirilmiş En Küçük Kareler
WLS	Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler
RWLS	Sağlam Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler

**SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)**

MI	Çoklu Atama
FIML	Tam Bilgili En Çok Olabilirlik
BUGS	Bayesian Inference Using Gibbs Sampling
RMSEA	Root Mean Square Error of Approximation
GFI	Goodness of Fit Index
AGFI	Adjusted Goodness of Fit Index
MFI	McDonald's Fit Index
RMR	Root Mean Square Residuals
SRMR	Standardized Root Mean Square Residual
IFI	Incremental Fit Index
NFI	Normed Fit Index
NNFI	Non-normed Fit Index
CFI	Comparative Fit Index
NC	Normed Chi-Square
PFI	Porsimonious Fit Index
AIC	Akaike Bilgi Kriteri
CAIC	Consistent Akaike Information Criterion
LRT	Likelihood Ratio Test
AK	Algılanan Kullanışlılık
AKK	Algılanan Kullanım Kolaylığı

**SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)**

T	Tutum
N	Niyet
D	Davranış
CR	Yapı Güvenilirliğinin
CA	Cronbach Alpha
AVE	Ortalama Açıklanan Varyans

# 1. GİRİŞ VE AMAÇ

Yapısal Eşitlik Modelleri (YEM), gözlenen ve gizli değişkenler arasındaki ilişkileri değerlendirmek için kullanılan çok değişkenli bir modelleme sistemi olarak tanımlanabilir. YEM'in temelinde gözlenen ve gizil değişkenler olmak üzere iki değişken türü vardır. Gözlenen değişkenler doğrudan ölçülebilen değişkenler iken, gizil değişkenler gözlenen değişkenler yardımıyla dolaylı olarak ölçülebilen değişkenlerdir. YEM araştırmalarında amaç, gizil ve gözlenen değişkenlerin diğer gizil değişkenler üzerindeki etkilerini eş zamanlı bir dizi hipotez yardımıyla değerlendirmek için uygun bir model oluşturmaktır. YEM, bu amaca ulaşmak için yaygın olarak kullanılan ve kullanımı gittikçe artan çok değişkenli istatistiksel bir yöntemdir.

YEM başlığı, Scopus veri tabanında tarandığında, 2007 yılına kadar bu alanda yapılan akademik yayın sayısı Türkiye'de 3, uluslararası literatürde 1836 iken, 2007-2017 yılları arasında bu rakam Türkiye'de 127'e, uluslararası literatür de ise 7033'e yükselmiştir (Scopus, 2017). Bu bilgi, dünya literatüründe YEM'e olan ilginin oldukça hızlı arttığını, ülkemizde ise YEM'in son 10 yılda oldukça popüler hala geldiğini göstermektedir.

YEM'de çıkarsama yapmak için temelde iki farklı yaklaşım kullanılmaktadır. Her ikisi de farklı kuramlara dayalı olan bu yaklaşımlar, Klasik (sıklıkçı) yaklaşım ve Bayesci yaklaşımdır. Kuramlar, gizil değişkenleri temsil eden yapılar arasındaki nedensel ilişkilerin ifadeleridir. YEM, bu yapılar arasındaki nedensel ilişkileri temsil eden yapısal model ile bu yapılar ve onları ölçen gözlemler arasındaki ilişkileri temsil eden ölçüm modelinden oluşur. Model temelli bir yaklaşım olan yapısal eşitlik modeli kuramı, yapısal model üzerine kurulu gibi görünse de, ölçüm modeli de en az yapısal model kadar önemlidir. İstatistiksel bir model değişkenler arasındaki ilişkilerin matematiksel eşitlikler olarak ifade edilmesine dayanır. İstatistiksel modelin görsel olarak ifade edilmesinde ise path (yol) diyagramı sembollerinden yararlanır.

YEM'de parametrelerin tahmin edilmesinde en sık kullanılan sıklıkçı tahmin yöntemleri En Çok Olabilirlik (ML), En Küçük Kareler (LS) ve Genelleştirilmiş En Küçük Kareler (GLS)'dir. Bu yöntemlerin dezavantajları 4 madde halinde tanımlanabilir. 1) Sıklıkçı yöntemler Çok Değişkenli Normallik (ÇDN) varsayımını gerektirir. ÇDN varsayımının sağlanması için her bir gözlenen değişkenin tek başına normal dağılım göstermesi yetmez, gözlenen değişkenlerin tamamının birlikte çok değişkenli normal dağılım göstermesi gerekir. Deneysel çalışmalarda ÇDN varsayımının sağlanması özellikle

karmaşık modellerde (parametre sayısının çok olması) oldukça zordur. ÇDN varsayımına dayalı parametre tahmin yöntemlerinde, ÇDN'in sağlanmadığı durumlarda parametre tahminlerine, standart hatalara ve uyum ölçütlerine güvenilmez. Bu durumda, örneklem hacminin artırılması ya da ÇDN varsayımı gerektirmeyen bir tahmin yönteminin seçilmesi çözümlerine başvurulabilir. ÇDN varsayımının sağlanmadığı durumda akla ilk olarak Sağlam En Çok Olabilirlik (RML), Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler (WLS) ve Sağlam Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler (RWLS) yöntemleri gelir. Fakat bu tahmin yöntemleri asimtotik teoriye dayandığından sonuçların güvenilir olması için yeterince büyük örneklem kullanılması gerekir.

2) Deneysel çalışmalarda sıklıkçı tahmin yöntemlerinde karşılaşılan sorunlardan biri de modelin yanlış belirlenmesidir. Model yanlış belirlendiğinde parametre tahminleri yanlış olur ve uyum ölçütlerine güvenilmez (Schumacker ve Lomax, 2004).

3) Sıklıkçı tahmin yöntemlerinde karşılan sorunlardan bir diğeri ise gözlenen değişkenlerin ölçme düzeyleridir. Gözlenen değişkenler sürekli ölçüm düzeyine sahip değişkenlerden oluşuyorsa ÇDN kontrol edildikten sonra ML, LS, GLS, WLS, RML yada RWLS tahmin yöntemi kullanılabilir. Diğer yandan gözlenen değişkenler kategorik değişkenlerden oluşuyorsa WLS, RML ya da RWLS tahmin yöntemi tercih edilir. Gözlenen değişkenlerin bazıları sürekli bazıları katogorik değişken ise yine benzer şekilde WLS, RML ya da RWLS tahmin yöntemleri kullanılabilir.

4) YEM'de bir diğer problem, kayıp verilerden oluşan gözlenen değişkenlerin varlığıdır. Kayıp veri söz konusu olduğunda kullanılabilecek birden fazla seçenek vardır. İlk seçenek kayıp verilerin olduğu anketlerin çalışmadan çıkartılmasıdır. Fakat bu durum örneklemin oldukça azalmasına yol açabilir. İkinci seçenek kayıp değerlerin tahmin edilmesidir. Son seçenek ise Çoklu Atama (MI) ya da Tam Bilgili En Çok Olabilirlik (FIML) tahmin yöntemlerini kullanarak tahmin yapılmasıdır.

Bu tez çalışmasında yukarıda bahsedilen küçük örneklem boyutu, ÇDN varsayımının sağlanmaması, modelin yanlış belirlenmesi, ölçüm düzeyindeki farklılıklar ve gözlenen değişkenlerin kayıp verilerden oluşması sorunlarının çözümüne odaklanılmıştır. Bahsedilen sorunların çözümü için Bayesci yöntem önerilmiştir. Bayesci yöntem, az sayıda veri söz konusu olduğunda, karmaşık modellerde, asimtotik varsayımların bağımsız olduğu, modelin yanlış belirlendiği, değişkenlerin ölçüm düzeylerinin farklı olduğu veya kayıp veri söz konusu olduğu durumlarda tahmin yapabilme yeteneği sayesinde oldukça kullanışlıdır.

Bayesci yöntemin tüm avantajları göz önüne alındığı bu tezin temel amacı, görsel ve matematiksel olarak ifade edilen istatistiksel modeller için YEM araştırmalarında sıklıkla kullanılan klasik tahmin yöntemlerine alternatif olan Bayesci yöntemi kullanarak tam bir model (ölçüm modeli ve yapısal model) tahmini yapmaktır. Çalışmanın bir diğer amacı ise, literatürde sıklıkla kullanılmasından dolayı önsel bilgi toplamanın kolay olduğu Teknoloji Kabul Modeli (TKM) yardımıyla Bayesci yöntem için diğer programlara alternatif olarak kullanılan OpenBUGS ("Bayesian Inference Using Gibbs Sampling", Lunn vd., 2013) programına genel bir bakış açısı sağlayarak, OpenBUGS'ın oluşturduğu ham örneklemelerin özetlenmesinde R programının kullanımına detaylı olarak değinmektir.

Bu amaçlar doğrultusunda, klasik kuramda sıklıkla kullanılan En Çok Olabilirlik (ML) ve Sağlam En Çok Olabilirlik (RML) yöntemleri hakkında genel bir inceleme yapılacak, Bayesci yöntem hakkında ise daha detaylı bir araştırma ile Bayesci yöntemde kullanılan adımlar ayrıntılı olarak anlatılacaktır. YEM araştırmacıları için tekrarlaması kolay olan bu adımların, Bayesci yöntemin kullanılmasını ve araştırmacıların kendi deneysel çalışmalarında bu yöntemin uygulanabilirliğini arttırması hedeflenmektedir. Ayrıca bu tezde, YEM'de klasik ve Bayesci yaklaşımları kullanan yöntemlerin karşılaştırılmasından ziyade, yöntemlerin birbirlerine göre üstünlükleri tartışılarak ülkemizde kullanımı yaygın olmayan Bayesci yöntemin kullanımının artması amaçlanmaktadır.

Daha önce de bahsedildiği üzere, Bayesci yöntemlerin artan kullanımı MCMC örneklemesine dayanan hesaplama algoritmalarında kaydedilen gelişmelerin bir sonucu olarak ortaya çıkmıştır. MCMC algoritması, WinBUGS-OpenBUGS (Lunn vd., 2000; Lunn vd., 2013) yazılımlarında, bir R paketinde (Venables ve Smith, 2008) ve Mplus (Muthen ve Muthén, 1998) yazılım programında uygulanmaktadır.

Bayesci Yapısal Eşitlik Modelleri (BYEM) başlığı, Scopus veri tabanı yardımıyla uluslararası literatürde tarandığında toplamda 381 yayın olduğu ortaya çıkmaktadır. Bu yayınlar yüzeysel bir şekilde incelenirse Türkiye'de sadece 3 yayın olduğu görülmektedir. Uluslararası literatür incelendiğinde ise, 2002 yılına kadar sadece 22 yayın bulunurken, 2002 sonrasında bu sayı 359'a çıkmıştır (Scopus, 2017). Bu da BYEM'in 2002 yılından sonra Uluslararası alanda giderek popüler hale geldiğini göstermektedir.

Tezin ikinci bölümünde, tezin amacına uygun olacak şekilde, yapısal eşitlik modellerinin ve yapısal eşitlik modellerinde Bayesci yaklaşım kullanıldığında literatüre BYEM olarak geçen modellerin tarihi gelişimi hakkında literatür taraması yapılmıştır.

Tezin üçüncü bölümünde, modelin test edilmesinde kullanılan YEM'nin teorisi ile ilgili bilgi verilmiş, klasik YEM'de sıklıkla kullanılan ML ve RML tahmin yöntemlerinin farklarına ve bağlı buldukları varsayımlara değinilmiştir.

Tezin dördüncü bölümde BYEM'de karşılaşılan terimler tanıtılarak Bayesci yöntem ayrıntılı olarak incelenmiştir. Son olarak da Klasik YEM'de ve BYEM'de kullanılan bu üç yöntemin birbirlerine karşı üstünlükleri değerlendirilmiş ve "neden Bayesci yöntem?" sorusunun cevabı tartışılmıştır. Materyal kısmında ise öncelikle tezde kullanılan ve bilgi teknolojileri ile ilgili yapılan araştırmalarda önemli bir modelleme yaklaşımı olan TKM, görsel ve matematiksel olarak ifade edilmiş, modele ait hipotezler ve veri toplama aracı belirtilmiştir.

Tezin beşinci bölümünde model parametreleri öncelikle klasik tahmin yöntemleri olan ML ve RML ile tahmin edilmiştir. Ardından Bayesci tahmin yöntemin adımları ayrıntılı bir şekilde anlatılmış ve parametrelerin Bayes tahminleri elde edilmiştir.

Tezin son bölümünde ise elde edilen sonuçlardan, tezin öneminden ve tezin kısıtlardan bahsedilmiştir. Aynı zamanda BYEM adımlarında karşılaşılabilecek sorunlara ve YEM araştırmacıları için bu sorunların çözüm önerilerine yer verilmiştir.



## 2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Yapısal eşitlik modelleri, çok boyutlu gizil yapılar arasındaki ilişkilerin modellenmesi için genel bir çerçeve oluşturmaktadır (Bollen, 1989). Geçmişten günümüze regresyon ve faktör analizi yöntemlerinin güçlü genellemesi olarak görülen YEM, gizil değişkenlere ait çok boyutlu gözlenen değişkenleri özetlemekte ve gizil değişkenler (veya faktörler) arasındaki yapısal ilişkilere yönelik bir regresyon denklemi sunmaktadır.

YEM'in tarihi gelişimi genel olarak iki kuşaktan oluşur. İlk kuşak YEM, Doğrulayıcı Faktör Analizi (DFA) ile başlar ve ardından eşanlı denklem sistemlerinin (Jöreskog, 1970) birleştirilmesi ile elde edilen yapısal modellere ve bunların geliştirilmesine dayanır. Bu kuşakta sürekli verilerle çalışılmış, sürekli gizil değişkenli YEM için çeşitli tahmin yöntemleri önerilmiştir. Aynı zamanda bu verilerin standart dışı koşulları ele alınarak önemli gelişmeler sağlanmıştır. Bu gelişmeler, normal dağılmayan değişkenler söz konusu olduğunda kullanılması gereken yöntemlerden ve kayıp veri ve/veya örnek büyüklüğü duyarlılığına ilişkin sorunların giderilmesinden oluşmaktadır (Hoyle, 2012: Bölüm 38).

İkinci kuşak YEM'de, birinci kuşakta geliştirilen sürekli gizil değişkene sahip modeller, kategorik gizil değişkene sahip modeller ile birleştirilmiştir (Muthen, 2001). Bu gelişme, uygulamalarda belirgin bir artışa neden olan genel bir teori geliştirilmesine sebep olmuştur. Geliştirilen teorinin ardından kategorik veriler için tahmin yöntemleri önerilmiştir. İkinci kuşakta gelişmeler bununla sınırlı kalmamış, uygun olmayan modellerin değerlendirilmesine yönelik tahmin yöntemleri de incelenmiştir (Jo vd., 2001). Buna ek olarak, yaşam modellerini (Muthen ve Masyn, 2005) ve büyüme modellerini içeren (Kaplan, 2002) YEM araştırmaları, akademik çalışmalarda yerini almıştır (Hoyle, 2012).

İkinci kuşak YEM'le ilgili son gelişmeler ise, Bayesci YEM'in geliştirilmesiyle devam etmektedir. YEM modellerinde ve diğer istatistiksel analizlerde yaygın olarak kullanılan klasik yaklaşımlardan farklı olan Bayesci yaklaşımın kullanımı, özellikle son yıllarda artmıştır. Thomas Bayes tarafından ortaya atılan bu yaklaşım, çok bilindik bir teorem olan Bayes teoremine dayanmaktadır (Bayes, 1763). Thomas Bayes, olasılığa dayalı bu basit teoremi ilk olarak ortaya attığında, bu teoreme dayalı Bayesci yöntemin istatistiksel bir çıkarım yöntemi olarak kullanılacağını düşünmemiştir. Ancak son 30 yılda bu yöntem, istatistik ve matematik alanında çalışan çok sayıda araştırmacıyı etkilemiş ve temel istatistiksel çıkarım yöntemi olarak kabul görmüştür (Murat, 2007).

Bayesci yöntemler ilk kez sosyal ve davranış bilimleri alanında, Edwards vd. (Edwards vd., 1963) tarafından yapılan çalışmada ele alınmıştır. Günümüzde halen temel kaynaklardan biri olan bu çalışmada sağlam tahmin yöntemleri ve bilgi içermeyen önseller ayrıntılı bir şekilde incelemiştir. Daha sonra önsel bilgiler ve önsel bilgilerin örneklem verileri kullanılarak güncellenmesi, zaman zaman çalışmalara konu olmuştur. Bayesci yöntemlerle ilgili ilk yayınlara Faktör Analizinde Bayesci yöntemlerin kullanıldığı Martin ve McDonald (Martin ve McDonald, 1975)'in çalışması, Doğrulayıcı Faktör Analizinde Bayesci yöntemlerin kullanıldığı Lee (Lee, 1981)'nin çalışması ve YEM'de Bayesci yöntemlerin kullanıldığı Scheines vd. (Scheines vd., 1999)'in çalışması örnek olarak verilebilir.

Bayesci yöntemlerin kullanımı, 1990'ların başında Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) yöntemi ve Gibbs örneklemesinin popüler olmasıyla birlikte oldukça artmıştır. Bu artışın sebebi, istatistiksel hesaplama gücünün artması ve çıkarsama için yeni örneklem tabanlı bir yaklaşım kullanılmasıdır.

Bayesci yöntemin 1990'ların ortalarında psikometri alanında kullanılması (Bartholomew, 1996) ile, bu yöntem, gizil değişkenlerin ölçülmesi ve gizil değişkenler arasındaki nedensel ilişkilerinin araştırılması amacıyla YEM'e girmiştir (Scheines vd., 1999). YEM için umut verici gelişme, yapısal eşitlik modelleri de dahil olmak üzere karmaşık istatistiksel modeller için Bayesci yöntemlerinin geliştirilmesi olmuştur.

1990'ların sonlarında ise Bayesci yöntemler, az sayıda veri söz konusu olduğunda, karmaşık modellerle karşılaşıldığında ya da asimptotik varsayımların sağlanmadığı durumlarda, birçok araştırmacının tercih ettiği yaklaşım haline gelmiştir (Murat, 2007; Bauwens, 2012; Lee, 1992). Aynı zamanda, Bayesci Yöntem, Arminger ve Muthen (Arminger ve Muthén, 1998) tarafından ilk kez doğrusal olmayan YEM modellerinde kullanılmıştır (Arminger ve Muthén, 1998; Muthen ve Muthén, 1998; Zhu ve Lee, 2001; Song ve Lee, 2004; Lee ve Song, 2004).

Scheines vd. (Scheines vd., 1999), Gibbs örneklemesi yardımıyla sonsal dağılımdan YEM parametrelerine ait rassal örneklem çekilebileceğini ve bu örneklem yardımıyla parametrelere ait nokta tahminleri, standart hata tahminleri ve aralık tahminleri yapılabileceğini önermişlerdir.

Rupp vd. (Rupp vd., 2004), sıklıkçı yöntemler ile Bayesci yöntemler arasındaki temel farklılıklara odaklanarak Bayesci yöntem kullanmanın avantajlarını detaylı bir şekilde incelemiş ve bu avantajların araştırmacılar için uygulamadaki önemini vurgulamışlardır.

Palomo vd. (Palomo vd., 2007), Bayesci tahmin yönteminin giderek popüler hale geldiğini vurgulamış, Bayesci yöntemlerin avantajlarını ele alarak, Bayesci yöntemin sıklıkçı tahmin yöntemlerine iyi bir alternatif olduğunu söylemişlerdir.

Lee (Lee, 2007) 'nin, YEM'in deneysel çalışmalarında Bayesci yöntemlerin kullanılmasını arttırmak amacıyla ortaya çıkardığı kitabı, BYEM konusu üzerine temel bir başvuru kaynağı olmuştur. Daha sonra Song ve Lee (Lee ve Song, 2012), Lee (2007)'nin kitabını deneysel örnekler ve yeni BYEM konuları ile geliştirerek yeni bir kitap ortaya çıkarmışlardır. Bu kitapta temel konulardan, ileri BYEM konularına kadar çok detaylı açıklamalar yapılmıştır.

Zhang vd. (Zhang vd., 2008), Bayesci tahmin yönteminin daha kolay uygulanabilir olması için yaptıkları çalışmada, SAS ve WinBUGS programından yararlanmışlardır. Çalışmada çoklu regresyon, doğrusal büyüme modeli ve DFA simülasyon örneği ile araştırmacılara Bayesci tahmin yönteminin faydalarını göstermişlerdir.

Muthen ve Asparouhov (Muthen ve Asparouhov, 2012), Psikoloji alanında tam bir YEM modelini Bayesci yöntem yardımıyla tahmin etmiştir. Bu bağlamda çalışmada model tahmini, model modifikasyonu ve model uyumunun değerlendirilmesi (Sonsal Tahmin Kontrolü (PPP) değerinin kontrolü) adımları üzerinde durulmuş ve Mplus kullanılarak analizler gerçekleştirilmiştir.

Lunn vd. (Lunn vd., 2013)'nin "The BUGS Book" isimli kitabında gerçek hayat problemlerinde Bayesci yöntemlerinin kullanılmasına odaklanmışlardır. Kitapta temel "Bayesian Inference Using Gibbs Sampling (BUGS)" yazılımları olan WinBUGS, OpenBUGS ve JAGS yazılımlarının kullanımlarına yer verilerek uygulamaların bu yazılımlar üzerinde gerçekleştirilmesi sağlanmıştır. Dahası Bayesci yöntemlerin kullanılması için gerekli olan temel konular (MCMC, Önsel dağılımlar, Kategorik verilerin kullanımı, Model kontrolü, Model karşılaştırması) detaylı bir şekilde incelenmiştir.

Hoyle (Hoyle, 2012)'nin YEM ile ilgili kitabında, BYEM üzerine Kaplan tarafından bir bölüm oluşturmuştur. Kitabın bu bölümünde BYEM'in temel konuları yüzelsel bir bakış açısıyla değerlendirilmiş ve bu bölüm araştırmacılar için rehber niteliğinde olmuştur. Bölümde aynı zamanda BYEM uygulamalarını da yer verilmiştir.

Şehribanoğlu ve Okut (Şehribanoğlu ve Okut, 2013), YEM'in Bayesci tahmin yöntemini Ulusal alanda ilk kez ayrıntılı olarak incelemişlerdir. Çalışmada, MCMC ve Gibbs algoritması üzerinde durulmuştur. Aynı zamanda Şehribanoğlu (Şehribanoğlu, 2012)

doktora tez çalışmasında BYEM konusu üzerine çalışmış ve bu çalışmada Zooteknik alanında bir uygulamaya yer vermiştir.

Xinya L. (Liang, 2014), gerçek hayat problemlerinde model tahmini için sıklıkçı ve Bayesci tahmin yöntemlerini kullanarak, dağılımsal veya yapısal varsayımların ihlallerinden kaynaklanan tahmin sorunlarını araştırmıştır.

Bir sonraki bölümde, yapısal eşitlik modelleri ve yapısal eşitlik modellerinde kullanılan sıklıkçı tahmin yöntemlerinden olan ML ve RML yöntemleri ve bu yöntemlerin varsayımları anlatılmıştır.

### 3. YAPISAL EŞİTLİK MODELLERİ VE PARAMETRE TAHMİN YÖNTEMLERİ

Tezin bu bölümünde, öncelikle YEM'in tanımı yapılmış, ardından literatürde çeşitli koşullar altında tartışılan ve karşılaştırılan Sıklıkçı yöntemler (örn., ML, RML) ve bu tahmin yöntemleri için gerekli YEM varsayımları gözden geçirilmiştir.

#### 3.1 Yapısal Eşitlik Modelleri

YEM, en genel tanımıyla gözlenen ve gizil değişkenleri beraber ele alan çok değişkenli istatistiksel bir yöntemdir. YEM, gizil değişkenler arasında nedensellik yapısının var olduğunu ve gizil değişkenlerin gözlenen değişkenler aracılığıyla ölçülebildiğini varsayar (Jöreskog, 1970; Yılmaz, 2004). Gizil değişkenler arasındaki nedensel ilişkilerin belirlenmesi ve ölçüm hatalarının hesaba katılması YEM'in karakteristik özelliklerini ortaya koyar. Ayrıca YEM, dolaylı ve doğrudan etkileri birlikte ele alarak önerilen modelin test edilmesini ve geliştirilmesini sağlar (Kline, 2005; Raykov ve Marcoulides, 2006).

Gizil değişkenlerle ilgilenen bir çok bilim dalında yaygın olarak kullanılan YEM, gözlenen ve gizli değişkenler arasındaki ilişkileri açıklamak için çeşitli varsayımsal modellerin test edilmesini sağlar. YEM, kimi zaman "kovaryans yapısı modelleri" veya "kovaryans yapısı analizi" olarak da adlandırılır, çünkü temelde gözlenen değişkenler arasında varyans-kovaryans matrisini temel alır. YEM de ölçüm modeli ve yapısal model daha önce ortaya atılmış teorilere veya önsel araştırmalara dayanarak veri toplamadan ve yapılmadan önce belirlenmelidir. YEM'in ölçüm modeli DFA'ya dayanır ve DFA gizli değişken ile gözlenen değişkenler arasındaki ilişkileri açıklamaya odaklanır. İçsel ve dışsal gizil değişkenlere ait ölçüm modeli sırasıyla Eşitlik 3.1 ve 3.2'deki gibi ifade edilebilir (Jöreskog, 1969).

$$y = \Lambda_y \cdot \eta + \varepsilon \quad (3.1)$$

$$x = \Lambda_x \cdot \xi + \delta \quad (3.2)$$

Eşitlik 3.1'de,  $p$ : içsel gizil değişkenlere ait gözlenen değişken sayısı,  $y$  :  $p \times 1$  boyutlu içsel gizil değişkenler vektörü,  $\Lambda_y$  :  $(p \times m)$  boyutlu içsel gizil değişkenler ve

onların gözlenen değişkenleri arasındaki ilişki katsayıları matrisi,  $\eta : m \times 1$  boyutlu içsel gizil değişken vektörü ve  $\varepsilon : p \times 1$  boyutlu gözlenen değişkenlere ait hata vektörüdür.

Eşitlik 3.2’de,  $q$ : dışsal gizil değişkenlere ait gözlenen değişken sayısı,  $x : q \times 1$  boyutlu dışsal gizil değişkenler vektörü,  $\Lambda_x : q \times n$  dışsal gizil değişkenler ile onların gözlenen değişkenleri arasındaki ilişki katsayıları matrisi,  $\xi : n \times 1$  boyutlu dışsal gizil değişkenler vektörü ve  $\delta : q \times 1$  boyutlu gözlenen değişkenlere ait hata vektörüdür.

Ölçüm modelinde,  $E(\eta) = 0$ ,  $E(\xi) = 0$ ,  $E(\varepsilon) = 0$ ,  $E(\delta) = 0$  ve  $\varepsilon$  ile  $\delta$  ilişkisizdir. Aynı zamanda,  $\varepsilon$  ile  $\delta$  ayrı ayrı  $\eta$  ile  $\xi$ ’ler ile ikişerli olarak ilişkisiz varsayılır (Bollen, 1989).

YEM’in temel aldığı yapısal model Eşitlik 3.3’de verilmiştir.

$$\eta = B\eta + \Gamma\xi + \zeta \quad (3.3)$$

Eşitlik 3.3’de,  $m$ : içsel gizil değişken sayısı,  $n$ : dışsal gizil değişken sayısı olmak üzere,  $\eta : m \times 1$  boyutlu içsel gizil değişken vektörü,  $B : m \times m$  boyutlu, ana diagonalı sıfır olan boyutlu içsel gizil değişkenler arasındaki katsayılar matrisi,  $\Gamma : m \times n$  boyutlu içsel ve dışsal gizil değişkenler arasındaki katsayılar matrisi,  $\xi : n \times 1$  boyutlu dışsal gizil değişken vektörü,  $\zeta : m \times 1$  boyutlu gizil hata terimleri vektörüdür.

Yapısal modelde,  $E(\eta) = 0$ ,  $E(\xi) = 0$ ,  $E(\zeta) = 0$  ve  $(1 - B)$  tekil olmayan matris,  $\xi$  ile  $\zeta$ ’lar ilişkisiz ve  $Var(\zeta_i)$ ’ler sabit varsayılır (Bollen, 1989).

YEM’de model tahmini yapılırken gözlenen değişkenlerin kovaryans matrisi  $S$ ’nin, model parametrelerini içeren kovaryans matrisi  $\Sigma(\theta)$ ’ya eşit olması beklenir. YEM’deki temel hipotez, Eşitlik 3.4’deki gibi ifade edilir (Bollen, 1989).

$$\Sigma = \Sigma(\theta) \quad (3.4)$$

Model-veri uyumu, bir fark fonksiyonu olan  $F = (S, \Sigma(\theta))$  ile temsil edilebilir. Model parametreleri olan  $\theta$ ’ların tutarlı tahminlerini elde etmek için, tüm varsayımların sağlandığı varsayımlar fark fonksiyonu minimize edilir. Türetilmiş kovaryans matrisini belirleyen bilinmeyen parametreler, yalnızca model tanımlı olduğunda tahmin edilebilir. YEM’de model tanımlama adımı iki şart vardır (Kline, 2015). İlki, örneklem kovaryans matrisindeki benzersiz (unique) elemanların sayısı, serbestçe tahmin edilen parametrelerin

sayısına eşit veya daha büyük olmalıdır. Burada model serbestlik derecesi ( $df$ ), kovaryans matrisindeki benzersiz elemanların sayısı ( $p$ ) ile serbestçe tahmin edilen model parametrelerinin sayısı ( $t$ ) arasındaki fark olarak tanımlanır ve  $df = \frac{p(p+1)}{2} - t$  ile ifade edilir. Modelin tanımlı olması için  $df \geq 0$  olması gerekir. İkincisi ise, faktörler ve artıklar da dahil olmak üzere tüm parametreler ölçeklendirilmelidir. Ölçeklendirme iki şekilde yapılabilir: ilki herbir gizil değişkene ait faktör yüklerinden biri 1'e sabitlenir yada her bir gizil değişkenin varyansı 1 olarak belirlenir. Her iki durumda da model aynı uyum indekslerini üretir (Liang, 2014; Lee, 2007).

YEM'de yaygın olarak kullanılan tahmin yöntemleri Sıklıkçı (Frequentist) ve Bayesci yöntemler olarak ikiye ayrılabilir. Uygulamalarda daha çok Sıklıkçı yöntemler kullanılmasına rağmen, bu yöntemler kuvvetli dağılımsal ve yapısal varsayımlar gerektirir. Bayesci yöntemlerde ise model varsayımları esnetir. Çalışmanın bir sonraki adımında Sıklıkçı yöntemlerden ML ve RML tahmin yöntemleri ile Bayesci yöntemler incelenmiş ve ardından bu tahmin yöntemleri karşılaştırılmıştır.

## 3.2 Yapısal Eşitlik Modellerinde Kullanılan Sıklıkçı Tahmin Yöntemleri

Normal dağılım varsayımı gerektiren tahmin yöntemlerinden ilk olarak akla En Çok Olabilirlik (ML), En Küçük Kareler (LS) ve Genelleştirilmiş En Küçük Kareler (GLS) gelir. Normallik varsayımlarından bağımsız ve/veya kategorik değişkenlerin varlığı durumunda ise akla ilk olarak Sağlam En Çok Olabilirlik (RML), Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler (WLS) ve Sağlam Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler (RWLS) yöntemleri gelir.

Bu tezde sıklıkçı yaklaşımlardan, çok değişkenli normallik varsayımı sağlandığında en uygun tahminleri veren ML ile çok değişkenli normallik varsayımının sağlanmadığı durumda en uygun tahminleri veren RML, Bayesci yöntem ile karşılaştırılacaktır. Bu tez çalışmasında incelenmeyen diğer Sıklıkçı tahmin yöntemleriyle ilgili detaylı bilgi için Hoyle (Hoyle, 2012) incelenebilir.

### 3.2.1 En Çok Olabilirlik (ML) yöntemi

ML yöntemi, YEM'de en çok kullanılan parametre tahmin yöntemidir (Kline, 2005). ML tahmin yönteminin avantajlarından biri neredeyse tüm yazılımlarda varsayılan tahmin yöntemi olarak seçili olmasıdır. ML, gözlenen verilerin önerilen model ile tutarlı olacak şekilde bir ana kitleden gelme ihtimalini maksimize eden tahminleri verir. ML'nin

avantajlarından bir diğeri de tam bilgi kullanan yöntemlerden olmasıdır. Yani ML tahmin yöntemi modele ait parametre tahminlerinin hepsini kullanır. Tahmin yönteminin fark fonksiyonu, yöntemin minimize etmeyi amaçladığı istatistiksel kriterdir ve gözlenen veri ile tahmin edilen model verileri arasındaki kovaryansın farkından oluşur. ML fark fonksiyonu Eşitlik 3.5'deki gibi ifade edilir.

$$F_{ML}(\hat{\theta}) = \log |\Sigma(\hat{\theta})| + tr(S\theta^{-1}(\hat{\theta})) - \log |S| - (p + q) \quad (3.5)$$

Eşitlik 3.5'de,  $\Sigma(\hat{\theta})$  kovaryans matrisi, (model tahminleri aracılığı ile türetilen kovaryans matrisi),  $\hat{\theta}$  parametre tahminleri,  $tr$  matrisin izi,  $S$  örneklem kovaryans matrisi,  $\theta^{-1}$  matrisin tersi,  $p$  içsel gizil değişkene ait gözlenen değişkenlerin sayısı ve  $q$  dışsal gizil değişkenlere ait gözlenen değişken sayısı olarak tanımlanır (Bollen, 1989). ML, uyum fonksiyonu makul çözümler elde edilinceye kadar parametre değerlerini tahmin etmek için yinelemeli bir yol izler (Kline, 2005).

ML, uyum fonksiyonunun değeri, kovaryans matrisinin ya da korelasyon matrisinin analiz edilmesine ya da dönüştürülmüş veri kullanılıp kullanılmadığına bağlı olmadığından ölçekten bağımsızdır (Şen, 2013, Bollen, 1989). ML avantajlı bir yöntem olmasına rağmen normallik varsayımının ve diğer varsayımların ihlali durumunda uygun bir yöntem olmamaktadır. ML'nin temel varsayımları arasında, dışsal gizil değişkenlerin çok değişkenli normal dağılması, büyük örneklem, doğru model seçimi, gözlemlerin ilişkisiz olması, dışsal gizil değişkenlerin bağımsız olması ve dışsal gizil değişkenlerin hatasız ölçülmesi gösterilebilir (Kline, 2005). Genel olarak küçük örneklemelerin ML tahminleri yanıltıcıdır. Çünkü parametre tahminleri ve uyum indeksleri asimptotik olarak doğru olma eğilimindedir (Lee ve Song, 2004).

ML'nin tahmin yönteminin kullanılabilmesi için ilk olarak, daha önce de bahsedildiği üzere ML, çok değişkenli normallik varsayımı gerektirir. Bu varsayım da, gözlenen değişkenlerin sürekli ölçülmüş olmasını gerektirir. Değişkenler kategorik ise, alternatif bir tahminci seçilmelidir. İkinci koşul ise, ML büyük örneklem hacmi gerektirir ve parametre tahminlerinin Ki-kare test istatistiği, parametre tahminleri ve standart hataları, yeterince büyük bir örneklem söz konusu olduğunda yansızdır. Örneklem büyüklüğü arttıkça, parametre tahminleri ana kitle değerlerine yaklaşır ve dolayısıyla parametreler daha az değişken olur. Ancak uygulamada, deneysel verilerin çok değişkenli normallik ve/veya büyük örneklem gereksinimini karşılaması çoğu zaman zordur. Çok değişkenli normallikten sapma, sapmanın derecesine bağlı olarak ML sonuçlarını etkileyebilir. YEM



analizine geçmeden önce gözlenen değişkenlerin dağılımının, en uygun tahminciyi seçmek için incelenmesi gerekir.

### 3.2.2 Robust En Çok Olabilirlik (RML) yöntemi

Çok değişkenli normallik varsayımının sağlanmadığı durumda ML yaklaşımı yerine RML yaklaşımı da kullanılabilir (Satorra ve Bentler, 1994). RML kullanılarak elde edilen parametre tahminleri ile ML kullanılarak elde edilen parametre tahminleri aynıdır. RML'nin ML'den farkı, modelin Ki-kare değerinin ve parametre tahminleri ile ilişkili standart hataların sağlam olabilmesi için düzeltilmiş olmasıdır. Model yanlış belirlendiğinde ve/veya değişkenler Çok Değişkenli Normallik (ÇDN) sağlanmadığında,  $T$  istatistiği  $r$  serbestlik dereceli Ki-kare dağılımlarının bir karışımına asimptotik olarak yaklaşmaktadır (Satorra ve Bentler, 1994). Bu durum Eşitlik 3.6'daki gibi gösterilebilir.

$$F \longrightarrow \sum_{i=1}^r \alpha_i \chi_1^2 \quad (3.6)$$

Eşitlik 3.6'da  $X_1^2$  serbestlik derecesi 1 olan bağımsız Ki-kare değişkenleridir ve  $\alpha_i i = 1, \dots, r$  olmak üzere,  $U_0 \Gamma$  ( $\Gamma$ : Asimptotik kovaryans matrisi) matrisinin sıfır olmayan özdeğerleridir. Burada  $U_0$  Eşitlik 3.7'de verildiği gibidir.

$$U_0 = V - V \Delta (\Delta' V \Delta)^{-1} \Delta' V \quad (3.7)$$

Eşitlik 3.7'de  $V$ , Jacobiyen matrisi ve  $\Delta$  ağırlık matrisidir. Asimptotik olarak, uygun koşullar sağlanmadığında, Satorra-Bentler yaklaşımı ile  $T$  istatistiği Eşitlik 3.8'deki gibi düzeltilir.

$$T_{S-B} = \hat{c}^{-1} T \quad (3.8)$$

Eşitlik 3.8'de,  $\hat{c}$ ,  $c$ 'nin tutarlı bir ölçkleme tahmincisi olan gözlenen değişkenlerin çok değişkenli basıklık değerine karşılık gelir (Satorra ve Bentler, 1994).  $c$ , Eşitlik 3.9'daki gibi ifade edilir.

$$c = \frac{1}{r_0} \text{tr} U_0 \Gamma \quad (3.9)$$

Esitlik 3.9’da  $r_0$  Ki-kare dağılımının serbestlik derecesidir. Asimptotik olarak uygun koşullar söz konusu olduğunda ölçeklendirilmiş  $T_{S-B}$  istatistiği ölçeklendirilmemiş  $T_{ML}$  ile aynı dağılımsal karakterlere sahiptir. Veriler ÇDN dağıldığında,  $c$  1’e eşittir ve  $T_{S-B}$  ile  $T_{ML}$  aynıdır. Değişkenler ÇDN dağılmadığında,  $T_{ML}$  yükselir. Yükselen  $T_{ML}$  için  $c$  1’den büyük olacaktır. Değişkenler ÇDN dağılmadığında, ölçeklendirilmiş  $T_{S-B}$  istatistiği doğru tanımlanmış modeller için ML tabanlı  $T_{ML}$  test istatistiğinden daha iyi performans gösterir (Chou vd., 1991; Curran vd., 1996; Hu vd., 1992).

### 3.3 Sıklıkçı Tahmin Yöntemleri ile Modelin Değerlendirilmesi

YEM’de sıklıkçı tahmin yöntemleri model uyumunun değerlendirilmesi için kullanılan uyum ölçütleri hesaplanma yöntemlerine göre üç ana başlık altında toplanmıştır (Bollen, 1989; Gerbing ve Anderson, 1993; Hu ve Bentler, 1999).

Bu uyum ölçütlerinden ilki, ”Model Uyum Ölçütleri” olarak isimlendirilir ve modelden elde edilen türetilmiş kovaryans matrisi  $\Sigma(\theta)$  ve örneklem kovaryans matrisi  $S$  arasındaki farklara dayanarak hesaplama yapar. Bu ölçütler: Ki-Kare, Uyum İyiliği İndeksi (Goodness of Fit Index - GFI), Düzeltilmiş Uyum İyiliği İndeksi (Adjusted Goodness of Fit Index - AGFI), Yaklaşık Hataların Ortalama Karekökü (Root Mean Square Error of Approximation - RMSEA), Hata Kareler Ortalamasının Karekökü (Root Mean Square Residuals - RMR), Standartlaştırılmış Hata Kareler Ortalamasının Karekökü (Standardized Root Mean Square Residual - SRMR) ve McDonalds’ın uyum indeksi (McDonald’s Fit Index - MFI)’dir.

İkincisi ”Model Karşılaştırma Ölçütleri” olarak isimlendirilir ve bu uyum ölçütleri, önerilen modeli daha kısıtlı olan en kötü durumdaki modelle karşılaştırarak model uyumunu hesaplar. Bu ölçütler: Artan Uyum İndeksi (Incremental Fit Index - IFI), Normlaştırılmış Uyum İndeksi (Normed Fit Index - NFI), Normlaştırılmamış Uyum İndeksi (Non-normed Fit Index - NNFI) ve Karşılaştırmalı Uyum İndeksi (Comparative Fit Index - CFI)’dir.

Sonuncusu ise, ”Model Optimizasyon Ölçütleri” olarak isimlendirilir. Bu ölçütler daha ayrıntılı modellerin uyumunu belirlemek için kullanılır. İstatistiksel olarak daha iyi uyum her zaman modeldeki parametre sayısı fazla olduğu zaman sağlanır. Bu optimizasyon ölçütleri karmaşık modellerin karşılaştırılmasında kullanılır. Bu ölçütler Normlaştırılmış Ki-kare (Normed Chi-Square - NC), Kısıtlı Uyum İndeksi (Parsimonious Fit Index - PFI), Akaike Bilgi Kriteri (Akaike Information Criterion - AIC) ve Tutarlı Akaike Bilgi Kriteri

(Consistent Akaike Information Criterion - CAIC)'dir (Fan vd., 1999; Doğan, 2013; Şen, 2013).

Çizelge 3.1 Uyum Ölçütlerinde Yaygın Olarak Kullanılan Kritik Değerler

Model Ölçütleri	Uyum	Kritik Değerler	Kaynak
$\chi^2/sd$		<3,00	Hayduk, 1987
GFI		>0,90	Bagozzi ve Yi, 1988
AGFI		>0,80	Scott, 1995
RMSEA		<0,08	Scott, 1995
RMR		Sıfıra yakın olması	Kline, 2012
SRMR		<0,10	Schermelleh-Engel vd., 2003
MFI		>0,90	McDonald, 1989
IFI		>0,90	Hu ve Bentler, 1999
NFI		>0,90	Bentler ve Bonett, 1980
NNFI		>0,95	Jöreskog ve Sörbom, 1996
CFI		>0,90	Bagozzi ve Yi, 1988
NC		Karşılaştırılan modelin	
PFI		NC, PFI, AIC, CAIC	Schumacker ve Lomax, 2004;
AIC		değerlerinden daha küçük	Bozdoğan, 1987
CAIC		değere sahip olması	

Model uyumunun sağladığının kanıtı olarak bahsedilen uyum ölçütlerinin yaygın olarak kullanılan kritik değerler Çizelge 3.1'de verilmiştir.

### 3.4 Sıklıkçı Tahmin Yöntemlerinde Kullanılan Varsayımlar

YEM'de değişkenlerin ölçüm düzeyine ve modelin yapısına göre bir tahmin yöntemi diğer tahmin yöntemine göre avantajlı veya dezavantajlı olabilir. Parametre tahmin

yönteminin varsayımlarının ihlal edilmesi yanı parametre tahminlerine ve dolayısıyla yanıltıcı uyum ölçütlerinin ortaya çıkmasına sebep olur (Doğan, 2013). Sonuç olarak modelin değerlendirilmesi konusunda yanlış kararlar alınabilir. YEM’de sıklıkçı yöntemlerden normal teori temelli yöntemlerin varsayımları ”dağılımsal varsayımlar” ve ”yapısal varsayımlar” olmak üzere iki başlık altında toplanabilir.

**Dağılımsal Varsayımlar:** YEM uygulamalarında normal teori tabanlı tahminçiler sıklıkla tercih edilir. Bu tahminçiler asimptotik teoriye dayanırlar ve gözlenen değişkenlerin çok değişkenli normal dağıldığı varsayımı ile çalışırlar. Dağılımsal varsayım sağlandığında ve model karmaşıklığına bağlı olarak örneklem yeterince büyük olduğunda  $S$ 'nin  $\Sigma$ 'ya yaklaşması, tahminlerin tutarlı, yansız ve düşük varyanslı olması beklenir. Uygulamalarda normal teorisinin ihlali gizil değişkenler ile gözlenen değişkenler arasındaki tahmin edilen ilişkilerin yanlış olmasına sebep olabilir. Benzer şekilde sonlu örneklem söz konusu olduğunda t istatistiği asimptotik Ki-kare dağılımını izlemezse t istatistiği yüksek çıkma eğilimindedir (Browne, 1982; Satorra, 1992). Bunun sonucunda doğru belirlenmiş bir model, tip 1 hata oranının artması sebebiyle reddedilir ve Ki-kare yardımıyla hesaplanan uyum ölçütleri sonuçları yanıltıcı olur. Son olarak varsayımlar ihlal edilirse parametre tahminlerinin standart hatalarının gerçek değerinden daha küçük tahmin edilmesine (underestimate) sebep olur. Bu durumda da tip 2 hatasının artmasına ve dolayısıyla yanlış belirlenmiş bir modelin kabul edilmesi söz konusu olur (Curran vd., 1996; Hu vd., 1992; Satorra ve Bentler, 1994; Doğan, 2013; Şen, 2013; Olsson vd., 2000; Satorra ve Bentler, 1994).

Literatürde sıklıkçı yöntemlerin kullanıldığı uygulamalarda normallik varsayımının ihlalinin sebep olduğu sonuçlar simülasyon çalışmaları yardımıyla incelenmiştir (Finch vd., 1997; Olsson vd., 2000; Doğan, 2013). Ayrıca ML ve RML tahminlerinin diğer yöntemlere göre daha tutarlı olduğu görülmektedir (Chou vd., 1991; Chou vd., 1991; Curran vd., 1996; Hu vd., 1992; Hoogland ve Boomsma, 1998; Boomsma ve Hoogland, 2001; Olsson vd., 2000; Lei ve Lomax, 2005; Muthen ve Kaplan, 1985; Muthen ve Kaplan, 1992). Benzer şekilde RML'nin çeşitli örneklem büyüklüklerinde, farklı dağılımsal koşullar ve farklı model seçimlerinde daha iyi tahminler verdiği ortaya çıkmıştır (Boomsma, 1987).

**Yapısal Varsayımlar:** Yapısal varsayımlar, örneklem verilerine dayanan model yapısının anakitle verilerinin yapısını yansıttığını belirtmektedir. İstatistiksel modeller güçlü teorilere veya uzman bilgisine dayalı olarak oluşturulmuş olsa da, bazı durumlarda modelin yanlış belirlenmesi kaçınılmaz olabilir. Bir model yanlış belirlenirse, yakınsamama ve uygun olmayan çözüme yakınsama gibi kabul edilemez durumlar ortaya çıkabilir, modele ait t istatistiği merkezi Ki-kare dağılımına uymayabilir ve parametre tahminleri ile parametre tahminlerinin standart hataları yanlış tahmin edilebilir (Liang, 2014). Sonuç

olarak da, model değerlendirilmesine dayalı yorumlar yanıltıcı olabilir. YEM uygulamalarında, modelin yanlış tanımlanması herhangi bir parametrenin eksik ya da fazla tanımlanmış olması sebebiyle meydana gelebilir. Örnek olarak, bir gizil değişkene ilişkisiz gözlenen bir değişkenin yüklenmesi veya iki değişken arasındaki yüksek korelasyon, modelin yanlış belirlenmesine neden olabilir. Yanlış belirlenmiş bir modelin t istatistiği asimptotik olarak merkezi olmayan Ki-kare dağılımına uyar (Liang, 2014; Satorra ve Saris, 1985). Dolayısıyla Tip 1 ve Tip 2 hata oranları artar ve t istatistiğine dayalı kararlarda yanlış sonuçlara varılabilir.

## 4. YÖNTEM VE MATERYAL

### 4.1 Bayesci Yöntemler

YEM’de model değerlendirmenin alternatif bir yolu, günümüzde gittikçe popüler hale gelen Bayesci yöntemler tarafından sağlanmaktadır. Bu yöntemler, asimptotik teoriye veya çok değişkenli normallik varsayımına dayanmaz. Bayesci yöntemler kullanılarak tahmin edilen model parametreleri, belirli sonsal dağılımlar olan rassal değişkenler olarak ele alınır (Muthen ve Asparouhov, 2012).

Bayesci yöntemler ile Sıklıkçı yöntemler arasında vurgulanması gereken iki önemli fark vardır. Bunlardan ilki, Bayesci yöntemler için model bilinmeyenlerinin (model parametreleri, gizil değişkenler gibi) her biri için önsel dağılımlarının belirtilmesi gerekir. Fakat sıklıkçı yöntemlerde böyle bir durum söz konusu değildir. Bayesci yöntemlerde parametrelerin elde edilebilmesi için hesaplanan sonsal dağılımların ortaya çıkmasında hem önsel dağılımlar hem de olabilirlik fonksiyonunun önemi büyüktür. Özellikle önsellerin belirlenmesi yapısal ilişkiler ile ilgili daha önce yapılan çalışmalar ya da teorilerden elde edilen güçlü bilgilerin bir araya getirilmesine izin verir. Bu tür bilgiler olmadığında, bilgi içermeyen önseller kullanılabilir. Örneklem büyüklüğü arttırıldığında önsel dağılımlar sonsal dağılımları daha az etkilediği için, Sıklıkçı yöntemler ve Bayesci yöntemler ile elde edilen parametre tahminleri asimptotik olarak birbirine çok yakın sonuçlar vermektedir (Palomo vd., 2007).

Bayesci yöntemler ile Sıklıkçı yöntemler arasındaki ikinci fark ise, hesaplama farklılıklarından oluşur. Bayesci model analizi, yoğun hesaplama algoritmalarına sahip MCMC yöntemi ile bilinmeyen model parametrelerinin sonsal dağılımlarından örneklem çekilmesine dayanır. MCMC’nin önemli bir avantajı büyük örneklem varsayımlarına ihtiyaç duymamasıdır. Yöntemin dezavantajı ise, sonsal dağılımdan çekilen örneklem üzerindeki Markov Carlo (MC) hatasının ihmal edilebilir olmasının uzun zaman almasıdır. Buna YEM’de özellikle dikkat edilmesi gereken bu uzun zaman alma problemi, MCMC örneklerinde yüksek otokorelasyon üretilmesine yol açabilir. Hesaplama işlemleriyle büyük ölçüde azaltılabilen bu otokorelasyon, ihmal edilebilir bir MC hatası üretmek için daha fazla örneklem toplamayı gerekli kılar. Bununla ilgili ayrıntılı bilgi Bölüm 5’de verilmiştir.

### 4.1.1 Bayes teoremi

Bayesci olasılık kavramı ilk kez 17. yüzyılın sonunda Thomas Bayes (Bayes, 1763) tarafından ortaya atılmıştır. Teorem, koşullu olasılık ve toplam olasılık formülüne dayanmaktadır. Matematiksel bakış açısıyla değerlendirildiğinde bir olayın meydana gelme olasılığı 0 ile 1 arasında değişir; 0 imkansızlığı temsil ederken 1 kesinliği temsil eder. Dolayısıyla matematiksel bakış açısıyla olasılık bir olayın gerçekleşme şansının sayısal değeri olarak tanımlanır. Olasılık istatistiksel bakış açısıyla değerlendirildiğinde çeşitli tanımlamalar ortaya çıkar. Bu tanımlamalar genel olarak sıklık tanımı, klasik tanım ve öznel olasılık tanımıdır. Sıklık tanımında olasılığa deneysel olasılık adı verilir. Klasik tanımında ise, örneklem uzayı sonlu ve her bir basit olay da eş olasılığa sahip olmalıdır. Sıklık tanımı ve klasik tanım nesnel olasılık kavramına dayanan yaklaşımlardır. Olasılığa farklı bir anlam getiren tanım ise, olasılığın öznel tanımıdır. Olasılığın öznel tanımı tamamen olaylara bağlı olup, Thomas Bayes tarafından ortaya atılan Bayes teoreminden türemiştir. Öznel olasılık kavramından doğan yaklaşım, Bayes teoremine dayandığı için Bayesci yöntem adını almıştır (Karadağ, 2011).

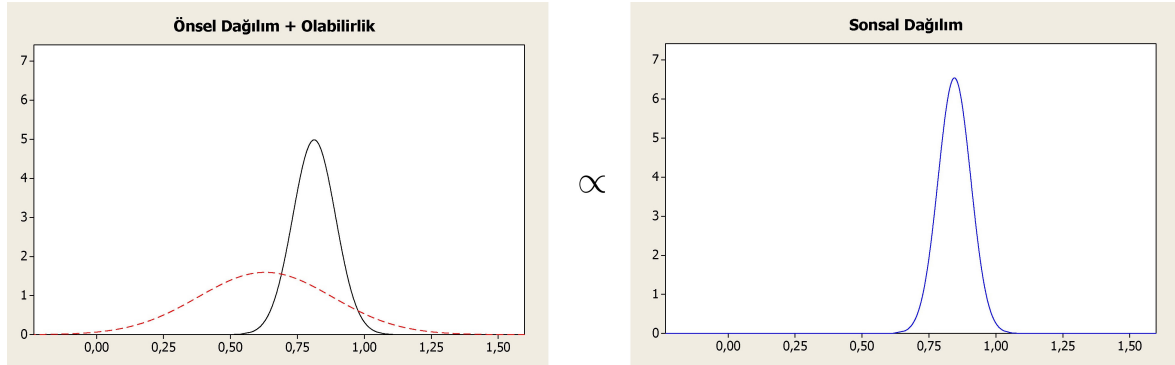
Bayes teoremi, genellikle gözlenen olayların olasılıkları açısından ifade edilir. Buna göre,  $A$  ve  $B$  gibi iki olayın gerçekleşme olasılıkları sırasıyla  $P(A)$  ve  $P(B)$  olduğunda, bu iki olaya ait koşullu olasılık Eşitlik 4.1'deki gibi ifade edilir.

$$P(A | B) = \frac{(P(B|A)P(A))}{(P(B))} \quad (4.1)$$

Eşitlik 4.1'de  $P(A)$ ,  $A$ 'nın marjinal olasılığıdır. Marjinal olasılık,  $B$ 'deki bilgiler dikkate alınmadan önceki olasılık olduğundan çoğu zaman  $A$ 'nın önsel olasılığı olarak adlandırılır.  $P(A | B)$ ,  $B$  verildiğinde  $A$ 'nın gerçekleşme olasılığıdır ve genel olarak  $B$ 'nin olasılık değerini hesaba katarak hesaplanan  $A$ 'nın sonsal olasılığı olarak adlandırılır.  $P(B|A)$  ise,  $A$  verildiğinde  $B$ 'nin gerçekleşme olasılığıdır.  $P(B)$ ,  $B$ 'nin marjinal olasılığıdır ve  $P(A | B)$  değerinin geçerli bir olasılık değeri almasını sağlar, yani  $P(A | B)$  değerinin 0 ile 1 arasında olması için normalleştirme sabiti olarak işlev görür. Ayrıca  $P(B) > 0$  olmalıdır (Lee, 2007; Lee ve Song, 2012).

Bayesci yaklaşımın temeli, Bayes Teoremine dayanır. Bayesci istatistikte gözlenen  $y$ 'nin sabit değerlerden oluştuğu kabul edilirken, bilinmeyen parametre vektörü, rassal değişken vektörü olarak tanımlanır (Şehribanoğlu, 2012). Bayesci yöntemler verilerden elde edilen olabilirlik fonksiyonu ile deneyimlerden ya da uzman bilgilerinden yararlanılarak elde edilen önsel bilgiyi birleştirerek,  $p(\theta | y)$  sonsal dağılımını tahmin eder

(Scheines vd., 1999; Lee ve Song, 2004; Lee, 2007; Şehribanoğlu, 2012). Bayesci yaklaşım, Şekil 4.1 'deki gibi görsel olarak ifade edilebilir.



Şekil 4.1 Önsel Dağılım  $\times$  Olabilirlik  $\propto$  Sonsal Dağılım

Şekil 4.1'de bir parametreye ait önsel dağılım ve aynı parametreye ait olabilirlik fonksiyonu çarpıldığında sonsal dağılımın ortaya çıktığı bir örnek gösterilmiştir. Bayesci yöntem, Bayes Teoremi yardımıyla Eşitlik 4.2'deki gibi elde edilebilir.

$$p(\theta | y) = \frac{p(y | \theta) \cdot p(\theta)}{\int p(y | \theta) \cdot p(\theta) d\theta} \propto p(y | \theta) \cdot p(\theta) = L(\theta) \cdot p(\theta) \quad (4.2)$$

Eşitlik 4.2'de,  $\propto$  (propto): orantılılık,  $y$  gözlenen veriler,  $\theta$  anakitle parametre vektörü,  $L(\theta)$  olabilirlik fonksiyonu,  $p(\theta)$  önsel dağılım ve  $p(\theta | y)$  ise  $y$  gözlem değerleri verildiğinde  $\theta$ 'nın sonsal dağılımıdır.

#### 4.1.2 Bayesci yaklaşım

Bayesci yaklaşım da nokta tahminleri, asimptotik olarak doğrulanmış güven sınırları ve test istatistikleri yerine, MCMC tarafından tahmin edilen parametreler ve gizil değişkenler için sonsal dağılımlar üzerinde yapılan tahminlere dayanır. Örneklem büyüklüğü arttıkça, parametre tahminleri her iki yaklaşımla da (Bayesci ve Sıklıkçı) aynı çözüme yakınsar. Bayesci yaklaşımın bir avantajı sonsal dağılımların yalnızca parametreler için değil, gizli değişkenler için de elde edilmesidir. Gizli değişkenler için sonsal dağılım normale yakınsamasına rağmen, normal olmayan, doğrusal olmayan ve parametre tahminlerinden hemen görülemeyen ilişkiler gibi bazı istenmeyen durumlarla karşılaşılabilir.



Bayesci yaklaşım modeli ifade edilirken parametreler için tam olabilirlik fonksiyonlarının ve önsel dağılımlarının belirlenmesi gerekir. Modele ait olabilirlik fonksiyonu Eşitlik 4.3'deki gibi ifade edilebilir.

$$L(y, x, \eta, \xi; \Theta) = \prod_{i=1}^N \{N_p(y_i; v_y + \Lambda_y \eta_i, \Sigma_y) \cdot N_q(x_i; v_x + \Lambda_x \xi_i, \Sigma_x) \cdot N_m(\eta_i; \alpha + B\eta_i + \Gamma \xi_i, \Omega_\zeta) \cdot N_n(\xi_i; \mu_\xi, \Omega_\xi)\} \quad (4.3)$$

Eşitlik 4.3'de,  $\Theta = (\alpha, \beta, y, v_y, v_x, \lambda_y, \lambda_x, \sigma_y^2, \sigma_x^2, \omega_\zeta^2, \mu_\xi, \omega_\xi^2)$  model parametre vektörüdür.  $\alpha, v_x, v_y$ : kesişim vektörleri,  $\beta$ : içsel gizil değişkenlere ait katsayılar vektörü,  $y$ : içsel gizil değişkenlere ait gözlenen değişkenler vektörü,  $\lambda$ : dışsal gizil değişkenlere ait katsayılar vektörü,  $\sigma^2$ : gizil değişkenlerin kovaryans matrisinin diagonal elemanlarından oluşan vektör,  $\omega$ : dışsal gizil değişkenlerin hatalarının kovaryans matrisinin diagonal elemanlarından oluşan vektör,  $\mu$ : dışsal gizil değişkenlere ait ortalama vektörüdür.

Eşitlik 4.2 ile ifade edilen sonsal dağılım, Eşitlik 4.3'deki olabilirlik fonksiyonu ve önsel dağılımlar yardımıyla yeniden düzenlenerek Eşitlik 4.4'deki gibi ifade edilebilir.

$$\pi(\Theta, \xi, \eta | y, x) = \frac{L(y, x, \eta, \xi; \Theta) \cdot \pi(\Theta)}{\int L(y, x, \eta, \xi; \Theta) \cdot \pi(\Theta) d\eta d\xi d\Theta} \quad (4.4)$$

Eşitlik 4.4'de, sonsal dağılım, olabilirlik fonksiyonu ile önsel dağılımın olasılığının çarpılması ve marjinal olasılıkların normalleştirme sabitine bölünmesiyle hesaplanmıştır. Açık ki, paydadaki terimin hesabı zordur. Bu yüzden Bayesci yaklaşımda normalleştirme sabiti göz ardı edilerek sonsal dağılım, önsel olasılığın olabilirlik fonksiyonu ile çarpımına oranlanarak Eşitlik 4.5'deki gibi hesaplanır (Liang, 2014).

$$\pi(\Theta, \xi, \eta | y, x) \propto L(y, x, \eta, \xi; \Theta) \cdot \pi(\Theta) \quad (4.5)$$

### 4.1.3 Markov Zinciri Monte Carlo yöntemi

Bayesci tahmini için en yaygın kullanılan algoritma MCMC yöntemidir. MCMC yönteminin temel prensibi, rastgele yürüyüş simülasyonu ile parametre değerlerini çekmek için bir dizi koşullu dağılımın kullanılması ile bileşik sonsal dağılıma yakınsayan bir dağılım elde etmektir (Şehribanoğlu, 2012; Gilks vd., 1995).

Karmaşık Bayesci sonsal dağılımlardan örneklem elde etmek için en genel ve en güvenilir yöntemlerden biri, Markov zinciridir.  $X_1, X_2, X_3, \dots$  bir rassal değişkenler dizisi olmak üzere  $t+1$ . adımdaki her bir Markov zinciri  $t$ . adım yardımıyla Eşitlik 4.6'daki gibi hesaplanır.

$$X_{(t+1)} \sim p_{GD}(x \mid X_{(t)} = x_{(t)}) \quad (4.6)$$

Eşitlik 4.6'da  $X_{(t)}$ 'nin dağılımı koşullu dağılımlar ve  $X_{(t+1)}$ 'nin dağılımı ise önceki adımlara ait dağılımdan bağımsızdır.  $p_{GD}$ , Markov Zincirinin "geçiş dağılımı" olarak adlandırılır ve zincirin mevcut değeri göz önüne alındığında yeni değere geçiş için şartlı olasılığı tanımlar.  $X_{(t)}$ 'nin marjinal dağılımı  $t \rightarrow \infty$  olduğunda durağan dağılıma yaklaşır (Lunn vd., 2013).

MCMC, Bayesci analizde ortak sonsal dağılımdan ( $p(\theta \mid y)$ ),  $\theta$  örneklemeleri üretilebilmesi için, Eşitlik 4.6'da  $X$  rassal değişkeni ile  $\theta$  rassal vektörleri yer değiştirilirken uygun bir geçiş dağılımı seçilmelidir. Bu geçiş dağılımının uygunluğu incelenecek olan ortak sonsal dağılıma bağlıdır. Geçiş dağılımlarının tasarımı ve örnekleme için pek çok yöntem mevcuttur (Lunn vd., 2013).

MCMC'de sonsal dağılımdan örneklem elde etmek için yaygın olarak kullanılan üç yöntem: Metropolis-Hastings algoritması, Metropolis algoritması ve Gibbs örneklemesidir. Bu tez çalışmasında OpenBUGS ve WinBUGS programlarında varsayılan olarak kullanılan ayrıca literatürde sıklıkla tercih edilen Gibbs örnekleme kullanılmıştır. Gibbs örnekleme,  $p(y)$  marjinal olasılığı bilinmezken,  $p(\theta \mid y)$  sonsal dağılımdan örneklem almayı sağlayan güçlü bir simülasyon algoritmasıdır (Şehribanoğlu, 2012; Congdon, 2001; Congdon, 2003).

#### 4.1.4 Gibbs örnekleme

Gibbs örnekleme, parametreleri ve gizil değişkenleri de içeren bilinmeyenlerin tümü için tam koşullu sonsal dağılımlarından sırayla örnekleme yapan bir MCMC tekniğidir. Her bir adımda sonraki adıma geçmeden önce, örneklenen parametrelerin değerleri güncellenir. Doğru belirlenmiş bir modelde, bu örneklemler ortak sonsal dağılım olan durağan bir dağılıma yaklaşır. Dolayısıyla, Gibbs örneklemesinde yakınsama sağlanabilmesi için yakma (burn-in) iterasyonu atılır ve toplanan örneklere dayanarak sonsal özetler hesaplanabilir.

Çalışmada yapısal parametreler  $(\alpha, \beta, \gamma)$  ve gizil değişkenler  $(\eta_i, \xi_i)$  için sonsal dağılımdan örneklem türetmek için; MCMC yöntemi Eşitlik 4.4 yardımıyla hesaplanan  $(\pi(\Theta, \xi, \eta \mid y, x) \propto L(y, x, \eta, \xi; \Theta) \cdot \pi(\Theta))$  denklemini kullanır. Bu oransal denklem kullanılarak sonsal dağılım çarpanlarına ayrılırsa, içsel gizil değişkenler için koşullu sonsal dağılım Eşitlik 4.7'deki gibi hesaplanır.

$$\pi(\eta_i \mid v_y, \Lambda_y, \Sigma_y, \hat{\mu}_{\eta_i}, \tilde{\Omega}_{\eta}, y_i) \propto \pi(\eta_i; \hat{\mu}_{\eta_i}, \tilde{\Omega}_{\eta}) \cdot \pi(y_i; v_y + \Lambda_y \eta_i, \Sigma_y) \quad (4.7)$$

Eşitlik 4.7'de gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra içsel gizil değişkenlerin normal dağıldığı görülür  $(N_m(\hat{\eta}_i, \hat{\Omega}_{\eta}))$  (bkz. Palomo vd., 2007; Lee, 2007; Lee ve Song, 2012). Dağılımın içsel gizil değişkene ait parametreleri Eşitlik 4.8'deki gibidir.

$$\hat{\eta}_i = \hat{\Omega}_{\eta} [\Lambda_y' \Sigma_y^{-1} (y_i - v_y) + \tilde{\Omega}_{\eta}^{-1} \hat{\mu}_{\eta_i}], \hat{\Omega}_{\eta}^{-1} = \Lambda_y' \Sigma_y^{-1} \Lambda_y + \tilde{\Omega}_{\eta}^{-1} \quad (4.8)$$

Oransal denklem kullanılarak sonsal dağılım çarpanlarına ayrılırsa, dışsal gizil değişkenler için koşullu sonsal dağılım Eşitlik 4.9'daki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} \pi(\xi_i \mid \eta_i, \Omega_{\zeta}, v_x, \lambda_x, \Sigma_x, \alpha, B, \Gamma, \mu_{\xi}, \Omega_{\xi}, x_i) &\propto \pi(x_i; v_x + \lambda_x \xi_i, \Sigma_x) \\ &\cdot \pi(\eta_i; \alpha + B\eta_i - \Gamma \xi_i, \Omega_{\zeta}) \\ &\cdot \pi(\xi_i; \mu_{\xi}, \Omega_{\xi}) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Dışsal gizil değişkenler normal dağılır  $(N_n(\hat{\xi}_i, \hat{\Omega}_{\xi}))$ . Dışsal gizil değişkene ait dağılım parametreleri Eşitlik 4.10'deki gibidir.

$$\begin{aligned} \hat{\xi}_i &= \hat{\Omega}_{\xi} [\Lambda_x' \Sigma_x^{-1} (x_i - v_x) + \Gamma' \Omega_{\eta}^{-1} (\eta_i - \alpha - B\eta_i) + \Omega_{\xi}^{-1} \mu_{\xi}], \\ \hat{\Omega}_{\xi}^{-1} &= \Lambda_x' \Sigma_x^{-1} \Lambda_x + \Gamma' \tilde{\Omega}_{\eta}^{-1} \Gamma + \Omega_{\xi}^{-1} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Yapısal parametreler koşullu sonsal dağılım, kesişim (intercept) terimi ve ilişki katsayıları parametreleri için sırasıyla ifade edilirse. İlk olarak kesişim teriminin koşulsal sonsal dağılımı Eşitlik 4.11'deki gibidir.

$$\pi(\alpha \mid B, \eta_i, \Gamma, \xi_i, \Omega_{\zeta}, \mu_{\alpha}, \Omega_{\alpha}) \propto \prod_{i=1}^N \pi(\eta_i; \alpha + B\eta_i - \Gamma \xi_i, \Omega_{\zeta}) \pi(\alpha; \mu_{\alpha}, \Omega_{\alpha}) \quad (4.11)$$

Kesişim terimi normal dağılır ( $N_m(\hat{\alpha}, \hat{\Omega}_\alpha)$ ). Kesişim terimine ait dağılım parametreleri Eşitlik 4.12'deki gibi ifade edilir.

$$\hat{\alpha} = \hat{\Omega}_\alpha \left[ \mu_\alpha \Omega_\alpha^{-1} + \sum_{i=1}^N (\eta_i - B\eta_i - \Gamma\xi_i)' \Omega_\zeta^{-1} \right], \quad \hat{\Omega}_\alpha^{-1} = N\Omega_\zeta^{-1} + \Omega_\alpha^{-1} \quad (4.12)$$

İkinci olarak, içsel gizil değişkenlerin ilişki katsayıları için koşullu sonsal dağılımı Eşitlik 4.13'deki gibidir.

$$\pi(\beta_{rj} | \beta_{-rj}, \alpha, \eta_i, \Gamma, \xi_i, \Omega_\zeta, \mu_\beta, \omega_\beta^2) \propto \prod_{i=1}^N \pi(\eta_i; \alpha + B\eta_i - \Gamma\xi_i, \Omega_\zeta) \pi(\beta_{rj}; \mu_\beta, \omega_\beta^2) \quad (4.13)$$

İçsel gizil değişkenlerin ilişki katsayıları normal dağılır ( $N(\hat{\beta}_{rj}, \hat{\omega}_\beta)$ ). Dağılım parametreleri Eşitlik 4.14'deki gibi ifade edilir.

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{rj} &= \hat{\omega}_\beta \left[ \frac{\mu_\beta}{\omega_\beta^2} + \sum_{i=1}^N \frac{\eta_i^j}{\omega_{\zeta^r}^2} \left( \eta_i^r - \alpha^r - \sum_{s=1}^n (\gamma_{rs} \cdot \xi_i^s) - \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq j}}^m \beta_{rt} \cdot \eta_i^t \right) \right], \\ \hat{\omega}_\beta^{-1} &= \frac{\sum_{i=1}^N (\eta_i^j)^2}{\omega_{\zeta^r}^2} + \frac{1}{\omega_\beta^2} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Dışsal gizil değişkenlerin ilişki katsayıları için koşullu sonsal dağılımı Eşitlik 4.15'deki gibidir.

$$\pi(\gamma_{rj} | \beta, \alpha, \gamma_{-rj}, \eta_i, \xi_i, \Omega_\zeta, \mu_\gamma, \omega_\gamma^2) \propto \prod_{i=1}^N \pi(\eta_i; \alpha + B\eta_i + \Gamma\xi_i, \Omega_\zeta) \pi(\gamma_{rj}; \mu_\gamma, \omega_\gamma^2) \quad (4.15)$$

Dışsal gizil değişkenlerin ilişki katsayıları normal dağılır ( $N(\hat{\gamma}_{rj}, \hat{\omega}_\gamma)$ ). Dağılım parametreleri 4.16'deki gibi ifade edilir.

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_{rj} &= \hat{\omega}_\gamma \left[ \frac{\mu_\gamma}{\omega_\gamma^2} + \sum_{i=1}^N \frac{\xi_i^j}{\omega_{\zeta^r}^2} \left( \eta_i^r - \alpha^r - \sum_{s=1}^m (\beta_{rs} \cdot \eta_i^s) - \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq j}}^n \gamma_{rt} \cdot \xi_i^t \right) \right], \\ \hat{\omega}_\gamma^{-1} &= \frac{\sum_{i=1}^N (\xi_i^j)^2}{\omega_{\zeta^r}^2} + \frac{1}{\omega_\gamma^2} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Gibbs örnekleme ile oluşturulan örneklem, yakınsamanın gerçekleşmesi ve durağanlığın sağlanabilmesi için zincirin başında bir miktar atılması gereken örneklem içerir. Bu örneklem "Yakma Periyodu" olarak adlandırılır.

### 4.1.5 Yakma periyodu

Yakma periyodu (Burn-in), Gibbs örneklemesi ile oluşturulan örneklerin belirlenmesi için önemli bir kavramdır. Gibbs örneklemesinin tüm örnekleri istatistiksel çıkarımda kullanılamaz. Yinelemelerin başında belirli sayıda örnek, yakınsama ve durağan sonsal dağılıma ulaşmak için atılır. Atılan bu bölüm Yakma Periyodu olarak adlandırılır. Yakma periyodunun uzunluğu, modelin ve verinin karmaşıklığından etkilenir ve dolayısıyla daha karmaşık modeller için uzun yakma periyodu gerekebilir. Daha sonra, koşullu dağılımlardan elde edilen örnekler ve yakma periyodu sonrasında elde edilen yinelemeler, model parametrelerinin çıkarsaması için kullanılır (Geman ve Geman, 1984).

### 4.1.6 Yakınsama

Belirli koşullar altında, örnekleme yapılan parametreler MC'nin durağan olduğu bölüm için marjinal dağılır. Bu durumda MC'nin durağan olduğu bölümden yararlanabilmek için durağan olmayan bölümünün belirlenmesi gerekir. Böylece MC'nin durağan bölümünden tüm parametreler için sonuçlar elde edilebilir.

MC örneklemesinde dikkat edilmesi gereken nokta zincirin sabit bir değere yakınsamasından ziyade bir dağılıma yakınsaması gerektiğidir. Uygulamalarda öncelikle zincirin uzunluğu belirlenir ve daha sonra geriye dönük olarak yakınsamanın hangi aralıkta gerçekleştiğine bakılır. Örnekleme yapılırken yakınsama aralığının doğru olarak belirlenebilmesi için birden fazla denemeyle yakınsama noktasının ötesine geçilmesi gerekir. Eğer başlangıçta kısıtlı örnekleme çalışılırsa yakma periyodu atıldıktan sonra yetersiz örneklem boyutu durumlarıyla karşılaşılabilir. Yakınsama ile ilgili sorunlar uygulama adımında detaylı bir şekilde incelenmiştir.

### 4.1.7 Otokorelasyon

Gibbs örneklemesi sonsal dağılımdan çekilen bağımsız  $\theta$  örneklerini vermez. Yani örneklem belirlenirken  $\theta^m$  adımı,  $\theta^{m-1}$ ,  $\theta^{m-2}$ , ...,  $\theta^0$  adımlarına bağımlıdır. Bu durum, her bir adımın kendinden önceki adımlardan etkilendiğini açıkça ortaya koymaktadır.  $k$ ,  $\theta^m$ 'deki elemanların her biriyle  $\theta^{m-k}$ 'daki elemanlar arasındaki çoklu korelasyon küçük olacak şekilde seçilirse, ortaya çıkan örneklem neredeyse otokorelasyonsuz, yani doğrusal olarak neredeyse bağımsız olacaktır. Çekimler arasındaki tam bağımsızlık yalnızca basit modellerde görülebilir fakat YEM basit modeller sınıfına girmez (Scheines vd., 1999). Bu durumlar göz önüne alındığında otokorelasyon kavramında kurtulmak için  $k$ 'nın yeterince büyük seçilmesi gerekmektedir.

Literatür incelendiğinde doğrusal ve doğrusal olmayan bağımlılıklar uygulama çalışmalarında göz ardı edilebilir. Ayrıca MC zinciri yeterince büyük seçildiğinde ve yakınsama sağlandığında  $k$  değeri 1 olarak seçilse bile, hemen hemen parametre tahminleri otokorelasyonsuz çıkar (Scheines vd., 1999).

#### 4.1.8 Bayesci sonsal tahmin kontrolü

Bayesci analizde en yaygın kullanılan model değerlendirme ölçütü Asparouhov ve Muthen (Asparouhov ve Muthén, 2010) tarafından geliştirilen PPP'dir. PPP, "Sonsal Tahmin Kontrolü" olarak adlandırılan bir uyum ölçütüdür (Chumney, 2012). Bu ölçüt model tahmininin doğruluk açısından kalitesini değerlendirir. PPP'nin temel fikri, model tarafından üretilen veriler ile gerçek veriler arasında az bir sapma olmasına dayanır. Model tarafından oluşturulan verilerle gerçek veriler arasındaki sapmanın büyüklüğü, önerilen modelin yanlış tanımlandığını gösterir. PPP, tekrarlanan verilerin tahmin edilen sonsal dağılımını kullanır. Gelman vd. (Gelman vd., 2014),  $y^{tek}$  önerilen modelden türetilen tekrarlanmış veriler olmak üzere, gelecek gözlemlerin olasılık dağılımının Eşitlik 4.17'deki gibi olduğu söylenmiştir.

$$\begin{aligned} p(y^{tek} | y) &= \int p(y^{tek} | \theta)p(\theta | y)d\theta \\ &= \int p(y^{tek} | \theta)p(y | \theta)p(\theta)d\theta \end{aligned} \quad (4.17)$$

Eşitlik 4.17, mevcut verileri göz önüne alarak gelecekteki gözlemlerin dağılımını ifade etmektedir. Eşitlik 4.17'de  $p(\theta | y)$  model parametrelerinin sonsal dağılımıdır.  $p(y^{tek} | \theta)$  model parametrelerinin sonsal dağılımı ile ağırlıklandırılan olasılıktır. Böylece, PPP hem model parametrelerindeki belirsizliği hem de verinin belirsizliğini açıklar.

Modelin değerlendirilmesi için verilere dayalı bir model test istatistiği  $T(y)$  gösterildiğinde ve aynı test ile türetilmiş veriler için hesaplanan istatistik  $T(y^{rep})$ ,  $p = p(T(y^{tek}) \geq T(y^{göz}) | y)$  olur (Hoyle, 2012; Levy, 2011). Düşük  $p$  değerleri, orijinal örnek verilerinin modelden tahmin edilen verilere göre, anlamlı ölçüde daha kötü olduğunu gösterir. Mükemmel bir uyum için  $p$  değerinin 0,5 olması gerekir, yani 0,5 değeri örneklem verilerinin modelden tahmin edilen verilere mükemmel uyduğunu gösterir.

#### 4.1.9 Bayesci önseller

Bayesci yöntemlerde önsel dağılımlar belirleyici bir role sahiptir. Bilgi içeren önseller ile bilgi içermeyen önseller arasında temel bir ayırım yapılabilir. Model parametresi

$\theta$  hakkında herhangi bir ön bilgi yoksa ya da bu bilginin elde edilmesi zor ise sonsal üzerinde en az etkiyi sahip olan bilgi içermeyen önsellerin kullanılması tercih edilir. Bilgi içermeyen önsellerin kullanılması durumunda, Bayesci yöntemlerle elde edilen tahminler ile klasik yöntemlerle elde edilen tahminler arasında önemli bir fark olmadığı söylenebilir. Bilgi içeren önseller ise, olabilirlik fonksiyonu tarafından baskılanmamış önsel dağılımlardır. Bu tip önseller, mevcut deneyimlerden, benzer geçmiş çalışmalardan veya uzman görüşlerinden elde edilerek belirlenebilir (Lunn vd., 2013; Karadağ, 2011; Muthen ve Asparouhov, 2012; Evermann ve Tate, 2014). Tahmin yönteminin uygulanabilir olması için  $\theta$  parametresine ait sonsal olasılık ile  $p(\theta)$ 'nin aynı dağılım ailesinde yer alıyorsa, bu aileye eşlenik önseller ailesi adı verilir (Lee, 2007). Bayesci Tahmin yapılırken kullanılan Genel Eşlenik Önsel Dağılımlar Çizelge 4.1'de verilmiştir.

Çizelge 4.1 Bayesci Tahminde Kullanılan Genel Eşlenik Önsel Dağılımlar

Olabilirlik Fonksiyonu	Eşlenik Önsel Dağılım	Ortalama Parametresi	Varyans Parametresi
Normal (Varyans Bilindiğinde)	$N(\mu, \sigma^2)$	$\mu$	$\sigma^2$
Normal (Ortalama Bilindiğinde) (Ortalama ve Varyans kullanılarak parametreleştirme)	$IG(a, b)$	$\frac{b}{a-1}$	$\frac{b^2}{(a-1)^2(a-2)}$
Normal (Ortalama Bilindiğinde) (Ortalama ve Kesinlik kullanılarak parametreleştirme)	$G(a, b)$	$\frac{a}{b}$	$\frac{a}{(b)^2}$
Çok Değişkenli Normal (Ortalama ve Kovaryans kullanılarak parametreleştirme)	$IW(\Omega_p, d)$	$\frac{\omega}{d-p-1}$	$\propto \frac{1}{(d-p)(d-p-1)^2(d-p-3)}$
Çok Değişkenli Normal (Ortalama ve Ters Kovaryans kullanılarak parametreleştirme)	$W(\Omega_p, d)$	$d\omega$	
Üstel, Gamma	$G(a, b)$	$\frac{a}{b}$	$\frac{a}{(b)^2}$

N:Normal, IG:Ters Gamma, G:Gamma, IW: Ters Wishart, W: Wishart.  
(Asparouhov ve Muthén, 2010; Evermann ve Tate, 2014)

## 4.2 Bayesci Yöntemler ile ML ve RML Yöntemlerinin Karşılaştırılması

ML ve RML yöntemleri, parametrelerin bilinmeyen sabitler olduğunu ve standart hataların asimptotik olarak normal dağıldığını varsayar. Bu yöntemler genellikle değişkenlerin dağılımı ve YEM yapıları hakkında da kısıtlayıcı varsayımlar içerir. Örneklem tabanlı Bayesci yöntemler ise anakitle parametrelerini rastgele değişkenler olarak değerlendirir ve parametre tahminlerini asimptotik teoriye bağımlı olmayan sonsal dağılımlardan elde edilir.

ML ve RML, anakitle parametreleri ile ilgili tahminlerin belirsizliğini göstermek için güven aralıkları kullanır (Liang, 2014). Bayesci yöntemler ise sonsal dağılımdan elde edilen parametrelerle ilgili tahminlerin belirsizliğini göstermek için güven aralığının parametrenin belirli bir yüzde aralığına düşme ihtimalini kullanır.

Bayesci tahmin yapılırken, değişkenlerin normal dağılması gerekli değildir. ML ve RML, modelin değerlendirmesinde klasik olabilirlik oran testini (Ki-kare testi) kullanır. Fakat değişkenlerin dağılımı çok değişkenli normal olmadığında Ki-karesi testi iyi performans göstermeyebilir. Bayesci yöntemlerde ise modelin değerlendirilmesinde PPP testi kullanılır ve Ki-kare testi Bayesci PPP testinden daha esnek olma eğilimindedir. Aynı zamanda sonsal yoğunluk biliniyorsa model uygunluğunu incelemek için PPP değerleri kullanılabilir. Daha önceden yapılan simülasyon çalışmalarında (Ör. Asparouhov ve Muthén, 2010; Lee, 2007; Liang, 2014), Ki-kare testinin, Bayesci PPP testine göre yanlış tanımlanmış modelleri reddetmek için daha güçlü olduğu gösterilmiştir. Bununla birlikte, asimptotik teoriye dayanan Ki-kare testi genellikle örneklem büyüklüğüne karşı hassastır ve yanlış hata oranları verebilir. Fakat yeterli örneklem büyüklüğünde Ki-kare testi ile PPP benzer performans sergiler.

Bayesci yöntemlerin, küçük örneklemelerde sürekli değişkenlerle çalışıldığında ML ve RML gibi dağılımsal varsayımlara sahip yöntemlerden daha avantajlı olduğu gösterilmiştir (Scheines vd., 1999; Lee ve Song, 2004; Asparouhov ve Muthén, 2010).

Eğer model eksik tanımlıysa, ML ve RML ile uygun çözüme yakınsayamaz ve parametreler doğru tahmin edilemez. Önsel bilgi var olduğunda Bayesci yöntemler, eksik tanımlanmış modelleri analiz edebilir ve verilere iyi uyan bir çözüm sağlayabilir. Önsel bilgi, sonsal dağılımların oluşumuna esnek bir şekilde dahil edilebilir (önsel bilgiye daha çok ağırlık vermek ya da örnekleme daha çok ağırlık vermek) (Asparouhov ve Muthén, 2010).



### 4.3 Neden Bayesci Yöntemler?

Bayesci yöntemin en büyük avantajı önsel bilgiyi model tahminine dahil etmesi olarak ifade edilebilir. Fakat Bayesci yöntemin başka avantajları da vardır. Bu avantajlar aşağıda sıralanmıştır;

- Tahmin Sürecine Önsel Bilginin Dahil Edilmesi: Sıklıkçı yöntemlerin aksine, Bayesci yöntemler, tahminlere parametre değerlerinin önsel bilgisini açıkça dahil edebilir (Scheines vd., 1999; Kruschke vd., 2012). Önsel bilgi, model parametrelerinin olasılık dağılımı ile belirtilir. Önsel dağılımların ortalama ve varyansları, nokta tahminlerini ve önsel bilginin duyarlılığını yansıtmaktadır.

- Kayıp Değerlerin Tahmin Edilmesi: Model tahmini öncesinde kayıp değer ihmal edilmesinin aksine, Bayesci yöntemler kayıp değerlerin genel model tahmininin bir parçası olarak tahmin edilmesini sağlar (Asparouhov ve Muthén, 2010; Lunn vd., 2013). EM(Expectation Maximization - Beklenti Maksimizasyonu) algoritması (Dempster vd., 1977) kullanıldığında olduğu gibi kayıp değer tahmini model yapısını dikkate alınarak kullanılabilir.

- Gizil Değişkenlerin Tahmini: Bayesci yöntemlerde gizil değişkenlerin tahmini, kayıp değerlerin tahmini ile benzerlik gösterir. Gizil değişken, tüm değerlerin kayıp değer olduğu değişken olarak görülür. (Lee, 2007; Asparouhov ve Muthén, 2010; Song ve Lee, 2008).

- Model Tanımlama Esnekliği: Sıklıkçı tahmin yöntemlerinde, parametre kümesinin tek bir çözümünün olması için modelin tanımlı olması gerekir (Şen, 2013). Bayesci tahmin, önsel parametre dağılımları parametre değerlerini yeterince kısıtlıyorsa tanımlanmamış modellerin tahmin edilmesine olanak sağlar (Scheines vd., 1999; Muthen ve Asparouhov, 2012).

- Normallik Varsayımlarının Esnekliği: Sıklıkçı yöntemler, değişkenlerin (çok değişkenli) normal dağılımı hakkında iyi tanımlanmış test istatistiklerine ulaşabilmek için varsayımlara sahiptir. Farklı değişkenlerin olasılık dağılımları Bayes tahmini ile modellendiğinde değişkenlerin normal dağılımlardan farklı olması mümkündür.

- Küçük Örneklerde Doğruluk ve Tahminlerin Asimptotik Geçerliliğine Güvenilmemesi: Sıklıkçı tahmin yöntemleri, büyük örnekler için geçerli olan parametre tahminlerinin ve test istatistiklerinin asimptotik dağılımı hakkında varsayımlara sahiptir.

Buna karşılık, Bayes tahminleri, model parametresinin dağılımı ve değişken tahminleri için asimptotik varsayımlar ihtiyaç duymaz (Kruschke vd., 2012; Scheines vd., 1999; Rupp vd., 2004). Ayrıca Bayesci tahminleri, ML ve RML gibi sıklıkçı tahmin yöntemlerine kıyasla küçük örneklerde daha doğru sonuçlar verir ve bu durumda Bayesci yöntemlerde tahminlerin asimptotik geçerliliğine daha çok güvenilir (Asparouhov ve Muthén, 2010).

- Sürekli Olmayan Gözlenen Değişkenlerle Çalışma Yeteneği: Sıklıkçı yöntemlerde sıralı ölçülebilir verilerle çalışmak mümkündür ve bunun için bazı tahmin yöntemleri tanımlanmıştır. Fakat bu tahmin yönteminin kullanımı kolay değildir. Bayesci yöntemlerde ise bu verilerle çalışmak daha kolay ve açıktır (Song vd., 2001; Lee, 2007; Asparouhov ve Muthén, 2010; Lee vd., 2010). Bayesci yöntem, madde-yanıt-teori modellerinin (Rupp vd., 2004), likert ölçeklerinin veya ikili (binary) gizil değişkenlerin daha kolay ifade edilmesini sağlar.

- Yakınsama: Özellikle artan örneklem büyüklükleri için Bayesci parametre tahminleri klasik yöntemlerin tahminlerine yakınsamıştır. Küçük örneklem büyüklükleri için zaten Bayesci tahminlerin daha iyi yakınsama performansı gösterdiği söylenmiştir (Lunn vd., 2013).

Bayesci yöntemlerin klasik yöntemlere göre bazı dezavantajları ise aşağıdaki şekilde sıralanabilir:

- Hesaplama Gereksinimleri: Bayesci yöntem, sonsal olasılık dağılımlarından hareketle parametre tahminlerini örneklemek için yinelemeli yöntem kullanır. Hesaplama gereksinimleri genellikle sıklıkçı yöntemlerden daha fazladır. Dahası, hatalar da dahil olmak üzere modeldeki tüm gizil değişkenler her yineleme sırasında tekrar tahmin edildiğinden, ortaya çıkan hesaplamalar ve dolayısıyla veri hacmi önemli derecede fazladır. Yine de son yıllarda kişisel bilgisayarın gücünün artmasıyla, karmaşık modellerin tahminin bile kısa sürede yapılması sayesinde bu dezavantaj önemini yitirmiştir (Asparouhov ve Muthén, 2010).

- Sonuçların Önsel Dağılımlara Bağımlılığı (bilgi içermeyen önseller de dahil): Bayesci tahmin, küçük örnekler için ML tahminlerinden daha doğru olsa da, model parametreleri, özellikle bilgi içermeyen önsel dağılımlar söz konusu olduğunda önsel olarak belirlenmiş olasılık dağılımlarına bağlı kalabilir (Asparouhov ve Muthén, 2010).

- Model Uyumunun Değerlendirilmesi Problemi: Sıklıkçı yöntemlerde, model uyumunu Ki-kare testi veya diğer uyum ölçütleri yardımıyla değerlendirmek kolaydır (Evermann ve Tate, 2014). BYEM için herkes tarafından kabul görmüş böyle bir

istatistiksel test yoktur (PPP ve LRT'nin (Likelihood Ratio Test) performansları tartışılmaktadır (Gelman ve Rubin, 1996; Scheines vd., 1999; Asparouhov ve Muthén, 2010; Muthen ve Asparouhov, 2012)).

## 4.4 Materyal

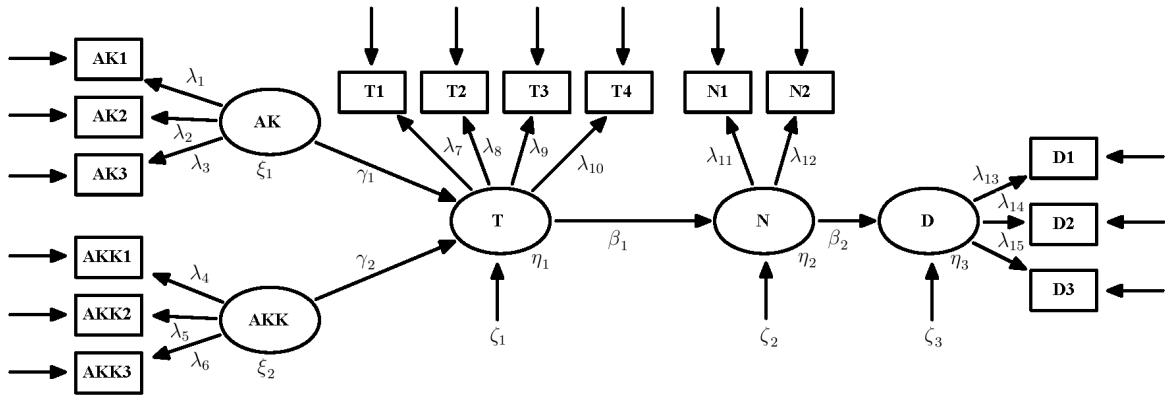
Bayesci yöntemlerde önsel dağılımlar belirleyici bir role sahiptir ve model bilinmeyenlerinin her biri için önsel dağılımların önceden belirtilmesi gerekmektedir. Bu yüzden bu tez çalışmasında Bayesci yöntemlerin performansının değerlendirilmesi amaçlandığından modele ilişkin önsel bilginin var olduğu ve önsel bilgi toplanmasının kolay olduğu Teknoloji Kabul Modeli (TKM) kullanılmıştır. TKM'nin bu tez çalışmasında kullanılmasının bir başka nedeni ise tezin amaçlarından biri olan Edevlet portalına ilişkin kullanım davranışının belirlenmesi için en uygun model olmasıdır.

Bu bölümde bir yapısal eşitlik modeli olan TKM'nin teorik arka planı hakkında bilgi verilmiş ve test edilecek hipotezler belirlenmiştir. Ayrıca model YEM çerçevesinde görsel ve matematiksel olarak ifade edilmiştir.

### 4.4.1 Teknoloji Kabul Modeli

TKM, Fishbein ve Ajzen (Fishbein ve Ajzen, 1975)'in mantıksal eylem teorisinin (TRA) bir uyarlamasıdır ve esas olarak "Bilgi Teknolojilerinin" kullanıcılar tarafından kabulünü modellemek için tasarlanmıştır (Davis, 1989).

TKM, Algılanan Kullanışlılık (AK), Algılanan Kullanım Kolaylığı (AKK), Tutum (T), Niyet (N) ve Davranış (D) gizil faktörlerinden oluşmaktadır. TKM, sistem kullanım davranışının, niyet ile belirlendiğini varsaymaktadır. Davranışsal niyet ise sistem kullanımına yönelik tutumdan ve sistemin algılanan kullanılabilirliğinden etkilenmektedir. Aynı zamanda, sistem kullanımına yönelik Tutum ve algılanan kullanılabilirlik, algılanan kullanım kolaylığından etkilenmektedir. Algılanan kullanılabilirlik, bir kişinin bilgi teknolojileri kullanımındaki belirgin niyetini yansıtmakta ve sistemlerin performanslarını artırmaya yardımcı olmaktadır. Algılanan kullanım kolaylığı ise, bilgi teknolojilerinin çaba harcanmadan kullanılabileceğine olan inançtır (Taylor ve Todd, 1995). Bu belirleyici faktörlerin, sistem geliştiricileri tarafından anlaşılması, sistem gereksinimlerinin analiz edilmesiyle ve diğer sistem geliştirme aşamalarının dikkate alınmasıyla mümkündür. Bu faktörler, teknoloji kullanımı konularında ve bu konulardaki sorunlarının çözülebilmesinde yaygın olarak kullanılır (Taylor ve Todd, 1995). Çalışmada önerilen araştırma modeli Şekil 4.2'de verilmiştir.



Şekil 4.2 Araştırma Modeli

(AK: Algılanan Kullanışlılık, AKK: Algılanan Kullanım Kolaylığı, T: Davranışa Yönelik Tutum, N: Davranışa Yönelik Niyet, D: Davranış)

#### 4.4.2 Araştırma modeli ve hipotezler

Şekil 4.2’de gösterilen araştırma modeli birey davranışını etkileyen sosyo-psikolojik teorilerin başında gelen bir TKM’dir. Bu modelin orijinal TKM modelinden farkı, Algılanan Kullanım Kolaylığı (AKK) gizil değişkeninden Algılanan Kullanışlılık (AK) gizil değişkenine orijinal modelde var olan yolun tanımlanmamış olmasıdır. Bunun nedeni önsel bilgiler oluşturulurken kullanılan çalışmalarda bu yolun yer almamasıdır.

Edevlet portalı elektronik bilgi ve iletişim teknolojileri aracılığıyla kamu hizmetlerinin daha etkin, hızlı, şeffaf bir şekilde vatandaşlara, özel sektör kuruluşlarına ve diğer kamu kurumlarına düşük maliyetle sunulmasını ifade etmektedir (Delibaş ve Akgül, 2010). Bu tez çalışmasında Edevlet portalına ilişkin kullanım niyetinin belirlenmesi amacıyla Şekil 4.2 ile verilen araştırma modeli incelenmiştir.

Bu bilgiler doğrultusunda araştırma hipotezleri aşağıdaki şekilde belirlenmiştir:

$H_1$ : Edevlet portalına ilişkin algılanan kullanılabilirlik düzeyi arttıkça, Edevlet portalı kullanımına ilişkin tutum artar.

$H_2$ : Edevlet portalının algılanan kullanım kolaylığı arttıkça, Edevlet portalı kullanımına ilişkin tutum artar.

$H_3$ : Edevlet portalı kullanımına ilişkin olumlu tutum arttıkça, Edevlet portalı kullanma niyeti artar.

$H_4$ : Edevlet portalı kullanma niyeti arttıkça, Edevlet portalı kullanma davranışı artar.

### 4.4.3 Veri toplama aracı

Veri toplama aracı olarak teknoloji kabul modelinin beş faktörü (algılanan kullanılabilirlik, algılanan kullanım kolaylığı, davranışa yönelik niyet, tutum, gerçek davranış) arasındaki ilişkileri belirlemek amacıyla Davis (Davis, 1989) ve Davis vd. (Davis vd., 1989) tarafından oluşturulan ölçek kullanılmıştır. Veri toplama yöntemi olarak yüzyüze görüşme tekniği seçilmiştir.

Anket çalışmasına geçmeden önce, anket sorularının doğru anlaşılıp anlaşılmadığını test etmek amacıyla Eskişehir Osmangazi Üniversitesi (ESOGÜ) ve Anadolu Üniversitesi (AÜ) öğrencilerinden oluşan 100 kişilik bir grup üzerinde pilot çalışma yapılmıştır. Daha sonra elde edilen veriler ile ölçme aracının güvenilirliği test edilmiştir ve Cronbach Alpha ( $\alpha$ ) değeri 0,95 olarak bulunmuştur. Alınan geri bildirimle anket formuna son hali verilmiştir.

Anket formu iki bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, çalışmaya katılan cevaplayıcıların profillerini öğrenmek amacıyla yaş, cinsiyet, medeni durum, üniversite adı, fakülte, bölüm, internet kullanım sıklığı, bilgisayar kullanma becerisi ve sosyal ağları kullanma becerisi sorulmuştur. İkinci bölümde ise 7'li likert tipi ölçek (1-Kesinlikle Katılmıyorum, 2-Katılmıyorum, 3-Biraz Katılmıyorum, 4-Ne Katılıyorum ne Katılmıyorum, 5-Biraz Katılıyorum, 6-Katılıyorum, 7-Kesinlikle Katılıyorum) kullanılarak Edevlet portalına ilişkin faktörler ölçülmüştür.

Çalışmanın evreni 2015-2016 öğretim yılında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi ve Anadolu Üniversitesi'nde öğrenim gören öğrencilerden oluşmaktadır. Çalışmanın veri toplama adımı 15 Mart 2016 tarihinde başlamış ve 28 Nisan 2016 tarihinde sona ermiştir. Çalışma sonucunda yanlış ve eksik doldurulmuş olan anketler çalışmadan çıkartılmış ve analize dahil edilmemiştir. Sonuç olarak 100 geçerli anket çalışmada kullanılmıştır.

### 4.4.4 Modelin matematiksel ifadesi

Bu çalışmada önerilen model iki dışsal gizil değişken (AK, AKK ve  $n=2$ ) ve üç içsel gizil değişkenden (T, N, D ve  $m=3$ ) oluşmaktadır. YEM'e ait yapısal model en genel haliyle Eşitlik 4.18'deki gibi gösterilir.

$$\eta = B\eta + \Gamma\xi + \zeta \quad (4.18)$$

Eşitlik 4.18’de,  $m$ : içsel gizil değişken sayısı,  $n$ : dışsal gizil değişken sayısı olmak üzere,  $\eta : m \times 1$  boyutlu içsel gizil değişken vektörünü,  $B : m \times m$  boyutlu, ana diagonalı sıfır olan içsel gizil değişkenler arasındaki ilişki katsayıları matrisini,  $\Gamma : m \times n$  boyutlu içsel ve dışsal gizil değişkenler arasındaki ilişki katsayıları matrisini,  $\xi : n \times 1$  boyutlu dışsal gizil değişken vektörünü,  $\zeta : m \times 1$  boyutlu gizil hata terimleri vektörünü göstermektedir.

Önerilen YEM’e ait yapısal modelin matris gösterimi ve yapısal model denklemleri sırasıyla Eşitlik 4.19 ve Eşitlik 4.20’de verildiği gibidir.

$$\begin{bmatrix} \eta_T \\ \eta_N \\ \eta_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \beta_{NT} & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{DN} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_T \\ \eta_N \\ \eta_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{T,AK} & \gamma_{T,AKK} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{AK} \\ \xi_{AKK} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta_T \\ \zeta_N \\ \zeta_D \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \eta_T &= \gamma_{T,AK} \cdot \xi_{AK} + \gamma_{T,AKK} \cdot \xi_{AKK} + \zeta_T \\ \eta_N &= \beta_{NT} \cdot \eta_T + \zeta_N \\ \eta_D &= \beta_{DN} \cdot \eta_N + \zeta_D \end{aligned} \quad (4.20)$$

YEM’de içsel gizil değişkenlere ait ölçüm modeli en genel haliyle Eşitlik 4.21’deki gibi gösterilir.

$$y = \Lambda_y \cdot \eta + \varepsilon \quad (4.21)$$

Eşitlik 4.21’de,  $p$ : içsel gizil değişkenlere ait toplam gözlenen değişken sayısı ( $p = 9$ ),  $y : 9 \times 1$  boyutlu içsel gizil değişkenler vektörü,  $\Lambda_y : 9 \times 3$  boyutlu içsel gizil değişkenler ve onların gözlenen değişkenleri arasındaki ilişki katsayıları matrisi,  $\eta : 3 \times 1$  boyutlu içsel gizil değişken vektörü ve  $\varepsilon : 9 \times 1$  boyutlu gözlenen değişkenlere ait hata vektörüdür.

Önerilen YEM'in, içsel gizil değişkenlere ait ölçüm modelinin matris gösterimi Eşitlik 4.22'deki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} y_{T1} \\ y_{T2} \\ y_{T3} \\ y_{T4} \\ y_{N1} \\ y_{N2} \\ y_{D1} \\ y_{D2} \\ y_{D3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{T1} & 0 & 0 \\ \lambda_{T2} & 0 & 0 \\ \lambda_{T3} & 0 & 0 \\ \lambda_{T4} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{N1} & 0 \\ 0 & \lambda_{N2} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{D1} \\ 0 & 0 & \lambda_{D2} \\ 0 & 0 & \lambda_{D3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_T \\ \eta_N \\ \eta_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{T1} \\ \varepsilon_{T2} \\ \varepsilon_{T3} \\ \varepsilon_{T4} \\ \varepsilon_{N1} \\ \varepsilon_{N2} \\ \varepsilon_{D1} \\ \varepsilon_{D2} \\ \varepsilon_{D3} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

YEM'de dışsal gizil değişkenlere ait ölçüm modeli en genel haliyle Eşitlik 4.23'deki gibi gösterilir.

$$x = \Lambda_x \cdot \xi + \delta \quad (4.23)$$

Eşitlik 4.23'da,  $q$ : dışsal gizil değişkenlere ait toplam gözlenen değişken sayısı ( $q = 6$ ),  $x$ :  $6 \times 1$  boyutlu dışsal gizil değişkenler vektörü,  $\Lambda_x$ :  $6 \times 2$  dışsal gizil değişkenler ile onların gözlenen değişkenleri arasındaki ilişki katsayıları matrisi,  $\xi$ :  $2 \times 1$  boyutlu dışsal gizil değişken vektörü ve  $\delta$ :  $6 \times 1$ 'lik gözlenen değişkenlere ait hata vektörüdür.

Önerilen YEM'in, dışsal gizil değişkenlere ait ölçüm modelinin matris gösterimi Eşitlik 4.24'deki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} x_{AK1} \\ x_{AK2} \\ x_{AK3} \\ x_{AKK1} \\ x_{AKK2} \\ x_{AKK3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{AK1} & 0 \\ \lambda_{AK2} & 0 \\ \lambda_{AK3} & 0 \\ 0 & \lambda_{AKK1} \\ 0 & \lambda_{AKK2} \\ 0 & \lambda_{AKK3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{AK} \\ \xi_{AKK} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{AK1} \\ \delta_{AK2} \\ \delta_{AK3} \\ \delta_{AKK1} \\ \delta_{AKK2} \\ \delta_{AKK3} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

## 5. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde TKM ile ilgili tanımlayıcı istatistiklere yer verilmiştir, ardından ML, RML ve Bayesci yöntemlerle modelin parametre tahmini yapılmış ve model uyumu değerlendirilmiştir. Ayrıca Bayesci tahmin yöntemlerinin uygulama adımları ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

### 5.1 Tanımlayıcı İstatistikler

Bu tez çalışmasında Bayesci tahmin yönteminin önemini vurgulamak amacıyla 100 birimlik örnekleme çalışılmıştır. Örnekleme oluşturan 100 bireyin demografik özelliklerine (cinsiyet, yaş, üniversite, internet kullanım sıklığı, bilgisayar kullanım becerisi ve sosyal ağları kullanma becerisi) ilişkin özet bilgiler Çizelge 5.1’de verilmiştir.

Çizelge 5.1 Özet Çizelge

Değişken	Gruplar	Frekans	Yüzde
Cinsiyet	Kadın	41	41
	Erkek	59	59
Yaş	18-22	71	71
	23-27	24	23
	28-32	5	5
Üniversite	ESOGÜ	50	50
	AÜ	50	50
İnternet Kullanım Sıklığı	Günde 5-6 Saat	38	38
	Günde 3-4 Saat	39	39
	Günde 1-2 Saat	16	16
	Günde 1 Saatten Az	4	4
	2 Günde Bir	3	3
Bilgisayar Kullanım Becerisi	Çok Az	2	2
	Az	6	6
	Orta	31	31
	İyi	37	37
Sosyal Ağları Kullanma Sıklığı	Çok İyi	24	24
	Çok Az	1	1
	Az	4	4
	Orta	21	21
	Fazla	43	43
	Çok Fazla	31	31



Çalışmaya katılan bireylerin profili Çizelge 5.1 yardımıyla incelendiğinde, %41'i kadın, %59'unun ise erkek olduğu görülmektedir. Çalışma evreni üniversite öğrencilerden oluştuğu için, bireylerin büyük bir çoğunluğu (%71) 18 ile 22 yaş aralığında olmak üzere %23'ü 23 ile 27 yaş aralığında %5'i ise 28 ile 32 yaş aralığında yer almaktadır. Bireylerin internet kullanım sıklığı incelendiğinde, %39'u günde 3-4 saat, %38'i günde 5-6 saat, internet kullanmaktadır. Buradan yola çıkarak üniversite öğrencilerinin yaklaşık %77'sinin günlük bilgisayar kullanımının 3 saatten fazla olduğu söylenebilir. Bilgisayar kullanım becerisi yeterli olan (orta – iyi – çok iyi) katılımcıların ise tüm katılımcıların %92'sini oluşturmaktadır. Benzer şekilde sosyal ağların kullanım sıklığı da (orta – fazla – çok fazla) %95 gibi yüksek bir oran teşkil etmektedir.

## 5.2 ML ve RML Model Tahmini

Verilerin analizinde LISREL 9.3 kullanılarak öncelikle DFA daha sonra YEM olmak üzere iki aşamalı bir yol izlenmiştir. Sıklıkçı yöntemlerde analize geçmeden önce normallik varsayımının kontrolü yapılmalıdır. Bu nedenle öncelikle normallik varsayımı kontrol edilmiş, ardından yakınsaklık geçerliliğini ve ayırt edici geçerliliği değerlendirmek için ölçüm modeli incelenmiştir. Son olarak, yapılar arasındaki ilişkilerin kuvvetinin ve yönünün belirlenmesi için yapısal model değerlendirilmiştir.

### 5.2.1 Çok değişkenli normallik

Parametre tahmini yapılmadan önce veri seti, eksik veri, örneklem büyüklüğü ve çok değişkenli normallik açısından incelenmiştir. Çalışmaya eksik ve yanlış doldurulmuş anketler dahil edilmediği için çalışmada eksik veri bulunmamaktadır. LISREL aracılığıyla çok değişkenli normalliğin belirlenmesi için kullanılan Mardia'nın (Mardia, 1970) testi sonucuna ( $p < 0,001$ ) dayanarak veri seti için çok değişkenli normallik varsayımının sağlanmadığı bulunmuştur. Bu nedenle parametre tahmini için RML yöntemi kullanılmıştır. Bunun yanı sıra, sonuçların ÇDN'den nasıl etkilendiğini görmek amacıyla ML tahmin yöntemi ile de parametre tahmin yapılmış ve elde edilen sonuçlar RML tahmin yöntemi ile karşılaştırılmıştır.

### 5.2.2 Ölçüm modeli

Sıklıkçı yöntemler ile model tahmini yapmak için iki aşamalı bir yol belirlenmiştir. İlk aşamada ölçüm modelinin ikinci aşamada yapısal modelin değerlendirilmesi yapılmıştır. Bunun için ilk aşamada ölçüm modelinin kabul edilebilir sınırlar içerisinde olup olmadığı

incelenmiş ve çalışmada kullanılan sıklıkçı yöntemlerden ML ve RML için ölçüm modeli uyum ölçütleri sonuçları aşağıda özetlenmiştir.

**ML yöntemi ölçüm modeli sonuçları:** ML yöntemiyle hesaplanan uyum ölçütleri Çizelge 3.1'deki kritik değerler ile karşılaştırılırsa:  $X^2/sd=2,11 < 3,00$ ,  $IFI=0,95 > 0,90$ ,  $NFI=0,91 > 0,90$ , ve  $CFI=0,95 > 0,90$  olduğundan, bu uyum ölçütlerine göre model uyumu sağlanmıştır. Diğer yandan  $GFI=0,80 < 0,90$ ,  $AGFI=0,72 < 0,80$ ,  $RMSEA=0,11 > 0,08$ ,  $SRMR=0,07 > 0,01$ ,  $NNFI=0,94 < 0,95$  olduğundan bu uyum ölçütlerine göre model uyumu sağlanmamıştır. Uyum ölçütleri genel olarak değerlendirildiğinde, model uyumunun yetersiz olduğu, dolayısıyla parametre tahminlerinin değerlendirilemez olduğu söylenebilir.

**RML yöntemi ölçüm modeli sonuçları:** RML yöntemine ait uyum ölçütleri kritik değerler ile karşılaştırılırsa:  $X^2/sd=1,16 < 3,00$ ,  $GFI=0,91 > 0,90$ ,  $AGFI=0,82 > 0,80$ ,  $RMSEA=0,04 < 0,08$ ,  $IFI=0,99 > 0,90$ ,  $NFI=0,96 > 0,90$ ,  $NNFI=0,99 > 0,95$ ,  $CFI=0,99 > 0,90$  olduğundan, bu uyum ölçütlerine göre model uyumu sağlanmıştır. Diğer yandan sadece  $SRMR=0,11 < 0,01$  olduğundan, bu uyum ölçütlerine göre model uyumu sağlanmamıştır. Fakat uyum ölçütleri genel olarak değerlendirildiğinde, model uyumunun yeterli olduğu bulunmuştur. Ayrıca RML yöntemine göre uyum ölçütlerinin ML yönteminden daha iyi olduğu açık bir şekilde görülmektedir.

### **Yakınsaklık Geçerliliği ve Ayırt Edici Geçerlilik**

Yakınsaklık geçerliliğini kontrol etmek için üç kriter göz önüne alınmıştır. İlk olarak gizil değişkenlere ait her bir gözlenen değişkenin standart faktör yükü 0,5'den büyük ve istatistiksel olarak anlamlı olması gerekmektedir (Fornell ve Larcker, 1981). İkinci olarak her bir yapı için Yapı Güvenilirliğinin (CR) ve Cronbach Alpha (CA) değerinin 0,7'den büyük olması gerekir (Hair ve Anderson, 1998). Üçüncü olarak ise her bir yapı için Ortalama Açıklanan Varyans (AVE)'nin 0,5'ten yüksek olması gerekmektedir (Fornell ve Larcker, 1981). Çalışmanın yakınsaklık geçerliliği kontrol edildiğinde standart faktör yüklerinin 0,72 ile 0,93 arasında, CR ve CA değerlerinin ise 0,78 ve üstünde son olarak AVE katsayıları da 0,59'den büyük çıkmıştır (bkz. Çizelge 5.3). Bu nedenle bu üç kritere göre elde edilen sonuçlardan yakınsaklık geçerliliğinin sağlandığı söylenebilir.

Ölçüm modelinin ayırt edici geçerliliğinin sağlanması için her bir yapının AVE değerinin karekökünü, o yapı ile diğer yapılar arasındaki korelasyonunun karşılaştırılmasıyla kontrol edilir. Bu değerlerin bahsedilen korelasyon değerinden daha büyük çıkması durumunda ayırt edici geçerliliğin sağlandığı söylenir (Fornell ve Larcker, 1981). Çizelge 5.2 incelendiğinde, AVE değerlerinin karekökünün tüm yapılar için korelasyonlardan daha büyük olduğu, dolayısıyla ayırt edici geçerliliğin sağlandığı görülür.

Çizelge 5.2 Ayırt Edici Geçerlilik

Yapılar	1	2	3	4	5
1. Tutum	<b>0,77</b>				
2. Niyet	0,76	<b>0,80</b>			
3. Davranış	0,43	0,56	<b>0,83</b>		
4. Algılanan Kullanışlılık	0,63	0,74	0,40	<b>0,88</b>	
5. Algılanan Kullanım Kolaylığı	0,76	0,64	0,25	0,51	<b>0,77</b>
AVE	<b>0,60</b>	<b>0,64</b>	<b>0,69</b>	<b>0,77</b>	<b>0,59</b>

Not: Köşegen elemanlar AVE'nin kareköküdür. Tüm korelasyonlar anlamlıdır ( $p < 0,01$ ).

### 5.2.3 Yapısal model

Bu tez çalışmasında modelin değerlendirilmesi için iki aşamalı bir yol izlenmiştir. İlk aşamanın ölçüm modelinin değerlendirilmesinden oluştuğu ve ölçüm modeli uyum ölçütlerinin anlamlı sınırlar içinde yer aldığı, ayrıca yapı geçerliliği ve ayırt edici geçerliliğin sağlandığı söylenmişti. Çalışmanın devamında, ikinci aşama olan yapısal modelin değerlendirilmesinde yine model uyum ölçütleri incelenmiş, devamında ise modele ait yol diyagramı değerlendirilmiştir.

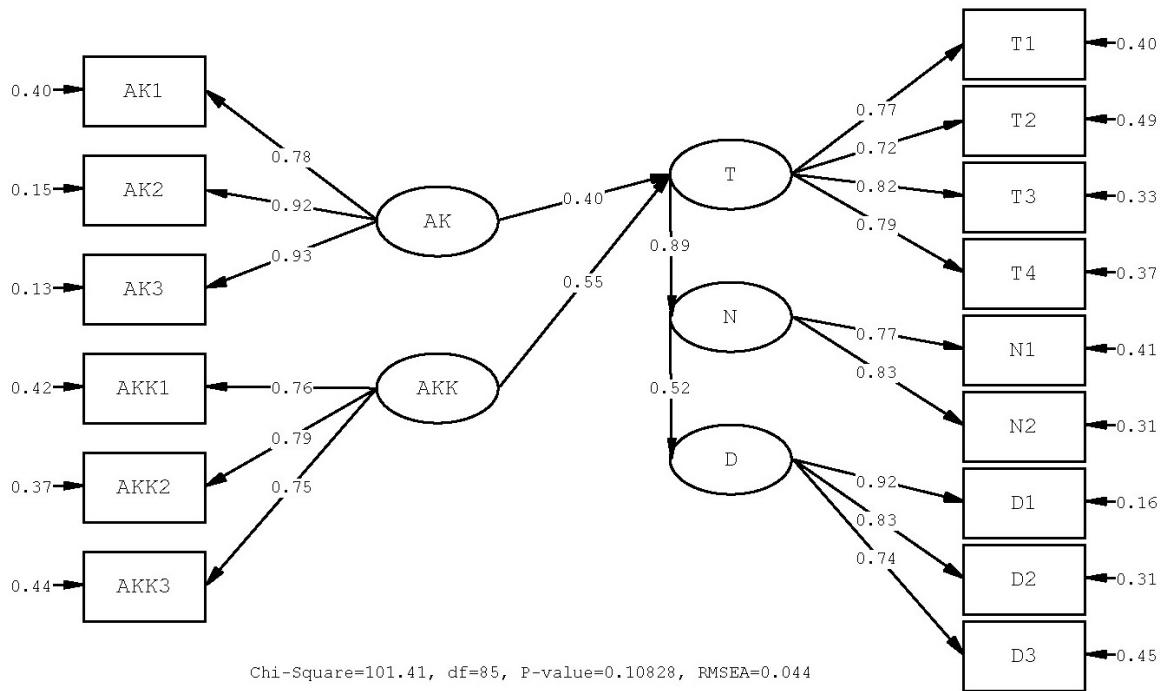
RML yöntemi kullanılarak elde edilen uyum ölçütleri kritik değerler ile karşılaştırıldığında  $X^2/sd=1,19 < 3,00$ ,  $RMSEA=0,044 < 0,08$ ,  $IFI=0,99 > 0,90$ ,  $NFI=0,96 > 0,9$ ,  $NNFI=0,99 > 0,95$ ,  $CFI=0,99 > 0,90$  olduğundan model uyumunun sağlandığı görülmüştür. Ayrıca Hoelter'in 'critical N' (Hoelter, 1983) sayısı olarak adlandırılan ve  $H_0$  hipotezinin doğru olarak test edilebilmesi için aşılmaması gereken maksimum örneklem sayısı olarak tanımlanan bu değer 116 olarak hesaplanmıştır. Çalışmada kullanılan örneklem 100 olduğu ve  $p$  değeri  $0,108 > 0,05$  olarak hesaplandığı için model uyumlu bulunmuştur.

Modele ait path diyagramı ve standart yükler Şekil 5.1'de verilmiştir. Ayrıca araştırma modeli için YEM sonuçları Çizelge 5.3'de, hipotez testi sonuçları ve yapısal modelde yer alan gizil değişkenlere ait yapısal denklemler ve içsel gizil değişkenlerin açıklanma oranları Çizelge 5.4'de verilmiştir.

Çizelge 5.3 Araştırma Modeli için YEM Sonuçları

Faktörler / Maddeler	Standart t-değeri	$R^2$	CA	CR	AVE
<b>Faktör AK: Algılanan Kullanışlılık</b>			0,90	0,91	0,77
AK1: E-devlet portalını kullanmak öğrenci işleri işlemlerimin verimliliğini arttırmaktadır.	0,76	9,32*	0,60		
AK2: E-devlet portalını kullanmak öğrenci işleri işlemlerim için önemli bir role sahiptir.	0,92	13,88*	0,86		
AK3: E-devlet portalını kullanmak öğrenci işleri işlemlerimi yapmayı daha kolay hale getirmektedir.	0,93	3,69*	0,87		
<b>Faktör AKK: Algılanan Kullanım Kolaylığı</b>			0,80	0,81	0,59
AKK1: E-devlet portalını kullanmak benim için kolaydır.	0,76	8,54*	0,58		
AKK2: E-devlet portalı kullanımı ile etkileşimim benim için açık ve anlaşılırdır.	0,79	9,42*	0,63		
AKK3: Genel olarak, e-devlet portalı kullanımını kolay bulurum.	0,75	8,28*	0,56		
<b>Faktör T: Tutum</b>			0,86	0,86	0,60
T1: E-devlet portalını kullanmak iyi bir fikirdir.	0,77	10,07*	0,62		
T2: E-devlet portalını kullanmak ihtiyaç duyulan bir durumdur.	0,72	9,83*	0,54		
T3: Öğrenci işleri için e-devlet portalını kullanmanın akıllıca olduğunu düşünüyorum.	0,82	9,03*	0,69		
T4: E-devlet portalını kullanmayı cazip buluyorum.	0,79	8,55*	0,60		
<b>Faktör N: Niyet</b>			0,77	0,78	0,64
N1: Öğrenci işlemlerim için e-devlet portalını sıklıkla kullanacağım.	0,77	8,29*	0,64		
N2: E-devlet portalını kullanmaya devam edeceğim.	0,83	8,08*	0,62		
<b>Faktör D: Davranış</b>			0,86	0,87	0,69
D1: Ne sıklıkta e-devlet portalından öğrenci belgesi alırsınız?	0,92	8,89*	0,84		
D2: Ne sıklıkta e-devlet portalından transkript alırsınız?	0,83	6,25*	0,69		
D3: Ne sıklıkta e-devlet portalının öğrenci işleri işlemlerini kullanırsınız?	0,74	7,66*	0,56		

\*p < .01, CA: Cronbach's Alpha, CR: Yapı Güvenirliliği, AVE: Açıklanan Varyans



Şekil 5.1 Yapısal Modelin Path Diyagramı (LISREL 8.80 çıktısı)

## 5.2.4 Hipotez testi sonuçları

Çizelge 5.4 incelendiğinde, tüm hipotezlerin (H1, H2, H3 ve H4) %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak desteklendiği görülmektedir. Algılanan kullanılşılık ile Tutum arasında pozitif yönlü 0,40 birimlik bir ilişki vardır. Benzer şekilde Algılanan Kullanım Kolaylığı ile Tutum arasında pozitif yönlü 0,55 birimlik, Tutum ile Niyet arasında 0,89 birimlik ve Niyet ile Davranış arasında 0,52 birimlik ilişki ortaya çıkmıştır.

Tutum gizil değişkeni, Algılanan Kullanışlılık ve Algılanan Kullanım Kolaylığı değişkenleri yardımıyla % 68 oranında ve Niyet değişkeni Tutum değişkeni aracılığıyla %80'si oranında açıklamaktadır. Son olarak ise Niyet değişkeninin, Davranış değişkeninin %27'sini açıkladığı görülmektedir.

Çalışmanın bir sonraki bölümünde araştırma modeli Bayesci yöntem yardımıyla tahmin edilecektir.

Çizelge 5.4 Hipotezler ve Sonuçları

<i>Hipotezler</i>	Standartlaştırılmış Parametre Tahminleri	t-değeri	Sonuç
<i>H1: Algılanan Kullanışlılık → Tutum</i>	0,40	3,55*	Desteklendi
<i>H2: Algılanan Kullanım Kolaylığı → Tutum</i>	0,55	3,49*	Desteklendi
<i>H3: Tutum → Niyet</i>	0,89	5,80*	Desteklendi
<i>H4: Niyet → Davranış</i>	0,52	4,41*	Desteklendi

$T = 0.40*AK + 0.55*AKK, R^2 = 0.68$   
 $N = 0.89*T, R^2 = 0.80$   
 $D = 0.52*N, R^2 = 0.27$

\*p < .01

### 5.3 Bayesci Model Tahmini

Tezin bu bölümünde Bayesci veri analizi ve Bayesci YEM’de kullanılan OpenBUGS yazılım dili hakkında bilgi verilecek, Bayesci tahmin yöntemi kullanılarak tam bir YEM uygulaması ortaya konulacaktır. Bu amaç doğrultusunda, model OpenBUGS yazım dilinde yeniden ifade edilerek, Bayesci tahmin yöntemi kullanılarak parametre tahmini yapılacak ve parametre tahmini yapılırken kullanılan, Bayesci model seçimi ve yöntem adımları ayrıntılı olarak anlatılacaktır.

Bayesci yaklaşımının en büyük dezavantajı, programlama ve hesaplamada karşılaşılan zorluklardır. Bununla birlikte, günümüzde hesaplama kapasitesinin geliştirilmesiyle, hesaplama maliyeti (model ifadesi, önsel bilgi toplama, tahmin için geçen süre, vb.) faydaları göz önüne alındığında bu yöntem daha kullanılabilir hale gelmiştir. Ayrıca, ücretsiz kullanılabilen OpenBUGS yazılımının (Lunn vd., 2013) ortaya çıkması, programlama adımlarının daha kolay yürütülmesini sağlamıştır. OpenBUGS yazılım dili günümüzde Bayesci modelleri tahmin etmek için en kullanışlı araç olarak kabul edilmektedir (Congdon, 2001; Congdon, 2003; Cowles, 2004).

OpenBUGS, model ile ilgili adımların (zincir değerlerinin sayısının belirlenmesi, başlangıç değerleri ayarlaması, yineleme sayısının belirlenmesi ve modelin kurulması vb.) program menüsü yardımıyla oluşturulmasına izin verir. Bunun yanı sıra, bu adımların SAS ya da R gibi programlar yardımıyla bir komut dosyası içinden çalıştırılması mümkündür. OpenBUGS’da komut dosyasının çalıştırılmasının birçok avantajı vardır. Birincisi, SAS

veya R programlarının kullanılmasına aşına olan araştırmacılar için OpenBUGS'ı çalıştırmak kolay olabilir. İkinçisi, araştırmacının Bayesci parametre tahmininden önce ya da sonra analiz prosedürlerini kullanmasına izin verir. Önsel bilgileri analizden önce SAS ve R'de tanımlamak değiştirmek, Bayesci tahmini için OpenBUGS programını çalıştırmak, daha sonra sonuçları prosedürler veya paket kullanarak yorumlamak kolaydır. Sonuncusu, OpenBUGS programında yığın işleme yaklaşımı (batch mode) kullanmak araştırmacılarından kaynaklanan hataların ortaya çıkma olasılığını azaltır ve kullanıcıların benzer analizleri kolayca tekrar etmelerini sağlar. Bu prosedür özellikle Monte Carlo yöntemi kullanılarak yapılan simülasyon çalışmalarında olduğu gibi tekrar gerektiren analizler için uygun ve kullanışlıdır.

Bayesci YEM için OpenBUGS yazılım programına benzer olan WinBUGS (Spiegelhalter vd., 2003) programı da kolay kullanım sağlamaktadır. Bu programların dışında IBM AMOS ve MPlus gibi popüler YEM yazılımları da Bayesci parametre tahmin seçeneğini içermektedir. Bu çalışmanın devamında, YEM'in Bayesci yöntemlerle tahmin edilmesi ve sonuçların değerlendirilmesi için OpenBUGS'ın R programı ile birlikte kullanımını üzerinde durulmuştur.

OpenBUGS, orijinal olarak Cambridge Üniversitesi'ndeki Biyoistatistik birimi tarafından geliştirilen WinBUGS yazılımının açık kaynaklı bir versiyonudur. WinBUGS ve OpenBUGS'a çok benzer bir diğer açık kaynak yazılımı JAGS ("Just Another Gibbs Sampler")'dır. OpenBUGS model tanımlamaları ve OpenBUGS kodları kolayca JAGS kodlarına çevrilebilir. BUGS, sözdizimine ve üç BUGS uygulamasının (WinBUGS, OpenBUGS, JAGS) karşılaştırmasına ilişkin ayrıntılı bilgi için Lunn vd. (Lunn vd., 2013) incelenebilir. Ayrıca Lunn vd. (Lunn vd., 2013) bu 3 BUGS yazılımına ait söz dizimlerinin birbirine çevrilebilir olduğunu söylemiştir. Buradan çıkan sonuç, Bayesci yöntemin kolaylıkla SAS+OpenBUGS, SAS+JAGS, R+WinBUGS, SAS+WinBUGS, R+JAGS ve R+OpenBUGS ikilileriyle kullanılabilir olduğudur. Çalışmada R+OpenBUGS ikilisi kullanılmıştır.

Bu tez çalışmasında uygulamanın daha anlaşılır ve tekrarlanabilir olmasını sağlamak amacıyla bazı temel adımlar belirlenmiştir. Bu adımlar Zhang vd. (Zhang vd., 2008) esinlenerek oluşturulmuştur. Belirlenen adımlar, genel Bayesci tahmin yönteminin kullanılmasında araştırmacılara rehber niteliğinde olacaktır. Çalışma devamında her bir adım uygulama yardımıyla anlatılmıştır.

### 5.3.1 1. Adım: R ve OpenBUGS programlarının yüklenmesi

Çalışma için ilk adım, R ve OpenBUGS'ı kurmaktır. R ve OpenBUGS ücretsiz olarak kullanılabilen ve erişimi kolay olan yazılımlardır.

R programının kurulabilmesi için "R ve R kurulum detayları: [https : //cran.pau.edu.tr/](https://cran.pau.edu.tr/)" yer alan R bağlantısından işletim sistemine ait kurulum dosyası indirilmelidir (ilk kez kurulum yapacaklar için "base" seçeneğinin daha uygun olduğu düşünülmektedir). Daha sonra program klasik programlar gibi kurulabilir. Çalışmada Bayesci özetleri elde etmeye yarayan CODA paketinin kullanılabilmesi için öncelikle paketin yüklenmesi gerekmektedir. CODA paketi programın "paketler" menüsündeki "paket kur" seçeneği yardımıyla açılan pencerede bir sunucudan "CODA" paketi seçilerek kurulum gerçekleştirilebilir. Böylelikle R programı analiz için hazır hale gelir.

OpenBUGS programı, OpenBUGS ismini taşıyan web sayfasından ücretsiz olarak indirilebilir (bkz. OpenBugs 3.2.3: [http : //www.openbugs.net](http://www.openbugs.net)). Programın klasik Windows programları gibi kurulumu gerçekleştirilir (kurulum yönergelerini takip etme). OpenBUGS'ı sınırsız kullanabilmek için ise bir anahtar gereklidir. Bu anahtarı ücretsiz edinebilmek için OpenBUGS web sitesindeki kayıt formu tamamladıktan sonra anahtar e-posta ile kullanıcıya gönderir ve bu anahtar yardımıyla programın tüm özellikleri artık ücretsiz olarak kullanılabilir (bkz. OpenBugs Kurulum detayları: [http : //www.openbugs.net](http://www.openbugs.net)).

### 5.3.2 2. Adım: OpenBUGS ve R programlarının bağdaştırılması

Tezin bu adımında Zhang vd. (Zhang vd., 2008) ve Evermann-Tate (Evermann ve Tate, 2014) çalışmasındaki program kodlarından yararlanarak çalışmanın araştırma modeline uygun olan uyarlamalar ile program kodları oluşturulmuştur. OpenBUGS programı çalışmadaki temel değişkenler (model, önsel bilgiler, başlangıç değerleri, zincir sayısı vb.) oluşturulduktan sonra bu parametrelere göre ham örneklem oluşturur. R programı ile OpenBUGS programının örneklem çıktılarına erişerek yakınsama, otokorelasyon ve örneklem büyüklüğü belirlenir ve parametre tahminini gerçekleştirir.

### 5.3.3 3. Adım: İstatistiksel modelin OpenBUGS dilinde ifade edilmesi

Bayesci analizin OpenBUGS'da uygulanabilmesi için, öncelikle model OpenBUGS sözdizimi kullanılarak ifade edilmelidir. Program için model belirlenmesi adımı "modelin



ifadesi” ve ”önsel dağılımların seçimi” şeklinde 2 alt bölümden oluşmaktadır (Spiegelhalter vd., 2003). Tezde öncelikle modelin ifadesi verilmiş ardından önsel dağılımların seçimi ve seçilen önsel dağılımların ifadesi anlatılmıştır. YEM için kodlar Çizelge 5.5’de verilmiştir.

Çizelge 5.5 OpenBUGS için Bayesci Modelin Tanımlaması

Satır	OpenBUGS Model Sözdizimi
1	model {
2	for(i in 1:N){
3	#N=100 ve P=15
4	#Olcum Modeli Olusturuluyor
5	for(j in 1:P) y[i,j] dnorm(mu[i,j],psiTers[j])
6	mu[i,1]<-lam[1]*ksi[i,1]
7	mu[i,2]<-lam[2]*ksi[i,1]
8	mu[i,3]<-lam[3]*ksi[i,1]
9	mu[i,4]<-lam[4]*ksi[i,2]
10	mu[i,5]<-lam[5]*ksi[i,2]
11	mu[i,6]<-lam[6]*ksi[i,2]
12	mu[i,7]<-lam[7]*eta[i,1]
13	mu[i,8]<-lam[8]*eta[i,1]
14	mu[i,9]<-lam[9]*eta[i,1]
15	mu[i,10]<-lam[10]*eta[i,1]
16	mu[i,11]<-lam[11]*eta[i,2]
17	mu[i,12]<-lam[12]*eta[i,2]
18	mu[i,13]<-lam[13]*eta[i,3]
19	mu[i,14]<-lam[14]*eta[i,3]
20	mu[i,15]<-lam[15]*eta[i,3]
21	#Yapisal Model
22	#Gizil Degiskenlerin ve Hatalarin Dagilimi
23	ksi[i,1:2] dnorm(u[1:2],phiTers[1:2,1:2])
24	zeta[i,1] dnorm(0,dzetaTers[1])
25	zeta[i,2] dnorm(0,dzetaTers[2])
26	zeta[i,3] dnorm(0,dzetaTers[3])
27	muEta[i,1]<-gam[1]*ksi[i,1]+gam[2]*ksi[i,2]+zeta[i,1]
28	muEta[i,2]<-beta[1]*eta[i,1]+zeta[i,2]
29	muEta[i,3]<-beta[2]*eta[i,2]+zeta[i,3]
30	eta[i,1] dnorm(muEta[i,1],kesinlikEtaTers[1])
31	eta[i,2] dnorm(muEta[i,2],kesinlikEtaTers[2])
32	eta[i,3] dnorm(muEta[i,3],kesinlikEtaTers[3])
33	} #i'nin sonu

**Modelin ifadesi:** Çizelge 5.5’de model tanımlamasının temel yapısı verilmiştir. Modelin tanımlanması 1. ve 2. satırda başlar. Tanım ‘model’ ifadesi ile başlayıp ‘{ }’ parantezleri arasında yer almalıdır. İkinci parantez önsel bilgiler belirtildikten sonra

kapatılmalıdır. Ayrıca 2. satırda N gözlem sayısı belirtilmelidir. 2. satırdaki 'for' ifadesinin örneklem sayısı kadar döngü oluşturmasının nedeni, her bir örneklem değerine önseller yardımıyla oluşturulan bir değer karşılık gelmesidir. Gözlem sayısı model tanımlama adımında ya da veri dosyasında verilebilir. Bu çalışmada örneklem sayısı (N) ve gözlenen değişken sayısı (P) veri dosyasında verilmiştir. 3. ve 4. satır '#' ifadesiyle başlayan, araştırmacının kendisine bıraktığı notlardan meydana gelir ve modele hiçbir etkisi yoktur. 5. satır tek bir bağımlı değişkenden P tane bağımlı değişkene genellemeyi ifade etmektedir.  $y[i,j]$  iki parametrelili Normal dağılmış değişkeni gösterir. İlk parametre  $\mu[i,j]$  (ortalama) ve ikinci parametre  $\psi[i,j]$  (kesinlik precision) olarak belirlenmiştir. Çalışmada hata varyansları homojenliği sağlamak için aynı seçilmiştir. 6-20 satırlar arasında gözlemlerin oluşturulabilmesi için her bir gözlenen değişkene ait ortalamaların ( $\mu[i, j]$ ) hesaplanması gerekmektedir. Ortalamalar hesaplanırken Eşitlik 4.21 ve Eşitlik 4.23 kullanılmıştır. Aynı zamanda '<->' ifadesi eşittir (=) ifadesine karşılık gelmektedir.

23-32 satırları arasında gizil değişkenler ve gizil değişkenlere ait parametreler belirlenmiştir. 23. satır da ise dışsal gizil değişkenlerin tanımlanmasını ifade etmektedir. Dışsal gizil değişkenlerin ( $\xi_1, \xi_2$ ) çok değişkenli normal dağılım varsayımından hareketle  $\mu$  ortalama vektörü ve  $\psi$  kesinlik matrisi ile çok değişkenli normal dağıldığı varsayılmıştır (dnorm=çok değişkenli normal). 24-26 satırları arasında içsel gizil değişkenlere ait hatalar ( $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ ) ifade edilmektedir. YEM varsayımlarından dolayı hataların ortalaması 0 ve kesinliği  $\psi_{\zeta}$  ( $\psi_{\zeta_1}, \psi_{\zeta_2}, \psi_{\zeta_3}$ ) ile normal dağıldığı varsayılmıştır. Çalışmanın 27-30 satırları arasında Eşitlik 4.18 yardımıyla içsel gizil değişkenlere ait ortalamalar ( $\mu_{\eta_1}, \mu_{\eta_2}, \mu_{\eta_3}$ ) hesaplanmıştır.

30-32 satırlarda ortalaması ' $\mu_{\eta}$ ' ve kesinliği ' $\psi_{\eta}$  ( $\psi_{\eta_1}, \psi_{\eta_2}, \psi_{\eta_3}$ )' olan normal dağılıma sahip içsel gizil değişkenlerin dağılımları verilmiştir. 33. satır ölçüm modeli ve yapısal modelin tanımlamaların sonuna gelindiği anlamını taşımaktadır.

**Önsel dağılımların seçimi:** Model belirlemesinin ikinci adımında modelde yer alan her bir parametre için önsel dağılımların belirlenmesi gerekmektedir. Uygulamada daha önce de belirtildiği üzere Teknoloji Kabul Modeli (TKM) kullanılmıştır. Tezde, önerilen modelde yer aldığı üzere 5 gizil değişken ve 15 gözlenen değişken kullanılmıştır. Kullanılan gözlenen değişkenlere ilişkin önsel veri toplamak amacıyla literatür taranarak TKM modelinin kullanıldığı 238 çalışma incelenmiştir. Bu çalışmalar daha detaylı incelendiğinde bu tezde kullanılan 15 gözlenen değişkeni içeren ve önerilen model ile uyuşan 47 deneysel çalışma olduğu belirlenmiştir ve bu bilgi önsel bilgiler hesaplara dahil edilmiştir (Bu sayı gerekli durumlarda istenirse daha geniş veri tabanları taranarak artırılabilir). Önsel bilgi hesaplarına katılmayan 191 çalışmada ya model yolları farklı belirlenmiştir ya da gözlenen

değişken sayısı farklı olarak alınmıştır. Bu teze uygun olan 47 deneysel çalışma incelendikten sonra özet istatistikler Çizelge 5.6 verilmiştir. Bu özet bilgiler oluşturulurken herhangi bir ağırlıklandırma yöntemi kullanılmamıştır. İstenirse, TKM kullanan çalışmalar üzerine bir Meta analizi yapılarak örneklem hacmine göre ağırlıklandırma yapılabilir. Çizelge 5.6'da incelendiğinde minimum ve maksimum değerler her bir gözlenen değişken için geniş bir aralıkta yer almaktadır. Ayrıca gözlenen değişkenler için minimum değerlerin tamamı Fornell ve Larcker, 1981'da belirtildiği gibi 0,5'den yüksektir ve istatistiksel olarak anlamlıdır. Çizelge 5.6'da gizil değişkenlere ait yollarla ilgili önsel bilgiler de yer almaktadır.

Çizelge 5.6 Önerilen Modele İlişkin Standartlaştırılmış Katsayılar

	Minimum	Maximum	Medyan	Ortalama	Varyans	S.E.M.
<b>AK1</b>	0,61	0,93	0,83	0,8126	0,0064	0,0122
<b>AK2</b>	0,61	0,97	0,85	0,8403	0,0068	0,0126
<b>AK3</b>	0,60	0,97	0,85	0,8271	0,0080	0,0136
<b>AKK1</b>	0,67	0,94	0,81	0,8180	0,0049	0,0107
<b>AKK2</b>	0,64	0,97	0,81	0,8140	0,0075	0,0132
<b>AKK3</b>	0,64	0,94	0,84	0,8274	0,0052	0,0110
<b>T1</b>	0,64	0,97	0,84	0,8291	0,0076	0,0133
<b>T2</b>	0,57	0,96	0,80	0,8188	0,0113	0,0162
<b>T3</b>	0,57	0,93	0,79	0,7921	0,0090	0,0144
<b>T4</b>	0,55	0,97	0,83	0,8087	0,0084	0,0140
<b>N1</b>	0,65	0,98	0,85	0,8356	0,0067	0,0125
<b>N2</b>	0,63	0,97	0,86	0,8422	0,0082	0,0138
<b>D1</b>	0,67	0,95	0,86	0,8500	0,0084	0,0140
<b>D2</b>	0,66	0,96	0,87	0,8431	0,0066	0,0124
<b>D3</b>	0,52	0,93	0,82	0,8094	0,0092	0,0147
<b>AK-&gt;T</b>	0,15	0,91	0,54	0,5244	0,0277	0,0254
<b>AKK-&gt;T</b>	0,15	0,78	0,35	0,3697	0,0227	0,0230
<b>T-&gt;N</b>	0,20	0,93	0,55	0,5521	0,0437	0,0319
<b>N-&gt;D</b>	0,20	0,90	0,42	0,4691	0,0377	0,0296

S.E.M = Ortalamaların Standart Hatası (Standard Error of Mean)

OpenBUGS’da modelin önsellerinin tanımlanmasına ait kodlar Çizelge 5.7’de verilmiştir. 35-49 satırları arasında elde edilen önsel bilgiler belirtilen ortalama ve kesinlik (ters varyans) ile normal dağılımlıdır. Bu satırdaki normal dağılımın ortalama parametresi Çizelge 5.6’da belirtildiği gibi kullanılmıştır. Fakat varyans doğrudan kullanılmadığı için varyans yerine kesinlik parametresi olarak ifade edilen ortalamaların standart hatalarının tersi kullanılmıştır ( $1/\sigma_e^2$ ) (Evermann ve Tate, 2014). Bunun sebebi, kesinlik ile kullanılan örnekleme ya da önsel bilgilere daha fazla ağırlık verilmesi sağlamaktır. Sonsal dağılımlar oluşturulurken önsel verilere daha fazla ağırlık verilmek isteniyorsa kesinlik artırılmalı, örnekleme ağırlık vermek isteniyorsa kesinlik azaltılmaktadır. ‘ $\sim$ ’ dağılım ifadesi olarak kullanılmaktadır.

51-52 satırları arasında içsel gizil değişkenlere ait ortalama vektörü ( $u$ ) yer almaktadır ve iki elemandan ( $ksi1$ ,  $ksi2$ ) oluşan  $u$  vektörü için önsel ortalamalar her iki gizil değişken için de ‘0’ olarak belirlenmiştir. Bu değerin ‘0’ olarak belirlenmesindeki amaç gizil değişkenlerin merkezileştirilmiş olmasını sağlamaktır.

55-56 satırları arasında dışsal gizil değişkenler ( $ksi1$ ,  $ksi2$ ) ile içsel gizil değişken ( $eta1$ ) arasındaki ilişki temsil edilmektedir. Bu ilişkiyi temsil eden değerler Çizelge 5.6’da olduğu gibi daha önce yapılan çalışmalardan elde edilmiştir. Kesinlik olarak gözlenen değişkenlere benzer şekilde ortalamaların standart hatalarının tersi kullanılmıştır.

Satır 57-58’de içsel gizil değişkenler arasındaki ilişkiler ifade edilmiştir. Benzer şekilde kesinlik için ortalamaların standart hatalarının tersi kullanılmıştır.

60-62 satırlarında, 60. satır yardımıyla 15 gözlenen değişkene ait kesinlikler ifade edilmiştir. 61. satırda örneklemlere ait olan kesinlikler belirlenmiştir. Burada tüm değişkenler için aynı bilgi içermeyen önseller seçilmiş ve kesinlik benzer şekilde belirlenmiştir. Bilgi içermeyen önsel olarak eşlenik önsel Çizelgesi (Çizelge 4.1) yardımıyla ve Çizelge 5.6’daki önsel bilgilere uygun olacak şekilde, Lee, Everman - Tate ve Kaplan’ın çalışmasında seçilen gamma dağılımı ve dağılımın parametreleri de 9, 4 olarak seçilmiştir (Lee, 2007; Hoyle, 2012; Evermann ve Tate, 2014). Son olarak 62. satırda hata varyanslarının belirlenmesi için kesinliklerin tersi alınarak bu varyanslar modellenmiştir.

64-70 satırları arasında, yine benzer şekilde kesinlik için önsel içermeyen gamma dağılımı 9 ve 4 parametreleriyle belirlenmiştir. Daha sonrada varyans örneklemleri için kesinliklerin tersi alınmıştır. Tek fark döngülerde 3 tane içsel gizil değişken olmasıdır ve gizil değişkenlere ait 3 tane hata ifade edilmesidir.

72 ve 73. satırda dışsal gizil değişkenlerin çok değişkenli normallik varsayımından dolayı eşlenik önsel Çizelgesi (Çizelge 4.1) yardımıyla Wishart dağılımı belirlenmiştir. Wishart dağılımının parametreleri için önsel bilgi elde etmenin zorluğundan kaynaklı olarak bilgi içermeyen önsel seçilmiştir. Buna göre ilk parametre için  $2 \times 2$ 'lik varyans kovaryans matrisi (R) ve ikinci parametre için '5' değeri belirlenmiştir. R matrisi veri dosyasında belirtilmiştir. 74. satır modelin sona erdiğini göstermektedir. Böylelikle model tanımlama adımının 2. adımı olan "önsel dağılımların seçimi" kısmı da tamamlanmıştır. Tanımlanan model bir 'txt' dosyasına kaydedilip saklanır ve daha sonra OpenBUGS programına çağırılarak kullanılır.

### 5.3.4 4. Adım: OpenBUGS'in çalıştırılması

OpenBUGS programı iki farklı mantıkla kullanılabilir. İlki menüler yardımıyla tüm parametreler tanımlanır ve örneklem üretilir. İkincisi ise kod yazılarak tüm parametreler belirlenebilir. Bu tezde, parametre belirlenmesi adımına daha hakim olmak ve yapılan çalışmanın tekrarlanabilir olmasını sağlamak amacıyla ikinci yol seçilmiştir. OpenBUGS çalıştırılmasına ait kodlar Çizelge 5.8'de verilmiştir.

Çizelge 5.8'de 1. satır OpenBUGS için çalışma klasörünün belirlenmesi ile başlamaktadır. Bu satır zorunlu değildir, fakat çalışmanın daha düzenli ilerleyebilmesi, girdi ve çıktılarının daha kolay kontrol edilebilmesi ve dosya yollarının daha basit gösterilmesi için kullanışlıdır. 2. satırda bir önceki adımda oluşturulan model OpenBUGS çalışma klasörüne alınarak dosya yolu ifade edilmiştir. Örneğin, eğer 1. satır yazılmamış olsaydı model için 'BYemModel.txt' yerine 'C:/OpenBUGS/BYEM/BYemModel.txt' şeklinde tam dosya yolu verilmesi gerekecekti. Benzer şekilde 3 ve 12. satırda da aynı durum söz konusudur.

#### 4.1. Adım: OpenBUGS veri dosyasının oluşturulması

OpenBUGS programı içinde veri derleyicisi olmadığı için veri dosyası program dışında oluşturulmalıdır. Veri dosyasının uzantısı 'txt' olarak belirlenmelidir. Veriler 'list' ifadesi ile başlayıp '( )' arasında yer almalıdır. Veriler üç şekilde belirtilebilir. İlki "Skalerİsmi=değer" şeklinde skaler girişi, ikincisi "Vektörİsmi=c(değer1, değer2, ..., değerN)" şeklinde dizi girişi ve üçüncüsü "Matrisİsmi=structure(.Data = c(değer1, değer2, ...), .Dim = c(satırSayısı, sütunSayısı, ...))" şeklinde matris girişidir. Matris girişi biraz daha açık ifade edilecek olursa, öncelikle matrisin ismi verilir eşitliğin sağ tarafı 'structure' ifadesi ile başlar, veriler '( )' arasında yer alır, daha sonra veriler '.Data = c( )' ifadesinde parantezler arasında yer alır, son olarak da oluşturulan veri matrisinin satır-sütunları '.Dim = c(100, 15)' ifadesiyle verilmelidir. Vektörler için satır-sütun sayısının belirtilmesine gerek

Çizelge 5.7 OpenBUGS’da Modelin Önsellerinin Tanımlaması

Satır	OpenBUGS Model Sözdizimi (Devamı)
34	#Faktor Skorlari Icin Onseller
35	lam[1] dnorm(0.8126,82)
36	lam[2] dnorm(0.8403,79)
37	lam[3] dnorm(0.8271,73)
38	lam[4] dnorm(0.8180,94)
39	lam[5] dnorm(0.8140,76)
40	lam[6] dnorm(0.8274,91)
41	lam[7] dnorm(0.8291,75)
42	lam[8] dnorm(0.8188,62)
43	lam[9] dnorm(0.7921,69)
44	lam[10] dnorm(0.8087,71)
45	lam[11] dnorm(0.8356,80)
46	lam[12] dnorm(0.8422,72)
47	lam[13] dnorm(0.8500,71)
48	lam[14] dnorm(0.8431,80)
49	lam[15] dnorm(0.8094,68)
50	#Dissal Gizil Degiskenlerin Onsel Ortalamalari
51	for(i in 1:2)
52	u[i]<-0
53	#Dissal-Icel Gel Degiskenler Arasindaki Onsel Iliski Katsayilari
54	gam[1] dnorm(0.5244, 39)
55	gam[2] dnorm(0.3697, 44)
56	#Icel Arasindaki Onsel Iliski Katsayilari
57	beta[1] dnorm(0.5521, 31)
58	beta[2] dnorm(0.4691, 34)
59	#Kesinliklere Ait Onsel Tahminler
60	for(i in 1:P)
61	{psiters[i] dgamma(9, 4)
62	psi[i]<-1/psiters[i]}
63	
64	for(i in 1:3)
65	{kesinlikEtaTers[i] dgamma(9, 4)
66	kesinlikEta[i]<-1/kessinlikEtaTers[i]}
67	
68	for(i in 1:3)
69	{dzetaTers[i] dgamma(9, 4)
70	zetaTers[i]<-1/dzetaTers[i]}
71	
72	phiters[1:2,1:2] dwish(R[1:2,1:2], 5)
73	phx[1:2,1:2]<-inverse(phiters[1:2,1:2])
74	} #modelin sonu

Çizelge 5.8 OpenBUGS Örneklem Üretme Kodları

Satır	OpenBUGS Sözdizimi
1	modelSetWD('C:/OpenBUGS/BYEM/')
2	modelCheck('BYemModel.txt')
3	modelData('BYemData100.txt')
4	modelCompile(3)
5	modelGenInits()
6	samplesSet('lam')
7	samplesSet('gam')
8	samplesSet('beta')
9	samplesSet('psiters')
10	dicSet()
11	modelUpdate(100000, 1, 1, 'F')
12	samplesCoda('*', 'orneklem')
13	samplesStats('*')
14	dicStats()

yoktur. Veri dosyasında, model dosyasında olmayan tüm değerler verilmelidir. Örneğin bu çalışmada model dosyasında olmayan N: örneklem sayısı, P: değişken sayısı, y: veri matrisi ve model belirleme dosyasında 73. satırda yer alan R matrisi verilmiştir. Çalışmaya ait veri dosyası Şekil 5.2'de verilmiştir. Şekil 5.2, Çizelge 5.8 satır 3'de 'modelData()' ifadesi yardımıyla veri dosyası olarak belirtilmiştir.

```
list(N = 100, P = 15,
      y = structure(.Data = c(6, 6, 6, 6, 6, 6, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 4, 2, 2,
6, 4, 4, 7, 5, 6, 5, 5, 5, 6, 4, 7, 2, 1, 3,
5, 2, 3, 6, 4, 4, 7, 7, 4, 1, 1, 2, 1, 1, 1,
6, 4, 4, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 6, 6, 6, 3, 2, 2,
4, 2, 2, 5, 3, 2, 4, 5, 3, 3, 3, 2, 2, 1, 1,
6, 6, 6, 7, 7, 6, 6, 6, 7, 7, 6, 6, 5, 1, 5,
3, 4, 5, 7, 7, 6, 5, 6, 4, 7, 5, 5, 2, 2, 4,
...
6, 7, 7, 7, 6, 6, 7, 6, 6, 6, 6, 7, 4, 2, 4,
7, 7, 7, 7, 5, 7, 7, 7, 7, 5, 5, 7, 3, 3, 3,
6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 6, 6, 6,
7, 7, 7, 7, 4, 6, 2, 4, 4, 6, 3, 6, 2, 2, 2,
3, 2, 2, 6, 5, 5, 5, 5, 4, 5, 3, 5, 2, 1, 1,
6, 6, 6, 7, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 3, 2, 3), .Dim = c(100, 15)),
R=structure( .Data=c(1.0, 0.0,
0.0, 1.0), .Dim=c(2,2)))
```

Şekil 5.2 BYEM Veri Dosyası Yapısı

#### 4.2. Adım: Modelin zincir-yineleme sayısının ve başlangıç değerlerinin belirlenmesi

Gibbs örnekleme kullanılırken, üretilecek Markov zinciri sayısına ve örneklem yineleme sayısına ilişkin karar vermek önemlidir. Her zincir, sonsal dağılımın farklı bir noktasından başlayarak, kendine ait önceden belirlenmiş başlangıç değerleri ile örneklem üretilir. Zincir başlatıldıktan sonra bir değere yakınsaması son derece önemlidir. Birden fazla zincirle, özellikle her bir parametre için zincirlerin aynı sonsal ortalamaya yaklaştığına dair kanıt varsa, daha az yinelemeye ile analiz yapılabilir. Yakınsama, tek bir zincirden elde edilebilir, ancak özellikle orta ve çok karmaşık modellerde daha fazla sayıda yineleme gerekebilir. Zincir sayısı aynı zamanda zincirlerin uzunluğu ile ilişkilidir. Yapılan çalışmalara göre, yakınsamanın gerçekleşebilmesi için çok sayıda kısa zincirler yerine tek bir zincirin çok sayıda yineleme yapması ya da farklı başlangıç değerleri ile birden fazla zincir sayısı kullanılması önerilebilir (Şehribanoğlu, 2012; Lee, 2007; Lee ve Song, 2012; Gelman ve Rubin, 1996). Tezde orta karmaşıklıkta bir model kullanıldığı için ve daha iyi yakınsama elde etmek amacıyla 3 zincir kullanılması gerektiği belirlenmiştir. Zincir sayısı Çizelge 5.8, satır 4’de “modelCompile()” ifadesi ile verilmiştir.

Zincirler için sonsuz sayıda yineleme belirlenirse teorik olarak parametre tahminleri başlangıç değerlerinin etkisinden arındırılmış olur (Şehribanoğlu, 2012), fakat bu durum depolama sorunları ve bilgisayarların gücü göz önünde bulundurulduğunda imkansız yakındır. Günümüzde, bu konuda yapılan uygulamalarda sonlu örneklem sayılarında yakınsamanın gerçekleşmesi beklenir. Dahası yineleme sayısının belirlenmesi, yakınsamanın gerçekleşmesi ve otokorelasyon kavramlarıyla yakından ilişkilidir. Bu konu yakınsama ve otokorelasyon adımıyla tekrar incelenecektir. Literatür incelendiğinde yineleme sayısının belirlenmesi ile ilgili kesin yöntemler bulunmadığı görülmektedir (bkz. Gilks vd., 1995; Şehribanoğlu, 2012). Bu tez çalışmasında yineleme sayısı 100000 olarak belirlenmiş ve OpenBUGS kodlarında (Çizelge 5.8) satır 11’de “modelUpdate()” ifadesi ile verilmiştir.

Markov Zincirlerinin örneklem üretmeye başlayabilmesi için başlangıç değerlerine ihtiyaç duyulur. Teorik olarak başlangıç değerlerinin seçimi, Markov zincirinden gelen örnekler üzerinde hiçbir etkiye sahip değildir; ancak uygun başlangıç değerleri seçilebilirse, uygulama da yakınsama sağlanacak ve daha önce bahsedilen problemler önlenecektir (Spiegelhalter vd., 2004). Aynı zamanda uygun bir başlangıç değeri belirlemek yakınsamayı hızlandırır. Başlangıç değeri mevcut bir çalışmadan alınabileceği gibi ilgili çalışmanın ML gibi diğer tahmin yöntemlerinden ya da simülasyon çalışmalarından elde edilen sonuçlar yardımıyla belirlenebilir. Bunlara ek olarak, OpenBUGS yardımıyla da üretilebilir. Çalışmada başlangıç değerlerinin OpenBUGS ile üretilmesi tercih edilmiştir.



Çizelge 5.8 satır 5’de, “modelGenInits()” ifadesi yardımıyla ilk zincir için başlangıç değerleri üretilmiş, ayrıca diğer zincirler kendinden bir önceki zincirin yakınsadığı değerleri kendisine başlangıç değeri olarak seçmiştir.

#### 4.3. Adım: OpenBUGS’in çalıştırılmasında diğer kodların oluşturulması

Çizelge 5.8’de, 6-9 satırlar parametre tahminleri için önsel dağılım ve olabilirlik fonksiyonunu eş zamanlı kullanılarak, oluşturulması istenen örneklemeleri ifade etmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, “samplesSet()” ifadesi ile belirtilmeyen parametreler için örneklemelerin üretilmeyeceğidir. Bu nedenle örneklenmesi istenen tüm parametreler belirtilmelidir. Satır 10, sapma bilgi kriteri (Deviance Information Criterion - DIC) değerinin üretilmesi için kullanılmıştır. Satır 12’de üretilen zincirler ve bu zincirlerdeki parametre örneklemelerinin başlangıç-bitiş bilgilerini içeren dosyaların hangi isimle nereye saklanacağı belirtilmiştir. Son olarak satır 13-14 sırasıyla örneklemelere ait istatistiklerin ve hesaplanan DIC değerlerinin OpenBUGS’da yazdırılmasını sağlar.

#### 4.4. Adım: OpenBUGS sonuçlarının değerlendirilmesi

Çizelge 5.8’deki kodlar OpenBUGS’da çalıştırdıktan sonra kodların çalışması sırasında kullanılan bilgilere ait sistem çıktısı, örnekleme ait DIC sonuçları ve örneklemelere ait ortalama, standart sapma gibi temel istatistikleri içeren sonuçlar Çizelge 5.9, Çizelge 5.10 ve Çizelge 5.11’de verilmiştir.

#### Çizelge 5.9 OpenBUGS Sistem Çıktısı

```

model is syntactically correct
data loaded
model compiled
initial values generated, model initialized
model is updating
100000 updates took 6250 s
CODA files written

```

Çizelge 5.9 incelendiğinde, 1. satır, modelin yazımsal olarak doğru olduğunu, 2. satır, verilerin formatının doğru olduğunu ve verilerin problemsiz olarak OpenBUGS’a alındığını göstermektedir. 3 ve 4. satır, zincir sayısının belirlendiğini başlangıç değerlerinin üretildiğini ve model analizine başlandığını göstermektedir. 5. satır, belirlenen kriterlere göre modelin güncellendiğini belirtmektedir. 6. satır, 100000 örneklem üretmek için geçen süreyi göstermektedir ve bu süre yaklaşık 105 dakika sürmüştür. 7. satır, örneklemelerin belirtilen dosyaya problemsiz olarak yazıldığını göstermektedir. OpenBUGS herhangi bir

adımında hata ile karşılaştığında o adımda analizi yarıda keser ve bu bilgiyi sistem çıktısına işler.

Çizelge 5.10 OpenBUGS DIC Sonuçları

	Dbar	Dhat	DIC	pD
y	3536.0	3128.0	3944.0	408.2
total	3536.0	3128.0	3944.0	408.2

Sapma Bilgi Kriteri (The Deviance Information Criterion - DIC), Bayesci sapma kavramına dayanan ve Spiegelhalter vd. (2002) tarafından model karşılaştırmasına yönelik geliştirilen Bayesci bir ölçüttür.  $p(y | \theta)$  veri seti için tanımlanan bir koşullu olasılık olmak üzere Bayesci sapma Eşitlik 5.1'deki gibi hesaplanır.

$$D(\theta) = -2 \log[p(y | \theta)] + 2 \log[h(y)] \quad (5.1)$$

Eşitlik 5.1'de,  $h(y)$  terimi, model parametrelerini içermeyen ve bu nedenle model seçiminde yer almayan standartlaştırıcı bir faktör olarak kullanılır. Bu durumda DIC Eşitlik 5.2'deki gibi hesaplanır.

$$DIC = E_{\theta}\{-2 \log[p(y | \theta) | y] + 2 \log[h(y)]\} \quad (5.2)$$

DIC temelinde bir dizi model arasından en uygun olanı seçme düşüncesi yatar ve bunun için en küçük DIC'e sahip modelin tercih edilmesi önerilir (Hoyle, 2012).

Çizelge 5.11'de OpenBUGS ile üretilen özet istatistikler verilmiştir. Bu istatistikler yakınsama ve otokorelasyon problemleri kontrol edilmeden otomatik olarak üretilir. Dolayısıyla bahsi geçen kontroller yapılmadan ortaya çıkan istatistiklere güvenilmez. Çalışmanın bir sonraki adımında sonuçların yorumlanabilmesi için otokorelasyon ve yakınsama kontrolleri yapılmıştır.

Çizelge 5.11 OpenBUGS Özet İstatistikleri

	mean	sd	MC_error	val2.5pc	median	val97.5pc	start	sample
beta[1]	0.9079	0.08308	0.002008	0.7525	0.9046	1.081	1	300000
beta[2]	0.4513	0.04894	9.168E-4	0.3614	0.4492	0.5531	1	300000
gam[1]	0.454	0.08369	0.00158	0.2961	0.4518	0.6229	1	300000
gam[2]	0.6506	0.08159	0.001686	0.4956	0.6489	0.8144	1	300000
lam[1]	0.8466	0.06268	0.001327	0.7274	0.8454	0.9715	1	300000
lam[2]	0.8575	0.06331	0.001356	0.7378	0.8562	0.9837	1	300000
lam[3]	0.9036	0.0665	0.001436	0.7777	0.9023	1.036	1	300000
lam[4]	0.8413	0.06253	0.001376	0.7206	0.8405	0.9643	1	300000
lam[5]	0.8092	0.06034	0.001328	0.6926	0.8085	0.9282	1	300000
lam[6]	0.795	0.05926	0.001305	0.6806	0.7943	0.9117	1	300000
lam[7]	0.7736	0.04969	0.001193	0.6772	0.7733	0.8731	1	300000
lam[8]	0.7778	0.04992	0.001201	0.6809	0.7775	0.878	1	300000
lam[9]	0.7916	0.05056	0.001225	0.6933	0.7912	0.8928	1	300000
lam[10]	0.7695	0.04958	0.001184	0.6732	0.7691	0.8689	1	300000
lam[11]	0.7996	0.06227	0.001455	0.6797	0.7983	0.924	1	300000
lam[12]	0.8736	0.06755	0.001599	0.7435	0.8722	1.008	1	300000
lam[13]	0.8883	0.06399	7.936E-4	0.7647	0.8873	1.016	1	300000
lam[14]	0.7498	0.05587	6.68E-4	0.6428	0.7488	0.8615	1	300000
lam[15]	0.9836	0.07015	8.432E-4	0.8483	0.9826	1.123	1	300000
psiters[1]	1.264	0.1997	5.292E-4	0.9163	1.249	1.697	1	300000
psiters[2]	2.056	0.3568	0.001162	1.441	2.026	2.838	1	300000
psiters[3]	3.025	0.5977	0.002166	2.023	2.967	4.354	1	300000
psiters[4]	1.563	0.2768	9.237E-4	1.093	1.538	2.176	1	300000
psiters[5]	1.689	0.3016	0.001015	1.177	1.662	2.356	1	300000
psiters[6]	1.746	0.3081	0.001082	1.22	1.719	2.424	1	300000
psiters[7]	1.488	0.2287	6.222E-4	1.084	1.473	1.981	1	300000
psiters[8]	1.603	0.252	7.381E-4	1.159	1.586	2.144	1	300000
psiters[9]	2.12	0.3489	0.00111	1.512	2.093	2.877	1	300000
psiters[10]	1.251	0.189	5.322E-4	0.9153	1.239	1.655	1	300000
psiters[11]	1.246	0.2134	7.791E-4	0.8797	1.227	1.715	1	300000
psiters[12]	2.259	0.4938	0.002345	1.458	2.203	3.384	1	300000
psiters[13]	2.141	0.4286	0.001727	1.433	2.095	3.105	1	300000
psiters[14]	1.772	0.2969	9.136E-4	1.258	1.75	2.418	1	300000
psiters[15]	1.246	0.2332	8.778E-4	0.8577	1.223	1.767	1	300000

### 5.3.5 5. Adım: Sonuçların yorumlanması

Bayesci tahminde en çok karşılaşılan problemlerden birisi yakınsama problemidir. Bayesci tahmin sonuçları yorumlanmadan önce yakınsama probleminin olup olmadığı kontrol edilmelidir. Bunun için iki kriter söz konusudur. Bunlardan ilki, zincir değerlerinin bir değere yakınsayıp yakınsamadığının kontrol edilmesi, ikincisi ise yakınsanan değerlerin doğru olup olmadığının kontrol edilmesidir. İlk durum zincir-içi bir durumken ikincisi zincirler-arası bir durumdur. Bu iki durumun test edilebilmesi için R programındaki 'CODA' paketinden yararlanılabilir. OpenBUGS tahmininin bir parçası olarak MCMC örneklemeleri CODA formatında kaydedilmiştir (Bkz. Çizelge 5.8 satır 12).

R programında CODA paketi, MCMC örneklemelerinin özetlenmesi, grafiklerin çizdirilmesi ve Markov zincirinin yakınsama tespitlerinin yapılmasını sağlar (Plummer vd., 2016). Çizelge 5.12’de örneklemelerin değerlendirilmesi için kullanılan R kodları verilmiştir.

Çizelge 5.12 Örneklemelerin Değerlendirilmesi için R Kodları

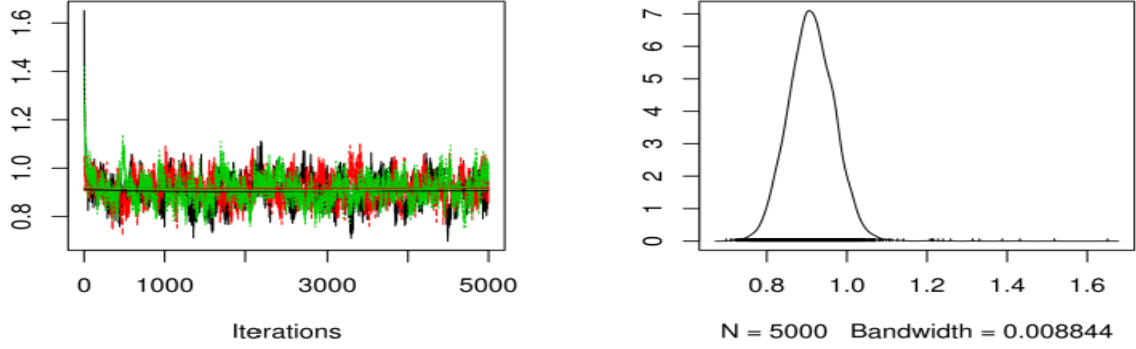
Satır	R Kodları
1	library(coda)
2	mcmc.list <- read.openbugs(stem="C:/OpenBUGS/BYEM/orneklem")
3	plot(mcmc.list, ask = dev.interactive())
4	geweke.diag(mcmc.list)
5	geweke.plot(mcmc.list, ask = dev.interactive())
6	heidel.diag(mcmc.list, eps=0.1, pvalue=0.05)
7	gelman.diag(mcmc.list, confidence = 0.95, multivariate=FALSE)
8	gelman.plot(mcmc.list, confidence = 0.95, autoburnin=TRUE, multivariate=FALSE, ask = dev.interactive())
9	autocorr.diag(mcmc.list, lags=c(0,1,10,50,100,200,350))
10	autocorr.plot(mcmc.list, 350, ask = dev.interactive())
11	raftery.diag(mcmc.list, q=0.5, r=0.05)
12	thinned1 <- window(mcmc.list[1], 500, 25000, 350)
13	summary(thinned1)
14	thinned2 <- window(mcmc.list[2], 500, 25000, 350)
15	summary(thinned2)
16	thinned3 <- window(mcmc.list[3], 500, 25000, 350)
17	summary(thinned3)
18	thinned <- window(mcmc.list, 500, 25000, 350)
19	summary(thinned)

### 5.1. Adım: Modelin değerlendirilmesi

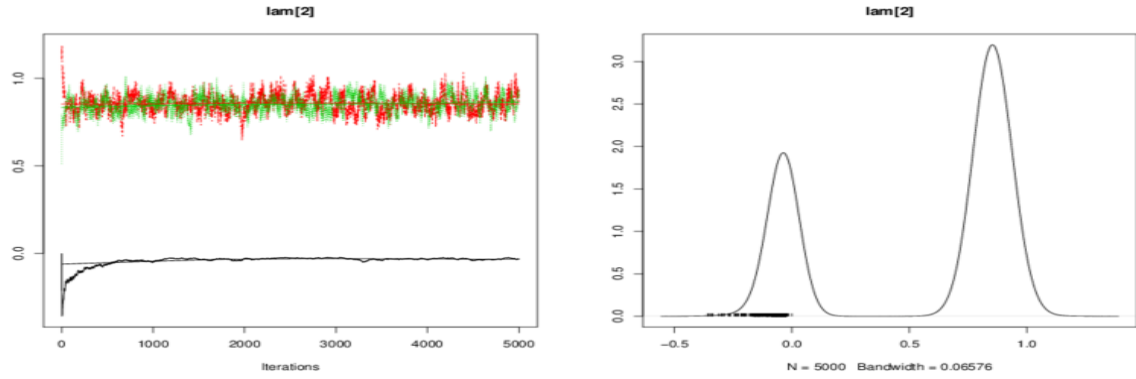
Çizelge 5.12’de verilen R kodları incelendiğinde 1. satır, CODA kütüphanesinin kullanıldığını gösterir. 2. satırda üretilen örneklem zincir bilgileriyle birlikte ‘mcmc.list’ değişkenine aktarılmıştır. 3. satır aracılığı ile her bir parametreye ait iz ve olasılık yoğunluk grafiği çizdirilir. Bu grafikler zincirler içi ve zincirler arası yakınsamayı görmek için son derece yararlıdır, fakat kesin sonuçlar içermez.

Daha iyi anlaşılabilmesi için, bu çalışmaya ait olmayan üç örnek iz grafiği şekil 5.3, 5.4 ve 5.5 ile verilmiştir. Şekil 5.3’deki iz grafiğinde yakınsamanın gerçekleştiği görülür. Şekil 5.3’deki ilk sıradaki grafik 5000 örneklem için ayrı ayrı zincirlerin iz grafiğini gösterir. Grafikte siyah renk 1. zinciri, kırmızı renk 2. zinciri ve yeşil renk 3. zinciri temsil etmektedir. Bu iz grafiği incelendiğinde ise 3 zincirin de aynı değere yakınsadığı

görülebilmektedir. Ayrıca her bir örneklem zinciri aynı ortalama değerine yakınsamıştır. İkinci sıradaki olasılık yoğunluk grafiğine bakıldığında ise dağılımın neredeyse normale yaklaşmış olduğu görülür ve bu istenen bir durumdur.



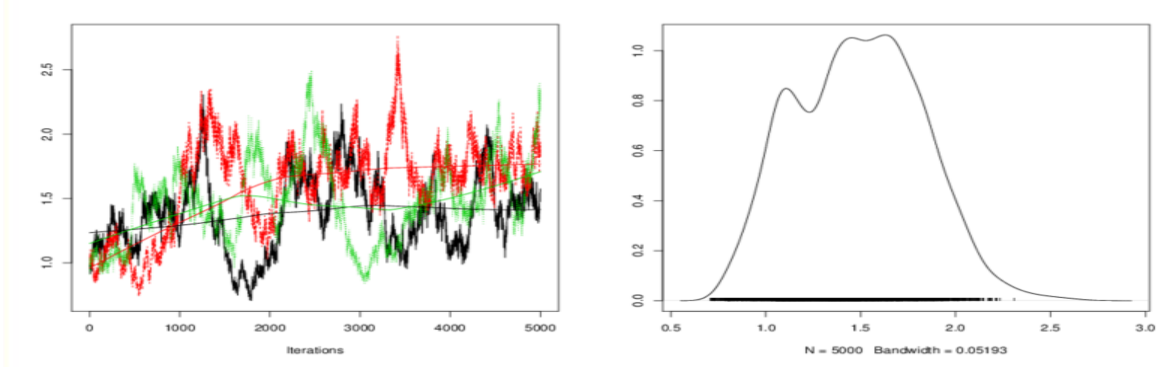
Şekil 5.3 Örnek İz Grafiği 1



Şekil 5.4 Örnek İz Grafiği 2

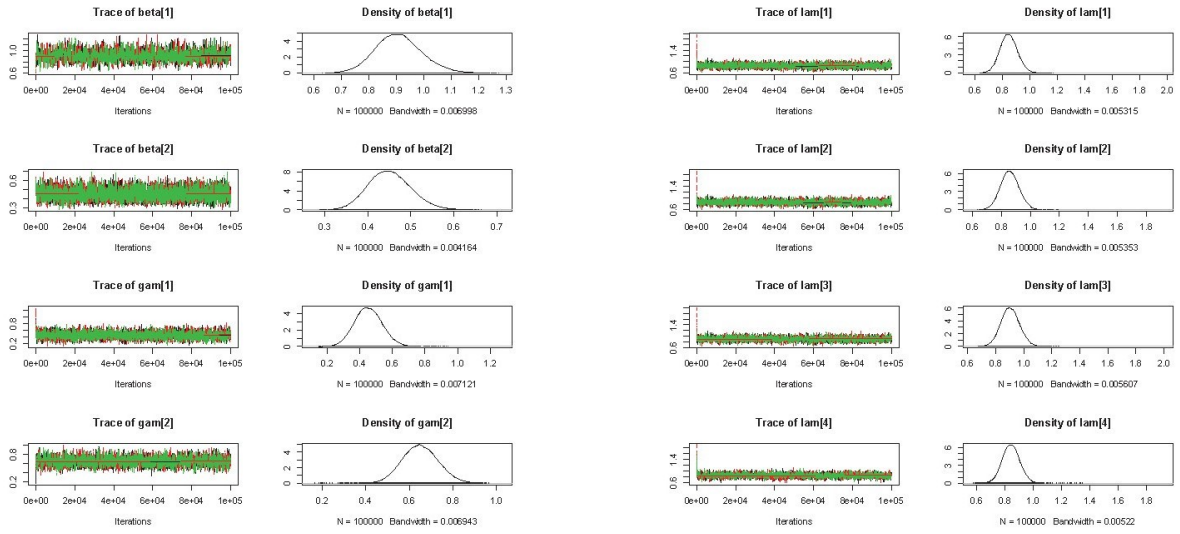
Şekil 5.4 incelendiğinde Şekil 5.3'ün aksine yakınsama probleminin olduğu açık bir şekilde görülmektedir. Ayrıca olasılık grafiği iki modlu (tepe) olduğu için zincir değerlerinin sağlıklı olmadığı söylenebilir.

Şekil 5.5 incelendiğinde ise farklı bir yakınsama probleminin olduğu görülmektedir. Zincirler yakınsayamadığı gibi, bir ortalama etrafında da toplanamamıştır. Benzer şekilde olasılık yoğunluk fonksiyonunun da problemlili olduğu söylenebilir. Her iki durumda da Bayesci tahmin sonuçları yorumlanamaz ve analizin düzeltmeler yapıldıktan sonra tekrar edilmesi gerekir.



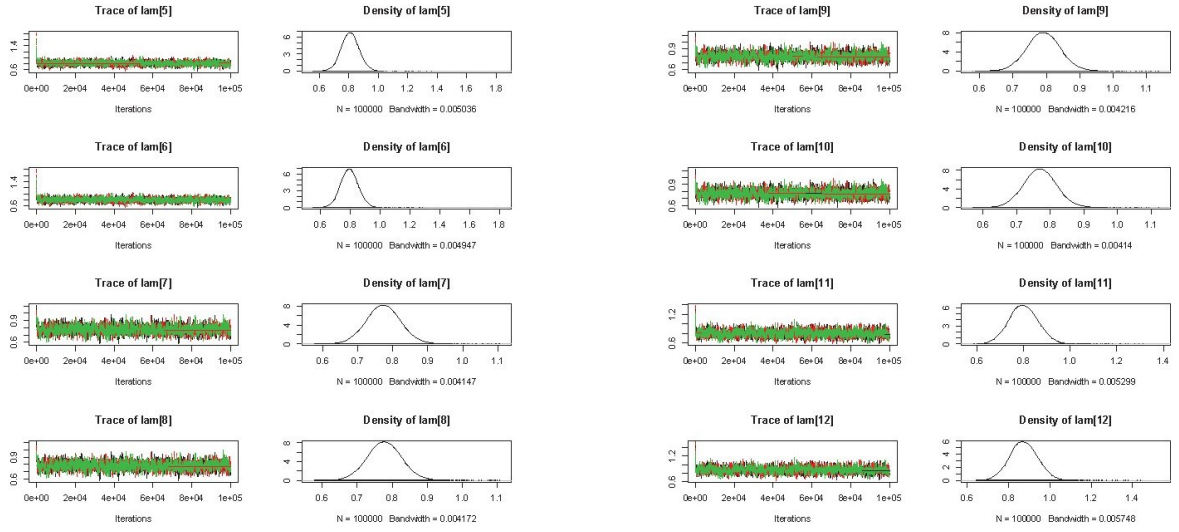
Şekil 5.5 Örnek İz Grafiği 3

Bu tez çalışmasında 15 faktör yükü, 15 hata terimi ve 4 gizil değişkenler arası ilişkiler olmak üzere toplam 34 adet parametre vardır ve her bir iz grafiğinde her bir zincire ait üst üste 3 adet iz-yoğunluk grafiği ortaya çıkmaktadır. Bu grafikler, Şekil 5.6 - 5.9'da verilmiştir.

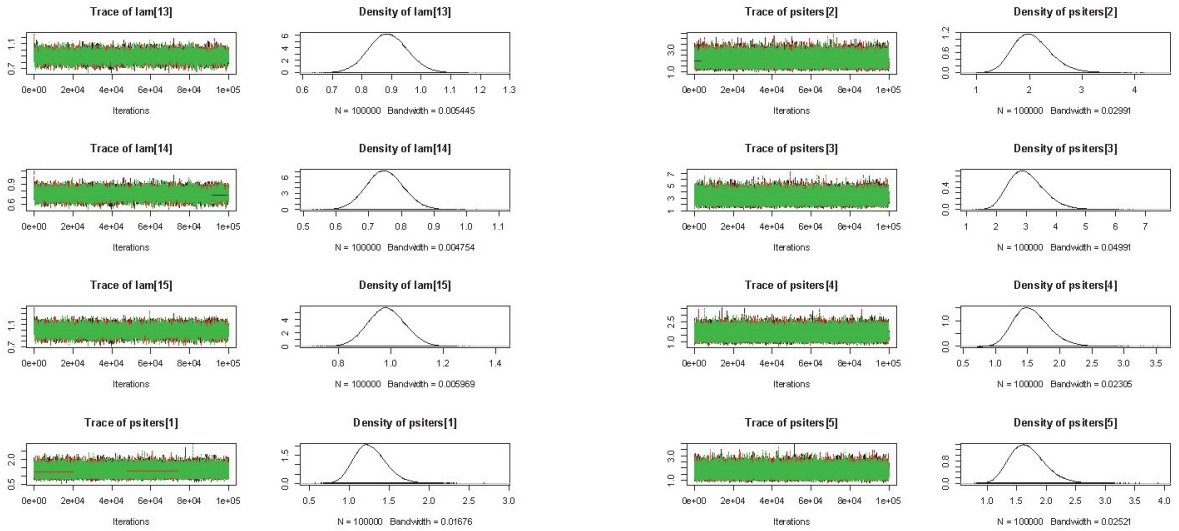


Şekil 5.6 Parametrelere Ait İz Grafiği

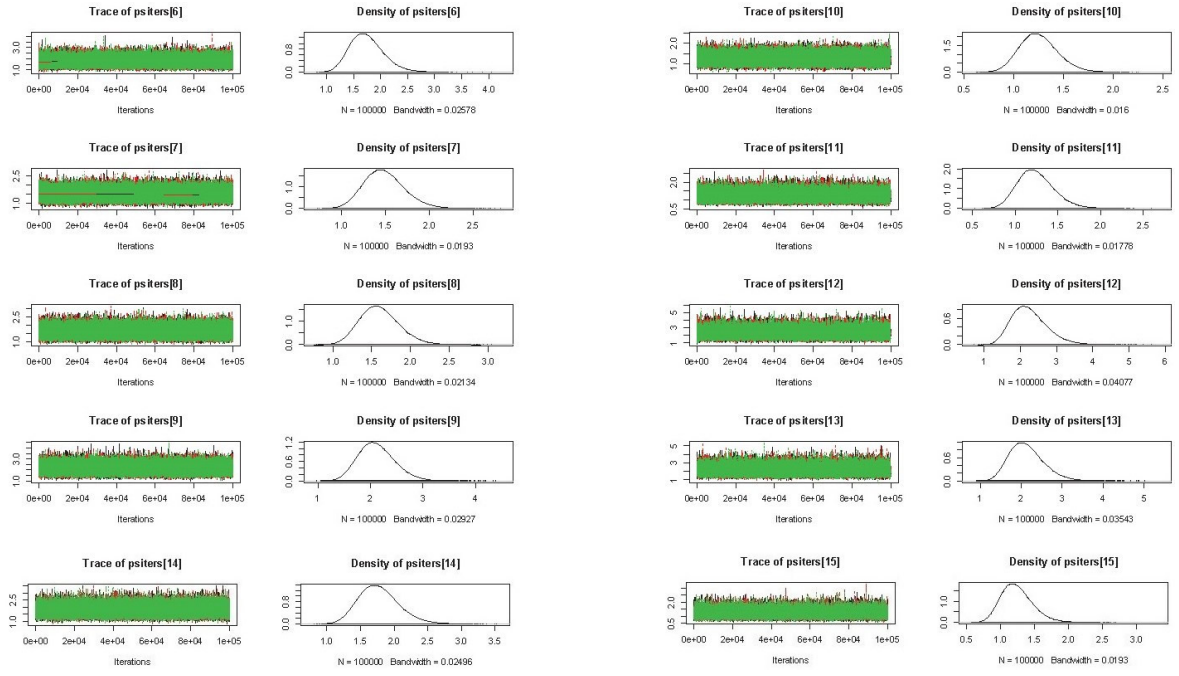
Şekil 5.6 - 5.9 incelendiğinde, parametrelerin belirli bir değere yakınsadığı ve tüm olasılık yoğunluk grafiklerinin normal dağıldığı görülmektedir. Fakat kesin sonuçlar için bunlar yeterli değildir ve bu nedenle bir sonraki adımda daha geçerli istatistikler hesaplanmıştır.



Şekil 5.7 Parametrelere Ait İz Grafiği(Devamı)



Şekil 5.8 Parametrelere Ait İz Grafiği(Devamı)



Şekil 5.9 Parametrelere Ait İz Grafiği(Devamı)



## 5.2. Adım: MCMC yakınsamasının tespiti

Yakınsamanın belirlenebilmesi için literatürde kabul gören birkaç istatistik hesaplanabilir. İlk olarak, Geweke (Geweke, 1992), örneklem her biri için ilk %10'luk örneklem ortalaması ile son %50'lik örneklem ortalamasının karşılaştırılmasını önermiştir. Geweke'ye göre zincirin hareketsiz bölümlerinden örneklem çekilirse, iki örneklem ortalamaları eşit olur ve Geweke'nin istatistiği asimtotik olarak standart normal dağılır. Test istatistiği, standart z skorudur: iki örneklem arasındaki fark, tahmini standart hataya bölünmüştür. z skoru, zincirin iki parçasının asimptotik olarak bağımsız olduğu varsayımıyla hesaplanır. Tüm parametreler Çizelge 5.12'deki satır 4-5 yardımıyla test edildiğinde öncelikle her bir zincir değeri için her bir parametreye ait istatistikler üretilir. Bu istatistikler her bir zincir için Geweke Diagramları ile gösterilir. Daha sonra her biri için grafikler çizdirilir.

```

[[Zincir 1]]
Zincirin ilk parçası = 0.1
Zincirin ikinci parçası = 0.5
beta[1]      beta[2]      gam[1]      gam[2]      lam[1]      lam[2]
-1.3079      0.5193      1.6069      -0.1725     2.7684     2.7320
lam[3]      lam[4]      lam[5]      lam[6]      lam[7]      lam[8]
2.7131      -0.2851     -0.2941     -0.2755     -0.4171     -0.4603
lam[9]      lam[10]     lam[11]     lam[12]     lam[13]     lam[14]
-0.4046     -0.3949     1.0314     0.9930     1.2611     1.0954
lam[15]     psiters[1]  psiters[2]  psiters[3]  psiters[4]  psiters[5]
1.1239      1.1119     -0.7405     -1.4508     -0.5082     -0.7856
psiters[6]  psiters[7]  psiters[8]  psiters[9]  psiters[10] psiters[11]
2.1595      0.1426     0.4960     1.8003     -0.8806     -0.1273
psiters[12] psiters[13] psiters[14] psiters[15]
-1.2148     -0.4330     0.1120     -0.8204

```

Şekil 5.10 Çalışmaya Ait Geweke Diyagramı 1. Zincir

Her bir zincir ve her bir parametre için uygulanan z testi sonuçlarının %95 güven (1,96) sınırları içerisinde yer alması gerekmektedir. Çalışmaya ait Gewekw Diyagramı 1. zincir Şekil 5.10'de, 2. zincir Şekil 5.11'de ve 3. zincir Şekil 5.12'de verilmiştir. Şekil 5.10 incelendiğinde, bazı parametrelerin bu sınırlar dışında yer aldığı görülmektedir, Şekil 5.11 ve Şekil 5.12 incelendiğinde ise, tüm parametrelerin bu sınırlar içinde yer aldığı ve yakınsamanın gerçekleştiği söylenebilir. Buradan çıkartılacak sonuç, ilk zincir güvenilir değil iken, 2 ve 3. zincirlerin güvenilir olduğudur. Dolayısıyla 2. ve 3. zincirlerin örneklem tahminleri için kullanılabilceği yorumu yapılabilir.

```

[[Zincir 2]]
Zincirin ilk parçası = 0.1
Zincirin ikinci parçası = 0.5
  beta[1]   beta[2]   gam[1]   gam[2]   lam[1]   lam[2]
-0.41799   0.99875  -0.07919 -1.73331 -0.65681 -0.62438
  lam[3]   lam[4]   lam[5]   lam[6]   lam[7]   lam[8]
-0.64086  -0.65710  -0.58562 -0.63468  1.11117  1.08295
  lam[9]   lam[10]  lam[11]  lam[12]  lam[13]  lam[14]
 1.05650   1.12502   1.30101   1.34150   1.02895   0.88793
  lam[15] psiters[1] psiters[2] psiters[3] psiters[4] psiters[5]
 0.89496  -0.47369   0.69488  -1.62298  -0.42064   0.99912
 psiters[6] psiters[7] psiters[8] psiters[9] psiters[10] psiters[11]
-1.23474   0.64329   1.57963  -1.43146   0.77665  -0.12946
 psiters[12] psiters[13] psiters[14] psiters[15]
 0.58818   1.58098  -0.29696  -0.66666

```

Şekil 5.11 Çalışmaya Ait Geweke Diyagramı 2. Zincir

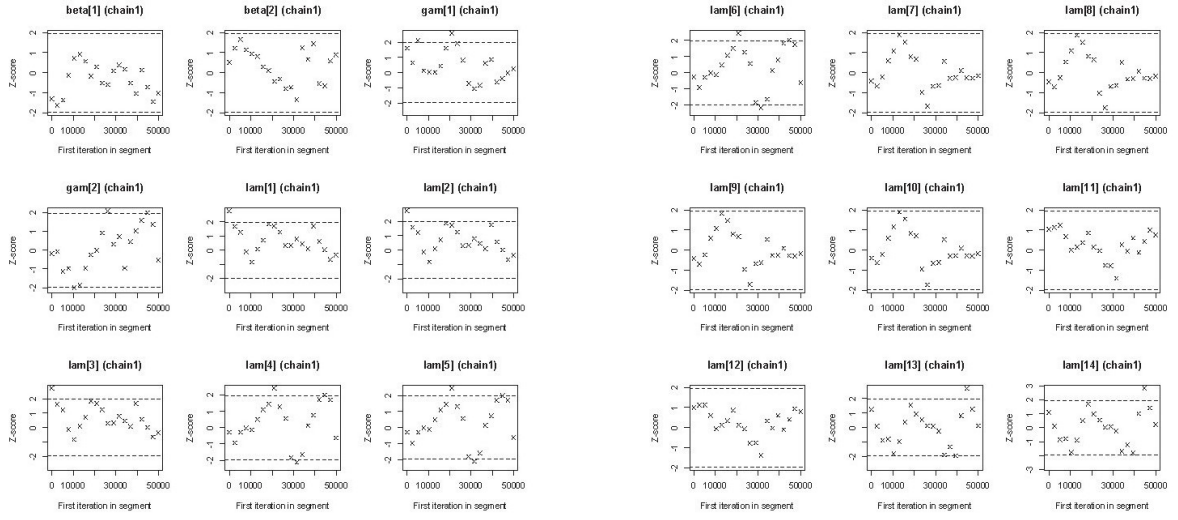
```

[[Zincir 3]]
Zincirin ilk parçası = 0.1
Zincirin ikinci parçası = 0.5
  beta[1]   beta[2]   gam[1]   gam[2]   lam[1]   lam[2]
-1.5910    1.8378    1.2021    1.5172    1.0064    1.0011
  lam[3]   lam[4]   lam[5]   lam[6]   lam[7]   lam[8]
 0.9493    1.0960    1.1224    1.1236   -0.7778   -0.7986
  lam[9]   lam[10]  lam[11]  lam[12]  lam[13]  lam[14]
-0.8064   -0.8055    1.3927    1.3474   -0.1730   -0.2593
  lam[15] psiters[1] psiters[2] psiters[3] psiters[4] psiters[5]
-0.1470    0.7180   -0.1368    0.2488    0.1910   -0.4157
 psiters[6] psiters[7] psiters[8] psiters[9] psiters[10] psiters[11]
 0.8470   -1.5048    1.9006    1.1400   -1.6435    1.7704
 psiters[12] psiters[13] psiters[14] psiters[15]
-0.9583   -0.6078   -1.6901    1.2104

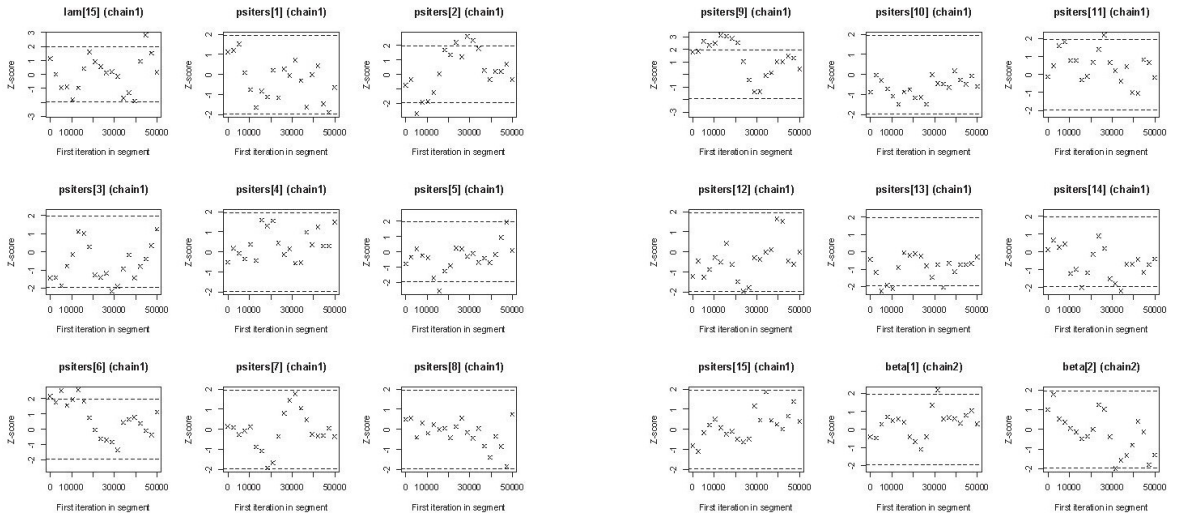
```

Şekil 5.12 Çalışmaya Ait Geweke Diyagramı 3. Zincir

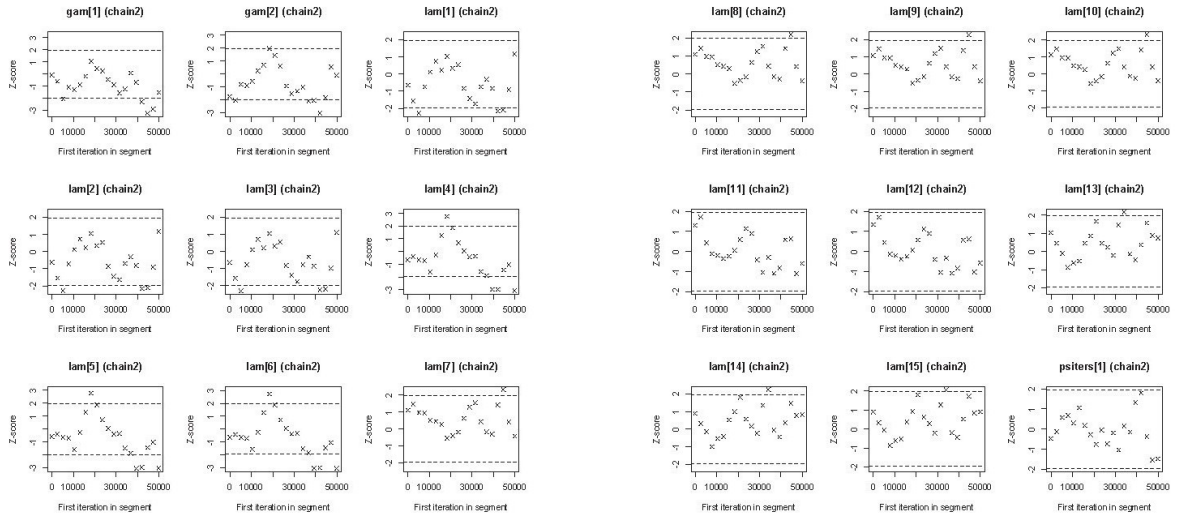
Şekil 5.13 - 5.18'de çalışmaya ait Geweke grafikleri verilmiştir. Grafikler bir zincirin başlangıcından sonra art arda rassal olarak belirlenen aralıklarda örnekleme zincirden çıkarır ve sonrasında  $z$  skorundaki değişimleri gösterir. Bu işlem yapılırken asimptotik koşulları ihlal etmemek amacıyla zincirin yarısından fazlası kesinlikle atılmaz.



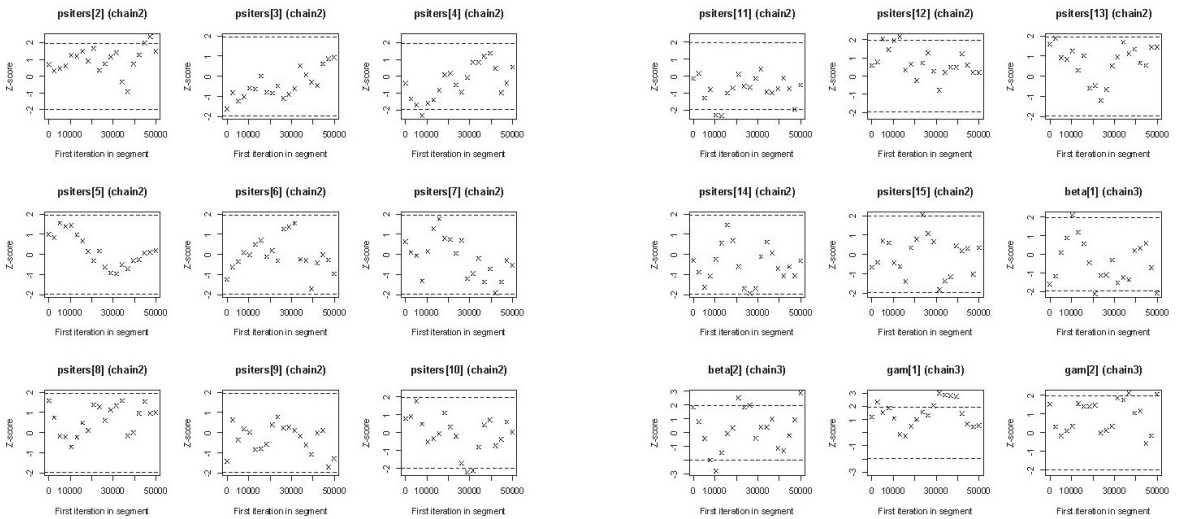
Şekil 5.13 Çalışmaya Ait Geweke Grafikleri



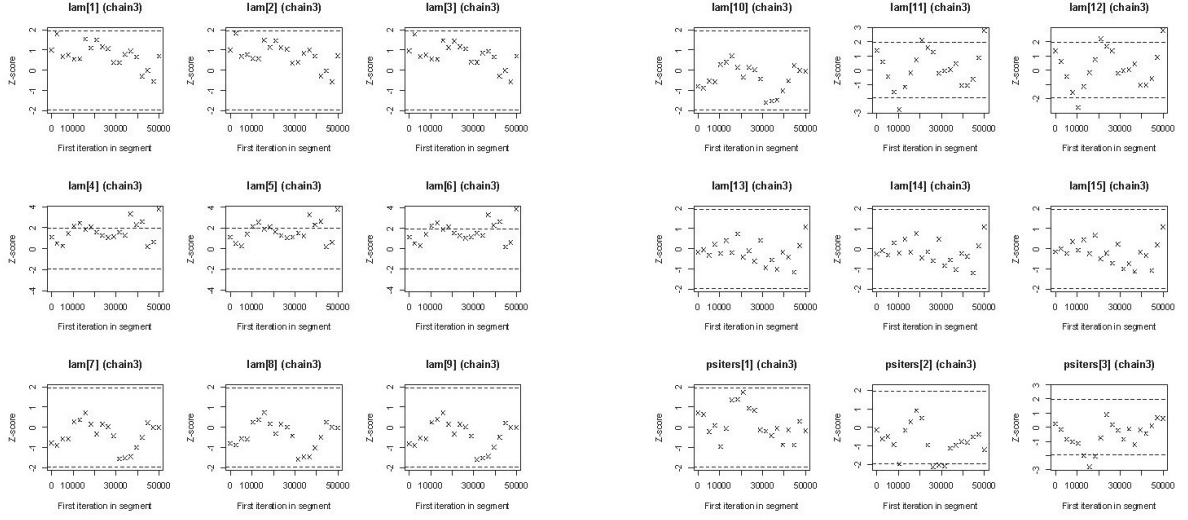
Şekil 5.14 Çalışmaya Ait Geweke Grafikleri(Devamı)



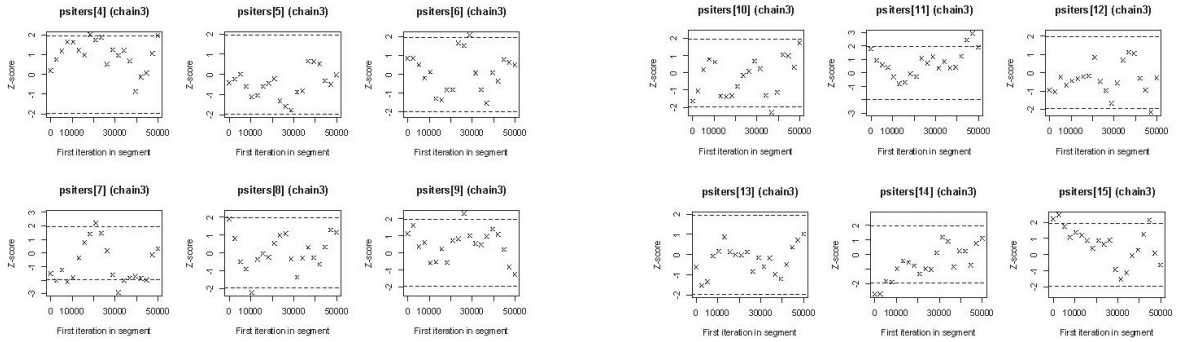
Şekil 5.15 Çalışmaya Ait Geweke Grafikleri(Devamı)



Şekil 5.16 Çalışmaya Ait Geweke Grafikleri(Devamı)



Şekil 5.17 Çalışmaya Ait Geweke Grafikleri(Devamı)



Şekil 5.18 Çalışmaya Ait Geweke Grafikleri(Devamı)

Şekil 5.13 - 5.18 incelendiğinde ilk dikkat çeken durum örneklem sayılarının 50000 olmasıdır, 100000'lik örneklem zincirinden rassal olarak 50000 örneklem atılmıştır. Sonuç olarak tahmin edilen birkaç parametre değerinin %5 anlam düzeyinde anlamlı olmadığı görülse de parametrelerin tamamı için yakınsama problemlerinin olmadığı söylenebilir.

Bu tez çalışmasında Geweke istatistiklerine göre yakınsamanın sağlandığı görülse de güvenilirliğin artırılması için birden fazla test yapılması önerilir. Bu amaçla yakınsama probleminin test edilebilmesi için bir başka test Heidelberg ve Welch (Heidelberg ve Welch, 1983) tarafından önerilmiştir. Bu testte Geweke testine benzer şekilde, zincirin ilk %10'luk, %20'lik kısımları veya %50'si atılarak zincir test edilir. İlk test örneklenen değerlerin durağan bir dağılımdan gelip gelmediğini değerlendirmek için Cramer-von-Mises testini kullanır. Çıktıda görülen başlangıç iterasyonu durağanlık testinin geçtiği yinelemeyi göstermektedir. İkinci test, durağanlık testi tarafından kabul edilen örneklenen değerleri alır ve bu değerler için %95 güven aralığı oluşturur. Daha sonra, bu aralığın yarı genişliğini ortalama olarak karşılaştırır ve ikisinin arasındaki farkı gösterir. Çalışmaya ait Heidelberg çıktıları Çizelge 5.12'de yer alan 6. satır yardımıyla üretilmiş ve elde edilen sonuçlar her zincir için Şekil 5.19 - 5.21'de verilmiştir.

```
[[1]]
```

	Stationarity test	start iteration	p-value		Halfwidth test	Mean	Halfwidth
beta[1]	passed	1	0.9703	beta[1]	passed	0.908	0.00869
beta[2]	passed	1	0.8074	beta[2]	passed	0.451	0.00323
gam[1]	passed	1	0.3190	gam[1]	passed	0.455	0.00549
gam[2]	passed	1	0.3713	gam[2]	passed	0.647	0.00592
lam[1]	passed	1	0.1385	lam[1]	passed	0.845	0.00527
lam[2]	passed	1	0.1300	lam[2]	passed	0.855	0.00530
lam[3]	passed	1	0.1437	lam[3]	passed	0.901	0.00564
lam[4]	passed	1	0.8928	lam[4]	passed	0.839	0.00576
lam[5]	passed	1	0.8897	lam[5]	passed	0.807	0.00555
lam[6]	passed	1	0.8853	lam[6]	passed	0.793	0.00546
lam[7]	passed	1	0.8667	lam[7]	passed	0.774	0.00558
lam[8]	passed	1	0.8769	lam[8]	passed	0.778	0.00556
lam[9]	passed	1	0.8784	lam[9]	passed	0.792	0.00576
lam[10]	passed	1	0.8483	lam[10]	passed	0.770	0.00549
lam[11]	passed	1	0.7351	lam[11]	passed	0.800	0.00616
lam[12]	passed	1	0.7565	lam[12]	passed	0.873	0.00681
lam[13]	passed	1	0.4447	lam[13]	passed	0.890	0.00272
lam[14]	passed	1	0.4327	lam[14]	passed	0.751	0.00227
lam[15]	passed	1	0.4628	lam[15]	passed	0.985	0.00289
psiters[1]	passed	1	0.7692	psiters[1]	passed	1.266	0.00183
psiters[2]	passed	1	0.2659	psiters[2]	passed	2.054	0.00362
psiters[3]	passed	1	0.1964	psiters[3]	passed	3.025	0.00719
psiters[4]	passed	1	0.8373	psiters[4]	passed	1.565	0.00300
psiters[5]	passed	1	0.5146	psiters[5]	passed	1.689	0.00336
psiters[6]	passed	1	0.0721	psiters[6]	passed	1.744	0.00341
psiters[7]	passed	1	0.7974	psiters[7]	passed	1.488	0.00210
psiters[8]	passed	1	0.9025	psiters[8]	passed	1.603	0.00241
psiters[9]	passed	1	0.1084	psiters[9]	passed	2.121	0.00407
psiters[10]	passed	1	0.2635	psiters[10]	passed	1.251	0.00171
psiters[11]	passed	1	0.5910	psiters[11]	passed	1.248	0.00264
psiters[12]	passed	1	0.3096	psiters[12]	passed	2.255	0.00786
psiters[13]	passed	1	0.1946	psiters[13]	passed	2.142	0.00570
psiters[14]	passed	1	0.5934	psiters[14]	passed	1.771	0.00308
psiters[15]	passed	1	0.7286	psiters[15]	passed	1.246	0.00296

Şekil 5.19 Çalışmaya Ait Heidelberger Diyagramları

[[2]]	Stationarity test	start iteration	p-value	Halfwidth Mean	Halfwidth
beta[1]	passed	1	0.649	beta[1]	passed 0.906 0.00918
beta[2]	passed	1	0.677	beta[2]	passed 0.452 0.00339
gam[1]	passed	1	0.139	gam[1]	passed 0.455 0.00593
gam[2]	passed	1	0.180	gam[2]	passed 0.651 0.00624
lam[1]	passed	1	0.543	lam[1]	passed 0.849 0.00574
lam[2]	passed	1	0.576	lam[2]	passed 0.859 0.00584
lam[3]	passed	1	0.547	lam[3]	passed 0.906 0.00617
lam[4]	passed	1	0.185	lam[4]	passed 0.840 0.00568
lam[5]	passed	1	0.201	lam[5]	passed 0.807 0.00555
lam[6]	passed	1	0.189	lam[6]	passed 0.793 0.00539
lam[7]	passed	1	0.432	lam[7]	passed 0.772 0.00510
lam[8]	passed	1	0.431	lam[8]	passed 0.776 0.00521
lam[9]	passed	1	0.431	lam[9]	passed 0.790 0.00531
lam[10]	passed	1	0.434	lam[10]	passed 0.768 0.00507
lam[11]	passed	1	0.841	lam[11]	passed 0.800 0.00670
lam[12]	passed	1	0.849	lam[12]	passed 0.874 0.00736
lam[13]	passed	1	0.513	lam[13]	passed 0.887 0.00272
lam[14]	passed	1	0.519	lam[14]	passed 0.749 0.00230
lam[15]	passed	1	0.551	lam[15]	passed 0.983 0.00293
psiters[1]	passed	1	0.994	psiters[1]	passed 1.263 0.00180
psiters[2]	passed	1	0.165	psiters[2]	passed 2.057 0.00365
psiters[3]	passed	1	0.194	psiters[3]	passed 3.024 0.00710
psiters[4]	passed	1	0.512	psiters[4]	passed 1.560 0.00299
psiters[5]	passed	1	0.520	psiters[5]	passed 1.689 0.00337
psiters[6]	passed	1	0.632	psiters[6]	passed 1.746 0.00342
psiters[7]	passed	1	0.605	psiters[7]	passed 1.488 0.00211
psiters[8]	passed	1	0.344	psiters[8]	passed 1.603 0.00246
psiters[9]	passed	1	0.653	psiters[9]	passed 2.117 0.00356
psiters[10]	passed	1	0.827	psiters[10]	passed 1.251 0.00175
psiters[11]	passed	1	0.321	psiters[11]	passed 1.245 0.00268
psiters[12]	passed	1	0.295	psiters[12]	passed 2.261 0.00770
psiters[13]	passed	1	0.175	psiters[13]	passed 2.138 0.00568
psiters[14]	passed	1	0.820	psiters[14]	passed 1.773 0.00316
psiters[15]	passed	1	0.859	psiters[15]	passed 1.246 0.00294

Şekil 5.20 Çalışmaya Ait Heidelberger Diyagramları(Devamı)



[[3]]

	Stationarity test	start iteration	p-value		Halfwidth test	Mean	Halfwidth
beta[1]	passed	1	0.2588	beta[1]	passed	0.909	0.00907
beta[2]	passed	1	0.7092	beta[2]	passed	0.451	0.00307
gam[1]	passed	1	0.1384	gam[1]	passed	0.447	0.00680
gam[2]	passed	1	0.1495	gam[2]	passed	0.654	0.00656
lam[1]	passed	1	0.2232	lam[1]	passed	0.847	0.00528
lam[2]	passed	1	0.2230	lam[2]	passed	0.858	0.00541
lam[3]	passed	1	0.2348	lam[3]	passed	0.904	0.00579
lam[4]	passed	1	0.0755	lam[4]	passed	0.841	0.00714
lam[5]	passed	1	0.0757	lam[5]	passed	0.809	0.00685
lam[6]	passed	1	0.0765	lam[6]	passed	0.795	0.00676
lam[7]	passed	1	0.3120	lam[7]	passed	0.775	0.00580
lam[8]	passed	1	0.3356	lam[8]	passed	0.779	0.00585
lam[9]	passed	1	0.3266	lam[9]	passed	0.793	0.00594
lam[10]	passed	1	0.3132	lam[10]	passed	0.771	0.00575
lam[11]	passed	1	0.7629	lam[11]	passed	0.800	0.00593
lam[12]	passed	1	0.7586	lam[12]	passed	0.873	0.00653
lam[13]	passed	1	0.8560	lam[13]	passed	0.888	0.00280
lam[14]	passed	1	0.8589	lam[14]	passed	0.749	0.00235
lam[15]	passed	1	0.8583	lam[15]	passed	0.983	0.00296
psiters[1]	passed	1	0.6655	psiters[1]	passed	1.264	0.00181
psiters[2]	passed	1	0.2660	psiters[2]	passed	2.056	0.00377
psiters[3]	passed	1	0.4326	psiters[3]	passed	3.026	0.00709
psiters[4]	passed	1	0.0564	psiters[4]	passed	1.564	0.00304
psiters[5]	passed	1	0.3353	psiters[5]	passed	1.689	0.00341
psiters[6]	passed	1	0.7750	psiters[6]	passed	1.747	0.00334
psiters[7]	passed	1	0.2119	psiters[7]	passed	1.488	0.00212
psiters[8]	passed	1	0.7938	psiters[8]	passed	1.604	0.00244
psiters[9]	passed	1	0.5312	psiters[9]	passed	2.119	0.00360
psiters[10]	passed	1	0.3311	psiters[10]	passed	1.251	0.00172
psiters[11]	passed	1	0.2382	psiters[11]	passed	1.243	0.00254
psiters[12]	passed	1	0.8307	psiters[12]	passed	2.261	0.00770
psiters[13]	passed	1	0.9075	psiters[13]	passed	2.141	0.00576
psiters[14]	passed	1	0.3017	psiters[14]	passed	1.774	0.00327
psiters[15]	passed	1	0.1086	psiters[15]	passed	1.246	0.00294

Şekil 5.21 Çalışmaya Ait Heidelberger Diyagramları(Devamı)

Şekil 5.19 - 5.21 incelendiğinde tüm zincirler ve tüm parametreler için durağanlığın sağlandığı görülmektedir. Benzer şekilde yine tüm parametreler için örneklemelerin istikrarlı olduğu yani yarı genişlik testini geçtiği görülmektedir.

Gelman'ın potansiyel ölçek azaltma faktörü (PSRF) testi, Geweke'nin ve Heidelberger - Welch'in testi gibi zincir içi yakınsamanın incelendiği testlerin aksine, zincirler arası yakınsamayı değerlendirir (Gelman vd., 2014). PSRF testi, zincirdeki parametre tahminlerini arasındaki varyanslarla aynı zincirdeki parametre tahminleri içindeki varyansları karşılaştırması açısından ANOVA testine benzerdir. Test gerçekleştirilirken incelenen değişkenin durağan ve normal dağılımdan geldiği varsayılır. Testte yakınsamanın gerçekleşebilmesi için öncelikle zincir içi başlangıç etkilerinden kurtularak, zincirler arası tüm değerlerin yakın olması istenir. Gelman'ın PSRF'si rassal olarak seçilen tek bir değişkene uygulanır. Testin uygulanabilmesi için zincir sayısının 1'den fazla olması gerekir. Yakınsamanın sağlanabilmesi için ise tahmin değerlerinin 1,1'den büyük olmaması gerekmektedir (Plummer vd., 2016; Evermann ve Tate, 2014). Test gerçekleştirilirken kullanılan denklemler Eşitlik 5.3, 5.4 ve 5.5'de verilmiştir (Evermann ve Tate, 2014).

$$B = \frac{n}{m-1} \sum_{j=1}^m (\Psi_{.j} - \Psi_{..})^2 \quad (5.3)$$

$$W = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left[ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Psi_{i.j} - \Psi_{.j})^2 \right] \quad (5.4)$$

$$PSRF = \sqrt{\frac{\frac{1}{n-1}W + \frac{1}{n}B}{W}} \quad (5.5)$$

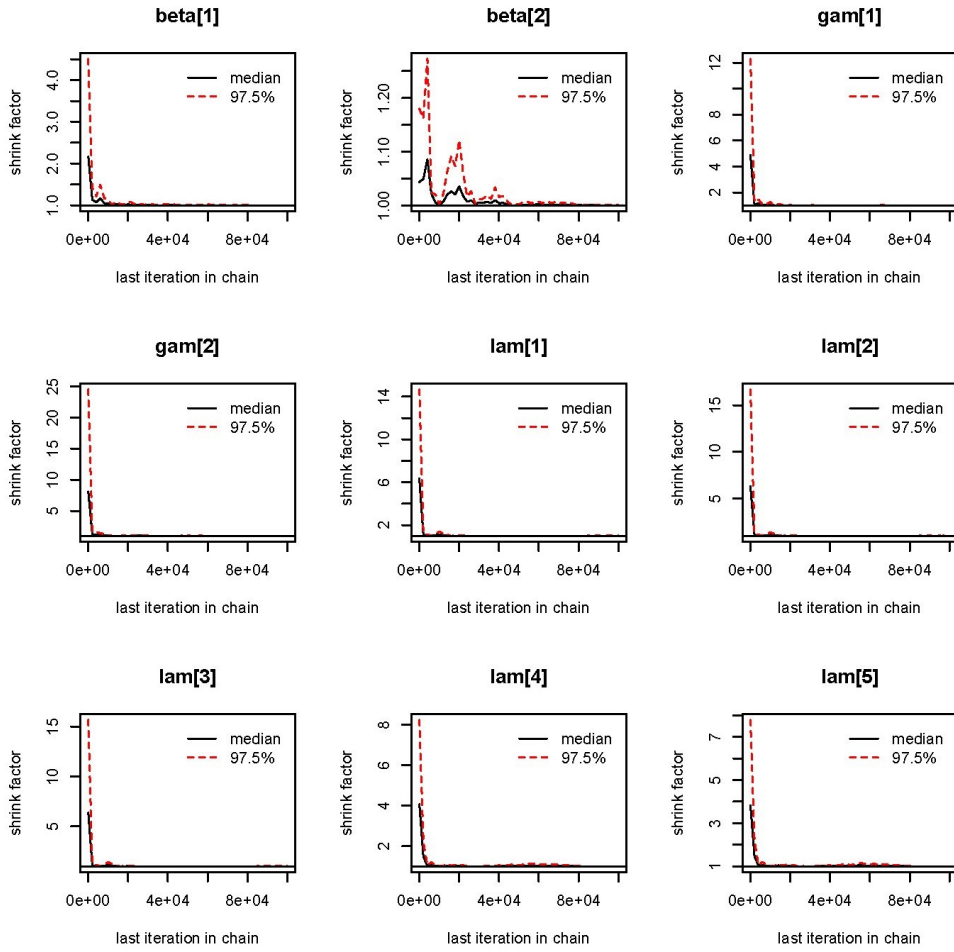
Eşitlik 5.3, 5.4 ve 5.5'de, B zincirler arası, W zincirler içi varyansı temsil etmektedir. Ayrıca zincirlerin sayısı m ile, zincirdeki örneklem sayısını n ile gösterilir.  $\Psi$  ise gizil değişkenlerin hatalarının kovaryans matrisini gösterir. Gelman'nın PSRF testi ile Çizelge 5.12'de 7. satırda hesaplanan sonuçlar Şekil 5.22'de verilmiştir.

Potential scale reduction factors:		
	Point est.	Upper C.I.
beta[1]	1.00	1.01
beta[2]	1.00	1.00
gam[1]	1.00	1.01
gam[2]	1.00	1.01
lam[1]	1.00	1.01
lam[2]	1.00	1.01
lam[3]	1.00	1.01
lam[4]	1.00	1.00
lam[5]	1.00	1.00
lam[6]	1.00	1.00
lam[7]	1.00	1.01
lam[8]	1.00	1.01
lam[9]	1.00	1.01
lam[10]	1.00	1.01
lam[11]	1.00	1.00
lam[12]	1.00	1.00
lam[13]	1.00	1.00
lam[14]	1.00	1.00
lam[15]	1.00	1.00
psiters[1]	1.00	1.00
psiters[2]	1.00	1.00
psiters[3]	1.00	1.00
psiters[4]	1.00	1.00
psiters[5]	1.00	1.00
psiters[6]	1.00	1.00
psiters[7]	1.00	1.00
psiters[8]	1.00	1.00
psiters[9]	1.00	1.00
psiters[10]	1.00	1.00
psiters[11]	1.00	1.00
psiters[12]	1.00	1.00
psiters[13]	1.00	1.00
psiters[14]	1.00	1.00
psiters[15]	1.00	1.00

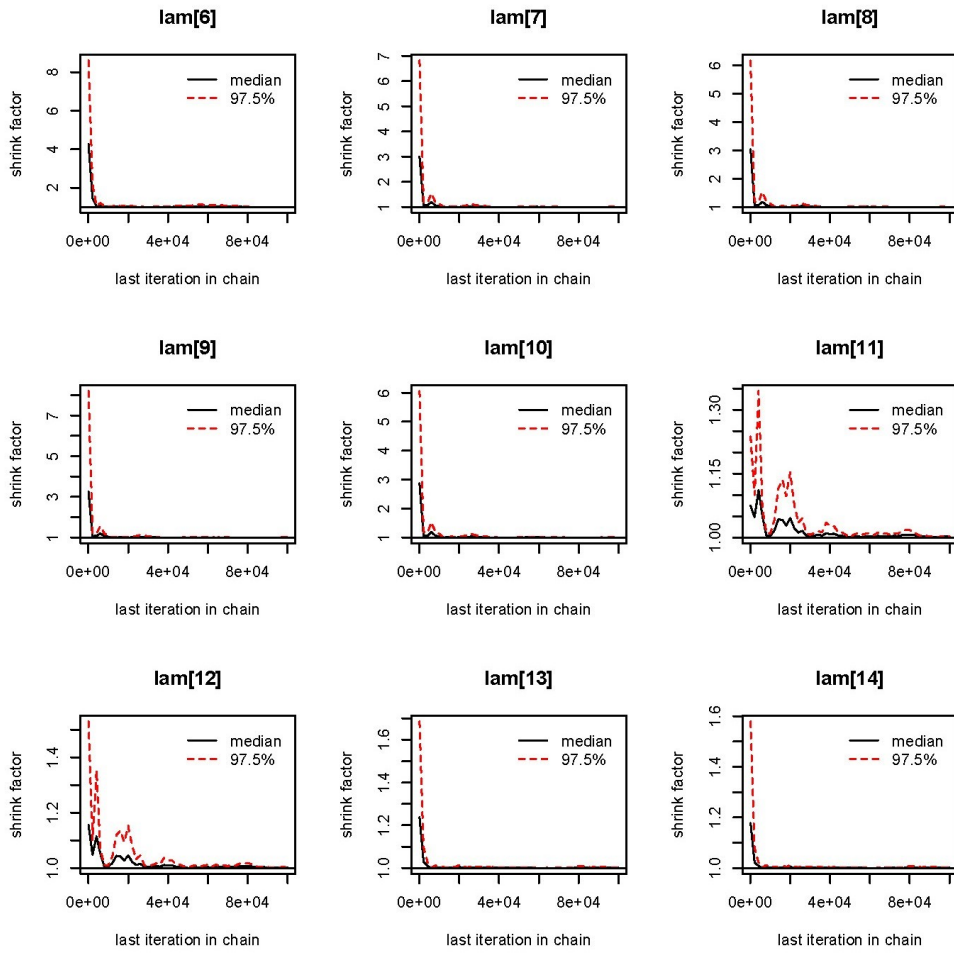
Şekil 5.22 Çalışmaya Ait Gelman ve Rubin Yakınsama Diyagramları

Çizelge incelendiğinde tüm parametreler için yakınsamanın sağlandığı görülmektedir.

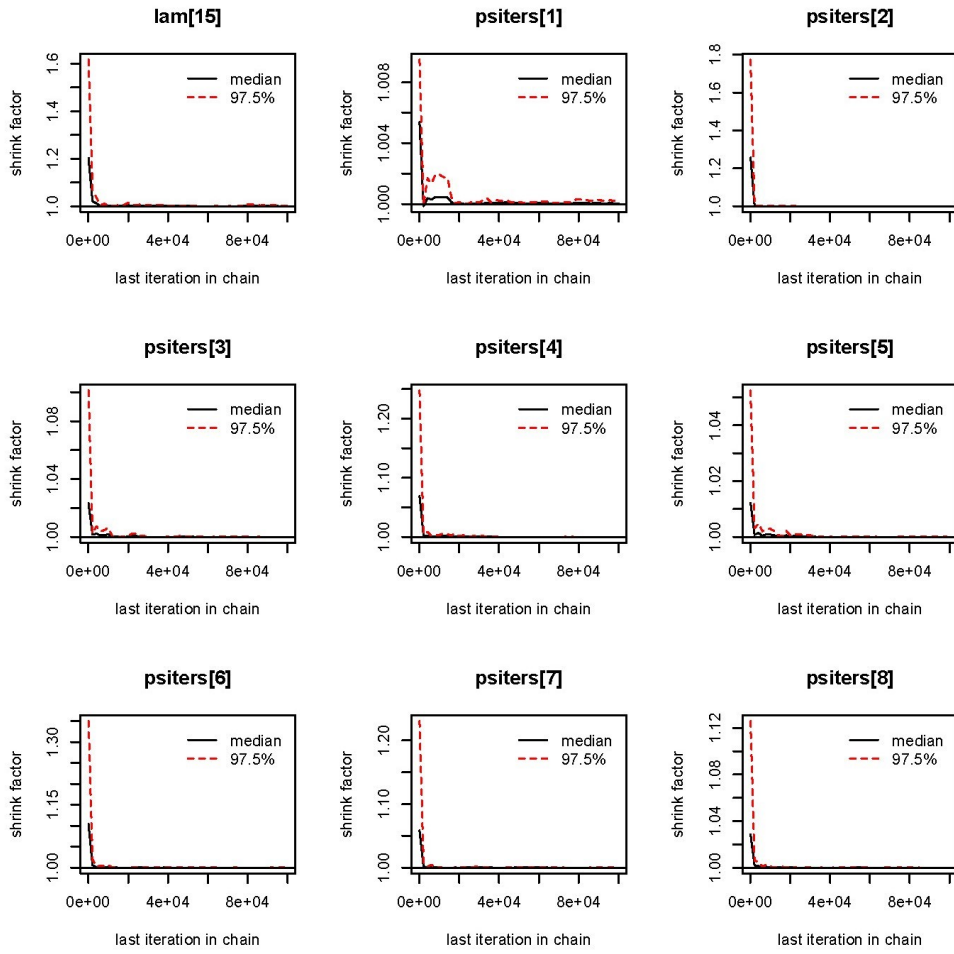
Bu tez çalışmasında, örneklemelerin yakınsamasının tespiti için kullanılan bir başka yöntem de Gelman ve Rubin'e ait olan grafiklere dayalı yöntemdir. Bu yöntemde bir grafik, tekrar sayısı arttıkça medyadaki ve %97,5 sınırındaki değişimi göstermektedir. Hesaplama yapılırken öncelikle zincir parçalara ayrılır. İlk parça zincirin ilk elemanından başlayarak n. elemana kadar devam ederken sonraki parçalar 1-2n, 1-3n, ... , şeklinde devam eder. Her parça için Gelman ve Rubin'in küçülme (shrink) faktörü hesaplanır (Brooks ve Gelman, 1998). Çalışmaya ait grafikler Çizelge 5.12'de 8. satır yardımıyla hesaplanmıştır ve sonuçlar Şekil 5.23 - 5.26'de verilmiştir. Şekil 5.23 - 5.26'deki grafikler incelendiğinde tüm parametreler için yakınsamanın sağlandığı açıkça görülmektedir.



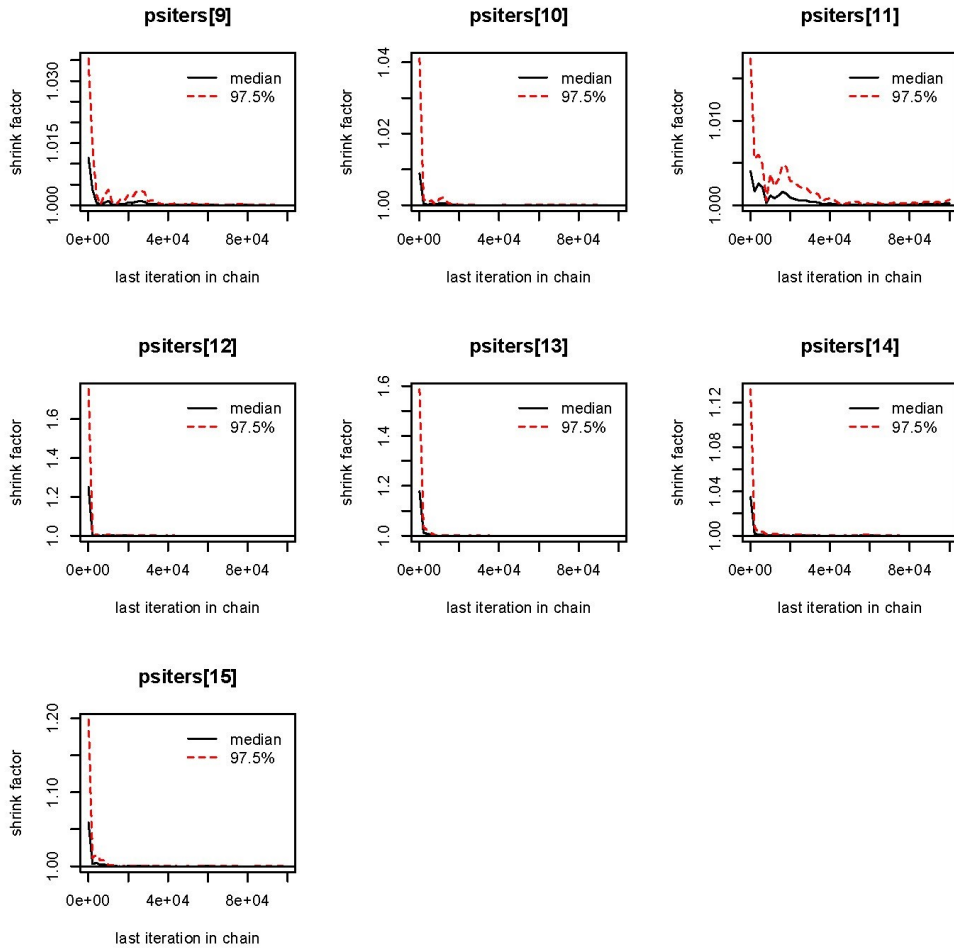
Şekil 5.23 Çalışmaya Ait Gelman ve Rubin Grafikleri



Şekil 5.24 Çalışmaya Ait Gelman ve Rubin Grafikleri(Devamı)



Şekil 5.25 Çalışmaya Ait Gelman ve Rubin Grafikleri(Devamı)



Şekil 5.26 Çalışmaya Ait Gelman ve Rubin Grafikleri(Devamı)

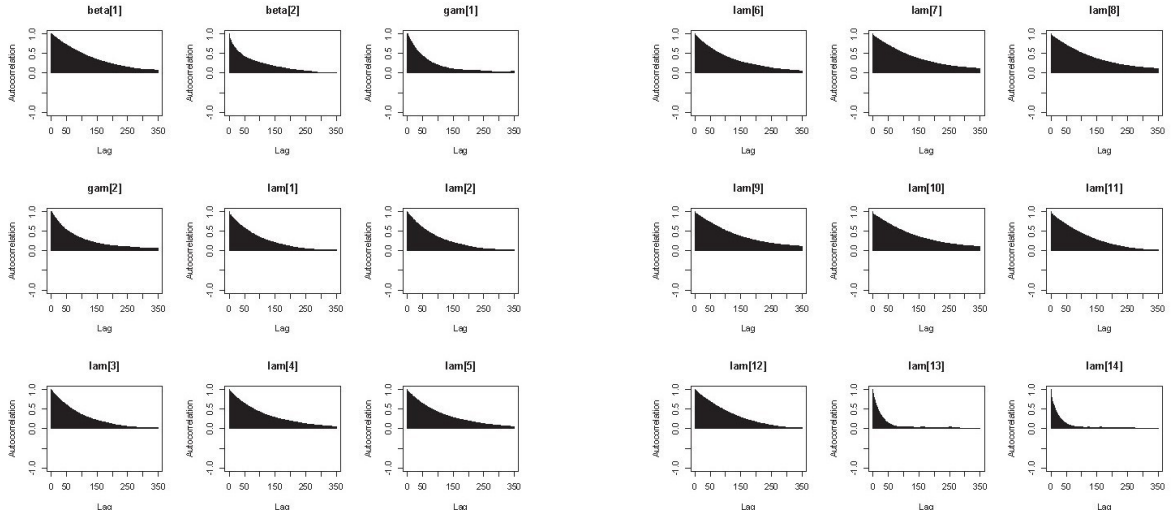
### 5.3. Adım: Otokorelasyonun belirlenmesi

MCMC’da hesaplanan örneklem art arda örneklemelerin doğası gereği birbirinden bağımsız olamaz ve bu sebepten dolayı büyük ihtimalle otokorelasyonludur. Parametre tahmininin temel varsayımlarından biri, gözlemlerin birbirinden bağımsız olmasıdır. Bu bağımsızlık sorununu gidermek için örneklemelere belirli şartlar altında inceltme (thin) yapılması gerekmektedir (Evermann ve Tate, 2014). İnceltme yapılabilmesi için her bir zincirdeki  $k$ . örneğin alınması gerekir. ‘ $k$ ’ değerini belirlenebilmesi için ise, örneklemin otokorelasyondan kaç gecikmede kurtulduğu bulunmaktadır. Daha sonra Raftery and Lewis’in testi yardımıyla  $k$  değeri için kesin bir belirleme gerçekleştirilir. Çizelge 5.12’de satır 9-10 yardımıyla her bir örneklem için farklı gecikme mesafelerinde her bir parametre için otokorelasyon değerleri hesaplanmış ve sonuçlar Şekil 5.27 ve Şekil 5.28 - 5.33’da verilmiştir.

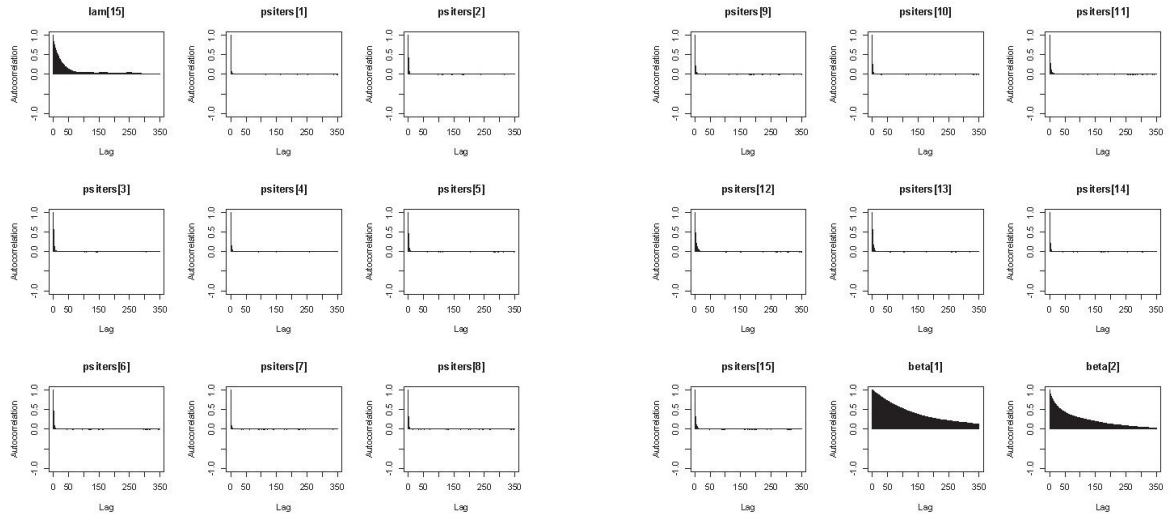


	beta[1]	beta[2]	gam[1]	gam[2]	lam[1]	lam[2]
Lag 0	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000
Lag 1	0.98975365	0.93723751	0.9828055	0.98684268	0.93938391	0.96305406
Lag 10	0.92971667	0.74420392	0.8423000	0.87864431	0.85984316	0.88177752
Lag 50	0.71112903	0.40898818	0.4477667	0.54247768	0.57857438	0.59257507
Lag 100	0.50580262	0.25895817	0.2222796	0.32296937	0.34702213	0.35541744
Lag 200	0.25672484	0.11784511	0.0711205	0.13683150	0.12582224	0.12810795
Lag 350	0.08346123	0.03350417	0.0153703	0.04966653	0.01781861	0.01840508
	lam[3]	lam[4]	lam[5]	lam[6]	lam[7]	lam[8]
Lag 0	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000
Lag 1	0.97675809	0.96303426	0.9632986	0.96320946	0.94472474	0.94958746
Lag 10	0.89439231	0.88869924	0.8887008	0.88871087	0.89630865	0.90053228
Lag 50	0.60158384	0.62923774	0.6286910	0.62953289	0.70258590	0.70555915
Lag 100	0.36089934	0.40684806	0.4058832	0.40717316	0.50310596	0.50536977
Lag 200	0.13025256	0.16902578	0.1687898	0.16962349	0.24265632	0.24271358
Lag 350	0.01762151	0.04852162	0.0489918	0.04869955	0.06864137	0.06818753
	lam[9]	lam[10]	lam[11]	lam[12]	lam[13]	lam[14]
Lag 0	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000
Lag 1	0.96223596	0.93409334	0.9492549	0.97542426	0.88213128	0.81794028
Lag 10	0.91315054	0.88634251	0.8890840	0.91366808	0.62586874	0.57866915
Lag 50	0.71541765	0.69506474	0.6685278	0.68713583	0.14721406	0.13520939
Lag 100	0.51253876	0.49772295	0.4671507	0.48007516	0.02887238	0.02681003
Lag 200	0.24611705	0.23962034	0.2298657	0.23646552	0.00335874	0.00190671
Lag 350	0.06993734	0.06726375	0.0654215	0.06600198	-0.00277428	-0.00320389
	lam[15]	psiters[1]	psiters[2]	psiters[3]	psiters[4]	
Lag 0	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	
Lag 1	0.83584775	0.31195431	0.4313163	0.55531659	0.45498697	
Lag 10	0.58879347	-0.00099288	0.0073931	0.00626024	0.00688029	
Lag 50	0.13870026	-0.00099588	0.0024521	0.00067277	0.00123973	
Lag 100	0.02840666	0.00319954	0.0021806	0.00138796	-0.00010629	
Lag 200	0.00125368	0.00227625	0.0008616	-0.00049436	0.00405917	
Lag 350	-0.00621521	-0.00427981	-0.0029355	-0.00122809	0.00096101	
	psiters[5]	psiters[6]	psiters[7]	psiters[8]	psiters[9]	
Lag 0	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	
Lag 1	0.45998315	0.44943136	0.2774678	0.30751905	0.36723611	
Lag 10	0.00843598	0.01053006	0.0046994	0.00278639	0.00601689	
Lag 50	-0.00101151	0.00163065	0.0020198	0.00325479	0.00463018	
Lag 100	-0.00367225	0.00448115	0.0046685	0.00066084	-0.00025802	
Lag 200	-0.00589716	0.00113962	-0.0014160	0.00108385	-0.00120227	
Lag 350	-0.00227511	0.00044961	0.0013329	0.00150129	0.00018669	
	psiters[10]	psiters[11]	psiters[12]	psiters[13]	psiters[14]	psiters[15]
Lag 0	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000
Lag 1	0.25741008	0.42035662	0.6335943	0.56751804	0.38934110	0.50751020
Lag 10	0.00070577	0.02790492	0.0608633	0.02720636	0.00956334	0.02284439
Lag 50	-0.00058013	-0.00227945	0.0001776	0.00209611	0.00061894	0.00466989
Lag 100	0.00260827	-0.00193149	-0.0022965	-0.00185578	0.00184131	-0.00214907
Lag 200	-0.00296823	0.00395495	-0.0004756	0.00009251	0.00015462	0.00125334
Lag 350	0.00022237	-0.00043289	-0.0055719	-0.00288845	-0.00119168	-0.00254982

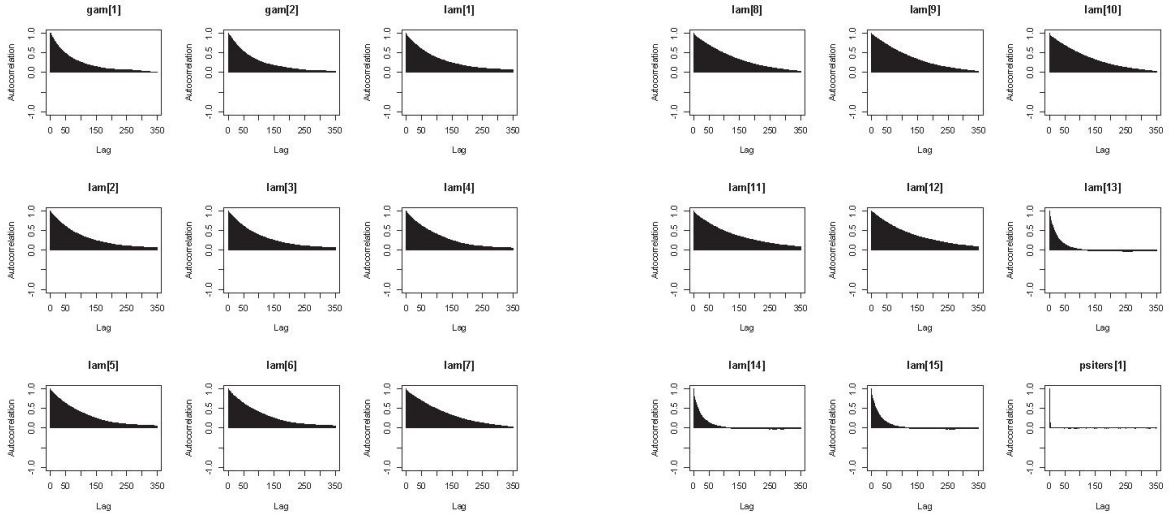
Şekil 5.27 Çalışmaya Ait Otokorelasyon Diyagramları



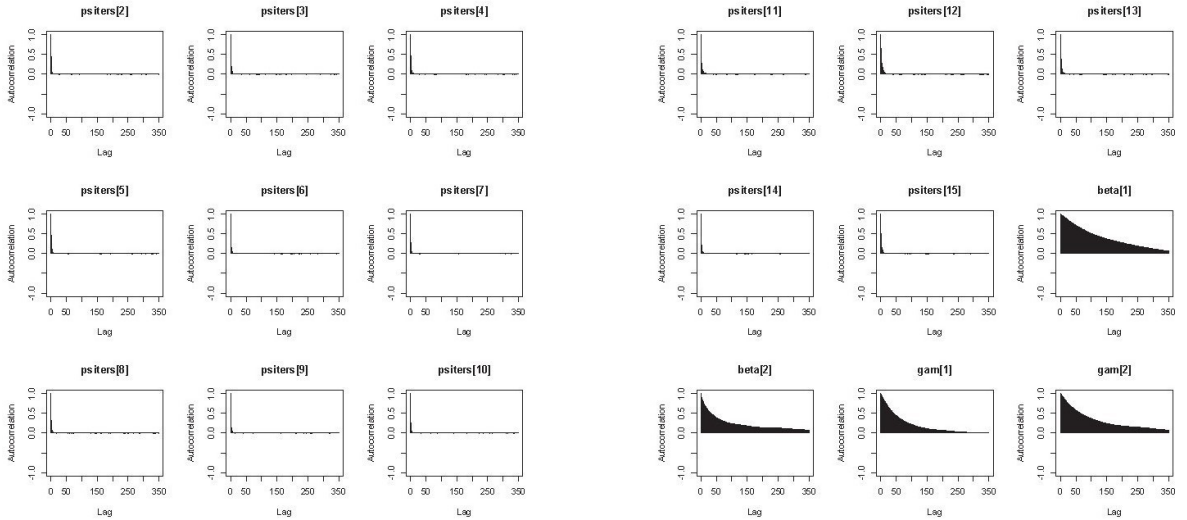
Şekil 5.28 Çalışmaya Ait Otokorelasyon Grafikleri



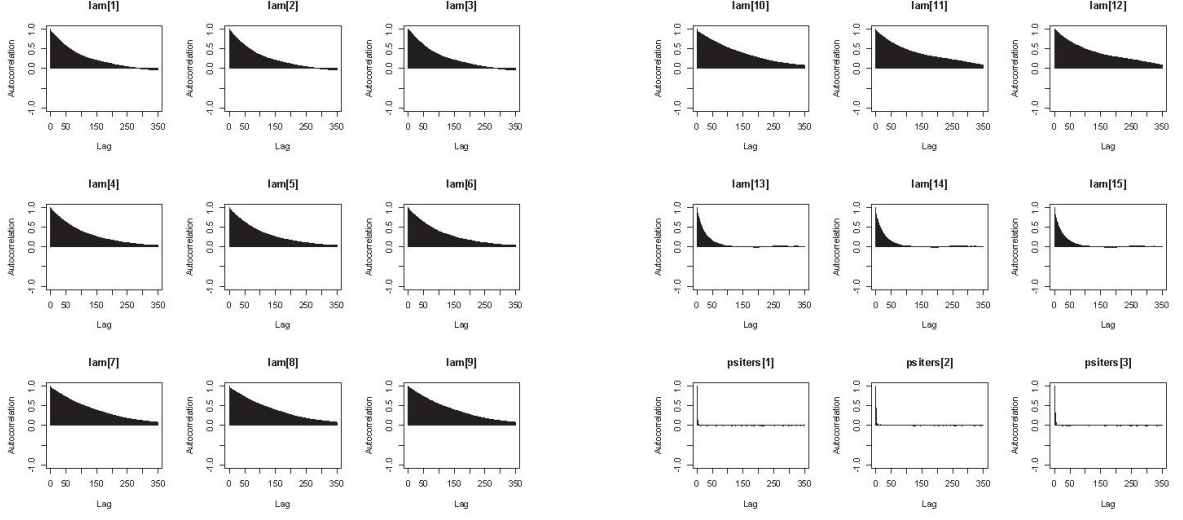
Şekil 5.29 Çalışmaya Ait Otokorelasyon Grafikleri(Devamı)



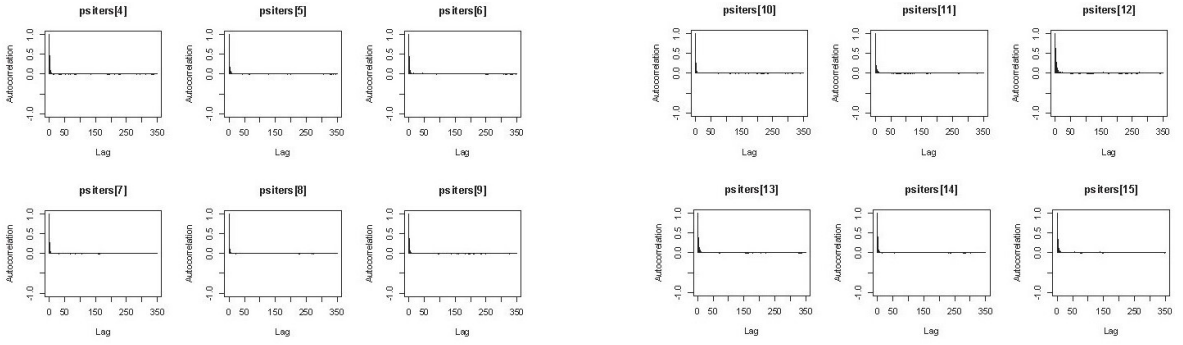
Şekil 5.30 Çalışmaya Ait Otokorelasyon Grafikleri(Devamı)



Şekil 5.31 Çalışmaya Ait Otokorelasyon Grafikleri(Devamı)



Şekil 5.32 Çalışmaya Ait Otokorelasyon Grafikleri(Devamı)



Şekil 5.33 Çalışmaya Ait Otokorelasyon Grafikleri(Devamı)

Şekil 5.27 ve 5.28 - 5.33 incelendiğinde tüm parametreler için 350. gecikmede otokorelasyonun giderildiği görülmektedir Bunun yanı sıra göz ardı edilebilecek gecikme değerini (k) belirleyebilmek için Raftery and Lewis testi kullanılmıştır (Raftery ve Lewis, 1992; Raftery ve Lewis, 1995; Plummer vd., 2016). Bu Test Çizelge 5.12’de 11. satır yardımıyla hesaplanmış ve elde edilen sonuçlar Şekil 5.34 - 5.36’de verilmiştir.

```

[[1]]
Quantile (q) = 0.5
Accuracy (r) = 0.05
Probability (s) = 0.95

```

	Burn-in (M)	Total (N)	Lower bound (Nmin)	Dependence factor (I)
beta[1]	484	61600	385	160.00
beta[2]	252	32424	385	84.20
gam[1]	217	28644	385	74.40
gam[2]	350	41250	385	107.00
lam[1]	368	46414	385	121.00
lam[2]	392	46991	385	122.00
lam[3]	392	49294	385	128.00
lam[4]	440	57090	385	148.00
lam[5]	472	58469	385	152.00
lam[6]	472	56758	385	147.00
lam[7]	460	55936	385	145.00
lam[8]	423	52875	385	137.00
lam[9]	432	51984	385	135.00
lam[10]	468	58136	385	151.00
lam[11]	500	60000	385	156.00
lam[12]	506	62008	385	161.00
lam[13]	108	13626	385	35.40
lam[14]	105	14469	385	37.60
lam[15]	100	13700	385	35.60
psiters[1]	6	918	385	2.38
psiters[2]	8	1000	385	2.60
psiters[3]	9	1482	385	3.85
psiters[4]	9	1356	385	3.52
psiters[5]	9	1419	385	3.69
psiters[6]	9	1359	385	3.53
psiters[7]	6	940	385	2.44
psiters[8]	9	1275	385	3.31
psiters[9]	9	1383	385	3.59
psiters[10]	6	920	385	2.39
psiters[11]	12	1792	385	4.65
psiters[12]	16	2240	385	5.82
psiters[13]	12	1948	385	5.06
psiters[14]	9	1347	385	3.50
psiters[15]	12	1530	385	3.97

Şekil 5.34 Çalışmaya Ait Raftery ve Lewis Diyagramları

```

[[2]]
Quantile (q) = 0.5
Accuracy (r) = 0.05
Probability (s) = 0.95

```

	Burn-in (M)	Total (N)	Lower bound (Nmin)	Dependence factor (I)
beta[1]	512	62912	385	163.00
beta[2]	265	35563	385	92.40
gam[1]	320	37080	385	96.30
gam[2]	288	35712	385	92.80
lam[1]	328	41246	385	107.00
lam[2]	369	44280	385	115.00
lam[3]	387	46827	385	122.00
lam[4]	384	47520	385	123.00
lam[5]	360	46890	385	122.00
lam[6]	384	48864	385	127.00
lam[7]	480	57360	385	149.00
lam[8]	464	55970	385	145.00
lam[9]	450	55350	385	144.00
lam[10]	448	56616	385	147.00
lam[11]	477	58565	385	152.00
lam[12]	504	60872	385	158.00
lam[13]	95	12882	385	33.50
lam[14]	102	11934	385	31.00
lam[15]	108	12654	385	32.90
psiters[1]	6	906	385	2.35
psiters[2]	8	1010	385	2.62
psiters[3]	9	1488	385	3.86
psiters[4]	9	1374	385	3.57
psiters[5]	9	1428	385	3.71
psiters[6]	9	1380	385	3.58
psiters[7]	9	1272	385	3.30
psiters[8]	9	1329	385	3.45
psiters[9]	9	1341	385	3.48
psiters[10]	9	1287	385	3.34
psiters[11]	15	2195	385	5.70
psiters[12]	20	2565	385	6.66
psiters[13]	12	1908	385	4.96
psiters[14]	9	1326	385	3.44
psiters[15]	12	1860	385	4.83

Şekil 5.35 Çalışmaya Ait Raftery ve Lewis Diyagramları(Devamı)

```

[[3]]
Quantile (q) = 0.5
Accuracy (r) = 0.05
Probability (s) = 0.95

```

	Burn-in (M)	Total (N)	Lower bound (Nmin)	Dependence factor (I)
beta[1]	500	59150	385	154.00
beta[2]	225	30645	385	79.60
gam[1]	231	30162	385	78.30
gam[2]	368	43654	385	113.00
lam[1]	328	39483	385	103.00
lam[2]	324	40284	385	105.00
lam[3]	342	41420	385	108.00
lam[4]	369	43255	385	112.00
lam[5]	360	46305	385	120.00
lam[6]	396	49104	385	128.00
lam[7]	513	62244	385	162.00
lam[8]	520	66508	385	173.00
lam[9]	540	65340	385	170.00
lam[10]	531	63720	385	166.00
lam[11]	420	54300	385	141.00
lam[12]	440	56320	385	146.00
lam[13]	100	13960	385	36.30
lam[14]	108	12798	385	33.20
lam[15]	100	13200	385	34.30
psiters[1]	6	912	385	2.37
psiters[2]	8	1006	385	2.61
psiters[3]	12	1515	385	3.94
psiters[4]	9	1389	385	3.61
psiters[5]	9	1401	385	3.64
psiters[6]	9	1398	385	3.63
psiters[7]	6	922	385	2.39
psiters[8]	9	1332	385	3.46
psiters[9]	8	1036	385	2.69
psiters[10]	6	932	385	2.42
psiters[11]	12	1820	385	4.73
psiters[12]	20	2595	385	6.74
psiters[13]	12	1904	385	4.95
psiters[14]	6	992	385	2.58
psiters[15]	12	1896	385	4.92

Şekil 5.36 Çalışmaya Ait Raftery ve Lewis Diyagramları(Devamı)

Şekil 5.34 - 5.36'de ilk sütun (M), atılacak yanma (Burn-in) örneklem sayısını, ikinci sütun (N), yakma periyodu atıldıktan sonra kalan örneklem sayısını ve son sütun (Bağımlılık Faktörü I) ise, otokorelasyon ile ilgili tahmin edilen k değerini verir. Otokorelasyon (bağımlılık faktörü) ne kadar yüksekse, gerekli örneklem sayısının o kadar fazladır. Üçüncü sütun (Nmin), parametre tahminlerinin güvenilir olması için gerekli minimum örneklem büyüklüğünü verir. Bu tez çalışmasında, bazı parametreler yüksek otokorelasyon sahip olduğundan oldukça büyük bir örneklem boyutuna ihtiyaç duymaktadır. Tüm zincirler ve parametreler için ortak gecikme değeri 175, yakma periyodu iterasyonu 550 ve minimum örneklem büyüklüğü 385 olarak belirlenmiştir.

#### 5.4. Adım: Parametrelerin tahmini

Parametre tahmini yapabilmek için öncelikle zincirlerden yakma periyodu iterasyonları atılır, daha sonra zincirin kalan kısmından her bir k. eleman seçilerek otokorelasyondan arındırılır. Böylece yakınsama için gereksiz örneklem periyodu atılmış, belirli bir değere yakınsamış ve otokorelasyonsuz bir sonsal örneklem elde edilmiş olur.

Bir önceki adım yardımıyla ilk 550 yineleme yakma periyodu yinelemesi olarak atılır. Daha sonra  $k=175$  seçilerek her bir 175. yineleme örneklem birimi olarak alınır. Bu şartlar altında örneklemin sayısı  $(100000 - 550)/175 \cong 569$  olarak hesaplanır, yani her bir parametre için her zincirde 569 örneklem birimi elde edilir. Bu örneklem büyüklüğü gerekli minimum örneklem büyüklüğü olan 385'i geçtiği için yeterlidir.

Çalışmada elde edilen inceltilmiş örneklem için PPP değeri hesaplanmıştır. PPP değerinin hazır paket programlar (Amos, Mplus vb.) ya da R aracılığı ile hesaplanması mümkündür. Fakat R'da bu değer otomatik olarak hesaplayan bir paket bulunmamaktadır. Bu nedenle bu değer Evermann and Tate (Evermann ve Tate, 2014) çalışmasında olduğu gibi matematiksel denklemler aracılığı ile hesaplanabilir. Bu çalışmada PPP değeri 0,08 olarak bulunmuştur. Muthen and Asparouhov (Muthen ve Asparouhov, 2012)'a göre kabul edilebilir bir uyumun söz konusu olması için bu değer 0,05'den büyük olması yeterlidir.

Tüm adımlar başarılı bir şekilde tamamlandıktan sonra elde edilen inceltilmiş (thinned) örneklem parametre tahmini için kullanılabilir. Çizelge 5.12'de öncelikle 12. satır yardımıyla inceltilmiş örneklem oluşturulur ve ardından 13. satır yardımıyla parametre tahminleri elde edilir. Benzer şekilde Çizelge 5.12'de satır 14-19 yardımıyla 2. zincir, 3. zincir ve üç zincirin ortalaması için inceltilmiş örneklem ve tahminler elde edilir. Elde edilen parametre tahminleri Çizelge 5.13'de verilmiştir.



Çizelge 5.13 Tahmin Sonuçlarının Karşılaştırılması

	<b>RML Tahmini</b>	<b>Önsel Bilgiler</b>		<b>Bayesci 1. Zincir</b>		<b>Bayesci 2. Zincir</b>		<b>Bayesci 3. Zincir</b>		<b>Bayesci Ortalama</b>	
<b>Parametre</b>	<b>Tahmin</b>	<b>Tahmin</b>	<b>SS</b>	<b>Tahmin</b>	<b>SS</b>	<b>Tahmin</b>	<b>SS</b>	<b>Tahmin</b>	<b>SS</b>	<b>Tahmin</b>	<b>SS</b>
<b>AK1</b>	0,78	0,8126	0,0064	0,8431	0,05738	0,8484	0,06259	0,8439	0,06296	0,8451	0,06103
<b>AK2</b>	0,92	0,8403	0,0068	0,8515	0,05926	0,8584	0,06408	0,8537	0,06233	0,8545	0,06196
<b>AK3</b>	0,93	0,8271	0,008	0,8983	0,06233	0,9036	0,06598	0,9001	0,06572	0,9007	0,06470
<b>AKK1</b>	0,76	0,818	0,0049	0,8390	0,05960	0,8384	0,06005	0,8445	0,06051	0,8407	0,06009
<b>AKK2</b>	0,79	0,814	0,0075	0,8072	0,05765	0,8053	0,05791	0,8113	0,05835	0,8079	0,05799
<b>AKK3</b>	0,75	0,8274	0,0052	0,7928	0,05653	0,7912	0,05717	0,7972	0,05666	0,7937	0,05681
<b>T1</b>	0,77	0,8291	0,0076	0,7750	0,04896	0,7720	0,04728	0,7747	0,05123	0,7739	0,04917
<b>T2</b>	0,72	0,8188	0,0113	0,7773	0,04929	0,7755	0,04749	0,7791	0,05144	0,7773	0,04943
<b>T3</b>	0,82	0,7921	0,009	0,7917	0,04982	0,7908	0,04767	0,7931	0,05219	0,7919	0,04991
<b>T4</b>	0,79	0,8087	0,0084	0,7696	0,04838	0,7687	0,04640	0,7701	0,05116	0,7695	0,04866
<b>N1</b>	0,77	0,8356	0,0067	0,7983	0,06183	0,8016	0,06561	0,7991	0,06014	0,7996	0,06255
<b>N2</b>	0,83	0,8422	0,0082	0,8717	0,06778	0,8752	0,07070	0,8734	0,06567	0,8735	0,06806
<b>D1</b>	0,83	0,85	0,0084	0,8900	0,06762	0,8831	0,06166	0,8899	0,06619	0,8877	0,06525
<b>D2</b>	0,74	0,8431	0,0066	0,7514	0,05796	0,7460	0,05470	0,7522	0,05674	0,7499	0,05652
<b>D3</b>	0,92	0,8094	0,0092	0,9866	0,07329	0,9782	0,06735	0,9863	0,07187	0,9837	0,07095
<b>AK-&gt;T</b>	0,4	0,5244	0,0277	0,4526	0,07827	0,4549	0,08667	0,4541	0,08379	0,4539	0,08294
<b>AKK-&gt;T</b>	0,55	0,3697	0,0227	0,6476	0,07722	0,6487	0,07942	0,6499	0,08319	0,6487	0,07994
<b>T-&gt;N</b>	0,89	0,5521	0,0437	0,9106	0,08297	0,9053	0,08421	0,9093	0,08559	0,9084	0,08425
<b>N-&gt;D</b>	0,52	0,4691	0,0377	0,4504	0,05040	0,4541	0,04680	0,4505	0,04847	0,4517	0,04858

Çizelge 5.13 incelendiğinde çizelgenin ikinci sütununda öncelikle ML/RML yöntemlerine göre elde edilen parametre tahminleri yer almaktadır. ML/RML tahminleri sıklıkçı tahmin yöntemlerinden olduğu için önsel bilgi kullanılmadığına dikkat edilmelidir. Çizelge 5.13’de üçüncü sütunda Bayesci yöntemine göre elde edilen önsel bilgilere yer verilmiştir. Bayesci tahmin yöntemi yardımıyla 1. 2. ve 3. zincirden elde edilen tahminler sırasıyla verilmiştir. Son sütunda ise tüm zincirlerin aynı anda değerlendirildiğinde elde edilen parametre tahminlerine yer verilmiştir. Burada, her bir gözlenen değişken le gizil değişken arasındaki ilişki parametreleri ( $\lambda$ )’ne ait tahminler, dışsal gizil değişkenler ile içsel gizil değişkenler arasındaki ilişki parametrelerine ( $\gamma$ ) ait tahminler ve içsel gizil değişkenler arasındaki ilişkileri parametrelerine ( $\beta$ ) ait tahminlerine yer verilmiştir.

Çizelge 5.13’de, ML/RML sonuçları BYEM sonuçları ile karşılaştırıldığında parametre tahminleri arasında kayda değer farklar olduğu gözlemlenmiştir. Örneğin AK1 ( $\lambda_{AK1}$ )’ye ilişkin parametre tahmin değeri için, ML/RML 0,78 iken, BYEM birinci zincirde 0,81’dir. BYEM’de üç zincir için de tahmin sonuçları birbirine yakın çıkmıştır (Ör: T1 için BYEM 1.zincir 0,7750, BYEM 2.zincir 0,7720, BYEM 3.zincir 0,7747). Bu sonuçlar, BYEM’de 1.zincirde sonuçların yakınsadığını göstermektedir. BYEM zincirleri için tahminlerin standart sapmaları değerlendirildiğinde bu standart sapmalar birbirine oldukça yakın çıkmıştır (Ör: D1 için BYEM 1.zincir SS 0,06762, BYEM 1.zincir SS 0,06166, BYEM 1.zincir SS 0,06619 hesaplanmıştır). Sadece gizil değişkenler arasındaki parametreler incelendiğinde öncel bilgilere göre BYEM zincir tahminleri arasında büyük farklar çıkmıştır (Ör: T->N için önsel bilgiler de yol 0,5521 iken BYEM 1.zincir 0,9106’dır).

Tezin bir sonraki bölümünde önerilen araştırma modeli tahmin yöntemlerine göre yorumlanmış ve gelecek çalışmalar için Bayesci tahmin yöntemini kullanacak araştırmacılara Bayesci yöntemde karşılaşılabilecek sorunlarla ilgili çözüm önerileri sunulmuştur.

## 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında sıklıkçı tahmin yöntemlerinden olan ML/RML yöntemi ve Bayesci yöntem yardımıyla Edevlet portalına ilişkin Teknoloji Kabul Modeli (TKM) test edilmiştir. Çalışmada TKM test edilirken Bayesci yöntemin uygulanabilirliğini göstermek amaçlanmıştır. Aynı zamanda Bayesci yöntem ve diğer yöntemlerin birbirine göre üstünlüklerini göstermek amacıyla klasik tahmin yöntemleri de kullanılarak sonuçların karşılaştırılması sağlanmıştır. Çalışma sonuçları değerlendirilirken parametre tahminlerinden ziyade tahmin yöntemlerine odaklanılmıştır. Bu nedenle öncelikle ML, RML ve Bayesci tahmin yöntemleri anlatılmış sonrasında ise bir uygulama yardımıyla bu yöntemler ile parametre tahmini yapılmıştır. Son olarak Bayesci tahmin yöntemleri adımları anlatılmıştır ve uygulamada karşılaşılan sorunlarla ilgili araştırmacılara çözüm önerilerinde bulunulmuştur.

Bu tez çalışmasında BYEM kavramları için genel bir bakış oluşturularak BYEM hesaplamaları ile ilgili ayrıntılara yer verilmiştir. Bu tez çalışması tam bir YEM modelinin (ölçüm ve yapısal modeli içeren) Bayesci yöntem kullanarak detaylı tahminini yapan az sayıda çalışmadan biridir. Ayrıca bu çalışmada araştırmacıların BYEM'i kolay bir şekilde uygulayabilmeleri için BYEM hesaplamaları adımlara ayrılmış ve bu adımlar detaylı bir şekilde anlatılmıştır. Çalışmada klasik tahmin yöntemlerinde karşılaşılan, az sayıda veri söz konusu olması, karmaşık modeller, asimptotik varsayımların geçerli olmaması, modelin yanlış belirlenmesi, değişkenlerin ölçümleri farklı olması veya kayıp verili gözlenen değişkenlerin olması gibi problemler de Bayesci yöntem kullanılabileceği vurgulanmıştır.

Çalışmada hipotez testi sonuçları, Bayesci ve parantez içinde verilen ML/RML yöntemlerine göre incelenmiştir. Buna göre Algılanan Kullanışlılık ile Tutum arasındaki ilişkinin varlığını ve yönünü sorgulayan H1 hipotezi desteklenmiştir ve bu faktörler arasında pozitif yönlü ve 0,45 (0,40) birimlik bir ilişki görülmüştür. Bu hipotezin desteklenmesinin anlamı portalın kullanışlı olduğuna dair algının artmasının portalın kullanımına ilişkin olumlu tutumun artmasına yol açtığıdır. Algılanan Kullanım Kolaylığı ile Tutum arasındaki ilişki incelendiğinde, H2 hipotezinin desteklendiği görülmektedir. Portalın kullanımındaki kolaylık, tutum üzerinde anlamlı bir etkiye sahiptir ve bu faktörler arasındaki ilişki 0,65 (0,55) birimdir. Yani Kullanım Kolaylığı arttıkça olumlu Tutum artmaktadır. H3 hipotezi Tutumun Niyet üzerindeki etkisini ölçmektedir ve desteklenmiştir. Yani, Tutum ile Niyet arasında anlamlı bir ilişki olduğu bulunmuştur. Bu ilişki pozitif yönlü ve 0,91 (0,89) birimdir. Böylece katılımcıların tutumlarının %91 gibi yüksek bir oranla

niyete dönüştüğü söylenebilir. Son olarak bu hipotezin de değerlendirildiğinde, H4 hipotezinin desteklendiği görülmektedir. Kullanıcıların niyetlerinin %45'i (0,52) davranışa dönüşmektedir.

Tez çalışmasında tahmin sonuçları değerlendirildiğinde ML yöntemine göre model uyumsuz bulunmuştur. Bunun nedeni ML tahmin yönteminin varsayımlarının sağlanamamasıdır. Dolayısıyla ML tahmin yöntemi yerine RML tahmin yöntemi tercih edilmiştir. RML tahmin yöntemi ile Bayesci yöntem karşılaştırıldığında belirgin farklar ortaya çıkmıştır. Önsel bilgiler ışığında bu yöntemlere göre parametre tahminleri karşılaştırıldığında Bayesci yöntem sonuçlarının literatürle daha uyumlu olduğu bulunmuştur.

Genel bir bakış açısıyla değerlendirildiğinde, sıklıkçı yöntemlere kıyasla örneklem temelli Bayesci yaklaşımın avantajları arasında birkaç özellik öne çıkmıştır. Bu özellikler; (i) Daha iyi sonuçlar elde etmek için daha önce yapılan çalışmalardan önsel bilgi kullanımına izin vermesi, (ii) gizli değişkenlerin tahminlerinin üretilmesi, (iii) küçük örneklerde daha güvenilir sonuçlar elde edilmesi (Dunson, 2000; Lee & Song, 2004a; Schines, Hoijtink, & Boomsma, 1999), (iv) örneklem verilerinin ölçekten bağımsız olması olarak sıralanabilir.

Bayesci yöntem bu tez çalışmasında yapısal ilişkilerin doğrusal olduğu varsayımıyla uygulanmıştır. Gelecek, çalışmalarda BYEM, bu yapısal ilişkilerin doğrusal olmadığı düşünülerek de kullanılabilir ve BYEM'in performansı çeşitli koşullarda simülasyon çalışmaları yardımıyla karşılaştırılabilir. Ayrıca bu koşullarda sıklıkçı yöntemlerin performansları ile Bayesci yöntemin performansı ile ilgili karşılaştırma yapılabilir. BYEM günümüzde popüler olan yöntemlerdendir, fakat gizil ilişkileri test edebilmek için tam olarak pratik değildir. Yeni geliştirilecek bir yazılımla ya da R gibi açık kaynak kodlu programlarda bir prosedürün geliştirilmesiyle BYEM'in kullanımı daha pratik hale getirilebilir. Aynı zamanda, bu tez çalışmasında sonsal dağılımdan örneklem çekebilmek için Gibbs örnekleme kullanılmıştır. İlerleyen çalışmalarda farklı örnekleme yöntemleri kullanılarak çalışma genişletebilir.

Bayesci tahmin yöntem uygulaması yapmayı düşünen araştırmacılar uygulama bölümündeki adımlarda bir takım sorunlarla karşılaşabilirler. Bu adımlara göre bu sorunların çözüm önerileri aşağıdaki şekildedir.

Çalışma öncesinde öneriler: (i) Kovaryans modellerinde ve kısmi en küçük kareler modellerinde (çok değişkenli modeller, eksik tanımlanmış modeller, sürekli olmayan yada kayıp değere sahip değişkenli modeller) gibi varsayımları sağlamayan durumlarda Bayesci yöntem kullanılabilir. (ii) parametreler hakkında önsel bilgi olduğunda ve/yada örneklem

boyutu küçük olduğunda Bayesci yöntem kullanılabilir. (iii) Bayesci tahmin yapmak için daha önce yapılan benzer çalışmalardan önsel bilgi oluşturmak için Meta analizi önemli ve kullanışlı bir araç olabilir. (iv) Bayesci tahmin yapılırken OpenBUGS ve R ikilisinin kullanılması önerilmektedir. Çünkü bu ikili esnek, genişletilebilir, ücretsiz kullanılabilir, açık kaynak kodlu, programlar arası iletişimi mümkün ve kodlar yardımıyla kontrol edilebilir.

1. adım için öneriler: Araştırmacılar SAS ve/veya WinBUGS programını kullanmaya aşına ise bu programlardan oluşan ilişkiyi seçmeleri avantaj sağlayabilir. SAS kullanılırsa MCMC ve Gibbs örnekleme kullanarak oluşturulan örneklemelerin Rodney Sparapani oluşturduğu Zhang vd. geliştirdiği (Zhang vd., 2008)'nin SAS Makrosu aracılığı ile özetlenmesini sağlanabilir.

2. adım için öneriler: Çalışmada fazladan kodlar yazılarak OpenBUGS'ın "Batch Mode" özelliği yardımıyla R programı üzerinden analizler gerçekleştirilebilir.

3. ve 4. adım için öneriler: (i) Önsel bilgiler için literatür detaylı bir şekilde özenle incelenmelidir. (ii) Önsel bilgiler bilgi içermeyecek şekilde seçilebilir. Bilgi içermeyen önseller sıfır hipotezini yansıtabilecek şekilde "etkisiz" seçilmelidir (Ör: regresyon için  $\beta$  katsayılarının 0 seçilmesi). (iii) Modeli OpenBUGS dilinde ifade ederken hata yapmamak için, önerilen modelin matematiksel denklemlerle ifade edilmesi avantaj sağlayabilir. (iv) OpenBUGS sonuçlarını doğrudan kullanmadan önce örneklemelerin kullanılmaya değer olup olmadığı incelenmelidir.

5. adım için öneriler: (i) En az 3 zincir kullanılması önerilir. (ii) Örneklem hacminin en az 5000 seçilmesi önerilir. (iii) Başlangıç değerlerini seçmek yakınsama hızını arttırdığı için avantajlı olabilir. (iv) Tüm zincirlerin yakınsandığına ve durağanlığının sağlandığına emin olunmalıdır. (v) Yakınsaklığı değerlendirmek için Geweke (Geweke, 1992) ve Gelman'ın PSRF testi kullanılabilir. (vi) Durağanlık Heidelberger ve Welch (Heidelberger ve Welch, 1983) testi ile değerlendirilebilir. (vii) Sonuçlar yorumlanmadan önce yakma periyodu atılmalıdır. (viii) Zincirlerdeki otokoralesyon belirlenmelidir. (ix) Raftery ve Lewis (Raftery ve Lewis, 1992; Raftery ve Lewis, 1995) kriteri yardımıyla parametre tahmini için gerekli en az örneklem sayısını belirlenmelidir. (x) Örneklem sayısı yeterli değilse zincir uzunluğu artırılarak adımlar tekrarlanmalıdır. (xi) Örneklemelerde otokorelasyonu azaltmak için inceltme yöntemi kullanılabilir. (xii) PPP kriterinin sağlandığına emin olunmalıdır. (xiii) Model geliştirme yapılıyorsa DIC kriteri göz önünde bulundurulmalıdır.

Raporlama için öneriler: (i) Bilgi içeren önsel seçilmişse önsellerin modele uygun olduğu titizlikle değerlendirilmelidir. (ii) Simülasyon yapılacaksa karşılaştırma yapılacak değişkenler önceden belirlenmelidir.

Çalışmada önsel bilgiler toplanırken herhangi bir yöntem kullanılmamıştır. Bir meta analizi yardımıyla önsel bilgi toplanabilir. Ayrıca önsel bilgiler deneysel çalışmanın örneklem hacmine göre ağırlıklandırılabilir. Bu tez çalışmasında tam bir YEM modeli test edilmiştir. Model test edilirken model karmaşıklığından dolayı tahmin yöntemlerinin performansları tam olarak belirlenememiştir (Tahmin yöntemleri model karmaşık oldukça farklı performans sergiler). BYEM'in küçük örneklerdeki performanslarını ortaya çıkarmak amacıyla istemli olarak 100 birimlik örneklem kullanılmıştır. Örneklem hacmi artırılarak çalışma tekrarlanabilir. Çalışmada zincir sayısı üç ve her bir zincirdeki iterasyon sayısı 100000 olarak belirlenmiştir. Bu sayede otokorelasyon çalışma için kabul edilebilir seviyeye indirilmiştir. Örneklem sayısı daha da artırılarak otokorelasyondan tamamen kurturulabilir. Çalışmada zincir sayısı ve başlangıç değerleri rassal olarak belirlenmiştir. Bu durum Yakma Periyodunun iterasyon sayısını arttırarak yakınsamanın yavaş olmasına sebep olmuştur. Yakınsamanın daha hızlı olması için başlangıç değerleri, önceden yapılmış çalışmalardan, önsel bilgilerden veya aynı örnekleme uygulanan klasik tahmin yöntemlerinin parametre tahmin sonuçlarından seçilebilir.

## KAYNAKLAR DİZİNİ

- Arminger, Gerhard ve Bengt O Muthén (1998). “A Bayesian approach to nonlinear latent variable models using the Gibbs sampler and the Metropolis-Hastings algorithm”. *Psychometrika* 63.3, pp. 271–300.
- Asparouhov, Tihomir ve Bengt Muthén (2010). “Bayesian analysis of latent variable models using Mplus”. Retrieved June 17, p. 2014.
- Bagozzi, Richard P ve Youjae Yi (1988). “On the evaluation of structural equation models”. *Journal of the academy of marketing science* 16.1, pp. 74–94.
- Bartholomew, David J (1996). *The statistical approach to social measurement*.
- Bauwens, Luc (2012). *Bayesian full information analysis of simultaneous equation models using integration by Monte Carlo*. Vol. 232. Springer Science & Business Media.
- Bayes, Thomas (1763). “An essay towards solving a problem in the doctrine of chances”.
- Bentler, Peter M ve Douglas G Bonett (1980). “Significance tests and goodness of fit in the analysis of covariance structures.” *Psychological bulletin* 88.3, pp. 588–606.
- Bollen, Kenneth A. (1989). *Structural Equations with Latent Variables*. Wiley-Interscience. ISBN: 0471011711,9780471011712.
- Boomsma, Anne (1987). “The robustness of maximum likelihood estimation in structural equation models.”
- Boomsma, Anne ve Jeffrey J Hoogland (2001). “The robustness of LISREL modeling revisited”. *Structural equation models: Present and future. A Festschrift in honor of Karl Jöreskog* 2.3, pp. 139–168.
- Bozdoğan, Hamparsum (1987). “Model selection and Akaike’s information criterion (AIC): The general theory and its analytical extensions”. *Psychometrika* 52.3, pp. 345–370.

- Brooks, Stephen P ve Andrew Gelman (1998). “General methods for monitoring convergence of iterative simulations”. *Journal of computational and graphical statistics* 7.4, pp. 434–455.
- Browne, Michael W (1982). “Covariance structures”. *Topics in applied multivariate analysis*, pp. 72–141.
- Chou, Chih-Ping, Peter M Bentler ve Albert Satorra (1991). “Scaled test statistics and robust standard errors for non-normal data in covariance structure analysis: a Monte Carlo study”. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology* 44.2, pp. 347–357.
- Chumney, Frances L (2012). “Comparison of maximum likelihood, Bayesian, partial least squares, and generalized structured component analysis methods for estimation of structural equation models with small samples: An exploratory study”. *mathesis*. The Graduate College at the University of Nebraska.
- Congdon, P. (2001). *Bayesian statistical modelling*. Wiley New York.
- (2003). *Applied bayesian modelling*. Vol. 394. Wiley New York.
- Cowles, M.K. (2004). “Statistical Computing: An Introduction to Data Analysis using SPlus”. *The American Statistician* 58, pp. 89–89.
- Curran, Patrick J, Stephen G West ve John F Finch (1996). “The robustness of test statistics to nonnormality and specification error in confirmatory factor analysis.” *Psychological methods* 1.1, p. 16.
- Davis, Fred D. (1989). “Perceived Usefulness, Perceived Ease of Use, and User Acceptance of Information Technology”. *MIS Quarterly* 13.3, pp. 319–340.
- Davis, Fred D, Richard P Bagozzi ve Paul R Warshaw (1989). “User acceptance of computer technology: a comparison of two theoretical models”. *Management science* 35.8, pp. 982–1003.
- Delibaş, Kayhan ve Ali Erdem Akgül (2010). “Dünyada ve Türkiye’de E-devlet Uygulamaları: Türkiye’de E-demokrasi ve E-katılım Potansiyellerinin Harekete Geçirilmesi”. *Sosyoloji Araştırmaları Dergisi* 13.1.



- Dempster, Arthur P, Nan M Laird ve Donald B Rubin (1977). “Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm”. *Journal of the royal statistical society. Series B (methodological)*, pp. 1–38.
- Doğan, Murat (2013). “Doğrulayıcı faktör analizinde örneklem hacmi, tahmin yöntemleri ve normalliğin uyum ölçütlerine etkisi”. mathesis. ESOGÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Edwards, Ward, Harold Lindman ve Leonard J Savage (1963). “Bayesian statistical inference for psychological research.” *Psychological review* 70.3, p. 193.
- Evermann, Joerg ve Mary Tate (2014). “Bayesian Structural Equation Models for Cumulative Theory Building in Information Systems—A Brief Tutorial Using BUGS and R”. *Communications of the Association for Information Systems* 34.1, p. 76.
- Fan, Xitao, Bruce Thompson ve Lin Wang (1999). “Effects of sample size, estimation methods, and model specification on structural equation modeling fit indexes”. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal* 6.1, pp. 56–83.
- Finch, John F, Stephen G West ve David P MacKinnon (1997). “Effects of sample size and nonnormality on the estimation of mediated effects in latent variable models”. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal* 4.2, pp. 87–107.
- Fishbein, Martin ve Icek Ajzen (1975). *Belief, attitude, intention, and behavior : an introduction to theory and research*. Addison-Wesley series in social psychology. Reading, Mass.: Addison-Wesley Pub. Co., xi, 578 p. ISBN: 978-0201020892.
- Fornell, Claes ve David F. Larcker (1981). “Evaluating structural equation models with unobservable variables and measurement error”. *Journal of Marketing Research* 18.1, pp. 39–50.
- Gelman, Andrew ve Donald B Rubin (1996). “Markov chain Monte Carlo methods in biostatistics”. *Statistical methods in medical research* 5.4, pp. 339–355.
- Gelman, Andrew, John B Carlin, Hal S Stern ve Donald B Rubin (2014). *Bayesian data analysis*. Vol. 2. Chapman & Hall/CRC Boca Raton, FL, USA.
- Geman, Stuart ve Donald Geman (1984). “Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images”. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence* 6, pp. 721–741.

- Gerbing, David W ve James C Anderson (1993). "Monte Carlo evaluations of goodness-of-fit indices for structural equation models". *Sage Focus Editions* 154, pp. 40–40.
- Geweke, John (1992). "Evaluating the Accuracy of Sampling-Based Approaches to the Calculation of Posterior Moments". *IN BAYESIAN STATISTICS*. University Press, pp. 169–193.
- Gilks, Walter R, Sylvia Richardson ve David Spiegelhalter (1995). *Markov chain Monte Carlo in practice*. CRC press.
- Hair, Joseph F ve RE Anderson (1998). *Multivariate Data Analysis*.
- Hayduk, Leslie (1987). *Structural equation modeling with LISREL : essentials and advances*. Baltimore: Johns Hopkins University Press. ISBN: 9780801834783.
- Heidelberger, Philip ve Peter D Welch (1983). "Simulation run length control in the presence of an initial transient". *Operations Research* 31.6, pp. 1109–1144.
- Hoelter, Jon W. (1983). "The Analysis of Covariance Structures". *Sociological Methods & Research* 11.3, pp. 325–344.
- Hoogland, Jeffrey J ve Anne Boomsma (1998). "Robustness studies in covariance structure modeling: An overview and a meta-analysis". *Sociological Methods & Research* 26.3, pp. 329–367.
- Hoyle, Rick H (2012). *Handbook of structural equation modeling*. Guilford Press.
- Hu, Li-tze ve Peter M Bentler (1999). "Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives". *Structural equation modeling: a multidisciplinary journal* 6.1, pp. 1–55.
- Hu, Li-tze, Peter M Bentler ve Yutaka Kano (1992). "Can test statistics in covariance structure analysis be trusted?": *Psychological bulletin* 112.2, p. 351.
- Jo, Booil, Bengt O Muthén, GA Marcoulides ve RE Schumacker (2001). "Modeling of intervention effects with noncompliance: A latent variable approach for randomized trials". *New developments and techniques in structural equation modeling*, pp. 57–87.

- Jöreskog, Karl G ve Dag Sörbom (1996). *LISREL 8: User's reference guide*. Scientific Software International.
- Jöreskog, Karl G (1970). "A general method for estimating a linear structural equation system". *ETS Research Report Series* 1970.2.
- Kaplan, David (2002). "Methodological advances in the analysis of individual growth with relevance to education policy". *Peabody Journal of Education* 77.4, pp. 189–215.
- Karadağ, Özge (2011). "Bayesci hiyerarşik modeller". mathesis. Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Kline, Rex B (2015). *Principles and practice of structural equation modeling*. Guilford publications.
- Kline, Stephen J (2012). *Similitude and approximation theory*. Springer Science & Business Media.
- Kline, Theresa (2005). *Psychological testing: A practical approach to design and evaluation*. Sage.
- Kruschke, John K, Herman Aguinis ve Harry Joo (2012). "The time has come: Bayesian methods for data analysis in the organizational sciences". *Organizational Research Methods* 15.4, pp. 722–752.
- Lee, Sik-Yum (1981). "A Bayesian approach to confirmatory factor analysis". *Psychometrika* 46.2, pp. 153–160.
- (1992). "Bayesian analysis of stochastic constraints in structural equation models". *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology* 45.1, pp. 93–107.
- (2007). *Structural equation modeling: A Bayesian approach*. Vol. 711. John Wiley & Sons.
- Lee, Sik-Yum ve Xin-Yuan Song (2004). "Bayesian model comparison of nonlinear structural equation models with missing continuous and ordinal categorical data". *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology* 57.1, pp. 131–150.

- Lee, Sik-Yum ve Xin-Yuan Song (2012). *Basic and advanced Bayesian structural equation modeling: With applications in the medical and behavioral sciences*. John Wiley & Sons.
- Lee, Sik-Yum, Xin-Yuan Song ve Jing-Heng Cai (2010). “A Bayesian approach for nonlinear structural equation models with dichotomous variables using logit and probit links”. *Structural Equation Modeling* 17.2, pp. 280–302.
- Lei, Ming ve Richard G Lomax (2005). “The effect of varying degrees of nonnormality in structural equation modeling”. *Structural equation modeling* 12.1, pp. 1–27.
- Levy, Roy (2011). “Bayesian data-model fit assessment for structural equation modeling”. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal* 18.4, pp. 663–685.
- Liang, Xinya (2014). “Estimation and Specification Search of Structural Equation Modeling Using Frequentist and Bayesian Methods”. phdthesis. Florida State University, Collage of Education.
- Lunn, David J, Andrew Thomas, Nicky Best ve David Spiegelhalter (2000). “WinBUGS-a Bayesian modelling framework: concepts, structure, and extensibility”. *Statistics and computing* 10.4, pp. 325–337.
- Lunn, David, Chris Jackson, Nicky Best, Andrew Thomas ve David Spiegelhalter (2013). *The BUGS book: a practical introduction to Bayesian analysis*. CRC Press.
- Mardia, Kanti V (1970). “Measures of multivariate skewness and kurtosis with applications”. *Biometrika* 57.3, pp. 519–530.
- Martin, James K ve Roderick P McDonald (1975). “Bayesian estimation in unrestricted factor analysis: A treatment for Heywood cases”. *Psychometrika* 40.4, pp. 505–517.
- McDonald, Roderick P (1989). “An index of goodness-of-fit based on noncentrality”. *Journal of classification* 6.1, pp. 97–103.
- Murat, Naci (2007). “Model seçiminde Bayesci yaklaşımların kullanımı”. mathesis. Türkiye: Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen Bilimler Enstitüsü.

- Muthen, Bengt (2001). "Second-generation structural equation modeling with a combination of categorical and continuous latent variables: New opportunities for latent class-latent growth modeling."
- Muthen, Bengt ve Tihomir Asparouhov (2012). "Bayesian structural equation modeling: a more flexible representation of substantive theory." *Psychological methods* 17.3, p. 313.
- Muthen, Bengt ve David Kaplan (1985). "A comparison of some methodologies for the factor analysis of non-normal Likert variables". *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology* 38.2, pp. 171–189.
- (1992). "A comparison of some methodologies for the factor analysis of non-normal Likert variables: A note on the size of the model". *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology* 45.1, pp. 19–30.
- Muthen, Bengt ve Katherine Masyn (2005). "Discrete-time survival mixture analysis". *Journal of Educational and Behavioral statistics* 30.1, pp. 27–58.
- Muthen, L.K. ve B.O. Muthén (1998). *Mplus User's Guide*. Los Angeles, CA.
- Olsson, Ulf Henning, Tron Foss, Sigurd V Troye ve Roy D Howell (2000). "The performance of ML, GLS, and WLS estimation in structural equation modeling under conditions of misspecification and nonnormality". *Structural equation modeling* 7.4, pp. 557–595.
- Palomo, Jesus, David B Dunson ve Ken Bollen (2007). "Bayesian structural equation modeling". *Handbook of latent variable and related models* 1, pp. 163–188.
- Plummer, Martyn, Nicky Best, Kate Cowles ve Karen Vines (2016). "Package 'coda'".
- Raferty, AE ve SM Lewis (1995). "The number of iterations, convergence diagnostics and generic Metropolis algorithms". *Practical Markov Chain Monte Carlo*.
- Raftery, Adrian E ve Steven M Lewis (1992). "[Practical Markov Chain Monte Carlo]: comment: one long run with diagnostics: implementation strategies for Markov Chain Monte Carlo". *Statistical science* 7.4, pp. 493–497.

- Raykov, Tenko ve George A Marcoulides (2006). “On multilevel model reliability estimation from the perspective of structural equation modeling”. *Structural Equation Modeling* 13.1, pp. 130–141.
- Rupp, Andre A, Dipak K Dey ve Bruno D Zumbo (2004). “To Bayes or not to Bayes, from whether to when: Applications of Bayesian methodology to modeling”. *Structural Equation Modeling* 11.3, pp. 424–451.
- Satorra, Albert (1992). “Asymptotic robust inferences in the analysis of mean and covariance structures”. *Sociological methodology*, pp. 249–278.
- Satorra, Albert ve Pete M Bentler (1994). “Corrections to test statistics and standard errors in covariance structure analysis.”
- Satorra, Albert ve Willem E Saris (1985). “Power of the likelihood ratio test in covariance structure analysis”. *Psychometrika* 50.1, pp. 83–90.
- Scheines, Richard, Herbert Hoijtink ve Anne Boomsma (1999). “Bayesian estimation and testing of structural equation models”. *Psychometrika* 64.1, pp. 37–52.
- Schermelleh-Engel, Karin, Helfried Moosbrugger ve Hans Müller (2003). “Evaluating the fit of structural equation models: Tests of significance and descriptive goodness-of-fit measures”. *Methods of psychological research online* 8.2, pp. 23–74.
- Schumacker, Randall E ve Richard G Lomax (2004). *A beginner’s guide to structural equation modeling*. Psychology Press.
- Scopus (2017). *Yapısal Eşitlik Modeli ile ilgili 1975-2017 arasında Türkiye’de yapılan Uluslararası Akademik Yayın Sayısı*. <https://www.scopus.com>. (1 Haziran 2017 Tarihinde Erişim Sağlandı).
- Scott, Judy E (1995). “The measurement of information systems effectiveness: evaluating a measuring instrument”. *ACM SIGMIS Database* 26.1, pp. 43–61.
- Şehribanoğlu, S (2012). “Yapısal Eşitlik Modellerinde Parametre Tahmininde Gibbs Örneklemesi”. phdthesis.

- Şehribanoğlu, Sanem ve Hayrettin Okut (2013). “Bayesci Yapısal Eşitlik Modellerinde Parametre Tahminlemesi”. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi* 18.1-2, pp. 33–38.
- Şen, Rana (2013). “Model belirlemesi, örneklem hacmi ve tahmin yönteminin yapısal eşitlik modelleri uyum ölçütlerine etkisi”. mathesis. ESOGÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Song, Xin-Yuan ve Sik-Yum Lee (2004). “Bayesian analysis of two-level nonlinear structural equation models with continuous and polytomous data”. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology* 57.1, pp. 29–52.
- (2008). “A Bayesian approach for analyzing hierarchical data with missing outcomes through structural equation models”. *Structural Equation Modeling* 15.2, pp. 272–300.
- Song, Xin-Yuan, Sik-Yum Lee ve Hong-Tu Zhu (2001). “Model selection in structural equation models with continuous and polytomous data”. *Structural Equation Modeling* 8.3, pp. 378–396.
- Spiegelhalter, David J, Keith R Abrams ve Jonathan P Myles (2004). *Bayesian approaches to clinical trials and health-care evaluation*. Vol. 13. John Wiley & Sons.
- Spiegelhalter, David, Andrew Thomas, Nicky Best ve Dave Lunn (2003). *WinBUGS user manual 1.4*.
- Taylor, S. ve P. Todd (1995). “An integrated model of waste management behavior: A test of household recycling and composting intentions”. *Environment and Behavior* 5.27, pp. 603–630.
- Venables, WN ve DM Smith (2008). “the R Development Core Team (2003)”. *Introduction to R (Version 1.6. 2)*. <http://cran.r-project.org/doc/manuals/R-intro.pdf>.
- Yılmaz, Veysel (2004). “Consumer behavior in shopping center choice”. *Social Behavior and Personality: an international journal* 32.8, pp. 783–790.
- Zhang, Zhiyong, John J McArdle, Lijuan Wang ve Fumiaki Hamagami (2008). “A SAS interface for Bayesian analysis with WinBUGS”. *Structural Equation Modeling* 15.4, pp. 705–728.

Zhu, Hong-Tu ve Sik-Yum Lee (2001). “Local influence for incomplete data models”.  
*Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)* 63.1,  
pp. 111–126.



## ÖZGEÇMİŞ

Murat Doğan, 1987 yılında Kayseri’de doğmuştur. 2004 yılında İzmir Behçet Uz Lisesi’nden, 2009 yılında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Matematik Bölümü’nden mezun olmuştur. 2010 yılında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Matematik Öğretmenliği Bölümü Tezsiz Yüksek Lisans programını tamamlamıştır. 2012 yılında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İstatistik Bölümü Bilgi Sistemleri Anabilim Dalı’nda Araştırma Görevlisi olarak göreve başlamıştır ve halen görevini sürdürmektedir.

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İstatistik Bölümü’nde, 2013 yılında ”Doğrulayıcı Faktör Analizinde Örneklem Hacmi, Tahmin yöntemleri ve Normalliğin Uyum Ölçütlerine Etkisi” isimli yüksek lisans tezini, 2017 yılında ise ”Bayesci Yapısal Eşitlik Modellemesi: Teknoloji Kabul Modeli Uygulaması” isimli doktora tezini tamamlamıştır.