Çok Amaçlı Tek Devrelik Stokastik
Stok Probleminin Eniyilemesi

Ahmet Sabri Öğütlü

DOKTORA TEZİ

İstatistik Anabilim Dalı

Kasım 2015

Optimization of Multi Objective
Single Period Stochastic Inventory Problem

Ahmet Sabri Öğütlü

PHILOSOPHY OF SCIENCE THESIS

Department of Statistics

November 2015

Çok Amaçlı Tek Devrelik Stokastik Stok Probleminin Eniyilemesi

Ahmet Sabri Öğütlü

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
İstatistik Anabilim Dalı
Yöneylem Araştırması Bilim Dalında
DOKTORA TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Servet Hasgül

Kasım 2015

## ONAY

İstatistik Anabilim Dalı doktora öğrencisi Ahmet Sabri ÖĞÜTLÜ'nün DOKTORA tezi olarak hazırladığı "Çok Amaçlı Tek Devrelik Stokastik Stok Probleminin Eniyilemesi" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

**Danışman** **:** Yrd. Doç. Dr. Servet HASGÜL

**İkinci Danışman :**-

**Doktora Tez Savunma Jürisi:**

**Üye:** Prof. Dr. Ahmet ÖZMEN

**Üye:** Prof. Dr. Şenol ERDOĞMUŞ

**Üye:** Doç. Dr. Süleyman DÜNDAR

**Üye:** Doç. Dr. Şafak KIRIŞ

**Üye:** Yrd. Doç. Dr. Servet HASGÜL

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun .................................. tarih ve ..............................sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof.Dr. Hürriyet ERŞAHAN
Enstitü Müdürü

# ETİK BEYAN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Yrd. Doç. Dr. Servet HASGÜL danışmanlığında hazırlamış olduğum "Çok Amaçlı Tek Devrelik Stokastik Stok Probleminin Eniyilemesi" başlıklı DOKTORA tezimin özgün bir çalışma olduğunu; tez çalışmamın tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; tezimde verdiğim bilgileri, verileri akademik ve bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak elde ettiğimi; tez çalışmamda yararlandığım eserlerin tümüne atıf yaptığımı ve kaynak gösterdiğimi ve bilgi, belge ve sonuçları bilimsel etik ilke ve kurallara göre sunduğumu beyan ederim. 25/11/2015

Ahmet Sabri ÖĞÜTLÜ

İmza

# ÖZET

Literatürde “Newsboy” veya “Newsvendor” problemi olarak değinilen Tek Devrelik Stokastik Stok Problemi (TDSSP), rassal talep altında bir ürünün en iyi sipariş miktarını belirlemek olarak ifade edilebilir. Tek seferlik sipariş fırsatı olduğu için bütün devrenin sipariş miktarı belirlenmelidir. Çoğu çalışmada TDSPP’nin çözümünde beklenen kâr performans ölçüsü olarak kullanılır. Bununla birlikte yöneticiler ve karar vericiler beklenen kâr yanında başka bir performans ölçüsü olarak belirli bir hedef kar düzeyine ulaşma olasılığı ile daha fazla ilgilenebilirler. Bu iki performans ölçüsü birbiriyle çatışır ve genellikle eşzamanlı olarak eniyilenemez. Bu yüzden bu çalışmada probleme iyi bir uzlaşık çözüm bulmak için bir bulanık çok amaçlı programlama modeli geliştirilmiştir. Geliştirilen modelin geçerliğini test etmek için bir benzetim çalışması yapılmıştır. Düzgün ve üstel dağılan talep altında önerilen modelin kullanımını göstermek için açıklayıcı örnekler sunulmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** Tek Devrelik Stokastik Stok Problemi, Parti Büyüklüğü Belirleme, Bulanık Çok Amaçlı Programlama

# SUMMARY

The single period stochastic inventory problem is referred to as "Newsboy" or "Newsvendor" problem in the literature, and can be expressed as to determine the optimal order quantities under stochastic demand. Due to single order opportunity, the order quantity should be determined for the entire period. In most studies expected profit is used as the performance measure in the solution of the Newsboy problem. However, managers and decision makers may be more concerned with a probability level to achieve a specific target profit as another performance measure beside the expected profit. These two performance measures are conflicted to each other, and generally cannot be optimized simultaneously. Therefore, in this study, a fuzzy multi-objective programming model is developed to find a good compromise solution to the problem. A simulation study to test the validity of the developed model is performed. Illustrative examples are presented to demonstrate the use of the proposed model under uniform and exponential demand.



***Keywords***: Single Period Stochastic Inventory (Newsboy) Problem, Lot Sizing, Fuzzy Multi Objective Programming

# TEŞEKKÜR

Gerek tez çalışmalarımda ve gerekse derslerimde, bana danışmanlık eden ve her türlü olanağı sağlayan danışmanım Yrd. Doç. Dr. Servet Hasgül'e teşekkür ederim. Ayrıca desteklerini her zaman hissettiğim aileme sonsuz teşekkürler.

# İÇİNDEKİLER

**Sayfa**

**İÇİNDEKİLER (devam)**

**Sayfa**

# ŞEKİLLER DİZİNİ

**Şekil** **Sayfa**

# ÇİZELGELER DİZİNİ

**Çizelge** **Sayfa**

# 1. GİRİŞ

Son on yıldaki en derin değişimlerden biri ürün yaşam döngülerindeki âni ve etkili daralma olmuştur. Bir dizi sanayi dalında yıllık şirket gelirlerinin önemli bir bölümü piyasaya yeni sürülen ürünlerden elde edilmektedir. Bu durum uzun yıllar şirket portföyünde duran ürünlerin geçmişte kalmaya başladığını göstermektedir. Ürün yaşam döngüsünün çökmesi birçok şirket için sık aralıklarla ürün yenilemenin bir standart olacağı anlamına gelmektedir.

Ürün yaşam döngüsünü kısaltan iki faktör öne çıkmaktadır. Bunlardan birincisi hızlı teknolojik yenilenme, diğeri küresel piyasa rekabetidir.

Bugünkü teknolojik gelişme ve piyasalardaki küresel rekabet ürün ve hizmet tedarikçilerinin hayatta kalmak için yeni ürünler sunmalarını veya piyasadaki ürünlerini geliştirmelerini gerekli kılmaktadır.

Ürün yaşam döngüsündeki aşağı yönlü trend devam ettikçe Tek Devrelik Stokastik Stok Problemi (TDSSP) giderek daha fazla önem kazanacaktır.

Literatürde "Newsboy", "Newsvendor" ve "Style goods" problemi olarak değinilen TDSSP, rassal talep altında bir ürünün en iyi sipariş miktarını belirlemek olarak ifade edilebilir. Göreceli olarak kısa olmak üzere, başlangıç ve bitişi belirli olan bir satış devresine sahip, yani tek devrelik ürünler bu problemin kapsamındadır. Genellikle tek sipariş fırsatı olduğu için bütün devrenin sipariş miktarı belirlenmelidir. Satış devresi başlamadan önce, tek devrenin talebini karşılamak için bu çeşit bir üründen ne kadar stok (sipariş) edilmesi gerektiğine karar verilmelidir (Silver vd., 1998).

Klasik TDSSP' de beklenen kârı en büyükleyen sipariş miktarı belirlenir. TDSSP modelinde devre sonu elde kalan stok ya indirimli fiyattan satılır ya da imha edilir. Eğer sipariş miktarı gerçekleşen talepten küçükse bir miktar kârdan vazgeçilir. TDSSP birçok gerçek yaşam durumunu yansıtır ve hem üretim hem de perakende düzeyinde moda ve spor endüstrilerinde karar vermeye yardımcı olarak sıklıkla kullanılır (Gallego ve Moon, 1993). TDSSP havayolları ve oteller gibi hizmet endüstrilerinde kapasite yönetiminde ve siparişlerin erken rezervasyonunu değerlendirmek için de kullanılabilir (Weatherford ve Pfeifer, 1994).

TDSSP'nin kökeni 1888 yılında Edgeworth tarafından yayınlanan bir çalışmaya dayanır. Bu çalışmada hesap sahiplerinin rassal nakit çekimlerini yüksek olasılıkla karşılayacak şekilde bir bankada tutulacak nakit miktarını belirlemek için merkezi limit teoremi kullanılmıştır (Edgeworth, 1888). Problemin fraktil çözümü Arrow, Harris ve Marchak'ın 1951'deki klasik çalışmasında ortaya çıkmıştır (Arrow vd., 1951).

Literatürde beklenen kâr en iyilemesi ve risk en iyilemesini TDSSP altında çok amaçlı olarak inceleyen bazı çalışmalar vardır. Bu çalışmalara alternatif oluşturmak ve söz konusu çok amaçlı TDSSP' nin çözümünde bulanık küme teorisinin esneklik sağlayan avantajlarından faydalanmak için problem çok amaçlı karar verme yöntemlerinden biri olan Bulanık Çok Amaçlı Programlama (BÇAP) ile ele alınmıştır.

Bu tez çalışmasında, birbiriyle çatışan iki performans ölçüsü (amaç) en iyi sipariş miktarı belirlemesinde birlikte ele alınmıştır. Birinci performans ölçüsü beklenen kâr, ikincisi, hedef kâr düzeyini elde etme olasılığı olarak tanımlanan doyum olasılığıdır. Bu olasılık en büyüklenecek bir riski gösterir. Her iki performans ölçüsünü eş anlı olarak en iyileyen bir sipariş miktarı genellikle belirlenemez. Bu durumda probleme iyi bir uzlaşık çözüm elde etmek için bir BÇAP modeli geliştirilmiştir. Geliştirilen BÇAP modelinin geçerliğini test etmek için bir benzetim çalışması gerçekleştirilmiştir. Düzgün ve üstel dağılan talep altında önerilen modelin kullanımını göstermek için açıklayıcı örnekler sunulmuştur.

Tez yedi bölümden oluşmaktadır. İzleyen bölümde tez konusuyla ilgili olarak farklı amaçlar ve fayda fonksiyonlarıyla ilgili önceki çalışmalar gözden geçirilmiştir. Özellikle beklenen kâr ve belirli bir hedef kâr düzeyini aşma olasılığı olarak tanımlanan doyum olasılığını amaç olarak belirleyen yazarların farklı koşullarda ve farklı talep dağılımları altında nümerik veya analitik yöntemlerle TDSSP'ni ele alışlarından bahsedilmiştir. Ayrıca çeşitli risk ölçülerini amaç olarak belirleyerek TDSSP'ne çözüm arayan çalışmalara da bu bölümde değinilmiştir.

Tezin üçüncü bölümünde genel olarak stok probleminden, çeşitli kriterlere göre stok problemlerinin sınıflandırılmasından ve daha detaylı olarak tek devrelik stok problemlerinin çeşitli kriterlere göre sınıflandırılmasından bahsedilmiştir. Ayrıca bu bölümde tezde ele alınan TDSSP'nin çerçevesi çizilmiş ve problemin karar değişkeni ve parametreleri tanımlanmıştır. Performans ölçüleri (amaçlar) olarak belirlenen beklenen kâr ve doyum olasılığını en büyükleyen sipariş miktarlarına ilişkin formüller bu bölümde verilmiştir.

Dördüncü bölümde risk ortamında TDSSP modelleri verilmiştir. Beşinci bölümde bulanık küme kavramı tanıtılmış, Bellman ve Zadeh tarafından sunulan ve daha sonra birçok bulanık karar modelinin geliştirilmesine temel oluşturan "bulanık ortamda karar verme" ayrıntılı olarak incelenmiştir. Bulanık ortamda karar verme kavramı tezde ele alınan çok amaçlı TDSSP'nin Bulanık Çok Amaçlı Programlama (BÇAP) modelinin çözümünde kullanıldığı için önemlidir. Bellman-Zadeh yaklaşımının çok amaçlı karar verme problemlerinin çözümünde nasıl kullanıldığı da bu bölümde anlatılmıştır. Bu bölümde ayrıca, ele alınan çok amaçlı TDSSP'nin eniyilemesi için geliştirilen BÇAP modeli tanıtılmıştır. Ayrıca her bir amaca ilişkin üyelik fonksiyonunun amaç fonksiyonundan nasıl türetildiği anlatılmıştır. Geliştirilen BÇAP modelinin Bellman-Zadeh yaklaşımıyla ele alınarak nasıl çözüldüğü hakkında bilgi verilmiştir. Son olarak düzgün ve üstel dağılan talep altında BÇAP modelinin çözümünde kullanılan modellere yer verilmiştir.

Altıncı bölümde örnek bir ürün için düzgün ve üstel dağılan talep altında geliştirilen modellerin çözümüne ilişkin sayısal denemeler yapılmıştır. Bu bölümde ayrıca, geliştirilen modellerden elde edilen sonuçların tutarlılığını test etmek amacıyla bir benzetim çalışması yapılmıştır. Son bölümde sonuç ve önerilere yer verilmiştir.

# 2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Khouja (1999) TDSSP literatürünü sınıflamış ve problemin farklı uzantılarının katkısını açıklamıştır. Bu uzantılar;

- Farklı amaçlar ve fayda fonksiyonları
- Farklı tedarikçi fiyat politikaları
- Farklı satıcı fiyat politikaları ve indirim yapıları
- Rassal ürünler
- Talep hakkında farklı bilgi durumları
- Kısıtlı çoklu ürün
- İkameli çoklu ürün
- Çok kademeli sistemler
- Çok konumlu modeller
- Satış devresine hazırlık için birden fazla dönemin olması
- Diğerleri olarak sıralanabilir.

Qin vd. (2011), Khouja (1999) tarafından yapılan çalışmayı genişletmiş, pazarlama çabasını bütünleştirmek, stok bağımlı talep ve satın alıcı risk profilleri gibi çeşitli spesifik uzantıları ve bunların hepsinin en iyi sipariş miktarını belirlemede nasıl bir rol oynayacaklarını göz önünde tutmuşlardır.

Bu bölümde tez konusuyla ilgili olan farklı amaçlar ve fayda fonksiyonlarıyla ilgili önceki çalışmalar gözden geçirilmiştir.

Çoğu çalışmada, TDSSP'nin çözümünde performans ölçüsü olarak beklenen kâr veya beklenen maliyet kullanılmıştır. Bununla birlikte, yönetici ve karar vericiler beklenen kârı en büyüklemenin ya da beklenen maliyeti enküçüklemenin yanında diğer bir performans ölçüsü olarak finansal riski de kontrol etmek isteyebilirler. Kabul edilebilir bir düzeyden daha fazla kaybetmek veya en küçük arzulanan kar düzeyinden daha az kazanmak finansal riske örnek olarak verilebilir. Bu risk enküçüklenmeye çalışılır, ya da karar vericiler bir hedef kâr düzeyini elde etme olasılığını –doyum olasılığı- enbüyüklemek isteyebilirler. Bunun yanında risk toleransı ve fayda fonksiyonları da performans ölçüsü olarak kullanılmıştır.

Kabak ve Schiff (1978), hedef kâr düzeyi B' yi başarma olasılığı $P_B$' yi en büyükleme amacı altında TDSSP'i ilk kez çözmüştür. Shih (1979) stokastik maliyet-hacim-kar (CVP: cost-volume-profit ) modeline fazla üretim maliyetini eklemiş ve sipariş miktarının bir fonksiyonu olarak kârın genel olasılık dağılımını, beklenen değerini ve varyansını elde etmiştir. Normal dağılan talep için kârın olasılık dağılımını, ortalamasını ve varyansını türetmiştir. Shih $P_B$' yi en büyükleyen sipariş miktarı için bir ifade türetmiştir. Finley ve Liao (1981) Shih tarafından yapılan çözümlemenin hatalı olabileceğini öne sürmüş ve bu hatayı düzeltecek bir çözümleme önermiştir. Lau ve Lau (1981) kârın ortalama ve varyansını ve $P_B$' yi en büyükleyen sipariş miktarını hesaplamak için daha basit formüller sağlamıştır.

Ismail ve Louderback (1979) çalışmalarında, CVP modeline, elde bulunmama (S) maliyetini eklemiş, risk-getiri ödünleşmesini ele almak için $P_B$' yi amaç olarak önermiştir. Ayrıca bu çalışmada CVP analizi bağlamında, elde edilen sonuçların anlamı tartışılmıştır. Norland (1980) bir yıl sonraki bir makalesinde, İsmail-Louderback stokastik CVP modeline ilişkin yeni sonuçlar bulup geliştirmiştir. Talebin normal dağıldığı durumda, belirli bir kâr düzeyini elde etme olasılığını maksimize eden sipariş miktarı için bir analitik ifade elde edilmiştir. Bu olasılığa ilişkin belirli bir hedef değer verildiğinde, kârı maksimize eden sipariş miktarını belirlemek için yeni bir prosedür geliştirilmiştir. Sonraki bir çalışmada Lau (1980 a), bu problemle ilgili; talebin normal, Beta ve Gama dağıldığı durum için Ismail ve Louderback modelinin analitik çözümünü geliştirmiştir.

Lau (1980 b), problemi $P_B$' yi en iyileme amacı altında daha detaylı incelemiş ve beklenen faydayı en iyileme amacını eklemiştir. Birinci amacın en iyilenmesinde; $S=0$ için en iyi sipariş miktarı $Q^*$talep dağılımından bağımsız, $S>0$ için $Q^*$ talep dağılımına bağımlıdır. Lau $S>0$ için normal ve Schmeiser-Deutch dağılan talep altında $Q^*$ için koşullar tanımlamış ve kapalı formda eşitlikler türetmiştir. Beta, Gama ve Weibull dağılan talep için nümerik metotlar kullanmıştır. Lau $u(\pi)=E(\pi)-k\sigma(\pi)$ eşitliğini kullanarak ortalama-standart sapma getiri ödünleşmesini tanımlamıştır. $u(\pi)$: getirinin faydası,

$\sigma(\pi)$:getirinin standart sapması ve k: riskten kaçınma derecesidir. Burada Q* nümerik olarak elde edilebilir.

Sankarasubramanian ve Kumaraswamy (1983), üstel ve düzgün dağılan talep altında $P_B$' yi eniyileyen Q* için kapalı form eşitlikler türetmiştir. Talebin gelirle orantılı olduğu, satış kaleminin lüks tüketim malı olduğu durumu incelemiştir.

Lau ve Lau (1988), iki farklı ürün için $P_B$' yi en büyükleyen en iyi sipariş miktarları $Q_1$* ve $Q_2$*' ı bulmuştur. Burada S=0 ve S>0 durumunu ayrı ayrı ele almış, iki ürünlü TDSSP'i düzgün ve normal dağılan talep için nümerik çözüm yöntemi kullanarak çözmüşlerdir.

Li vd. (1991), Lau ve Lau' nun problemini üstel talep için ele almış ve $Q_1$* ve $Q_2$*' ı elde etmek için bir yordam geliştirmiştir.

Lin ve Kroll (1997), tek ürün TDSSP için iki performans ölçüsü belirlemiştir; beklenen kârı en büyükleyecek sipariş miktarını, belirli bir hedef kâr düzeyini gerçekleştirme olasılığı önceden belirlenmiş bir risk düzeyinden düşük olmayacak şekilde belirlemiştir. Buraya kadar olan çalışmalar Çizelge 2.1'de özetlenmiştir.

Brown ve Tang (2006) altı profesyonel satın alıcıyla yaptıkları bir araştırmada, bu grubun sipariş kararlarını beklenen maliyetin yanında çeşitli performans ölçülerine dayandırdıklarını gözlemlemişlerdir. Bunlar; kâr hedefini tutturmak, satış ve bürüt satış kârı hedefini tutturmak, fazla envanteri enküçüklemek olarak ifade edilmiştir. Dönem boyu envanter bulundurma maliyeti, kalan ürünlerle gelecek dönemin talebini oluşturmak, ikame edilebilir bir ürünün varlığı ve sınırlı üretim bütçesi de göz önünde tutulan ilave hususlar olmuştur.

**Çizelge 2.1** Önceki çalışmalar (farklı amaçlar)

| Yazarlar | Amaç | Çözüm | Talep | Açıklama |
|---|---|---|---|---|
| Kabak ve Schiff (1978) | $P_B$'yi enbüyüklemek | Analitik | Üstel | |
| Shih (1979)<br>Finley ve Liao (1981)<br>Lau ve Lau (1981) | | | Normal | CVP modeline fazla üretim (stok) maliyeti eklendi. |
| İsmail ve Louderback (1979) | E(π)'yi enbüyüklemek<br>$P_B$'yi enbüyüklemek | Analitik<br>Nümerik | Her tür<br>Normal | CVP modeline tükenme (elde bulunmama) maliyeti (S) eklendi. |
| Lau (1980) | $P_B$'yi enbüyüklemek | Analitik | Normal | |
| Norland (1980) | | | Normal | |
| | | | Her Tür | CVP modeli (S=0) |
| Lau (1980) | $P_B$'yi enbüyüklemek | Analitik | Her Tür | |
| | | Analitik<br>Nümerik | Normal ve Schmeiser-Deutch<br>Beta, Gamma ve Weibull | CVP modeli (S>0) |
| | u(π)'yi enbüyüklemek | Nümerik | Her tür | S=0 veya S>0 |
| Sankarasubramanian ve Kumaraswamy (1983) | $P_B$'yi enbüyüklemek | Analitik | Üstel ve Düzgün | Satılan mal lüks kalem ve talep gelirle orantılı |
| Lau ve Lau (1988) | | Nümerik | Düzgün ve Normal | İki ürün<br>S=0 veya S>0 |
| Li vd. (1991) | | Analitik | Üstel | |
| Thakkar vd.. (1984) | E(ROI)'yi enbüyüklemek | Nümerik<br>Analitik | Her Tip<br>Normal | |
| | $P_{ROI}$'yi enbüyüklemek | Nümerik<br>Arama prosedürü<br>Analitik | Kesikli<br>Sürekli<br>Normal | |
| Kroll ve Linn (1997) | E(π)'yi enbüyüklemek | Analitik<br>Nümerik | Her tür ve S=0<br>Her tür ve S>0 | $P_B$ bir kısıt olarak alınmıştır. |

E(π):Beklenen kar. $P_B$:Hedef kar B 'yi başarma olasılığı. u(π): Karın beklenen faydası
ROI:Yatırım getirisi E(ROI):Beklenen yatırım getirisi $P_{ROI}$: Hedef ROI değerine ulaşma olasılığı

Gotoh ve Takano (2007) finansal risk yönetiminde en fazla tercih edilen bir risk ölçüsü olan Koşullu Riske Maruz Değerin (CVaR: Conditional Value at Risk) enküçüklemesini TDSSP bağlamında ele almışlardır. Net kayıp ve toplam maliyet olarak adlandırılan iki kayıp fonksiyonunu tanımlayarak, iki farklı CVaR ölçüsünü TDSSP'ne uygulamışlardır. Bu ölçülerin her biri sırasıyla karın belirli bir düzeyin altına düşmesi ve maliyetin belirli bir düzeyin üstüne çıkması riskini ifade etmektedir. Her iki ölçününde ürünlerin sipariş miktarlarına göre konveks fonksiyonlar olduğu bulunmuştur.

Choi ve RuszczyńSki (2008) tutarlı risk ölçüleriyle risk-kaçınmayı TDSSP için incelemişlerdir. Yazarlar problemi bir ortalama-risk modeli olarak yeniden formüle etmiş ve risk-kaçınmalı TDSSP çözümlerini farklı risk fonksiyonlarıyla ele almışlardır.

Cheng vd. (2009) bir üretici ve bir perakendeciden oluşan iki kademeli bir sistemde, perakendecinin amacının CVaR ile ifade edildiği iki tane iki düzeyli TDSSP modeli önermiştir. Yazarlar talebin düzgün dağıldığı durum için bu modellerin analitik çözümünü elde etmiştir. Nümerik örnekler yardımıyla geliştirdikleri modelleri grafiklerle göstermiş ve iki kademeli TDSSP'nin temel modeli ile karşılaştırmıştır.

Borgonovo ve Peccati (2009) çeşitli risk ölçülerinin stok politikalarına etkisini araştırmıştır. Özellikle risk-nötr politikalar varyans, Ortalama Mutlak Sapma (MAD: Mean Absolute Deviation) ve CVaR'ı risk ölçüleri olarak seçen karar vericilerin politikalarıyla karşılaştırılmıştır. Bu amaçla on kalemden oluşan bir envanter sistemi incelenmiştir.

# 3. STOK PROBLEMİ

Gelecekteki talepleri veya üretimdeki gereksinimleri karşılamak amacıyla çeşitli şekillerde bulundurulan malzemeler ***stok*** olarak isimlendirilmektedir. Günümüz mal ve/ya hizmet üreten örgütlerin tümünde değişik biçimlerde stok bulundurulmaktadır. Ancak malzemenin sayısı ve yapım/sunum biçimlerindeki farklılıklar nedeniyle çok değişik uygulamalarla karşılaşılmaktadır.

Stoklanan malzemeler üretim sistemlerinde hammadde, parça, gruplanmış parçalar, süreçteki işlem görmekte olan malzemeler veya ürünler şeklinde olabilir. Toptan ve/ya perakende satış yapan işletmelerde ise sadece pazarlanan malzemeler stoklanmaktadır.

Stok yönetiminin hedefi uygun miktarlardaki hammadde, gereç ve ürünlerin doğru yerde, doğru zamanda ve düşük maliyetle bulundurulmasını sağlamaktır.

## 3.1 Stok Problemlerinin Sınıflandırılması

Stok problemleri birçok şekilde sınıflandırılabilir. Bu sınıflandırma stok kararının tekrarlılığı, sağlayıcı kaynak, talep bilgisi, tedarik süresi bilgisi ve stok sisteminin tipine göre yapılabilir (Tersine, 1988);

Tekrarlılık kriteri
- a) Tek sipariş
- b) Tekrarlayan sipariş

Sağlayıcı kaynak açısından
- a) Örgüt dışı kaynaklar
- b) Örgüt içi kaynaklar

Talep bilgileri
- a) i) Sabit talep
  ii) Değişken talep
- b) i) Bağımsız talep
  ii) Bağımlı talep

Tedarik süresi bilgisi

a) Sabit tedarik süresi
b) Değişken tedarik süresi

Stok sistemi

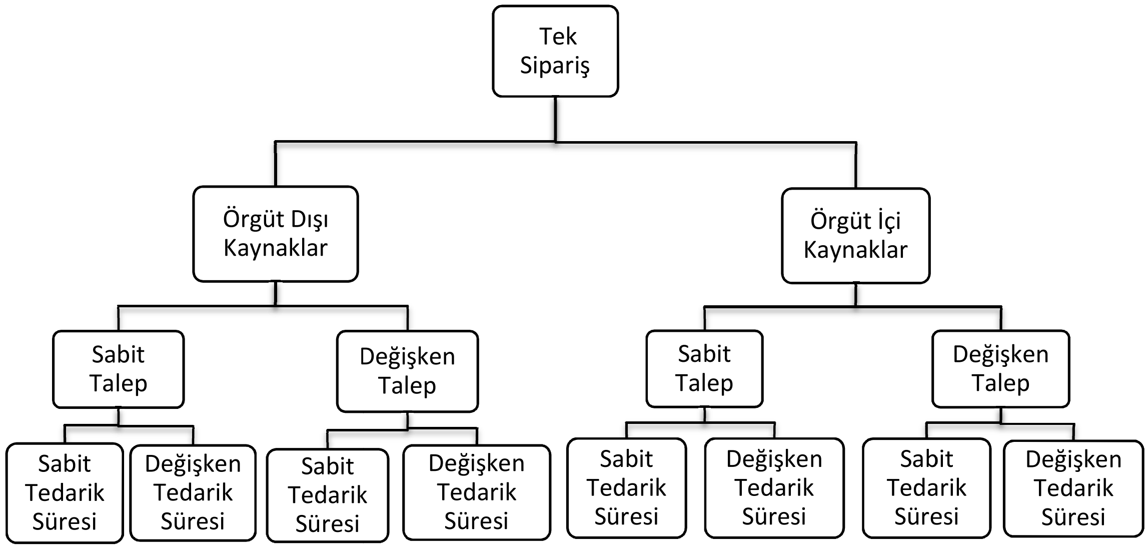
a) Sürekli gözden geçirmeli sistemler
b) Devresel gözden geçirmeli sistemler
c) Tek devrelik (seferlik) sipariş sistemleri

### 3.2 Tek Devrelik Stok Probleminin Sınıflandırılması

Tek devrelik stok problemi Şekil 3.1'de görüldüğü gibi kaynak, talep ve tedarik süresine göre sınıflandırılabilir. Tek seferlik sipariş miktarı örgüt dışı veya örgüt içi kaynaklardan sağlanabilir. Bu miktarın örgüt içinden sağlanması durumunda örgüt malı kendisi üretir, örgüt dışından sağlanması durumunda başka bir örgüt kaynağı sağlar. Örgüt içi kaynaklar kullanıldığında tedarik zamanı başlıca üretim planlaması, üretim ve montaj zamanından oluşur. Örgüt dışı kaynaklar kullanıldığında tedarik zamanı ulaştırma ve teslim alınma zamanlarını da içerir. Örgüt içi kaynaklar kullanıldığında örgüt tedarik zamanı üzerinde daha büyük kontrol sahibi olur.

Bir tek siparişi ele alırken talebin belirlenmesi veya kestirimi kritiktir. Eğer talep biliniyorsa problem basitleşir. Eğer talep bir belirli veya deneysel dağılımı izliyorsa, problem risk altında karar verme teknikleriyle çözülebilir. Talebe ilişkin bilgi yoksa piyasa analizi veya pazar araştırması yapmak gerekli olur.

Tekrarlayan sipariş ve sürekli talep durumunda, tedarik zamanı süresince talep oluştuğu için tedarik zamanı bir problemdir. Tek seferlik sipariş durumunda tedarik süresi boyunca hiçbir talep veya talebi karşılayacak hiçbir mevcut stok yoktur. Böylece tedarik süresi, talebi karşılamak için mallar hazır olana kadar geçen bekleme süresidir. Mallar ulaşana kadar mevcut hiçbir stok yoktur. Tedarik süresi beklenenden uzun olursa, bazı satışlar kaybedilebilir. Tedarik süresi beklenenden daha kısa ise, stok talep başlamadan önce hazır olur (Tersine, 1988).




**Şekil 3.1** Tek devrelik stok probleminin kaynak, talep ve tedarik süresine göre sınıflandırması.

## 3.3 Problem Tanımı

Bu çalışmada ele alacağımız tek devrelik stok probleminde talebin değişken olduğu ve belirli bir olasılık dağılımını izlediği, tedarik süresinin de sabit olduğu varsayılmıştır.

Problemin değişken ve parametreleri aşağıda verilmiştir.

*Karar Değişkeni:*

Q: Satış devresinin başında elde olacak şekilde verilen sipariş miktarı.

*Rassal Değişken:*

D: Devre talebi.

*Parametreler:*

R: Birim satış fiyatı.

C: Birim satın alma maliyeti.

H: Birim artık (bertaraf) maliyeti [devre sonu elde kalan stok bir gelirle yani hurda değeri (V) ile satılırsa negatiftir. Bu durumda H=-V olur.]

A, talep ve sipariş miktarından en küçüğü olup, gerçekleşen satışları ifade ederse ve stok tükenmesinin bir maliyeti yoksa devre sonu elde edilecek kâr;

$$Y(Q,D) = (R+H)A - (C+H)Q \tag{3.1}$$

ile tanımlanır. Belirli bir sipariş miktarı için elde edilecek devre sonu kâr, bir rassal değişken olan gerçekleşen satış A' ya bağlı olarak değişeceği için (3.1) ile verilen kâr fonksiyonu da bir rassal değişkendir.

### 3.4 Beklenen Kâr Eniyilemesi

Talebin olasılık yoğunluk fonksiyonu g(x) ile gösterilirse, gerçekleşen satış $A = \min(Q,D)$' nın beklenen değeri

$$E[A] = \int_{-\infty}^{Q} xg(x)dx + \int_{Q}^{\infty} Qg(x)dx \tag{3.2}$$

ile hesaplanabilir. Eşitlik (3.2)'deki ilk integral hesabının sonucu sipariş miktarının talebi geçtiği durumlarda gerçekleşen satışların beklenen değerini, ikincisi ise talebin sipariş miktarını geçtiği durumlarda gerçekleşen satışların beklenen değerini vermektedir. İkisinin toplamı devre sonu gerçekleşen satışların beklenen değeri E[A]' yı vermektedir.

Bu durumda dönem sonu beklenen kâr

$$\mathrm{EP(Q) = E[Y(Q,D)] = (R+H)E[A] - (C+H)Q} \tag{3.3}$$

şeklinde yazılabilir. Bu değer rassal talep altında Q'ya bağlıdır. (3.3) numaralı ifadenin Q' ya göre birinci türevi sıfıra eşitlenirse beklenen kârı en büyükleyecek sipariş miktarı eşitlik (3.4) ile elde edilir (Lau, 1980 b). $G^{-1}(.)$ talebin ters dağılım fonksiyonudur.

$$Q_1^* = G^{-1}\left[\frac{(R-C)}{(R+H)}\right] \tag{3.4}$$

Eşitlik (3.4) hurda fiyatı ile aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\mathrm{Q}_1^* = \mathrm{G}^{-1}\left[\frac{(\mathrm{R}-\mathrm{C})}{(\mathrm{R}-\mathrm{V})}\right] \tag{3.5}$$

Burada V < C < R eşitsizliği sağlanmalıdır.

## 3.5 Doyum Olasılığı (Risk) Eniyilemesi

Beklenen kârı tek performans ölçüsü olarak kullanmak bazı durumlarda uygun olmayabilir. Yönetim bazen birden fazla performans ölçüsünü ele alan bir çözümü izlemeye istekli olabilir. Genellikle kâr en büyüklemesi yanında belirli bir şirket bütçesini veya getiri düzeyini tutturmak da önemli olmaktadır. Bu durumda sipariş miktarını belirlerken beklenen kârı en büyüklemenin yanında, belirli bir hedef kâr düzeyini gerçekleştirme olasılığını enbüyüklemek de önemli olmaktadır.

(3.6) numaralı ifadede sipariş miktarı Q için elde edilecek rassal kârın hedef kâr düzeyi T' yi geçmesinin olasılığı $\theta$ ile gösterilmiştir. Doyum olasılığı olarak ifade edilen ve en büyüklenmeye çalışılan bu olasılık Lau (1980 b) tarafından sıfır stok tükenme maliyeti için eşitlik (3.7) ile verilmektedir.

$$\theta = \mathrm{P}\{\mathrm{Y}(\mathrm{Q},\mathrm{D}) \geq \mathrm{T}\} \tag{3.6}$$

$$\theta = \begin{cases} 0, & \mathrm{Q} < \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{R}-\mathrm{C}} \\ 1 - \mathrm{G}(\mathrm{D}_\mathrm{T}), & \mathrm{Q} \geq \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{R}-\mathrm{C}} \end{cases} \tag{3.7}$$

Eşitlik (3.8) hedef kâr düzeyi T'yi gerçekleştirmek için gerekli talep miktarını ifade eder.

$$\mathrm{D}_\mathrm{T} = \frac{[\mathrm{T}+(\mathrm{C}+\mathrm{H})\mathrm{Q}]}{\mathrm{R}+\mathrm{H}} \tag{3.8}$$

Eşitlik (3.9) doyum olasılığını en büyükleyen sipariş miktarını vermektedir.

$$Q_2^* = \frac{T}{R-C} \tag{3.9}$$

Eşitlik (3.9)'dan görüldüğü gibi bu miktar talebin dağılım biçiminden bağımsızdır. (3.10) numaralı eşitlik doyum olasılığının en büyük değerini gösterir.

$$\theta^* = P\{Y(Q_2^*, D) \geq T\} \tag{3.10}$$

# 4. TEK DEVRELİK STOKASTİK STOK PROBLEMİ VE RİSK

TDSSP' nin klasik formülasyonunda ilgili çeşitli riskler hesaba katılmaz. Örneğin, optimizasyon probleminin bir parçası olarak olası kayıplar veya en küçük kazançlar düşünülmez. Beklenen kârdaki artış riskte bir artışa neden olabilir. Çeşitli araştırmacılar risk ortamını farklı amaçlar ve kısıtlar içeren çeşitli modellerle modellemiştir. İlerleyen bölümlerde bu farklı modeller ve çözüm yöntemleri özetlenmiştir (Aker, 2005).

## 4.1 Doyum Olasılığı

Doyum olasılığı bir hedef kar düzeyini aşma olasılığı olarak tanımlanır. Bu model aşağıda verilmiştir.

$$\max_{Q \geq 0} P\{Y(Q,D) \geq T\}$$

TDSSP' de doyum olasılığı en büyükleme modeli Lau (1980 b), Lau ve Lau (1988), Li vd. (1990), Li vd. (1991) ve Parlar ve Weng (2003) tarafından kullanılmıştır. Lau (1980 b) birim stok tükenme maliyetini sıfır olarak kabul ederek doyum olasılığı değerini en büyükleyen en iyi sipariş miktarını (3.9) numaralı eşitlikle sunmuştur.

Birim stok tükenme maliyeti sıfırdan büyük olduğunda bu problemin mevcut hiçbir analitik çözümü yoktur. Parlar ve Weng (2003) bu miktar için bazı sınırlar ve özellikler bulmuştur. $S(Q)$ ve $E[Y(Q,D)]$ sırasıyla doyum olasılığı ve beklenen kâr fonksiyonlarıdır. $S(Q)$ aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$S(Q) = P[Y(Q,D) \geq E[Y(Q,D)]] \qquad (4.1)$$

## 4.2 Skalarizasyon Yöntemi

TDSSP' de riski kontrol etmek için kullanılan başka bir model iki kriterli TDSSP modelidir. Bu model Parlar ve Weng (2003) tarafından tanımlanmıştır. Bu modelde doyum olasılığı ve beklenen kâr olmak üzere iki kriter vardır. Bu model amaç fonksiyonunun iki kritere göre yazıldığı kısıtsız en büyükleme problemidir. Bu iki kriter her bir kriterin önemini normalize etmek ve kontrol etmek için skalarize edilmiştir. Model aşağıda verilmiştir.

$$\max_{Q \geq 0} c_p w E[Y(Q,D)] + c_s(1-w)S(Q), \qquad 0 \leq w \leq 1$$

Burada $E[Y(Q,D]$ beklenen kâr fonksiyonu ve $S(Q)$ doyum olasılığı fonksiyonudur. Amaç değerleri genellikle birbirinden çok farklı olduğu için $c_p$ ($1/E[Y(Q_1^*,D)]$' e eşit) ve $c_s$ ($1/S(Q^*)$' e eşit) sabitleri ağırlıklı amaç fonksiyonunu normalize etmek için kullanılmıştır. Beklenen kâr fonksiyonu $E[Y(Q,D]$ herhangi bir gerçel sayı değerini alabilirken, doyum olasılığı $S(Q)$ 0 ile 1 arasındaki değerleri almaktadır. Ağırlık sabiti $w$ her bir kriterin önemine uygun olarak ayarlanır.

Bu model bir vektör eniyileme problemidir. Bu problemde PS-düzleminde (PS-düzlemi beklenen kâr fonksiyonu ve doyum olasılığı fonksiyonu için çözüm çiftleridir.) diğer noktalar tarafından üstünlenemeyen noktalar kümesini üretmek için bir yöntemin geliştirilmesine ihtiyaç duyulur. Bu üstünlenemeyen noktalar kümesi etkin sınır olarak bilinir(Parlar ve Weng, 2003).

*Tanım: $E[Y(Q,D)] > E[Y(Q^*,D)]$ ve $S(Q) > S(Q^*)$ koşulunu sağlayan başka hiçbir uygun Q çözümü yoksa $Q^*$ noktası vektör eniyileme probleminin üstünlenemeyen bir çözümüdür.*

Her iki amacı (kriteri) eşanlı olarak enbüyükleyecek en iyi sipariş miktarı olan çözüme ulaşılamaz. Bu problem için Parlar ve Weng (2003) ideal çözümden göreli ağırlıklı sapmalara göre uzaklık tanımlamış ve bu eniyileme problemini çözmüştür.

### 4.3 Fayda Fonksiyonları

Başka bir model kârın beklenen faydasını en büyüklemektir. Fayda fonksiyonu olası tüm seçeneklere bir değer atayan matematiksel bir fonksiyondur. Portföy kuramında fayda fonksiyonu algılanan risk ve beklenen getiriye göre ekonomik varlıkların tercih edilirliklerini ifade eder. Ortalama-standart sapma ödünleşmesi ve üstel fayda fonksiyonu gibi risk-kaçınmalı TDSSP için bir amaç fonksiyonu tanımlamak amacıyla kullanılan çeşitli fayda fonksiyonları vardır.

### 4.3.1 Ortalama-standart sapma ödünleşme fonksiyonu

Bu rassal kârın beklenen değeriyle standart sapması arasındaki bir ödünleşmeyi göz önünde bulunduran popüler bir yaklaşımdır. Model aşağıda verilmiştir.

$$\max_Q U(Y(Q,D)) \qquad U\big(Y(Q,D)\big) = E[Y(Q,D)] - k\sigma\big(Y(Q,D)\big)$$

Burada k, bir yatırımcının bireysel risk kaçınma derecesini yansıtan büyüklüktür. Bu problem analitik olarak çözülemez. Lau (1980 b) klasik TDSSP için en iyi sipariş miktarının bu fayda fonksiyonu için bulunan en iyi sipariş miktarı için bir üst sınır olduğunu bulmuştur.

### 4.3.2 Üstel fayda fonksiyonu

Eeckhoudt vd. (1995) TDSSP' de risk kaçınmayı bir üstel fayda ile incelemişlerdir. Kârın bir fayda fonksiyonunu göz önünde tutmuş ve risk faktörünü fayda fonksiyonunda konumlandırmışlardır. Model aşağıda verilmiştir.

$$\max_{Q \geq 0} E\Big[U\big(Y(Q,D)\big)\Big]$$

$$Y(Q,D) = z_0 + RD - CQ + Vmax(0, Q - D) - C^* \max(0, D - Q)$$

Bu modelde, $z_0$ başlangıç varlığıdır. Eğer talep orijinal siparişi geçerse ek birimlerin $C^*$ değerinden elde edilmesine izin verilir. $0 \leq V < C < C^* \leq R$ doğal bir varsayımdır. Fayda fonksiyonu $U(Y) = -\exp(-ZY)$ olarak tanımlanır. Burada Z KV' nin riskten kaçınma derecesini temsil eder. Mutlak risk kaçınma derecesi $Z(Y) = -U''(Y)/U'(Y)$. Bu ölçü kâra göre sabittir. KV risk nötr olduğu zaman ($U''(Y) = 0$), çözüm aşağıda verilmiştir.

$$G(Q^*) = \frac{C^* - C}{C^* - V} \tag{4.2}$$

KV’nin riskten kaçındığı durumda aşağıdaki eşitsizlik geçerlidir.

$$G(Q^*) < \frac{C^* - C}{C^* - V} \tag{4.3}$$

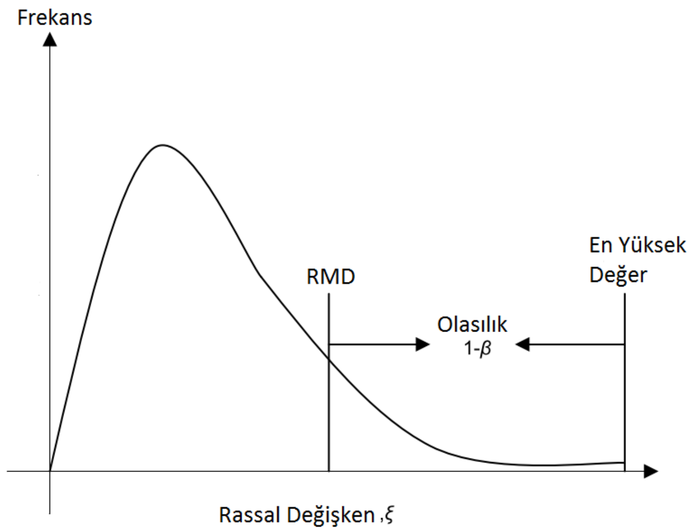
## 4.4 Riske Maruz Değer

Bir eşik değerinden daha az kazanma veya kritik bir değerden daha fazla kaybetme riski önemli bir konudur. Yatırımcılar, üretim planlamacıları, kısaca, tüm KV’ ler kârı en büyüklemeyi ve aynı zamanda riski belirli bir düzeyin altında kontrol etmeyi amaçlar. Riske Maruz Değer (RMD) ve Koşullu Riske Maruz Değer (KRMD) bu amaçlarla kullanılır. Bazı firmalar riski eldeki stoğa göre düşünür. Buna RMD kavramına benzer şekilde riske maruz stok değeri denir.

RMD bir rassal değişken-$\xi$ dağılımının $\beta$- yüzdeliği olarak tanımlanır. Finansal uygulamalarda belirli bir devrede bir $\beta$ güven düzeyindeki en yüksek değer olarak tanımlanabilir. RMD bir $\beta$ güven aralığında ulaşılabilir en yüksek kayıptır. Bu değer yüksek getirilerden etkilenen varyansa kıyasla olumsuz riski nicelleştirir. RMD aşağıdaki eşitlik ve Şekil 4.1’de tanımlanmıştır.

$$RMD = inf\ (T \backslash P(\xi \geq T) \geq \beta) \tag{4.4}$$

Artzner vd. (1999) RMD ölçüsünün konveks olmayan bir risk yüzeyi oluşturduğunu bulmuştur. RMD birçok uç noktaya sahip olduğu için normal olmayan dağılım için en iyilemesi zordur.




**Şekil 4.1** Bir kayıp dağılımının RMD’ i

RMD kısıtlı en iyileme problemi literatürde olumsuz bir risk kısıtı ile birlikte beklenen kârın en büyüklenmesi olarak tanımlanır. Bu model bir ürün için Gan vd. (2003) tarafından çözülmüştür. Karar problemi aşağıda verilmiştir.

$$P(Y(Q,D) \leq T) \leq \beta$$

k.a.

$$\max_{Q\geq 0} E[Y(Q,D)]$$

Burada kâr fonksiyonu $Y(Q,D) = Rmin(Q,D) - CQ$ (hurda fiyatı sıfır olarak alınmıştır). $\beta$ olumsuz risk kısıtının eşik olasılık değeridir.

Herhangi bir hedef kâr düzeyi T için Eşitlik (3.9) ile verilen kritik bir sipariş miktarı vardır. Öyle ki $Q \leq Q_2^*$ için olumsuz risk olasılığı birdir ve $Q > Q_2^*$ için olumsuz risk

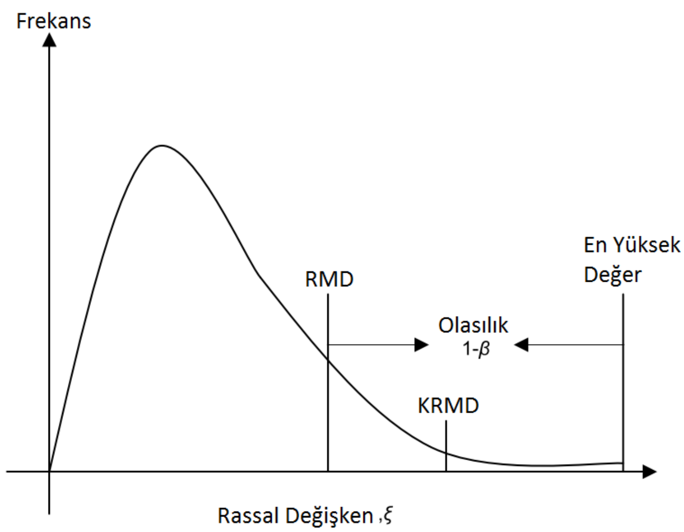
$$G\left(\frac{T + CQ}{R}\right)$$

olur. Bu sonuçların ispatı yazarlar tarafından yapılmıştır.

## 4.5 Koşullu Riske Maruz Değer

KRMD RMD’ i aşan koşullu beklenen kaybı ölçer ve RMD’ in ötesinde riskleri açıklar. Sürekli dağılımlarda KRMD genellikle RMD’ i aşan koşullu beklenen kayba (Ortalama Fazla Kayıp veya Beklenen Açık da denir) denk gelir. KRMD olumsuz riski ölçer ve RMD’ in ötesinde riskleri açıklar. KRMD $\beta$ güven aralığında ulaşılabilecek en yüksek kaybın üzerindeki ortalama kayıptır. RMD ‘in üzerinde kayıp fonksiyonunun beklenen değeri olduğu için KRMD fonksiyonu pürüzsüz bir yüzeye sahiptir. KRMD simetrik olmayan kayıp dağılımlarına uygulanabilir. KRMD kontrol değişkenlerine göre konveks bir risk yüzeyine sahiptir ve tek bir global en iyiye sahiptir. KRMD eşitlik ve şekil olarak aşağıda tanımlanmıştır.

$$KRMD = E\left[\xi \backslash\, \xi \geq T_{\beta}(\xi)\right] \tag{4.5}$$




**Şekil** 4.2 Bir kayıp dağılımının KRMD’i

Chen vd. (2004) tek ürünlü bir TDSSP için KRMD’ i en büyüklemiştir. Bu KRMD fonksiyonu bir TDSSP’ nin kâr dağılımına göre tanımlanmıştır. KRMD fonksiyonunun en büyüklenmesi, KRMD’ in KRMD sınırından küçük veya eşit olması koşulu altında beklenen kâr fonksiyonunun bir en iyilemesinden daha makuldür. Çünkü KRMD sınırı kesin bir şekilde hesaplanamaz, sadece benzetimle hesaplanabilir ve yaklaşık olarak kullanılabilir. Model aşağıda verilmiştir.

$$\max_{Q\geq 0,T} KRMD_\beta\big(Y(Q,D)\big)$$

$$KRMD_\beta\big(Y(Q,D)\big) = T + \frac{1}{\beta}\int_D \ [(R-C)Q-(R-V)(Q-D)^+ - T]^- dF(D)$$

ve $[a]^- = \min(a,0)$

KRMD fonksiyonu için en iyi ürün sipariş miktarı $Q^* = argmax_{Q\geq 0}[max_T KRMD_\beta\big(Y(Q,D)\big)]$ ile hesaplanır. Sabit bir Q için amaç fonksiyonunun T' ye göre türevi alınır ve daha sonra Q' ya göre türevi alınır. Son olarak en iyi sipariş miktarı aşağıda verilmiştir; en iyi sipariş miktarı T' ye bağlı değildir.

$$Q^* = G^{-1}\left(\beta\,\frac{R-C}{R-V}\right) \tag{4.6}$$

Rockafellar ve Uryasev (2002) finans literatüründe RMD ve KRMD' in genel özelliklerini incelemiştir. $f(x,y)$, karar vektörü $x$ ve rassal vektör $y$ ile bağlı kaybı göstersin ve $p(y)$ rassal vektör y' nin olasılık dağılımıdır. $f(x,y)$' nin bir $\beta$ eşiğini aşmaması olasılığı aşağıda verilmiştir.

$$\Psi(x,T) = \int_{f(x,y)\leq T} p(y)dy \tag{4.7}$$

$x$ ile ve (0,1) aralığında herhangi belirli bir $\beta$ olasılık düzeyi ile bağlı kayıp rassal değişkeni için $\beta$-RMD ve $\beta$-KRMD değerleri $T_\beta(x)$ ve $\phi_\beta(x)$ ile gösterilecektir.

$$T_\beta(x) = \min[T \in IR \colon \Psi(x,T) \geq \beta] \tag{4.8}$$

ve

$$\phi_\beta(x) = (1-\ \beta)^{-1}\int_{f(x,y)\geq T_\beta(x)} f(x,y)p(y)dy \tag{4.9}$$

En iyileme problemi aşağıdaki fonksiyonun en küçüklenmesidir:

$$G_\beta(x,T) = T + (1-\ \beta)^{-1}\int_{y\in IR^m}[f(x,y)-T]^+\, p(y)dy \tag{4.10}$$

Burada $[a]^{+}=\max(a,0)$

Rockafellar ve Uryasev (2002) bu en iyileme probleminin izleyen doğrusal programlama problemine indirgenebileceğini göstermiştir:

$$z_k \geq f(x,y) - T, \quad k = \overline{1,N}$$
$$z_k \geq 0, \quad k = \overline{1,N} \qquad x \in X$$

k.a

$$\min_{x,T} T + (1 - \beta)^{-1} \sum_{k=1}^{N} p_k z_k$$

Burada

$p_k$: k' ıncı kesiklileştirme aralığında kayıp dağılımı $f(x,y)$ için kesikli olasılık değeri.

k: 1' den N' e değer alan kesiklileştirme aralığı

$z_k$: fonksiyonun negatif olmamasını belirlemek için tanımlanan yardımcı değişken.

Bu problemde genel kayıp fonksiyonu $f(x,y)$ N tane aralığa kesiklileştirilir ve kesiklileştirilmiş değer ve karşı gelen olasılık değerleri tanımlanan modelde kullanılır.

# 5. YÖNTEM

## 5.1 Bulanık Çok Amaçlı Karar Verme

Literatürde Çok Kriterli Karar Verme (ÇKKV) problemleri için iki temel yaklaşım vardır: Çok Nitelikli Karar Verme (ÇNKV) ve Çok Amaçlı Karar Verme (ÇAKV).

ÇNKV yaklaşımı çoklu, genellikle çatışan niteliklerin varlığında nitelikleriyle tanımlanan karar alternatifleri arasında seçim yapılmasıyla ilgilidir. ÇNKV problemlerinin önceden belirlenmiş sınırlı sayıda karar alternatifine sahip olduğu varsayılır. Bir ÇNKV probleminin çözümü sınıflandırma ve sıralamayı gerektirir.

ÇAKV yaklaşımında, ÇNKV yaklaşımının tersine karar alternatifleri verilmez. Bunun yerine ÇAKV bir karar alternatifleri kümesi tasarlamak için matematiksel bir yapı sağlar. Bir kere belirlendiğinde her bir alternatifin bir veya birden fazla amacı ne kadar yakından doyurduğu değerlendirilir. ÇAKV yaklaşımında potansiyel karar alternatiflerinin sayısı yüksek olabilir. Bir ÇAKV probleminin çözümü seçim yapmayı gerektirir. Çok amaçlı problemler, sınırlı kaynakların ve gereksinimlerin varlığını temsil eden kısıtların altında birbiriyle çatışan ve aynı ölçü birimiyle ölçülemeyen birden fazla amaç fonksiyonunun eniyilenmesi ile ilgilidir (Kahraman, 2008).

Genel bulanık ÇAKV problemlerinde her amaç için bir üyelik fonksiyonu tanımlanır. Bu üyelik fonksiyonları amaçların kendi en iyi değerlerine yaklaşma derecesini gösterir. Problemin çözümüyle amaçlar arasında en yüksek uzlaşma derecesine sahip en iyi uzlaşık çözüm elde edilmeye çalışılır.

## 5.2 Bulanık Kümeler ve Bulanık Ortamda Karar Verme

Gerçek yaşam problemlerinin çoğu kesin olmayan bir ortamda gerçekleşmektedir. Kesin olmama durumunu ele almak için geliştirilen kullanışlı araçlardan biri bulanık küme teorisidir. Genel olarak bulanık kümelerde kesin kümelerin aksine, “0” ile gösterilen kümeye üye olmama durumuyla “1” ile gösterilen tam küme üyeliği arasında değişen derecelerde küme üyelikleri vardır. Bir bulanık küme, küme üyeliklerini gösteren üyelik fonksiyonlarıyla tanımlanır.

[0,1] birim aralık genelde üyelik fonksiyonlarının değer aralığı olarak kullanılır. Bu durumda her bir üyelik fonksiyonu, daima kesin bir küme olan evrensel küme $X$ 'in elemanlarını [0,1] aralığındaki gerçel sayılara atar.

Literatürde üyelik fonksiyonlarını göstermek için iki ayrı notasyon kullanılır. İlk notasyonda bir bulanık kümenin üyelik fonksiyonu

$$\mu_A: X \rightarrow [0,1]$$

ikincisinde

$$A: X \rightarrow [0,1]$$

formunda gösterilir.

Örneğin günlük konuşma dilinde ifade edilen kapalı, belirsiz kavramlar bulanık kümeler ile temsil edilebilir. Bu tip bir belirsizliği ve kapalılığı taşıyan “0 ’a yakınlık “ kavramı da “ bulanık 0 ’a yakın reel sayılar kümesi “ ile tanımlanabilir. Bu küme için olası bir üyelik fonksiyonu

$$\mu_A(x) = (1 + 10x^2)^{-1} \tag{5.1}$$

şeklinde matematiksel olarak ifade edilebilir(Klir ve Yuan, 1995).

Bu fonksiyonun herhangi bir reel sayı için aldığı değer o sayının 0’a yakınlık derecesinin bir işaretidir. Bu durumda 0.5 ve -0.1 sayısının sırasıyla 0’a yakınlık derecesi 0.29 ve 0.90 olur.

Klasik karar verme yaklaşımında bir karar sürecinin temel bileşenleri (a) bir karar alternatifleri kümesi; (b) farklı alternatifler arası seçim üzerindeki kısıt kümesi; (c) her alternatifi o alternatifin seçiminden kaynaklanan kazanç (veya kayıp) ile ilişkilendiren bir performans fonksiyonudur.

Bir karar sürecine bulanık bir ortamda karar vermenin daha geniş perspektifinden bakıldığında farklı ve belki daha doğal bir kavramsal yapı ortaya çıkar. Bu yapının en önemli özelliği hedef ve kısıtlara göre simetrisidir. Bu simetri hedef ve kısıtlar arasındaki farklılıkları ortadan kaldırır ve nispeten basit bir şekilde bir karar kavramını bir karar sürecinin hedef ve kısıt kavramlarıyla ilişkilendirmeyi olası kılar.

Bulanık bir G hedefi karar alternatifleri kümesinde tanımlı bir bulanık kümedir. Örneğin " x 10'dan oldukça büyük olmalıdır" şeklinde ifade edilen bir bulanık hedef, üyelik fonksiyonu öznel olarak aşağıda verilen, gerçel sayılar kümesi R'de tanımlı bir bulanık kümeyle temsil edilebilir.

$$\mu_G(x) = \begin{cases} 0, & x < 10 \\ (1 + (x-10)^{-2})^{-1}, & x \geq 10 \end{cases} \tag{5.2}$$

Benzer şekilde " x 20 civarında olmalıdır" hedefi üyelik fonksiyonu aşağıdaki formda verilen bir bulanık kümeyle temsil edilebilir.

$$\mu_G(x) = (1 + (x-20)^2)^{-1} \tag{5.3}$$

Burada $\mu_G(x)$ $x$ alternatifinin (çözümünün) söz konusu hedefi gerçekleştirme veya hedefe ulaşma derecesini gösterir. $x = 20$ için $\mu_G(x) = 1$ değeri ile ilgili hedefe tam olarak ulaşıldığı, $x \to \infty$ ve $x \to -\infty$ için $\mu_G(x) = 0$ değeri ile ilgili hedefe kesinlikle ulaşılmadığı, $0 < \mu_G(x) < 1$ durumunda ilgili hedefe kısmen ulaşıldığı ifade edilir.

Bir hedefin üyelik fonksiyonu, $\mu_G(x)$ , verilen bir performans fonksiyonundan normalizasyon ile türetilebilir. Böyle bir normalizasyon çeşitli hedef ve kısıtlar için bir ortak payda sağlar ve böylece bunları benzer şekilde ele almak mümkün olur (Bellman ve Zadeh, 1970).

Performans fonksiyonu için ulaşılmak istenen erişim düzeyi bulanık olarak belirlendiğinde hedefler bulanık olarak ele alınır. Ayrıca performans fonksiyonunun parametreleri de bulanık sayılarla tanımlanabilir.

Bulanık bir C kısıtı da karar alternatifleri kümesinde tanımlı bir bulanık kümedir. Örneğin "x yaklaşık 10 ile 20 arasında olmalıdır" kısıtı üyelik fonksiyonu aşağıdaki formda verilen R'de tanımlı bir bulanık kümeyle temsil edilebilir.

$$\mu_C(x) = (1 + 5^{-4}(x - 15)^4)^{-1} \tag{5.4}$$

Burada $\mu_C(x)$ $x$ alternatifinin (çözümünün) söz konusu kısıtı doyurma derecesini gösterir. $x = 15$ için $\mu_C(x) = 1$ değeri ile kısıtın tam olarak doyurulduğu, $x \rightarrow \infty$ ve $x \rightarrow -\infty$ için $\mu_C(x) = 0$ değeri ile kısıtın kesinlikle doyurulmadığı, $0 < \mu_C(x) < 1$ durumunda kısıtın kısmen doyurulduğu ifade edilir. Örneğin $x = 10$ ve $x = 20$ için $\mu_C(x) = 0{,}5$; $x = 9$ ve $x = 21$ için $\mu_C(x) = 0{,}33$; $x = 8$ ve $x = 22$ için $\mu_C(x) = 0{,}21$ değerlerini alır.

Kısıtlayıcıların sağ taraf sabitleri bulanık olduğunda veya kısıtlayıcıları gösteren eşitlik ve eşitsizliklerde bazı ihlallere tolerans gösterildiğinde kısıtlar bulanık olarak ele alınabilir. Ayrıca kısıtlayıcı parametreleri de bulanık olabilir.

Hedef ve kısıt kavramlarına ilişkin yukarıdaki tanımlamalara bakıldığında ikisinin de alternatifler uzayında bulanık kümeler olarak tanımlandığı ve bir kararın formülasyonunda benzer şekilde ele alınabileceği görülmektedir.

Örnek olarak, aşağıda ifade edilen bir bulanık G hedefi ve bir bulanık C kısıtı ele alınsın.

G: Üyelik fonksiyonu, $\mu_G(x)$, (5.3) ile verilen hedef "x 20 civarında olmalıdır." ve

C: Üyelik fonksiyonu, $\mu_C(x)$, (5.4) ile verilen kısıt "x yaklaşık 10 ile 20 arasında olmalıdır."

G ve C birbirine “ve” bağlacı ile bağlanmıştır. Bu bulanık kümelerin kesişimine karşı gelmektedir. Bu söz konusu örnekte bulanık hedef G ve bulanık kısıt C’ nin alternatiflerin seçimi üzerindeki kombine etkisinin $G \cap C$ kesişimiyle temsil edilebileceği anlamına gelir. Kesişimin üyelik fonksiyonu

$$\mu_{G\cap C}(x) = Min[\mu_G(x), \mu_C(x)] \tag{5.5}$$

ile verilir veya daha açık olarak

$$\mu_{G\cap C}(x) = \mathrm{Min}[(1 + (x - 20)^2)^{-1}, (1 + 5^{-4}(x - 15)^4)^{-1}] \tag{5.6}$$

ile ifade edilebilir. Hem G hem de C konveks bulanık kümeler olduğu için $G \cap C$’ de konveks bir bulanık kümedir (Bkz. Şekil 5.1).

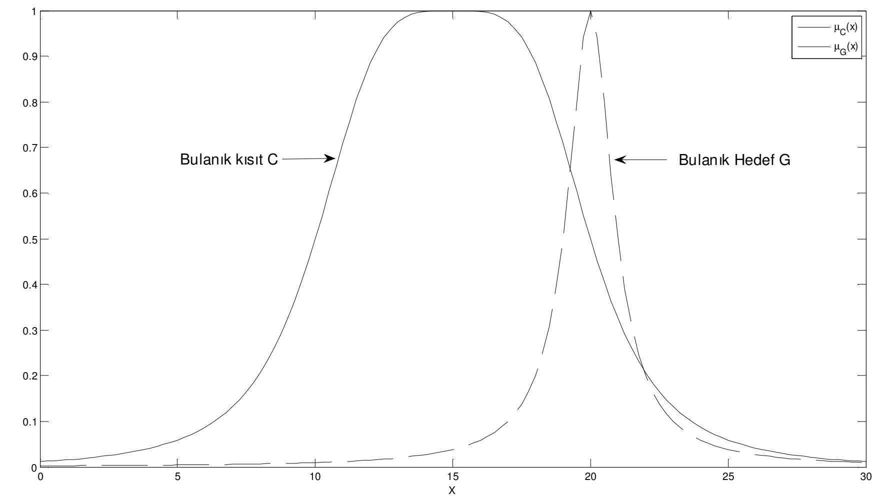
Bir bulanık karar veya basitçe bir karar hedef ve kısıtların kesişiminden ileri gelen alternatiflerin bulanık kümesi olarak tanımlanabilir. Bu biçimsel olarak aşağıdaki tanımlama ile ifade edilebilir.

*Tanım.* Alternatifler uzayında tanımlı bir bulanık hedef G ve bir bulanık kısıt C verilsin. O zaman G ve C’ nin kesişiminden ileri gelen bir bulanık küme olan bir D kararını oluşturmak için G ve C bir araya gelir. Sembolik olarak bu

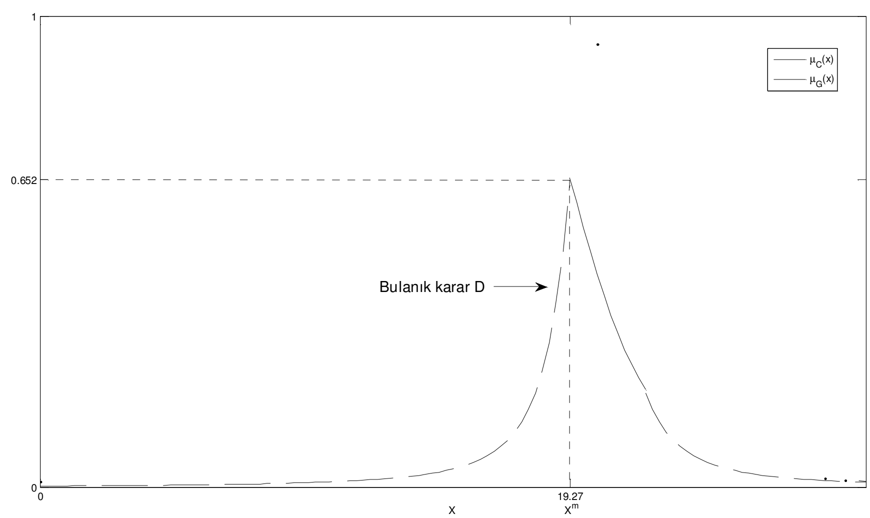
$$D = G \cap C \tag{5.7}$$

ve buna uygun olarak bulanık karar kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_D(x) = Min[\mu_G(x), \mu_C(x)]$ ile gösterilir. Burada $\mu_D(x)$, $x$ alternatifinin (çözümünün) söz konusu hedef ve kısıtı ortak doyurma derecesini gösterir.

Verilen örnekle ilgili olarak G, C ve D arasındaki ilişki Şekil 5.1 ve Şekil 5.2’de gösterilmiştir.




**Şekil 5.1** Örnekteki bulanık hedef kümesinin ve bulanık kısıt kümesinin üyelik fonksiyonları




**Şekil 5.2** Örnekteki bulanık karar kümesinin üyelik fonksiyonu

Daha genel olarak n tane hedef $G_1, \ldots, G_n$ ve m tane kısıt $C_1, \ldots, C_m$ için meydana gelen karar, verilen hedef ve kısıtların kesişimidir. Yani,

$$D = G_1 \cap G_2 \cap \ldots \cap G_n \cap C_1 \cap C_2 \cap \ldots \cap C_m \tag{5.8}$$

ve buna uygun olarak

$$\mu_D(x) = Min\left[\mu_{G_1}(x), \mu_{G_2}(x), \dots, \mu_{G_n}(x),\ \mu_{C_1}(x),\ \mu_{C_2}(x), \dots, \mu_{C_m}(x)\right] \tag{5.9}$$

Yukarıdaki karar tanımlamasına bakıldığında, hedef ve kısıtların D ifadesine tam olarak aynı şekilde girdiği görülmektedir. Yani bulanık bir ortamda karar süreçlerinin formülasyonunda hedef ve kısıtların rolleri özdeştir.

Bulanık karar kümesinden bir alternatifin (kararın) belirlenmesine gelince, D, $\mu_D$ ile temsil edilen bir bulanık karar olsun. K, eğer varsa $\mu_D$' nin maksimum değerini aldığı X' de tanımlı noktaların kümesi olsun. O zaman bulanık olmayan, fakat D' nin genellikle normalaltı alt kümesi olan $D^m$

$$\mu_{D^m}(x) = \begin{cases} Max\ \mu_D(x) & x \in K \\ 0 & d.d. \end{cases} \tag{5.10}$$

ile tanımlansın. $D^{m}$' ye en iyi karar denir ve $D^{m}$' nin desteğindeki herhangi bir x'e enbüyükleyici bir karar olarak değinilir. Diğer bir deyişle enbüyükleyici bir karar basit olarak X' deki $\mu_D(x)$' i enbüyükleyen alternatiflerden herhangi birisidir. En büyükleyici tek bir kararın bulunmasının koşulu D' nin konveks olması ve tek modlu bir üyelik fonksiyonuna sahip olmasıdır(Bellman ve Zadeh, 1970).

Şekil 5.2'ye bakıldığında D'nin tek modlu ve konveks bir bulanık küme olduğu görülür. Yani $\mu_D(x)$' i enbüyükleyen tek bir alternatif vardır. Bu alternatifi bulanık kısıt C ve bulanık hedef G' nin üyelik fonksiyonlarının kesiştiği nokta belirlemektedir. Bu noktada $x^m = 19{,}27$ ve $\mu_D(x^m) = 0{,}652$ değerlerini alır.

***Bulanık Doğrusal Programlama***

Burada, temelleri Zadeh (1965) ve Bellman ve Zadeh (1970) tarafından atılan bulanık kümelerin doğrusal programlamadaki uygulaması bir model üzerinden açıklanacaktır. Söz konusu doğrusal programlama modeli,

$$Ax \leq b$$
$$x \geq 0$$
$$\text{k.a.}$$
$$\max f(x) = z = c^T x$$

Burada $c, x \in \mathbb{R}^n, b \in \mathbb{R}^m, A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. $\mathbb{R}^n$ n boyutlu gerçel sayılar kümesidir.

Bu modelde normal olarak bütün $A, b$ ve $c$ katsayılarının gerçel (kesin) sayılar olduğu, '≤''in kesin bir anlamı olduğu ve 'maksimize''nin katı bir kural olduğu varsayılmıştır. Bu herhangi bir kısıtın ihlal edilmesinin uygun olmayan çözümü vereceği ve bütün kısıtların eşit öneme (ağırlığa) sahip olduğu anlamına da gelir. Bunlar oldukça gerçek dışı varsayımlar ki, bulanık doğrusal programlamada kısmen gevşetilmiştir.

DP kararının bulanık bir ortamda verilmesi gerekiyorsa bazı değişikliklere gitmek gerekebilir. Birincisi, KV kesin bir erişim düzeyi belirlemeyebilir. İkincisi kısıtlarda ufak ihlaller kabul edilebilir. Eğer kısıtlar yukarıda bahsedilen erişim düzeylerini temsil ediyorsa bu durum oluşur. $b$ veya $c$ vektörlerinin veya $A$ matrisinin katsayıları doğası gereği veya anlaşılmaları bakımından bulanık olabilir. Son olarak kısıtların rolü, bütün kısıtların eşit ağırlığa sahip olduğu klasik doğrusal programlamanınkinden farklı olabilir. KV için kısıtlar farklı öneme sahip olabilir veya farklı kısıtların olası ihlalleri farklı derecelerde kabul edilebilir. Bulanık doğrusal programlama bu tip belirsizliklerin tümüne yer verir. Karar verici mümkün olduğu kadar ulaşmak istediği, amaç fonksiyonun '$z$' erişim düzeyini belirleyebilirse ve bu modelin kısıtları uygun olmayan çözüme yol açmadan küçük bir derece ihlal edilebilirse, o zaman problem aşağıda verilen kısıtlayıcı kümesinden çözüm vektörü x'in bulunması şeklinde ifade edilir (Zimmermann, 2010).

$$c^T x \gtrapprox z$$
$$Ax \lessapprox b$$
$$x \geq 0$$

Burada $\lessapprox$ işareti, $\leq$ işaretinin bulanıklaştırılmış hali olup ve sözel yorumu 'civarında veya daha küçüktür' şeklindedir. $\gtrapprox$ işareti, $\geq$ işaretinin bulanıklaştırılmış hali olup ve sözel yorumu 'civarında veya daha büyüktür' şeklindedir (Asai vd., 1992). $z$' yi bir üst sınır olarak dikkate almak için amaç fonksiyonu enküçükleyici bir hedef olarak yazılmalıdır. Böylece simetrik olmayan DP modeli simetrik bir modele dönüştürülmüş olur.

$B = \begin{bmatrix} -c^T \\ A \end{bmatrix}$ ve $d = \begin{bmatrix} -z \\ b \end{bmatrix}$ ile ifade edilirse problem,

$$Bx \lessapprox d$$
$$x \geq 0$$

olacak şekilde $x$' in bulunması haline dönüşür.

Bulanık karar kümesi $D$

$$\mu_D(x) = \min_{i=1,\dots,m+1}\{\mu_i(x)\}. \tag{5.11}$$

ile gösterilir.

$\mu_i(x)$, çözüm vektörü x' in bulanık eşitsizlik $B_i x \lessapprox d_i$' i doyurma derecesi olarak yorumlanabilir ( burada $B_i$, $B$' nin i' nci satırını göstermektedir). KV bulanık karar kümesinden kesin bir 'enbüyükleyici çözüm' elde etmek isterse, bu aşağıdaki belki doğrusal olmayan programlama probleminin çözümü olur.

$$\max_{x\geq 0} \min_{i=1,\dots,m+1}\{\mu_i(x)\} = \max_{x\geq 0} \mu_D(x). \tag{5.12}$$

'≤' şeklindeki bulanık eşitsizliklerin üyelik fonksiyonları olarak aşağıda verilen monoton azalan doğrusal fonksiyon uygun görülmüştür.

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1, \; eğer \;\; B_i x \leq d_i \\ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i}, \; eğer \;\; d_i < B_i x \leq d_i + p_i, \quad i = 1, \dots, m+1 \\ 0, \; eğer \;\; B_i x > d_i + p_i \end{cases} \tag{5.13}$$

$p_i$ amaç fonksiyonu ve kısıtlar için öznel olarak seçilen kabul edilebilir ihlal (sapma) sabitleridir. Bazı düzenlemeler ve ek bazı varsayımlardan sonra üyelik fonksiyonları modelde yerine konulursa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\max_{x \geq 0} \min_{i=1,\dots,m+1} \left\{ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i} \right\}.$$

Bulanık karar kümesinde $x$' in üyelik derecesine, aynı zamanda bulanık amaç ve kısıtlayıcıların çözüm vektörü $x$ tarafından eşanlı olarak doyurulma derecesine karşı gelen yeni bir λ değişkeni tanımlayarak aşağıdaki DP modeline ulaşılır.

$$\lambda \mathrm{p_i} + B_i x \leq d_i + p_i, \quad i = 1, \dots, m+1$$
$$x \geq 0$$
$$\text{k.a.}$$
$$\max \lambda$$

Eğer üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi tanımlanırsa bu modelin biraz değiştirilmiş bir haline ulaşılır. i' nci kısıtın ihlal derecesini ölçen bir $t_i$, $i = 1, \dots, m+1$, $0 \leq t_i \leq p_i$ değişkeni tanımlansın. O zaman i' nci satırın üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\mu_i(x) = 1 - \frac{t_i}{p_i} \tag{5.14}$$

O zaman bulanık modelin kesin eşdeğeri

$$\lambda p_i + t_i \leq p_i$$
$$B_i x - t_i \leq d_i, \quad i = 1, \ldots, m+1$$
$$t_i \leq p_i$$
$$x, t \geq 0$$
$$\text{k.a.}$$
$$\max \lambda$$

biçiminde olur.

Bu, normal kesin bir DP modelidir. Bu model için çok etkin çözüm yöntemleri vardır.

KV problemini sadece bulanık terimlerle tanımlayabilse veya tanımlamak istese de, bulanık olmayan durumla karşılaştırıldığında bulanık problem formülasyonunun temel avantajı KV' nin matematiksel nedenlerle kesin bir formülasyona zorlanmamasıdır. Doğrusal üyelik fonksiyonları sadece kaba bir yakınsatmadır. $[d_i, d_i + p_i]$ aralığında sırasıyla monoton artan veya azalan üyelik fonksiyonları da oldukça kolay bir şekilde ele alınabilir. Kısıtların eşit önemde olduğu klasik varsayımı gevşetilmiştir. Üyelik fonksiyonlarının eğimi kısıtın ağırlık veya önemini belirler. Bununla birlikte eğimler $p_i$' ler tarafından belirlenir. $p_i$' ler küçüldükçe kısıtların önemi artar. $p_i = 0$ için kısıt kesinleşir, yani hiçbir ihlale izin verilmez. Modelin simetrisinden dolayı ek amaç fonksiyonları eklemek çok kolaydır. Böylece çok amaçlı karar verme problemi çözülür. Bu model kesin bir model olduğu için var olan kesin kısıtlar da kolayca eklenebilir(Zimmermann, 2010).

### 5.3 Bellman-Zadeh Yaklaşımı ve Çok Kriterli Karar Vermeye Uygulaması

Çok amaçlı karar verme problemlerinde amaç fonksiyonlarının bir kümesi $F(x) = (F_1(x), F_2(x), \ldots, F_q(x))$ göz önünde tutulur. L, $\mathbb{R}^n$'de uygun çözüm kümesini gösterirse ve $q \geq 2$ için problem

$$F_p(x) \rightarrow \quad en\, iyi, \quad p = 1,2,\dots,q$$
$$x \in L$$

şeklinde ifade edilebilir. Söz konusu problemin yapısına bağlı olarak “en iyi” terimi en küçük veya en büyüğü gösterir.

Çok kriterli problemleri çözmek için Bellman ve Zadeh’in bulanık ortamda karar verme yaklaşımı kullanıldığında, her amaç fonksiyonu $F_p(x)$ bir bulanık amaç fonksiyonu veya bir bulanık küme $A_p$ ile yer değiştirir. Bulanık kümelerin- $A_p$- kurulmasıyla bulanık çözüm D, $D = \bigcap_{P=1}^{q} A_p(x)$ kesişiminin bir sonucu olarak

$$D(x) = \bigwedge_{p=1}^{q} A_p(x) = \min_{p=1,2,\dots,q} A_p(x), \quad x \in L \tag{5.15}$$

üyelik fonksiyonuyla elde edilir.

Bulanık çözüm D’ye en yüksek aitlik derecesi sağlayan çözüm

$$\max D(x) = max_{x\in L} \min_{p=1,2,\dots,q} A_p(x) \tag{5.16}$$

ile elde edilir. Bu durumda problem, $x^0$ ile belirtilen çözüm veya çözümlerin araştırılması problemine indirgenir.

$$x^0 = arg \max_{x\in L} \min_{p=1,2,\dots,q} A_p(x) \tag{5.17}$$

$x^0$ ile belirtilen çözüm veya çözümleri elde etmek için $A_p(x)$, $p = 1,2,\dots,q$ üyelik fonksiyonlarını yapılandırmak gereklidir. Bu üyelik fonksiyonları normalizasyon ile amaç fonksiyonlarından türetilir ve amaç fonksiyonlarının kendi optimumlarına ulaşma derecesini yansıtır.

$\lambda_p, p = 1,2, \dots, q$ aldıkları değerler amaç fonksiyonlarının göreli önemini yansıtan ağırlıklandırma veya önem faktörleri olmak üzere aşağıdaki koşulları sağlar.

$$\lambda_p \geq 0, \qquad p = 1,2, \dots, q$$

ve

$$\sum_{p=1}^{q} \lambda_p = 1 \tag{5.18}$$

Bu durumda en küçüklenecek amaç fonksiyonları için üyelik fonksiyonları

$$A_p(x) = \left[\frac{\max_{x \in L} F_p(x) - F_p(x)}{\max_{x \in L} F_p(x) - \min_{x \in L} F_p(x)}\right]^{\lambda_p} \tag{5.19}$$

şeklinde veya en büyüklenecek amaç fonksiyonları için üyelik fonksiyonları

$$A_p(x) = \left[\frac{F_p(x) - \min_{x \in L} F_p(x)}{\max_{x \in L} F_p(x) - \min_{x \in L} F_p(x)}\right]^{\lambda_p} \tag{5.20}$$

şeklinde yapılandırılır (Pedrycz vd., 2010).

## 5.4 Bulanık Çok Amaçlı Programlama Modeli

TDSSP için beklenen kâr ve belirli bir hedef kâr düzeyini gerçekleştirme olasılığı (doyum olasılığı) şeklinde iki amaç belirlendiğinde aşağıdaki çok amaçlı TDSSP elde edilir.

$$\max_{Q \geq 0} EP(Q)$$
$$\max_{Q \geq 0} P\{Y(Q, D) \geq T\}$$
$$Q \geq \frac{T}{(R - C)}$$

Problemdeki söz konusu amaçlar birbiriyle çatışır ve genellikle eşanlı olarak eniyilenemezler. Bu nedenle bu problem için uzlaşık bir çözüm aşağıda verilen bulanık çok amaçlı programlama modelinin çözümünden elde edilebilir.

$$EP(Q) \cong EP(Q_1^*) \tag{5.21}$$

$$P\{Y(Q,D) \geq T\} \cong \Theta^* \tag{5.22}$$

$$Q \geq \frac{T}{(R-C)} \tag{5.23}$$

Modeldeki (5.21) numaralı bulanık eşitlik, belirlenen sipariş miktarıyla beklenen kârın en iyi değerine olabildiğince yaklaşmak ve (5.22) numaralı bulanık eşitlik, belirlenen sipariş miktarıyla doyum olasılığının en iyi değerine olabildiğince yaklaşmak olarak yorumlanabilir. (5.23) numaralı eşitsizlik sipariş miktarının alt sınırına ilişkin kesin kısıtı göstermektedir. Bu kısıt T/(R-C) niceliğinden daha küçük siparişlerle hedef kâr düzeyine ulaşmanın olanaklı olmadığını ifade etmektedir.

Beklenen kâr fonksiyonu $Q_1^*$'da en büyük değerini alan içbükey bir fonksiyondur. Bu durumda beklenen kâr fonksiyonu için üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{EP}(Q) = \begin{cases} \frac{EP(Q)-EP_{Enk}}{EP(Q_1^*)-EP_{Enk}}, & Q^A \leq Q \leq Q^{Ü} \\ 0, & d.d. \end{cases} \tag{5.24}$$

şeklinde ifade edilebilir. Üyelik fonksiyonunun biçimi karar vericiye bağlıdır. Bu fonksiyon herhangi bir sipariş miktarıyla beklenen kârın en iyi değerine yaklaşma derecesini verir. Beklenen kâr fonksiyonu için üyelik fonksiyonu beklenen kâr fonksiyonunun normalizasyonundan türetilmiştir.

Burada $EP(Q_1^*)$ beklenen kârın en iyi değerini, $Q^A$ ve $Q^{Ü}$ sırasıyla sipariş miktarının alt ve üst sınırlarını göstermektedir. Sınır değerlerde elde edilen $EP(Q^A)$ ve $EP(Q^{Ü})$ beklenen kâr değerleri arasından en küçüğü $EP_{Enk}$ değeri olarak belirlenmiştir. Talebin sonsuz sayıda pozitif değer alabildiği durumlarda sipariş üst sınırı aşağıdaki kurala göre belirlenen $Q'$ değeriyle yer değiştirir.

$$Q' = \sup(Q\colon EP(Q) \geq 0) \tag{5.25}$$

Doyum olasılığının üyelik fonksiyonunda sipariş miktarının üst sınırı değişmez, $Q^{Ü}$ olarak kalır.

Doyum olasılığı fonksiyonu için üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\theta}(Q) = \begin{cases} \frac{[1-G(D_T)]-\theta^A}{\theta^*-\theta^A}, & \frac{T}{(R-C)} \leq Q \leq Q^{Ü} \\ 0, & d.d. \end{cases} \tag{5.26}$$

şeklindedir. Bu fonksiyon herhangi bir sipariş miktarıyla doyum olasılığının en iyi değerine yaklaşma derecesini göstermektedir. Doyum olasılığı (Risk) fonksiyonunun üyelik fonksiyonu, doyum olasılığı fonksiyonunun normalizasyonundan türetilmiştir. Burada $\Theta^*$ hedef kâr düzeyi T için doyum olasılığının en yüksek değerini, $\Theta^A$ hedef kâr düzeyi T için doyum olasılığının alt sınırını göstermektedir. $D_T$ ifadesi Eşitlik (3.8) ile verilmiştir.

Bellman ve Zadeh (1970) tarafından önerilen bulanık karar tanımı kullanılarak, ele aldığımız problem için bulanık karar kümesi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\mu_D(Q) = min\,[\mu_{EP}(Q), \mu_{\theta}(Q)] \tag{5.27}$$

En iyi karar bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli eleman(lar)ı olup, aşağıdaki problemin bir çözümüdür.

$$\max_{Q\geq 0}[\,\mu_D(Q)] = \max_{Q\geq 0}[\,\min\,[\mu_{EP}(Q), \mu_{\theta}(Q)]] \tag{5.28}$$

Sonuç olarak (5.21), (5.22) ve (5.23) numaralı ifadelerle verilen BÇAP modeli izleyen eniyileme modeline dönüşür.

$$\begin{gathered}
\alpha \leq \mu_{EP}(Q) \\
\alpha \leq \mu_{\theta}(Q) \\
Q \geq \frac{T}{(R-C)} \\
0 \leq \alpha \leq 1 \\
k.a. \\
Enb\ \alpha
\end{gathered}$$

Üyelik fonksiyonları modelde yerine konulursa aşağıdaki doğrusal olmayan programlama modeline ulaşılır.

$$\begin{gathered}
\alpha \leq \frac{EP(Q) - EP_{Enk}}{EP(Q_1^*) - EP_{Enk}} \\
\alpha \leq \frac{[1 - G(D_T)] - \theta^A}{\theta^* - \theta^A} \\
Q \geq \frac{T}{(R-C)} \\
0 \leq \alpha \leq 1 \\
k.a. \\
Enb\ \alpha
\end{gathered} \tag{5.29}$$

Burada iki amacın uzlaşma derecesini gösteren α, 0 ile 1 arasında değer alır. Amaç α' yı enbüyüklemektir. Sipariş miktarının alt sınırını gösteren kısıt modele eklenmiştir.

### 5.4.1 Talebin düzgün dağılması durumunda model

Talep düzgün dağıldığında $D \sim U(a, b)$ talebin olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & d.d. \end{cases} \tag{5.30}$$

beklenen değeri

$$E[x] = \frac{a+b}{2} \tag{5.31}$$

ve dağılım fonksiyonu

$$G(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & d.d. \end{cases} \tag{5.32}$$

ile verilir.

Gerçekleşen satışların beklenen değeri

$$E[A] = \int_a^Q x \frac{1}{b-a} dx + \int_Q^b Q \frac{1}{b-a} dx \tag{5.33}$$

ve $EP(Q) = (R+H)E[A] - (C+H)Q$ ifadesinden beklenen kâr

$$EP(Q) = \frac{R+H}{b-a}\left(-\frac{a^2}{2} + Q\left(b - \frac{Q}{2}\right)\right) - (C+H)Q \tag{5.34}$$

Beklenen kârı eniyileyen sipariş miktarı;

$$Q_1^* = a + \frac{(R-C)(b-a)}{R+H} = b - \frac{(C+H)(b-a)}{R+H} \tag{5.35}$$

Beklenen kârın en iyi değeri;

$$EP(Q_1^*) = \frac{R+H}{b-a}\left(-\frac{a^2}{2} + Q_1^*\left(b - \frac{Q_1^*}{2}\right)\right) - (C+H)Q_1^* \tag{5.36}$$

(5.34) numaralı ifade ile verilen beklenen kâr fonksiyonu stok parametrelerine göre incelenerek beklenen kâr fonksiyonu için üyelik fonksiyonu Çizelge 5.1’de tanımlanmıştır.

**Çizelge 5.1** Talep Düzgün Dağıldığında Beklenen Kâr Fonksiyonu için Üyelik Fonksiyonunun Koşullu Tanımlaması

| Koşul | Sonuç | $\mu_{EP}(Q)$ |
|---|---|---|
| $(C+H)^2 = (R-C)^2$ | $EP(a) = EP(b)$ | $\begin{cases} \dfrac{EP(Q) - EP(a\ veya\ b)}{EP(Q_1^*) - EP(a\ veya\ b)}, & a \leq Q \leq b \\ 0, & d.d. \end{cases}$ |
| $(C+H)^2 > (R-C)^2$ | $EP(a) > EP(b)$ | $\begin{cases} \dfrac{EP(Q) - EP(\ b)}{EP(Q_1^*) - EP(b)}, & a \leq Q \leq b \\ 0, & d.d. \end{cases}$ |
| $(C+H)^2 < (R-C)^2$ | $EP(a) < EP(b)$ | $\begin{cases} \dfrac{EP(Q) - EP(a\ )}{EP(Q_1^*) - EP(a\ )}, & a \leq Q \leq b \\ 0, & d.d. \end{cases}$ |

Talep düzgün dağıldığında en az T birim kazanma olasılığı (doyum olasılığı)

$$\Theta = \begin{cases} 1 - G(D_T), & \frac{T}{R-C} \leq Q \leq b \\ 0, & d.d. \end{cases} = \begin{cases} \frac{\mathrm{b} - D_T}{\mathrm{b-a}}, & \frac{T}{R-C} \leq Q \leq b \\ 0, & d.d. \end{cases} \tag{5.37}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $D_T$ değeri Eşitlik (3.8) ile verilmiştir.

Doyum olasılığının en iyi değeri $Q_2^*$'da,

$$\Theta^* = P\{Y(Q_2^*, D) \geq T\} \tag{5.38}$$

$$\theta^* = \frac{b - D_T^*}{b-a} \tag{5.39}$$

$$D_T^* = \frac{[T + (C+H)Q_2^*]}{R+H} \tag{5.40}$$

ile elde edilir. Burada doyum olasılığını eniyileyen sipariş miktarı $Q_2^*$ Eşitlik (3.9) ile verilmiştir.

Doyum olasılığının alt sınır değeri sipariş üst sınırında (b),

$$\theta^A = P\{Y(b,D) \geq T\} \tag{5.41}$$

$$\theta^A = \frac{b - D'_T}{b-a} \tag{5.42}$$

$$D'_T = \frac{[T+(C+H)b]}{R+H} \tag{5.43}$$

ile elde edilir.

Eşitlik (5.26) ile doyum olasılığı için üyelik fonksiyonu,

$$\mu_\theta(Q) = \begin{cases} \dfrac{(b-Q)}{b-\left[\frac{T}{R-C}\right]}, & \dfrac{T}{(R-C)} \leq Q \leq b \\ 0, & d.d \end{cases} \tag{5.44}$$

şeklinde elde edilir.

Talep düzgün dağıldığında (5.29) ile verilen düzenlenmiş model Çizelge 5.1'deki koşullara göre aşağıdaki gibi iki farklı şekilde ifade edilebilir.

*Model-1.1:* $\{(C+H)^2 \geq (R-C)^2\}$

$$\alpha \leq \frac{[(R+H)/(b-a)][Q(b-Q/2)-b^2/2]-(C+H)[Q-b]}{(C+H)^2(b-a)/2(R+H)}$$

$$\alpha \leq \frac{(b-Q)}{b-[T/(R-C)]}$$

$$T/(R-C) \leq Q \leq b$$

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

*k.a.*

$$Enb\ \alpha$$

*Model-1.2:* $\{(C+H)^2 \leq (R-C)^2\}$

$$\alpha \leq \frac{[(R+H)/(b-a)][Q(b-Q/2)-a(b-a/2)]-(C+H)[Q-a]}{(R-C)^2(b-a)/2(R+H)}$$

$$\alpha \leq \frac{(b-Q)}{b-[T/(R-C)]}$$

$$T/(R-C) \leq Q \leq b$$

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

*k.a.*

$$Enb\ \alpha$$

### 5.4.2 Talebin üstel dağılması durumunda model

Talebin üstel dağılması durumunda $D \sim Exp(\lambda)$ talebin olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$g(x) = \begin{cases} \lambda \exp(-\lambda x), & x \geq 0 \\ 0, & d.d. \end{cases} \tag{5.45}$$

beklenen değeri

$$E[x] = \frac{1}{\lambda} \tag{5.46}$$

ve dağılım fonksiyonu

$$G(x) = \begin{cases} 1-\exp(-\lambda x), & x \geq 0 \\ 0, & d.d. \end{cases} \tag{5.47}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Gerçekleşen satışların beklenen değeri

$$E[A] = \int_0^Q x\lambda \exp(-\lambda x)dx + \int_Q^\infty Q\lambda \exp(-\lambda x)\,dx \tag{5.48}$$

olmak üzere

$$E[A] = \frac{1}{\lambda}[1 - \exp(-\lambda Q)] \tag{5.49}$$

şeklinde elde edilir. Buradan beklenen kâr fonksiyonu

$$EP(Q) = (R + H)\frac{1}{\lambda}[1 - \exp(-\lambda Q)] - (C + H)Q \tag{5.50}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Beklenen kârı en iyileyen sipariş miktarı

$$Q_1^* = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{C+H}{R+H}\right) \tag{5.51}$$

ile bulunur.

Beklenen kârın en iyi değeri

$$EP(Q_1^*) = (R + H)\frac{1}{\lambda}\left[1 - \left(\frac{C+H}{R+H}\right)\right] + (C + H)\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{C+H}{R+H}\right) \tag{5.52}$$

ile ifade edilir.

Beklenen kâr fonksiyonu için üyelik fonksiyonu beklenen kâr fonksiyonunun normalizasyonundan

$$\mu_{EP}(Q) = \begin{cases} \frac{EP(Q)-EP(0)}{EP(Q_1^*)-EP(0)}, & 0 \le Q < Q' \\ 0, & d.d. \end{cases} \tag{5.53}$$

veya

$$\mu_{EP}(Q) = \begin{cases} \frac{EP(Q)-EP(Q')}{EP(Q_1^*)-EP(Q')}, & 0 \le Q < Q' \\ 0, & d.d. \end{cases} \tag{5.54}$$

$\{EP(0), EP(Q')\} = \{0, 0\}$ olmak üzere

$$\mu_{EP}(Q) = \begin{cases} \frac{EP(Q)}{EP(Q_1^*)}, & 0 \leq Q < Q' \\ 0, & d.d. \end{cases} \tag{5.55}$$

şeklinde türetilebilir. $Q'$ sipariş üst sınırı olup, eşitlik (5.25)'e göre belirlenmiştir.

Sonuç olarak beklenen kâr fonksiyonu için üyelik fonksiyonu

$$\mu_{EP}(Q) = \begin{cases} \frac{(R+H)\frac{1}{\lambda}[1-\exp(-\lambda Q)] - (C+H)Q}{(R+H)\frac{1}{\lambda}\left[1-\left(\frac{C+H}{R+H}\right)\right]+(C+H)\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{C+H}{R+H}\right)}, & 0 \leq Q < Q' \\ 0, & d.d. \end{cases} \tag{5.56}$$

ile ifade edilebilir.

Talep üstel dağıldığında en az T birim kazanma olasılığı (doyum olasılığı)

$$\Theta = \begin{cases} 0, & Q < \frac{T}{R-C} \\ 1 - G(D_T), & Q \geq \frac{T}{R-C} \end{cases} = \begin{cases} 0, & Q < \frac{T}{R-C} \\ \exp(-\lambda D_T), & Q \geq \frac{T}{R-C} \end{cases} \tag{5.57}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $D_T$ değeri Eşitlik (3.8) ile verilmiştir.

Doyum olasılığının en iyi değeri $Q_2^*$'da elde edilir,

$$\Theta^* = P\{Y(Q_2^*, D) \geq T\} \tag{5.58}$$

ve

$$\Theta^* = 1 - G(D_T^*) = \exp(-\lambda D_T^*) \tag{5.59}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada

$$D_T^* = \frac{[T+(C+H)Q_2^*]}{R+H} \tag{5.60}$$

eşitliğinden elde edilir. Doyum olasılığını eniyileyen sipariş miktarı $Q_2^*$ Eşitlik (3.9) ile verilmiştir.

Doyum olasılığı (Risk) fonksiyonu için üyelik fonksiyonu doyum olasılığı fonksiyonunun normalizasyonundan

$$\mu_\theta(Q) = \begin{cases} 0, & Q < \frac{T}{(R-C)} \\ \frac{[1-G(D_T)]-\theta^A}{\theta^*-\theta^A}, & Q \geq \frac{T}{(R-C)} \end{cases} \tag{5.61}$$

veya

$$\mu_\theta(Q) = \begin{cases} 0, & Q < \frac{T}{(R-C)} \\ \frac{[1-G(D_T)]-\theta^A}{[1-G(D_T^*)]-\theta^A}, & Q \geq \frac{T}{(R-C)} \end{cases} \tag{5.62}$$

$\theta^A = \lim_{Q\to\infty} \theta = 0$ olmak üzere

$$\mu_\theta(Q) = \begin{cases} 0, & Q < \frac{T}{(R-C)} \\ \frac{\exp(-\lambda D_T)}{\exp(-\lambda D_T^*)}, & Q \geq \frac{T}{(R-C)} \end{cases} \tag{5.63}$$

şeklinde türetilebilir. Sonuç olarak doyum olasılığı (risk) fonksiyonu için üyelik fonksiyonu

$$\mu_\theta(Q) = \begin{cases} 0, & Q < \frac{T}{(R-C)} \\ \exp\left[\frac{\lambda(C+H)}{(R+H)}\left[\frac{T}{(R-C)} - Q\right]\right], & Q \geq \frac{T}{(R-C)} \end{cases} \tag{5.64}$$

ile ifade edilebilir.

Talep üstel dağıldığında (5.29) ile verilen düzenlenmiş model aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

*Model-2:*

$$\alpha \leq \frac{(R+H)\frac{1}{\lambda}[1-\exp(-\lambda Q)] - (C+H)Q}{(R+H)\frac{1}{\lambda}\left[1-\left(\frac{C+H}{R+H}\right)\right] + (C+H)\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{C+H}{R+H}\right)}$$

$$\alpha \leq \exp\left[\frac{\lambda(C+H)}{(R+H)}\left[\frac{T}{(R-C)} - Q\right]\right]$$

$$Q \geq \frac{T}{(R-C)}$$

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

*k. a.*

$$Enb \;\; \alpha$$

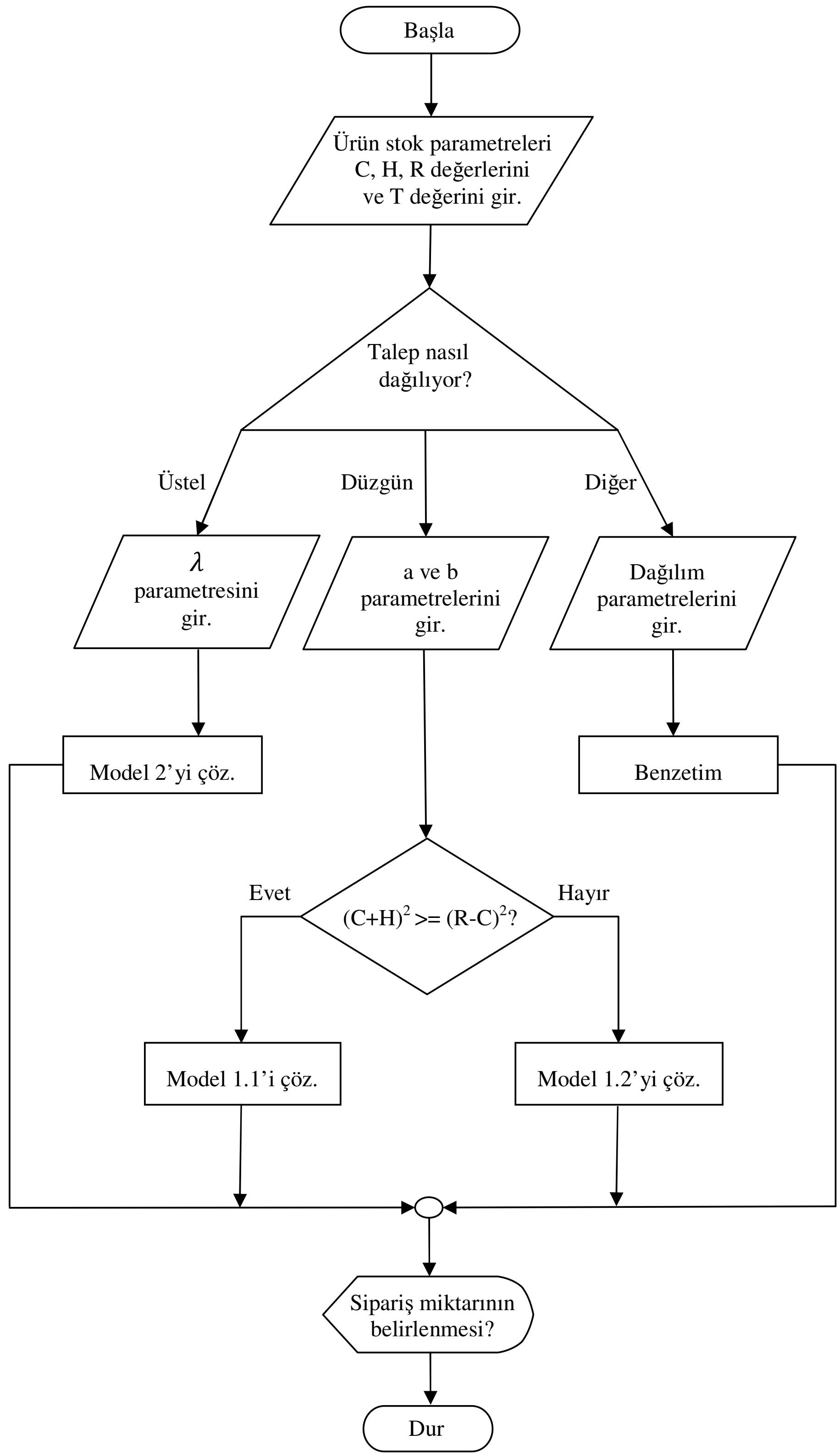
### 5.4.3 Problem çözüm algoritması

Bütünleşik bir yaklaşımla, geliştirilen modellerden hangisinin hangi durumda kullanılacağını gösteren bir problem çözüm algoritması Şekil 5.3'de verilmiştir.

Algoritmanın ilk adımında ürün stok parametreleri ve hedef kâr düzeyi girilir. İkinci adımda talebin dağılım biçimine bağlı olarak talep üstel dağılıyorsa üstel dağılım parametresi $\lambda$ değeri girilir ve Model 2 çözülür.

Talep düzgün dağılıyorsa düzgün dağılım parametreleri a ve b değerleri girilir. $\{(C+H)^2 \geq (R-C)^2\}$ koşulu sağlanıyorsa Model 1.1, sağlanmıyorsa Model 1.2 çözülür.

Diğer talep dağılımları için dağılım parametreleri girilir ve problem benzetim modeliyle çözülür. Algoritmaya göre söz konusu modellerden ilgili olanı çözüldükten sonra sonuç karar vericiye sunulur.




**Şekil 5.3** Çok amaçlı TDSSP için çözüm algoritması

# 6. BULGULAR VE TARTIŞMA

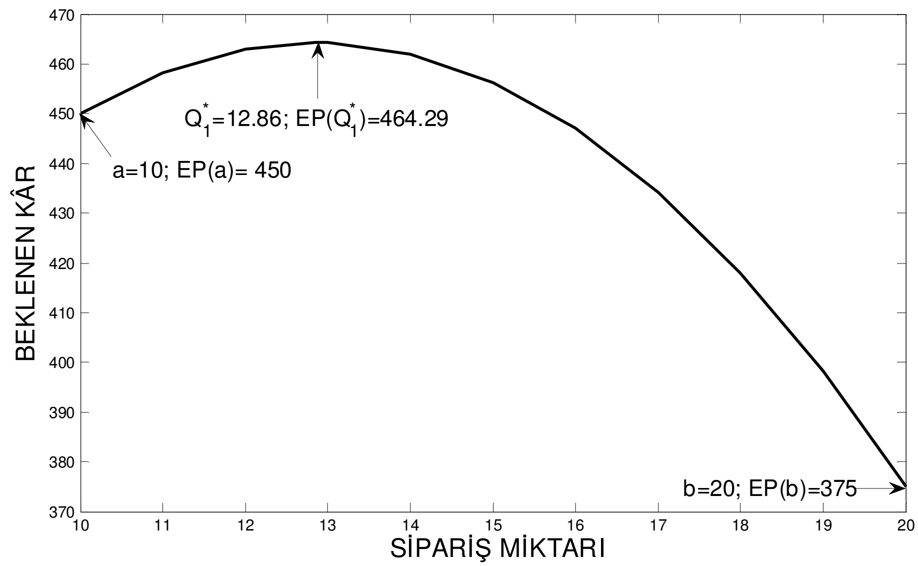
Önerilen modellerle ilgili sayısal çalışmalar konunun daha iyi anlaşılması için bu bölümde verilmiştir.

## 6.1 Sayısal Denemeler

Bu bölümde Düzgün ve Üstel dağılan talep altında örnek bir ürün için geliştirilen BÇAP modellerinin çözümlerine yer verilmiştir. Geliştirilen modellerin çözümünde MATLAB R2009b programının eniyileme araçlarından “fmincon” fonksiyonu kullanılmıştır.

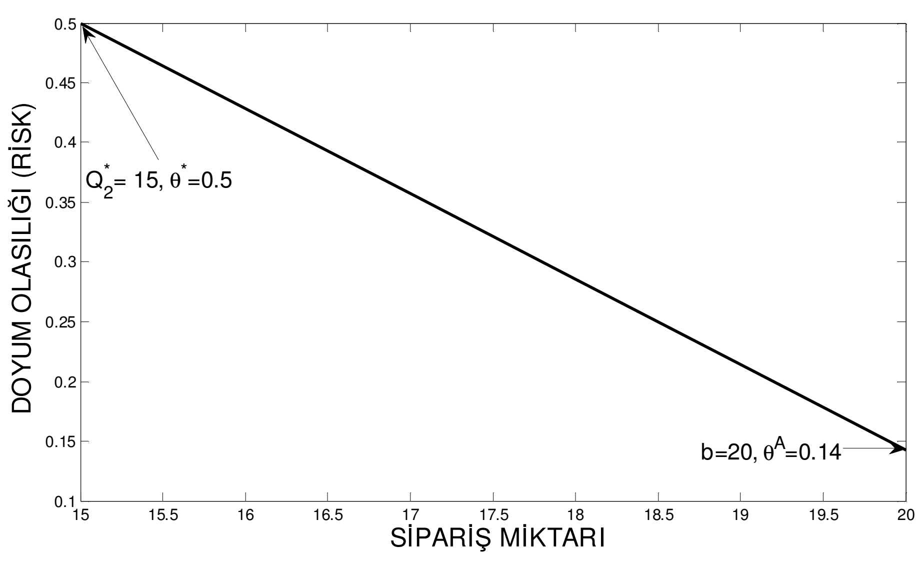
### 6.1.1 Düzgün dağılan talep

Birim satış fiyatı R=10, birim maliyeti C=10, birim artık maliyeti H=15 olan bir ürün için düzgün dağılan $(a = 10,\ b = 20)$ talep altında ve hedef kâr düzeyi $T = 150$ için geliştirilen BÇAP modelinin çözümü elde edilmiştir. Şekil 6.1 ve Şekil 6.2’ de sipariş miktarının bir fonksiyonu olarak sırasıyla beklenen kâr ve doyum olasılığı değerleri görülmektedir. Beklenen kâr ve doyum olasılığı eğrilerinden (fonksiyonlarından) türetilen üyelik fonksiyonları ve en iyi çözüm noktası Şekil 6.3 ile verilmiştir.



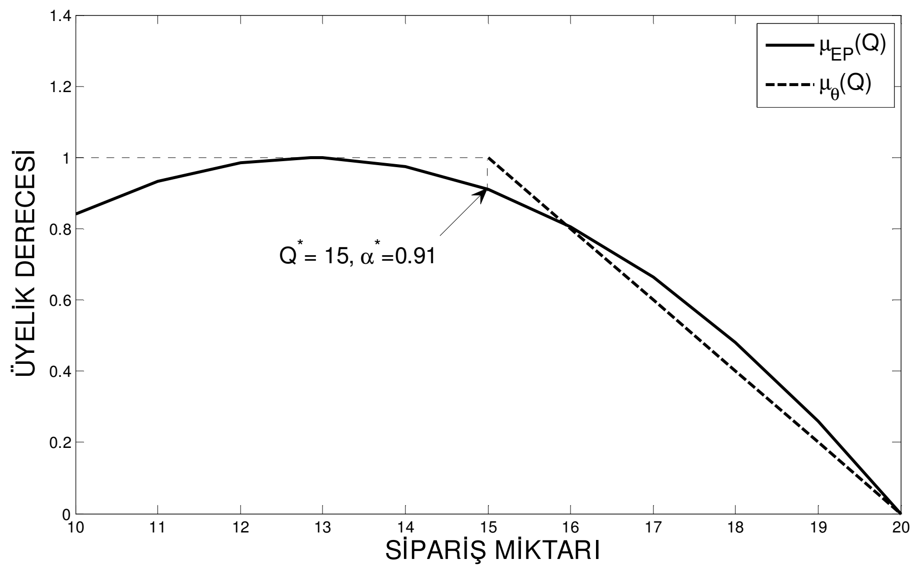

**Şekil 6.1** Beklenen kâr fonksiyonu (düzgün dağılan talep).

Şekil 6.1'e göre beklenen kâr eğrisi en iyi değeri 464,29' a sipariş miktarı 12,86' da ulaşmaktadır ve sipariş miktarının alt ve üst sınırlarında sırasıyla 450 ve 375 değerlerini almaktadır. Buradan $EP_{Enk}$= 375 olduğu görülür.




**Şekil 6.2** T=150 için doyum olasılığı fonksiyonu

Şekil 6.2' ye göre doyum olasılığı (risk) doğrusu en iyi değeri 0,5' e sipariş miktarı 15' de ulaşmaktadır ve bu noktadan sonra azalmaya başlamakta, sonunda sipariş miktarının üst sınırı 20' de alt sınırı 0,14'e ulaşmaktadır.




**Şekil 6.3** Beklenen kâr ve doyum olasılığı (risk) fonksiyonları için üyelik fonksiyonları ve en iyi çözüm noktası.

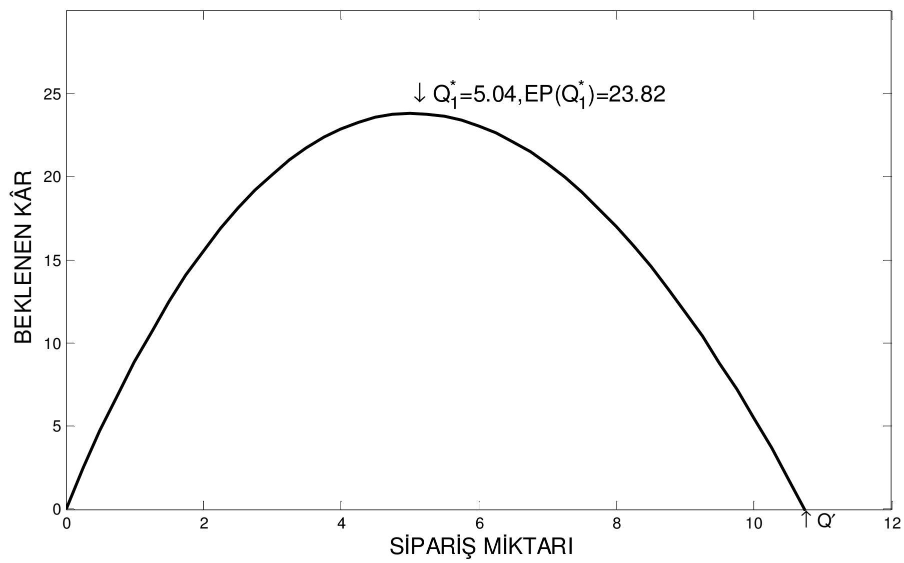
Şekil 6.3'e göre problemin en iyi uzlaşık çözümü sipariş miktarı 15' de iki amacın en yüksek uzlaşma derecesi 0,91 ile elde edilmiştir.

Bununla birlikte $\{(C+H)^2 \geq (R-C)^2\}$ koşulu sağlandığı için problemin çözümünde *Model-1.1* göz önünde tutulmuştur.

Karar verici beklenen kâr ile en az 150 birim kazanma olasılığı arasındaki en yüksek uzlaşma derecesini bu üründen 15 birim sipariş vererek elde edebilecektir.

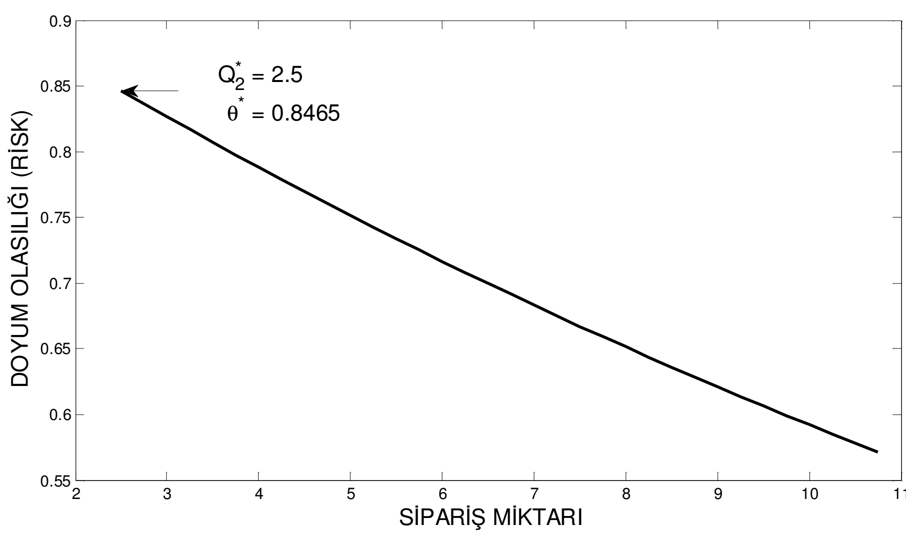
### 6.1.2 Üstel dağılan talep

Birim satış fiyatı R=20, birim maliyeti C=10, birim artık maliyeti H=15 olan bir ürün için üstel dağılan $(\lambda = 1/15)$ talep altında ve çeşitli hedef kâr düzeyleri için geliştirilen BÇAP modellerinin çözümleri elde edilmiştir. Şekil 6.4 ve Şekil 6.5'de sipariş miktarının bir fonksiyonu olarak sırasıyla beklenen kâr ve T=25 için doyum olasılığı değerleri görülmektedir. Beklenen kâr eğrisinden (fonksiyonundan) ve üç farklı hedef kâr düzeyi için elde edilen doyum olasılığı eğrilerinden (fonksiyonlarından) türetilen üyelik fonksiyonları ve en iyi çözüm noktaları Şekil 6.6 ile verilmiştir.

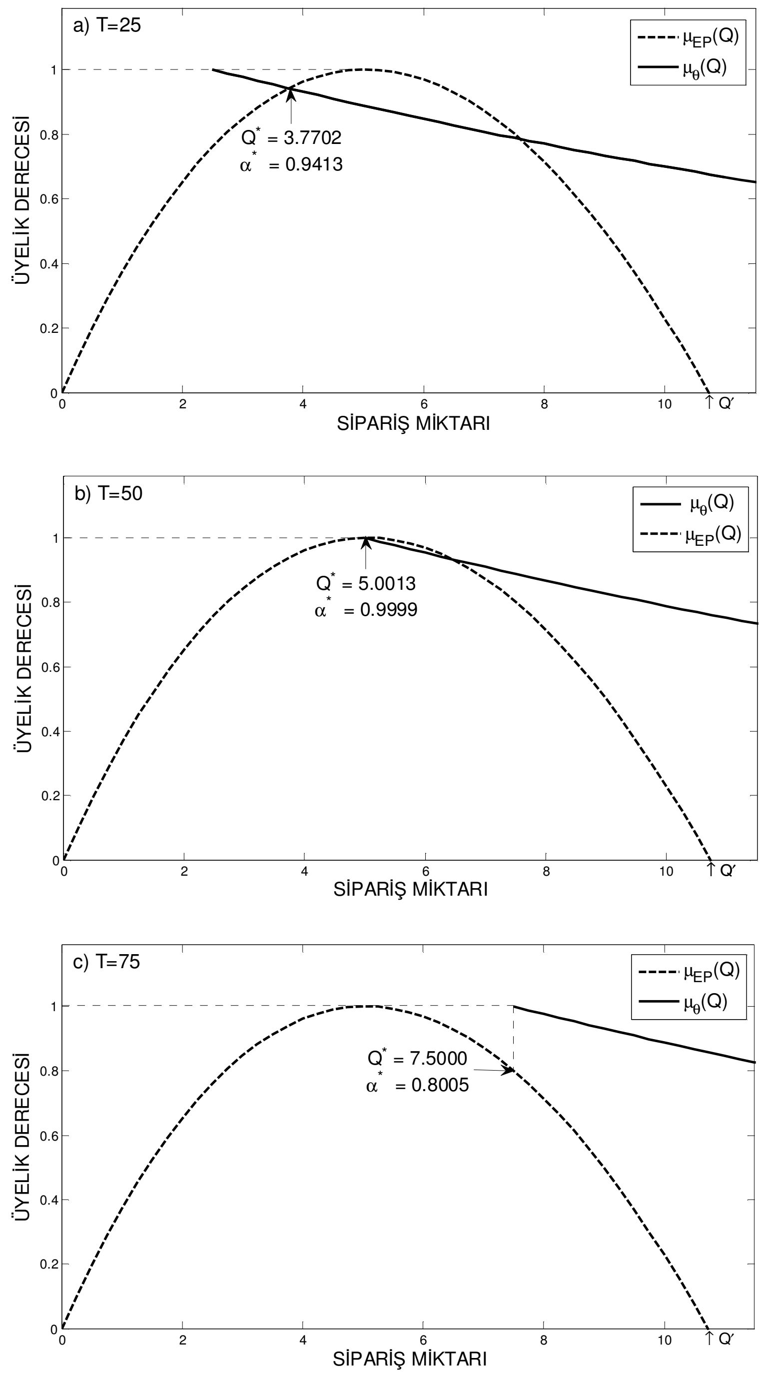



**Şekil 6.4** Beklenen kâr fonksiyonu (üstel dağılan talep).

Şekil 6.4'e göre beklenen kâr eğrisi en iyi değeri 23,82'ye sipariş miktarı 5,04'de ulaşmaktadır ve sipariş miktarının alt ve üst sınırlarında "0" değerini almaktadır. Burada sipariş üst sınırı $Q' = \sup(Q{:}\,EP(Q) \geq 0)$ kuralına göre belirlenmiştir. Buradan $EP_{Enk}$= 0 olur.




**Şekil 6.5** T=25 için doyum olasılığı fonksiyonu.




**Şekil 6.6** Beklenen kâr fonksiyonu için üyelik fonksiyonu, üç farklı hedef kâr düzeyi için doyum olasılığı fonksiyonlarının üyelik fonksiyonları ve en iyi sipariş noktaları: a) T=25, b) T=50, c) T=75.

Şekil 6.5'e göre doyum olasılığı eğrisi en iyi değeri 0,8465'e sipariş miktarı 2,5'de ulaşmaktadır ve bu noktadan sonra azalmaya başlamakta ve artı sonsuzda "0" değerini almaktadır.

Şekil 6.6'ya göre T=25 için problemin en iyi uzlaşık çözümü sipariş miktarı 3,7702' de iki amaç arasındaki en yüksek uzlaşma derecesi 0,9413 ile elde edilmiştir. T=50 ve T=75 için problemin en iyi uzlaşık çözümleri sırasıyla sipariş miktarı 5,0013 ve 7,5'de sırasıyla iki amaç arasındaki en yüksek uzlaşma derecesi 0,9999 ve 0,8005 ile elde edilmiştir. En iyi uzlaşık çözümler farklı T değerleri için Model 2'nin çözümünden elde edilmiştir.

Karar verici beklenen kâr ile en az 25 birim kazanma olasılığı arasındaki en yüksek uzlaşma derecesini bu üründen 3,7702 birim sipariş vererek elde edebilecektir. Benzer şekilde karar verici beklenen kâr ile en az 50 birim kazanma olasılığı arasındaki en yüksek uzlaşma derecesini bu üründen 5,0013 birim sipariş vererek, beklenen kâr ile en az 75 birim kazanma olasılığı arasındaki en yüksek uzlaşma derecesini bu üründen 7,5 birim sipariş vererek elde edebilecektir. Şekil 6.6 b incelendiğinde verilen sipariş miktarıyla amaçların bireysel en iyi değerlerinin yaklaşık olarak elde edildiği görülmektedir.

## 6.2 Benzetim Çalışması

Bu bölümde geliştirilen BÇAP modelinin geçerliğini test etmek için bir benzetim çalışması gerçekleştirilmiştir. Benzetim işlemlerinin gerçekleştirilmesinde MATLAB R2009b programı kullanılmıştır. Benzetim işlemlerinde kullanılan MATLAB kodları Ek Açıklamalar A1-A6'da verilmiştir.

Birim satış fiyatı R=20, birim maliyeti C=10, birim artık maliyeti H=15 olan bir ürün için Düzgün, Üstel dağılan talep altında geliştirilen model ve benzetim çalışmasından, Normal dağılan talep için sadece benzetimden beklenen kâra ilişkin değerler elde edilmiştir. Bu değerlerin elde ediliş şekilleri aşağıda tanımlanmıştır.

EP(Q)(Model): Sipariş miktarı Q için beklenen kârı ifade eder. Bu değer Düzgün dağılan talep için Eşitlik (5.34), Üstel dağılan talep için Eşitlik (5.50)'den hesaplanmıştır.

Normal dağılan talep için bir eşitlik türetilememiş, söz konusu değer sadece benzetimle hesaplanmıştır.

EP(Q)(Benzetim): Sipariş miktarı Q için her biri1000 deney içeren 61 tekrarlı bir benzetim yapılmıştır. Her bir deney benzetimle türetilen bir talep gözlemini ifade etmektedir. Bu her tekrarda 1000 birimlik bir talep verisi türetildiği anlamına gelmektedir. Talep verisinden kâr değerleri ve beklenen kâr hesaplanmıştır. Yapılan 61 tekrar sonucunda beklenen kârın benzetimle bulunan tahmin değeri (beklenen kâr ortalaması) ve beklenen kârın gerçek değeri için %95 güven düzeyinde güven aralığı hesaplanmıştır. Açıklanan benzetim söz konusu her bir dağılım için yapılmıştır.

Düzgün ve Üstel dağılan talep altında ve farklı sipariş miktarları için model ve benzetimle hesaplanan beklenen kâr değerleri Çizelge 6.1, Çizelge 6.2'de, Normal dağılan talep altında ve farklı sipariş miktarları için sadece benzetimle hesaplanan beklenen kâr değerleri Çizelge 6.3'de verilmiştir. Beklenen kâr değerlerinin benzetimi için kullanılan MATLAB kodları Ek Açıklamalar-A.1, A.2 ve A.3'de verilmiştir.

Aynı ürün için Düzgün, Üstel ve Normal dağılan talep altında model ve benzetimden doyum olasılığına ilişkin değerler elde edilmiştir. Bu değerlerin elde ediliş şekilleri aşağıda verilmiştir.

$\theta = \mathrm{P}\{\mathrm{Y}(\mathrm{Q}, \mathrm{D}) \geq \mathrm{T}\}$ (Model): Sipariş miktarı Q için hedef kâr düzeyini aşma olasılığını (doyum olasılığı) ifade eder. Bu değer Düzgün dağılan talep için Eşitlik (5.37), Üstel dağılan talep için Eşitlik (5.57)'den hesaplanmıştır. Normal dağılan talep için bu değer Excel'den hesaplanmıştır.

$\theta = \mathrm{P}\{\mathrm{Y}(\mathrm{Q}, \mathrm{D}) \geq \mathrm{T}\}$ (Benzetim): Sipariş miktarı Q için her biri1000 deney içeren 61 tekrarlı bir benzetim yapılmıştır. Her bir tekrardan elde edilen talep verisinden kâr değerleri ve hedef kâr düzeyine eşit ve daha yüksek olan kâr değerlerinin oranı yani doyum olasılığı hesaplanmıştır. Yapılan 61 tekrar sonucunda doyum olasılığının benzetimle bulunan tahmin değeri (doyum olasılığı ortalaması) ve doyum olasılığının gerçek değeri için %95 güven düzeyinde güven aralığı hesaplanmıştır. Açıklanan benzetim söz konusu her bir dağılım için yapılmıştır.

Düzgün, Üstel ve Normal dağılan talep altında farklı hedef kâr düzeyleri ve farklı sipariş miktarları için model ve benzetimle hesaplanan doyum olasılığı değerleri Çizelge 6.4, Çizelge 6.5 ve Çizelge 6.6'da verilmiştir. Doyum olasılığı değerlerinin benzetimi için kullanılan MATLAB kodları Ek Açıklamalar-A.4, A.5 ve A.6'da verilmiştir.

Bu bölümde aşağıda parametre değerleri verilen üç farklı talep dağılımı göz önünde tutulmuştur.

- Düzgün dağılım $U(a,b)$ $a = 10, b = 20$
- Üstel dağılım $Exp(\lambda)$ $\lambda = 1/15$
- Normal dağılım $N(\mu, \sigma^2)$ $\mu = 15, \sigma^2 = 3^2$

**Çizelge 6.1** Farklı sipariş miktarları için model ve benzetimle hesaplanan beklenen kâr değerleri (Düzgün dağılan talep).

| Q (Sipariş Miktarı) | EP(Q) (Model) | EP(Q) (Benzetim) | %95 Alt Sınır | %95 Üst Sınır |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| 12,5 | 114,063 | 114,074 | 113,887 | 114,260 |
| 15 | 106,25 | 106,462 | 105,950 | 106,975 |
| 17,5 | 76,5625 | 77,021 | 76,318 | 77,725 |
| 20 | 25 | 24,931 | 24,179 | 25,685 |

**Çizelge 6.2** Farklı sipariş miktarları için model ve benzetimle hesaplanan beklenen kâr değerleri (Üstel dağılan talep).

| Q (Sipariş Miktarı) | EP(Q) (Model) | EP(Q) (Benzetim) | %95 Alt Sınır | %95 Üst Sınır |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 15,534 | 15,564 | 15,449 | 15,680 |
| 4 | 22,8876 | 22,795 | 22,511 | 23,078 |
| 6 | 23,082 | 22,921 | 22,381 | 23,460 |
| 8 | 17,0107 | 17,400 | 16,655 | 18,1356 |
| 10 | 5,45601 | 4,707 | 3,752 | 5,662 |

**Çizelge 6.3** Farklı sipariş miktarları için benzetimle hesaplanan beklenen kâr değerleri (Normal dağılan talep)

| Q (Sipariş Miktarı) | EP(Q) (Benzetim) | %95 Alt Sınır | %95 Üst Sınır |
|---|---|---|---|
| 9 | 89,061 | 88,986 | 89,135 |
| 12 | 111,316 | 111,113 | 111,520 |
| 15 | 108,073 | 107,623 | 108,522 |
| 18 | 65,964 | 65,229 | 66,698 |
| 21 | 0,018 | -0,791 | 0,826 |

**Çizelge 6.4** Farklı hedef kâr düzeyleri ve farklı sipariş miktarları için model ve benzetimle hesaplanan doyum olasılığı değerleri (Düzgün dağılan talep).

| Q (Sipariş Miktarı) | $\theta = \mathrm{P}\{\mathrm{Y}(\mathrm{Q},\mathrm{D}) \geq \mathrm{T}\}$ (Model) | $\theta = \mathrm{P}\{\mathrm{Y}(\mathrm{Q},\mathrm{D}) \geq \mathrm{T}\}$ (Benzetim) | %95 Alt Sınır | %95 Üst Sınır |
|---|---|---|---|---|
| (T=100) | | | | |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 12,5 | 0,8214 | 0,822 | 0,819 | 0,825 |
| 15 | 0,6428 | 0,642 | 0,639 | 0,646 |
| 17,5 | 0,4642 | 0,464 | 0,460 | 0,467 |
| 20 | 0,2857 | 0,287 | 0,284 | 0,291 |
| (T=125) | | | | |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12,5 | 0,750 | 0,747 | 0,743 | 0,751 |
| 15 | 0,571 | 0,574 | 0,569 | 0,579 |
| 17,5 | 0,3928 | 0,394 | 0,390 | 0,398 |
| 20 | 0,2142 | 0,215 | 0,211 | 0,219 |
| (T=150) | | | | |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | 0,5000 | 0,500 | 0,496 | 0,505 |
| 17,5 | 0,3214 | 0,321 | 0,318 | 0,325 |
| 20 | 0,1428 | 0,142 | 0,139 | 0,144 |
| (T=175) | | | | |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 17,5 | 0,2500 | 0,250 | 0,246 | 0,253 |
| 20 | 0,0714 | 0,073 | 0,071 | 0,075 |
| (T=200) | | | | |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 17,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 20 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**Çizelge 6.5** Farklı hedef kâr düzeyleri ve farklı sipariş miktarları için model ve benzetimle hesaplanan doyum olasılığı değerleri (Üstel dağılan talep).

| Q (Sipariş Miktarı) | $\theta = \mathrm{P}\{\mathrm{Y}(\mathrm{Q},\mathrm{D}) \geq \mathrm{T}\}$ (Model) | $\theta = \mathrm{P}\{\mathrm{Y}(\mathrm{Q},\mathrm{D}) \geq \mathrm{T}\}$ (Benzetim) | %95 Alt Sınır | %95 Üst Sınır |
|---|---|---|---|---|
| (T=20) | | | | |
| 2 | 0,8751 | 0,875 | 0,873 | 0,878 |
| 4 | 0,7956 | 0,796 | 0,793 | 0,799 |
| 6 | 0,7233 | 0,722 | 0,718 | 0,725 |
| 8 | 0,6576 | 0,657 | 0,653 | 0,660 |
| 10 | 0,5979 | 0,5976 | 0,593 | 0,602 |
| (T=40) | | | | |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0,7659 | 0,765 | 0,762 | 0,768 |
| 6 | 0,6963 | 0,696 | 0,693 | 0,700 |
| 8 | 0,6331 | 0,633 | 0,629 | 0,637 |
| 10 | 0,5756 | 0,573 | 0,568 | 0,578 |
| (T=60) | | | | |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0,6703 | 0,671 | 0,667 | 0,676 |
| 8 | 0,6094 | 0,611 | 0,607 | 0,615 |
| 10 | 0,5541 | 0,556 | 0,552 | 0,561 |
| (T=80) | | | | |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0,5866 | 0,584 | 0,581 | 0,588 |
| 10 | 0,5334 | 0,533 | 0,530 | 0,537 |
| (T=100) | | | | |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0,5134 | 0,5131 | 0,509 | 0,517 |

**Çizelge 6.6** Farklı hedef kâr düzeyleri ve farklı sipariş miktarları için model ve benzetimle hesaplanan doyum olasılığı değerleri (Normal dağılan talep).

| Q (Sipariş Miktarı) | $\theta = \mathrm{P}\{\mathrm{Y}(\mathrm{Q},\mathrm{D}) \geq \mathrm{T}\}$ (Model) | $\theta = \mathrm{P}\{\mathrm{Y}(\mathrm{Q},\mathrm{D}) \geq \mathrm{T}\}$ (Benzetim) | %95 Alt Sınır | %95 Üst Sınır |
|---|---|---|---|---|
| (T=90) | | | | |
| 9 | 0,9773 | 0,977 | 0,975 | 0,978 |
| 12 | 0,9007 | 0,899 | 0,896 | 0,901 |
| 15 | 0,7161 | 0,714 | 0,710 | 0,717 |
| 18 | 0,4432 | 0,444 | 0,441 | 0,450 |
| 21 | 0,1957 | 0,196 | 0,192 | 0,200 |
| (T=120) | | | | |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 0,8413 | 0,842 | 0,839 | 0,845 |
| 15 | 0,6125 | 0,612 | 0,609 | 0,616 |
| 18 | 0,3341 | 0,334 | 0,330 | 0,337 |
| 21 | 0,1265 | 0,126 | 0,123 | 0,129 |
| (T=150) | | | | |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | 0,5000 | 0,500 | 0,496 | 0,504 |
| 18 | 0,2375 | 0,238 | 0,235 | 0,242 |
| 21 | 0,0766 | 0,078 | 0,075 | 0,080 |
| (T=180) | | | | |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 18 | 0,1587 | 0,161 | 0,158 | 0,164 |
| 21 | 0,0432 | 0,043 | 0,042 | 0,045 |
| (T=210) | | | | |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 18 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 21 | 0,0228 | 0,023 | 0,022 | 0,024 |

Çizelge 6.1 - Çizelge 6.6'da verilen sonuçlar incelendiğinde benzetimden elde edilen beklenen kâr ve doyum olasılığının gerçek değerlerine ilişkin güven aralıklarının söz konusu üç farklı dağılım için ve farklı sipariş miktarlarında beklenen kâr ve doyum olasılığının modelden elde edilen değerlerini içerdikleri görülmektedir. Bu durumda geliştirilen matematiksel model ile benzetimden elde edilen sonuçların örtüştüğü ve birbiriyle tutarlı olduğu söylenebilir. Bunun yanında benzetim modeli diğer dağılımlar için özellikle beklenen kâr ve doyum olasılığının bir eşitlikle hesaplanmasının güç olduğu dağılımlar için de kullanılabilecektir.

# 7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Günümüzde hızlı teknolojik yenilenme ve küresel rekabet nedeniyle ürün yaşam döngüsü giderek kısalmaktadır. Ürün yaşam döngüsündeki aşağı yönlü trend devam ettikçe TDSSP'nin önemi de giderek artacaktır.

Bu tez çalışmasında TDSSP için performans ölçüsü (amaç) olarak beklenen kârın yanında belirli bir hedef kâr düzeyini aşma olasılığı (doyum olasılığı) göz önünde tutulmuştur. Normalizasyon ile performans ölçülerinden üyelik fonksiyonları türetilmiştir. Türetilen bu üyelik fonksiyonları "beklenen kârın en iyi değerine yaklaşma" ve "belirli bir kâr düzeyi için doyum olasılığının en iyi değerine yaklaşma" derecelerini göstermektedir. Çok amaçlı programlama tekniklerinden Bulanık Çok Amaçlı Programlama (BÇAP) ile bu iki amacı eşzamanlı sağlayacak en iyi uzlaşık çözüm elde etmeye yönelik bir model geliştirilmiştir. Bu model Bellman ve Zadeh (1970) tarafından sunulan bulanık ortamda karar verme kavramına dayalı olarak çözülmüştür.

Geliştirilen BÇAP modelinin geçerliğini test etmek için bir benzetim çalışması yapılmıştır. Bu çalışmanın sonucunda geliştirilen matematiksel model ile benzetimden elde edilen sonuçların örtüştüğü ve birbiriyle tutarlı olduğu söylenebilir.

Bu tez çalışmasında çok amaçlı TDSSP BÇAP ile çözülmüştür. Düzgün ve üstel dağılan talep altında önerilen modellerin kullanımının uygunluğunu göstermek amacıyla açıklayıcı örnekler sunulmuştur. Çalışma sonuçları BÇAP modellerinin geçerli en iyi çözümler ürettiğini ve bu girişimin başarılı olduğunu göstermektedir. Düzgün ve üstel dağılımdan başka talep dağılımları da kullanılabileceği gibi, servis oranı gibi farklı amaçlar da modele eklenebilir.

# KAYNAKLAR DİZİNİ


Aker, A. (2005). Single Period Stochastic Inventory Problem with Downside Risk Considerations. M.Sc., Koç University.

Arrow, K. J., T. Harris and J. Marschak (1951). "Optimal inventory policy." Econometrica: Journal of the Econometric Society: 250-272.

Artzner, P., F. Delbaen, J. M. Eber and D. Heath (1999). "Coherent measures of risk." Mathematical finance **9**(3): 203-228.

Asai, K., M. Sugeno, T. Terano and C. G. Aschmann (1992). Fuzzy systems theory and its applications, Academic Press.

Bellman, R. E. and L. A. Zadeh (1970). "DECISION-MAKING IN A FUZZY ENVIRONMENT." Management Science **17**(4): B-141-B-164.

Borgonovo, E. and L. Peccati (2009). "Financial management in inventory problems: Risk averse vs risk neutral policies." International Journal of Production Economics **118**(1): 233-242.

Brown, A. O. and C. S. Tang (2006). "The impact of alternative performance measures on single-period inventory policy." Journal of Industrial and Management Optimization **2**(3): 297.

Chen, X., M. Sim, D. Simchi-Levi and P. Sun (2004). Risk aversion in inventory management, Working Paper, MIT.

Cheng, L., Z. Wan and G. Wang (2009). "Bilevel newsvendor models considering retailer with CVaR objective." Computers & Industrial Engineering **57**(1): 310-318.

Choi, S. and A. RuszczyńSki (2008). "A risk-averse newsvendor with law invariant coherent measures of risk." Operations Research Letters **36**(1): 77-82.

Edgeworth, F. Y. (1888). "The Mathematical Theory of Banking." Journal of the Royal Statistical Society **51**(1): 113-127.

Eeckhoudt, L., C. Gollier and H. Schlesinger (1995). "The risk-averse (and prudent) newsboy." Management Science **41**(5): 786-794.

Finley, D. and W. M. Liao (1981). "A general decision model for cost-volume-profit analysis under uncertainty: a comment." Accounting Review: 400-403.

Gallego, G. and I. Moon (1993). "The distribution free newsboy problem: review and extensions." Journal of the Operational Research Society: 825-834.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)**


Gan, X., S. Sethi and H. Yan (2003). "Supply chain coordination with a risk-averse retailer and a risk-neutral supplier, working paper." The University of Texas at Dallas.

Gotoh, J.-y. and Y. Takano (2007). "Newsvendor solutions via conditional value-at-risk minimization." European Journal of Operational Research **179**(1): 80-96.

Ismail, B. E. and J. G. Louderback (1979). "Optimizing and satisficing in stochastic cost-volume-profit analysis." Decision Sciences **10**(2): 205-217.

Kabak, I. and A. Schiff (1978). "Inventory models and management objectives." Sloan Management Review **19**(2): 53-59.

Kahraman, C. (2008). Fuzzy multi-criteria decision making: theory and applications with recent developments, Springer Science & Business Media.

Khouja, M. (1999). "The single-period (news-vendor) problem: literature review and suggestions for future research." Omega **27**(5): 537-553.

Klir, G. and B. Yuan (1995). Fuzzy sets and fuzzy logic, Prentice Hall New Jersey.

Lau, H. S. (1980 a). "Some extensions of Ismail-louderback's stochastic cvp model under optimizing and satisficing criteria." Decision Sciences **11**(3): 557-561.

Lau, H.-S. (1980 b). "The newsboy problem under alternative optimization objectives." Journal of the Operational Research Society: 525-535.

Lau, A. H.-L. and H.-S. Lau (1981). "A comment on Shih's general decision model for CVP analysis." Accounting Review: 980-983.

Lau, A. H. L. and H. S. Lau (1988). "Maximizing the probability of achieving a target profit in a two-product newsboy problem." Decision Sciences **19**(2): 392-408.

Li, J., H.-S. Lau and A. H.-L. Lau (1990). "Some Analytical Results for a Two-Product Newsboy Problem." Decision Sciences **21**(4): 710-726.

Li, J., H.-S. Lau and A. H.-L. Lau (1991). "A two-product newsboy problem with satisficing objective and independent exponential demands." IIE transactions **23**(1): 29-39.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)**


Lin, C.-S. and D. E. Kroll (1997). "The single-item newsboy problem with dual performance measures and quantity discounts." European Journal of Operational Research **100**(3): 562-565.

Norland, R. E. (1980). "Refinements in the Ismail-Louderback stochastic CVP model." Decision Sciences **11**(3): 562-572.

Parlar, M. and K. Weng (2003). "Balancing desirable but conflicting objectives in the newsvendor problem." IIE Transactions **35**(2): 131-142.

Pedrycz, W., P. Ekel and R. Parreiras (2010). Fuzzy Multicriteria Decision-Making Models, Methods and Applications. Hoboken, NJ, USA, John Wiley & Sons.

Qin, Y., R. X. Wang, A. J. Vakharia, Y. W. Chen and M. M. H. Seref (2011). "The newsvendor problem: Review and directions for future research." European Journal of Operational Research **213**(2): 361-374.

Rockafellar, R. T. and S. Uryasev (2002). "Conditional value-at-risk for general loss distributions." Journal of banking & finance **26**(7): 1443-1471.

Sankarasubramanian, E. and S. Kumaraswamy (1983). "Note—Note on “Optimal Ordering Quantity to Realize a Pre-Determined Level of Profit”." Management Science **29**(4): 512-514.

Shih, W. (1979). "A general decision model for cost-volume-profit analysis under uncertainty." Accounting Review: 687-706.

Silver, E. A., D. F. Pyke and R. Peterson (1998). Inventory management and production planning and scheduling, Wiley New York.

Tersine, R. J. (1988). Principles of inventory and materials management, North-Holland.

Thakkar, R. B., D. R. Finley and W. M. Liao (1984). "A Stochastic demand CVP model with return on investment criterion*." Contemporary Accounting Research **1**(1): 77-86.

Weatherford, L. R. and P. E. Pfeifer (1994). "The economic value of using advance booking of orders." Omega **22**(1): 105-111.

Zadeh, L. A. (1965). "Fuzzy sets." Information and Control **8**(3): 338-353.

Zimmermann, H. J. (2010). "Fuzzy set theory." Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics **2**(3): 317-332.

# EK AÇIKLAMALAR

**Ek Açıklamalar-A.1:** Beklenen Kar Değerlerinin Benzetimi İçin Kullanılan Matlab Kodu (Düzgün dağılım)

**Ek Açıklamalar-A.2:** Beklenen Kar Değerlerinin Benzetimi İçin Kullanılan Matlab Kodu (Üstel dağılım)

**Ek Açıklamalar-A.3:** Beklenen Kar Değerlerinin Benzetimi İçin Kullanılan Matlab Kodu (Normal dağılım)

**Ek Açıklamalar-A.4:** Doyum Olasılığı Değerlerinin Benzetimi İçin Kullanılan Matlab Kodu (Düzgün dağılım)

**Ek Açıklamalar-A.5:** Doyum Olasılığı Değerlerinin Benzetimi İçin Kullanılan Matlab Kodu (Üstel dağılım)

**Ek Açıklamalar-A.6:** Doyum Olasılığı Değerlerinin Benzetimi İçin Kullanılan Matlab Kodu (Normal dağılım)

**Ek Açıklamalar-A.1:** Beklenen Kar Değerlerinin Benzetimi İçin Kullanılan Matlab Kodu (Düzgün dağılım)

```
function [gort, alt, ust] = Sim(c,h,r,Q)
  for i=1:61
    D = unifrnd(10,20,1000,1);
    Y = (r+h)*min(Q,D)-(c+h)*Q;
    ort(i) = mean(Y);
  end
  gort = mean(ort);
  ss = std(ort);
  alt = gort-2.00*ss/sqrt(61);
  ust = gort+2.00*ss/ sqrt(61);
end
```

**Ek Açıklamalar-A.2:** Beklenen Kar Değerlerinin Benzetimi İçin Kullanılan Matlab Kodu (Üstel dağılım)

```
function [gort, alt, ust] = Sim(c,h,r,Q)
  for i=1:61
    D = exprnd(15,1000,1);
    Y = (r+h)*min(Q,D)-(c+h)*Q;
    ort(i) = mean(Y);
  end
  gort = mean(ort);
  ss = std(ort);
  alt = gort-2.00*ss/sqrt(61);
  ust = gort+2.00*ss/sqrt(61);
end
```

**Ek Açıklamalar-A.3:** Beklenen Kar Değerlerinin Benzetimi İçin Kullanılan Matlab Kodu (Normal dağılım)

```
function [gort, alt, ust] = Sim(c,h,r,Q)
  for i=1:61
    D = normrnd(15,3,1000,1);
    Y = (r+h)*min(Q,D)-(c+h)*Q;
    ort(i) = mean(Y);
  end
  gort = mean(ort);
  ss = std(ort);
  alt = gort-2.00*ss/sqrt(61);
  ust = gort+2.00*ss/sqrt(61);
end
```

**Ek Açıklamalar-A.4:** Doyum Olasılığı Değerlerinin Benzetimi İçin Kullanılan Matlab Kodu (Düzgün dağılım)

```
function [gort, alt, ust] = Simoran(c,h,r,Q,T)
  for i=1:61
    D = unifrnd(10,20,1000,1);
    Y = (r+h)*min(Q,D)-(c+h)*Q;
    oran(i) = sum(Y>=T)/1000;
  end
  gort = mean(oran);
  ss = std(oran);
  alt = gort-2.00*ss/sqrt(61);
  ust = gort+2.00*ss/sqrt(61);
end
```

**Ek Açıklamalar-A.5:** Doyum Olasılığı Değerlerinin Benzetimi İçin Kullanılan Matlab Kodu (Üstel dağılım)

```
function [gort, alt, ust] = Simoran(c,h,r,Q,T)
  for i=1:61
    D = exprnd(15,1000,1);
    Y = (r+h)*min(Q,D)-(c+h)*Q;
    oran(i) = sum(Y>=T)/1000;
  end
  gort = mean(oran);
  ss = std(oran);
  alt = gort-2.00*ss/sqrt(61);
  ust = gort+2.00*ss/sqrt(61);
end
```

**Ek Açıklamalar-A.6:** Doyum Olasılığı Değerlerinin Benzetimi İçin Kullanılan Matlab Kodu (Normal dağılım)

```
function [gort, alt, ust] = Simoran(c,h,r,Q,T)
  for i=1:61
    D = normrnd(15,3,1000,1);
    Y = (r+h)*min(Q,D)-(c+h)*Q;
    oran(i) = sum(Y>=T)/1000;
  end
  gort = mean(oran);
  ss = std(oran);
  alt = gort-2.00*ss/sqrt(61);
  ust = gort+2.00*ss/sqrt(61);
end
```

## ÖZGEÇMİŞ

Ahmet Sabri Öğütlü, 1977 yılı Konya doğumlu olup T.C. vatandaşıdır. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İstatistik bölümünden 1999 yılında lisans mezunu olmuştur. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İstatistik Ana Bilim Dalı yüksek lisans programından 2002 yılında mezun olmuştur. Halen Afyon Kocatepe Üniversitesi İstatistik Bölümü'nde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.